Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra primární a preprimární pedagogiky

Diplomová práce

Přirozená diferenciace jako prostředek individualizace ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ

Vypracovala: Kristýna Smolová
Vedoucí práce: doc. PhDr. Alena Hošpesová, Ph. D.

České Budějovice 2024

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji,

že jsem autorem této kvalifikační práce a že jsem ji vypracovala pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu použitých zdrojů.

V Českých Budějovicích dne …………………… ………………………………………….

Kristýna Smolová

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala doc. PhDr. Aleně Hošpesové, Ph.D. za odborné vedení diplomové práce, za cenné rady, ochotu a pomoc při zpracování mé diplomové práce.

Dále bych chtěla poděkovat základní škole v Českých Budějovicích, která mi umožnila pracovat s jejími žáky.

ANOTACE

Diplomová práce se zabývá využitím přirozené diferenciace jako prostředku k individualizaci ve výuce matematiky na prvním stupni základní školy. Přirozená diferenciace představuje pedagogický přístup, který umožňuje učitelům přizpůsobit výuku podle individuálních potřeb a schopností každého žáka. Teoretická část práce se zaměřuje na teoretické základy matematiky na prvním stupni základní školy, dále na diferenciaci a individualizaci a v neposlední řadě na přirozenou diferenciaci. Praktická část práce obsahuje vytvořené sady matematických úloh, které mají podporovat přirozenou diferenciaci. Úlohy řešili žáci čtvrtého ročníku s cílem analyzovat proces diferenciace. Cílem této práce je analyzovat přirozenou diferenciaci v kontextu s mnou vytvořenými sadami úloh.

KLÍČOVÁ SLOVA: diferenciace; individualizace; přirozená diferenciace

ABSTRACT

This diploma thesis deals with the use of natural differentiation as a means of individualization in the teaching of mathematics at the primary school level. Natural differentiation is a pedagogical approach that allows teachers to tailor teaching to the individual needs and abilities of each pupil. The theoretical part of the thesis focuses on the theoretical foundations of mathematics at the primary school level, as well as on differentiation and individualization and, last but not least, on natural differentiation. The practical part of the thesis contains a set of mathematical problems, which according to our opinion have the power to support natural differentiation. The problems were solved by pupils from fourth grade with the aim to analyse the process of differentiation. The aim of this thesis is to analyze natural differentiation in the context of my created task sets.

KEYWORDS: differentiation; individualization; natural differentiation

OBSAH

ÚVOD

Má diplomová práce se zabývá rozpracováním přístupu k výuce matematiky, který se skrývá pod termínem přirozená diferenciace. Téma jsem si zvolila na základě zkušeností, které jsem získávala v rámci své průběžné pedagogické praxe na základních školách. Při výuce, kterou jsem vedla nebo pozorovala, jsem se setkala s různými žáky i učiteli. Utkvěla mi zejména jedna situace. Když jsem přišla na náslech, měla jsem připravené místo v poslední lavici, kde nikdo neseděl. Tento den učila třídní učitelka. Vyučovací hodina začínala hrou „matematický král“, do které se zapojili všichni žáci a která žáky bavila. Následovalo zadání a vypracování samostatného úkolu. V průběhu hodiny jsem si všimla, že pracuje jen půlka třídy. Při samostatné práci měli někteří žáci úkol dokončený během chvíle a pak čekali na ostatní, kteří byli pomalejší nebo látce dostatečně nerozuměli. Během čekání rychlejší žáci vyrušovali a polehávali na lavici. Další týden jsem vyučovací hodinu vedla já. Cílem hodiny bylo naučit žáky písemně dělit jednociferným dělitelem. Procvičování již probíhalo několik dní předtím. Byla jsem dost překvapená, že jsme téměř nic nestihli. Žáci měli velký problém s malou násobilkou, kterou neměli zažitou. Pracovalo se mnou pár bystřejších žáků, kteří se opakovaně hlásili, ostatní seděli a po mém vyvolání byli schopni příklad vypočítat až s mou pomocí.

V ten okamžik jsem si řekla, že přece není možné, aby žáci, kteří potřebují více času na úkoly nebo důkladnější procvičování patřili do skupiny slabých žáků. A naopak žáci, kteří učivo bez problémů zvládají, se nudili, protože je pro ně učivo lehké. V takové třídě by diferencování a proces individualizace našly rozhodně své místo. A právě v tento okamžik jsem věděla, že tématem diferenciace se chci zabývat.

V souvislosti s problémem diferenciace bych se ráda zmínila o požadavku na kvalitní vzdělávání pro každého žáka v souvislosti se Strategií 2030+. Je zdůrazněn rovný přístup ke vzdělání, který zahrnuje nejen fyzickou dostupnost škol a učebních materiálů, ale také klade důraz na zajištění efektivní výuky a zvýšení její kvality. Učitel by měl porozumět potřebám jednotlivých žáků a přizpůsobit výuku jejich schopnostem a zájmům. Nepochybně tím také rozvíjíme budoucnost společnosti, zlepšení ekonomického rozvoje a snížení chudoby. Vzdělávání by mělo být dostupné pro všechny bez ohledu na to, jaké máme životní podmínky. (Fryč et al., 2020)

Vzhledem k souvislostem výše zmíněného úskalí a kvalitního vzdělávání s individuálním přístupem lze navázat požadavkem na individualizaci, který Rámcově vzdělávací program pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV) definuje takto: *„Podporuje komplexní přístup k realizaci vzdělávacího obsahu, včetně možnosti jeho vhodného propojování, a předpokládá volbu různých vzdělávacích postupů, odlišných metod, forem výuky a využití všech podpůrných opatření ve shodě s individuálními potřebami žáků.“* (RVP ZV, 2023, s. 7)

V této diplomové práci si vymezíme teoretický pojem individualizace, diferenciace a různé možnosti jejího uplatnění. Budeme se zabývat téměř novým typem diferenciace, který je označován slovy diferenciace přirozená. Nastíníme si, jak ji lze uplatnit v matematice. Praktická část bude analyzovat schopnost žáků zvládnout vybrané výukové celky. Při analýze výsledků práce žáků budu postupovat podle mnou zadaných kritérií. Budu porovnávat výsledky žáků 4. ročníku základní školy.

Jsem si vědoma toho, že ve své diplomové práci, vzhledem k jejímu rozsahu, nebudu moci pojmout danou problematiku v plné šíři a budu se muset soustředit pouze na několik klíčových problémů souvisejících s přirozenou diferenciací jako prostředku k individualizaci výuky matematiky na prvním stupni základní školy. Přesto má práce může sloužit jako skromný příspěvek k řešení této problematiky a jako inspirace pro učitele, kteří každodenně řeší heterogenitu skupin žáků při osvojování učiva.

TEORETICKÁ ČÁST

1 MATEMATIKA VE VZDĚLÁVÁNÍ A JEJÍ PŘÍNOSY I ÚSKALÍ

V této části práce si vymezíme školní předmět matematika, kterým školní vzdělávací programy základních škol naplňují vzdělávací oblast Matematika a její aplikace. Zaměříme se na to, co žákům na prvním stupni základní školy matematika přináší, jak se s ní seznamují a co zažívají. Představíme si úskalí, která nastávají v souvislosti s matematikou.

1.1 Co žákům přináší matematika na prvním stupni ZŠ?

Matematika je na prvním stupni vyučovací předmět, který je pro žáky nepostradatelný (Kocichová et al., 2015), je základem pro rozvoj matematických dovedností a vědomostí. Podle Rámcově vzdělávacího programu základního vzdělávání matematika zahrnuje následující tematické okruhy, které lze stručně charakterizovat takto:

- *„Číslo a početní operace"*, prostřednictvím kterého žáci získávají schopnost zvládat základní početní operace jako je sčítání, odčítání, násobení a dělení, jež jsou nezbytnými dovednostmi v každodenním životě.
- *„Závislosti, vztahy a práce s daty",* kde se žáci učí, jak shromažďovat data, třídit je, prezentovat pomocí grafů a tabulek. Důraz je kladen na porozumění základním statistickým pojmům. Tento okruh zahrnuje také problémy a úkoly, které pomáhají žákům aplikovat tyto dovednosti v reálném světě. Rozvíjíme analytické myšlení žáků a schopnost pracovat s informacemi.
- ,,*Geometrie v rovině a v prostoru",* prostřednictvím něhož žáci poznávají základní geometrické tvary (jako je čtverec, obdélník, trojúhelník, kruh; krychle, kvádr, jehlan, koule) a jejich vlastnosti.

