

Česká zemědělská univerzita v Praze

Fakulta lesnická a dřevařská

Katedra zpracování dřeva a biomateriálů



**Experimentální testování a analýza mechanických
vlastností spřaženého vrstveného nosníku na bázi KVH
profilů a dřevěných hmoždíků**

Bakalářská práce

Autor: Jakub Jarolímek

Vedoucí: Prof. Dr. Ing. Petr Horáček

© 2020 ČZU v Praze

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Autor práce: Jakub Jarolímek
Studijní program: Dřevařství
Obor: Dřevařství
Vedoucí práce: prof. Dr. Ing. Petr Horáček
Garantující pracoviště: Katedra zpracování dřeva a biomateriálů
Jazyk práce: Čeština

Název práce: **Experimentální testování a analýza mechanických vlastností spřaženého vrstveného nosníku na bázi KVH profilů a dřevěných hmoždíků**

Název anglicky: **Experimental testing and mechanical analyses of laminated timber jointed with wooden dowels**

Cíle práce: Cílem práce je vytvoření experimentální analýzy podložené konvenčními výpočtovými metodami pro ověření mechanických vlastností ohýbaného roštového nosníku s využitím dřevěných hmoždíků. Výstup práce má odpovědět na následující otázku: Jaký je optimální úhel vláken hmoždíku při pravouhlém frézování zapuštění v lamelách?

Metodika: Práce bude zpracována v následující struktuře:
1/ Úvodní rešerše teoretických poznatků a zásad pro navrhování ohýbaných dřevěných konstrukčních prvků
2/ Definice cílů práce
3/ Metodika řešení, návrh experimentu
4/ Výsledky a diskuze
5/ Závěr

Doporučený rozsah práce: 40 stran

Klíčová slova: roštový nosník, dřevěný hmoždík, smykové napětí

Doporučené zdroje informací:

1. ČSN 73 1702 Navrhování, výpočet a posuzování dřevěných stavebních konstrukcí - Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby
2. HÁJEK, E.; REIF, P.; VALENTA F. Pružnost a pevnost I. 1. vydání. Praha: STNL, 1988. 432 s.
3. KUKLÍK, Petr. Dřevěné konstrukce. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2005. ISBN 80-01-03310-4.
4. POŽGAJ, A.; CHOVANEC, D.; KURAJTKO, BABIAK, M. Štruktúra a vlastnosti dreva. 1. vydání. Bratislava: Príroda, 1993. 485 s. ISBN 80-07-00600-1.

Předběžný termín 2018/19 LS - FLD
obhajoby:

Elektronicky schváleno: 2. 4. 2019
doc. Ing. Milan Gaff, PhD.
Vedoucí ústavu

Elektronicky schváleno: 2. 4. 2019
prof. Ing. Marek Turčáni, PhD.
Děkan

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Experimentální testování a analýza mechanických vlastností spřaženého vrstveného nosníku na bázi KVH profilů a dřevěných hmoždíků" jsem vypracoval samostatně pod vedením prof. Dr. Ing. Petra Horáčka a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

Jsem si vědom že zveřejněním bakalářské práce souhlasím s jejím zveřejněním dle zákon č. 111/1998 Sb. o vysokých školách v platném znění, a to bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Praze dne 15.6.2020

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu bakalářské práce prof. Dr. Ing. Petru Horáčkovi, za jeho vstřícný přístup, odborné rady, rychlé reakce a veškerý čas a ochotu, kterou mi věnoval.

Dále bych chtěl poděkovat i mé přítelkyni, mé a její rodině, za podporu a poskytnutí klidného zázemí při mém studiu.

Experimentální testování a analýza mechanických vlastností spřaženého vrstveného nosníku na bázi KVH profilů a dřevěných hmoždíků

Abstrakt:

Tato bakalářská práce se zabývá analýzou spřaženého vrstveného nosníku a stanovení ideálního odklonu vláken jeho bukových hmoždíků. Rozměry nosníku, dispozice hmoždíků, velikost a tvar hmoždíků vycházejí z výsledků diplomové práce pana Ing. Hačekého, který se zabýval návrhem roštového nosníku s rozponem 9 m. Na základě teorie lineární pružnosti a transformační matice byl vytvořen výpočetní model v programu FlexPDE. Za pomoci tohoto programu lze vyhodnotit stav napjatosti po obvodu jednotlivých hmoždíků. Výsledky převedené do tabulky dále stanoví optimální odklon vláken testovaných hmoždíků. Aby se dala použít tato teorie, je důležité ověřit, že největší napětí hmoždíků je na jejich povrchu.

Klíčová slova: roštový nosník, dřevěný hmoždík, smykové napětí, buk, dřevěné konstrukce

Summary

Abstract:

This bachelor thesis deals with analysis of coupled sandwich beam and determination of ideal deviation of its beech dowels grain. Dimensions of beam, disposition, size and shape of dowels comes from Ing. Hačeký diploma thesis results, in which he dealt with design of key laminated beam with 9 meters spacing. Computational model, created in FlexPDE, is based on theory of linear elasticity and transformation matrix. With FlexPDE help it is possible to evaluate stress around the circumference for individual dowels. Results converted into table determines optimum grains deviation of tested dowels. To use this theory, its important to verify, that highest tension of dowels is on their surface.

Keywords: key beam, wooden dowel, sheer stress, beech, wooden constructions

Obsah

1	Seznam obrázků, tabulek a grafů	10
1.1	Seznam obrázků	10
1.2	Seznam tabulek	11
1.3	Seznam grafů	12
2	Úvod	13
3	Cíl práce	14
4	Literární přehled	15
4.1	Historie	15
4.2	Osová namáhání	16
4.2.1	Napětí	16
4.2.2	Deformace	17
4.2.3	Pružnost	18
4.2.3.1	Poissonova čísla	18
4.2.3.2	Modul pružnosti	19
4.2.4	Pevnost dřeva	23
4.2.4.1	Pevnost dřeva v tlaku ve směru vláken	23
4.2.4.2	Pevnost dřeva v tlaku napříč vláken	24
4.2.4.3	Pevnost dřeva v tahu ve směru vláken	25
4.2.4.4	Pevnost dřeva v tahu napříč vláken	26
4.2.4.5	Pevnost dřeva v ohybu	26
4.3	Mez úměrnosti	27
4.3.1	Charakteristické pevnosti	28
4.3.2	Návrhová pevnost	29
4.4	Hookův zákon	29
4.4.1	Obecný ortotropní materiál	29
4.4.2	Transformace souřadnic	32
4.4.3	Transformace napětí a deformace	32
4.5	Namáhání ohybem	35
4.5.1	Prostý ohyb a standardní ohyb	36
4.5.2	Normálové napětí při ohybu	38
4.5.3	Smykové napětí při ohybu	40
4.5.4	Rovnice ohybové čáry	41
4.6	Vybrané fyzikální vlastnosti dřeva	42

4.6.1	Hustota dřeva	42
4.6.2	Vlhkost dřeva	43
	• Chemicky vázaná voda	43
	• Vázaná voda (hyroskopická)	43
	• Kapilární voda	44
4.6.3	Bobtnání a sesychání dřeva.....	44
4.6.3.1	Sesychání dřeva.....	45
4.6.3.2	Bobtnání dřeva	45
4.7	Konstrukční dřevěné materiály	46
4.7.1	Rostlé dřevo	46
4.7.1.1	Výhody KVH hranolu	47
4.7.2	Lepené lamelové dřevo	48
4.7.3	Vrstvené dřevo	48
4.8	Roštové nosíky	49
4.8.1	Výhody roštového nosníku	50
4.8.2	Distribuce napětí na hmoždík	51
4.8.3	Použité dřevo	51
4.8.3.1	Smrk	51
4.8.3.2	Buk	52
4.8.3.3	Porovnání vlastností buku a smrku	53
5	Metodika	54
5.1	Roštový vazník.....	54
5.2	Princip použití hmoždíku v roštovém nosníku	55
5.2.1	Dimenzování počtu a rozměru hmoždíku v roštovém nosníku	56
5.3	Vlastní návrh roštového nosníku	56
5.4	Program FlexPDE	57
5.4.1	Tvorba skriptu	57
5.4.1.1	Definice	58
5.4.2	Okrajové podmínky	59
5.4.3	Materiály	59
5.4.4	Geometrie KVH hranolů a hmoždíků	59
5.4.5	Rovnice rovnováhy	60
5.4.6	Omezení	60
5.4.7	Vykreslování	60
6	Výsledky	62
6.1	Výsledný úhel odklonu vláken hmoždíku	70

7	Diskuze	71
8	Závěr.....	75
9	Literatura.....	76
10	Samostatné přílohy	I
10.1	FlexPDE skript	I

1 Seznam obrázků, tabulek a grafů

1.1 Seznam obrázků

Obrázek č. 1: " Proč se dřevo ohýbá, láme a jak ho vyztužit" (Leupold, 1726)	15
Obrázek č. 2: Diagram napětí-deformace (Požgaj et al., 1997)	20
Obrázek č. 3: Přímočaře ortotropní materiál-dřevo (Praveeen, 2012)	30
Obrázek č. 4: Otáčení ortotropní osy se zvýraz. příčnou rovinou (Požgaj et al., 1997)	32
Obrázek č. 5: Transformace tuhosti (Horáček, 2018)	34
Obrázek č. 6: Transformace poddajnosti (Horáček, 2018)	34
Obrázek č. 7: Transformace pevnosti v tahu při odklonu vláken (Horáček, 2018)	35
Obrázek č. 8: Symetricky zatížený prostý nosník (Krejsa, 2012)	36
Obrázek č. 9: Znaménková úmluva pro vnitřní silové účinky (Plánička, 2000)	37
Obrázek č. 10: Rozložení normálového napětí při ohybu (Šmiřák, 2000)	38
Obrázek č. 11: Deformace ohýbaného nosníku (Krejsa, 2012)	38
Obrázek č. 12: Smyková napětí ohybového průřezu (Šmiřák, 2000)	40
Obrázek č. 13: Ohybová čára nosníku (Šmiřák, 2000)	41
Obrázek č. 14: Charakter. hodnoty pro konstrukční dřevo dle EN338 (norma 2016)	47
Obrázek č. 15: Roštový nosník s dřev. hmoždíky (FrazerWoodindustries, 2020)	49
Obrázek č. 16: Příklad využití roštového nosníku (The Barn & Yard, 2016)	50
Obrázek č. 17: Přenos napětí z horní lamely na spodní (Miller & Bulleit, 2011).	51
Obrázek č. 18: Namáhání testovaného nosníku	54
Obrázek č. 19: Působení sil na nosník namáhán ohybem	55
Obrázek č. 20: Návrh modelu roštového nosníku	56
Obrázek č. 21: Zobrazení geometrie nosníku ve FlexPDE	59
Obrázek č. 22: Ukázka výsledků napětí po obvodu hmoždíku v programu FlexPDE	61

Obrázek č. 23: Rozložení napětí roštového nosníku - FlexPDE	72
Obrázek č. 24: Rozložení napětí nosníku z BSH - FlexPDE	73
Obrázek č. 25: Kritické napětí hmoždíku č.4 v tahu napříč vláken	73

1.2 Seznam tabulek

Tabulka č. 1: Poissonova čísla vybraných dřev (Ugolev, 1975)	20
Tabulka č. 2: Moduly pružnosti a smykové moduly vybraných dřev (Ugolev, 1986)	22
Tabulka č. 3: Průměrná mez pevnosti tlaku ve směru vláken vybraných dřevin při různé vlhkosti (Ugolev, 1986)	25
Tabulka č. 4: Konv. meze pevnosti v tlaku napříč vláken vyb. dřevin (Ugolev, 1976)	26
Tabulka č. 5: Pr. meze pevnosti v tahu ve směru vláken vyb. dřevin (Ugolev, 1976)	26
Tabulka č. 6: Pr. meze pevnosti v tahu napříč vláken vyb. dřevin (Ugolev, 1976)	27
Tabulka č. 7: Pevnosti vybraných dřevin na mezi úměrnosti (Horáček, 2018)	28
Tabulka č. 8: Charakteristické pevnosti vybraných dřevin (Horáček, 2018)	29
Tabulka č. 9: Hustota vybraných dřev (Horáček, 2008)	43
Tabulka č. 10: Mez hydroskopicity u různých druhů dřev (Gandalová, 2002)	45
Tabulka č. 11: Srovnání fyzikálních vlastností vybraných jehličnanů (Zeidler, 2016)	46
Tabulka č. 12: Porovnání mezi pevnosti smrku a buku (Zeidler, 2016)	54
Tabulka č. 13: Porovnání elastických koeficientů smrku a buku (Hearmon, 1948)	54
Tabulka č. 14: Pevnosti bukového dřeva (Horáček, 2018)	63
Tabulka č. 15: Vyhodnocení hmoždíku č. 1	64
Tabulka č. 16: Vyhodnocení hmoždíku č. 2	65
Tabulka č. 17: Vyhodnocení hmoždíku č. 3	66
Tabulka č. 18: Vyhodnocení hmoždíku č. 4	67

1.3 Seznam grafů

Graf č. 1: Velikosti napětí při odklonu vláken hmoždík č. 4

68

2 Úvod

Stavět ze dřeva znamená budovat, projektovat a tvořit s přírodním materiálem, který všude kolem nás neustále dorůstá. Je to dar od naší matky přírody, o který se musíme starat, abychom z něho mohli být neustále v úžasu. Už od pradávna tu s námi byl, dával lidem teplo, světlo, pohodlí a ochranu. Možná proto nás tolik dřevo přitahuje – jeho vzhled, struktura, vůně, omak. Všechny jeho vlastnosti společně dávají dřevu jeho jedinečný charakter.

Už dávno stavitelé, architekti i řemeslníci zkoumali, využívali a zlepšovali vlastnosti dřeva pro svou potřebu. Díky jeho variabilitě dokázali dřevo využít od židle až po loď, od krmelce po most. A právě kvůli potřebě zesílení konstrukcí a nedostatkem kulatiny s požadovaným průměrem přišli stavitelé mostů s principem zpřežení lamel a vytvoření roštového nosníku, který je nejjednodušším typem nosníků složeného průřezu. Princip vychází z mechanického spojení lamel, hranolů nebo kuláčů tak, aby se při zatížení nosníku po sobě jednotlivé vrstvy neposouvaly. Poměrně jednoduché řešení má v sobě hned několik úskalí; jedním z nich byla i vysoká pracnost, a tak z pomyslného trhu konstrukčního dřeva téměř vymizel. Vystřídal ho materiály jako je BSH, Glulam, Parallam, Microllam a další. Jejich cena je ovšem dvakrát až třikrát vyšší než cena rostlého dřeva. Navíc výroba je velmi energeticky i časově náročná a celkově ekologická zátěž značná. Recyklace takovýchto materiálů je vzhledem k použitému lepidlu a ocelových spojovacích prostředků velmi ztížená. Dřevo, jakožto trvale udržitelný, obnovitelný zdroj, je pak do jisté míry znehodnoceno. Díky těmto faktorům, se zpátky do hry vrací princip roštového nosníku, kterému navíc při technologii CNC odebereme nevýhodu pracnosti a požadavku na přesnost.

Má práce se zabývá využitím dřevěných hmoždíků v mechanickém spojení hranolů za účelem zvýšení únosnosti. Tak, aby byl výsledný nosník ekologický a zároveň dostatečně pevný. Tato práce zkoumá mechanické vlastnosti hmoždíků při vlivu odklonu vláken.

3 Cíl práce

Princip roštového nosníku je v efektivním zabránění vzájemného posunu jednotlivých lamel, které tvoří primární část nosníku. Jedním z mnoha způsobů, jak se tomu dá zabránit, je použití dřevěných hmoždíků ve styčných sparách, které přenesou horizontální smykové síly vyvolané ohybovým momentem. Tato práce se bude převážně zabývat, jaký má vliv odklon vláken hmoždíků na výslednou únosnost. A pokusí se určit ideální úhel odklonu, popřípadě zjistit, v jakém směru se namáhaný hmoždík poruší. K vytvoření analýzy je potřeba navrhnout za pomoci parciálně-diferenciálního řešiče správný teoretický výpočetní model vycházející z numerického řešení. Tvar, rozměr a polohu hmoždíků v nosníku vychází z výsledků práce pana Ing. Hačekého, který na téma roštových nosníků zpracoval svou diplomovou práci.

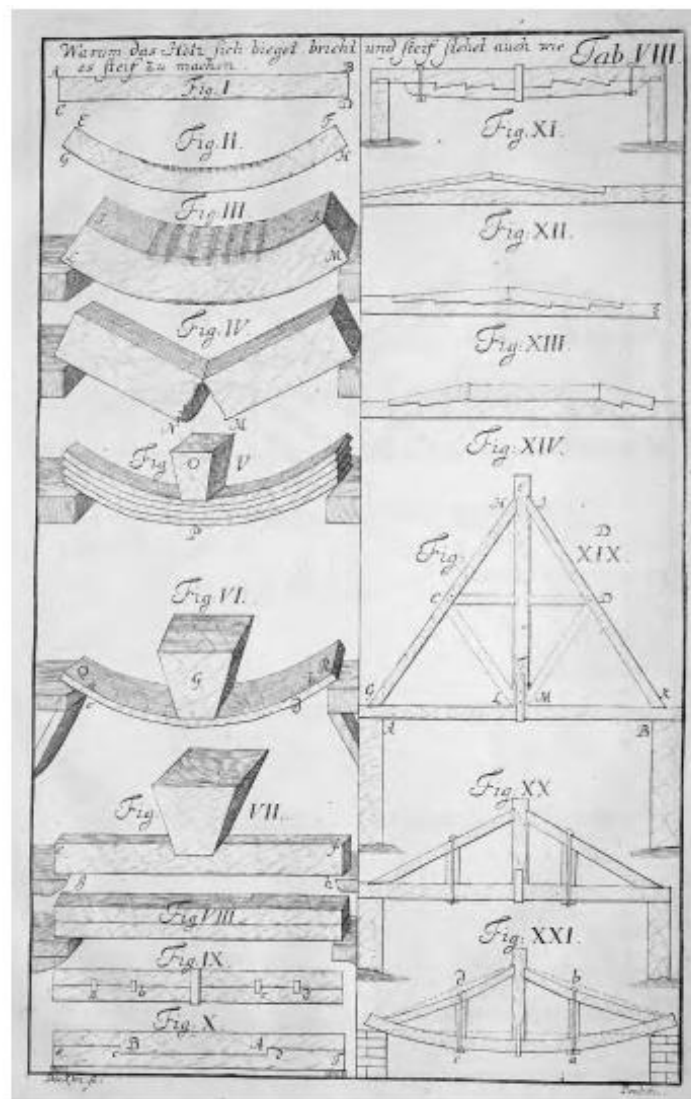
Výstup práce má odpovědět na následující otázku: Jaký je optimální úhel vláken hmoždíku při pravouhlém frézování zapuštění v lamelách?

4 Literární přehled

4.1 Historie

Nejstarší dochovaná zmínka o použití a principu spřaženého nosníku je článek Jacoba Leupolda publikován v roce 1726 v německém Lipsku. Autor zde použil roštový nosník jako mostní konstrukci, aby zvýšil výšku efektivního nosníku a tím zajistil konstrukci větší únosnost. V této době ani zdaleka neměli možnost využít lepidla dostatečné pevnosti a jelikož kulatina s velkým průměrem byla v Evropě nedostatkovým zbožím, lidé vymýšleli různá mechanická spojení (Leupold, 1726).

Na leupoldův náčrtek je znázorněn na obrázku níže.



Obrázek č. 1: " Proč se dřevo ohýbá, láme a jak ho vyztužit" (Leupold, 1726)

4.2 Osová namáhání

Dřevo má své ojedinělé a nenahraditelné vlastnosti, kvůli kterým ho můžeme zařadit mezi materiály s širokým uplatněním. Mezi mechanické vlastnosti patří mimo jiné i pružnost a pevnost, těmi se bude zabývat i tato práce. Dřevo má při své nízké relativní hmotnosti dobrou pevnost (Požgaj et al., 1997).

Porovnání pevnosti dřeva s pevností jiných konstrukčních materiálů, zejména na základě hmotnosti u dřeva ukazuje, že kombinace vysoké tuhosti a vysoké houževnatosti je z přírodních materiálů ojedinělá. (Dinwoodie, 1975).

Modul pružnosti dřeva je v porovnání s modulem pružnosti oceli nebo betonu nízký. Na druhou stranu má dřevo při relativně malé hmotnosti dobrou pevnost a výhodný vzájemný poměr těchto vlastností činí ze dřeva, z konstrukčního hlediska, jeden z nejvhodnějších materiálů (Horáček, 2010).

Kvůli anizotropii dřeva jsou mechanické vlastnosti odlišné v různých směrech (axiální, radiální, tangenciální). Rovněž jsou ovlivňovány dalšími faktory (objemová hmotnost, vlhkost, vady dřeva, charakter zatížení, konstrukční rozměry) (Adámek et al., 2004).

4.2.1 Napětí

Napětí se vypočítá podle vztahu:

$$\sigma_p = \frac{F}{S} \quad [\text{MPa}] \quad (4.1)$$

Kde F je síla na mezi pevnosti v Newtonech a S je kolmá plocha na kterou tato síla působí.

