

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

POSOUZENÍ VLIVU VÝROBNÍCH NEPŘESNOSTÍ NA NAPJATOST A ÚNOSNOST PŘÍHRADOVÉ NOSNÉ KONSTRUKCE

ANALYSIS OF THE PRODUCTION IMPERFECTIONS INFLUENCE ON THE STRESS AND LOAD
CAPACITY OF THE TRUSS CONSTRUCTION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

JAN KLÍČ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. RNDr. Ing. JAN VRBKA, DrSc., dr.
h. c.

BRNO 2013

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2012/2013

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Jan Klíč

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Posouzení vlivu výrobních nepřesností na napjatost a únosnost příhradové nosné konstrukce

v anglickém jazyce:

Analysis of the production imperfections influence on the stress and load capacity of the truss construction

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Napjatostní, deformační a pevnostní analýza staticky neurčité rovinné příhradové nosné konstrukce pomocí přístupů prosté pružnosti. Stanovení dovolené únosnosti. Posouzení vlivu výrobních nepřesností na napjatost a únosnost konstrukce. Uvažuje se namáhání na tah (resp. tlak) a vzpěr.

Cíle bakalářské práce:

Formulace výpočtového modelu úlohy s ohledem na možnosti pružnostně-pevnostní analýzy využitím přístupů prosté pružnosti. Výpočtové stanovení dovolené únosnosti a vlivu výrobních nepřesností. Získání praktických výpočtových zkušeností.

Seznam odborné literatury:

Janíček, Ondráček, Vrbka, Burša: Mechanika těles. Pružnost a pevnost I. CERM, 2004

Gere, Timošenko: Mechanics of Materials: Chapman and Hall, London, 1991

Hoschl: Pružnost a pevnost ve strojnictví, SNTL, Praha, 1977

Remta,F., Kupka,F., Dražan,F.: Jeřáby. I.díl. SNTL, Praha, 1974

Vedoucí bakalářské práce: prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2012/2013.

V Brně, dne 2.11.2012

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Bakalářská práce se zabývá řešením únosnosti konstrukce mostového jeřábu při různých polohách zatížení a současném zatížení vlastní vahou konstrukce (gravitace). Geometrie je zadána úplně.

Dále se věnuje vlivu výrobních nepřesností v délce prutů na únosnost.

ABSTRACT

The bachelor's thesis deals construction solution of overhead crane load in different positions of external devices. The construction is loaded with dead-weight (gravitation) in the same time. The geometry is completely specified.

Next, it concerns with impact of manufacturing inaccuracies in rod length on the total loading capacity.

KLÍČOVÁ SLOVA

Prut, napětí, bezpečnost, výrobní nepřesnosti, tíhová síla, příhradová konstrukce

KEY WORD

Rod, Strain, Safety, Manufacturing inaccuracy, Gravitational force, Construction

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

Klíč, J. *Posouzení vlivu nepřesností na napjatost a únosnost příhradové nosné konstrukce*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, fakulta strojního inženýrství, 2013. 49s. Vedoucí bakalářské práce prof. RNDr. Ing Jan Vrbka, DrSc., dr.h.c.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně, pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a pramenů, jež jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

21.5.2013

.....
Jan Klíč

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych chtěl poděkovat panu prof. RNDr. Ing Janu Vrbkovi, DrSc, dr.h.c. za výborné vedení bakalářské práce a za čas, který mi věnoval.

OBSAH

1. Úvod	1
2. Teoretická část	2
2.1. Vymezení pružnosti a pevnosti	2
2.2. Prut	2
2.2.1. Prutové předpoklady	2
2.3. Prutové soustavy	3
2.3.1. Statická určitost prutové soustavy	3
2.3.2. Metody řešení prutových soustav	4
2.4. Namání prostým tahem a tlakem	4
2.4.1. Geometrické vztahy	5
2.4.2. Rozložení napětí v příčném průřezu	5
2.4.3. Extrémní napětí	6
2.4.4. Energie napjatosti	6
2.4.5. Deformační charakteristika střednice	7
2.4.6. Deformační charakteristika příčného průřezu	7
2.5. Castiglianova věta	7
2.6. Mezní stavy	8
2.6.1. Určení koeficientu bezpečnosti	8
2.6.2. Mezní stav pružnosti	9
2.6.3. Mezní stav vzpěrné stability prutů	10
3. Výpočet únosnosti příhradové konstrukce	11
3.1. Charakteristika zadání	11
3.2. Stanovení napětí v prutech při zatížení vlastní vahou konstrukce	14
3.2.1. Uvolnění	15
3.2.2. Výpočet statické určitosti	15
3.2.3. Částečné uvolnění a deformační podmínky	16
3.2.4. Vyjádření tíhových sil v jednotlivých styčnicích	16
3.2.5. Soustava rovnic	17
3.2.6. Řešení soustavy rovnic	18
3.2.7. vyjádření napětí v prutech	19
3.3. Provedení II	20
3.3.1. Uvolnění	21
3.3.2. Výpočet statické určitosti	21
3.3.3. Částečné uvolnění a deformační podmínky	22
3.3.4. Výpočet tíhových sil v jednotlivých styčnicích	22
3.3.5. Soustava rovnic	23
3.3.6. Řešení soustavy rovnic	24
3.3.7. Výpočet maximálního zatížení	26
3.3.8. Určení maximálního napětí k meznímu stavu pružnosti	26
3.3.9. Určení maximálního napětí k meznímu stavu vzpěrné stability	26
3.3.10. Určení kritické síly a bezpečnost	26
3.3.11. Určení sil a napětí v prutech	30
3.4. Provedení III	32
3.4.1. Uvolnění	34
3.4.2. Výpočet statické určitosti	34
3.4.3. Částečné uvolnění a deformační podmínky	35
3.4.4. Výpočet tíhových sil v jednotlivých styčnicích	35
3.4.5. Soustava rovnic	36

3.4.6.	Řešení soustavy rovnic	37
3.4.7.	Sestavení a výpočet matic	38
3.4.8.	Stanovení maximálního napětí v prutech	40
3.4.9.	Stanovení maximální síly F	41
3.5.	Provedení IV	42
3.5.1.	Uvolnění	43
3.5.2.	Výpočet statické určitosti	44
3.5.3.	Částečné uvolnění a deformační podmínky	44
3.5.4.	Výpočet tíhových sil v jednotlivých styčnicích	45
3.5.5.	Soustava rovnic	45
3.5.6.	Řešení soustavy rovnic	46
3.5.7.	Maximální napětí v prutech	47
3.5.8.	Stanovení sil F_3 pro různé nepřesnosti	48
4.	Závěr	49

1. Úvod

Bakalářská práce se dělí na dvě základní části- teoretickou a výpočetní. Výpočetní část se zabývá určením maximálního zatížení prutové konstrukce.

Konstrukce je zatěžována několika způsoby a uvažuje zatížení konstrukce její vlastní váhou. Maximální únosnost je ovlivněna mezními stavy, ke kterým může u prutů dojít, proto je celý výpočet proveden se zadanými bezpečnostmi. Dále je zde proveden výpočet únosnosti konstrukce při zatížení břemenem, které se může pohybovat mezi zadanými body.

Poslední část se věnuje vlivu výrobních nepřesností v délce prutů. Řeší jejich vliv na celkovou únosnost konstrukce při zatížení v daném bodě.

2. Teoretická část

2.1. Vymezení pružnosti a pevnosti

Pružnost a pevnost je vědní disciplína, která se vyvíjí již několik století a díky tomu je oblast jejího studia velmi rozsáhlá. Pružnost a pevnost je jedna ze základních disciplín oboru mechaniky těles. V současnosti je její hlavní náplní řešení deformačně napěťové analýzy těles a současně nauka o mezních stavech. Pro dobré zvládnutí pružnosti a pevnosti jsou nezbytné znalosti hlavně z těchto předmětů: matematika, statika, fyzika, dynamika, nebo nauka o materiálech.

Základní úlohou PP, je popis a analýza deformace tělesa v závislosti na jeho vnitřním a vnějším zatížení. Při této analýze se musí brát v potaz vznik mezních stavů a snažit se dosahovat maximálně funkčních a spolehlivých součástí.

2.2. Prut

Hlavním úkolem pružnosti a pevnosti je řešení napjatosti a deformací v tělesech. Ovšem většina těles je komplikovaných tvarů a je nemožné je řešit bez použití výpočetní techniky. Některá tělesa je možné počítat jednoduše a tím nejjednodušším je prut.

Prut v pružnosti pevnosti je teoretickým modelem reálného tělesa z hlediska napjatosti a deformace a je modelem nejjednoduššího typu. [1]

2.2.1. Prutové předpoklady

a) geometrické předpoklady

- 1) prut je určen křivkou γ , která se nazývá střednice a v každém jejím bodě příčným průřezem Ψ . V jejich průsečíku se nachází geometrické těžiště T průřezu.
- 2) Střednice Ψ je spojitá a hladká křivka konečné délky.
- 3) Příčný průřez je spojitá jedno, nebo vícenásobně spojitá oblast, ohraničená obrysem.
- 4) délka střednice je řádově minimálně stejně velká jako největší rozměr příčného průřezu.

b) vazbové a zatěžovací předpoklady

- 1) vazby omezují jen posuvy a úhly natočení střednice
- 2) zatížení je soustředěno na střednici

c) deformační předpoklady

- 1) střednice prutu zůstává v procesu deformace spojitá a hladká
- 2) příčné průřezy zůstávají v průběhu deformace zase příčnými průřezy. Podle charakteru zatěžování se:
 - vzájemně oddalují a deformují- tah
 - vzájemně přibližují a deformují- tlak
 - natáčeji kolem osy ležící v Ψ a deforují- ohyb
 - natáčeji se kolem osy kolmé k Ψ a nedeformují- krut
 - posouvají se bez deformace- smyk

d) napjatostní předpoklady

- 1) napjatost v prutu je určena normálovým a smykovým napětím v příčném průřezu

[1]

2.3. Prutové soustavy

Prutová soustava je modelové těleso, které je sestaveno z prutů a styčnicků. Vnitřní vazby v tělese jsou modelovány jako rotační vazby. Ve skutečnosti jsou ale nahrazeny jiným typem spojení, nejčastěji jsou to svarové, nýtové, nebo šroubové spoje. Nejčastěji používaná prutová konstrukce je příhradová konstrukce. Je poskládána z prutů, které se stýkají ve styčnicích a tvoří trojúhelníky. Hlavní využití je ve stavebnictví jako střešní konstrukce, vysílače, rozhledny, nebo konstrukce jeřábů.

Díky modelu, který má vnitřní vazby rotační, jsou pruty namáhány pouze normálovou silou, jedinou složkou VVU prutů je normálová síla. V praxi sice vzniká pevné spojení, ve kterém kromě normálové síly působí i tečná síla a ohybový moment, ale tyto hodnoty jsou zanedbatelné, takže je možné použít kloubové spojení, které zřetelně usnadňuje výpočet. Aby bylo možné nahradit pevné spojení kloubovým spojením, musí být splněny následující podmínky:

- po zatížení je soustava nepohyblivá
- všechny pruty musí být štíhlé a přímé (délka minimálně o řád větší než tloušťka)
- vnější zatížení je umístěno do styčnicků, aby nedocházelo k ohybu

Při návrhu konstrukce se musí pruty kontrolovat k meznímu stavu pružnosti a pruty, které jsou namáhány tlakem se musí kontrolovat k meznímu stavu vzpěrné stability.

2.3.1. Statická určitost prutové soustavy

Pro výpočet je nutné určit, zda je soustava staticky určitá, nebo neurčitá. Od stupně neurčitosti se odvíjí množství použitých deformačních podmínek. Rozlišujeme vnitřní, vnější a celkovou statickou určitost:

a) vnější statická určitost:

-k určení vnějších neznámých stykových sil uvolněného tělesa, pomocí podmínek statické rovnováhy. Počet použitelných podmínek se liší při výpočtu prostorové, nebo rovinné úlohy:

$$v_e = 3 \text{ rovinná úloha}$$

$$v_e = 6 \text{ prostorová úloha}$$

U_e - vyjadřuje počet neznámých parametrů, který je závislý na použití vnějších vazeb.

Nutná podmínka vnější statické určitosti: $v_e = \mu_e$

Stupeň vnější statické určitosti: $S_e = \mu_e - v_e$

b) vnitřní statická určitost:

-pro určení všech vnitřních normálových sil působících na pruty, je nutné mít stejný počet použitelných podmínek:

p - vyjadřuje počet prutů v soustavě

k - vyjadřuje počet styčnicků v soustavě

pro rovinnou úlohu:

$$2k - 3 = p$$

pro prostorovou úlohu:

$$3k - 6 = p$$

Stupeň vnitřní statické určitosti:

$$S_i = p - (2k - 3) \text{ -rovinná úloha}$$

$$S_i = p - (3k - 6) \text{ -prostorová úloha}$$

- c) celková statická určitost:
 -podmínka celkové statické určitosti je splněna v případě, že jsou splněny podmínky vnitřní i vnější statické určitosti. Pokud jedna z nich není splněna, celá úloha je celkově staticky neurčitá

2.2.2. Metody řešení prutových soustav

Prutové soustavy je možno řešit několika způsoby. Je možné řešit je graficky i analyticky, přičemž převažuje analytické řešení.

1) Obecná styčnicková metoda

Z prutové soustavy se vyjmou všechny pruty, které jsou nahrazeny v jeho koncových bodech ve styčnicích dvěma stejně velkými silami. Sestaví se podmínky statické rovnováhy pro každý styčník. Tím se získá soustava rovnic, která se dá řešit různými způsoby podle množství rovnic. Tato metoda je vhodná i pro složité konstrukce.

2) Postupná styčnicková metoda

Tato soustava se řeší podobným způsobem jako obecná styčnicková metoda. Postupně se sestavují podmínky statické rovnováhy pro styčníky, které se hned řeší. Osově síly známe hned, ale postup řešení není libovolný. Je nutné začínat od styčníku, ke kterému se v rovinné úloze sbíhají dva pruty, nebo v prostorové úloze tři pruty. Metoda je vhodná spíše pro jednoduché konstrukce.

2.4. Namáhání prostým tahem a tlakem

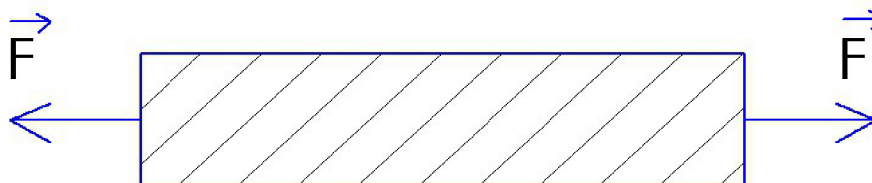
Namáhání prostým tahem a tlakem je nejjednodušší způsob zatížení tělesa.

Prostý tah (tlak) je označení pro namáhání přímého prizmatického prutu, jestliže na dané rozlišovací úrovni:

- jsou splněny prutové předpoklady,
- příčné průřezy se oddalují (přibližují) a následně deformují,
- jedinou složkou $VV\dot{U}$ je normálová síla,
- pro řešení statické rovnováhy se prvek prutu uvolňuje ve výchozím nedeformovaném stavu.