Geometrie na prvním stupni zahrnuje taktéž modelování, prostřednictvím něhož si žák rozvíjí prostorovou představivost. V rámci geometrie dále vyvozují souměrnost. Seznamují se s jednoduchými výpočty (obvodem a obsahem rovinných útvarů); zpočátku s oporou o čtvercovou nebo bodovou síť.

- *„Nestandardní aplikační úlohy a problémy“* vyžadují netradiční nebo kreativní přístup k vyřešení úlohy. Jde o úlohy, které jsou založené na reálných situacích a problémech. Mohou stimulovat kritické myšlení, rozvíjet schopnosti odhadovat, analyzovat a hledat kreativní způsob řešení. (RVP ZV, 2023)

1.2 Matematika a její úskalí na prvním stupni ZŠ

Někteří didaktici mají obavy o kvalitu vzdělávání v matematice. Veronika Čejková a Jana Jandová píší, že v České republice dochází stále více k úpadku vzdělanosti v matematice. (Čejková, Jandová, 2018) Za tímto problémem může stát řada faktorů. Ve školách výuka matematiky může selhávat z různých důvodů.

Prvním důvodem může být nesprávné zvolení a použití metody výuky, která brání žákům dosáhnout plného porozumění. (Hejný, Kuřina, 2001) Milan Hejný a František Kuřina uvádějí: *„V našem pojetí vyučování nám nejde o matematiku pro všechny, ale o matematiku pro každého. V matematice pro všechny půjde vždy o těžko splnitelný, závazně stanovený okruh matematických požadavků, který ve školní praxi často vede k formalismu.“* (Hejný, Kuřina, 2001, s. 156)

Systém tzv. formálního vzdělávání, jenž je postaven na standardizovaných postupech, kterým žáci často nerozumí, jsou pro ně nelogické a učí se je pouze mechanicky, dále v návaznosti na situaci, kdy má učitel málo času na matematickou látku a školní vzdělávací osnovy jsou obsáhlé, nemůže dostatečně rozvíjet kognitivní schopnosti žáka. Podle Milana Hejného a Františka Kuřiny není vyloučeno, že žáci mohou dosahovat i při formálním přístupu adekvátních studijních výsledků, avšak při tom plně nerozvíjejí své výše zmiňované schopnosti. Dále může sehrát negativní úlohu obava z trestu. Takový trest může představovat školní známka. Zatímco neformální vzdělávání lze chápat jako systém výuky zacílený na uvažování žáků, jejich přemýšlení a schopnosti pochopení probíraného učiva. Neformální výuka by měla být interaktivní, zábavná a propojená s reálným světem. Tímto způsobem se děti mohou lépe zapojit, lépe chápat a mohou si začít budovat pozitivní vztah k matematice. Efektivita vzdělávání se v tomto případě zvyšuje. (Hejný, Kuřina, 2001) Milan Hejný a František Kuřina k tomu doplňují, že *„matematika může mít i ráz hry; neměla by být drezurou, ale tvořivou prací.“* (Hejný, Kuřina, 2001, s. 162)

Dalším důvodem může být nedostatečná motivace žáka. S tímto problémem se učitelé setkávají poměrně často. Aby žáci neztráceli motivaci, měli by se ve třídě cítit bezpečně, a jestliže vyvinou úsilí a snahu k dosažení výsledku, učitelé by to měli pozitivně ocenit. Ve chvíli, kdy žák začne selhávat a nerozumí probíranému učivu, je podstatné, abychom mu poskytli pomoc. Pokud mu učivo zopakujeme, znovu vysvětlíme, přesto nemusí dojít k žádnému zlepšení. V tomto případě je nutné se zamyslet nad jinými formami a způsoby výkladu, které žákovi budou vyhovovat. Pokud žáci jsou aktivně zapojení do procesu učení a mají možnost podílet se na rozhodování o jejich dalším učení, motivace se zvyšuje. (Kalhous et al., 2002)

Z výše uvedeného je zřejmé, že motivace, kterou by nejen učitelé, ale též rodiče měli vytvářet s cílem efektivnější výuky, je klíčová pro zajištění udržení žákova zájmu a podněcování jeho dalšího rozvoje. (Blažková, 2007)

Učitelé by podle Milana Hejného a Františka Kuřiny měli brát v potaz, že žák na prvním stupni má tendenci objevovat okolní předměty. Proto by matematické úlohy měly vycházet z okolního světa, s kterým se žák běžně setkává a zadání úloh navazuje na jeho zkušenosti. Pozornost žáka si lze snadno získat, pokud propojíme výuku s jeho zájmy a reálným životem, představíme výhody, které učení přinese, dospějeme ke snaze a touze zdokonalit se. (Hejný, Kuřina, 2001)

Neopomenutelným předpokladem pro žákův zvýšený zájem o matematiku je samozřejmě skutečnost, že učitel nezadává jen postupy, kterými se žák musí dobrat ke správnému výsledku, což souvisí s výše zmíněným formálním vyučováním. Naopak vedením žáka k logickému uvažování, bádání a přemýšlení dosáhneme jeho samostatnosti a motivace docílíme snadněji. (Hejný, Kuřina, 2001)

Žáci v rámci jedné heterogenní třídy mohou mít různé druhy motivace, která nevychází pouze z motivování ze strany učitele. Jedni žáci vyžadují prospěch s vynikajícími studijními výsledky, protože jim rodiče poskytují značnou míru motivace a žáci vědí, že za lepší výsledky jsou oceněni nebo získají odměnu, kterou si přejí. Další nechtějí čelit negativním postojům ve své třídě mezi spolužáky, rodinou a taktéž sami před sebou, proto jsou plně motivováni k dobrým výkonům, málokdy se setkáme se situací, kdy by žáci byli plně zapáleni do procesu učení ze své vlastní vůle bez jakéhokoli motivačního prvku. (Helus et al., 1979)

Dalším úskalím v matematice je samotné hodnocení, a to zejména tam, kde se hodnotí známkami, které jsou tradiční součástí školního vzdělávacího procesu. S těmi se žáci setkávají na začátku povinné školní docházky (Helus et al., 1979), kdy vyučující klasifikuje výkony na stupnici 1 až 5. Systém známkování poskytuje snadný způsob klasifikace výkonu, ale může mít i své nedostatky, jednou známkou nemůžeme zachytit celkový rozsah schopností a dovedností žáka. (Starý et al., 2016)

V první třídě jsou žáci klasifikováni mírně a hezké známky v nich vyvolávají emocionální reakce v závislosti na jejich osobnosti a přístupu k učení. Žák může pociťovat hrdost na sebe sama za práci a úsilí, které do výsledku vložil. Úspěch v podobě dobré známky může poskytnout motivaci k pokračování úsilí dosahovat podobných výsledků nebo je překonávat. Tento stav nemusí být trvalý. (Starý et al., 2016)

Zdeněk Helus uvádí: *„Školní známka by však neměla být pouze prostředkem k uspokojování uvedených potřeb. Měla by se především stát objektivním ukazatelem žákova výkonu a teprve ve spojení s ním odměnou.“* (Helus et al., 1979, s. 91) Vliv známek závisí na spoustě okolností, mezi něž zařazujeme náročnost daného předmětu, vnímání žákova úspěchu a neúspěchu rodiči, žákův pozitivní či negativní vztah k učiteli, a mnoho dalších. (Helus et al., 1979)

V případě začátku žákova tápání v matematice, např.: z důvodu delší absence ve výuce, neporozumění učivu nebo nedostatečného procvičování, nastává obtížné doplňování nedostatků a lze předpokládat, že nebude velmi dobře prospívajícím žákem. Nedosahování uspokojení ze svých studijních výsledků má vliv na žákovu psychickou stránku, ztrátu motivace a jeho další rozvoj. Nebude-li při výuce věnován dostatek času procvičování, žák nebude schopen ovládat početní operace a matematické znalosti se bude učit způsobem „zapamatování“, proto při porozumění nastane úskalí, ze kterého lze jen těžko uniknout. Každé další testování přinese špatné hodnocení a podle Olgy Zelinkové taková diagnostika ztrácí význam. (Zelinková, 2001) K tomuto Zdeněk Helus dodává: *„V některých případech nabývají známky naopak velmi záporné incentivní hodnoty, protože jejich prostřednictvím jsou výše uvedené potřeby frustrovány.“* (Helus et al., 1979, s. 91) Žák v tuto chvíli může vyžadovat učitelovu podporu, opakované vysvětlování nebo delší čas na pochopení problémového učiva. (Zelinková, 2001) Školní známka začne představovat velký stres, žák si je vědom, že jeho klasifikace bude veřejně zmíněna v třídním kolektivu, může čelit narážkám a výsměchu, ke kterým by nedocházelo, pokud by byla známka sdělena jen mezi žákem a vyučujícím. (Helus et al., 1979) Školní známky podléhají konkurenční atmosféře mezi žáky a tlaku na dosažení co nejlepšího výsledku bez skutečného porozumění. (Starý et al., 2016)