Síly působící kolmo na plochu průřezu se nazývají normálové napětí (σ), například napětí v tahu nebo tlaku. Působením síly v rovině průřezu, vzniká tangenciální (smykové) napětí (τ), například napětí ve smyku. Kombinací těchto dvou napětí napětí představuje ohyb. (Horáček, 2010)

Složky normálového napětí σ_{ii} a složky tangenciálního napětí τ_{ij} jsou z podmínky nulového pootočení prvku a z plynoucí podmínky rovnováhy momentů k osám, stejně velké. Přičemž můžeme napsat rovnici:

$$\sigma_{ii} = -\sigma_{ii} \quad \text{a} \quad \tau_{ij} = \tau_{ji}$$

(Šlezingerová et al., 1998).

Při značení napětí označuje první index plochu, na kterou napětí působí, a druhý index označuje směr složky napětí. Tímto dostáváme u třírozměrných těles celkem devět složek napětí. Tři normálové a šest tangenciálních – σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} , τ_{12} , τ_{13} , τ_{21} , τ_{31} , τ_{23} a τ_{32} .

Celkový stav napětí v tělese tedy můžeme vyjádřit pomocí maticového zápisu, kdy tenzor napětí dostává vztah:

$$\sigma = \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \begin{bmatrix} \frac{\Delta F_1}{\Delta S_1} & \frac{\Delta F_2}{\Delta S_1} & \frac{\Delta F_3}{\Delta S_1} \\ \frac{\Delta F_1}{\Delta S_2} & \frac{\Delta F_2}{\Delta S_2} & \frac{\Delta F_3}{\Delta S_2} \\ \frac{\Delta F_1}{\Delta S_3} & \frac{\Delta F_2}{\Delta S_3} & \frac{\Delta F_3}{\Delta S_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

(Požgaj et al., 1997).

4.2.2 Deformace

Působením mechanických sil na těleso dochází ke změně tvarů a rozměrů dřeva, což

nazýváme deformací. Kromě jednoduchého prodloužení nebo zkrácení se pravoúhlý průřez dřeva může zkroutit do kosodélníkového tvaru. Prodloužení a zkrácení rozměrů jsou charakteristická pro normálová napětí a nazýváme je normálovými deformacemi ϵ . Kroucení tělesa vzniká při tangenciálních napětí a nazýváme jej smykovou (tangenciální) deformací γ . (Horáček, 2010).

Deformace se dělí na pružné deformace, pružné v čase a plastické deformace. U pružné deformace se dřevo po odstranění všech vnějších sil opět vrátí do své polohy a rozměrů. Tato změna nastává okamžitě. Pružná deformace v čase je návratná změna, která po uvolnění všech vnějších sil se nevrací do své původní polohy hned, ale až za nějaký čas. Plastická deformace je trvalá změna tvaru dřeva, která po odstranění vnějších sil zůstává a těleso nabyde nový tvar a rozměr (Požgaj et al., 1997).

Posunutí - $\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$ na osách x, y, z, vzniklé působením napětí je jedinou absolutně

vyjádřenou hodnotou, která se dá přímo změřit. Deformace je vzájemný poměr mezi tímto posunutím a velikostí tělesa v daném směru. Díky tomu je deformace nezávislá na rozměru tělesa (Horáček, 2018).

V tělese také mimo deformace vzniklé normálovým napětím, vznikají deformace smykové γ . Smyková deformace vzniká posunutím dvou sousedních přířezů, ve kterých působí napětí τ . Při tangenciálním napětí se mění pravoúhlost hran, což je zásadní rozdíl mezi deformací vzniklou normálovým a tangenciálním napětím.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\Delta u_1}{\Delta x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u_1}{\Delta x_2} + \frac{\Delta u_2}{\Delta x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u_1}{\Delta x_3} + \frac{\Delta u_3}{\Delta x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u_2}{\Delta x_1} + \frac{\Delta u_1}{\Delta x_2} \right) & \frac{\Delta u_2}{\Delta x_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u_2}{\Delta x_3} + \frac{\Delta u_3}{\Delta x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u_3}{\Delta x_1} + \frac{\Delta u_1}{\Delta x_3} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u_3}{\Delta x_2} + \frac{\Delta u_2}{\Delta x_3} \right) & \frac{\Delta u_3}{\Delta x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

(Požgaj et al., 1997).

4.2.3 Pružnost

Pružnost dřeva je schopnost vrátit se do původního stavu, při odstranění vnějších sil. Pružnost se popisuje pomocí konstant E (modul pružnosti), G (smykový modul), μ (Poissonova čísla), dále se dá popsat pomocí parametrů z pracovního diagramu (Šlezingerová et al., 1998).

4.2.3.1 Poissonova čísla

Poissonova čísla jsou důležitými charakteristikami pružnosti dřeva. Je to poměr příčné deformace k deformaci podélné, využívá se tedy při objemových změnách dřeva způsobeným mechanickým zatížením.

Pokud je hranol dřeva namáhán tlakem nebo tahem, vznikají v něm jak deformace v podélném směru, tak i deformace ve směru příčném.

Příčné deformace se neshodují s deformacemi kolmo na vlákna.

Poměr těchto deformací je Poissonovo číslo. Například tedy při tlaku rovnoběžně s vlákny vystupují dvě Poissonova čísla:

$$\mu_{TL} = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L} \quad [-] \quad \mu_{RL} = \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_L} \quad [-] \quad (4.4)$$

Kde:

ε_T – příčná poměrná deformace v tangenciálním směru

ε_R – příčná poměrná deformace v radiálním směru

ε_L – poměrná deformace ve směru vláken

(Požgaj et al., 1997).

Z výše uvedeného lze logicky odvodit, že Poissonovo číslo, někdy také udávané jako koeficient příčné deformace se zapíše obecně:

$$\mu_{ij} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad [-] \quad (4.5)$$

Kde v označení μ_{ij} první index značí směr příčné deformace a druhý index směr působení síly a podélné deformace. S ohledem na tři roviny pružné symetrie se stanovuje šest Poissonových čísel (Šlezingerová et al., 1998).

Tabulka č. 1: Poissonova čísla vybraných dřev (Ugolev, 1975)

Dřevo	Poissonova čísla					
	Ve směru vláken		Ve směru radiálním		Ve směru	
	μ_{RL}	μ_{TL}	μ_{TR}	μ_{LR}	μ_{RT}	μ_{LT}
Smrk	0,490	0,410	0,790	0,030	0,380	0,037
Jasan	0,508	0,566	0,830	0,056	0,467	0,044
Topol	0,507	0,590	1,190	0,037	0,356	0,014

Ve směru vláken - μ_{TL} , μ_{RL}

V radiálním směru - μ_{TR} , μ_{LR}

V tangenciálním směru - μ_{RT} , μ_{LT} (Ugolev, 1975)

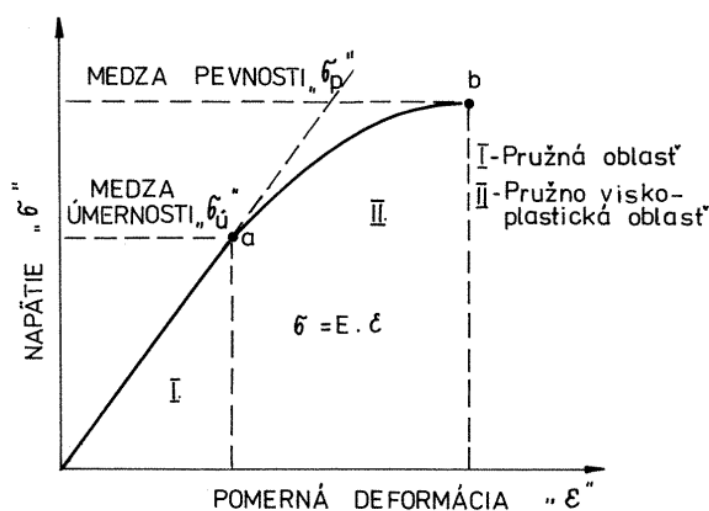
4.2.3.2 Modul pružnosti

Modul pružnosti vyjadřuje vnitřní odpor dřeva vůči pružné deformaci. Čím větší je modul pružnosti, tím větší odpor klade dřevo vůči deformacím. Z průběhového diagramu napětí – deformace vyplývá, že do meze úměrnosti se moduly pružností chovají lineárně (Požgaj et al., 1997).

Zjišťují se pouze experimentálně. Modul pružnosti v tahu a tlaku pro dřevo ve směru vláken se pohybuje v rozmezí 10000 až 15000 MPa, při vlhkosti 12 %. Napříč vláken je hodnota menší až 25krát. Ve směru radiálním je hodnota přibližně 2krát větší než v tangenciálním. Přibližný poměr modulu pružnosti v jednotlivých směrech je $E_L:E_R:E_T = 20:2:1$ (Dutko, 1997)

Rozlišují se moduly pružností při normálových namáháních (tah, tlak, ohyb) – Youngův modul pružnosti E_i a smykové moduly pružnosti (krut a smyk) – se značí G_{ij} .

Moduly pružností jsou důležitou materiálovou konstantu při statických výpočtech dřevěných konstrukcí (Gandelová et al., 1996).



Obrázek č. 2: Diagram napětí-deformace (Požgaj et al., 1997)

Převrácenou hodnotu Hookova zákona definoval jako první Young roku 1802 jako modul pružnosti v tahu a tlaku, nazývanou také jako Youngův modul pružnosti – E.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \text{ [MPa]} \quad (4.6)$$

(Požgaj et al., 1997)

Tabulka č. 2: Moduly pružnosti a smykové moduly vybraných dřev (Ugolev, 1986)

Dřevo	Modul pružnosti [MPa]						
	V tlaku a tahu			Ve smyku			V ohybu
	E _L	E _R	E _T	G _{LR}	G _{LT}	G _{RT}	G _{OH}
Smrk	14300	680	470	1230	800	55	12800
Jasan	15700	1875	1250	1325	1080	255	13900
Topol	13900	885	350	840	840	110	-

V uvedené tabulce jsou průměrné hodnoty modulů, do statických výpočtů vstupuje tzv. 5% kvantil zkoušených vzorků dřeva.

4.2.3.2.1 Modul pružnosti v tahu a tlaku

Modul pružnosti v tahu a tlaku je charakterizován jako podíl napětí vůči podélné deformaci dle vztahu:

$$E = \frac{F_u \cdot l}{S \cdot \Delta_{ul}} \text{ [MPa]} \quad (4.7)$$

F_u – síla působící na mezi úměrnosti (N)

L – původní délka tělesa před působením vnějších sil (m)

S – plocha na kterou síla F působí (m²)

Δ_u – absolutní pružná defomace ve směru silového působení (m)

(Gandelová et al., 1996).

4.2.3.2 Modul pružnosti ve statické ohybu

V ohybu se udává jenom modul pružnosti kolmo na vlákna a zkouší se prakticky pouze v tangenciálním směru. Odvození modulu pružnosti v ohybu vychází z normálového namáhání tělesa způsobeného ohybovým momentem. Deformace při ohybu je definována jako poměr vzniklého průhybu na nosníku a poloměru ohybu (Šlezingerová et al., 1998).

$$E = \frac{F \cdot l_0^3}{4 \cdot b \cdot h^3 \cdot \Delta y} \text{ [MPa]} \quad (4.8)$$

Kde:

F – působící síla [N]

L₀ – vzdálenost podpěr [mm]

b, v – šířka a výška zkušební tělesa [mm]

dy – průhyb tělesa [mm]

4.2.3.2.3 Smykový modul pružnosti

Stejně jako při normálových napětí je i smykové napětí zpočátku lineární a udává vztah mezi poměrným posunutím a příslušným napětím.

Z obecného Hookova zákona vyplývá, že se rozlišují tři smykové moduly pružnosti, ve směru tangenciálně podélném, radiálně podélném a radiálně tangenciálním. Příslušné moduly se počítají z příslušného Youngova modulu pružnosti a odpovídajícího Poissonova čísla podle vztahu:

$$G_{ij} = \frac{E_{\alpha}}{2 \cdot (1 + \mu_{\alpha})} \text{ [MPa]} \quad (4.9)$$

E – Youngův modul pružnosti

α – odklon vláken od podélné osy tělesa

μ_α – odpovídající Poissonovo číslo

Pro dřeva na našem území se modul pružnosti pohybuje v rozpětí 100–2000 MPa. (Šlezingerová et al., 1998).

4.2.4 Pevnost dřeva

Pevnost dřeva popisuje odolnost dřeva vůči trvalému poškození. Pevnost je vyjádřena napětím, při kterém dojde k porušení celistvosti. Toto napětí je označené jako mez pevnosti σ_p . Napětí, kdy dojde k porušení tělesa, se určí pomocí zkoušek. Hodnota, která udává pevnost dřeva, je závislá na vlhkosti, hustotě a teplotě dřeva (Gandelová et al., 1996).

4.2.4.1 Pevnost dřeva v tlaku ve směru vláken

Tlaková pevnost dřeva ve směru vláken je z praktického hlediska velice důležitou vlastností dřeva. Mez pevnosti v tlaku ve směru vláken se vypočítá podle normálového napětí:

$$\sigma_{pII} = \frac{F_{max}}{a*b} \text{ [MPa]} \quad (4.10)$$

F_{max} – síla na mezi únosnosti (N)

a,b – příčné rozměry tělesa (mm)

(Gandelová et al., 1996).

Působením tlaku na těleso ve směru vláken dochází k deformaci, tedy ke zkrácení tělesa v podélném směru. Charakter deformace závisí na stavbě dřeva, jeho jakosti, vlhkosti a hustoty. U dřeva s nízkou hustotou a tedy i nízkou pevností dochází k otláčení vláken na čelních plochách a k vybočení stěn na bočních plochách.

Průměrná hodnota meze pevnosti dřeva v tlaku kolmo na vlákna je při vlhkosti 12 % cca 50 Mpa (Gandelová et al., 1996).

Tabulka č. 3: Průměrná mez pevnosti tlaku ve směru vláken vybraných dřevin při různé vlhkosti (Ugolev, 1986)

Dřevo	Mez pevnosti v tlaku ve směru vláken [MPa]	
	W = 12 %	W = 30 %
Modřín	64,5	25,5
Borovice	48,5	21
Smrk	44,4	19,5
Jasan	59	32,5
Ořešak	55	24
Bříza	55	22,5
Habr	60	26,5
Akát	75,5	41,5
Buk	55,5	26
Dub	57,5	30,4

V uvedené tabulce jsou průměrné hodnoty mezí pevnosti, do statických výpočtů vstupuje tzv. 5% kvantil zkoušených vzorků dřeva.

4.2.4.2 Pevnost dřeva v tlaku napříč vláken

Na rozdíl od tlaku ve směru vláken nebývá v tomto případě dřevo porušeno oddělováním jednotlivých částí, ale dochází k postupné deformaci a zhušťování dřevní struktury v celém objemu.

Při působení tlaku napříč vláken nedochází ve většině případů k celkovému porušení tělesa. Proto pevnost v tlaku se určuje z meze úměrnosti. S ohledem na to, že vlastní mez úměrnosti je obtížné určit, zjišťuje se v podstatě mez úměrnosti na základě stanovených kritérií. Takto stanovená mez úměrnosti je označovaná jako konvenční mezí pevnosti.

Rozlišuje se pevnost v radiálním a tangenciálním směru (Požgaj et al., 1997).

Tabulka č. 4: Konvenční meze pevnosti v tlaku napříč vláken vyb. dřevin (Ugolev, 1976)

Konvenční mez pevnosti v tlaku napříč vláken [MPa]				
Dřevo	R směr, w = 12 %	T směr, w = 12 %	R směr, w = 30 %	T směr, w = 30 %
Modřín	4,5	6,1	2,7	2,5
Borovice	5,2	7,6	3,1	3,1
Smrk	3,4	4	2,3	2
Jedle	2,2	2,4	1,3	1
Habr	6,7	6,2	4	3,7
Buk	6,2	6,5	3,7	3,9
Dub	11	8,5	6,5	5,1

4.2.4.3 Pevnost dřeva v tahu ve směru vláken

Pevnost v tahu ve směru vláken je v porovnání s ostatními pevnostmi největší. Průměrná hodnota pro dřeviny našich geografických pásem se pohybuje okolo 120 MPa. Deformační čára probíhá téměř lineárně až do porušení. To se projeví roztržením buněk dřeva centrální části tělesa (Šlezingerová et al., 1998).

Tabulka č. 5: Průměrné meze pevnosti v tahu ve směru vláken vyb. dřevin (Ugolev, 1976)

Dřevo	Mez pevnosti v tahu ve směru vláken [MPa]	
	W = 12 %	W = 30 %
modřín	125	96
borovice	103	79
smrk	103	79
jedle	79	61
dub	132	100
jasan	145	109
buk	123	92

V uvedené tabulce jsou průměrné hodnoty mezí pevnosti, do statických výpočtů vstupuje tzv. 5% kvantil zkoušených vzorků dřeva

4.2.4.4 Pevnost dřeva v tahu napříč vláken

Na rozdíl od ostatních druhů napětí nedochází v tomto případě k lomu nebo oddělováním jednotlivých částí dřeva, ale dochází k postupné deformaci a zhušťování dřevní hmoty v celém svém objemu. Nedochází tedy k celkovému porušení tělesa. Proto se pevnost v tlaku určuje z meze úměrnosti. S ohledem na to, že vlastní mez úměrnosti je obtížné určit, zjišťuje se v podstatě mez úměrnosti na základě stanovených kritérií. Takto stanovená mez úměrnosti je označována jako konvenční mez pevnosti (Gandelová et al., 2008).

Tabulka č. 6: Průměrné meze pevnosti v tahu napříč vláken vyb. dřevin (Ugolev, 1976)

Dřevo	Mez pevnosti v tahu napříč vláken [MPa]	
	radiálním při W = 12 %	tangenciálním při W = 30 %
smrk	2,2	1,7
dub	5,8	-
buk	4,4	3,4
habr	4,6	3,8

V uvedené tabulce jsou průměrné hodnoty mezí pevnosti, do statických výpočtů vstupuje tzv. 5% kvantil zkoušených vzorků dřeva

4.2.4.5 Pevnost dřeva v ohybu

Pevnost dřeva v ohybu je jednou z nejdůležitějších mechanických vlastností. Zpravidla se používá pevnost dřeva v ohybu napříč vláken. U zatěžování v tangenciálním směru

u jehličnatých dřevin je o 10-12 % větší pevnost v ohybu než u radiálního směru. Listnaté dřeviny mají při statickém ohybu pevnost prakticky shodnou (Požgaj et al., 1997).

Pro jednoduchý nosník umístěný na dvou podpěrách se silou F působící do jeho středu, se vychází při výpočtu maximálního napětí v povrchových vrstvách ze vzorce

$$\sigma_{\max} = \frac{3 \cdot F \cdot l_0}{2 \cdot b \cdot h^2} \text{ [MPa]} \quad (4.11)$$

(Šlezingerová et al., 1998).

4.3 Mez úměrnosti

Mez úměrnosti dřeva a dřevních kompozitů je bod nejvyšší možné pružné deformace, tedy lineární úsek diagramu, poté se odklání a přechází do nelineárního průběhu, kde tento odklon je zapříčiněn nárůstem plastických deformací a deformací pružných v čase (Požgaj et al., 1997).

Tabulka č. 7: Pevnosti vybraných dřevin na mezi úměrnosti (Horáček, 2018)

Meze úměrnosti	hustota kg / cm ³	tah		tlak		ohyb		smyk
		*	⊥**	*	⊥**	MOR***	MOE****	
		MPa						
jedle	430	70	1,3	26	4,2	47	9 600	5,0
smrk	440	76	1,4	26	3,7	49	10 100	5,2
borovice	530	92	2,6	31	6,8	60	11 750	8,8
modřín	600	95	2,0	35	6,6	68	13 500	7,9
topol	340	76	1,4	25	2,7	45	10 700	6,8
osika	460	90	2,4	31	2,3	54	10 700	6,9
vrba	520	75	2,2	23	3,1	46	9 800	6,0
lípa	540	75	4,4	33	1,6	73	7 500	4,0
olše	550	83	1,8	35	5,8	58	11 500	4,0
kaštanovník	610	109	4,5	32	4,5	53	8 800	7,0
javor	630	90	4,7	39	5,8	68	10 300	8,8
jilm	670	76	3,5	36	8,8	61	10 800	6,2
ořešák	690	88	3,2	46	10,6	87	12 300	6,2
jasan	700	128	6,2	33	9,7	83	13 100	11,3
dub	700	97	3,0	36	10,4	70	11 600	11,4
buk	720	117	3,2	40	7,1	84	13 100	11,1
bříza	730	121	6,2	39	9,7	94	16 100	10,6
akát	760	120	3,8	46	16,7	71	14 700	11,3
habr	820	138	3,4	35	15,0	98	11 000	15,2

*rovnoběžně s vlákny, **kolmo na vlákna, ***Mez pevnosti dřeva v ohybu,

****Modul pružnosti dřeva v ohybu

Uvedené hodnoty jsou zjištěny při vlhkosti dřeva 12 %.

4.3.1 Charakteristické pevnosti

Charakteristické hodnoty vlastností dřeva a materiálů na bázi dřeva jsou definovány jako pětiprocentní hodnoty souboru získané ze zkoušek trvajících 300 sekund při teplotě okolního prostředí 20 C° a relativní vlhkosti 65 %. Charakteristické hodnoty jsou uvedeny v Národním aplikačním dokumentu ČR k Eurokódu 5 nebo příslušných technických normách (Kuklík, 1998).