[1]

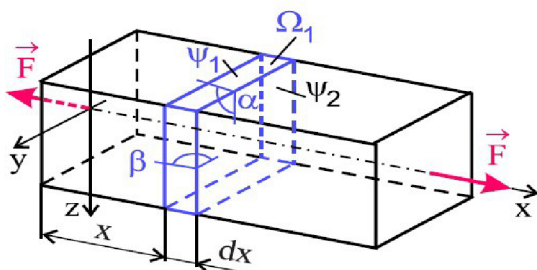
Normálová síla N je orientována ve směru vnější normály při tahu a při tlaku naopak.



Obr.2.1 zatížení tahem

2.4.1. Geometrické vztahy

Vyjadřují vztahy mezi posuvy a přetvořeními. Délková a úhlová přetvoření jsou v závislosti na typu pohybu příčných průřezů při zatížení. Na uvolněném jednonásobně elementárním prvku prutu Ω_1 se při zatížení tahem (tlakem) průřezy Ψ_1 a Ψ_2 , které jsou od sebe vzdáleny o dx , oddálí (přiblíží) o deformační posuv du , který má stejnou velikost pro všechny body řezu Ψ . Zároveň pravé úhly α a β zůstávají pravé.



Obr.2.2 deformace

Uvedeným deformacím odpovídají následující vztahy:

-pro délkové přetvoření prutu ve směru střednice:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}$$

-pro délková přetvoření v příčných směrech:

-jsou funkčně závislá na délkovém přetvoření ve směru střednice

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu\varepsilon_x$$

-pro úhlová přetvoření:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = 0$$

V prutu vzniká trojosý stav deformace, který formuluje tenzor přetvoření

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

2.4.2. Rozložení napětí v příčném průřezu

Pokud je materiál lineárně pružný a homogenní (hookovský materiál), platí pro něj lineární závislost:

$$\sigma_x(y, z) = E\varepsilon_x(y, z) \quad (\text{Hookův zákon})$$

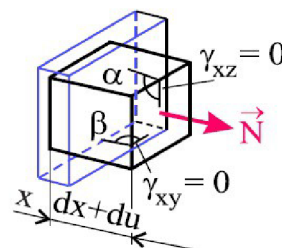
E-Youngův modul pružnosti v tahu

Protože je $\varepsilon_x(y, z)$ v celém řezu konstantní, musí být i σ_x konstantní (rovnoměrně v Ψ). Dále z prutových předpokladů vyplývá: $\sigma_y = \sigma_z = 0$

Pro výpočet smykového napětí je dán vztah:

$$\tau_{ij} = \frac{E}{2(1 + \mu)} \gamma_{ij} = G\gamma_{ij}$$

kde G je konstanta (modul pružnosti ve smyku), závislá na E a μ (platí pro izotropní materiál).



obr.2.3 deformace

Vzhledem k tomu, že řezy jsou stále kolmé ke střednici $\gamma_{xy}=\gamma_{xz}=0$ smykové napětí $\tau_{xz}=0$. Díky prutovým předpokladům plyne $\tau_{yz}=0$

Tenzor napětí se запиše následovně:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- vzniká jednoosá napjatost

2.4.3. Extrémní napětí

Při posuzování bezpečnosti konstrukce je třeba najít místo s extrémním napětím. Jak bylo výše odvozeno, při zatěžování prostým tahem, nebo tlakem, je ve všech místech průřezu stejné napětí, extrémní napětí. Každé místo průřezu je stejně nebezpečné. Extrémní napětí je vyjádřeno vztahem:

$$\sigma_{ex} = \frac{N}{S}$$

2.4.4. Energie napjatosti

Při uvažování lineární pružnosti se celá deformační práce projeví zvýšením energie napjatosti v tělese $A=\Delta W$. Žádná práce není vynaložena na trvalou deformaci.

Na trojnásobně elementární prvek Ω_3 působí vnitřní elementární síla σdS . Změnu délky dx tohoto prvku označíme du . Deformační práce vnitřní elementární síly (uvažujeme lineárně pružné těleso) $A\sigma dS = 0,5(\sigma dS)du$. Po dosazení za $du = \epsilon dx$ a $\epsilon = \sigma/E$ dostaneme vztah pro energii napjatosti uvažovaného elementárního prvku ve tvaru

[2]

$$W_{\Omega_3} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} dS dx$$

Měrná energie napjatosti, nebo také nazývaná hustota energie napjatosti

$$\Lambda = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E}$$

Uvedené vztahy jsou platné pro jednoosou napjatost, která je určena napětím σ nezávisle na typu namáhání prutu.

Pro jednonásobně elementární prvek Ω_1 je neregie napjatosti pro prostý tah

$$W_{\Omega_1} = \iint_{\Psi} \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} dx dS = \frac{N^2}{2ES} dx$$

Akumulovaná energie napjatosti v prutu o délce l určíme z

$$W_l = \int_0^l \frac{N^2}{2ES} dx$$

2.4.5. Deformační charakteristika střednice

Pro prostý tah a tlak je základní deformační charakteristika posuv bodu střednice v jejím směru. Pro přetvoření střednice platí $\varepsilon_x = du/dx$. Při splnění prutových předpokladů střednice zůstává spojitá, takže i posuv $u(x)$ spojitá funkce. Posuv bodu střednice x_R je dán vztahem

$$u(x_R) = \int_{x_m}^{x_R} \frac{N(x)}{ES} dx$$

x_m -souřadnice bodu střednice s nulovým posuvem – vazba k základnímu tělesu.

Modul pružnosti E musí být v příčném průřezu stejný, po délce střednice může být různý.

Tuhost příčného průřezu v tahu je součin plochy průřezu s modulem pružnosti- ES

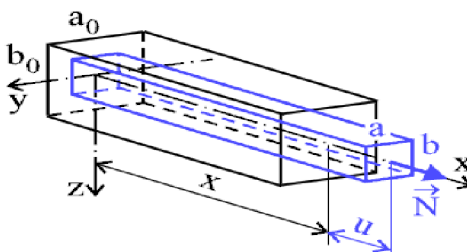
2.4.6. Deformace příčného průřezu

Při namáhání prutu prostým tahem, nebo tlakem nedochází pouze ke změně délky prutu, ale dochází také ke změně příčného průřezu.

Poměr příčného přetvoření ε_y (ε_z) k podélnému přetvoření ε_x je udán Poissonovým poměrem μ .

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu\varepsilon_x$$

Tvar příčného přetvoření se po deformaci nemění, protože přetvoření v obou příčných směrech jsou stejná.



obr.2.4 deformace příčného průřezu

2.5. Castiglianova věta

Působí-li na lineárně pružné těleso (soustavu) silová soustava, pak posuv u_j působitě síly F_j po její nositelce je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa (soustavy) podle této síly $u_j = dW/dF_j$

Úhel natočení φ_j přímky spojené s působitěm silové dvojice M_j v rovině jejího působení je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa (soustavy) podle této dvojice $\varphi_j = dW/dM_j$.

[2]

Pro lineární pružnost je Castiglianova věta nejdůležitější větou. Díky ní je možno počítat deformační charakteristiky těles, nebo soustav, pokud se dá matematicky formulovat vztah pro jejich energii napjatosti. Do celkové energie napjatosti se musí zahrnovat tělesa, jejichž deformace není zanedbatelná.

Určení směru posuvů a natočení je vždy závislé na orientaci zatěžujícího momentu (silové dvojice), nebo síly. Platí, že kladné posunutí je to, které je stejně orientované jako zatěžující síla. Kladné natočení je to, které má stejný smysl jako působení silové dvojice.

2.6. Mezní stavy

Při zatěžování jakéhokoliv tělesa musíme rozeznávat 2 stavy:

-běžné stavy: *stavy, kdy na těleso působí síly, toto se deformuje a někdy i zjistitelně porušuje, ale bez omezení funkce*

[1]

-mezní stavy: při dosažení mezního stavu těleso ztrácí schopnost vykonávat správně, nebo bezpečně svoji funkci a to může být z několika možných důvodů.

Při návrhu jakékoliv součásti je snaha ji navrhovat tak, aby po celou svoji životnost splňovala požadavky a nedostala se do jakéhokoliv mezního stavu, např. deformace, pružnosti, nebo porušení.

Při vývoji součástí se pracuje s koeficientem bezpečnosti, který udává bezpečnost k vzniku mezního stavu

Koeficient bezpečnosti není jednotný pro návrh všech součástí, ale liší se podle odvětví a vyjadřuje bezpečnost součástí, nebo celé soustavy. Například v leteckém průmyslu, který je velmi citlivý na jakýkoliv problém a důsledky bývají velmi často katastrofické, se musí pracovat s velkou bezpečností, kdežto třeba porucha v zemědělství není ohrožující většinou na životě a výměna vadné součásti není problém, takže je možné si dovolit počítat s nižšími bezpečnostmi. Koeficienty pro různá odvětví jsou uvedeny v příslušných normách.

2.6.1. Určení koeficientu bezpečnosti

-u dané soustavy, nebo součásti je dána hodnota mezního stavu, která může být vyjádřena např. ve formě napětí, síly, nebo deformace- A

- výpočtem, nebo zkouškou je určena hodnota skutečné deformace, síly, nebo napětí v součásti- A_n

- bezpečnost se určí:

$$k = A/A_n$$

- mohou nastat 2 stavy:

$k \leq k_d$ - soustava, nebo součást nevyhovuje

$k > k_d$ - soustava, nebo součást vyhovuje

- k_d určuje dovolenou minimální bezpečnost z příslušných norem

Mezních stavů je několik typů a dělíme je na

a) mezní stavy sousvisející s deformací tělesa:

- deformace

- pružnosti

- deformační stability (mezní stav vzpěrné stability)

b) mezní stavy související s porušováním tělesa:

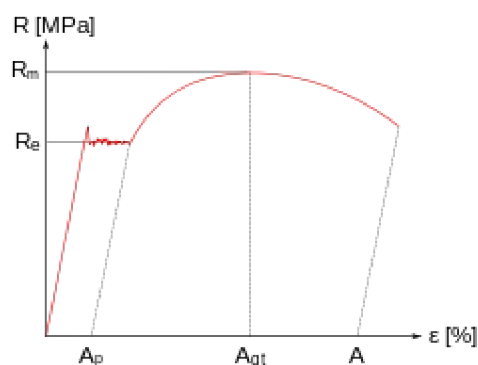
- porušení
- stability trhlin
- trhlin
- lomu

Výpočet zadané příhradové konstrukce bude proveden vůči dvěma mezním stavům, které mohou nastat při užití prosté pružnosti a pevnosti:

- mezního stavu pružnosti
- mezního stavu vzpěrné stability

2.6.2. Mezní stav pružnosti

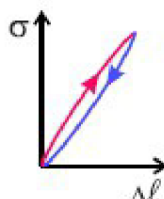
Pro určení mezního stavu pružnosti je nutné mít znalosti z oblasti materiálových věd. Mez pružnosti je materiálová charakteristika nazývaná- mez kluzu $R_e = \sigma_k$ [Mpa] a zjišťuje se při tahové zkoušce. Po jejím dosažení vznikají plastické deformace. Bezpečnost vůči MSP je stanovena dle: $k = \sigma_k / \sigma$.



Obr.2.5 tahový diagram

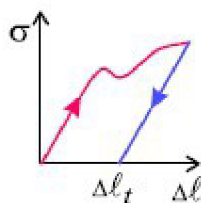
Zatěžovací cyklus se uskutečňuje zatížením tělesa z nezatíženého stavu a poté odlehčením. Po provedení cyklu se mohou pozorovat 2 možné stavy:

a) na tělese není možné běžnými prostředky postřehnout žádné deformace, což znamená, že deformace tělesa proběhla pružně a nebyla překročena mez kluzu materiálu.



obr. 2.6 pružný zátěžný cyklus

b) na tělese je možné běžnými prostředky postřehnout deformační změny i po odlehčení. Byla překročena mez kluzu materiálu a došlo vedle pružné deformace i k nepružné deformaci.



obr. 2.7 zátěžný cyklus nad mez kluzu

2.6.3. Mezní stav vzpěrné stability prutů

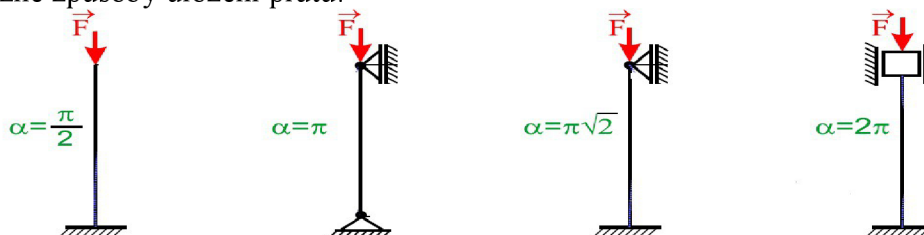
Při zatěžování dlouhého štíhlého prutu prostým tlakem a překročení jistého stavu je možné pozorovat, že se mění charakter deformace. Nedochozí pouze k přibližování příčných průřezů, ale prut se začíná prohýbat. Ohyb se stává dominantní deformací. Rozhraní přechodu mezi prostým tlakem a ohybem se nazývá mezní stav vzpěrné stability prutů. Síla, která působí na prut v tomto okamžiku se nazývá Eulerova kritická síla.

Mezní stav vzpěrné stability je stav, ve kterém se mění charakter podstatné deformace. [2]

Výpočet vzpěrné síly je závislý na těchto faktorech:

- způsob uložení prutu α
- materiálová charakteristika E
- délka prutu l
- minimální hlavní kvadratický moment J_{min}

Možné způsoby uložení prutu:



obr. 2.8 uložení prutů

Výpočet kritické vzpěrné síly podle Eulera je dán vztahem:

$$F_{kr} = \frac{\alpha^2 \times E \times J_{min}}{l^2}$$

Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability:

$$k = F_{krit}/F$$

Tento výpočet je platný pouze za předpokladu lineárně pružného a nekonečně pevného

materiálu. Ve skutečnosti může mezní stav pružnosti, nebo mezní stav křehké pevnosti nastat dříve než mezní stav vzpěrné stability. Proto je důležité spočítat, který z těchto stavů nastane jako první.