Karel Starý píše, že je vhodné přemýšlet, jak se systém známkování využívá a nutné zvážit, zda by neměl být tento systém doplněný jinými způsoby hodnocení, což by mohlo poskytnout komplexnější pohled na výkon žáků. (Starý et al., 2016)

Zdeněk Helus uvádí, že přímá slovní pochvala sklidila úspěch (Helus et al., 1979) a Karel Starý k tomu dodává, že tzv.: *„formativní hodnocení, které je založeno na aktivním zapojování žáků do procesu učení a získávání průběžné zpětné vazby, která žákům umožňuje sebereflexi. Vlivem průběžné zpětné vazby se učí sami sebe hodnotit, analyzovat své chyby a rozvíjet své dovednosti."* (Starý et al., 2016, s. 13) Tato metoda nenahrazuje sumativní hodnocení, ale spíše ho doplňuje.

1.3 Inkluzivní vzdělávání

V této kapitole si stručně nastíníme pojem inkluze a inkluzivní vzdělávání. Vycházíme-li z humanistických představ, že každý člověk má právo získat kvalitní vzdělání, dostává se inkluze v dnešní době stále více do povědomí a klade se důraz na inkluzivní vzdělávání.

RVP ZV mezi tendencemi ve vzdělávání, které program navozuje a podporuje, uvádí:

- *zohledňovat při dosahování cílů základního vzdělávání potřeby a možnosti každého žáka;*
- *uplatňovat variabilnější organizaci a individualizaci výuky podle potřeb a možností žáků a využívat vnitřní diferenciaci výuky* (RVP ZV, 2023, s. 6)

Odpovědí na tento požadavek je princip inkluze. Při pohledu na inkluzi ve vzdělávání nelze opomenout dva důležité pilíře, se kterými se pojí, a to individualizaci a kvalitu. Dbáme na to, abychom, pokud možno v co nejširším rozsahu, splňovali individualizaci a rozvíjeli vzdělávací potřeby u každého žáka. (Zilcher, Svoboda, 2019)

I tento systém nabízí v rámci heterogenní třídy všem rovné příležitosti a usiluje o to, aby každý žák bez ohledu na své zdravotní postižení, barvu pleti, dovednosti, schopnosti a sociální poměry mohl účinně získat vzdělání v běžné základní škole. Vytváříme školní prostředí, ve kterém se shromažďují žáci s heterogenními potřebami, které toleruje a podporuje rozmanitost, předává žákům zkušenosti pro spolupráci a porozumění si navzájem, směřuje k budování empatie a respektu k vzájemným odlišnostem. (Zilcher, Svoboda, 2019)

Proces utváření inkluzivní školy není jednoduchý úkol a jeho nesprávným uchopením mohou ve vzdělávacím procesu vznikat problémy. V souvislosti s tímto vzděláváním se setkáváme spíše s kritickými připomínkami než s pozitivním ohlasem. Ladislav Zilcher a Zdeněk Svoboda na to reagují tvrzením, že v procesu inkluze nehraje hlavní roli jen pedagog, ale také ostatní pracovníci, rodina a především škola. Větším zaměřením své pozornosti na žáky s postižením nedosahujeme inkluze. Musíme dbát především na to, abychom zahrnuli požadavky všech žáků. Jedním z hlavních pilířů inkluzivního vzdělávání je podpora diverzity, pod kterou si můžeme představit respekt k jedinečnosti každého jedince. Učitelova práce zde souvisí s individuálním přístupem, který u jednotlivých žáků bude uplatňovat. Důležitou součástí úspěšného inkluzivního vzdělávání je také spolupráce mezi učiteli, žáky a jejich rodiči. Komunikace mezi těmito stranami je klíčová pro identifikaci potřeb a vytvoření vhodného prostředí pro daného žáka. Další výzvou, se kterou se můžeme v rámci inkluze na základní škole setkat, je úprava školních prostor, jako jsou bezbariérové přístupy a speciální vybavení. (Zilcher, Svoboda, 2019)

2 INDIVIDUALIZACE A DIFERENCIACE V PROCESU VYUČOVÁNÍ

V této části práce si vymezíme pojem individualizace a diferenciace, které jsou velmi důležité, protože učitel nemůže pracovat se všemi žáky stejným způsobem. V inkluzivní škole učitel uvažuje o tom, že jsou žáci znevýhodněni zejména z hlediska tělesného hendikepu, z hlediska mentální úrovně, různé úrovně psychické, rozdílného stupně ontogenetického vývoje, dále také i znevýhodněni sociálním prostředím, ve kterém dané dítě žije. V důsledku tohoto učitel nemůže při výuce matematiky postupovat se všemi žáky stejně, zejména co se týče rozsahu učiva, nebo jeho časového rozložení. V důsledku takové diferenciace je důležité volit adekvátní metody a prostředky. V této kapitole diplomové práce si vymezíme také pojem vnější a vnitřní diferenciace.

2.1 Individualizace

Individualizace je proces uplatňovaný a známý již z minulých let. Podle Aleny Vališové a Hany Kasíkové individualizace přichází do škol s přelomem 19. a 20. století. V rámci individualizace jde především o celkové přehodnocení učitelova přístupu a uvědomění si zásadních úprav, které jsou ve vyučovacím procesu nezbytné. (Vališová, Kasíková, 2011)

Vzdělávání probíhající pouze mechanickým učením se snažili pedagogové potlačit již v minulosti a směřovali vzdělávání především k rozvoji osobnosti dítěte. Vědomosti, které se žák naučí zpaměti a budou pouze krátkodobé, nenabývají efektivnosti a žáka do budoucna příliš neobohatí. Budeme-li žáka podporovat v rozvoji jeho osobnosti, nahlížet na něj jako osobnost nám rovnou, respektovat jeho potřeby, názory a dovednosti, žák si odnáší mnohem více poznatků a zkušeností. (Kasíková, Valenta, 1994)

Z výzkumů lze říct, že se tento přístup osvědčil a současní učitelé by k této skutečnosti měli přihlížet. Jedná se o přístup ke vzdělávání, který se zaměřuje na to, aby se výuka a vzdělávací prostředí co nejvíce přizpůsobily individuálním potřebám, schopnostem a způsobům učení jednotlivých žáků. Při tomto procesu se rozsah učiva, které má učitel žákům předat, výrazně redukuje a učivo, které je vyšší úrovně, pak můžeme poskytnout žákům, kteří jsou nadaní a schopni toto učivo zvládnout. (Vališová, Kasíková, 2011)

Pokud učitel změní svůj postoj k hlavním cílům a začne vzdělávání směřovat k rozvoji každého jednotlivého žáka ve třídě, v návaznosti na jeho zájmy, schopnosti a dovednosti, nemůže individualitu žáka přehlížet. (Vališová, Kasíková, 2011) Hana Kasíková a Josef Valenta dodávají, že *„měnit se však logicky musí i metody a formy vyučování."* (Kasíková, Valenta, 1994, s. 7)

Alena Vališová a Hana Kasíková rozlišují dva způsoby individualizace:

- **Princip zvládnutého učení** je pedagogický koncept, který zdůrazňuje důležitost toho, aby žáci skutečně porozuměli a zvládali určité učivo, než postoupí na následující vyučovací celek. Žák při tomto přístupu není omezen časovým limitem. Materiály, které učitel předkládá, odpovídají požadované úrovni žáka. (Vališová, Kasíková, 2011)
- **Princip kontinuálního pokroku** v učení se opírá o myšlenku, že by žáci měli neustále postupovat ve svém vzdělání a rozvoji. Jde o snahu zamezit čekání žáků, zvládající učivo v krátkém časovém úseku i vyšší obtížnosti, na žáky pomalejší a slabší. (Vališová, Kasíková, 2011)

Podle Hany Kasíkové a Aleny Vališové existují různé typy individualizace, které je možno využívat:

- **Výběr učiva** – žákům je umožněno vybírat si učivo, o které se zajímají nebo mají více zařazené předměty, které preferují (například více matematiky). Dále tento typ umožňuje žákům vybrat si z předmětu jen části učiva.
- **Doplňující vyučování** – učitel nejprve nabídne žákům běžný obsah vyučování, následně probrané učivo o něco doplní, aby uspokojil žáky, kteří to mohou vyžadovat.