Tabulka č. 8: Charakteristické pevnosti vybraných dřevin (Horáček, 2018)

Charakteristické pevnosti	hustota kg / m ³	tah		tlak		ohyb		smyk
		*	⊥**	*	⊥**	MOR***	MOE****	
		MPa						
jedle	346	22	0,6	-18	-2,6	31	7 718	3,0
smrk	354	24	0,7	-18	-2,2	32	8 120	3,2
borovice	426	29	1,3	-22	-4,1	40	9 447	5,4
modřín	482	30	1,0	-25	-4,0	45	10 854	4,8
topol	273	24	0,7	-17	-1,6	29	8 603	4,2
osika	370	28	1,2	-22	-1,4	35	8 603	4,2
vrba	418	23	1,1	-17	-1,9	30	7 879	3,7
lípa	434	23	2,2	-23	-1,0	48	6 030	2,4
olše	442	26	0,9	-25	-3,5	38	9 246	2,4
kaštanovník	490	34	2,3	-22	-2,7	34	7 075	4,3
javor	507	28	2,4	-28	-3,5	45	8 281	5,4
jilm	539	24	1,8	-25	-5,4	40	8 683	3,8
ořešák	555	28	1,6	-33	-6,5	57	9 889	3,8
jasan	563	40	3,2	-23	-5,9	54	10 532	6,8
dub	563	31	1,5	-25	-6,3	46	9 326	6,9
buk	579	37	1,6	-28	-4,3	55	10 532	6,7
bříza	587	38	3,2	-28	-5,9	62	12 944	6,5
akát	611	38	1,9	-32	-10,2	47	11 819	6,8
habr	659	43	1,7	-25	-9,1	64	8 844	9,2

*rovnoběžně s vlákny, **kolmo na vlákna, ***Mez pevnosti dřeva v ohybu,

****Modul pružnosti dřeva v ohybu

Uvedené hodnoty jsou zjištěny při vlhkosti dřeva 12 %.

4.3.2 Návrhová pevnost

Návrhové vlastnosti dřeva a materiálů na bázi dřeva jsou hodnoty, které se využívají při navrhování dřevěných konstrukcí. Návrhová pevnost dřeva či materiálů na bázi dřeva je hodnotou, která je definována vztahem

$$f_d = k_{mod} * \frac{f_k}{\gamma_M} [\text{Mpa}] \quad (4.12)$$

kde:

k_{mod} – modifikační součinitel zohledňující účinek doby trvání zatížení a vlhkosti

f_k – charakteristická pevnost dřeva

γ_M – součinitel vlastností dřeva zaručující spolehlivost návrhu (u dřeva 1,3-1,45)

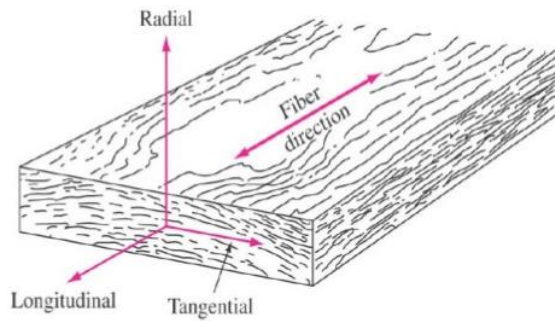
(Kuklík, 1998).

4.4 Hookův zákon

Dřevo se při jednoosém namáhání chová až do meze únosnosti jako lineárně pružný materiál, předpokládá se tedy, že je mezi ostatními složkami napětí a deformací lineární vztah a mají tedy tvar Hookeova zákona (Požgaj et al., 1997).

4.4.1 Obecný ortotropní materiál

Ortogonalní anizotropní materiál je materiál mající tři navzájem hlavní kolmé směry, také ho můžeme zkráceně nazvat ortotropní. Kolmost hlavních směrů může kopírovat různé souřadnicové soustavy, to znamená, že lze natočit souřadnicovou soustavu tak, aby souřadnice byly rovnoběžné s hlavními směry materiálu (Babiak & Dubovský, 2000).



Obrázek č. 3: Přímočaře ortotropní materiál-dřevo (Praveen, 2012)

Pokud se napětí vypočítá podle vztahu (3.1), u ortotropního materiálu se jedná o veličinu, která má šest neznámých (tři od vektoru síly a tři od vektoru plocha). Napětí tedy můžeme chápat jako tenzor II. řádu σ daný maticí:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Pro symetrický tenzor druhého řádu platí:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

Když indexy:

$i = j$ se nazývají stejnojmennými složkami tenzoru napětí

$i \neq j$ se nazývají různojmennými složkami tenzoru napětí

Pro stejnojmenné složky tenzoru napětí je směr síly a plochy stejný, síla je kolmá na plochu a tyto složky se nazývají normálová napětí. Pro různojmenné složky síla působí v dané ploše a napětí se nazývají smyková (tangenciální) (Borůvka, 2016).

Hookův zákon obecného ortotropního materiálu v hlavním souřadnicovém systému se odvodí z Hookova zákona anizotropního materiálu (v různých směrech má různé vlastnosti) s návazností na hlavní ortotropní osy.

Matice tuhosti má tvar:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

S aplikováním symetrie se z matice tuhosti [C] u obecně ortotropního materiálu získá 9 nezávislých materiálových konstant.

Obdobně lze inverzní úpravou získat i matici poddajnosti obecně ortotropního materiálu, která bude obsahovat rovněž 9 nezávislých materiálových konstant.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ Y_{23} \\ Y_{31} \\ Y_{12} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Pro každou složku matice poddajnosti S_{ij} je možné také stanovit fyzikální nebo geometrickou charakteristiku. Do této skupiny lze zařadit modul pružnosti E, modul pružnosti ve smyku G a Poissonovo číslo μ (Vrbka, 2008).

V případě ortotropního materiálu mají tyto veličiny navíc směrové indexy v souladu

s hlavním ortotropním souřadnicovým systémem 1, 2 a 3. Fyzikální charakteristiky jsou pochopitelně v různých ortotropních směrech různé.

Pokud v maticovém tvaru zohledníme i zkosení a poměrné přetvoření dostaneme:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\mu_{12}}{E_2} & -\frac{\mu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\mu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{13}}{E_2} & -\frac{\mu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ Y_{23} \\ Y_{31} \\ Y_{12} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

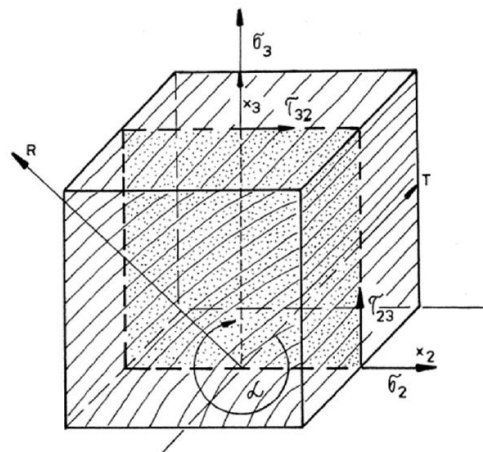
Porovnáním matic můžeme vyjádřit jednotlivé prvky matice poddajnosti pomocí technických materiálových charakteristik (Vrbka, 2008).

4.4.2 Transformace souřadnic

Při použití rovinného stavu napjatosti je třeba často přejít z jedné souřadnice systému (L, T, R – anatomické směry) k druhému libovolnému systému X1, X2, X3.

V tomto případě je nevyhnutelné najít složky napětí, deformace a deformační konstanty (Požgaj et al., 1997).

Smysl transformace spočívá v přepočítání napětí na povrchu tělesa, do napětí vznikajících uvnitř (Horáček, 2018).



Obrázek č. 4: Otáčení ortotropní osy se zvýrazněnou příčnou rovinou (Požgaj et al., 1997)

4.4.3 Transformace napětí a deformace

Z definice tenzoru deformací a napětí lze usoudit, že jejich velikost závisí od soustavy, ve které napětí nebo deformace měříme (Borůvka, 2016).

Pro transformaci napětí můžeme použít maticový zápis:

$$\sigma' = T * \sigma \quad (4.17)$$

Inverzní matice pro napětí má tvar

$$T_{\sigma}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & 2 * \sin \alpha * \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & -2 * \sin \alpha * \cos \alpha \\ -\sin \alpha * \cos \alpha & 2 * \sin \alpha * \cos \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Po dosazení dostaneme transformační matici napětí

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 0 & 0 & -2s * c \\ s^2 & c^2 & 0 & 0 & 0 & 2s * c \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \\ s * c & -s * c & 0 & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_2 \\ \sigma'_3 \\ \sigma'_4 \\ \sigma'_5 \\ \sigma'_6 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Pro transformaci deformací můžeme použít maticový zápis:

$$\varepsilon' = T * \varepsilon \quad (4.20)$$

Inverzní matice pro deformace má tvar

$$T_{\varepsilon}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & \sin \alpha * \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & \sin \alpha * \cos \alpha \\ -2 * \sin \alpha * \cos \alpha & 2 * \sin \alpha * \cos \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Po dosazení dostaneme transformační matici deformací

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 0 & 0 & 0 & -s * c \\ s^2 & c^2 & 0 & 0 & 0 & s * c \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s & c & 0 \\ 2s * c & -s * c & 0 & 0 & 0 & c^2 - s^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_3 \\ \varepsilon'_4 \\ \varepsilon'_5 \\ \varepsilon'_6 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Matice tuhosti má tvar

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{46} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

(Horáček, 2018).

Transformační matice tuhosti má tvar

$$C' = T_{\varepsilon} * C * T_{\sigma}^{-1} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \overline{C_{11}} &= C_{11}C^4 + C_{22}S^4 + 2(C_{12} + 2C_{66})S^2C^2 \\ \overline{C_{12}} &= (C_{11} + C_{22} - 4C_{66})S^2C^2 + C_{12}(S^4 + C^4) \\ \overline{C_{16}} &= (C_{11} - C_{12} - 2C_{66})SC^3 + (C_{12} - C_{22} + 2C_{66})S^3C \\ \overline{C_{22}} &= C_{11}S^4 + C_{22}C^4 + 2(C_{12} + 2C_{66})S^2C^2 \\ \overline{C_{26}} &= (C_{11} - C_{12} - 2C_{66})S^3C + (C_{12} - C_{22} + 2C_{66})SC^3 \\ \overline{C_{66}} &= (C_{11} + C_{22} - 2(C_{12} + C_{66}))S^2C^2 + C_{66}(S^4 + C^4) \end{aligned}$$

Obrázek č. 5: Transformace tuhosti (Horáček, 2018)

U obecně ortotropního materiálu je transformace deformací definována jako

$$\varepsilon' = S' * \sigma' \quad (4.25)$$

Zkrácená forma matice poddajnosti má tvar

$$S' = T_{\varepsilon}^{-1} * S * T_{\sigma}^{-1} \quad (4.26)$$

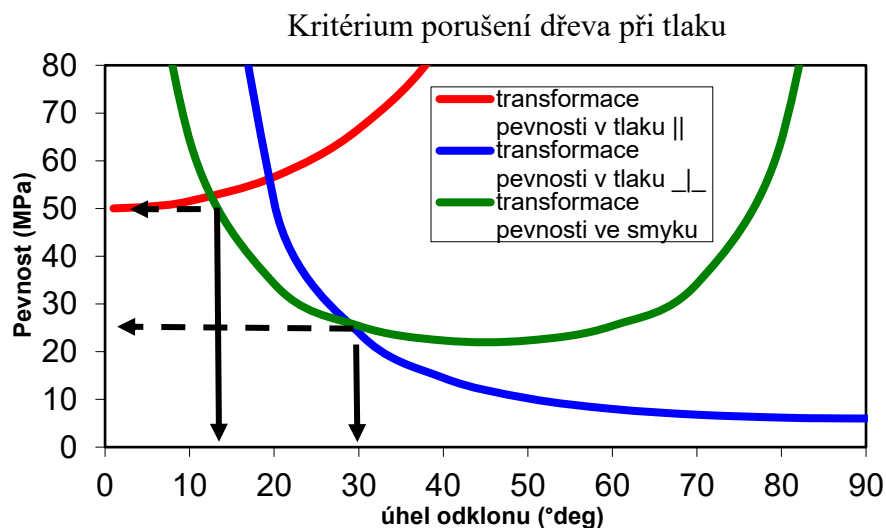
Po rozepsání a redukování, vypadá následovně:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon'_{11} \\ \varepsilon'_{22} \\ \varepsilon'_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} & S'_{16} \\ S'_{12} & S'_{22} & S'_{26} \\ S'_{16} & S'_{26} & S'_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma'_{11} \\ \sigma'_{22} \\ \sigma'_{66} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

(Horáček, 2018).

$$\begin{aligned} \overline{S_{11}} &= S_{11}C^4 + S_{22}S^4 + 2(S_{12} + 2S_{66})S^2C^2 \\ \overline{S_{12}} &= (S_{11} + S_{22} - S_{66})S^2C^2 + S_{12}(S^4 + C^4) \\ \overline{S_{16}} &= (2(S_{11} - S_{12}) - S_{66})SC^3 + (2(S_{12} - S_{22}) + S_{66})S^3C \\ \overline{S_{22}} &= S_{11}S^4 + S_{22}C^4 + (2S_{12} + S_{66})S^2C^2 \\ \overline{S_{26}} &= (2(S_{11} - S_{12}) - S_{66})S^3C + (2(S_{12} - S_{22}) + S_{66})SC^3 \\ \overline{S_{66}} &= 2(2(S_{11} + S_{22} - 2S_{12}) - S_{66})S^2C^2 + S_{66}(S^4 + C^4) \end{aligned}$$

Obrázek č. 6: Transformace poddajnosti (Horáček, 2018)



Obrázek č. 7: Transformace pevnosti v tahu při odklonu vláken (Horáček, 2018)

Z obrázku č. 5 je patrné, že porušení může být různé a je závislé na odklonu vláken. Znázorněn je v tomto případě prostý tlak, ale teorie se dá uplatnit i pro tah, smyk i ohyb.

4.5 Namáhání ohybem

Prut libovolného tvaru, který je zatížen vnějšími silovými účinky je namáhán v ohybu, jestliže výslednice vnitřních sil v řezu kolmém k jeho podélné ose vytvářejí dvojici sil N , jejichž výslednice je ohybový moment M_o (Hájek, 1988).

Prostý ohyb vyvolává v průřezu normálové napětí σ , které je rozloženo v průřezu po přímce. Prostý ohyb se ve stavebních konstrukcích vyskytuje zcela vyjimečně, většinou působí v kombinaci se smykem (Jelínek, 2012).

Pro ohyb v rovině xz platí:

$$N_x = 0, \quad V_y = 0, \quad M_x = 0, \quad M_z = 0, \quad V_z \neq 0, \quad M_y \neq 0$$

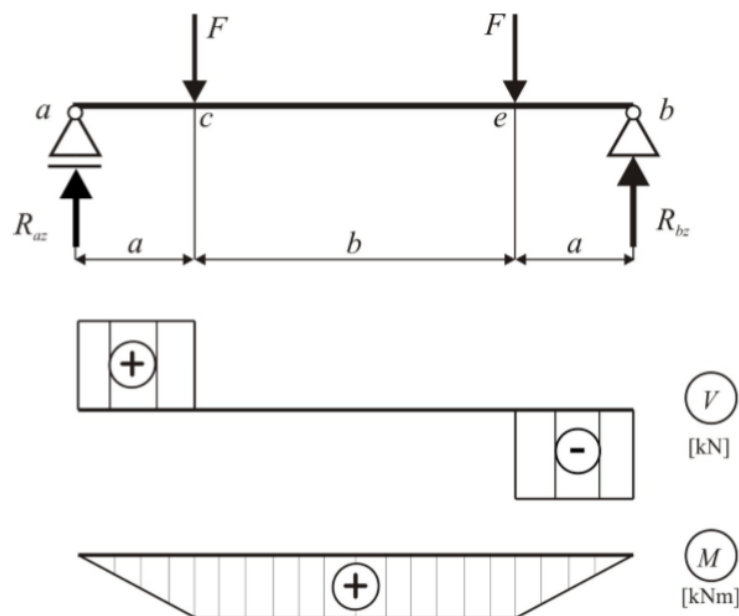
(Krejša, 2012)

Ohyb patří mezi základní druhy namáhání a v praxi se vyskytuje velmi často, takto zatížené pruty se nazývají nosníky. Zatížení může být způsobeno buď osamělou silou, silovou dvojicí nebo spojitým zatížením, případně jejich vzájemnou kombinací (Hájek, 1988).

Při zatížení se nosník prohne tak, že se některá vlákna na konkávní straně prodlouží (tah), na konvexní zkrátí (tlak) a některá svou délku nezmění, to jsou vlákna procházející neutrální osou. Lze dokázat, že v oblasti elastické defomace je velikost napětí přímo úměrná vzdálenosti od neutrální osy, závislost je lineární. Toto platí i v případě, posouvajících síl a smykového napětí (Michalec et al., 2010).

4.5.1 Prostý ohyb a standardní ohyb

Symetrický prostý nosník obdélníkového průřezu je symetricky zatížen osamělými silami F . Z průběhu vnitřních sil (Obrázek č.6) vidíme, že na úseku $|ce|$ je nulová posouvající síla a působí zde pouze ohybový moment $M = F \cdot a$ [MPa]. Jedná se o základní typ ohybu, tzv. prostý ohyb a vznikají zde pouze normálová napětí. Na úsecích $|ac|$ a $|eb|$ vzniká standardní ohyb, navozen jak ohybovým momentem, tak i posouvající silou. Působí zde jak normálové, tak i smykové napětí. Deformace v případě ohybu je průhyb (Kejsa, 2012; Horáček, 2018).

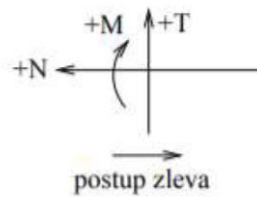


Obrázek č. 8: Symetricky zatížený prostý nosník (Krejsa, 2012)

Silové účinky nosníku procházející osou, lze obecně v každém přímém průřezu nahradit:

- Normálovou silou N , která je rovna součtu všech sil po délce nosníku
- Posouvající silou V , která je rovna součtu všech sil kolmých na osu nosníku
- Ohybovým momentem M , který je roven součtu všech sil působících po jedné straně průřezu

Důležité je, při zjišťování výše uvedených sil, dodržovat znaménkovou konvenci.

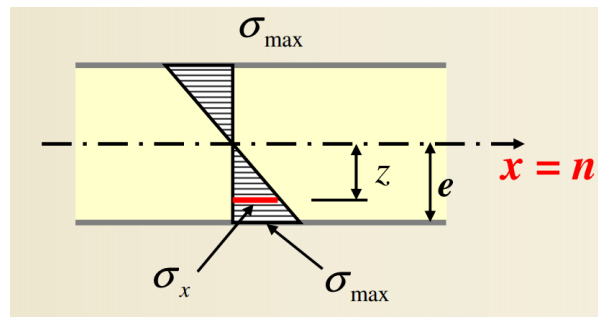


Obrázek č. 9: Znaménková úmluva pro vnitřní silové účinky (Plánička, 2000)

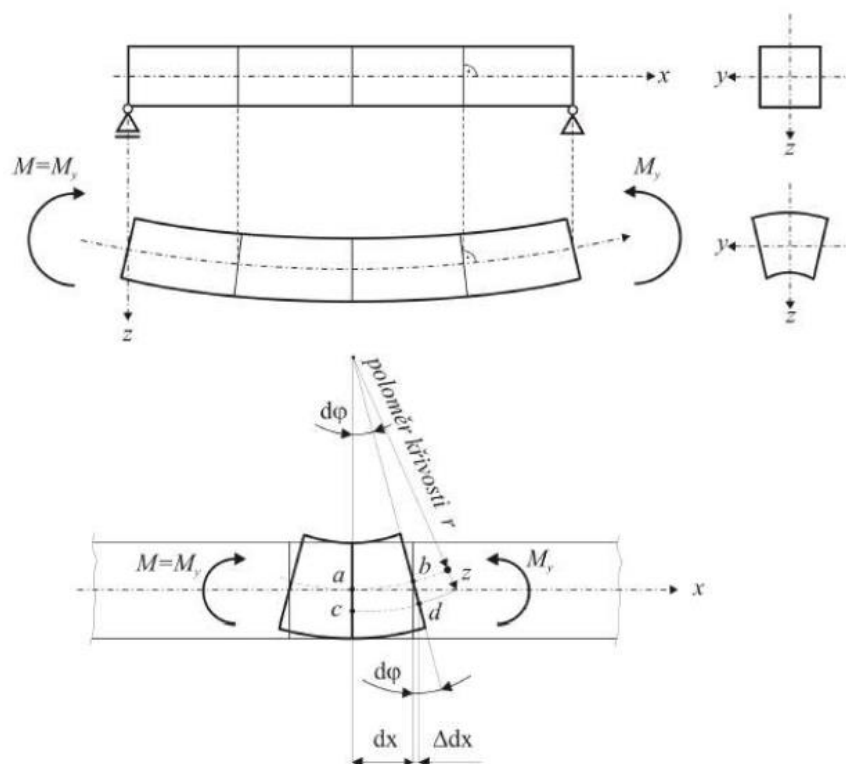
4.5.2 Normálové napětí při ohybu

Základní předpoklady:

- Platí pouze v pružné oblasti – platí Hookův zákon
- Průřezy rovinné a kolmé k ose prutu, zůstávají rovnými a kolmými k deformované ose.
- Podélná vlákna na sebe navzájem netlačí



Obrázek č. 10: Rozložení normálového napětí při ohybu (Šmirák, 2000)



Obrázek č. 11: Deformace ohýbaného nosníku (Krejša, 2012)

Vlivem ohybu se průřezy vzájemně pootočí o úhel $d\phi$. Tím, že úsečky ab a cd byly před zatížením shodné, platí pro absolutní i relativní změnu délky vlákna cd :

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta d_x}{d_x} = \frac{z * d\phi}{r * d\phi} = \frac{z}{r} \quad [-] \quad (4.28)$$

Z této rovnice vyplývá, že poměrná změna délky vlákna je přímo úměrná vzdálenosti od neutrální osy prutu. Čím jsme od orálové osy dál, tím jsou deformace větší.