Kritická štíhlost prutu:

$$\lambda_k = \alpha \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}}$$

Štíhlost prutu:

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J_{min}}{S}}}$$

Určení mezního stavu:

- $\lambda < \lambda_k$ - aktuálním mezním stavem je mez pružnosti
- $\lambda \geq \lambda_k$ - aktuálním mezním stavem je mezní stav vzpěrné stability

3. Výpočet únosnosti příhradové konstrukce

3.1 Charakteristika zadání

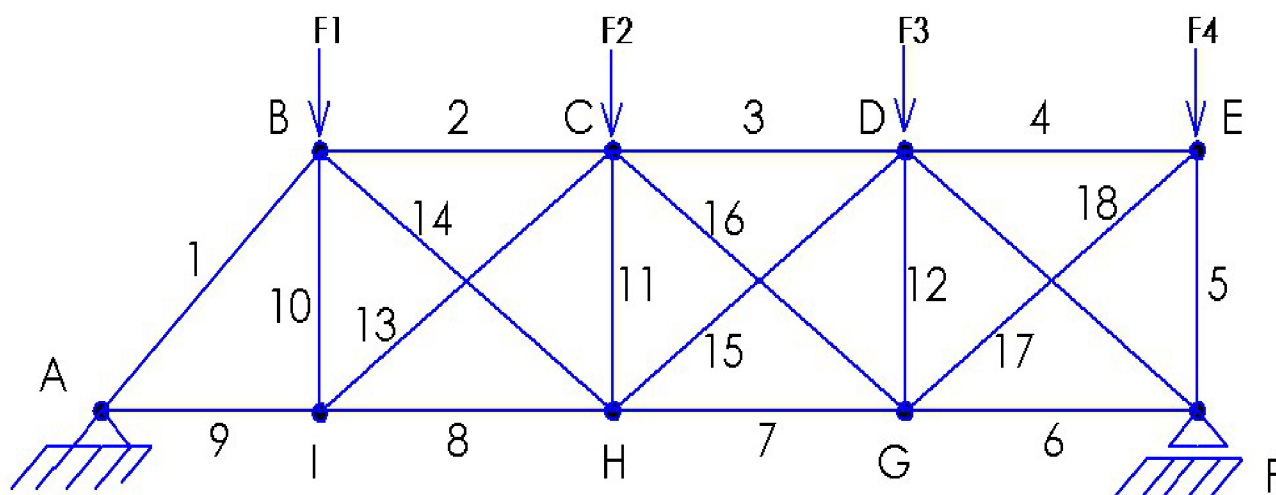
Cílem zadání je stanovit maximální možné zatížení konstrukce mostového jeřábu

pro různé konfigurace zatížení a možné výrobní nepřesnosti daných prutů. Jedná se o příhradovou konstrukci s celkovou délkou 7,5 metru a výškou 1,5 metru, která je na levé straně uchycena rotační vazbou a na straně pravé obecnou vazbou. Konstrukce je sestavena z dvou různých profilů. Pro horní a spodní pruty je použit profil T, pro všechny ostatní pruty je použit profil dvojitého L.

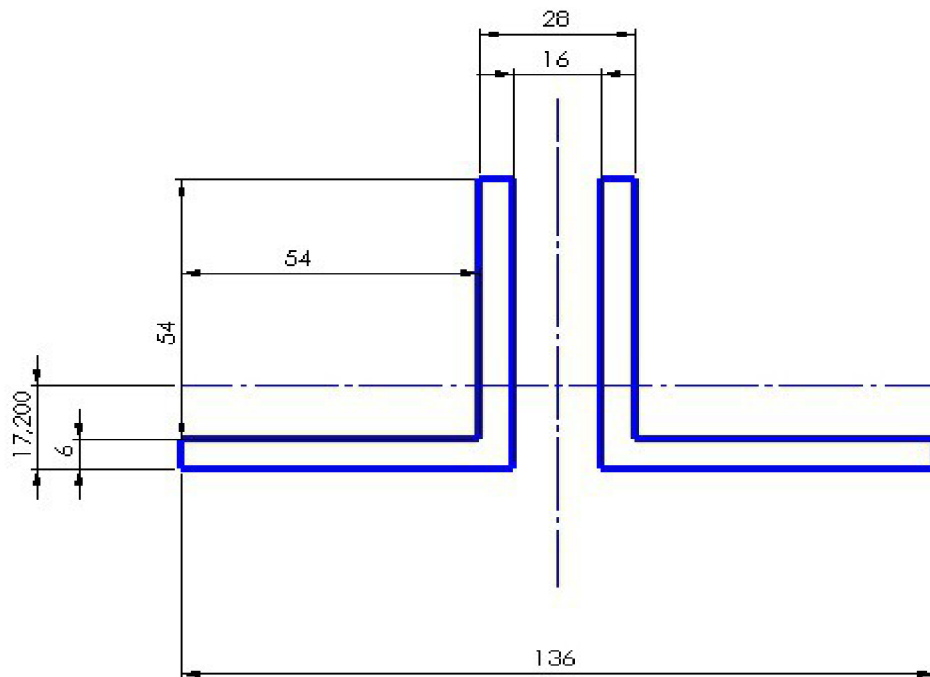
Výpočtová část je rozdělena na 3 části:

- 1) stanovení napětí v prutech při zatížení vlastní tíhou konstrukce
- 2) stanovení maximálního zatížení v jednotlivých uzlech B, C, D, E při dodržení stanovené bezpečnosti
- 3) stanovení polohy a maximální tíhy pohybujícího se tělesa, které se pohybuje mezi styčníky B a E
- 4) posouzení vlivu výrobních nepřesností v daných prutech na maximální únosnost konstrukce

Ve skutečnosti je příhradová konstrukce svařená a ve styčnicích se přenáší moment. Jako výpočtový model je použita prutová konstrukce, kde jsou vnitřní vazby realizovány rotačními vazbami, takže dochází u prutů k zatěžování prostým tahem, nebo tlakem. Pruty, které jsou namáhány tlakem je nutné zkontrolovat k meznímu stavu vzpěrné stability. Na obr. 3.1. je výpočtový model zadané konstrukce.



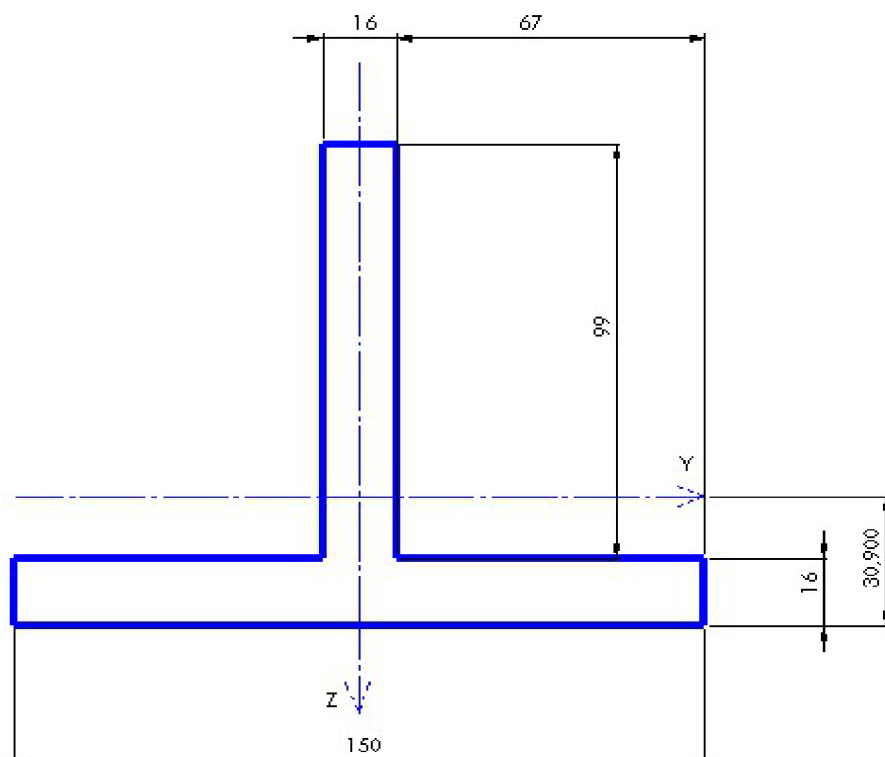
obr. 3.1



Tvar průřezu u prutů č. 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 je zdvojený L profil, který je zobrazen na obr. 3.2. Uvedené rozměry jsou v milimetrech.

obr. 3.2

Ostatní pruty s označením 1, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 a 18 jsou tvořeny profilem T, **obr. 3.3**



obr. 3.3

V následující tabulce jsou uvedeny délkové rozměry jednotlivých prutů:

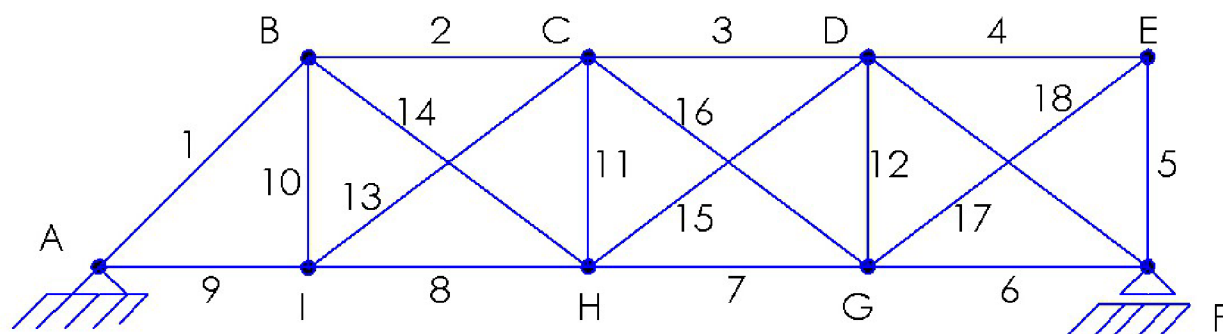
Prut č.	Délka [m]
1	2,121
2	2
3	2
4	2
5	1,5
6	2
7	2
8	2
9	1,5
10	1,5
11	1,5
12	1,5
13	2,5
14	2,5
15	2,5
16	2,5
17	2,5
18	2,5

Materiál k výrobě konstrukce je ocel ČSN II 373 o daných materiálových charakteristikách:

- mez pevnosti v tahu: $R_m = 370 \text{ Mpa}$
- mez kluzu: $R_e = 200 \text{ Mpa}$
- modul pružnosti v tahu: $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

3.2. Stanovení napětí v prutech při zatížení vlastní vahou konstrukce

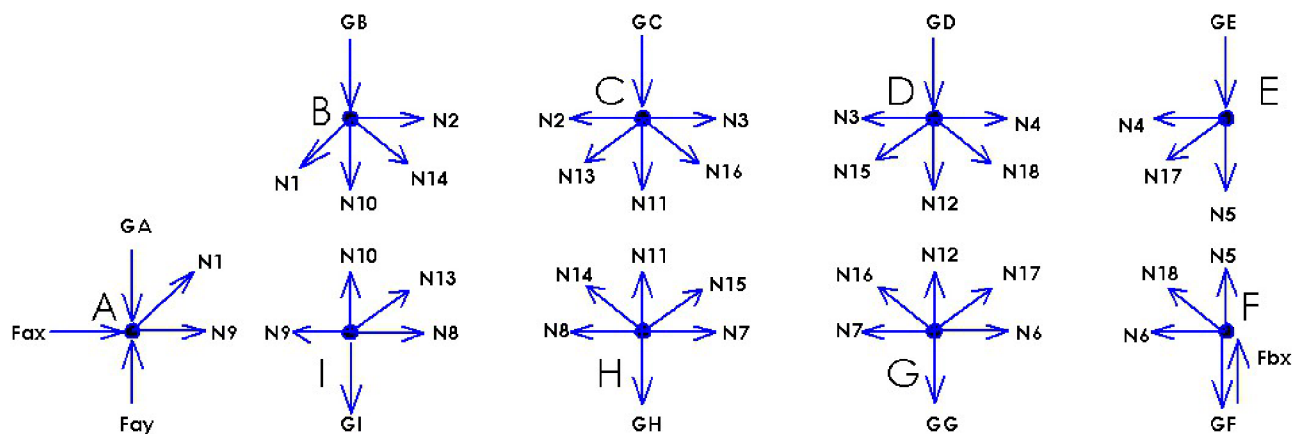
V tomto případě je zatížení konstrukce realizováno pouze vlastní tíhou jednotlivých prutů. Aby bylo možné použít výpočtový model, musí být splněny prutové předpoklady a působíště tíhových sil jsou pouze ve styčnicích.



Obr. 3.4 Provedení I

3.2.1. Uvolnění

Při uvolnění jsou všechny pruty nahrazeny osovými silami, rotační vazba ve styčnicku A je nahrazena silami F_{Ax} F_{Ay} , obecná vazba ve styčnicku B silou F_B . V každém styčnicku působí tíhová síla od příslušných prutů.



Obr. 3.5 uvolnění

3.2.2. Výpočet statické určitosti

a) vnější statická určitost:

počet neznámých pro vnější vazby A a B:

$$\mu_e = 3$$

počet použitelných podmínek vnější statické rovnováhy:

$$\nu_e = 3 \text{ (rovinná úloha)}$$

stupeň vnější statické určitosti:

$$S_e = \mu_e - \nu_e = 3 - 3 = 0$$

nutná podmínka statické rovnováhy:

$$\mu_e = \nu_e$$

Podmínka vnějškové statické určitosti je splněna.

b) vnitřní statická určitost:

počet prutů:

$$p = \mu_i = 18$$

počet styčnicků:

$$k = 9$$

počet použitelných podmínek vnitřní statické rovnováhy:

$$\nu_i = 2 * k - 3 = 2 * 9 - 3 = 15$$

stupeň vnitřní statické určitosti:

$$S_i = \mu_i - \nu_i = 18 - 15 = 3$$

nutná podmínka vnitřní statické určitosti:

$$p = \nu_i \quad 18 \neq 15$$

Úloha je 3 krát vnitřně staticky neurčitá.

3.2.3. Částečné uvolnění a deformační podmínky

Vzhledem k tomu, že je úloha 3 krát vnitřně staticky neučítá, musí se použít 3 deformační podmínky. Deformační podmínky budou definovány pro pruty č.: 13, 15 a 17. V každém z těchto prutů se provede myšlený řez, který jej rozdělí na dvě části. Díky principu akce a reakce je síla působící v obou částech rozděleného prutu stejná- N_{13} , N_{15} , N_{17} . Posuvy obou částí prutů musí být v místě řezu také stejné. Deformační podmínky jsou dány pomocí Maxwell Mohrovy varianty Castiglianovy věty:

$$u_1 = \frac{\partial W}{\partial N_{13}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{13}} = 0$$

$$u_2 = \frac{\partial W}{\partial N_{15}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{15}} = 0$$

$$u_3 = \frac{\partial W}{\partial N_{17}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{17}} = 0$$

3.2.4. Vyjádření tíhových sil v jednotlivých styčnicích

tíhové zrychlení:

$$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

hmotnost profilu dvojité L:

$$mL = 10,74 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$$

hmotnost profilu T:

$$mT = 31,27 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$$

Styčnick A:

$$G_A = 0,5 \times g \times (l_1 \times mL + l_9 \times mT)$$

Styčnick B:

$$G_B = 0,5 \times g \times (l_1 \times mL + l_2 \times mT + l_{14} \times mL + l_{10} \times mL)$$

Styčnick C:

$$G_C = 0,5 \times g \times (l_2 \times mT + l_3 \times mT + l_{11} \times mL + l_{13} \times mL + l_{16} \times mL)$$

Styčnick D:

$$G_D = 0,5 \times g \times (l_3 \times mT + l_4 \times mT + l_{12} \times mL + l_{15} \times mL + l_{18} \times mL)$$

Styčnick E:

$$G_E = 0,5 \times g \times (l_4 \times mT + l_5 \times mL + l_{17} \times mL)$$

Styčnick F:

$$G_F = 0,5 \times g \times (l_5 \times mL + l_6 \times mT + l_{18} \times mL)$$

Styčnick G:

$$G_G = 0,5 \times g \times (l_6 \times mT + l_7 \times mT + l_{12} \times mL + l_{16} \times mL + l_{17} \times mL)$$

Styčnick H:

$$G_H = 0,5 \times g \times (l_7 \times mT + l_8 \times mT + l_{11} \times mL + l_{14} \times mL + l_{15} \times mL)$$

Styčnick I:

$$G_I = 0,5 \times g \times (l_8 \times mT + l_9 \times mT + l_{10} \times mL + l_{13} \times mL)$$

3.2.5. Soustava rovnic

Rovnice jsou sestaveny podle obecné styčnickové metody. Pro každý styčnick je formulována suma sil v osách x a y .