- **Žák ve sledu učebních jednotek** – tento způsob je založen více na individuální práci. Učitel dá žákům pokyny, jakým způsobem mají úkoly vypracovat. Mají jasně daná pravidla a instrukce. Podle těchto instrukcí se žáci pokouší pracovat. Mají možnost volit si pracovní tempo.
- **Individualizační „matching“** – učitel se snaží sjednotit styl vyučování s tím, jaký způsob učení žák preferuje. (Vališová, Kasíková, 2011)

2.2 Diferenciace

Diferenciace v souvislosti se školním vzděláváním vychází z procesu, při kterém dochází k rozdělování žáků do homogenních skupin. (Simonová et al., 2023) Podle Hany Kasíkové a Josefa Valenty nemusí jít vždy jen o tento způsob rozdělování, můžeme provádět diferenciaci i v rámci heterogenní skupiny. (Kasíková, Valenta, 1994) Diferenciace se děje prostřednictvím individualizace, a to lze chápat jako *„způsob diferenciace výuky, při níž se zachovávají heterogenní třídy žáků jako základní sociální jednotka a provádí se diferenciace vnitřní, obsahová i metodická, respektující individuální zvláštnosti žáků.“* (Fikejsová, Panáčová, 2019)

Rozdělování žáků do homogenních tříd nebo škol probíhá na základě různých kritérií. Kritéria pro rozdělování pak vychází z přizpůsobování výuky žákům dle jejich schopností a dovedností (Simonová et al., 2023), mohou také zahrnovat individuální způsoby a styly učení nebo zájmy žáka. Vytvoříme-li homogenní skupiny nebo třídy, kde budeme rozdělovat žáky na základě stejné věkové kategorie, lze si povšimnout, že ani takové kritérium nám nezaručuje shodné pracovní tempo žáků, nadále obdobné nadšení k učení. V důsledku tohoto se začalo zařazovat dělení žáků do homogenních skupin podle jejich úrovně inteligence, dále se nahlíželo na sociální hledisko, avšak vždy se dospělo k názoru, že jen stěží vytvoříme skupiny, kde budou všichni stejní, proto nahlížíme na způsob diferenciace. Diferenciace se tedy neodmyslitelně pojí s individualizací, jež umožňuje přistupovat k žákovi na úrovni, která maximálně rozvine jeho potenciál. (Kasíková, Valenta, 1994)

Neopomenutelné faktory působící na žáka jsou rodina a školní prostředí. Rodina by žákovi měla zajišťovat pevné a klidné zázemí. Školní prostředí je v rámci žákova vnímání individuální, a to právě z důvodu, že ve třídě nejsou všichni stejní, každý z nich preferuje jiný styl učení, jiné tempo a odlišně vnímá celkové klima ve třídním kolektivu. (Zieleniecová, 2015) Hana Kasíková a Josef Valenta ještě dodávají, že *„stejné cíle, stejné učivo, stejná metoda, stejné tempo učení – ale pro různé děti!“* (Kasíková, Valenta, 1994, s. 6)

Carol Ann Tomlinsonová k tomuto dodává, že diferenciace spočívá ve snaze učitelů reagovat na rozdíly mezi žáky ve třídě. Učitel, který osloví žáka tím, že změní svou výuku s cílem vytvořit žákům pozitivní přístup k učení, provádí diferencovanou výuku. Pokud chce učitel maximalizovat individuální potenciál svých žáků, musí se výše zmiňovaným rozdílům věnovat. Existuje dostatek důkazů o tom, že žáci jsou ve škole úspěšnější a je pro ně uspokojivější, pokud je učitel vyučuje způsobem, který odpovídá jejich úrovni připravenosti a zájmům. Pro diferencovanou výuku je důležitá i profesionalita učitele. Především, aby byli ohleduplní a pozorní k různým vzdělávacím potřebám žáků. Diferencovat výuku znamená, stát se kompetentnějším, kreativnějším a profesionálnějším učitelem. (Tomlinsonová, 2000)

Prostředkem diferencování může být učivo, dále metody, které se ve výuce uplatňují nebo tempo, kterým žák bude pracovat. (Kasíková, Valenta, 1994)

V rámci výuky lze podle Semrádové dále diferencovat:

- **Čas** – učitel připraví k danému tématu práci navíc, která bude poskytnuta žákům, kteří chtějí a dokážou pracovat rychleji než ostatní. Ostatní žáci nejsou stresováni spolužáky, kteří by čekali.
- **Rozsah práce** – je doporučeno si vymezit požadavky neboli učivo, v případě matematiky pár slovních úloh nebo početních příkladů, které v rámci výuky žáci bez rozdílu vypracují. Ve chvíli, kdy nastává fáze procvičování a upevňování si učiva, mají žáci volnost, pracují

svým optimálním tempem na úlohách a úkolech, které vyhovují jejich možnostem a schopnostem.

- **Obtížnost úkolů** – zde je kladen důraz na různou obtížnost úkolů, které poskytujeme žákům. Tato diferenciace spočívá v rozhodnutí žáka, na kterém typu ze zadaných úkolů bude pracovat. Slabší žáci se zaměřují na snazší typ obtížnosti, zatímco nadanější žáci plní výzvy a rozvíjí se. (Semrádová, 2023)

Carol Ann Tomlinsonová uvádí, že učitelé také mohou rozlišit tyto následující čtyři prvky třídy na základě:

- **Obsahu** – co se žák potřebuje naučit nebo jak získá přístup k informacím.
- **Procesu** – činnosti, do kterých se žák zapojuje, aby pochopil nebo si osvojil obsah učiva.
- **Produktu** – shrnutí učiva na základě tvorby projektu na konci tématu, tímto projektem si žák zopakuje, co se naučil.
- **Učebního prostředí** – způsob, jakým třída funguje a jak se v ní žák cítí. (Tomlinsonová, 2000)

Diferenciace může být časově náročná a vyžaduje od učitelů pečlivou přípravu a plánování. Jedná se o způsob uvažování o výuce a učení. Někdy je obtížné najít rovnováhu mezi poskytováním dostatečné podpory pro každého žáka a zajištěním toho, aby se všichni žáci dostali k hlavnímu obsahu učiva. Dále může být obtížné zajistit, aby se diferenciací nezvýhodňovali někteří žáci v porovnání s ostatními. (Tomlinsonová, 2000)

Důležité je zmínit, že i učitelé jsou stejně odlišní jako jejich žáci, někteří učitelé svou výuku diferencují, pro jiné učitele vytvoření flexibilní a vnímavé třídy může představovat znepokojení. Aby se učitel stal v diferenciaci efektivnějším, musí dbát na vyvážení svých potřeb s potřebami žáků. Učitelé jsou při diferencované výuce v roli rádců a sbírají informace o svých žácích a o tom, jak se žáci v daném okamžiku učí. Cokoliv učitelé získávají o připravenosti, zájmu a učení žáků, jim pomáhá plánovat další kroky výuky. (Tomlinsonová, 2000)

Úkoly by pro žáky měly být zajímavé a zaměřené na základní porozumění a dovednosti. Žáci i učitelé by měli úkoly vnímat jako přínosné pro obě strany. (Tomlinsonová, 2000)

Nejdůležitějším faktorem úspěšné diferenciace je pomoci žákům dosáhnout lepších výsledků a cítit se ve škole angažovanější. Jednou z výzev pro učitele, kteří vedou diferencovanou výuku, je potřeba neustále přemýšlet o kvalitě toho, co se diferencuje. (Tomlinsonová, 2000)

2.2.1 Vnější diferenciace

Vnější diferenciaci lze definovat jako rozdělování žáků do homogenních skupin. Do těchto skupin žáky rozdělujeme za účelem jejich rozvíjení a dosažení maximálních výsledků. V rámci homogenních skupin jsou žáci seskupováni na základě podobných či stejných předpokladů, kterými mohou být schopnosti, dovednosti, zájmy, tempo i styl učení. (Homolová, 2019)

Vnější diferenciaci můžeme provádět změnou typu školy nebo tvorbou homogenních tříd. (Kasíková, Valenta, 1994) Při vzdělávání v českém školství na diferenciaci podle typu školy narazíme například při odchodu žáků na víceletá gymnázia. (Simonová et al., 2023) Na gymnázia odcházejí ze základní školy žáci, kteří jsou nadaní a ve třídě na běžné základní škole vynikají. Ve chvíli, kdy lépe prospívající žáci odejdou, klesnou ve třídě rozdíly, ve třídě zůstanou žáci slabší s horším studijním prospěchem. (Homolová, 2019) Tato situace se může zdát pozitivem, protože to učitelům zajistí usnadnění práce s rozdíly, ovšem celkový prospěch třídy bude nižší.