Dosazením do Hookova zákona dostaneme

$$\delta_x = E * \varepsilon_x = \frac{E}{r} * z \quad [\text{MPa}] \quad (4.29)$$

Z této rovnice vyplývá, že normálové napětí je závislé na výšce průřezu a mění se podle ní lineárně. Také dokazuje, že napětí v neutrální rovině bude nulové. Díky znalostem statické podmínky ekvivalence můžeme napsat

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E * I} \quad (4.30)$$

(Havířová, 2003)

Tato rovnice definuje deformace ohýbaného pružného prutu vyvozené ohybovými momenty a je výchozím vztahem pro určování přetvoření prutu. Můžeme jí následně přepsat

$$\sigma = \frac{M}{I} * z \quad [\text{MPa}] \quad (4.31)$$

(Šmirák, 2000)

Normálové napětí tedy vzrůstá od neutrální osy průřezu nosníku směrem ke krajním vláknům (Havířová, 2003).

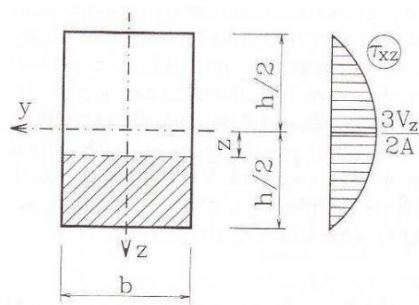
Velikost normálového napětí je v určitém bodě průřezu úměrná vzdálenosti bodu od neutrální osy průřezu. V tažené oblasti je normálové napětí tahu za ohybu, v tlačené oblasti v tlaku za ohybu (Jelínek, 2012).

4.5.3 Smykové napětí při ohybu

Pokud je nosník namáhán standardním ohybem a né prostým, vznikají v příčných průřezích posouvající síly a v jejich důsledku smyková napětí. Z předpokladu zachování rovinosti průřezu a z Hookova zákona ve smyku, budou smyková napětí rovna nule. Vyjdeme tedy z podmínky rovnováhy a využijeme věty o vzájemnosti smykových napětí, z nichž vyplývá, že složky smykového napětí ve svislém a vodorovném řezu jsou shodné (Šmiřák, 2000).

Pro nosník stálého průřezu platí:

- Podél rovnoběžky s neutrální osou je svislá složka smykového napětí konstantní.
- Vektory výsledných smykových napětí směřují do jednoho bodu – průsečíku tečen k obrysu průřezu



Obrázek č. 12: Smyková napětí ohybového průřezu (Šmiřák, 2000)

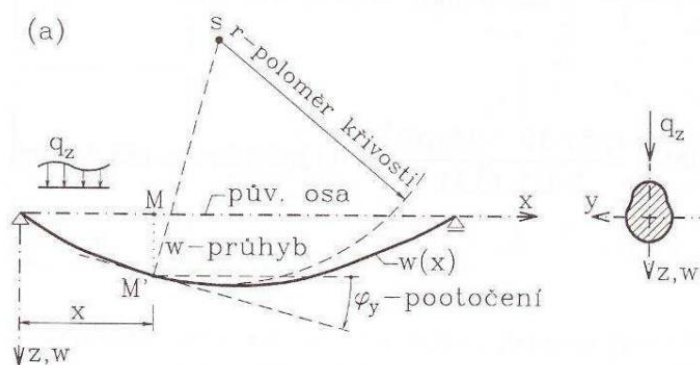
Smyková napětí probíhá po výšce podle kvadratické paraboly. Na horním a spodním okraji je nulové, maximální hodnoty nabývá v neutrální ose:

$$\tau_{xz,\max} = \frac{3 \cdot V_z}{2 \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot V_z}{2 \cdot A} \quad (4.32)$$

(Šmiřák, 2000).

4.5.4 Rovnice ohybové čáry

U štíhlých nosníků se určuje jejich deformační stav tvarem ohybové čáry. Je to křivka, která vznikne po zatížení z původní osy nosníku. Zatížení i podepření jsou svislá k rovině xy , kdy osa z je hlavní osou setrvačnosti průřezu. Na obrázku č. 13 je ohybová čára značená $w(x)$, kdy kladný průhyb je směrem dolů.



Obrázek č. 13: Ohybová čára nosníku (Šmirák, 2000)

Pootočení, který svírá tečna k ohybové čáře s osou x je kladné po směru hodinových ručiček. V teorii malých deformací je $\varphi \ll 1$, takže platí

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{dw}{dx} \quad (4.33)$$

matematický výraz pro křivost je znám jako

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2w}{dx^2} \quad (4.34)$$

Zanedbáním vlivu smyku na tvar ohybové čáry, tedy deformace budou ovlivněny jen ohybovými momenty, získáme po úpravě tento vztah

$$M = EI \frac{d^2w}{dx^2} \quad (4.35)$$

Což je diferenciální rovnice druhého řádu, která je přímo úměrná ohybovému momentu M v daném místě a nepřímo úměrná ohybové tuhosti EI . Pokud je EI konstantní, pak dvojitou derivací získáme

$$q = EI \frac{d^4w}{dx^4} \quad (4.36)$$

Což je derivace čtvrtého řádu, čtvrtá derivace průhybu je tedy úměrná příčnému spojitému zatížení (Havířová 2003, Šmirák 2000).

4.6 Vybrané fyzikální vlastnosti dřeva

Fyzikální vlastnosti dřeva se zkoumají a určují bez narušení chemického složení a celistvosti materiálu. Dřevo je anizotropní materiál, a proto i jeho fyzikální vlastnosti jsou v každém směru odlišné. Dělí se na axiální, radiální, tangenciální.

4.6.1 Hustota dřeva

Je-li těleso homogenní používá se výraz hustota, pokud je těleso heterogenní, jako tomu je u dřevní hmoty, používá se pojem objemová hmotnost. V obou případech veličinu značíme ρ a jednotkou je $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (Horáček, 2001).

Platný vztah je poté:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}] \quad (4.37)$$

Pro charakteristiku hustoty dřeva se nejčastěji používají následující vlhkostní stavy:

- Hustota dřeva v suchém stavu ($w = 0 \%$)
- Hustota dřeva při vlhkosti 12 % ($w = 12 \%$)
- Hustota vlhkého dřeva ($w > 0 \%$)

V této práci nás bude zajímat především hustota dřeva při absolutní vlhkosti 12 %, protože platné normy vždy počítají s touto vlhkostí. Vycházejí z předpokladu, že této vlhkosti je dosaženo dlouhodobějším vystavením dřeva běžným podmínkám temperované místnosti, kde je teplota $T = 20^\circ\text{C}$ a relativní vlhkost vzduchu $\varphi = 65 \%$.

Tabulka č. 9: Hustota vybraných dřev (Horáček, 2008)

Druh dřeva	ρ_0 [kg/m^3]	ρ_{12} [kg/m^3]	ρ_k [kg/m^3]
Smrk ztepilý	420	450	370
Dub letní	680	725	610
buk obecný	685	720	570
bříza	610	640	505
Habr obecný	750	790	625
Lípa srdčitá	475	505	405

ρ_0 – hustota při vlhkosti 0%

ρ_{12} – hustota při vlhkosti 12%

ρ_k – konvenční hustota

4.6.2 Vlhkost dřeva

Absolutní vlhkost se stanoví jako podíl vysušené vody ku hmotnosti sušiny. Odvedená voda se vysušuje při teplotě 103 ± 2 °C.

$$w_{abs} = \frac{m_w - m_0}{m_0} * 100 [\%] \quad (4.38)$$

Relativní vlhkost se určuje jako podíl hmotnosti vody ku hmotnosti vlhkého vzorku.

$$w_{rel} = \frac{m_w - m_0}{m_w} * 100 [\%] \quad (4.39)$$

W_{abs} – absolutní vlhkost

W_{rel} – relativní vlhkost

M_w – hmotnost vzorku před vysušením

M_0 – hmotnost sušiny

(Borůvka & Babiak, 2016)

Vodu ve dřevě můžeme rozdělit z hlediska jejího uložení na chemicky vázanou, vázanou a kapilární.

- **Chemicky vázaná voda** zaujímá 1-2 % hmotnosti sušiny. Nelze ji tak odstranit vysušením. Její množství lze stanovit chemickou analýzou dřeva. Na fyzikální a mechanické vlastnosti nemá chemicky vázaná voda žádný vliv (Adámek, 2004)

- **Vázaná voda (hydroskopická)** se nachází v buněčných stěnách a je vázána vodíkovými můstky na celulózu a hemicelulózu. Pohybuje se v hodnotě 0-30 % vlhkosti dřeva. Při hodnotě 30 % vlhkosti hovoříme o bodu nasycení buněčných vláken (BNV). Změna množství vody vázané mění zásadně fyzikální a mechanické vlastnosti dřeva, má tedy ve výpočtech zásadní význam. Nastává zde sesychání a bobtnání, v jejichž důsledku mění dřevo svůj objem a tvar (Heřmánková, 2005).

Tabulka č. 10: Mez hydroskopicity u různých druhů dřev (Gandelová, 2002)

Druh dřeva	Mez hydroskopicity [%]
Jádrové dřevo jehličnanů s vysokým obsahem pryskyřice: Limba, borovice, modřín, vejmutovka	22-24
Jádrové dřevo listnáčů s kruhovitě a polokruhovitě pórovitou skladbou dřeva: akát, kaštanovník, dub, jasan, ořešák, třešeň	23-25
Jádrové dřevo jehličnanů s nižším obsahem pryskyřice: modřín, vejmutovka	26-28
Jehličnatá dřeva s bělí a vyzrálým dřevem: smrk, jedle	30-34
Listnatá dřeva s roztroušeně pórovitou stavbou: vrba, topol, vrba, olše, lípa, buk, habr	32-35 i více

• **Kapilární voda** zaplňuje ve dřevě mezibuněčné prostory. V porovnání s vodou vázanou

nemá na fyzikální a mechanické vlastnosti dřeva významný vliv. Kapiláry se zaplňují až po nasycení buněčné stěny (Gandelová, 2002).

Při konstantních parametrech teploty a vlhkosti vzduchu bude mít dřevo v závislosti na tloušťce a roční době uložení vlhkost kolem 20 % cca po třech až devíti měsících uložení. Bez ohledu na údaje některých publikací a norem, že lze dřevo s vlhkostí 16-20 % možno použít na dřevěné konstrukce v chráněné expozici, nutno požadovat, aby vlhkost dřeva zabudovaného do nosné konstrukce vytápěných budov se pohybovala mezi 12-14 %. Po roce provozu se rovnovážná vlhkost dřeva bude pohybovat mezi 8-10 % a větší smrštění dřeva by mělo negativní vliv na kvalitu díla, na viditelné styky nosné konstrukce, obklady, podlahy apod. (Bílek, 2005).

4.6.3 Bobtnání a sesychání dřeva

Mění-li se vlhkost dřeva v rozsahu vody vázané, dřevo podléhá rozěrovým změnám. Velký vliv na velikost bobtnání a sesychání má orientace fibril v buněčné stěně. Jelikož největší podíl buněčné stěny připadá na S₂ vrstvu sekundární buněčné stěny (až 90 %), dochází k maximálnímu sesychání a bobtnání napříč vláken, vzhledem k tomu že v S₂ vrstvě je odklon fibril od podélné osy 15-30 % (Šlezingerová et al., 1998).

4.6.3.1 Sesychání dřeva

Sesychání dřeva je proces, při kterém se zmenšují lineární rozměry, plocha nebo objem dřeva a dřevních kompozitních materiálů v důsledku úbytku vázané vody. Vyjadřuje se podílem příslušné změny ku původní hodnotě veličiny. Při vynásobení *100 dostaneme výsledek sesychání v %. Tedy:

$$\beta_i = \frac{\alpha_{iw1} - \alpha_{iw2}}{\alpha_{iw1}} * 100 [\%] \quad (3.21)$$

tabulka č. 11: Srovnání fyzikálních vlastností vybraných jehličnanů (Zeidler & Borůvka 2016)

dřevo	Sesychání tangenciální	Sesychání radiální [%]	Sesychání objemové [%]
douglaska	7,7	4,6	12,2
jedle	7,6	3,8	11,5
smrk	7,8	3,6	11,9
borovice	7,7	4,0	12,1
modřín	7,8	3,3	11,4

4.6.3.2 Bobtnání dřeva

Bobtnání α nazýváme schopnost dřeva zvětšovat svoje lineární rozměry, plochu nebo objem při přijímání vázané vody v rozsahu vlhkosti od 0 % do meze nasycení buněčných stěn. Rozeznáváme tři druhy bobtnání a to lineární (podélné, tangenciální a radiální), plošné a objemové (Horáček, 2008).

Maximálním bobtnáním označujeme interval stavu od absolutně suchého stavu, až do meze hydroskopicity. Intervaly mezi těmito konečnými stavy nazýváme bobtnáním částečným (Šlezingerová et al., 1998).

$$\alpha_i = \frac{\alpha_{iw2} - \alpha_{iw1}}{\alpha_{iw1}} * 100 [\%] \quad (4.40)$$

V důsledku jevů bobtnání a sesychání dochází vlivem měnící se vlhkosti a obsahu vázané vody ve struktuře dřeva ke změnám tvaru výřezů – borcení.

4.7 Konstrukční dřevěné materiály

Pod pojem konstrukční dřevo nebo také do „dřeva s převážně nosnou funkcí“ můžeme zahrnout do skupin rostlé dřevo, lepené dřevo a lepené lamelové dřevo (Kolb, 2011).

4.7.1 Rostlé dřevo

Jako rostlé dřevo se dnes označují hranoly a konstrukční rostlé dřevo. Za hranoly se považují řezané nosníky, zatímco označení konstrukční nosné dřevo KVH (z německého konstruktionvollholz) je vysušené rostlé dřevo délkově nastavené zubovitý spojem. KVH je zpravidla nabízeno ze čtyř stran hoblované a tloušťkově egalizované. Jako běžné konstrukční dřevo se používá třída pevnosti C24. Třídy vyšších pevností C27 až C45 se vzhledem k vysokým požadavkům na třídění pro rostlé dřevo téměř nepoužívá (Kolb, 2011).

Pro KVH se také používá anglický název Solid Structural Timber. (Böhm, 2012)

Vstupním materiálem pro výrobu KVH hranolů jsou silné fošny, vždy s podélně proříznutou dřevní dřívkou, ta omezuje pozdější vznik a šíření výsušných trhlin. V ČR se nejvíce používá dřevo smrku, jedle, modřínu a douglasky. Řezivo s nadmírou je sušeno na uživatelskou vlhkost 15 ± 2 %. Tím se výrobek tvarově stabilizuje a steriluje. V dalším kroku jsou na automatické zkracovací pile vyřezány vady a v nevadové části se čepovací frézou vyfrézují zubovité spoje. Do cinkového spoje se za použití lepidla díly slisují v nekonečný délkově nastavený vlys. Po vytvrzení lepidla se profil čtyřstranně frézuje a srazí se hrany, tím se velice zlepší požární odolnost. Výroba je automatizovaná a kontinuální. (Böhm et al., 2012)

Výstupem pak je kvalitní, hoblovaný hranol v běžných průřezech od 40 x 60 mm až 140 x 240 mm a délky až 13 m, délka je omezena především ložného prostoru kamionu. KVH se dle kvality dělí na pohledový a standardní nepohledový KVH hranol. Mechanické vlastnosti obou typů jsou stejné. Cena KVH hranolů se pohybuje od 8 000 do 13 000 Kč/m³ (Böhm et al., 2012).

		Topol a jehličnaté dřeviny												Listnaté dřeviny					
		C14	C16	C18	C20	C22	C24	C27	C30	C35	C40	C45	C50	D30	D35	D40	D50	D60	D70
Pevnostní vlastnosti v N/mm ²																			
Ohyb	$f_{m,k}$	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50	30	35	40	50	60	70
Tah rovnoběžně s vlákny	$f_{t,0,k}$	8	10	11	12	13	14	16	18	21	24	27	30	18	21	24	30	36	42
Tah kolmo k vláknům	$f_{t,90,k}$	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Tlak rovnoběžně s vlákny	$f_{c,0,k}$	16	17	18	19	20	21	22	23	25	26	27	29	23	25	26	29	32	34
Tlak kolmo k vláknům	$f_{c,90,k}$	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2	8,0	8,4	8,8	9,7	10,5	13,5
Smyk	$f_{v,k}$	1,7	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,8	3,0	3,4	3,8	3,8	3,8	3,0	3,4	3,8	4,6	5,3	6,0
Tuhostní vlastnosti v kN/mm ²																			
Průměrná hodnota modulu pružnosti rovnoběžně s vlákny	$E_{0,mean}$	7	8	9	9,5	10	11	11,5	12	13	14	15	16	10	10	11	14	17	20
5% kvantil modulu pružnosti rovnoběžně s vlákny	$E_{0,05}$	4,7	5,4	6,0	6,4	6,7	7,4	7,7	8,0	8,7	9,4	10,0	10,7	8,0	8,7	9,4	11,8	14,3	16,8
Průměrná hodnota modulu pružnosti kolmo k vláknům	$E_{90,mean}$	0,23	0,27	0,30	0,32	0,33	0,37	0,38	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53	0,64	0,69	0,75	0,93	1,13	1,33
Průměrná hodnota modulu pružnosti ve smyku	G_{mean}	0,44	0,5	0,56	0,59	0,63	0,69	0,72	0,75	0,81	0,88	0,94	1,00	0,60	0,65	0,70	0,88	1,06	1,25
Hustota v kg/m ³																			
Hustota	ρ_k	290	310	320	330	340	350	370	380	400	420	440	460	530	560	590	650	700	900
Průměrná hodnota hustoty	ρ_{mean}	350	370	380	390	410	420	450	460	480	500	520	550	640	670	700	780	840	1080
Poznámka																			
a) Výše uvedené hodnoty pro pevnost v tahu, pevnost v tlaku, pevnost ve smyku, 5% kvantil modulu pružnosti, průměrný modul pružnosti kolmo k vláknům a průměrný modul pružnosti ve smyku byly vypočteny na základě vztahů, uvedených v příloze A EN 338.																			
b) Tabelaované vlastnosti odpovídají dřevu s vlhkostí při teplotě 20 °C a relativní vlhkosti 65 %.																			
c) Dřevo vyhovující třídám C45 a C50 nemusí být snadno dostupné.																			

Obrázek č. 14: Charakteristické hodnoty pro konstrukční dřevo dle EN338 (norma 2016)

4.7.1.1 Výhody KVH hranolu

- Vysušený na 15± 2 %
- Při správném zabudování ho není třeba ošetřovat proti dřevokazným houbám, navíc je vysokou teplotou během sušení sterilizován od možných zárodků biotických škůdců
- Jsou tvarově stálé, nekrotí se a nepraskají
- Jsou tloušťkově a šířkově egalizované
- Téměř neomezeně dlouhé
- Jsou díky suchému stavu lehčí
- Díky sražení hran je s KVH mnohem lepší manipulovatelnost
- Vyrábí se i pohledové, a tak jsou vhodné k okamžitému použití

(Soukup, 2012)

4.7.2 Lepené lamelové dřevo

Lepené lamelové dřevo (LLD) známé pod označením BSH nebo Glulam je konstrukční materiál, který se u nás začal vyrábět už v roce 1952. Principem výroby je plošné slepení dřevěných lamel v celek. Takto lze vyrábět přímé a tvarové nosníky o prakticky neomezených průřezích a délkách (Böhm et. al., 2012).

Díky vzájemnému spolupůsobení lepených lamel se zmenšuje vliv anisotropie dřeva (zvláště vliv sukovitosti) a LLD má cca o 20 až 30 % lepší mechanické vlastnosti, než dřevo rostlé (Bílek, 2005).

4.7.3 Vrstvené dřevo

LVL (laminated veneer lumber) vzniká lepením a lisováním dýh za horka o tloušťce 3 – 4 mm. Tedy obdobná technologie jako při výrobě překližek, ale dýhy mají větší tloušťku. Jejich vlákna jsou orientována v jednom směru a konečný výrobek má 20 – 75 mm. Pevnost v ohybu, tahu a tlaku je u LVL porovnáním s jehličnatým řezivem přibližně dvakrát větší (Bílek, 2005).

Z plošných dýh se vyrábí americký Microllam a finský Kerto. Liší se v použité dřevině, vyráběných rozměrech, různým uspořádáním a orientací dýh. Materiál prodáváný jako Parallam (PSL) je vyráběn z pásků dýh jedle, douglasky a kanadské borovice o tloušťce 3 mm, šířce 13 mm a délce cca 2 m, slepených fenol–formaldehydovým lepidlem. Rozměry výsledného nosníku se pohybují pro tloušťku 9–18 cm, šířku 24–45 cm a délku až 20 m. (Kráal & Hrázský, 2005).

4.8 Roštové nosíky

Nejjednodušším typem dřevěného složeného nosníku je nosník roštový, ten může být složen ze dvou nebo tří lamel, které jsou mechanicky spojeny tak, aby nedocházelo při průhybu nosníku k jejich vzájemnému posunu. Nosník tak působí jako jeden celek se společnou osou (Dutko, 1976).