Styčnick A:

$$\sum F_x = 0 \quad N_9 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 + F_{Ax} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - F_{Ay} - G_A = 0$$

Styčnick B:

$$\sum F_x = 0 \quad N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - N_{10} - \sin 36,87^\circ \times N_{14} = 0$$

Styčnick C:

$$\sum F_x = 0 \quad N_3 - N_2 - \cos 36,87^\circ \times N_{13} + \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -N_{11} - G_C - \sin 36,87^\circ \times N_{16} - \sin 36,87^\circ \times N_{13} = 0$$

Styčnick D:

$$\sum F_x = 0 \quad N_4 - N_3 + \cos 36,87^\circ \times N_{18} - \cos 36,87^\circ \times N_{15} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -N_{12} - G_D - \sin 36,87^\circ \times N_{18} - \sin 36,87^\circ \times N_{15} = 0$$

Styčnick E:

$$\sum F_x = 0 \quad -N_4 - \cos 36,87^\circ \times N_{17} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -N_5 - G_E - \sin 36,87^\circ \times N_{17} = 0$$

Styčnick F:

$$\sum F_x = 0 \quad -N_6 - \cos 36,87^\circ \times N_{18} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad N_5 - G_F - F_B - \sin 36,87^\circ \times N_{18} = 0$$

Styčnick G:

$$\sum F_x = 0 \quad N_6 + \cos 36,87^\circ \times N_{17} - \cos 36,87^\circ \times N_{16} - N_7 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad N_{12} - G_G + \sin 36,87^\circ \times N_{17} + \sin 36,87^\circ \times N_{16} = 0$$

Styčnick H:

$$\sum F_x = 0 \quad N_7 - N_8 + \cos 36,87^\circ \times N_{15} - \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad N_{11} - G_H + \sin 36,87^\circ \times N_{15} + \sin 36,87^\circ \times N_{14} = 0$$

Styčnick I:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_8 - N_9 + \cos 36,87^\circ \times N_{13} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_{10} - G_I + \sin 36,87^\circ \times N_{13} = 0\end{aligned}$$

3.2.6. Řešení soustavy rovnic

Pro řešení uvedené soustavy lineárních rovnic je použit vypočetní program Maple 13. Výpočty jsou uvedeny v příloze, uvedené rovnice jsou označeny $r1$ až $r18$. Řešení této soustavy se zapíše jako:

$$[K] * [n] = [p]$$

K - čtvercová matice koeficientů, která násobí neznámé

n - vektor neznámých parametrů

p - vektor pravých stran

Po vyřešení soustavy rovnic, jsou všechny síly N_1 až N_{18} vyjádřeny v závislosti na silách N_{13} , N_{15} a N_{17} . Jako další krok se provede derivace těchto sil postupně podle N_{13} , N_{15} a N_{17} .

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{13}}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{15}}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{17}}$$

Dalším krokem je dosazení těchto zderivovaných sil do deformačních podmínek:

$$u1 = \frac{\partial W}{\partial N_{13}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{13}} = 0$$

$$u2 = \frac{\partial W}{\partial N_{15}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{15}} = 0$$

$$u3 = \frac{\partial W}{\partial N_{17}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{17}} = 0$$

Prut č.:	Osová síla [N]
1	-3739
2	-3598
3	-3883
4	-1569
5	-1698
6	1871
7	3879
8	3368
9	2643
10	1295
11	-88
12	11
13	-905
14	1193
15	553
16	-548
17	1962
18	-2340

Pro stanovení velikosti všech sil je nutné vyřešit soustavu tří rovnic o třech neznámých. Jedná se o rovnice deformačních podmínek a tři neznámých sil N_{13} , N_{15} a N_{17} . Zpětným dosazením těchto vypočtených sil do ostatních sil, jsou určeny všechny osově síly v prutech. Tyto síly jsou zobrazeny v následující tabulce:

3.2.7. Vyjádření napětí v prutech

Napětí v prutech je vypočítáno dle vztahu:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{S_i}$$

Pruty s profilem průřezu T mají plochu:

$$S_T = 3984 \text{ mm}^2$$

Pruty s průřezem dvojité L mají plochu:

$$S_L = 1368 \text{ mm}^2$$

Prut č.:	Napětí [Mpa]
1	-2,733
2	-0,903
3	-0,975
4	-0,394
5	-1,241
6	0,47
7	0,974
8	0,845
9	0,664
10	0,947
11	-0,064
12	0,082
13	-0,662
14	0,872
15	0,405
16	-0,401
17	1,434
18	-0,711

3.3. Provedení II.

V provedení II. je soustava zatížena vlastní vahou a zároveň silou F1, F2, F3, nebo F4. Každá z těchto sil působí samostatně. F1 má působiště ve styčnicku B, F2 ve styčnicku C, F3 ve styčnicku D a síla F4 ve styčnicku E. Cílem je stanovit maximální velikosti těchto sil při dodržení bezpečnosti k meznímu stavu pružnosti a meznímu stavu vzpěrné stability.

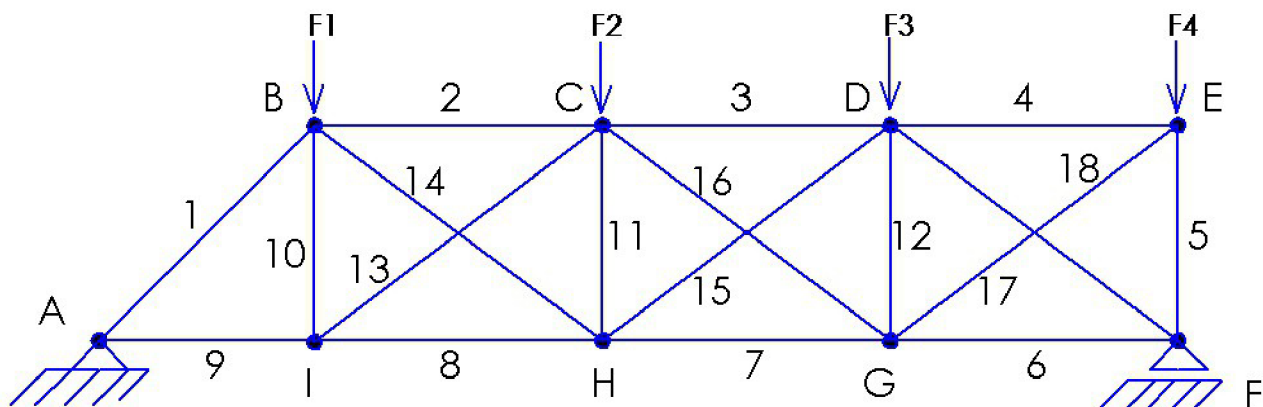
Zadané bezpečnosti:

- bezpečnost k meznímu stavu pružnosti:

$$k_{MSP}=4$$

- bezpečnost k meznímu stavu vzpěrné stability:

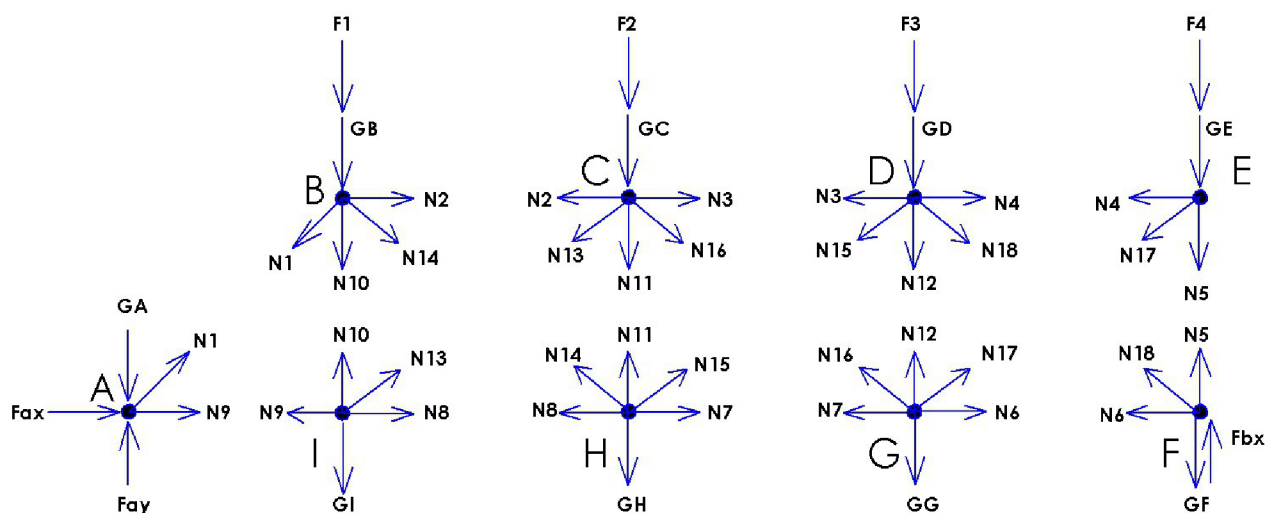
$$k_{MSV}=5$$



obr. 3.6 provedení II

3.3.1. Uvolnění

Při uvolnění jsou všechny pruty nahrazeny osovými silami, rotační vazba ve styčnicku A je nahrazena silami F_{Ax} F_{Ay} , obecná vazba ve styčnicku B silou F_B . V každém styčnicku působí tíhová síla od příslušných prutů. Uvolněná soustava je na obr. 3.7.



obr. 3.7

3.3.2. Výpočet statické určitosti

a) vnější statická určitost:

počet neznámých pro vnější vazby A a B:

$$\mu_e = 3$$

počet použitelných podmínek vnější statické rovnováhy:

$$\nu_e = 3 \text{ (rovinná úloha)}$$

stupeň vnější statické určitosti:

$$S_e = \mu_e - \nu_e = 3 - 3 = 0$$

nutná podmínka statické rovnováhy:

$$\mu_e = \nu_e$$

Podmínka vnějškové statické určitosti je splněna.

b) vnitřní statická určitost:

počet prutů:

$$p = \mu_i = 18$$

počet styčniců:

$$k = 9$$

počet použitelných podmínek vnitřní statické rovnováhy:

$$v_i = 2 \cdot k - 3 = 2 \cdot 9 - 3 = 15$$

stupeň vnitřní statické určitosti:

$$S_i = \mu_i - v_i = 18 - 15 = 3$$

nutná podmínka vnitřní statické určitosti:

$$p = v_i \quad 18 \neq 15$$

Úloha je 3 krát vnitřně staticky neurčitá.

3.3.3. Částečné uvolnění a deformační podmínky

Vzhledem k tomu, že je úloha 3 krát vnitřně staticky neurčitá, musí se použít 3 deformační podmínky. Deformační podmínky budou definovány pro pruty č.: 13, 15 a 17. V každém z těchto prutů se provede myšlený řez, který jej rozdělí na dvě části. Díky principu akce a reakce je síla působící v obou částech rozděleného prutu stejná- N_{13} , N_{15} , N_{17} . Posuvy obou částí prutů musí být v místě řezu také stejné. Deformační podmínky jsou dány pomocí Maxwell Mohrovy varianty Castiglianovy věty:

$$u_1 = \frac{\partial W}{\partial N_{13}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{13}} = 0$$

$$u_2 = \frac{\partial W}{\partial N_{15}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{15}} = 0$$

$$u_3 = \frac{\partial W}{\partial N_{17}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{17}} = 0$$

3.3.4. Výpočet tíhových sil v jednotlivých styčnicích

Tyto síly jsou stejné jako v provedení I.

Styčnic A:

$$G_A = 0,5 \times g \times (l_1 \times mL + l_9 \times mT)$$

Styčnic B:

$$G_B = 0,5 \times g \times (l_1 \times mL + l_2 \times mT + l_{14} \times mL + l_{10} \times mL)$$

Styčnic C:

$$G_C = 0,5 \times g \times (l_2 \times mT + l_3 \times mT + l_{11} \times mL + l_{13} \times mL + l_{16} \times mL)$$

Styčnick D:

$$G_D = 0,5 \times g \times (l_3 \times mT + l_4 \times mT + l_{12} \times mL + l_{15} \times mL + l_{18} \times mL)$$

Styčnick E:

$$G_E = 0,5 \times g \times (l_4 \times mT + l_5 \times mL + l_{17} \times mL)$$

Styčnick F:

$$G_F = 0,5 \times g \times (l_5 \times mL + l_6 \times mT + l_{18} \times mL)$$

Styčnick G:

$$G_G = 0,5 \times g \times (l_6 \times mT + l_7 \times mT + l_{12} \times mL + l_{16} \times mL + l_{17} \times mL)$$

Styčnick H:

$$G_H = 0,5 \times g \times (l_7 \times mT + l_8 \times mT + l_{11} \times mL + l_{14} \times mL + l_{15} \times mL)$$

Styčnick I:

$$G_I = 0,5 \times g \times (l_8 \times mT + l_9 \times mT + l_{10} \times mL + l_{13} \times mL)$$

3.3.5. Soustava rovnic

Rovnice jsou sestaveny podle obecné styčnickové metody. Pro každý styčnick je formulována suma sil v osách x a y . Soustava rovnic je téměř stejná jako v provedení I. Navíc jsou zde síly F_1 , F_2 , F_3 a F_4 .