Školy, které mají specializované zaměření, mají žáky „automaticky" homogenně diferencované. Máme na mysli školy zaměřené například na matematiku, cizí jazyky nebo umění. (Simonová et al., 2023) Diferenciace také probíhá i za situace, kdy jsou žáci rozděleni do paralelních tříd jednoho ročníku. Zpravidla na každé základní škole jsou třídy A, B, C. Abychom mohli mluvit o vnější diferenciaci, představíme si, že ve třídě A budou žáci, kteří dosahují výborných výsledků a jsou to spíše žáci nadaní, zatímco ve třídě C budou žáci, kteří dosahují horších výsledků. (Greger, Straková, 2013)

2.2.2 Vnitřní diferenciace

Při vnitřní diferenciaci taktéž hovoříme o rozdělování žáků do skupin, avšak pouze uvnitř jedné třídy. To znamená, že jsou žáci v takové třídě během vyučování rozděleni na skupinu žáků, kteří dosahují lepších výsledků a skupinu žáků, kteří jsou ve výuce slabší. (Simonová et al., 2023)

Cílem vytváření takových skupin je volit během vyučovací hodiny v heterogenní třídě formu práce tak, aby odpovídala různorodosti mezi žáky, dále zlepšit efektivitu vzdělávání a snažit se vylepšit komunikaci i spolupráci, v těchto vytvořených skupinách i mezi nimi navzájem. (Zieleniecová, 2015)

Vnitřní diferenciace je prováděna na základě individualizované výuky. Prostřednictvím takové výuky se opět snažíme maximalizovat žákův rozvoj při vzdělání. Volíme vhodné metody práce, formy práce a obsah výuky vyhovující žákovým předpokladům. (Budínová et al., 2018)

Podle Pavly Zieleniecové vnitřní diferenciaci dělíme na pružnou a stabilní:

- **Stabilní diferenciace** – je stav, kdy jsou žáci ve svých skupinách rozděleni po delší časové období. Nejedná se o vytvoření skupin pro jednu vyučovací hodinu. Obvykle se toto delší období vztahuje k celému školnímu roku nebo alespoň k pololetí. (Zieleniecová, 2015)
- **Pružná diferenciace** – je stav, kdy se žáci v průběhu školního roku různě přemisťují do různých skupin, nebo je do nich přeřadí učitel. Pokud učitel zaznamená a vyhodnotí žákův pokrok, kdy u něj dochází

ke zlepšení může žáka přeřadit do skupiny, kde se vyskytují žáci s lepším prospěchem a výsledky. Naopak pokud se žák ve skupině zhorší, přechází do skupiny s žáky slabšími. (Zieleniecová, 2015)

3 PŘIROZENÁ DIFERENCIACE

3.1 Jak navodit přirozenou diferenciaci ve výuce

Pojem diferenciace jsme si v této práci vymezili již výše. V procesu diferenciace se zaměřujeme na volbu výukových metod a vytváření učebních úkolů na různých úrovních obtížnosti, kterou stanovuje učitel. Ty však nemusejí být vždy dostatečným přínosem. Někteří žáci budou v souvislosti s těmito úkoly přetěžováni, nikam se neposunou a zůstanou na nízké úrovni. (Schererová, 2013) V tento okamžik se nám nabízí jiný druh diferenciace, a to diferenciace přirozená.

Přirozená diferenciace se od běžného pojetí diferenciace odlišuje především formou práce, kterou žák bude provádět. Žáci při této diferenciaci nepracují na rozdílných úkolech a přizpůsobených pracovních listech, které podporují jejich úroveň i tempo práce, nýbrž každý z žáků dostane naprosto identické úkoly a pracovní listy. (Schererová, 2013) Poskytované úkoly, které se vztahují k přirozené diferenciaci, mohou být slovní úlohou, otevřenou úlohou, podkladem pro žákovo logické uvažování nebo řešení různých zadaných situací. (Krauthausen, Schererová, 2010)

Zadání úkolů jsou pro všechny žáky jednotná, v ničem se neodlišují. Všichni žáci dostávají stejný materiál, stejné pracovní listy. Můžeme si ale povšimnout, že navazující otázky, které doprovázejí řešení úlohy, mají gradovanou obtížnost (Schererová, 2013), vybízejí žáky k činnosti, jejíž obtížnost by neměla klesnout pod určitou úroveň složitosti. Žáci si mohou vybrat úroveň obtížnosti práce, kterou jim učitel dopředu nestanovuje. To znamená, že se učitel v tomto pojetí nepodílí na přiřazení úkolů různé obtížnosti daným žákům. To může každému z žáků pomoci k jeho zpětné vazbě o sobě samotném a provádět si analýzu o svých vědomostech a schopnostech. Zásluhou těchto úloh může žák vyhodnotit, jak si v učivu vede a jakou úroveň úkolů zvládá řešit. (Krauthausen, Schererová, 2010)

Tento způsob diferenciace učiteli také umožňuje snadněji organizovat učební procesy. Situace, v níž všichni žáci heterogenní třídy pracují na stejně zadaném úkolu a není potřebné, aby učitel poskytoval několik druhů pracovních listů žákům na různých úrovních učení, je i pro učitele velkým ziskem. V rámci této diferenciace si žáci neurčují pouze úroveň obtížnosti, na které budou pracovat. Každý žák má možnost volby, jakým způsobem úlohu bude řešit. Nebude hodnocen za volbu svého početního postupu, ale za to, zda se dobral k správnému výsledku. Učení matematiky patří mezi konstruktivní činnosti, které se pohybují na různých úrovních abstrakce. Různé typy zadaných úkolů lze chápat jako prostředek pro rozvíjení vlastních strategií. (Krauthausen, Schererová, 2010)

Jedním z dalších atributů přirozené diferenciace je požadavek sociálního učení. Žáci si mezi sebou vyměňují různé postupy, přístupy a řešení. Při tom mohou dojít k poznání, porozumění nebo k prohloubení znalostí. Žáci se setkají s alternativními způsoby myšlení, různými technikami a představami, které jsou nezávislé na jejich kognitivní úrovni. (Krauthausen, Schererová, 2010)

Koncept přirozené diferenciace by žákům mohl přispět:

- k hlubšímu matematickému porozumění,
- k rozvoji obecných strategií učení,
- k vysoké vnitřní motivaci. (Krauthausen, Schererová, 2010)

Přirozená diferenciace se může pojit s tzv. badatelsky orientovanou výukou, která by do výuky matematiky na základní škole mohla vnést pozitiva. Žáci by prostřednictvím této výuky byli vedeni k přemýšlení, řešení problémů či ke konstruování. Žáci svou produktivní prací v hodinách dosáhnou mnohem většího rozsahu svých znalostí. Zpočátku lze přirozenou diferenciaci uplatňovat formou her, ty žáci v začátku ocení, dále zavádíme počítání v oboru čísel do 20 a tím žáky postupně připravujeme na navazující učivo a výpočty. (Schererová, 2013)

3.1.1 Příklady prostředí podněcující přirozenou diferenciaci

Ukažme si na několika úkolech, jak problematiku zpracovala Petra Schererová. (2013)

- ***Loupežníci a nalezený poklad***

Při výuce matematiky na základní škole jsou nedílnou součástí hry a různé aktivity v podobě hravé činnosti, kterými učivo procvičujeme a opakujeme. Prostřednictvím těchto aktivit se snažíme žáky motivovat a budovat v nich kladný přístup k počítání a matematice. (Schererová, 2013)

Hry mohou být voleny tak, aby žáka správně rozvíjely a podporovaly jeho myšlení. „Loupežníci a nalezený poklad" je hra, kde využíváme házení kostkou a to rozhodne, kdo zvítězí. Může být použita pro počítání v číselném oboru do 20, seznámení s číselnou řadou a osvojením si pamětného počítání. Žáci se seznámí s příběhem o loupežnících, kteří se dohadují, kdo si nechá nalezený poklad. Ten, který dostane poklad do své jeskyně jako první, je vítěz. K této hře učitel využije následující příběh, který nás bude provázet. (Schererová, 2013)

Příběh ke hře Loupežníci a nalezený poklad:

V lese žijí dva loupežníci. Každý z nich žije v jedné jeskyni. Mezi těmito jeskyněmi je 20 očíslovaných kamenů. Jednoho krásného dne loupežníci najdou poklad a dohadují se, čí poklad bude. Aby mohla rozepře mezi loupežníky skončit, rozhodnou se, že poklad dají na kámen číslo 10 a střídavě budou házet kostkou. Postupně posouvají poklad směrem ke své jeskyni podle toho, které číslo jim padne. Kdo jako první přinese poklad do své jeskyně, stává se vítězem. (Schererová, 2013)

Při výuce mohou v této hře přebrat roli loupežníků dva žáci, popřípadě skupiny žáků. Jeden žák krokuje dopředu, bude zastávat sčítání, zatímco druhý žák krokuje dozadu a bude zastávat odčítání. Kdo se jako první dostane na políčka 1 nebo 20 vyhrává (obrázek 1).