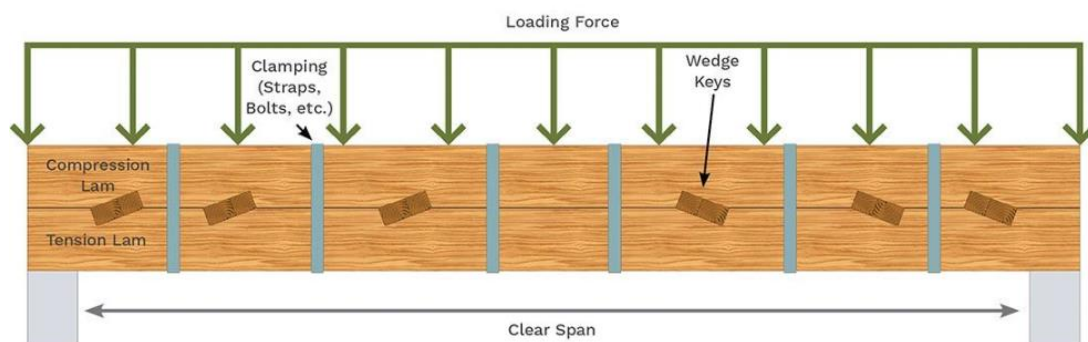
Jednotlivé spojení lamel je zajištěno pomocí svorníků, kolíků, vrutů, anebo skob, které zajišťují těsné přilehnutí lamel. K přenosu smykových napětí při ohybu se používají dřevěné hmoždíky, kovové záchyty (např. gangneil nebo bulldog), dřevěné kolíky, destičkové vložky, nebo zazubení jednotlivých vrstev roštu.

Protože jsou roštové nosníky spojeny mechanicky, jejich únosnost a tuhost je oproti nosníkům celistvým stejných rozměrů menší. Je to dáno zejména nepřesnou výrobou, a tak dochází k poddajnosti spojů (Ševců & Štumpa 2010).

Roštové nosníky mají význam zejména v případě, kdy nelze nebo je velmi těžké získat z jednoho kmene hranol potřebné délky a dostatečných průřezových rozměrů. Jeho použití je spojeno s historickými konstrukcemi velkých rozponů, kde lze tuto techniku s výhodou uplatnit. Rošty se používají jako stropní trámy nebo podélné a příčné průvlaky (Ševců, 2010).

V minulosti se roštové nosníky hojně uplatňovaly v konstrukcích mostů, velkou nevýhodou byla ovšem jejich pracnost (Dutko, 1976).

Roštový nosník zaujímá řemeslný vzhled, a proto vypadá lépe než lepené nebo masivní nosníky. Americká firma Frazer Wood Industries dodává roštové nosníky až do výšky 48" (122 cm) a délky až 60' (18,29 cm). (Fraser Wood Industries, 2018).



Obrázek č. 15: Roštový nosník s dřevěnými hmoždíky (FraserWoodindustries, 2020)

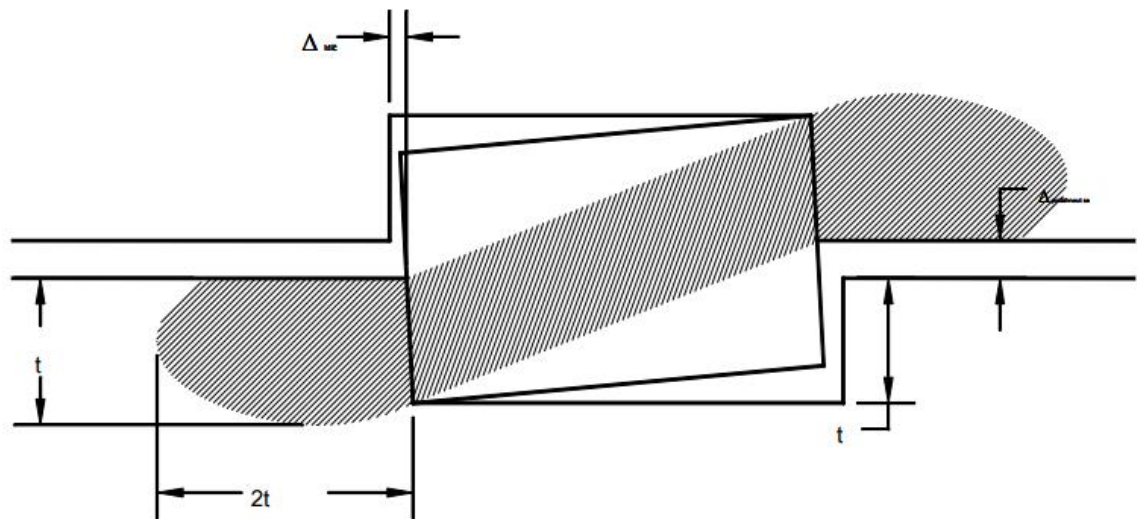
4.8.1 Výhody roštového nosníku

- Nosníky jsou spojeny mechanicky, odpadá problém s lepením.
- Lepší manipulovatelnost díky možnému složení až na místě stavby.
- CNC obráběné prvky nosníku dosahují až 90 % únosnosti prvku z masivního dřeva o stejných rozměrech.
- Nosník se vyrábí až do výšky 48 " (122 cm) a 60 ' (18,29 cm).
- Řemeslný vzhled
- Na výrobu stačí menší dimenze výchozí kulatiny, a tedy menší zátěž pro lesní hospodářství.



Obrázek č. 16: Příklad využití roštového nosníku (The Barn & Yard, 2016)

4.8.2 Distribuce napětí na hmoždík



Obrázek č. 17: Přenos napětí z horní lamely na spodní (Miller & Bulleit, 2011).

Na obrázku č. 17 je názorně vidět jakým způsobem je hmoždík v levé části nosníku namáhán.

4.8.3 Použité dřevo

4.8.3.1 Smrk

V České republice je smrk ztepilý nejrozšířenější a nejdostupnější domácí dřevina. Jeho zastoupení se ve skladbě dřevin v českých lesích pohybuje okolo 52 %. Smrk má měkké, dlouhovláknité, lehké, zároveň relativně pevné a pružné dřevo, dobře štípatelné, houževnaté a rychle schnoucí (Opletalová, 2018).

Při vlhkostech nad 15-20 % je náchylný na různé druhy dřevokazných škůdců, v suchu je ovšem ale velmi trvanlivé. Používá se na výrobu řeziva, dých, překližovaných materiálů, nábytku, stavebně truhlářských výrobků, hraček atd. Smrkové dřevo bez vad, s pravidelnou strukturou, bez suků a s hustými letokruhy, označované jako rezonnční dříví se používá na výrobu hudebních nástrojů (Gandelová, 2002).

4.8.3.2 Buk

Bukové dřevo patří z listnáčů k nejznámějším. Je tvrdé, málo pružné, poměrně pevné. Barvu má světle hnědou až narůžovělou, pařením získá tmavší, charakteristickou barvu. Je stejnorodé a husté. Bukové dřevo proslavila mimo jiné firma Thonet známými „thonetkami“, židlemi z ohýbaného dřeva, které se stále vyrábějí. Používá se v nábytkářství, na ohýbaný nábytek i na krájení dýh, převážně pro „levné“ použití, např. na překližky. V neposlední řadě má dobrou výhřevnost (Lesy ČR, 2020).

Dřevo buku se velmi často používá jako náhražka za jiná cennější tropická dřeva. Zvláštním znakem bukového dřeva je častý výskyt nepravého jádra u starých stromů. Z technologického hlediska se dřevo dobře opracovává, moří, leští, paří a impregnuje. Zato se ale špatně suší, atak dochází k výsušným trhlinám (Gandelová, 2002).

4.8.3.3 Porovnání vlastností buku a smrku

Tabulka č. 12: Porovnání mezi pevnosti smrku a buku (Zeidler & Borůvka, 2016)

Dřevo	Tlak [MPa]		Tah [MPa]		Smyk
	II	I	II	I	II
Smrk	40	4,1	84	1,5	5,8
Buk	60	7,9	130	3,5	12,3

V uvedené tabulce jsou průměrné hodnoty mezí pevnosti, do statických výpočtů vstupuje tzv. 5% kvantil zkoušených vzorků dřeva.

Tabulka č. 13: Porovnání elastických koeficientů smrku a buku (Hearmon, 1948)

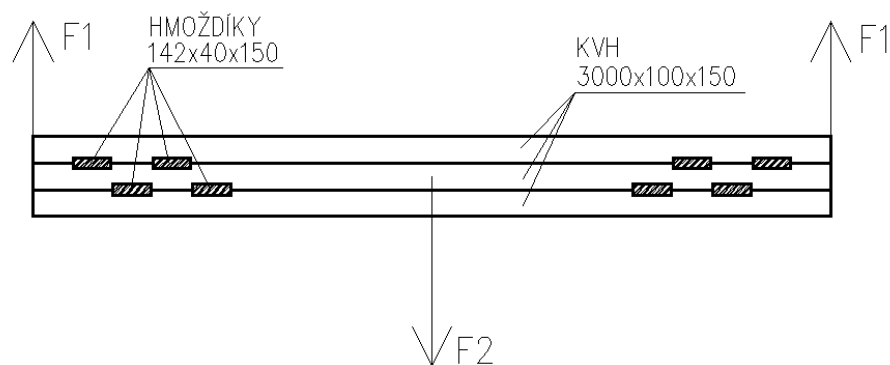
Dřev o	ρ [kg/m ³]]	E1 [MPa]]	E2 [MPa]]	E3 [MPa]]	μ_{12} [-]	μ_{13} [-]	μ_{23} [-]	G ₁₂ [MPa]]	G ₁₃ [MPa]]	G ₂₃ [MPa]]
Smrk	440	9200	690	390	0,4 4	0,3 8	0,4 7	640	870	40
Buk	750	1370 0	2240	1140	0,4 5	0,5 1	0,7 5	1640	1080	470

5 Metodika

5.1 Roštový vazník

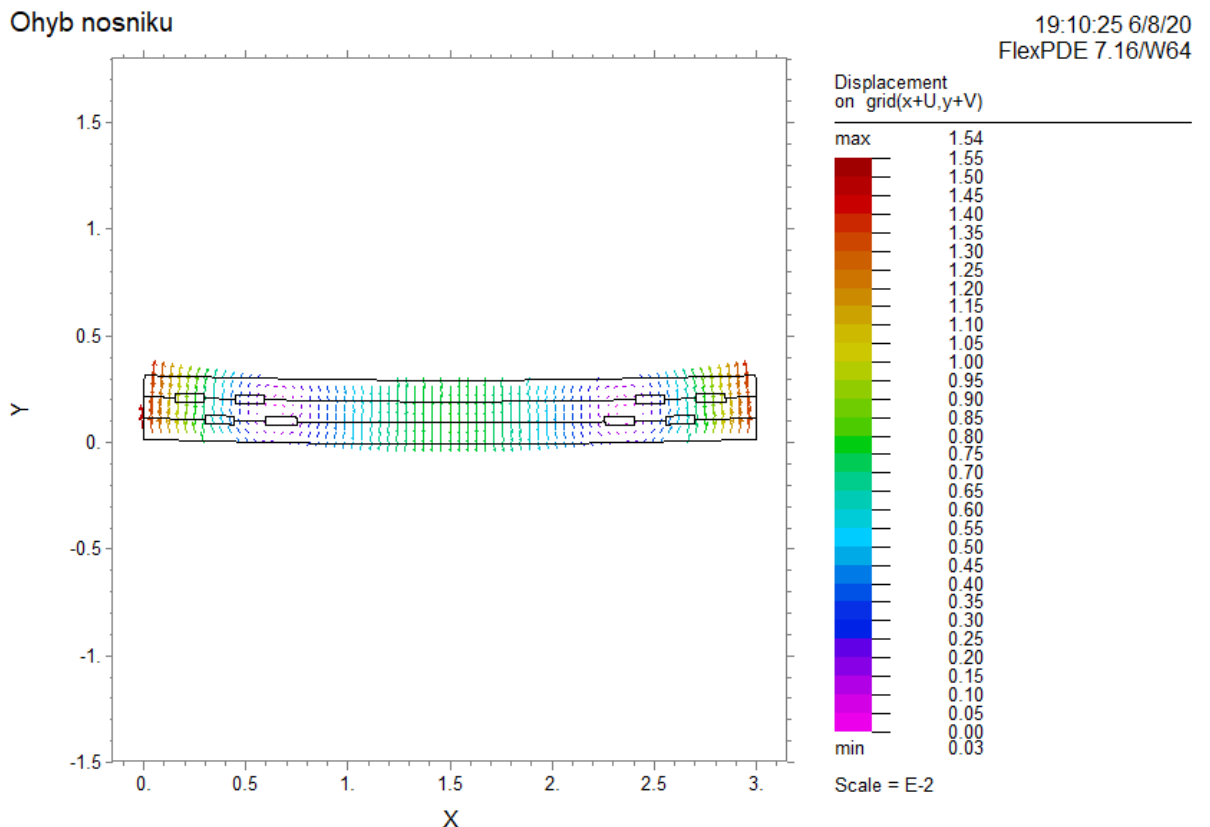
Jako převládající materiál roštového nosníku jsem zvolil pro tuto práci nepohledové KVH hranoly, vzhledem k jejich dobrým mechanickým vlastnostem. KVH hranol pro výrobu roštového vazníku použiji „na plocho“, proto je nutné upravit KVH hranoly ještě před jejich výrobou upravením klínových ozubů (cinkovaných spojů), tak aby spoje byly v horizontální poloze. Tím se zaručí udávaná pevnost v ohybu KVH hranolů. Nároky na klínové ozuby vyžaduje norma DIN 68140. S ohledem na běžně dostupné dimenze KVH hranolů a na konstrukční princip použití hmoždíků jsem zvolil profil hranolu 150x100 mm (šířka x výška) s celkovým počtem tři vrstev. Lichý počet vrstev znamená sudý počet styčných spar mezi hranoly čímž je zajištěno, že se hmoždíky nevyskytují v místech největšího namáhání, to přenáší KVH hranoly. Tím se zaručí celková větší únosnost roštového nosníku. Výsledný profil roštového nosníku je pak 150x300 mm. Poměr $š/v = 1/2$ nám zaručuje i velmi dobrý tvar momentového obrazce, tím i velmi dobrý odpor při klopení tohoto nosníku. Na tomto základě se v této práci klopením nezabývám a svou pozornost směřuji výhradně na hmoždíky.

V této práci jsem posuzoval hmoždíky v roštovém nosníku, který byl namáhán prostým ohybem, navozeným dvěma silami (F_1) působící směrem nahoru na každém konci nosníku. Proti těmto silám působí jedna síla (F_2) opačným směrem, která má působiště uprostřed nosníku (viz. Obrázek 4). Nejedná se tedy o čistý „prostý ohyb“, ale o ohyb tomu velmi podobný. Pro účely této práce ovšem bohatě dostačující.



Obrázek č. 18: Namáhání testovaného nosníku

Velikost sil (F1) jsem zvolil 50 kN, tak aby se mi dobře odečítaly hodnoty napětí v diagramu napětí kolem hmoždíků, který jsem získal za použití programu FlexPDE. Jelikož je nosník symetrický podle osy y, hmoždíky v levé a pravé části nosníku budou mít stejné průběhy napětí, jen vždy zrcadlově otočené. Z toho vyplývá, že lze testovat jen hmoždíky z levé nebo pravé části a výsledky aplikovat i na druhou půlku nosníku.



Obrázek č. 19: Působení sil na nosník namáhan ohybem

5.2 Princip použití hmoždíku v roštovém nosníku

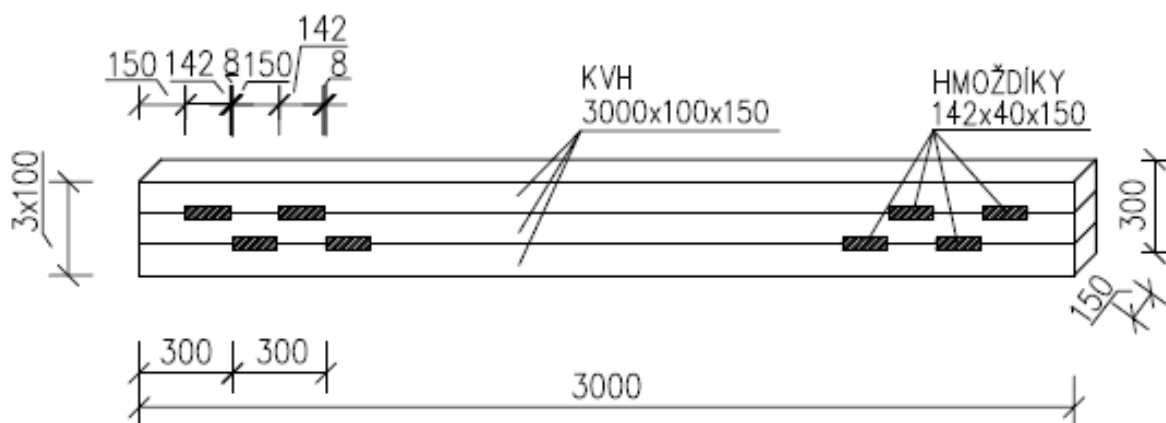
Princip hmoždíku v roštovém nosníku spočívá v přenosu smykových sil, a tedy zabránění posuvu jednotlivých lamel. Je nutné při daném zatížení určit správný počet, rozměr a rozmístění hmoždíků. Výpočtem se stanoví průřezové charakteristiky nosníku, velikost posouvajících sil, smykové napětí, únosnost hmoždíku ve smyku podél vláken, otláčení a klopení, počet záchytek, a minimální rozteč. S otláčením a vlivem klopení nebylo pro zjednodušení výpočtu počítáno.

5.2.1 Dimenzování počtu a rozměru hmoždíku v roštovém nosníku

Na základě poznatků a principů pana Ing. Šimona Hačeckého, který se zabýval roštovým vazníkem ve své diplomové práci, jsem stanovil rozměry hmoždíku na základě těchto doporučení:

- Tvar hmoždíku je hranol nebo klín
- Hloubka zářezu je min. 20 mm a zároveň né víc než 1/5 výšky KVH hranolu.
- Nejmenší světlá vzdálenost mezi hmoždíky a vzdálenost od konce je dána poměrem nejmenší únosnosti hmoždíku ku šířce a pevnosti dřeva hranolu ve smyku.
- Hmoždíky se neumisťují nad sebe.
- Z hlediska únosnosti na otláčení je, délka záchytky $a = 5 t$
- Z hlediska únosnosti na smyk se volí délka záchytky $a = 10 t$
- Pokud nelze vyhovět oběma podmínkám, volí se $a = 6-10 t$

5.3 Vlastní návrh roštového nosníku



Obrázek č. 20: Návrh modelu roštového nosníku

5.4 Program FlexPDE

Software FlexPDE je parciální diferenciální řešič modelu pro metodou konečných prvků (FEM). FlexPDE může řešit modely prvního nebo druhého řádu parciálních diferenciálních rovnic v jedné, dvou nebo trojrozměrné kartézské nebo osově symetrické dvourozměrné soustavě.

Program může najednou řešit libovolné množství rovnic, jediný limit je výkon počítače, na kterém je program spuštěn. Rovnice mohou být jak lineární, tak nelineární a zároveň FlexPDE umožňuje použít libovolný počet materiálových konstant.

Abychom dosáhli požadovaného výsledku musíme v programu vytvořit tzv. „skript“, kde musíme sestavit rovnice, stanovit materiálové konstanty, vytvořit geometrii požadovaného řešení a tp. Popis řešení skriptu je čitelný textový soubor, který se skládá z několika sekcí, z nichž každý lze identifikovat podle záhlaví. Základní sekce jsou:

- TITLE - Popisný štítek výstupu
- SELECT - Uživatelské ovládání přes výchozí chování prog.
- VARIABLES - Zde jsou popsány závislé proměnné
- DEFINITIONS - Definice užitečných parametrů, vztahů a funkcí
- EQUATIONS - Každá proměnná je zde spojena s parciální diferenciální rovnicí
- BOUNDARIES - Popis geometrie objektu
- MONITORS AND PLOTS - Definován požadovaný grafický výstup
- END - Konec skriptu

5.4.1 Tvorba skriptu

V následujícím odstavci shrnu postup, který byl aplikován k vytvoření skriptu (v plném znění viz. příloha 1.), díky kterému jsem mohl provést výpočetní část práce. Skript byl vytvořen pro třívrstvý roštový nosník konstruován z KVH hranolů a spřažen bukovými hmoždíky. Tento vytvořený nosník byl následně zatížen na každém konci

dvěma silami stejné velikosti a směru (viz. obrázek 4.). Výsledné namáhání je velmi podobné prostému ohybu, který ovšem v praxi neexistuje. Hmoždíky, které byly použity ve výpočtu mají přesně dané rozměry a jsou bez jakýkoliv rádiusů – zkosení hran. Z výše uvedených důvodů nemůže být výsledek naprosto stejný jako při reálné zkoušce. Nicméně na výsledku cíle této práce, zjistí ideální odklon vláken hmoždíků, nebudou mít tyto idealizované stavy vliv.