Styčnick A:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad N_9 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 + F_{Ax} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - F_{Ay} - G_A = 0 \end{aligned}$$

Styčnick B:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - N_{10} - \sin 36,87^\circ \times N_{14} - F_1 = 0 \end{aligned}$$

Styčnick C:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad N_3 - N_2 - \cos 36,87^\circ \times N_{13} + \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad -N_{11} - G_C - \sin 36,87^\circ \times N_{16} - \sin 36,87^\circ \times N_{13} - F_2 = 0 \end{aligned}$$

Styčnick D:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad N_4 - N_3 + \cos 36,87^\circ \times N_{18} - \cos 36,87^\circ \times N_{15} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad -N_{12} - G_D - \sin 36,87^\circ \times N_{18} - \sin 36,87^\circ \times N_{15} - F_3 = 0 \end{aligned}$$

Styčnick E:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad -N_4 - \cos 36,87^\circ \times N_{17} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad -N_5 - G_E - \sin 36,87^\circ \times N_{17} - F_4 = 0\end{aligned}$$

Styčnick F:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad -N_6 - \cos 36,87^\circ \times N_{18} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_5 - G_F - F_B - \sin 36,87^\circ \times N_{18} = 0\end{aligned}$$

Styčnick G:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_6 + \cos 36,87^\circ \times N_{17} - \cos 36,87^\circ \times N_{16} - N_7 = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_{12} - G_G + \sin 36,87^\circ \times N_{17} + \sin 36,87^\circ \times N_{16} = 0\end{aligned}$$

Styčnick H:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_7 - N_8 + \cos 36,87^\circ \times N_{15} - \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_{11} - G_H + \sin 36,87^\circ \times N_{15} + \sin 36,87^\circ \times N_{14} = 0\end{aligned}$$

Styčnick I:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_8 - N_9 + \cos 36,87^\circ \times N_{13} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_{10} - G_I + \sin 36,87^\circ \times N_{13} = 0\end{aligned}$$

3.3.6. Řešení soustavy rovnic

Řešení je opět provedeno programem Maple 13 pomocí příkazu *Linear*. Řešením soustavy jsou rovnice osových sil N_1 až N_{18} , které jsou vyjádřeny v závislosti na silách N_{13} , N_{15} , N_{17} a dále na silách F_1 , F_2 , F_3 a F_4 . K vyjádření sil N_1 až N_{18} v závislosti pouze na F_1 , F_2 , F_3 a F_4 se musí dosadit do třech deformačních podmínek a řešit další soustavu tří rovnic. Prvně se provedou příslušné derivace:

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{13}}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{15}}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{17}}$$

Dalším krokem je dosazení těchto zderivovaných sil do deformačních podmínek a vyřešení následující soustavy rovnic

$$u1 = \frac{\partial W}{\partial N_{13}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{13}} = 0$$

$$u2 = \frac{\partial W}{\partial N_{15}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{15}} = 0$$

$$u_3 = \frac{\partial W}{\partial N_{17}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{17}} = 0$$

Osové síly vyjádřené v závislosti na F_1, F_2, F_3 a F_4 .. Síla $F_5=1$, je to pouze koeficient pro sílu vyvolanou vlastní vahou konstrukce. Screenshot z prostředí Maple, obr.3.8

N_1

$$-0.3770452105 F_3 - 3739.040317 F_5 - 0.7540904210 F_2 - 1.131135631 F_1$$

N_2

$$-0.4576679804 F_3 - 3598.078968 F_5 - 0.8713547164 F_2 - 0.6581190360 F_1 + 0.0003291151406 F_4$$

N_3

$$-0.7611262016 F_3 - 3883.834951 F_5 - 0.8930298248 F_2 - 0.4009694232 F_1 - 0.005258553440 F_4$$

N_4

$$-1569.281753 F_5 - 0.1248965856 F_1 - 0.2938816754 F_2 - 0.4185564060 F_3 + 0.08369128018 F_4$$

N_5

$$-0.9371662766 F_4 - 1698.319775 F_5 - 0.09376983470 F_1 - 0.2206404282 F_2 - 0.3142436987 F_3$$

N_6

$$0.5582796324 F_3 + 1871.639850 F_5 + 0.1417146396 F_1 + 0.3278419565 F_2 + 0.08369128020 F_4$$

N_7

$$0.8374334692 F_3 + 3879.308510 F_5 + 0.9721410708 F_2 + 0.3988642524 F_1 - 0.005258553440 F_4$$

N_8

$$0.4306668766 F_3 + 3368.043653 F_5 + 0.9053149973 F_2 + 0.6749370896 F_1 + 0.0003291151406 F_4$$

N_9

$$0.2666112251 F_3 + 2643.900763 F_5 + 0.5332224502 F_2 + 0.7998336754 F_1$$

N_{10}

$$1295.080768 F_5 - 0.09376983470 F_1 + 0.2793595717 F_2 + 0.1231696708 F_3 + 0.0002470930025 F_4$$

N_{11}

$$-88.05211472 F_5 + 0.005523067892 F_1 - 0.4575540904 F_2 + 0.01850903617 F_3 - 0.003700922748 F_4$$

N_{12}

$$111.8029978 F_5 + 0.005523067826 F_1 + 0.04244590966 F_2 - 0.4189043334 F_3 + 0.05888570766 F_4$$

N_{13}

$$-905.5175402 F_5 + 0.1561791887 F_1 - 0.4652898388 F_2 - 0.2051463492 F_3 - 0.0004115479652 F_4$$

N_{14}

$$0.2389103664 F_3 + 1193.169351 F_5 + 0.4228235924 F_2 - 0.1772096279 F_1 - 0.0004115479652 F_4$$

N_{15}

$$553.8489854 F_5 + 0.1680106326 F_1 + 0.3392597238 F_2 - 0.2697382576 F_3 + 0.006575653020 F_4$$

N_{16}

$$0.1743184582 F_3 - 548.1888176 F_5 - 0.4381858085 F_2 - 0.1653781837 F_1 + 0.006575653021 F_4$$

N_{17}

$$1962.336680 F_5 + 0.1561791887 F_1 + 0.3674896430 F_2 + 0.5233914092 F_3 - 0.1046532712 F_4$$

N_{18}

$$-0.6981108388 F_3 - 2340.425818 F_5 - 0.1772096278 F_1 - 0.4099558892 F_2 - 0.1046532712 F_4$$

obr.3.8

3.3.7. Výpočet maximálního zatížení

Každá ze sil F_1 , F_2 , F_3 a F_4 působí samostatně. Takže například pro určení maximálního zatížení silou F_1 , položíme ostatní síly rovny nule. Pro určení maximálních zatížení ostatními silami se postupuje stejně.

Maximální napětí, které může v prutu působit, je stanoveno bezpečností $k_{MSP}=4$, nebo bezpečností k meznímu stavu vzpěrné stability, podle toho který mezní stav nastane dříve. Z tohoto se určí maximální povolené napětí a dále maximální síly v příslušných prutech.

Únosnost celé konstrukce bude ovlivněna „nejslabším“ členem.

3.3.8. Určení maximálního napětí k meznímu stavu pružnosti

$$\sigma_{max} = \frac{R_g}{k_{MSP}} = \frac{\pm 200}{4} = \pm 50 \text{ MPa}$$

3.3.9. Určení maximálního napětí k meznímu stavu vzpěrné stability

U prutů, které jsou namáhány tlakem je vyžadována kontrola k meznímu stavu vzpěrné stability. V soustavě nejsou všechny pruty stejné, takže každý druh prutu (daný profilem průřezu a délkou) má různou kritickou sílu při níž dojde ke vzpěři. Soustava obsahuje 4 druhy prutů s různou štíhlostí.

Kvadratické momenty průřezu k osám y a z :

Výpočty kvadratických momentů jsou v příloze, zde jsou uvedeny výsledky.

Kvadratické momenty pro profil zdvojené L:

$$J_yL = 466571 \text{ mm}^4$$

$$J_zL = 1336032 \text{ mm}^4$$

Kvadratické momenty pro profil T:

$$J_yT = 4499817 \text{ mm}^4$$

$$J_zT = 4533792 \text{ mm}^4$$

K určení kritické síly se musí použít minimální kvadratický moment, pro profil L je to J_yL a pro profil T je to J_yT .

3.3.10. Určení kritické síly a bezpečnost

Bezpečnost k meznímu stavu vzpěrné stability k_{MSV} se spočítá jako podíl Fkr_i a N_i . Síla N_i se vybere jako největší záporná síla z množiny, pro které je Fkr_i spočítáno.

Díky Eulerovým vztahům je možné určit, který z mezních stavů (pružnosti, vzpěrné stability) nastane dříve. Mezní štíhlost je dána vztahem:

$$\lambda_k = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} = \pi \sqrt{\frac{2,11 \times 10^5}{200}} = 102,04$$

- pokud je $\lambda > \lambda_k$ nastává jako první mezní stav pružnosti

Krické napětí pro prut č. 1:

Určení kritické síly:

$$Fkr_i = \frac{\alpha^2 \times E \times J_{yL}}{k_{msv} \times l_i} = \frac{\pi^2 \times 2,1 \times 10^5 \times 466571}{5 \times 2121} = 43183 \text{ N}$$

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-43183}{1368} = -31,566 \text{ MPa}$$

Eulerův vztah:

$$\lambda = \frac{l_i}{\sqrt{\frac{J_{yL}}{S_L}}} = \frac{2121}{\sqrt{\frac{466571}{1368}}} = 114,85$$

Krické napětí pro pruty č. 2, 3, 4, 6, 7, 8 :

Určení kritické síly:

$$Fkr_i = \frac{\alpha^2 \times E \times J_{yT}}{k_{msv} \times l_i} = \frac{\pi^2 \times 2,1 \times 10^5 \times 4499811}{5 \times 2000} = 468539 \text{ N}$$

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-468539}{3984} = -117,605 \text{ MPa}$$

Eulerův vztah:

$$\lambda = \frac{l_i}{\sqrt{\frac{J_{yL}}{S_L}}} = \frac{2121}{\sqrt{\frac{466571}{1368}}} = 114,85$$

Krické napětí pro pruty č. 9 :

Určení kritické síly:

$$Fkr_i = \frac{\alpha^2 \times E \times J_{yT}}{k_{msv} \times l_i} = \frac{\pi^2 \times 2,1 \times 10^5 \times 4499811}{5 \times 1500} = 832959 \text{ N}$$

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-832959}{3984} = -209,076 \text{ MPa}$$

Eulerův vztah:

$$\lambda = \frac{l_i}{\sqrt{\frac{J_{yL}}{S_L}}} = \frac{2121}{\sqrt{\frac{466571}{1368}}} = 114,85$$

Krické napětí pro prut č. 5, 10, 11, 12 :

Určení kritické síly:

$$Fkr_i = \frac{\alpha^2 \times E \times J_{yL}}{k_{msv} \times l_i} = \frac{\pi^2 \times 2,1 \times 10^5 \times 466571}{5 \times 1500} = 86366 \text{ N}$$

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-86366}{1368} = -63,133 \text{ MPa}$$

Eulerův vztah:

$$\lambda = \frac{l_i}{\sqrt{\frac{J_{yL}}{S_L}}} = \frac{2121}{\sqrt{\frac{466571}{1368}}} = 114,85$$

Krické napětí pro prut č. 13, 14, 15, 16, 17, 18 :

Určení kritické síly:

$$Fkr_i = \frac{\alpha^2 \times E \times J_{yL}}{k_{msv} \times l_i} = \frac{\pi^2 \times 2,1 \times 10^5 \times 466571}{5 \times 2500} = 31092 \text{ N}$$

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-31092}{1368} = -22,728 \text{ MPa}$$

Eulerův vztah:

$$\lambda = \frac{l_i}{\sqrt{\frac{J_{yL}}{S_L}}} = \frac{2121}{\sqrt{\frac{466571}{1368}}} = 114,85$$

Rovnice pro určení maximální zatěžující síly F_j pro všechny pruty:

$$\sigma_{max} = \frac{N_i(F_j)}{S_i}$$

Zatěžující síla $F_{1,2,3,4}$ musí vyjít vždy kladná, proto se za σ_{max} dosazuje napětí, které je pro daný prut limitní. Záleží, jestli je limitní velikost povoleného napětí k mezi kluzi, nebo k vzpěrné stabilitě. Rovnice se řeší funkcí *solve* a výstupem je velikost sil F_1, F_2, F_3 nebo F_4 .

Tabulky velikostí maximálních zatěžujících sil pro jednotlivé pruty:

Zatěžující síla pouze F_1 :

Prut č.:	Síla F_1 [N]
1	34870
2	2,97E+005
3	4,87E+005
4	1,58E+006
5	7,11E+005
6	4,10E+005
7	4,90E+005
8	2,90E+005
9	2,46E+005
10	7,43E+005
11	1,24E+007
12	1,24E+007
13	4,44E+005
14	1,82E+005
15	4,04E+005
16	1,85E+005
17	4,25E+005
18	1,62E+005

Zatěžující síla pouze F_2 :

Prut č.:	Síla F_2 [N]
1	52305
2	2,25E+005
3	2,19E+005
4	6,73E+005
5	3,02E+005
6	1,55E+005
7	2,01E+005
8	2,16E+005
9	3,69E+006
10	2,40E+005
11	1,49E+005
12	1,61E+005
13	64876
14	1,59E+005
15	2,00E+005
16	69704
17	1,81E+005
18	70133

Zatěžující síla pouze F_3 :

Prut č.:	Síla F_3 [N]
1	1,05E+005
2	4,27E+005
3	2,56E+005
4	4,72E+005
5	2,12E+005
6	3,96E+005
7	2,33E+005
8	4,55E+005
9	7,37E+005
10	5,45E+005
11	3,70E+006
12	1,64E+005
13	1,47E+005
14	2,81E+005
15	1,17E+005
16	3,96E+005
17	1,27E+005
18	41184

Zatěžující síla pouze F_4 :

Prut č.:	Síla F_4 [N]
1	-
2	6,16E+008
3	3,71E+007
4	2,40E+006
5	71174
6	1,05E+007
7	3,86E+007
8	5,95E+008
9	-
10	2,72E+008
11	1,85E+007
12	1,16E+006
13	7,34E+007
14	1,69E+008
15	1,03E+007
16	1,05E+007
17	3,16E+005
18	2,75E+005

Pro určení maximálních velikostí zatěžujících sil se vybere minimální síla z tabulek. Při zatížení touto silou je v alespoň jednom prutu maximální povolené napětí.

Maximální síla F_1 :

-limitní prut je prut č. 1. Velikost zatěžující síly je: $F_1=34870\text{ N}$

Maximální síla F_2 :

-limitní prut je prut č. 1. Velikost zatěžující síly je: $F_2=52305\text{ N}$

Maximální síla F_3 :

-limitní prut je prut č. 18. Velikost zatěžující síly je: $F_3=41184\text{ N}$

Maximální síla F_4 :

-limitní prut je prut č. 5. Velikost zatěžující síly je: $F_4=71174\text{ N}$

-při zatěžování nejsou touto silou ovlivněny pruty č. 1. a 9.