Obrázek 1: *Hrací plán hry Loupežníci; zdroj: (Schererová, 2013)*

Podporujeme ustálení vědomostí o číselné ose a s tím mohou být zohledněny individuální kompetence dítěte. Je zde umožněn prostor pro přirozenou diferenciaci, což znamená, že může být hrána na různých úrovních, které nejsou předem stanoveny. Tyto úrovně můžeme realizovat např.: posouváním pokladu po jednom kameni, to znamená počítání po jedné, posouváním po dvou kamenech nebo posouváním na základě předem vypočítaného příkladu. (Schererová, 2013)

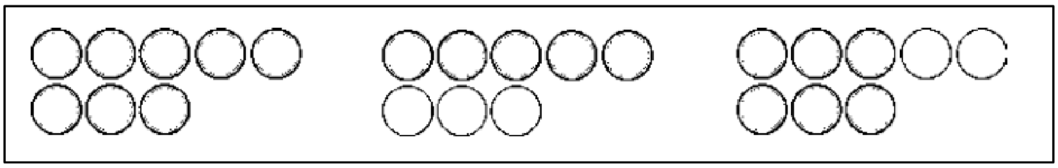
V rámci přirozené diferenciace můžeme zadání obměňovat. Učitel se může ptát na doplňující otázky.

- Poklad leží na kameni číslo 17, co by na kostce muselo padnout, abychom se dostali k jeskyni a vyhráli hru?
- Vyjmenuj mi od začátku každé druhé pole, které vidíš.

➢ **Strukturovaná znázornění čísel**

Pro systematické a efektivní vyučování sčítání a odčítání v číselném oboru do 20 je důležité poskytnout žákům pevný základ a vybudovat v nich dostatečnou představu o číslech. Znázornění číselného oboru, které zvýrazňuje pořadí čísel (obrázek 1), pomůže žákům k vytvoření strategií založených na pohybu tam a zpět po řadě čísel.

Jiným znázorněním jsou strukturované modely vztahu část a celek. Klademe důraz na struktury a vztahy mezi čísly, které jsou pro tuto početní aktivitu nezbytné. V první třídě se žáci seznámí se sčítací tabulkou, která ovšem nese riziko, že se žáci mohou pokusit zapamatovat si úkoly bez porozumění a navazujících souvislostí. V číselném oboru do 20 se tato strategie jeví úspěšnou vzhledem k omezenému počtu možností, které si lze zapamatovat. U prohlubování představ o větších číslech a následném počítání s nimi by tato metoda nebyla vhodným východiskem. (Schererová, 2013)



***Obrázek 2:** Kolečka; zdroj: (Schererová, 2013)*

Pokud žák nerozpozná struktury a neumí je využívat, na obrázku 2 neuvidí 8 koleček jako 5 koleček a 3 kolečka nebo 6 koleček a 2 kolečka a počítá je pokaždé znovu po jedné, bude mít problém s vytvářením efektivních výpočetních strategií. (Schererová, 2013)

Podíváme-li se na početní příklad 3 + 2 vidíme, že jde o sčítání a u toho lze využívat komutativní vlastnosti. To znamená, že 3 + 2 jde taktéž počítat jako 2 + 3. Výsledek se nezmění. Dále můžeme mezi těmito čísly využívat i jiných vlastností a souvislostí. Ukazujeme žákům souvislosti ve smyslu 3 + 2, 13 + 2 a 23 + 2. Budujeme obecné znalosti žáků. (Schererová, 2013)

Realizace přirozené diferenciace vyžaduje používání různých sad úkolů. Pro utvoření představy je zadán následující příklad:

- 4 + 1 =
- 4 + 3 =
- 4 + 4 =
- 4 + 6 =

- Pokračuj v řadě dále.

Úkolem žáků je vypočítat příklady a pokračovat v řadě výpočtů. Před tím, než začnou počítat, se musí zamyslet nad možnostmi výpočtů a vztahy mezi zadanými příklady. Budou se snažit nalézt způsob, kterým by výpočty minimalizovali. Žák by měl pracovat s porozuměním.

U přirozené diferenciace se úroveň zpracování příkladů může individuálně lišit:

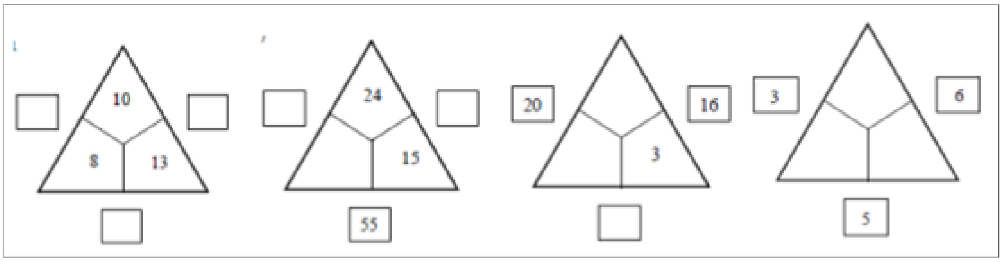
- Žáci vypracovávají zadané úkoly pomocí výpočtů.
- Žáci rozpoznají souvislosti mezi příklady a podle vzoru vytvářejí další.
- Žáci vypracovávají úkoly, které si sami vytvořili.
- Žáci popisují a zdůvodňují zadaný příklad.
- Žáci popisují a zdůvodňují vypočtené výsledky.

Pro následnou kontrolu řešení lze využívat spolupráce mezi žáky, kteří se tímto způsobem učí jeden od druhého a dále je tak nabádáme ke kladnějšímu přístupu k matematice. (Schererová, 2013)

➢ **Číselné trojúhelníky**

Číselné trojúhelníky jsou podle Güntera Krauthausena a Petry Schererové výukovým prostředím, které označují jako podnětné. V angličtině se používá termín „substantial learning environment." (Krauthausen, Schererová, 2010) Úlohy zadávané žákům v souvislosti s tímto zmiňovaným prostředím jsou primárně založené na žákovském bádání a objevování nových matematických konceptů. Podle Evy Novákové a Růženy Blažkové je možno v podnětném výukovém prostředí na těchto úlohách realizovat přirozenou diferenciaci a tím navázat na heterogenitu, která se ve výuce vyskytuje. (Nováková, Blažková, 2020)

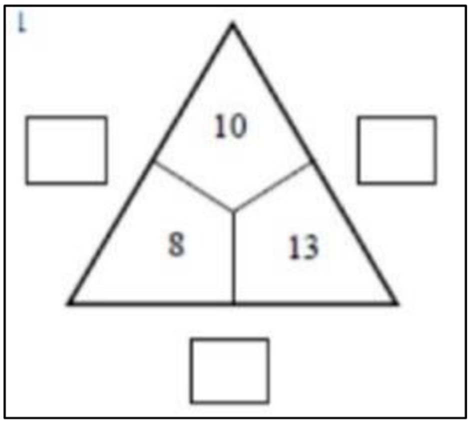
Formát číselných trojúhelníků lze zadávat na různých úrovních. Tuto úroveň učitel dopředu neurčuje. (Krauthausen, Schererová, 2010) Číselné trojúhelníky mají následující čtyři zadání. Tato zadání jsou odstupňovaná různou obtížností. (Nováková, Blažková, 2020)