5.4.1.1 Definice

V této části definujeme všechny známé i neznámé parametry se kterými bude počítáno. Určil jsme zde velikosti KVH hranolů – 3000x150x100 a hmoždíků – 142x40x150, polohu neutrální osy – $z = \frac{h}{2}$, modul setrvačnosti průřezu nosníku – $I = \frac{b \cdot h^3}{12}$, posouvající síly působící ve směru osy x a osy y. Velikost zatěžovací síly, v tomto případě jsem volil velikost síl (F1) 50 KN. Následně definujeme materiálové konstanty tuhosti pro všechny tři vrstvy. Abych mohl správně vytvořit rovnice napětí pro anatomické směry, hlavně při odklonu vláken v hmoždíkách, je potřeba uplatnit transformační matici. Dále jsou definovány prvky matice tuhosti jako funkce modulu pružnosti a koeficientu příčné deformace.

$$C_{11} = E_{11} / (1 - n_{12} \cdot n_{21})$$

$$C_{12} = n_{12} \cdot E_{22} / (1 - n_{12} \cdot n_{21})$$

$$C_{22} = E_{22} / (1 - n_{12} \cdot n_{21})$$

$$C_{66} = G_{12}$$

Dále je definováno zkrácení jako 1.derivace posunu v jednotlivých směrech.

$$\epsilon_1 = dx(U)$$

$$\epsilon_2 = dy(V)$$

$$\epsilon_6 = dx(V) + dy(U)$$

Následuje transformace prvků modulu tuhosti a aplikace Hookova zákona jako vztah mezi napětím a jednotlivými složkami deformací.

Dále je transformace napětí:

$$\sigma_1 = \dots, \sigma_2 = \dots, \sigma_6 = \dots$$

a transformace deformací:

$$\epsilon_1 = \dots, \epsilon_2 = \dots, \epsilon_6 = \dots$$

5.4.2 Okrajové podmínky

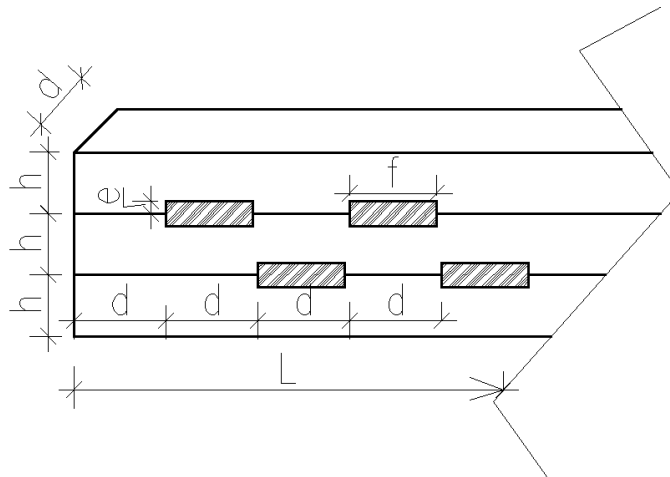
Okrajové podmínky byly nadefinovány tak, aby byl nosníku znemožněn posuv po osách x a y , a neumožněn rotační pohyb.

5.4.3 Materiály

V příkazu „materials“ jsem všem použitým materiálům připsal jejich materiálové konstanty, jako jsou smyk v podélné rovině radiální, smyk v podélné rovině tangenciální, modul pružnosti prostý tlak ve směru vláken, modul pružnosti tlaku napříč vláken v radiálním směru, příslušná Poissonova čísla, hustota daného materiálu a pro tuto práci nejdůležitější-odklon vláken. Změnou velikosti odklonu vláken jsem zjišťoval ideální stav.

5.4.4 Geometrie KVH hranolů a hmoždíků

V sekci „boundaries“ jsem nadefinoval geometrii jednotlivých těles. Tedy všech KVH hranolů i hmoždíků. Pro zjednodušení jsem použil již nadefinované rozměry v sekci „definitions“, abych je mohl v případě potřeby rychle změnit. Výsledná geometrie roštového nosníku vypadá viz. obrázek níže.



Obrázek č. 21: Zobrazení geometrie nosníku ve FlexPDE

5.4.5 Rovnice rovnováhy

Aby bylo těleso v klidu, musí splňovat podmínky rovnováhy. To znamená odebrat tělesu 6° volnosti – posun kolem osy x, y, z, a otáčení kolem osy x, y, z. Výpočet v programu FlexPDE je pomocí funkce „equations“:

$$U: dx(ssigma1)+dy(ssigma6)+gx=0$$

$$V: dx(ssigma6)+dy(ssigma2)+gy=0$$

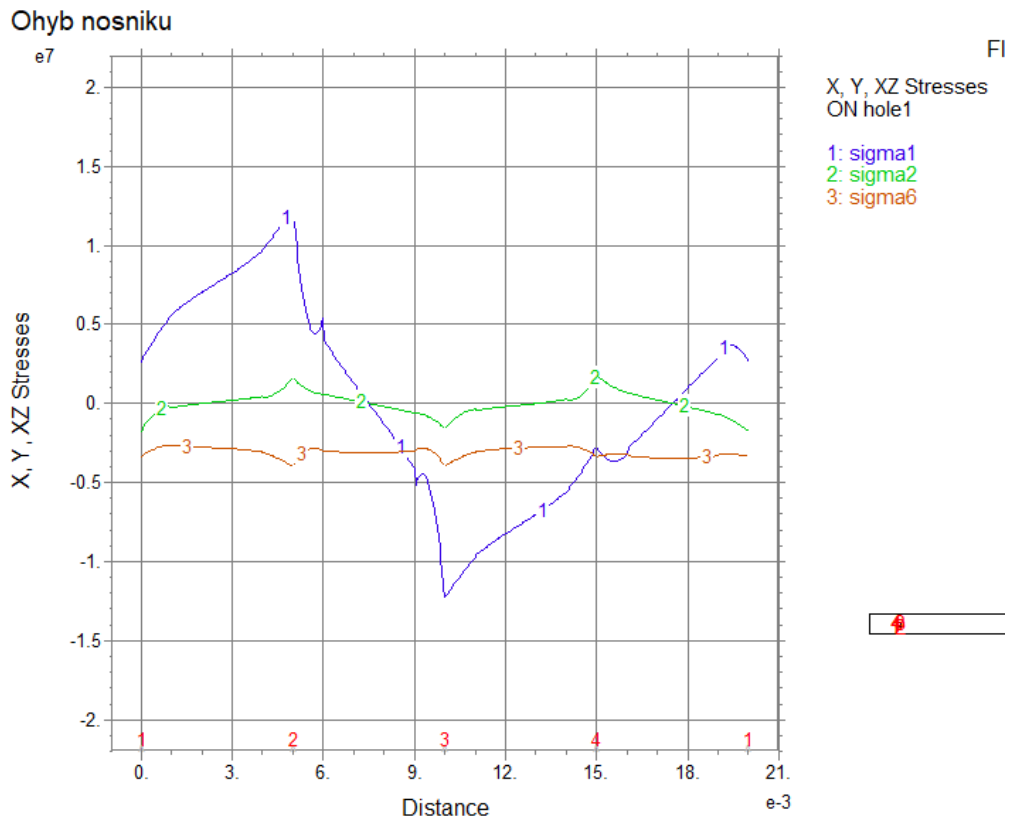
5.4.6 Omezení

Abychom odebrali tělesu stupně volnosti, je potřeba nosníku předepsat omezující faktory. To se dělá pomocí funkce „constraints“, díky které zajistíme:

- Zafixovaný posun v ose x směru - $\text{integral}(U) = 0$
- Zafixovaný posun v ose y - $\text{integral}(V) = 0$
- Zakázaná rotace - $\text{integral}(dx(V) - dy(U)) = 0$

5.4.7 Vykreslování

V odstavci „plots“ nadefinuji zobrazení a výstupy výpočtu. Konkrétně mě nejvíce zajímalo velikost a druh napětí na obvodu pláště hmoždíku číslo 1 až 4. Do grafu jsem si nechal vykreslit velikost napětí tahu a tlaku podél vláken, tahu a tlaku napříč vláken, a smyku v podélné rovině (viz. obrázek 7). Tyto hodnoty jsem zapsal do tabulky a z těch pak vyhodnotil příznivé odklony vláken jednotlivých hmoždíků. Při následné optimalizaci a uplatnění aproximace jsem mohl stanovit ideální odklon vláken.



Obrázek č. 22: Ukázka výsledků napětí po obvodu hmoždíku v programu FlexPDE

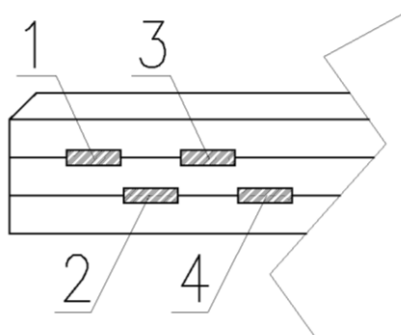
Sigma 1 – napětí v tahu a tlaku ve směru vláken

Sigma 2 – napětí v tahu a tlaku ve napříč vláken

Sigma 6 – napětí smyku ve směru vláken

6 Výsledky

V této kapitole jsou uvedeny výsledky jednotlivých hmoždíků. Jelikož geometrie navrženého roštového nosníku je symetrická podle osy y a symetrické jsou i síly na nosník působící, uvažujeme, že na hmoždíky v levé části nosníku působí stejně velké napětí i deformace, jako v pravé části nosníku, jen budou zrcadlově převrácené. Uvedené výsledky se budou tedy týkat jen hmoždíků z levé části roštového nosníku. Hmoždíky jsou označené čísly 1-4 (dle obrázku č.19).



Obrázek č. 16: Čísla hmoždíků v levé části nosníku

Z výsledků grafů jednotlivých hmoždíků numerického lze řešení navrženého modelu postupně odečíst hodnoty napětí v okolí hmoždíků. Postupným přidáváním odklonu vláken byly získávány hodnoty napětí v tahu a tlaku podél vláken, v tahu a tlaku napříč vláken a smyku podél vláken. Rozpětí odklonu vláken se pohybovalo v intervalech $\langle 0^\circ \text{ až } 90^\circ \rangle$ a $\langle -90^\circ \text{ až } 0^\circ \rangle$, s odstupňováním vždy 5° . Hodnoty byly zapsány do excelové tabulky a následně vyhodnoceny. Meze pevnosti bukových hmoždíků (viz. tabulkač. 3) byly přepočítány na charakteristickou pevnost buku. Výpočtené hodnoty počítají s absolutní vlhkostí dřeva $W_{\text{abs}} = 12 \%$.

Tabulka č. 14: Pevnosti bukového dřeva (Horáček, 2018)

Dřevo/mezní stav	Tlak [MPa]		Tah [MPa]		Smyk [MPa]
	II	<u>I</u>	II	<u>I</u>	
Buk na mezi pevnosti	62	7,9	130	3,5	12,3
Buk – návrhová hodnota	-28	-4,3	117	3,2	11,1
Buk – charakteristická pevnost	28	4,3	37	1,6	6,7

(Horáček 2018).

Tabulka č. 15: Vyhodnocení hmoždíku č. 1

Hmoždík č. 1					
napětí [MPa]	Tah a tlak ve směru vláken		Tah a tlak napříč vlákem		v podélné rovině
Odklon vláken [°]	Tah	Tlak	Tah	Tlak	Smyk
0	5	12	2,5	3	5,5
5	2,4	15	3,3	2,8	6
10	1	17	3,8	2,5	5,5
15	0	18	4	2,8	4,8
20	0	18,1	4,5	3,8	3,5
25	0	18,5	4,7	3,8	3
30	0	19	5	4	2,5
35	0	19	5	4,5	2,3
40	0	19,3	5	5	2,5
45	0	18	4,9	5	2,7
50	0	17	4,2	5	3
55	0	16,5	4	5	3,2
60	0	15,5	4	5	3,5
65	0,5	13	4	4,8	3,8
70	1,5	12,5	3,3	4,3	4,2
75	2	11,5	3	4	4,5
80	3,5	9,9	2,3	4,8	4,8
85	5	8	2	5	5
90	6,5	7	1,5	5	4,5
-85	7,5	5,5	1	5,3	5
-80	8,9	4	0,5	5,6	4,9
-75	10	3,5	0	6	4,5
-70	11	3,4	0	6	4,2
-65	11,9	3	0	6,2	4,1
-60	12	2,9	0	6,3	3,8
-55	12,7	3	0	6	3,2
-50	12,9	3,1	0	6,1	2,9
-45	14,5	3,2	0	5,8	2,2
-40	16,5	3,2	0	5,2	2,1
-35	17,5	4,2	0	5	2,4
-30	18	3,6	0	5	2,7
-25	19	5	0	4,7	3
-20	17,5	5,5	0	4,5	3,8
-15	15,6	6,2	0,5	3,5	4,5
-10	12,5	7,2	1,5	3	5
-5	9	9,5	2	3	5,2
0	5	12	2,5	3	5,5

Z tabulky č. 15 je vidět, že hmoždík č. 1 má kritické napětí v tahu a tlaku napříč vlákem, kde v červených polích je již nad mezí úměrnosti. Ideálních výsledků dosahuje při odklonu vláken -10°, tzn. Odklon 10° proti směru hodinových ručiček.

Tabulka č. 16: Vyhodnocení hmoždíku č. 2

Hmoždík č. 2					
napětí [MPa]	Tlak tah ve směru vláken		Tlak a tah napříč vláken		Smyk v podélné rovině
Odklon vláken [°]	Tah	Tlak	Tah	Tlak	Smyk
0	15,5	2	3	2,5	5
5	12,5	4	3,1	2	5
10	10	7	3,5	1,5	5,1
15	3,5	10	4	0,5	5,1
20	2	12	4	0	5
25	6,5	12,7	4,5	0	3,8
30	5	13	5	0	3,5
35	4,5	14	5,1	0	3,5
40	3,8	15	5,5	0	3
45	3,2	15	6	0	3
50	3	15	5	0	2
55	3	14,5	6,5	0	3
60	3	13,8	6,8	0	3,5
65	3	12	7	0	3,8
70	3,2	11,5	6,8	0	4
75	3,5	10,5	7	0	4,5
80	4	8,5	7	0	4,5
85	5,2	7,8	6,5	0,1	5
90	7	6,1	6,5	0,7	5,2
-85	8	4,8	6,3	1,2	5
-80	9,2	3,3	6,3	1,5	5
-75	10,4	2,4	6,1	2	4,6
-70	11,8	1,3	6	2,7	4,4
-65	12,1	0,1	5,9	3,3	4
-60	12,9	0	5,8	4,6	3,8
-55	13	0	5,5	4	3,5
-50	13,5	0	5,5	4	3,5
-45	14,3	0	5,2	4,3	3,1
-40	16,6	2,8	4,8	4,5	3
-35	17,7	0	4,6	4,7	3,1
-30	20,3	0	4	4,5	3,1
-25	21,7	0	3,5	4,5	2,6
-20	22	0	3	4,3	2,5
-15	20,5	0	2,4	3,9	3
-10	20	0	2,3	3,4	4
-5	18	0	2,3	3	5
0	15,5	2	3	2,5	5

Z tabulky č. 16 je vidět, že hmoždík č. 2 má kritické napětí v tahu napříč vláken, kde v červených polích je již nad mezí úměrnosti. Ideálních výsledků dosahuje při odklonu vláken 10° proti směru hodinových ručiček.

Tabulka č. 17: Vyhodnocení hmoždíku č. 3

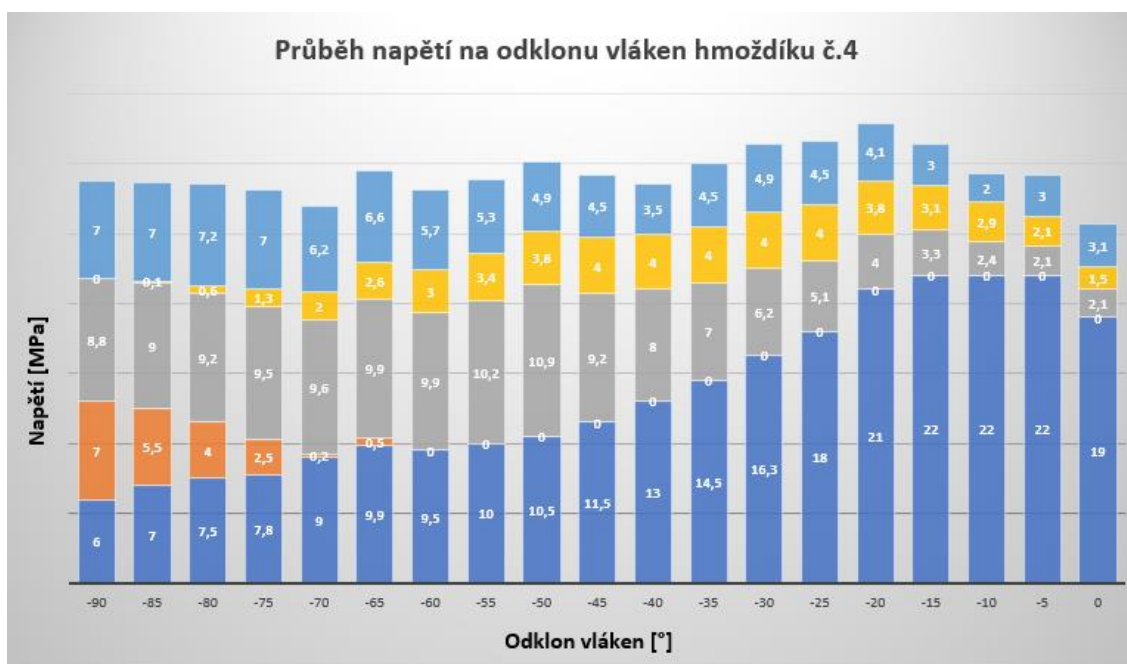
Hmoždík č. 3					
napětí [MPa]	Tlak tah ve směru vláken		Tlak a tah napříč vláken		Smyk v podélné rovině
Odklon vláken [°]	Tah	Tlak	Tah	Tlak	Smyk
0	1	17	2	2,5	4
5	0	20	2,8	2,4	3,8
10	0	21	3	2,8	3
15	0	21,5	3,5	4	2,1
20	0	19,5	4	5	3,1
25	0	17,8	4	6,1	4
30	0	15,2	4	7	4
35	0	15	4,3	7,5	4
40	0	14	4	8	4
45	0	13	4	8	4
50	0	12,5	3	8,6	4
55	0	12	4	8,8	4
60	0	11	3	8,5	4,2
65	0	10	3	8,5	5
70	0,5	9,3	2,6	8	5
75	2	8	2	7,8	5,3
80	3	7,3	1,5	7,5	5
85	4	7	1,1	8	5,5
90	5	6	0,5	7,8	5,6
-85	6,2	5	0	8	5,2
-80	7,1	3,9	0	8	5,1
-75	8	3,2	0	7,8	4,8
-70	8,9	3,5	0	7,5	4,4
-65	9,3	4	0	7,2	4
-60	9,8	4,5	0	7	4
-55	10	5	0	6,6	4
-50	11	5,5	0	6,3	3,8
-45	11,9	6	0	6,2	3,8
-40	12,8	6,3	0	5,8	4
-35	13	6,7	0	5,2	4,3
-30	13,5	7	0	4,3	4,6
-25	12,5	4	0	3,6	4,6
-20	11	10	0	3,4	5
-15	9	6,3	0	3,3	5,2
-10	5,7	11,5	0,5	3	5
-5	3	14,5	1,5	2,6	4,5
0	1	17	2	2,5	4

Z tabulky č. 17 je vidět, že hmoždík č. 3 má kritické napětí převážně v tlaku napříč vláken, kde v červených polích je již nad mezí úměrnosti. Optimálních výsledků dosahuje při odklonu vláken -5° , ale odklon -10° , který pozitivně vychází u předchozích hmoždíků, zde pořad nedosahuje meze úměrnosti. Lze tedy u hmoždíku č.6 použít i odklon -10° .

Tabulka č. 18: Vyhodnocení hmoždíku č. 4

Hmoždík č. 4					
napětí [MPa]	Tlak tah ve směru vláken		Tlak a tah napříč vláken		Smyk v podélné rovině
Odklon vláken [°]	Tah	Tlak	Tah	Tlak	Smyk
0	19	0	2,1	1,5	3,1
5	16,5	0	2,3	1	3,8
10	14	0	2,4	0	5,1
15	13	2	2,5	0	5,1
20	10	3,5	3,2	0	6,5
25	9,5	6,5	4	0	6,3
30	8	7,5	5	0	5
35	7,5	9	5,5	0	4,5
40	6,5	10	6,3	0	5
45	6	11	6,5	0	4,5
50	5,5	13	7	0	4,5
55	5	8,5	7	0	4
60	4,8	13,5	7,5	0	4
65	4,5	13	8	0	3,8
70	4	12,5	8	0	5
75	4	11,5	6,5	0	5,5
80	4,3	10	8,2	0	6,5
85	5	8,5	8	0	6,5
90	6	7	8,8	0	7
-85	7	5,5	9	0,1	7
-80	7,5	4	9,2	0,6	7,2
-75	7,8	2,5	9,5	1,3	7
-70	9	0,2	9,6	2	6,2
-65	9,9	0,5	9,9	2,6	6,6
-60	9,5	0	9	3	5,7
-55	10	0	9	3,4	5,3
-50	10,5	0	13,5	3,8	4,9
-45	11,5	0	8,2	4	4,5
-40	13	0	8	4	3,5
-35	14,5	0	7	4	4,5
-30	16,3	0	6,2	4	4,9
-25	18	0	5,1	4	4,5
-20	21	0	4	3,8	4,1
-15	22	0	3,3	3,1	3
-10	22	0	2,4	2,9	2
-5	22	0	2,1	2,1	3
0	19	0	2,1	1,5	3,1

Z tabulky č. 18 můžeme vyčíst, že hmoždík č. 4 má kritické napětí převážně v tahu napříč vláken, kde v červených polích je již nad mezí úměrnosti. Ostatní napětí jsou hluboko pod návrhovou pevností. Ideálních výsledků dosahuje při odklonu vláken 0°, ale odklon -10°, který pozitivně vychází u předchozích hmoždíků zde pořád nedosahuje meze návrhové pevnosti napětí v tlaku a tahu kolmo na vlákna. Lze tedy u hmoždíku č.6 použít i odklon -10°.