3.3.11. Určení sil a napětí v prutech

Tyto vypočítané síly se dosadí do vztahů pro síly N_i , tímto se určí všechny osové síly v prutech, ze kterých se dále určí napětí.

$$\sigma_i = \frac{N_i}{S_i}$$

Osové síly při zatížení silou $F_1=34870\text{ N}$:

Prut č.:	Síla N_i [N]	Napětí σ_i [MPa]
1	-43182	-31,6
2	-26547	-6,7
3	-17865	-4,5
4	-5924	-1,5
5	-4968	-3,6
6	6813	1,7
7	17787	4,5
8	26903	6,8
9	30534	7,7
10	-1974	-1,4
11	104	0,1
12	304	0,2
13	4540	3,3
14	-4986	-3,6
15	6412	4,7
16	-6315	-4,6
17	7408	5,4
18	-8519	-6,2

Osové síly při zatížení silou $F_2=52305\text{ N}$

Prut č.:	Síla N_i [N]	Napětí σ_i [MPa]
1	-43182	-31,6
2	-49174	-12,3
3	-50594	-12,7
4	-16940	-4,3
5	-13239	-9,7
6	19019	4,8
7	54727	13,7
8	50721	12,7
9	30534	7,7
10	15907	11,6
11	-24020	-17,6
12	2331	1,7
13	-25242	-18,5
14	23309	17,0
15	18229	13,4
16	-23467	-17,2
17	21184	15,5
18	-23783	-17,4

Osové síly při zatížení silou $F_3=41184\text{ N}$

Prut č.:	Síla N_i [N]	Napětí σ_i [MPa]
1	-19267	-14,1
2	-22446	-5,6
3	-35230	-8,8
4	-18807	-4,7
5	-14640	-10,7
6	24864	6,2
7	38368	9,6
8	21104	5,3
9	13624	3,4
10	6367	4,7
11	674	0,5
12	-17140	-12,5
13	-9354	-6,8
14	11032	8,0
15	-10555	-7,7
16	6631	4,8
17	23518	17,2
18	-31091	-22,7

Osové síly při zatížení silou $F_d=71174\text{ N}$

Prut č.:	Síla N_i [N]	Napětí σ_i [MPa]
1	-3749	-2,7
2	-3574	-0,9
3	-4258	-1,1
4	4387	1,1
5	-68400	-50,0
6	7828	2,0
7	3505	0,9
8	3391	0,9
9	2643	0,7
10	1312	1,0
11	-351	-0,3
12	4302	3,1
13	-934	-0,7
14	1163	0,9
15	1021	0,7
16	-80	-0,1
17	-5486	-4,0
18	-9788	-7,2

3.4. Provedení III

V provedení III je soustava zatížena vlastní vahou a navíc břemenem, které má možnost pojezdu mezi styčníky B a E. Břemeno zatěžuje soustavu ve dvou bodech dvěma stejně velkými silami, které jsou od sebe vzdáleny 2 metry. Celková síla, kterou břemeno působí na soustavu se označí F , takže každý z bodů působí silou $F/2$. Břemeno v první pozici působí stejně velkou silou na styčníky B a C, v poslední pozici působí na styčníky D a E. Posuv je realizován skokově, vždy je hodnota posuvu 0,2 metru. Aby bylo možné použít výpočtový model, musí síly vždy působit ve styčnicích. Proto v každém bodě, ve kterém síla zrovna působí, se rozdělí poměrně mezi okolní styčníky. Posuv mezi styčníky B a E je rozdělen na 21 kroků. Tyto kroky jsou uvedeny v následující tabulce. Síly v ve styčnicích B, C, D, E jsou formulovány jako násobky síly F .

pozice č.	síla ve styčniku B F1	síla ve styčniku C F2	síla ve styčniku D F3	síla ve styčniku E F4
1	0,50F	0,50F	0	0
2	0,45F	0,50F	0,05F	0
3	0,40F	0,50F	0,10F	0
4	0,35F	0,50F	0,15F	0
5	0,30F	0,50F	0,20F	0
6	0,25F	0,50F	0,25F	0
7	0,20F	0,50F	0,30F	0
8	0,15F	0,50F	0,35F	0
9	0,10F	0,50F	0,45F	0
10	0,05F	0,50F	0,50F	0
11	0	0,50F	0,50F	0
12	0	0,45F	0,50F	0,05F
13	0	0,40F	0,50F	0,10F
14	0	0,35F	0,50F	0,15F
15	0	0,30F	0,50F	0,20F
16	0	0,25F	0,50F	0,25F
17	0	0,20F	0,50F	0,30F
18	0	0,15F	0,50F	0,35F
19	0	0,10F	0,50F	0,40F
20	0	0,05F	0,50F	0,45F
21	0	0	0,50F	0,50F

Postup je stejný, jako v předchozím provedení:

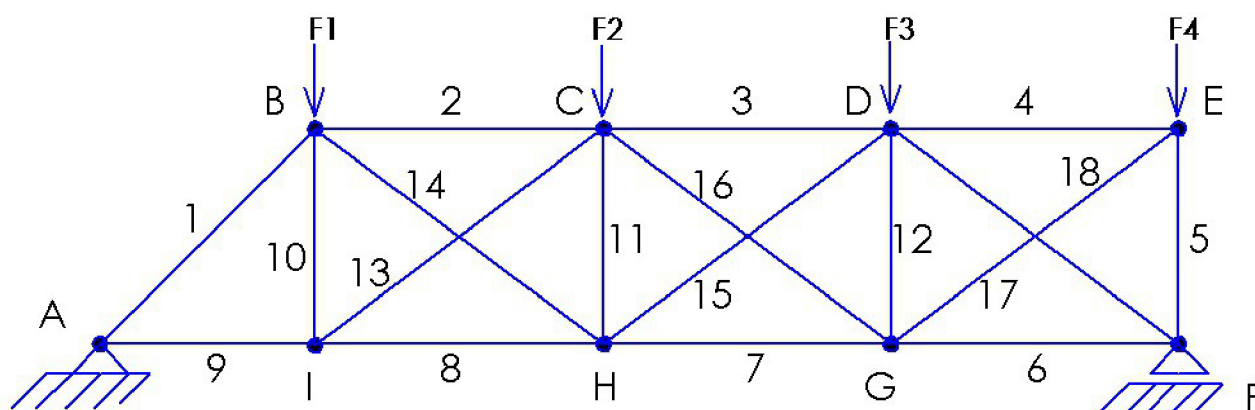
Zadané bezpečnosti:

- bezpečnost k meznímu stavu pružnosti:

$$k_{MSP}=4$$

- bezpečnost k meznímu stavu vzpěrné stability:

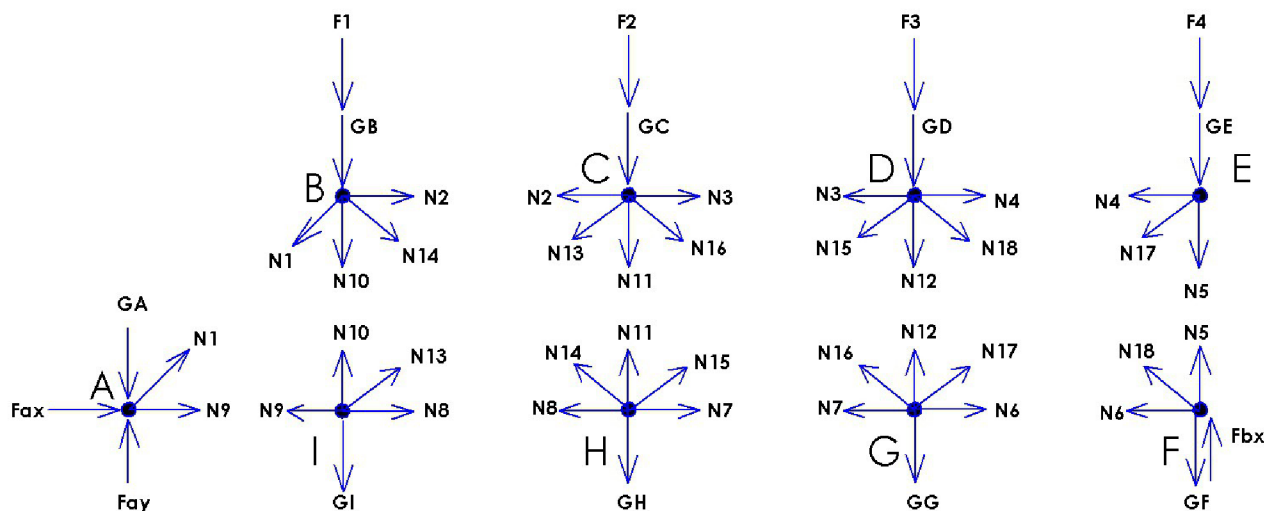
$$k_{MSV}=5$$



obr. 3.9 provedení III

3.4.1. Uvolnění

Při uvolnění jsou všechny pruty nahrazeny osovými silami, rotační vazba ve styčnicku A je nahrazena silami F_{Ax} F_{Ay} , obecná vazba ve styčnicku B silou F_B . V každém styčnicku působí tíhová síla od příslušných prutů. Uvolněná soustava je na obr. 3.10.



obr. 3.10 uvolnění

3.4.2. Výpočet statické určitosti

a) vnější statická určitost:

počet neznámých pro vnější vazby A a B:

$$\mu_e = 3$$

počet použitelných podmínek vnější statické rovnováhy:

$$v_e = 3 \text{ (rovinná úloha)}$$

stupeň vnější statické určitosti:

$$S_e = \mu_e - v_e = 3 - 3 = 0$$

nutná podmínka statické rovnováhy:

$$\mu_e = v_e$$

Podmínka vnějškové statické určitosti je splněna.

b) vnitřní statická určitost:

počet prutů:

$$p = \mu_i = 18$$

počet styčnicků:

$$k = 9$$

počet použitelných podmínek vnitřní statické rovnováhy:

$$v_i = 2 * k - 3 = 2 * 9 - 3 = 15$$

stupeň vnitřní statické určitosti:

$$S_i = \mu_i - v_i = 18 - 15 = 3$$

nutná podmínka vnitřní statické určitosti:

$$p = v_i \quad 18 \neq 15$$

Úloha je 3 krát vnitřně staticky neurčitá.

3.4.3. Částečné uvolnění a deformační podmínky

Vzhledem k tomu, že je úloha 3 krát vnitřně staticky neurčitá, musí se použít 3 deformační podmínky. Deformační podmínky budou definovány pro pruty č.: 13, 15 a 17. V každém z těchto prutů se provede myšlený řez, který jej rozdělí na dvě části. Díky principu akce a reakce je síla působící v obou částech rozděleného prutu stejná- N_{13} , N_{15} , N_{17} . Posuvy obou částí prutů musí být v místě řezu také stejné. Deformační podmínky jsou dány pomocí Maxwell Mohrovy varianty Castiglianovy věty:

$$u_1 = \frac{\partial W}{\partial N_{13}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{13}} = 0$$

$$u_2 = \frac{\partial W}{\partial N_{15}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{15}} = 0$$

$$u_3 = \frac{\partial W}{\partial N_{17}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{17}} = 0$$

3.4.4. Výpočet tíhových sil v jednotlivých styčnicích

Tyto síly jsou stejné jako v provedení I.

Styčnick A:

$$G_A = 0,5 \times g \times (l_1 \times mL + l_9 \times mT)$$

Styčnick B:

$$G_B = 0,5 \times g \times (l_1 \times mL + l_2 \times mT + l_{14} \times mL + l_{10} \times mL)$$

Styčnick C:

$$G_C = 0,5 \times g \times (l_2 \times mT + l_3 \times mT + l_{11} \times mL + l_{13} \times mL + l_{16} \times mL)$$

Styčnick D:

$$G_D = 0,5 \times g \times (l_3 \times mT + l_4 \times mT + l_{12} \times mL + l_{15} \times mL + l_{18} \times mL)$$

Styčnick E:

$$G_E = 0,5 \times g \times (l_4 \times mT + l_5 \times mL + l_{17} \times mL)$$

Styčnick F:

$$G_F = 0,5 \times g \times (l_5 \times mL + l_6 \times mT + l_{18} \times mL)$$

Styčnick G:

$$G_G = 0,5 \times g \times (l_6 \times mT + l_7 \times mT + l_{12} \times mL + l_{16} \times mL + l_{17} \times mL)$$

Styčnick H:

$$G_H = 0,5 \times g \times (l_7 \times mT + l_8 \times mT + l_{11} \times mL + l_{14} \times mL + l_{15} \times mL)$$

Styčnick I:

$$G_I = 0,5 \times g \times (l_8 \times mT + l_9 \times mT + l_{10} \times mL + l_{13} \times mL)$$

3.4.5. Soustava rovnic

Rovnice jsou sestaveny podle obecné styčnickové metody. Pro každý styčnick je formulována suma sil v osách x a y . Soustava rovnic je téměř stejná jako v provedení I. Navíc jsou zde síly F_1 , F_2 , F_3 a F_4 .

Styčnick A:

$$\sum F_x = 0 \quad N_9 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 + F_{Ax} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - F_{Ay} - G_A = 0$$

Styčnick B:

$$\sum F_x = 0 \quad N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - N_{10} - \sin 36,87^\circ \times N_{14} - F_1 = 0$$

Styčnick C:

$$\sum F_x = 0 \quad N_3 - N_2 - \cos 36,87^\circ \times N_{13} + \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$-N_{11} - G_C - \sin 36,87^\circ \times N_{16} - \sin 36,87^\circ \times N_{13} - F_2 = 0$$

Styčnick D:

$$\sum F_x = 0 \quad N_4 - N_3 + \cos 36,87^\circ \times N_{18} - \cos 36,87^\circ \times N_{15} = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$-N_{12} - G_D - \sin 36,87^\circ \times N_{18} - \sin 36,87^\circ \times N_{15} - F_3 = 0$$

Styčnick E:

$$\sum F_x = 0 \quad -N_4 - \cos 36,87^\circ \times N_{17} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -N_5 - G_E - \sin 36,87^\circ \times N_{17} - F_4 = 0$$

Styčnick F:

$$\sum F_x = 0 \quad -N_6 - \cos 36,87^\circ \times N_{18} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad N_5 - G_F - F_B - \sin 36,87^\circ \times N_{18} = 0$$

Styčnick G:

$$\sum F_x = 0 \quad N_6 + \cos 36,87^\circ \times N_{17} - \cos 36,87^\circ \times N_{16} - N_7 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad N_{12} - G_G + \sin 36,87^\circ \times N_{17} + \sin 36,87^\circ \times N_{16} = 0$$

Styčnick H:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_7 - N_8 + \cos 36,87^\circ \times N_{15} - \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_{11} - G_H + \sin 36,87^\circ \times N_{15} + \sin 36,87^\circ \times N_{14} = 0\end{aligned}$$

Styčnick I:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_8 - N_9 + \cos 36,87^\circ \times N_{13} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_{10} - G_I + \sin 36,87^\circ \times N_{13} = 0\end{aligned}$$

3.4.6. Řešení soustavy rovnic

Řešení je opět provedeno programem Maple 13 pomocí příkazu *Linear*. Řešením soustavy jsou rovnice osových sil N_1 až N_{18} , které jsou vyjádřeny v závislosti na silách N_{13} , N_{15} , N_{17} a dále na silách F_1 , F_2 , F_3 a F_4 . K vyjádření sil N_1 až N_{18} v závislosti pouze na F_1 , F_2 , F_3 a F_4 se musí dosadit do třech deformačních podmínek a řešit další soustavu tří rovnic. Prvně se provedou příslušné derivace:

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{13}}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{15}}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{17}}$$

Dalším krokem je dosazení těchto zderivovaných sil do deformačních podmínek a vyřešení následující soustavy rovnic.

$$\begin{aligned}u_1 = \frac{\partial W}{\partial N_{13}} &= \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{13}} = 0 \\ u_2 = \frac{\partial W}{\partial N_{15}} &= \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{15}} = 0 \\ u_3 = \frac{\partial W}{\partial N_{17}} &= \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{17}} = 0\end{aligned}$$

Osové síly vyjádřené v závislosti na F_1 , F_2 , F_3 a F_4 .. Síla $F_5=1$, je to pouze koeficient pro sílu vyvolanou vlastní vahou konstrukce. Screenshot z prostředí Maple je na obr. 3.11.