***Obrázek 3**: Typy číselných trojúhelníků; zdroj: (Nováková, Blažková, 2020)*

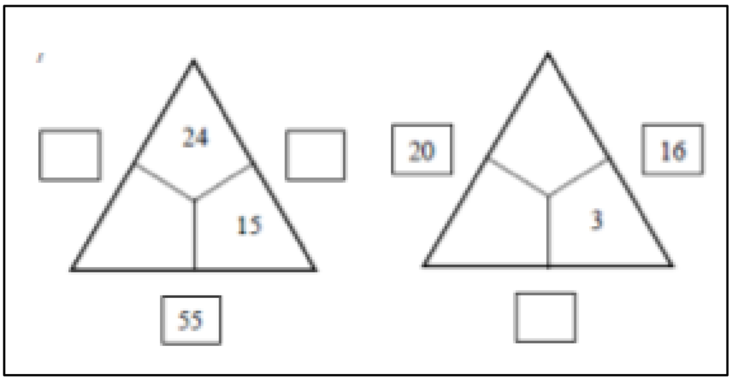
Řešení úloh s číselnými trojúhelníky je zaměřeno na sčítání a odčítání. Trojúhelníky jsou rozděleny na tři pole. K trojúhelníkům náleží tři vnější pole, která jsou přilehlá ke stranám trojúhelníku. V některých polích je napsané přirozené číslo a platí, že vnější pole představuje součet dvou vnitřních polí. (Krauthausen, Schererová, 2010)

První typ číselného trojúhelníku představuje nejlehčí stupeň obtížnosti. Jsou v něm zadaná všechna čísla ve vnitřních polích. Vnější pole můžeme vypočítat jediným daným způsobem a to tak, že využijeme metodu sčítání. (Krauthausen, Schererová, 2010) Na pořadí, ve kterém začneme trojúhelník řešit, nezáleží.



***Obrázek 4**: Číselný trojúhelník 1. typu; zdroj: (Nováková, Blažková, 2020)*

Ve druhém typu číselného trojúhelníku (obrázek 5 vlevo) známe dvě vnitřní a jedno vnější pole. U třetího typu (obrázek 5 vpravo) se setkáme se zadaným jedním číslem ve vnitřním poli a dvěma čísly ve vnějších polích. Oba tyto případy vyžadují řešení pomocí operace sčítání a odčítání. Zatímco u číselného trojúhelníku prvního typu lze příklady řešit pouze sčítáním a nezáleží na pořadí, ve kterém začneme počítat, u těchto dalších dvou typů číselných trojúhelníků na pořadí záleží. (Krauthausen, Schererová, 2010)

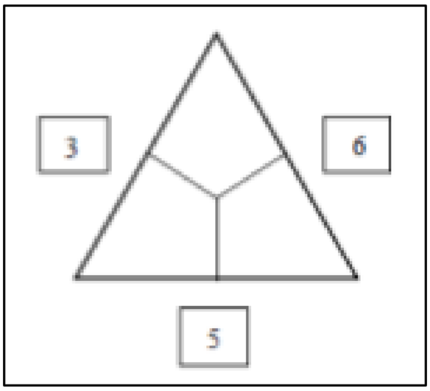


Obrázek 5: *Číselný trojúhelník 2. a 3. typu; zdroj: (Nováková, Blažková, 2020)*

Pohlédneme-li na druhý typ číselného trojúhelníku (obrázek 5 vlevo) začínáme počítat pravou stranou, to znamená 24 + 15 = 39 nebo spodní stranou 55 – 15 = 40, ale jistě víme, že nelze začít počítat levou stranou, kde známe pouze jedno vnitřní pole. (Krauthausen, Schererová, 2010)

Tento samý způsob se nám objevuje u číselného trojúhelníku třetího typu (obrázek 5 vpravo), tam musíme začít počítat pravou stranou 16 – 3 = 13 následně počítat levou stranu a v posledním kroku spočítat spodní stranu trojúhelníku. (Krauthausen, Schererová, 2010)

Čtvrtým a také posledním typem je trojúhelník, který má zadaná pouze všechna vnější pole (obrázek 6).



***Obrázek 6**: Číselný trojúhelník 4. typu; zdroj: (Nováková, Blažková, 2020)*

Zde už nelze použít běžné výpočty, které žáci znají. Tento typ je pro žáky na prvním stupni základní školy velice složitý a využívají tady metodu bádání. (Nováková, Blažková, 2020) Tradiční diferenciace většinou nabízí různé pracovní listy s jednoduchými, středními nebo obtížnými číselnými trojúhelníky, které žákům přidělí učitel nebo si je žáci mohou vybrat sami. Po vyplnění polí se výsledky porovnají a úkol je hotový. To ale neodpovídá tomu, co je ve skutečnosti číselným trojúhelníkům vlastní.

Představíme si názorné úkoly týkající se číselných trojúhelníků, které přesahují rámec jednoduchého sčítání nebo odčítání.

- První úkol může znít, „vytvoř číselné trojúhelníky s vlastními čísly, vytvoř trojúhelníky snadné, obtížné a speciální."
- Další úkol může znít „navrhni číselné trojúhelníky, na kterých bude tvůj spolužák pokračovat a které popíše."
- Tři vnější pole jsou dána, jak můžeš najít čísla pro vnitřní pole? Existují různé způsoby, zkus zjistit experimentováním.
- Součty vnitřních a vnějších polí, podívej se blíže na součty vnitřních polí a součty vnějších polí, co objevíš? Vysvětli.
- Číselné trojúhelníky obsahující násobky zvoleného čísla x – částečně vyplněné trojúhelníky představují pouze násobky. Co objevuješ? Vysvětli.

- Trojúhelník obsahuje pouze sudá nebo lichá vnější pole.
- Tři vnější pole jsou dána. Jak zjistíš čísla pro tři vnitřní pole? Zde opět experimentujeme. Pokud žáci objevili, že součet čísel ve vnějších polích je dvojnásobkem součtu čísel vnitřních, mohou tohoto faktu využít při hledání řešení. Pro odůvodnění platí, že kterékoli vnější číslo je součtem dvou vnitřních. Když znám součet všech vnitřních, mohu třetí vypočítat: součet všech tří vnitřních – součet dvou vnitřních = třetí vnitřní.
- Součty vnitřních nebo vnějších polí – podívejte se blíže na součty vnitřních polí, co objevuješ? Vysvětli. (Krauthausen, 2018)

4 SHRNUTÍ TEORETICKÉ ČÁSTI

V této části práce jsem popsala možné přínosy a úskalí matematiky a její vliv na žáky. Nastínila jsem princip inkluzivního vzdělávání, vysvětlila jsem pojem individualizace a diferenciace včetně jejího rozdělení na vnější a vnitřní. Dále jsem se zaměřila na vysvětlení pojmu přirozené diferenciace žáků v matematice na prvním stupni základní školy a uvedla jsem několik příkladů, které podněcují přirozenou diferenciaci.

Příklady k přirozené diferenciaci, které v této části uvádím, mě inspirovaly k tvorbě sad matematických úloh, které jsem využila k výzkumnému šetření. Ukazují různé úrovně zpracování úkolů, od základních výpočtů až po tvorbu vlastních úkolů a jejich zdůvodňování.

V praktické části práce se zaměřím na ověření efektivity přirozené diferenciace, prostřednictvím vytvořených sad matematických úloh pro žáky 4. ročníku základní školy.

PRAKTICKÁ ČÁST

Diplomová práce se zabývá přirozenou diferenciací, jež by mohla být prostředkem pro individualizaci. Vzhledem k odlišnostem, které se mezi žáky ve třídách na základních školách vyskytují, by tento způsob diferenciace mohl přinést pozitiva. Jedná se o přístup, který klade důraz na individuální potřeby a schopnosti, ve kterém každý žák může dosáhnout svého maximálního potenciálu.

5 CÍLE VÝZKUMU A VÝZKUMNÉ OTÁZKY

Jak již bylo zmíněno v teoretické části práce, odlišnosti a individuální potřeby žáků ve třídě učitel nemůže přehlížet a musí k nim vhodně přistupovat. Cílem práce je ověřit, zda je možné v České republice využít přirozenou diferenciaci v souvislosti s poskytováním jednotných sad matematických úloh pro všechny žáky. Soustředila jsem se na zjištění, zda si žáci v poskytnutých sadách dokážou najít svou vhodnou úroveň.

Výzkumné šetření, které jsem realizovala, mělo charakter akčního výzkumu. Kořeny akčního výzkumu sahají do 30. let 19. století, kdy zakladatel Kurt Lewin začal prosazovat myšlenku, že nejlepší způsob, jak porozumět sociálním jevům, je aktivně se zapojit do jejich změny. Lewinův přístup zdůrazňoval cyklický proces, který zahrnuje plánování, akci, pozorování a reflexi. Tento cyklus se může několikrát opakovat, aby se dosáhlo optimálních výsledků a trvalých změn. (Nezvalová, 2003)

Akční výzkum zdůrazňuje význam praxe ve vzdělávání, přináší zavádění inovací a změn, které jsou nezbytné pro neustálé zlepšování pedagogické činnosti. Představuje metodologický postup, zaměřený na řešení konkrétních problémů v určitém kontextu. (Nezvalová, 2003) Tento výzkum je orientován na dosažení reálných změn v matematických dovednostech u žáků prvního stupně základní školy a zlepšení praxe.