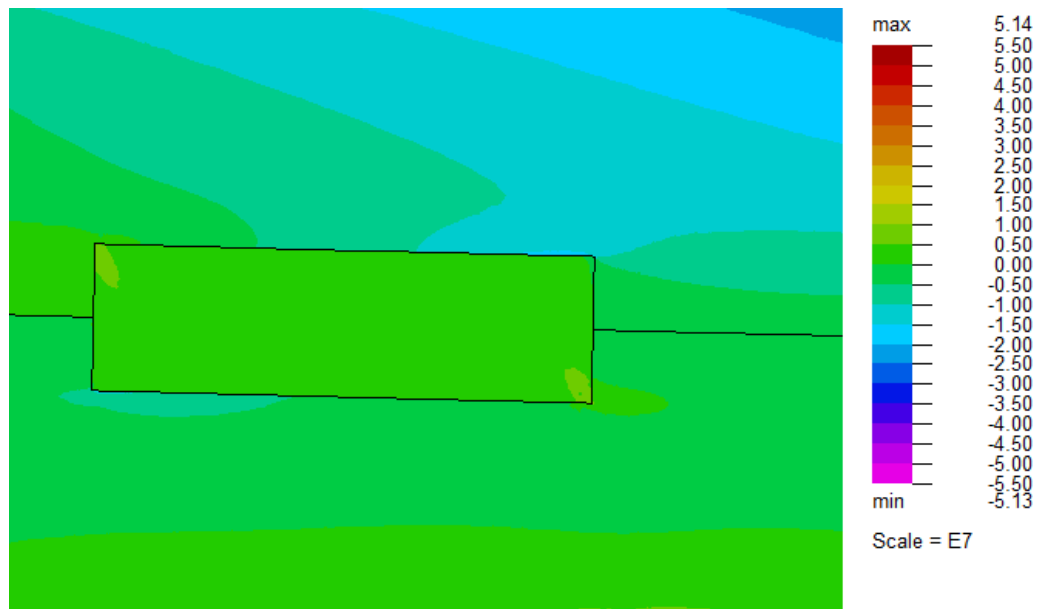
Graf č. 1: Velikosti napětí při odklonu vláken hmoždíků č. 4

Legenda:

- Smyk podél vláken
- Tlak napříč vlákny
- Tah napříč vlákny
- Tlak ve směru vláken
- Tah ve směru vláken

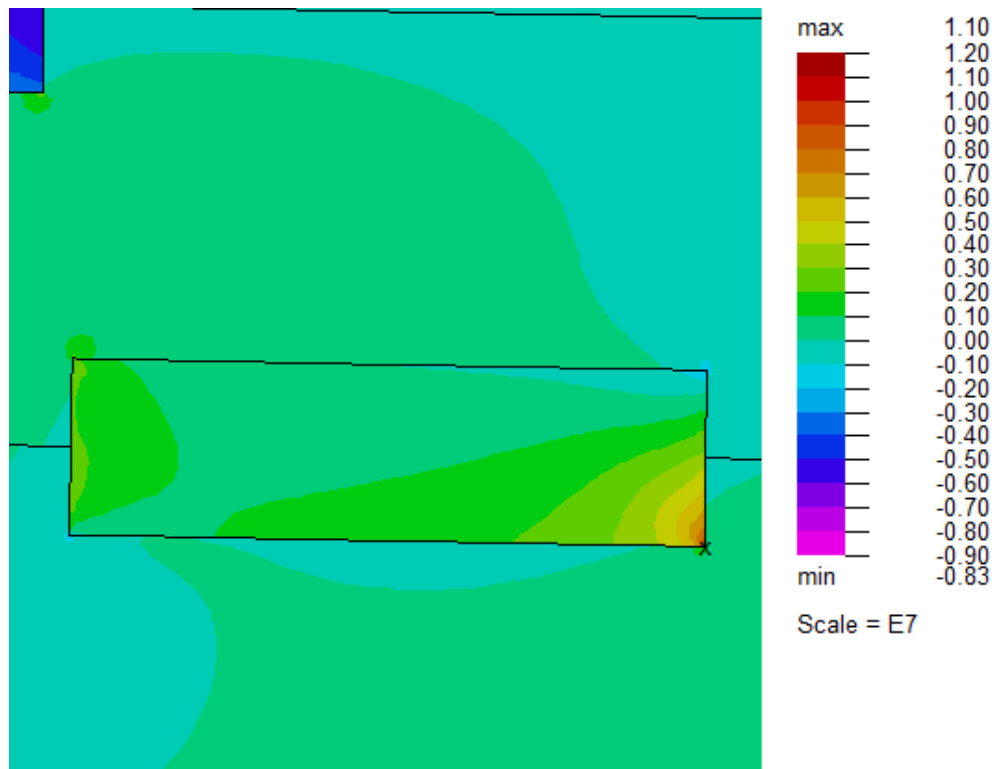
Z grafu č. 1 je názorně vidět, jak napětí tahu ve směru vláken s postupným zvětšením odklonu předává napětí ostatním složkám napětí. Napětí v tlak ve směru vláken se začíná projevovat až při odklonu vláken -65° (65° proti směru hodinových ručiček). Námi sledované kritické napětí v tahu napříč vlákny, kde návrhová mez pevnosti dosahuje u použité dřeviny 3,2 MPa začíná mít negativní vliv už od odklonu -15° , kde nabývá již maxima svého stavu.

Ve výpočtech předpokládám, že největší napětí je na povrchu hmoždíku. Tento předpoklad vychází z ověření napětí hmoždíku v ploše jednotlivých druhů napětí, které získám jako výstup z obrázků programu FlexPDE.



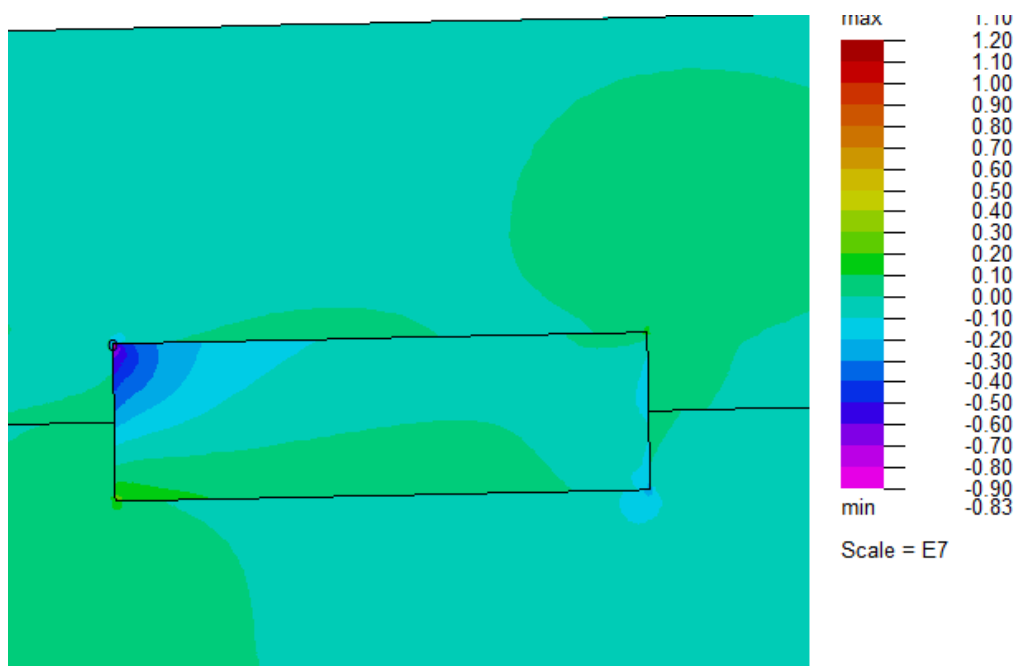
Obrázek č. 17: Napětí v tahu ve směru vláken hmoždíku – program FlexPDE

Jak je vidět na obrázku č. 17, napětí v tahu ve směru vláken je největší v levém horním a pravém dolním rohu hmoždíku. Odtud se budou šířit potenciální trhliny. Dále jsme si ověřili teorii, že největší tahová napětí vzniká na povrchu hmoždíku. Hodnoty jsou po vynásobení $\cdot 10^7$ uvedené v Pascalech.



Obrázek č. 18: Napětí v tahu a tlaku kolmo na vlákna hmoždíku – program FlexPDE

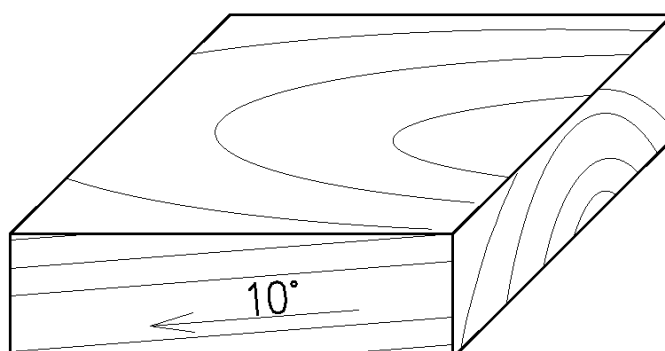
Na obrázku č. 18 jsou vidět průběhy napětí v tahu kolmo na vlákna. Největší tahové napětí je označeno křížkem, nachází se v pravém dolním rohu hmoždíku. Tento bod je zapsán do excelové tabulky výsledků, ze které je vyhodnocen závěr. Dále jsme si ověřili teorii, že největší tahová napětí vznikají na povrchu hmoždíku. V pravé části obrázku se nachází barevná škála pro přibližné určení velikosti napětí, hodnoty jsou po vynásobení $\cdot 10^7$ uvedené v Pascalech.



Obrázek č. 19: Napětí ve smyku podél vláken hmoždíku – program FlexPDE

Z obrázku č. 19 lze usoudit, že největší smykové napětí konkrétního hmoždíku se nachází v levém horním rohu. Toto maximální napětí je označeno kolečkem. Znova jsme si tak ověřili, že největší napětí ve smyku se nachází na povrchu hmoždíku.

6.1 Výsledný úhel odklonu vláken hmoždíku



Obrázek č. 20: Hmoždík s výsledným odklonem -10°

7 Diskuze

Použitím numerického řešení a vytvořením modelu pro dimenzování roštového nosníku jsem zjistil, že tato metoda je velmi výhodná, pokud dokážeme nastavit všechny parametry a proměnné tak, aby model odpovídal co nejvíce realitě. V programu lze nastavit jakýkoliv vliv, včetně působení tepla, vlhkosti, UV záření, pokud ovšem bude uživatel toto všechno umět nadefinovat. Výhoda je také ta, že se vlivy zatížení, anizotropie, odklonu atp. posuzují najednou; tím dostáváme komplexnější výsledky. Další velkou výhodou je jeho rychlost počítání, která je závislá jen na výkonu PC. Po úpravě skriptu by navíc mohl velmi rychle a efektivně počítat únosnost jakéhokoliv nosníku z různých dřevin v různých odklonech vláken, jen při změně materiálových konstant.

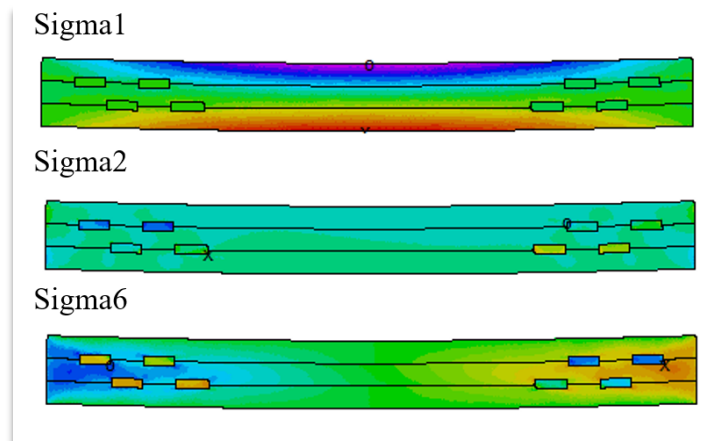
Jak je vidět z obrázků č.17-19, kritické napětí v hmoždících vzniká vždy v rozích hmoždíků, odtud by se také šířila trhлина při překročení meze úměrnosti. Tento nežádoucí efekt by se dal minimalizovat vhodnou úpravou geometrického tvaru hmoždíku, konkrétně zkosením nebo zaoblením hran.

Použité bukové dřevo má své nevýhody, jednou z nich je výskyt nepravého jádra, který značně negativně ovlivňuje mechanické vlastnosti. Tento nedostatek se dá vyřešit použitím pouze bělového dřeva. Dalším omezením buku je jeho velmi nízká odolnost proti biotickým činitelům a povětrnostním vlivům, to vylučuje použití v exteriéru při absenci hydrokypické úpravy.

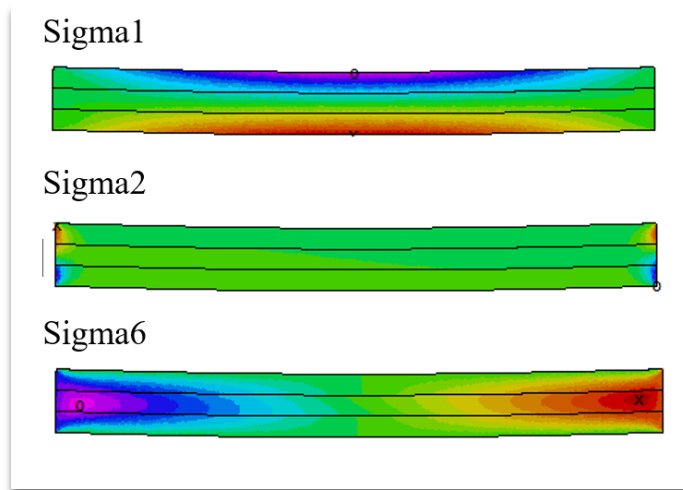
Jelikož bylo zjištěno, že námi testované hmoždíky se poruší výhradně v tahu napříč vláken, kde bukové dřevo má charakteristickou pevnost 1,6 MPa, bylo by vhodné dané hmoždíky ověřit se dřevinami jako je jasan nebo bříza, kde se jejich charakteristická pevnost napříč vláken nachází okolo 3,2MPa. Obecně lze říct že dřevo roztroušeně pórovitých dřevin je na použití hmoždíku vhodnější než dřevo kruhovitě nebo polokruhovitě pórovitých dřevin, kde jejich struktura dřeva, výskyt dřeňových paprsků a rozložení cév má negativní dopad na jejich mechanické vlastnosti.

Na obrázku č. 23 a č. 24 je vidět rozdíl rozložení napětí v nosnících s použitím a bez použití hmoždíků - BSH. σ_1 znamená napětí tlaku a tahu podél vláken, σ_2 napětí v tlaku a tahu napříč vláken a σ_6 napětí ve smyku. Místa označená kolečkem znamenají u σ_1 a σ_2 největší napětí v tlaku, u σ_6 největší záporné smykové

napětí. Místa označená křížkem znamenají u σ_1 a σ_2 největší tahová zatížení, u σ_6 největší kladné smykové napětí. Na obrázku č. 23 je námi testovaný roštový nosník s použitím hmoždíků jako spřažení jednotlivých lamel. Je vidět, že kritické hodnoty u hmoždíků se nacházejí jen u σ_1 a σ_2 , tedy u tlaku a tahu podél a napříč vláken. Na obrázku č. 24 je pod stejným zatížením vymodelován napěťový obrazec nosníku se slepenými vrstvami (na vliv lepidla nebyl brán zřetel). Kritické hodnoty jsou v místech podle očekávání. Porovnáním obou obrázků je jasně vidět, že použití hmoždíku značně ovlivňuje vznik a distribuci kritického napětí.

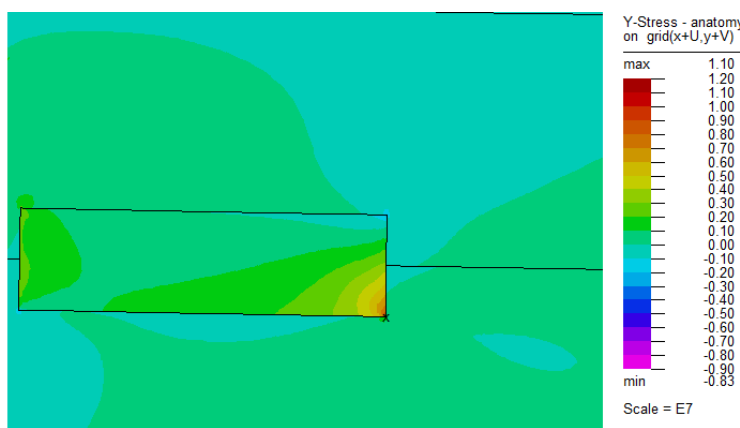


Obrázek č. 23: Rozložení napětí roštového nosníku - FlexPDE



Obrázek č. 24: Rozložení napětí nosníku z BSH - FlexPDE

Nejvíce namáhaný hmoždík byl v levé části průřezu hmoždík č.4 (viz. obrázek č.23), který při daném zatížení dosahoval téměř meze úměrnosti v tahu napříč vláken bukového dřeva.



Obrázek č. 25: Kritické napětí hmoždíku č.4 v tahu napříč vláken

Jak je vidět z obrázku č. 23 největší kritické napětí v tahu napříč vláken je na hmoždíku č.4, kde se nachází v pravém dolním rohu hmoždíku. Nejspíše je to dáno tím, že je to hmoždík nejbližší vzniklému napětí. Při ostrých úhlech výřezů do KVH lamel pro hmoždík vzniká v jejich špičkách při napětí ostrý lom, to je i důvod, proč do křehkého skla lehce vyvrtáme kulatý otvor, ale nevyřežeme nikdy čtvercový nebo obdélníkový

průřez. Optimalizace geometrického tvaru hmoždíků by spočívala v zaoblení hran hmoždíků, a tím zamezení křehkého lomu.

V odborných publikacích se udává jako významný vliv na počtu a rozmístění hmoždíků únosnost v otažení hmoždíku, proto by bylo vhodnější ověřit použití příčných hmoždíků, které by zajistily vyšší tuhost spoje.

V praxi se použít hmožík jako spojovací prvek v roštových nosnících dají, důkazem je kanadská firma Frazerwood, která hmoždíky používá k výrobě roštového nosníku. Na svých stránkách uvádějí, že při své studii došli k závěru, že je optimální použít příčné hmoždíky pro jejich lepší přenos stříhu a omezení prokluzu mezivrstvy.

Praktické uplatnění roštového nosníku můžeme nalézt u firmy The Barn & Yard, která se zabývá i výrobou koňských stájí, právě za použití metody zpražení šikmými hmoždíky.

Myslím, že vzhledem k narůstajícím nárokům na ekologii a neustálé snižování emisí a uhlíkové stopy, mají roštové nosníky s dřevěnými hmoždíky potenciál se opět dostat zpátky na trh nosných dřevěných konstrukcí. Za pomocí technologie CNC a dostupných programů je navíc dokážeme přesně vyrobit a optimalizovat jejich geometrii.

8 Závěr

Tato bakalářská práce se zabývá analýzou napětí na hmoždík v roštovém nosníku. Byl vytvořen výpočetní model a na jeho základě testován bukový hmoždík přenášející horizontální smyková napětí od lamel. Na tomto základě bylo zjištěno, že optimální úhel odklonu vláken všech hmoždíků v levé části nosníku je 10° natočené proti směru hodinových ručiček. V pravé části nosníku jsou hmoždíky zrcadlově převrácené oproti levé části, a proto budou vlákna natočena 10° po směru hodinových ručiček.

Dále bylo zjištěno, že porušení bukového podélného hmoždíku by nastalo v tahu napříč vláken, takže by došlo k lomovému zlomu, což dřevěné konstrukci ubírá výhodu postupného borcení, jak by tomu bylo třeba při porušení v tlaku napříč vláken. Hmoždíky č. 1 a č.3, které jsou v horní části nosníku, mají v určitých odklonech kritickou hodnotu i v tlaku napříč vláken, kde se uplatňuje tzv. konvenční mez pevnosti.

Strojní zařízení na výrobu roštových nosníků na trhu jsou a s vyspělou technologií CNC strojů odpadá jinak vysoká pracnost výroby.

Následující výzkum je vhodné zaměřit na posouzení využití příčných hmoždíků, hmoždíků různých typů dřevin a výrobě experimentálního testovacího nosníku.

Výsledek této práce může posloužit při dalším studiu využívání mechanického spojení lamel roštového nosníku. Je však nutné zohlednit skutečnost, že námi určený ohybový moment byl navozen netradičně dvěma silami působícími vzhůru na koncích nosníku a jednou uprostřed směřující dolů. Výpočetní model pracoval s ideálními geometrickými tvary, materiálovými konstantami a nebral ohled na výrobní tolerance a nepřesnosti, navíc nebylo počítáno s otláčením. Tyto faktory by jistě ovlivnily výsledky, ale i přesto si lze udělat obrázek o fungování podélných hmoždíků v roštovém nosníku.

Největší úkol je ale hlavně v přesvědčení a změně myšlení lidí, kteří si myslí, že dřevo je materiál minulosti, který v konstrukci již použit nelze a ve vlastnostech nad dřevěnými materiály zaostává. V dřevěných konstrukcích i dřevě jako takovém se ukrývá obrovský potenciál, který je potřeba využít.