$$\begin{aligned}
 N1 & -0.3770452105 F3 - 3739.040317 F5 - 0.7540904210 F2 - 1.131135631 F1 \\
 N2 & -0.4576679804 F3 - 3598.078968 F5 - 0.8713547164 F2 - 0.6581190360 F1 + 0.0003291151406 F4 \\
 N3 & -0.7611262016 F3 - 3883.834951 F5 - 0.8930298248 F2 - 0.4009694232 F1 - 0.005258553440 F4 \\
 N4 & -1569.281753 F5 - 0.1248965856 F1 - 0.2938816754 F2 - 0.4185564060 F3 + 0.08369128018 F4 \\
 N5 & -0.9371662766 F4 - 1698.319775 F5 - 0.09376983470 F1 - 0.2206404282 F2 - 0.3142436987 F3 \\
 N6 & 0.5582796324 F3 + 1871.639850 F5 + 0.1417146396 F1 + 0.3278419565 F2 + 0.08369128020 F4 \\
 N7 & 0.8374334692 F3 + 3879.308510 F5 + 0.9721410708 F2 + 0.3988642524 F1 - 0.005258553440 F4 \\
 N8 & 0.4306668766 F3 + 3368.043653 F5 + 0.9053149973 F2 + 0.6749370896 F1 + 0.0003291151406 F4 \\
 N9 & 0.2666112251 F3 + 2643.900763 F5 + 0.5332224502 F2 + 0.7998336754 F1 \\
 N10 & 1295.080768 F5 - 0.09376983470 F1 + 0.2793595717 F2 + 0.1231696708 F3 + 0.0002470930025 F4 \\
 N11 & -88.05211472 F5 + 0.005523067892 F1 - 0.4575540904 F2 + 0.01850903617 F3 - 0.003700922748 F4 \\
 N12 & 111.8029978 F5 + 0.005523067826 F1 + 0.04244590966 F2 - 0.4189043334 F3 + 0.05888570766 F4 \\
 N13 & -905.5175402 F5 + 0.1561791887 F1 - 0.4652898388 F2 - 0.2051463492 F3 - 0.0004115479652 F4 \\
 N14 & 0.2389103664 F3 + 1193.169351 F5 + 0.4228235924 F2 - 0.1772096279 F1 - 0.0004115479652 F4 \\
 N15 & 553.8489854 F5 + 0.1680106326 F1 + 0.3392597238 F2 - 0.2697382576 F3 + 0.006575653020 F4 \\
 N16 & 0.1743184582 F3 - 548.1888176 F5 - 0.4381858085 F2 - 0.1653781837 F1 + 0.006575653021 F4 \\
 N17 & 1962.336680 F5 + 0.1561791887 F1 + 0.3674896430 F2 + 0.5233914092 F3 - 0.1046532712 F4 \\
 N18 & -0.6981108388 F3 - 2340.425818 F5 - 0.1772096278 F1 - 0.4099558892 F2 - 0.1046532712 F4
 \end{aligned}$$

obr. 3.11

3.4.7. Sestavení a výpočet matic

Nyní se sestaví 2 matice. Prvky matice M1, která má 18 řádků- podle počtu prutů a 5 sloupců. Matice M1 obsahuje koeficienty u sil F_1 , F_2 , F_3 , F_4 a F_5 (F_5 je pouze pomocná síla pro vyjádření síly způsobenou gravitací, $F_5=1$), na kterých jsou závislé osové síly N_1 až N_{18} . Tuto závislost ukazuje obr. 3.11. K získání těchto koeficientů se síly N_1 až N_{18} zderivují postupně podle F_1 až F_5 . Obr. 3.12 zobrazuje zadání těchto derivací v programu Maple 13. Dále

je vytvořena matice M2, která představuje přepis úvodní tabulky pro rozložení sil v závislosti na poloze břemene. Matice M2 má 5 řádků a 21 sloupců. Pozice prvků v matici vyjadřují rozložení síly F do styčniců na poloze břemene. Řádek 5 obsahuje pouze číslice 1, protože vyjadřuje koeficient násobení pro sílu způsobenou gravitací, která se v závislosti na poloze břemene nemění. Zápis do matice M2 je na obrázku 3.14.

$$\begin{aligned}
N1F1 &:= \frac{\partial}{\partial F1} N1; N1F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N1; N1F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N1; N1F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N1; N1F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N1; \\
N2F1 &:= \frac{\partial}{\partial F1} N2; N2F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N2; N2F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N2; N2F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N2; N2F5 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F5} N2; N3F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N3; N3F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N3; N3F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N3; N3F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N3; \\
N3F5 &:= \frac{\partial}{\partial F5} N3; N4F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N4; N4F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N4; N4F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N4; N4F4 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F4} N4; N4F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N4; N5F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N5; N5F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N5; N5F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N5; \\
N5F4 &:= \frac{\partial}{\partial F4} N5; N5F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N5; N6F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N6; N6F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N6; N6F3 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F3} N6; N6F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N6; N6F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N6; N7F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N7; N7F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N7; \\
N7F3 &:= \frac{\partial}{\partial F3} N7; N7F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N7; N7F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N7; N8F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N8; N8F2 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F2} N8; N8F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N8; N8F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N8; N8F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N8; N9F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N9; \\
N9F2 &:= \frac{\partial}{\partial F2} N9; N9F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N9; N9F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N9; N9F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N9; N10F1 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F1} N10; N10F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N10; N10F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N10; N10F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N10; N10F5 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F5} N10; N11F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N11; N11F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N11; N11F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N11; N11F4 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F4} N11; N11F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N11; N12F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N12; N12F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N12; N12F3 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F3} N12; N12F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N12; N12F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N12; N13F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N13; N13F2 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F2} N13; N13F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N13; N13F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N13; N13F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N13; N14F1 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F1} N14; N14F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N14; N14F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N14; N14F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N14; N14F5 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F5} N14; N15F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N15; N15F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N15; N15F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N15; N15F4 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F4} N15; N15F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N15; N16F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N16; N16F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N16; N16F3 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F3} N16; N16F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N16; N16F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N16; N17F1 := \frac{\partial}{\partial F1} N17; N17F2 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F2} N17; N17F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N17; N17F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N17; N17F5 := \frac{\partial}{\partial F5} N17; N18F1 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F1} N18; N18F2 := \frac{\partial}{\partial F2} N18; N18F3 := \frac{\partial}{\partial F3} N18; N18F4 := \frac{\partial}{\partial F4} N18; N18F5 \\
&:= \frac{\partial}{\partial F5} N18;
\end{aligned}$$

obr.3.12

Dále se provede zápis těchto koeficientů do matice pomocí příkazu *Matrix*. Zápis je na obrázku 3.13.

```
MI := Matrix([[N1F1, N1F2, N1F3, N1F4, N1F5], [N2F1, N2F2, N2F3, N2F4, N2F5], [N3F1, N3F2,
N3F3, N3F4, N3F5], [N4F1, N4F2, N4F3, N4F4, N4F5], [N5F1, N5F2, N5F3, N5F4, N5F5], [N6F1,
N6F2, N6F3, N6F4, N6F5], [N7F1, N7F2, N7F3, N7F4, N7F5], [N8F1, N8F2, N8F3, N8F4, N8F5],
[N9F1, N9F2, N9F3, N9F4, N9F5], [N10F1, N10F2, N10F3, N10F4, N10F5], [N11F1, N11F2,
N11F3, N11F4, N11F5], [N12F1, N12F2, N12F3, N12F4, N12F5], [N13F1, N13F2, N13F3, N13F4,
N13F5], [N14F1, N14F2, N14F3, N14F4, N14F5], [N15F1, N15F2, N15F3, N15F4, N15F5],
[N16F1, N16F2, N16F3, N16F4, N16F5], [N17F1, N17F2, N17F3, N17F4, N17F5], [N18F1,
N18F2, N18F3, N18F4, N18F5]]);
```

obr. 3.13

```
M2 := evalm(Matrix([[0.5 F, 0.45 F, 0.4 F, 0.35 F, 0.3 F, 0.25 F, 0.2 F, 0.15 F, 0.1 F, 0.05 F, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0], [0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.45 F, 0.4 F,
0.35 F, 0.3 F, 0.25 F, 0.2 F, 0.15 F, 0.1 F, 0.05 F, 0], [0, 0.05 F, 0.1 F, 0.15 F, 0.2 F, 0.25 F, 0.3 F,
0.35 F, 0.4 F, 0.45 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F, 0.5 F], [0, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.05 F, 0.1 F, 0.15 F, 0.2 F, 0.25 F, 0.3 F, 0.35 F, 0.4 F, 0.45 F, 0.5 F], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]]));
```

obr. 3.14

Vynásobením matic- $MI * M2 = M3$, se získá matice $M3$, která má 18 řádků a 21 sloupců. Tato matice obsahuje síly v prutech N1 až N18 v závislosti na síle F podle polohy břemene 1 až 21.

3.4.8. Stanovení maximálních napětí v prutech

Než se vypočítá maximální velikost síly F , musí se stanovit maximální povolené napětí v prutech. K meznímu stavu pružnosti s bezpečností $k_{MSP}=4$, je povolené napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{R_e}{k_{MSP}} = \frac{\pm 200}{4} = \pm 50 \text{ MPa}$$

Zároveň v prutech, které jsou namáhány tlakem, je maximální napětí vyjádřeno pomocí kritické vzpěrné síly. Kritická vzpěrná síla je vypočtena v minulém provedení, proto jsou zde uvedeny pouze povolené napětí pro dané pruty.

Kritické napětí pro prut č. 1:

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-43183}{1368} = -31,566 \text{ MPa}$$

Kritické napětí pro pruty č. 2, 3, 4, 6, 7, 8 :

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-468539}{3984} = -117,605 \text{ MPa}$$

Krické napětí pro pruty č. 9 :

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-832959}{3984} = -209,076 \text{ MPa}$$

Krické napětí pro prut č. 5, 10, 11, 12 :

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-86366}{1368} = -63,133 \text{ MPa}$$

Krické napětí pro prut č. 13, 14, 15, 16, 17, 18 :

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-31092}{1368} = -22,728 \text{ MPa}$$

Pokud jsou pruty č. 13, 14, 15, 16, 17, 18 namáhány tlakem, jejich napětí nesmí překročit -22,728 MPa, pro prut č. 1 při namáhání tlakem nesmí být jeho napětí větší než -31,566 MPa. Pro všechny ostatní pruty maximální povolené napětí ± 50 MPa. Při splnění těchto maximálních napětí je dodržena bezpečnost k oběma mezním stavům.

3.4.9. Stanovení maximální síly F

Pro stanovení maximální síly F se musí vybrat v každém řádku matice M3 pozice, ve které je největší kladný, nebo záporný koeficient u síly F. Tato pozice se poté dosadí do rovnice:

$$\sigma_{max} = \frac{N_i(F)}{S_i}$$

- stanovení σ_{max} pro jednotlivé pruty je uvedeno výše

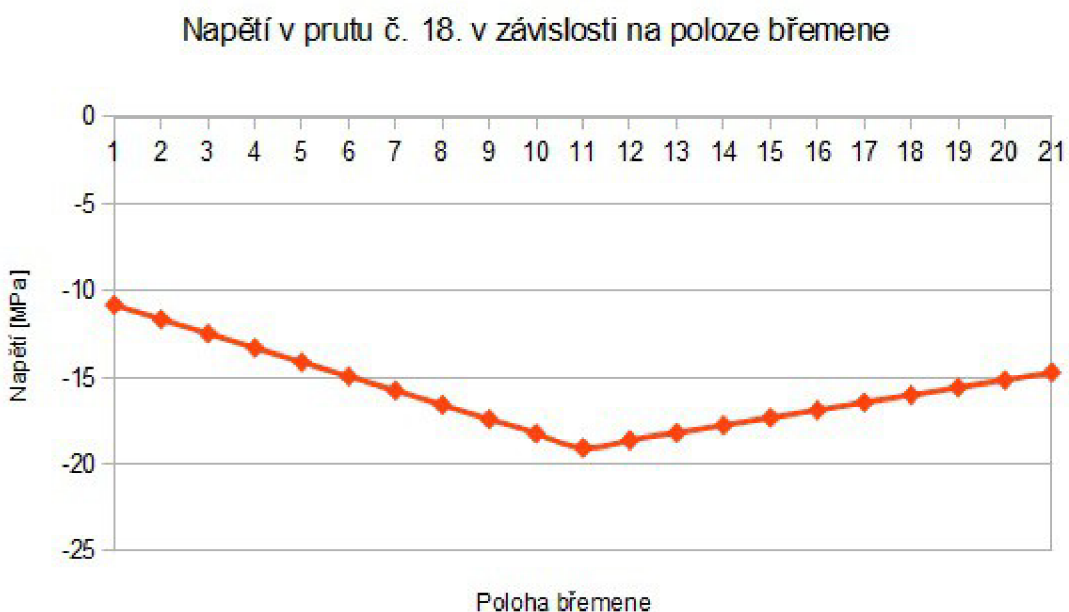
Řešení síly F pro všechny pruty ve všech polohách je uvedeno v příloze. Výsledná velikost síly F se určí jako minimální síla, která byla vyřešena. Díky tomu jsou dodrženy ve všech polohách pro všechny pruty zadané bezpečnosti. Dle výpočtu:

$$F=41844 \text{ N}$$

Pro pruty č. 1. a 18. jsou na obr. 15 a obr.16 ukázány jejich napětí v závislosti na poloze břemene.



Obr. 15

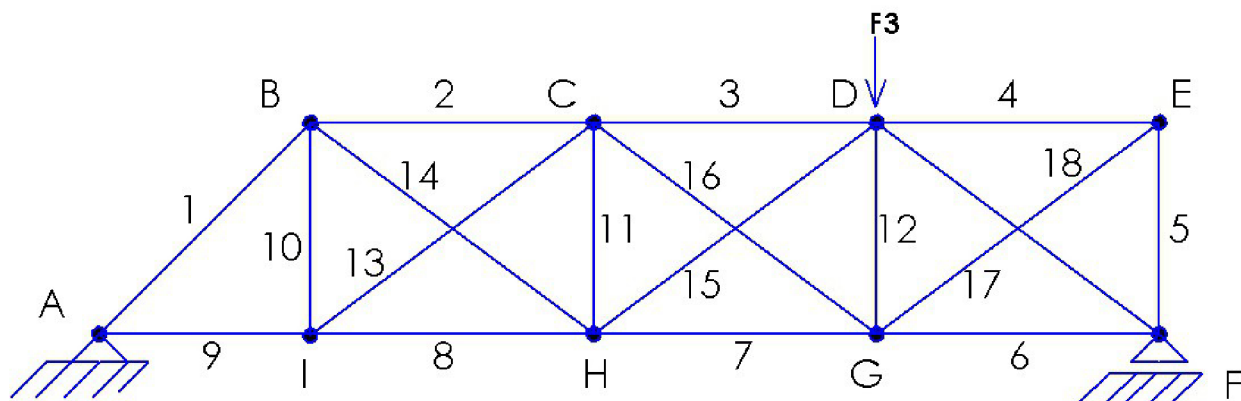


Obr. 16

3.5. Provedení IV

V provedení II byly stanoveny maximální možné síly F_1 , F_2 , F_3 a F_4 při dodržení požadovaných bezpečností. Provedení IV zkoumá vliv výrobních nepřesností prutů č. 13, 15 a 17 na maximální únosnost konstrukce při zatížení vlastní vahou a silou F_3 .