Přál bych si, aby tento krásný a efektivní způsob výškového nastavování nosníku byl vzat zpátky do praxe a získal si oblibu svého řemeslného vzhledu u návrhářů, designérů i architektů.

9 Literatura

ADÁMEK, Jiří et al. *Keramika, dřevo, kovy a sklo*. [online]. [Brno], 2004 [cit.2020-04-23]. Dostupné z: <http://www.unium.cz/materialy/vut/fast/keramika-drevo-kovy-a-sklo-m16122p1.html?fbclid=IwAR2XVZnSFcNJdJtsJBYNzPCKmYEyn0ZVEo3ZCy0h72gJf2SAueNozn4v7Es>.

BABIAK, Marian; DUBOVSKÝ, Ján. *Problémy z mechanických vlastností dřeva*. 1. vydání. Zvolen: FEVT, 2000. 71 s. ISBN 80-228-1076-2.

BÍLEK, Vladimír. *Dřevostavby-navrhování dřevěných vícepodlažních budov*. 1. vydání. Praha: Vydavatelství ČVUT. 2005. 251 s. ISBN: 80-01-03159-4.

BÖHM, Martin; REISNER, Jan; BOMBA, Jan. *Materiály na bázi dřeva* [online]. [Praha], 2012 [cit. 2020-04-08]. Dostupné z: <http://upload.epax.cz/materialy.pdf>.

BORŮVKA, Vlastimil; BABIAK, Marian. *Vlastnosti dřeva v příkladech*. 1. vydání. Praha: ČZU v Praze, 2016. 139 s. ISBN 978-80-213-2618-7.

ČSN EN 338. *Konstrukční dřevo– třídy pevnosti*. Praha: Český normalizační institut, 2016. 16 s.

DINWOODIE JM. 1975. Timber-a review of the structure-mechanical property relationship. *Journal of Microscopy* [online]. 1975, vol. 104, no. 1 [cit. 2020-05-04]. Dostupné z: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1365-2818.1975.tb04002.x>

dřevě. 2. vyd. Brno: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, 2002. 176 s. ISBN 80-7157-577-1.

DUTKO, Pavel et al. *Drevené konštrukcie*. 2. přep. vydání. Bratislava: Alfa, 1976. 460 s. ISBN 63-550-66.

Fraser Wood Industries. *Key-laminated beam product sheet* [online]. [cit. 2020-04-02]. Dostupné z: <https://www.fraserwoodindustries.com/products.keylaminated.html>.

GANDELOVÁ Libuše; HORÁČEK Petr; ŠLEZINGEROVÁ Jarmila. *Nauka o dřevě*. 2. vydání. Brno: MZLU Brno, 1996. 176 s. ISBN 80-7157-194-6.

GANDELOVÁ, Libuše; ŠLEZINGEROVÁ, Jarmila; HORÁČEK, Petr. *Nauka o*

HÁJEK, Emanuel; REIF, P.; VALENTA F. *Pružnost a pevnost I*. 1. vydání. Praha: STNL, 1988. 432 s.

HAVÍŘOVÁ, Zdeňka. *Technická mechanika I.: základy statiky, pružnost a pevnost*. 2. nezm. vydání. Brno: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita. 2003. 105 s. ISBN 80-715-7667-0.

HEARMON, R. F. S. *The elasticity of wood and plywood*. London: National government publication, 1948. 87 s.

HEŘMÁNKOVÁ V. *AI01 Stavební látky* [online]. [Brno], 2012 [cit. 2020- 04-07]. Dostupné z: <http://szk.fce.vutbr.cz/index.php?id=opvk>.

HORÁČEK, Petr. *Mechanické vlastnosti dřeva* [online]. [Brno], 2010 [cit. 2020- 04-07]. Dostupné z: https://is.mendelu.cz/lide/clovek.pl?zalozka=13;id=7038;studium=17869;zp=14344;download_prace=1;lang=sk.

HORÁČEK, Petr. *Pružnost pevnost – materiály z přednášek*. 2018 [cit. 2020-05-01].

JELÍNEK, Lubomír; ČERVENÝ, Petr; DOUL, Ladislav. *Stavební mechanika*. 1. vydání. Volyně: Volyně VOŠ a SPŠ, 2012. 153 s. ISBN: 978-80-86837-45-1.

KOLB, Josef. *Dřevostavby: Systémy nosných konstrukcí, obvodové pláště*. 3. vydání. Praha: Grada publishing, a. s. 2011. 320 s. ISBN 978-80-247-4071-3.

KRÁL, Pavel; HRÁZSKÝ, Jaroslav. *Kompozitní materiály na bázi dřeva*. V Brně: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, 2005. 130 s. ISBN 80-7157-878-9.

KREJSA, Martin; LAUSOVÁ, Lenka; MICHALCOVÁ, Vladimíra. *Pružnost a plasticita* [online]. Vysoká škola báňská-Technická univerzita Ostrava a Západočeská univerzita v Plzni, 2012 [cit. 2020-04-07]. Dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/pruznost_tisk.pdf.

KUKLÍK, Petr. *Dřevěné konstrukce I*. 1. vydání. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1998. 140 s. ISBN 80-01-01748-6.

Lesy ČR. BUK. *Lesy ČR* [online]. [cit. 2020-04-20]. Dostupné z: <https://lesy-cr.cz/drevo/charakteristika-dreva-jednotlivych-drevin/buk/>.

LEUPOLD, Jacob. "Leupold's 'Theatrum Machinarum': A Need and an Opportunity." *Technology and Culture* [online]. 1726, vol. 12, no. 1, [cit.2020-04-04]. Dostupné z: www.jstor.org/stable/3102281.

MICHALEC, J. et al. *Pružnost a pevnost I*. 3. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 2010. ISBN 8001042243.

MILLER, Joseph F. & BULLEIT William M. Analysis of Mechanically Laminated Timber Beams Using Shear Keys. *Journal of Structural Engineering* [online]. 2011, 137(1), 124-132 [cit. 2020-04-07]. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000273. ISSN 0733-9445. Dostupné z: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29ST.1943-541X.0000273>.

OPLETALOVÁ, Mariana. Na co a jak se využívá smrk ztepilý. *Dřevostavitel* [online]. 2018-07-07 [cit. 2020-04-20]. Dostupné z: <https://www.drevostavitel.cz/clanek/na-co-a-jak-se-vyuziva-smrk-ztepily>.

POŽGAJ, Alexander; CHOVANEC, Dušan; KURJATKO, Stanislav BABIAK, Marián. *Štruktúra a vlastnosti dreva*. 2. vydání. Bratislava: PRÍRODA, 1997. ISBN 80-07-00960-4.

SOUKUP, Ondřej. 6 důvodů pro KVH hranoly. *Dřevostavitel* [online]. 2012-03-12 [cit. 2020-04-20]. Dostupné z: <https://www.drevostavitel.cz/clanek/6-duvodu-pro-kvh-hranoly>.

ŠEFCŮ, Ondřej; ŠTUMPA Bohumil. *100 osvědčených stavebních detailů: tradice z pohledu dneška*. Praha: Grada, 2010. 216 s. ISBN 978-80-247-3114-8.

ŠLEZINGEROVÁ, Jarmila; HORÁČEK, Petr; GANDELOVÁ, Libuše. *Nauka o dřevě*. dotisk 1. vydání. Brno: Mendelova univerzita v Brně, 1998. 184 s. ISBN 80-7157-174-6.

The Barn & Yard. Timber frame spotlight. *The Barn & Yard* [online]. 2016-07-19 [cit. 2020-04-04]. Dostupné z: <http://www.thebarnyardstore.com/blog/detail/?id=589>.

UGOLEV, V.N. *Drevesinvedenie s osnovami lesnovo tovarovedenia*. Moskava. 1986. 365 s.

UGOLEV, V.N. *Drevesinvedenie s osnovami lesnovo tovarovedenia*. Moskava. 1975. 382 s.

VRBKA, Jan. *Mechanika kompozitů* [online]. Brno: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Fakulta strojního inženýrství VUT v Brně, 2008 [cit. 2020-04-05]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/priloha.php?dpid=83340.

ZEIDLER, Aleš; BORŮVKA Vlastimil. *Stavba a vlastnosti dřeva hospodářsky významných dřevin-podklady pro cvičení*. 1. vydání. Praha: ČZU v Praze, 2016. 89 s. ISBN 978-80-213-2674-3.

10 Samostatné přílohy

10.1 FlexPDE skript

title 'Ohyb nosniku'

select

errlim = 1e-6 { increase accuracy to resolve stresses }

painted { paint all contour plots }

variables

U { declare U and V to be the system variables }

V

definitions

L=3.000 {m}

h=0.100 {m}

d=0.150 {m}

e=0.020 {m}

f=0.142 {m}

b=0.150 {m}

c=0.1 {minimální vzdálenost uzlových bodů}

I=(b*(h*3)^3)/12 {modul setrvačnosti}

z=(h*3)/2 {neutrální osa}

alfa {deg}

E11

E22

G12

n12

n21 = n12*E22/E11

rho

C11 = E11/(1-n12*n21)

C12 = n12*E22/(1-n12*n21)

$$C22 = E22/(1-n12*n21)$$

$$C66 = G12$$

$$eepsilon1=dx(U)$$

$$eepsilon2=dy(V)$$

$$eepsilon6=dx(V)+dy(U)$$

$$CC11=C11*(\cos(\text{alfa degrees}))^4+C22*(\sin(\text{alfa degrees}))^4+2*(C12+2*C66)*(\sin(\text{alfa degrees}))^2*(\cos(\text{alfa degrees}))^2$$

$$CC12=(C11+C22-4*C66)*(\sin(\text{alfa degrees}))^2*(\cos(\text{alfa degrees}))^2+C12*((\sin(\text{alfa degrees}))^4+(\cos(\text{alfa degrees}))^4)$$

$$CC16=(C11-C12-2*C66)*(\sin(\text{alfa degrees}))*(\cos(\text{alfa degrees}))^3+(C12-C22+2*C66)*(\sin(\text{alfa degrees}))^3*(\cos(\text{alfa degrees}))$$

$$CC22=C11*(\sin(\text{alfa degrees}))^4+C22*(\cos(\text{alfa degrees}))^4+2*(C12+2*C66)*(\sin(\text{alfa degrees}))^2*(\cos(\text{alfa degrees}))^2$$

$$CC26=(C11-C12-2*C66)*(\sin(\text{alfa degrees}))^3*(\cos(\text{alfa degrees}))+(C12-C22+2*C66)*(\sin(\text{alfa degrees}))*(\cos(\text{alfa degrees}))^3$$

$$CC66=(C11+C22-2*(C12+C66))*(\sin(\text{alfa degrees}))^2*(\cos(\text{alfa degrees}))^2+C66*((\sin(\text{alfa degrees}))^4+(\cos(\text{alfa degrees}))^4)$$

$$ssigma1=CC11*eepsilon1+CC12*eepsilon2+CC16*eepsilon6$$

$$ssigma2=CC12*eepsilon1+CC22*eepsilon2+CC26*eepsilon6$$

$$ssigma6=CC16*eepsilon1+CC26*eepsilon2+CC66*eepsilon6$$

$$\sigma1=(\cos(\text{alfa degrees}))^2*ssigma1+(\sin(\text{alfa degrees}))^2*ssigma2+2*\sin(\text{alfa degrees})*\cos(\text{alfa degrees})*ssigma6$$

$$\sigma2=(\sin(\text{alfa degrees}))^2*ssigma1+(\cos(\text{alfa degrees}))^2*ssigma2-2*\sin(\text{alfa degrees})*\cos(\text{alfa degrees})*ssigma6$$

$$\sigma6=-\sin(\text{alfa degrees})*\cos(\text{alfa degrees})*ssigma1+\sin(\text{alfa degrees})*\cos(\text{alfa degrees})*ssigma2+((\cos(\text{alfa degrees}))^2-(\sin(\text{alfa degrees}))^2)*ssigma6$$

$$\epsilon1=(\cos(\text{alfa degrees}))^2*eepsilon1+(\sin(\text{alfa degrees}))^2*eepsilon2+\sin(\text{alfa degrees})*\cos(\text{alfa degrees})*eepsilon6$$

$$\epsilon2=(\sin(\text{alfa degrees}))^2*eepsilon1+(\cos(\text{alfa degrees}))^2*eepsilon2-\sin(\text{alfa degrees})*\cos(\text{alfa degrees})*eepsilon6$$

$$\epsilon_6 = -2 \cdot \sin(\alpha \text{ degrees}) \cdot \cos(\alpha \text{ degrees}) \cdot \epsilon_1 + 2 \cdot \sin(\alpha \text{ degrees}) \cdot \cos(\alpha \text{ degrees}) \cdot \epsilon_2 + ((\cos(\alpha \text{ degrees}))^2 - (\sin(\alpha \text{ degrees}))^2) \cdot \epsilon_6$$

$$g_x = 0$$

$$g_y = -\rho \cdot 9.81$$

$$\text{force} = -50000 \quad \{\text{N}\}$$

$$M_{prurez1} = \text{force} \cdot L / 10$$

$$\sigma_{prurez1} = (M_{prurez1} / I) \cdot (y - h/2)$$

$$M_{prurez2} = \text{force} \cdot L / 4$$

$$\sigma_{prurez2} = (M_{prurez2} / I) \cdot (y - h/2)$$

materials

'SMRK' :

$$E_{11} = 15.9 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$E_{22} = 6.9 \cdot 10^8$$

$$G_{12} = 7.5 \cdot 10^8$$

$$n_{12} = 0.44$$

$$\rho = 440$$

$$\alpha = 0$$

'SMRK1' :

$$E_{11} = 15.9 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$E_{22} = 6.9 \cdot 10^8$$

$$G_{12} = 7.5 \cdot 10^8$$

$$n_{12} = 0.44$$

$$\rho = 440$$

$$\alpha = 1$$

'BUK' :

$$E_{11} = 13.7 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$E_{22} = 22.4 \cdot 10^8$$

$$G_{12} = 16.1 \cdot 10^8$$

$$n_{12} = 0.45$$

$$\rho = 750$$

$$\text{alfa} = 10$$

initial values

$$U = 1 \cdot 10^{-3}$$

$$V = 1 \cdot 10^{-3}$$

equations

$$U: dx(\text{ssigma}1) + dy(\text{ssigma}6) + gx = 0$$

$$V: dx(\text{ssigma}6) + dy(\text{ssigma}2) + gy = 0$$

constraints { prevent rigid-body motion: }

$$\text{integral}(U) = 0 \quad \{ \text{cancel X-motion} \}$$

$$\text{integral}(V) = 0 \quad \{ \text{cancel Y-motion} \}$$

$$\text{integral}(dx(V) - dy(U)) = 0 \quad \{ \text{cancel rotation} \}$$

boundaries

!_____KVH VRSTVY_____!

region 1

use material 'SMRK'

start (0,0)

natural(U)=0

natural(V)=0

line to (L,0)

load(U)=0

load(V)=-force/(b*h)

line to (L,h)

natural(U)=0

natural(V)=0

line to (0,h)

load(U)=0

load(V)=-force/(b*h)

line to close

region 2

use material 'SMRK1'

```
start (0,h)
natural(U)=0
natural(V)=0
line to (1,h)
load(U)=0
load(V)=-force/(b*h)
line to (1,2*h)
natural(U)=0
natural(V)=0
line to (0,2*h)
load(U)=0
load(V)=-force/(b*h)
line to close
```

region 3

use material 'SMRK'

```
start (0,2*h)
    natural(U)=0
        natural(V)=0
line to (1,2*h)
    load(U)=0
        load(V)=-force/(b*h)
line to (1,3*h)
    natural(U)=0
        natural(V)=0
line to (0,3*h)
    load(U)=0
        load(V)=-force/(b*h)

line to close
```

```
region 4
use material 'BUK'
start 'hmozdik1'(d,2*h-e)
    mesh_density = 1/c
natural(U)=0
natural(V)=0
line to (d+f,2*h-e)
line to (d+f,2*h+e)
line to (d,2*h+e)
line to (d,2*h-e)
line to close
```

```
region 5
use material 'BUK'

start 'hmozdik2'(2*d,h-e)
    mesh_density = 1/c
    natural(U)=0
        natural(V)=0
line to (2*d+f,h-e)
line to (2*d+f,h+e)
line to (2*d,h+e)
line to (2*d,h-e)
line to close
```

```
region 6
use material 'BUK'

start 'hmozdik3'(3*d,2*h-e)
    mesh_density = 1/c
    natural(U)=0
        natural(V)=0
```

```
line to (3*d+f,2*h-e)
line to (3*d+f,2*h+e)
line to (3*d,2*h+e)
line to (3*d,2*h-e)
line to close
```

```
region 7
```

```
use material 'BUK'
```

```
start 'hmozdik4'(4*d,h-e)
```

```
mesh_density = 1/c
```

```
natural(U)=0
```

```
natural(V)=0
```

```
line to (4*d+d,h-e)
```

```
line to (4*d+d,h+e)
```

```
line to (4*d,h+e)
```

```
line to (4*d,h-e)
```

```
line to close
```

! _____ PRAVÉHMOŽDÍKY _____
_____!

```
region 8
```

```
use material 'BUK'
```

```
start 'hmozdik5'(L-d,2*h-e)
```

```
mesh_density = 1/c
```

```
natural(U)=0
```

```
natural(V)=0
```

```
line to (L-d-f,2*h-e)
```

```
line to (L-d-f,2*h+e)
```

```
line to (L-d,2*h+e)
```

```
line to (L-d,2*h-e)
```

```
line to close
```

```
region 9
  use material 'BUK'

start 'hmozdik6'(L-3*d,2*h-e)
  mesh_density = 1/c
  natural(U)=0
  natural(V)=0
line to (L-3*d-f,2*h-e)
line to (L-3*d-f,2*h+e)
line to (L-3*d,2*h+e)
line to (L-3*d,2*h-e)
line to close
```

```
region 10
  use material 'BUK'

start 'hmozdik7'(L-2*d,h-e)
  mesh_density = 1/c
  natural(U)=0
  natural(V)=0
line to (L-2*d-f,h-e)
line to (L-2*d-f,h+e)
line to (L-2*d,h+e)
line to (L-2*d,h-e)
line to close
```

```
region 11
  use material 'BUK'

start 'hmozdik8'(L-4*d,h-e)
  mesh_density = 1/c
  natural(U)=0
  natural(V)=0
line to (L-4*d-f,h-e)
line to (L-4*d-f,h+e)
```


line to (L-4*d,h+e)

line to (L-4*d,h-e)

line to close

monitors

grid(x+U,y+V) { show deformed grid as solution progresses }

plots { hardcopy at to close: }

grid(x+U,y+V) { show final deformed grid }

vector(U,V) as "Displacement" on grid(x+U,y+V)

contour(U) as "X-Displacement" on grid(x+U,y+V)

contour(V) as "Y-Displacement" on grid(x+U,y+V)

contour(epsilon1) as "X-Deformation - geometry" on grid(x+U,y+V)

contour(epsilon2) as "Y-Deformation - geometry" on grid(x+U,y+V)

contour(epsilon6) as "XY-Deformation - geometry" on grid(x+U,y+V)

contour(epsilon1) as "X-Deformation - anatomy" on grid(x+U,y+V)

contour(epsilon2) as "Y-Deformation - anatomy" on grid(x+U,y+V)

contour(epsilon6) as "XY-Deformation - anatomy" on grid(x+U,y+V)

contour(ssigma1) as "X-Stress - geometry" on grid(x+U,y+V)

contour(ssigma2) as "Y-Stress - geometry" on grid(x+U,y+V)

contour(ssigma6) as "XY-Stress - geometry" on grid(x+U,y+V)

contour(sigma1) as "X-Stress - anatomy" on grid(x+U,y+V)

contour(sigma2) as "Y-Stress - anatomy" on grid(x+U,y+V)

contour(sigma6) as "XY-Stress - anatomy" on grid(x+U,y+V)

!elevation(sigma1,sigma2,sigma6) from (L/10,-h) to (L/10,h) as "X, Y, XZ Stresses"

!elevation(sigma1,sigma2,sigma6) from (L/2,-h) to (L/2,h) as "X, Y, XZ Stresses"

!elevation(sigma1,sigma2,sigma6) from (0,h) to (L,h) as "X, Y, XZ Stresses"

! elevation(sigma1,sigma2,sigma6) from (0,h/2) to (L,h/2) as "X, Y, XZ Stresses"

elevation(sigma1,sigma2,sigma6) fixed range (-20e6,20e6) on 'hmozdik1' as "X, Y, XZ Stresses"

elevation(sigma1,sigma2,sigma6) fixed range (-20e6,20e6) on 'hmozdik2' as "X, Y, XZ Stresses"

elevation(sigma1,sigma2,sigma6) fixed range (-20e6,20e6) on 'hmozdik3' as "X, Y, XZ Stresses"

elevation(sigma1,sigma2,sigma6) fixed range (-20e6,20e6) on 'hmozdik4' as "X, Y, XZ Stresses"

elevation(sigma1,sigma2,sigma6) fixed range (-20e6,20e6) on 'hmozdik5' as "X, Y, XZ Stresses"

elevation(sigma1,sigma2,sigma6) fixed range (-20e6,20e6) on 'hmozdik6' as "X, Y, XZ Stresses"

elevation(sigma1,sigma2,sigma6) fixed range (-20e6,20e6) on 'hmozdik7' as "X, Y, XZ Stresses"

elevation(sigma1,sigma2,sigma6) fixed range (-20e6,20e6) on 'hmozdik8' as "X, Y, XZ Stresses"

end