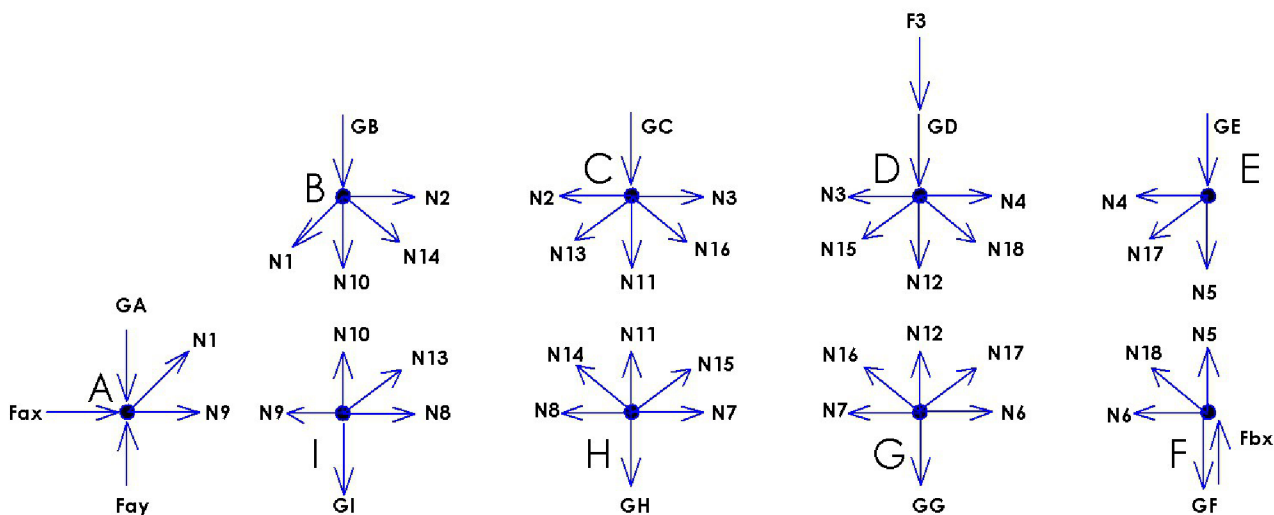
Výrobní nepřesnosti jsou vždy pro dané pruty stejné. Nepřesnosti se pohybují v intervalu +3 mm až -3 mm s krokem 1 mm.



Obr. 3.17 provedení III

3.5.1. Uvolnění

Při uvolnění jsou všechny pruty nahrazeny osovými silami, rotační vazba ve styčnicku A je nahrazena silami F_{Ax} F_{Ay} , obecná vazba ve styčnicku B silou F_B . V každém styčnicku působí tíhová síla od příslušných prutů a ve styčnicku D působí síla F_3 .



Obr. 3.18 Uvolnění

3.5.2. Výpočet statické určitosti

a) vnější statická určitost:

počet neznámých pro vnější vazby A a B:

$$\mu_e = 3$$

počet použitelných podmínek vnější statické rovnováhy:

$$\nu_e = 3 \text{ (rovinná úloha)}$$

stupeň vnější statické určitosti:

$$S_e = \mu_e - \nu_e = 3 - 3 = 0$$

nutná podmínka statické rovnováhy:

$$\mu_e = \nu_e$$

Podmínka vnější statické určitosti je splněna.

b) vnitřní statická určitost:

počet prutů:

$$p = \mu_i = 18$$

počet styčníků:

$$k = 9$$

počet použitelných podmínek vnitřní statické rovnováhy:

$$\nu_i = 2 * k - 3 = 2 * 9 - 3 = 15$$

stupeň vnitřní statické určitosti:

$$S_i = \mu_i - \nu_i = 18 - 15 = 3$$

nutná podmínka vnitřní statické určitosti:

$$p = \nu_i \quad 18 \neq 15$$

Úloha je 3 krát vnitřně staticky neurčitá.

3.5.3. Částečné uvolnění a deformační podmínky

Vzhledem k tomu, že je úloha 3 krát vnitřně staticky neurčitá, musí se použít 3 deformační podmínky. Deformační podmínky budou definovány pro pruty č.: 13, 15 a 17. V každém z těchto prutů se provede myšlený řez, který jej rozdělí na dvě části. Díky principu akce a reakce je síla působící v obou částech rozděleného prutu stejná- N_{13} , N_{15} , N_{17} . Posuvy obou částí prutu musí být v místě řezu také stejné a jsou rovny δ_i . Deformační podmínky jsou dány pomocí Maxvell Mohrovy varianty Castiglianovy věty:

$$u_1 = \frac{\partial W}{\partial N_{13}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{13}} = \delta_i$$

$$u_2 = \frac{\partial W}{\partial N_{15}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{15}} = \delta_i$$

$$u_3 = \frac{\partial W}{\partial N_{17}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{17}} = \delta_i$$

3.5.4. Výpočet tíhových sil v jednotlivých styčnicích

Tyto síly jsou stejné jako v provedení I.

Styčnick A:

$$G_A = 0,5 \times g \times (l_1 \times mL + l_9 \times mT)$$

Styčnick B:

$$G_B = 0,5 \times g \times (l_1 \times mL + l_2 \times mT + l_{14} \times mL + l_{10} \times mL)$$

Styčnick C:

$$G_C = 0,5 \times g \times (l_2 \times mT + l_3 \times mT + l_{11} \times mL + l_{13} \times mL + l_{16} \times mL)$$

Styčnick D:

$$G_D = 0,5 \times g \times (l_3 \times mT + l_4 \times mT + l_{12} \times mL + l_{15} \times mL + l_{18} \times mL)$$

Styčnick E:

$$G_E = 0,5 \times g \times (l_4 \times mT + l_5 \times mL + l_{17} \times mL)$$

Styčnick F:

$$G_F = 0,5 \times g \times (l_5 \times mL + l_6 \times mT + l_{18} \times mL)$$

Styčnick G:

$$G_G = 0,5 \times g \times (l_6 \times mT + l_7 \times mT + l_{12} \times mL + l_{16} \times mL + l_{17} \times mL)$$

Styčnick H:

$$G_H = 0,5 \times g \times (l_7 \times mT + l_8 \times mT + l_{11} \times mL + l_{14} \times mL + l_{15} \times mL)$$

Styčnick I:

$$G_I = 0,5 \times g \times (l_8 \times mT + l_9 \times mT + l_{10} \times mL + l_{13} \times mL)$$

3.5.5. Soustava rovnic

Rovnice jsou sestaveny podle obecné styčnickové metody. Pro každý styčnick je formulována suma sil v osách x a y . Kromě tíhových sil zde působí síla F_3 ve styčnicku D.

Styčnick A:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad N_9 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 + F_{Ax} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - F_{Ay} - G_A = 0 \end{aligned}$$

Styčnick B:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} \times N_1 - N_{10} - \sin 36,87^\circ \times N_{14} = 0\end{aligned}$$

Styčnick C:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_3 - N_2 - \cos 36,87^\circ \times N_{13} + \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad -N_{11} - G_C - \sin 36,87^\circ \times N_{16} - \sin 36,87^\circ \times N_{13} = 0\end{aligned}$$

Styčnick D:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_4 - N_3 + \cos 36,87^\circ \times N_{18} - \cos 36,87^\circ \times N_{15} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad -N_{12} - G_D - \sin 36,87^\circ \times N_{18} - \sin 36,87^\circ \times N_{15} - F_3 = 0\end{aligned}$$

Styčnick E:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad -N_4 - \cos 36,87^\circ \times N_{17} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad -N_5 - G_E - \sin 36,87^\circ \times N_{17} = 0\end{aligned}$$

Styčnick F:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad -N_6 - \cos 36,87^\circ \times N_{18} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_5 - G_F - F_B - \sin 36,87^\circ \times N_{18} = 0\end{aligned}$$

Styčnick G:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_6 + \cos 36,87^\circ \times N_{17} - \cos 36,87^\circ \times N_{16} - N_7 = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_{12} - G_G + \sin 36,87^\circ \times N_{17} + \sin 36,87^\circ \times N_{16} = 0\end{aligned}$$

Styčnick H:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_7 - N_8 + \cos 36,87^\circ \times N_{15} - \cos 36,87^\circ \times N_{14} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_{11} - G_H + \sin 36,87^\circ \times N_{15} + \sin 36,87^\circ \times N_{14} = 0\end{aligned}$$

Styčnick I:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad N_8 - N_9 + \cos 36,87^\circ \times N_{13} = 0 \\ \sum F_y = 0 & \quad N_{10} - G_I + \sin 36,87^\circ \times N_{13} = 0\end{aligned}$$

3.5.6. Řešení soustavy rovnic

Řešení je opět provedeno programem Maple 13 pomocí příkazu *Linear*. Řešením soustavy jsou rovnice osových sil N_1 až N_{18} , které jsou vyjádřeny v závislosti na silách N_{13} , N_{15} , N_{17} a dále na síle F_3 . K vyjádření sil N_1 až N_{18} v závislosti pouze na F_3 se musí dosadit do třech deformačních podmínek a řešit další soustavu tří rovnic. Prvně se provedou příslušné derivace:

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{13}}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{15}}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial N_{17}}$$

Dalším krokem je dosazení do deformačních podmínek, celkem se dosadí šestkrát. Pro šest různých δ . Pro prut s přesahem je deformační podmínka záporná, pro prut kratší je kladná.

$$u_1 = \frac{\partial W}{\partial N_{13}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{13}} = \delta_i$$

$$u_2 = \frac{\partial W}{\partial N_{15}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{15}} = \delta_i$$

$$u_3 = \frac{\partial W}{\partial N_{17}} = \sum_{i=1}^{18} \frac{N_i \times l_i}{E \times S_i} \times \frac{\partial N_i}{\partial N_{17}} = \delta_i$$

Po vyřešení této soustavy rovnic se dosadí do vztahů pro síly N_1 až N_{18} . Všechny tyto síly jsou nyní závislé na F_3 . Všechny vyřešené rovnice jsou v příloze.

3.5.7. Maximální napětí v prutech

Před výpočtem síly F_3 , se musí stanovit maximální povolené napětí v prutech. K meznímu stavu pružnosti s bezpečností $k_{MSP}=4$, je povolené napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{R_e}{k_{MSP}} = \frac{\pm 200}{4} = \pm 50 \text{ MPa}$$

Zároveň v prutech, které jsou namáhány tlakem, je maximální napětí vyjádřeno následovně:

Kritické napětí pro prut č. 1:

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-43183}{1368} = -31,566 \text{ MPa}$$

Kritické napětí pro pruty č. 2, 3, 4, 6, 7, 8 :

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-468539}{3984} = -117,605 \text{ MPa}$$

Kritické napětí pro pruty č. 9 :

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-832959}{3984} = -209,076 \text{ MPa}$$

Krické napětí pro prut č. 5, 10, 11, 12 :

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-86366}{1368} = -63,133 \text{ MPa}$$

Krické napětí pro prut č. 13, 14, 15, 16, 17, 18 :

Určení kritického napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{-Fkr_i}{S_i} = \frac{-31092}{1368} = -22,728 \text{ MPa}$$

Pokud jsou pruty č. 13, 14, 15, 16, 17, 18 namáhány tlakem, jejich napětí nesmí překročit -22,728 MPa, pro prut č. 1 při namáhání tlakem nesmí být jeho napětí větší než -31,566 MPa. Pro všechny ostatní pruty maximální povolené napětí ± 50 MPa. Při splnění těchto maximálních napětí je dodržena bezpečnost k oběma mezním stavům.

3.5.8. Stanovení sil F_3 pro různé nepřesnosti

Sílu F_3 stanovíme z následující rovnice. N_i je závislá na F_3 .

$$\sigma_{max} = \frac{N_i(F_3)}{S_i}$$

Hledaná síla F_3 je nejmenší vypočítaná síla z rovnice uvedené výše. Síla F_3 se dosadí do vztahů pro N_1 až N_{18} , ze kterých určíme napětí v prutech.

Vyhodnocení změn napětí v prutech při použití třech prutů s výrobními nepřesnostmi

1) $\delta = +0,003$ m

Při použití prutů s výrobní nepřesností, vzniknou v prutech velká napětí, která významně překročí povolená napětí. Pro tuto konfiguraci není možné vypočítat kladnou sílu F_3 tak, aby byly splněny bezpečnosti.

2) $\delta = +0,002$ m

Pro tuto konfiguraci také nelze vypočítat kladné F_3 , aby byly dodrženy požadované bezpečnosti. Na obr. 3.19 je výpočet napětí v závislosti na síle F_3 . Je

$$\sigma_{N12} := \frac{N12}{SL};$$

$$-64.70028981 - 0.0002927867925 F3$$

Obr3.19

3) $\delta = +0,001$ m

Při použití prutů o 1 mm kratší je maximální velikost síly $F_3 = 55550$ N.

4) $\delta = -0,001$ m

Při použití prutů o 1 mm delší vznikají v prutech také velká napětí, pro které není možné spočítat kladnou sílu F_3 tak, aby byly splněny podmínky.

5) $\delta = -0,002 \text{ m}$

Při použití prutů o 2 mm delší vznikají v prutech také velká napětí, pro které není možné spočítat kladnou sílu F_3 tak, aby byly splněny podmínky.

6) $\delta = -0,003 \text{ m}$

Při použití prutů o 3 mm delší vznikají v prutech také velká napětí, pro které není možné spočítat kladnou sílu F_3 tak, aby byly splněny podmínky.

4. Závěr

Výpočtová část bakalářské práce byla rozdělena na čtyři provedení. První část se zabývala výpočtem napětí, které vznikají v prutech při zatížení konstrukce vlastní vahou v tíhovém poli Země. Tato vypočítaná napětí mají spíše informativní charakter k získání představy o stavu, při němž nepůsobí další síly.

Druhé provedení se věnuje výpočtu zatěžujících sil, které působí vždy samostatně. Ze získaných napětí v prutech je možné předběžně určit slabá místa konstrukce. Díky nim je únosnost podstatně snížena. Výměnou prutů č. 1, 5 a 18 by bylo možné zvýšit nosnost konstrukce.

Další část je věnována zatížení břemenem, které se může přesouvat mezi styčníky B a E. Tímto je simulován pohyb zdvihacího ústrojí jeřábu po jeho konstrukci. Při tomto zatěžování se napětí rozkládá vždy mezi 2 nebo 3 styčníky. Při dodržení všech bezpečností je možné konstrukci zatížit břemenem daných parametrů, které působí celkovou silou $F = 41884 \text{ N}$. Tímto zatížením dojde u prutu č. 1. v poloze 11. (působíště jsou styčníky B a C) k dosažení zadané bezpečnosti k meznímu stavu vzpěrné stability.

Poslední část se věnuje vlivu výrobních nepřesností u prutů č. 13, 15 a 17. Zatížení je realizováno pouze silou F_3 ve styčníku D. Z uvedených nepřesností splňují podmínky pouze pruty, které jsou o 1 mm kratší. Při této výrobní nepřesnosti se zvýší únosnost konstrukce na 55550 N, oproti únosnosti při zatížení silou F_3 v provedení II, kde byla únosnost 41184 N. V ostatních uvedených nepřesnostech dochází vždy alespoň u jednoho z prutů k meznímu stavu.

Seznam použitých zdrojů

- [1] Janíček, P., Ondráček, E., Vrbka, J., Burša, J.: *Mechanika těles- pružnost a pevnost I.*
Brno: CERM, 2004. 287s. ISBN 80-214-2592-X

- [2] Horníková, J.: *Pružnost a pevnost: Interaktivní učební text.*
Brno: CERM, 2003. ISBN 80-7204-268-8

Seznam použitých veličin

l	délka	[m]
N	síla	[N]
E	modul pružnosti v tahu	[MPa]
S	plocha průřezu	[mm ²]
λ	štíhlost prutu	[-]
α	koeficient uložení prutu	[-]
δ	posuv	[mm]
σ	napětí	[MPa]
J	kvadratický moment průřezu	[mm ⁴]

Seznam příloh

Provedení I
Provedení II-B
Provedení II-C
Provedení II-D
Provedení II-E
Provedení III
Provedení IV-1
Provedení IV-2
Provedení IV-3
Provedení IV+1
Provedení IV+2
Provedení IV+3