Můj akční výzkum zahrnoval plánování, zadávání gradovaných úloh, pozorování žáků při jejich řešení a analýzu písemných produktů. Na základě předchozích kroků jsem odhalovala efektivitu přirozené diferenciace.

Vytvořila jsem několik sad matematických úloh zaměřených na klíčové učivo (sčítání, odčítání, násobení, dělení).

Výzkumná otázka č. 1: *„Je přirozená diferenciace ve výuce matematiky v České republice možná?“*

Výzkumná otázka č. 2: *„Jak reagují čeští žáci na vzdělávací nabídku, která je vyzývá k přirozené diferenciaci?“*

6 POJETÍ A ETAPY VÝZKUMU

Výzkum byl rozdělen do dvou částí, a to přípravnou a hlavní. Přípravná část představovala předvýzkum se žákyní 4. ročníku. Hlavní část byla provedena s celou třídou ve 4. ročníku základní školy. Předmětem výzkumu byla žákovská řešení vytvořených sad matematických úloh pro přirozenou diferenciaci.

- **Předvýzkum**

Před hlavní částí výzkumu byl proveden předvýzkum se žákyní 4. ročníku základní školy, které budeme říkat Anička P. Byly jí poskytnuty mnou vytvořené sady matematických úloh. Žákyně pracovala samostatně v domácím prostředí a každou sadu jsem jí předložila jednotlivě, jednu po druhé. Mezi každou následovala přestávka, která trvala 10 minut. Na základě řešení jsem provedla interpretaci postupů, které Anička aplikovala, dále jsem posuzovala srozumitelnost zadání. Cílem předvýzkumu bylo získat zpětnou vazbu na vytvořené úlohy a představu o časové náročnosti. V důsledku tohoto provést případnou korekci či naopak ponechat sady úloh v původním zadání vzhledem k jejich přiměřenosti.

- **Pozorování**

Hlavní část výzkumu byla provedena na základní škole v Českých Budějovicích. Na výzkumu se podílelo 25 žáků ze 4. ročníku. Žákům byly předloženy shodné sady matematických úloh jako Aničce v předvýzkumu. Sady úloh zadávala jejich paní učitelka a taktéž jim vysvětlila možnost přirozené diferenciace tak, že mohou pracovat na úlohách, které zvládnou a úlohy složitější mohou zkusit nebo vynechat. Cílem této části bylo zjistit funkčnost úloh, které měly podpořit přirozenou diferenciaci.

- **Analýza řešení**

Po analýze písemných řešení jsem všechny získané poznatky níže generalizovala, konfrontovala jsem je s terénními poznámkami z pozorování, kladným hodnocením materiálů od paní učitelky a také pozitivním přístupem žáků k řešení poskytnutých sad. Na základě toho jsem formulovala odpovědi na výzkumné otázky.

7 PŘEDVÝZKUM

Cílem předvýzkumu bylo systematicky zhodnotit srozumitelnost zadání sad matematických úloh, jejich časovou náročnost a obtížnost.

7.1 Realizace předvýzkumu

Tento předvýzkum probíhal 9. února 2024 s Aničkou P. Předvýzkum jsem navrhla jako samostatné řešení 3 sad úloh. Sady úloh jsem Aničce představila, vysvětlila pokyny, ujistila jsem ji, že se může na cokoliv zeptat, a Anička začala pracovat. Nebyla ničím rušena, vzhledem k domácímu prostředí byla i soustředěna. Během její práce jsem byla přítomna a sledovala jsem čas a způsob řešení. Když Anička sady úloh dokončila, zeptala jsem se jí ještě na pár otázek k těmto sadám.

7.2 Vyhodnocení předvýzkumu

Anička u každé sady vypočítala téměř vše a čas využitý k řešení dokázal, že nejobtížnější a časově nejnáročnější pro ni byla práce na slovních úlohách. Dotazy se při řešení nevyskytovaly, což poskytlo zpětnou vazbu ohledně srozumitelnosti.

Na první sadě (příloha č. 1) Anička pracovala 19 minut, na druhé sadě (příloha č. 2) pracovala 22 minut a třetí sada (příloha č. 3) zabrala 33 minut.

Po dořešení všech matematických sad jsem Aničce (A) položila jako zadavatelka (K) několik otázek s cílem zjistit její reakce, preference a obtíže při řešení úloh. Zajímavá místa rozhovoru zde uvádím.

- *K: Aničko, která z poskytnutých sad tě bavila nejvíce?*
- *A: Nejvíce se mi líbila ta, kde se tvořil řetězec. Sice jsem tam nevěděla jednu odpověď, ale řetězec mě bavilo tvořit.*
- *K: A která ti přišla nejobtížnější?*

- *A: No nejtěžší bylo vytvořit slovní úlohu, protože jsem nevěděla, jak začít a zabralo mi to hodně času. Nevím, jestli to mám dobře. A také mi přišlo těžký poslední cvičení v té první sadě, kde jsem psala příklady na sčítání.*

Odpovědi, chování Aničky při řešení úloh, délku zpracování jsem považovala za potvrzení, že struktura, obsah i stupeň obtížnosti jsou adekvátní a splňují požadavek možnosti sledovat a hodnotit reakce žáků na možnost přirozené diferenciace. Rozhodla jsem se v následujícím výzkumu použít sady v nezměněné podobě.

8 HLAVNÍ ČÁST VÝZKUMU

Hlavní část výzkumu byla provedena na základní škole v Českých Budějovicích. Na této základní škole vyučují matematiku Hejného metodou, která žáky podněcuje k logickému myšlení nad matematickými problémy.

Jak jsem již zmiňovala výše, vytvořila jsem sady matematických úloh. Každá sada představuje úlohy, jejichž úroveň obtížnosti graduje, čímž žákům nabízí možnost výběru úrovně jejich znalostem a dovednostem, ale také osobním aspiracím.

Z důvodu omezení času na základní škole, kde byl výzkum vykonán, jsou sady matematických úloh méně obsáhlé a budou sloužit spíše jako vhled do tohoto způsobu diferencování. V důsledku této diferenciace a předkládání gradovaných sad, by učitelé mohli poskytovat jednotný materiál.

Tento výzkum byl proveden anonymně, žáci se na své práce nepodepisovali, pouze kroužkovali, zda se jedná o chlapce či o dívku.

Data získaná z výzkumného šetření jsem kódovala. To znamená, že jsem systematicky analyzovala rozdělením na menší části skupin. Tento proces pomáhá lépe pochopit vztahy v datech, dále ověřuje, jaké metody výuky fungují a jak lze vzdělávací praxi zlepšit. (Švaříček, Šeďová et al., 2007)

8.1 Průběh a realizace výzkumu

Po konzultaci s paní učitelkou i paní zástupkyní jsme se shodly, že využiji k zadání tři po sobě jdoucí dny. Každý den byla tedy zadaná jedna sada matematických úloh. Sady zadávala pokaždé paní učitelka těmito kroky:

- Každá sada matematických úloh byla žákům na začátku vyučovací hodiny představena. Žákům bylo oznámeno, za jakým účelem úlohy budou vypracovávat. Nejprve byli seznámeni se zadáním, které bylo natolik srozumitelné, že se nevyskytovaly žádné dotazy od žáků.

- Časový limit na řešení úloh jim dopředu nebyl stanoven. K dispozici byla celá vyučovací hodina. V rámci třídy nikdo nespolupracoval, každý žák pracoval samostatně. Tento rozvržený časový rámec byl zvolen s ohledem na zachování pozornosti a koncentrace žáků.

Jak již bylo výše zmíněno vzhledem k úspěšnému a optimálnímu předvýzkumu zůstaly sady matematických úloh nezměněné.

8.2 Výzkum ve třídě 4. A

Do této třídy chodí 25 žáků. Žádnému z nich není přiřazen asistent pedagoga. Paní učitelka mi sdělila, že v průběhu hodin matematiky, kdy potřebuje procvičovat učivo se slabšími žáky, kterých je ve třídě 7, tvoří dvě skupiny. Žákům lépe prospívajícím dává pracovní listy, pakliže svou práci dokončí dříve, mají pravidlo, že si vezmou matematické pětiminutovky a pokračují tam, kde skončili. Slabší žáky si paní učitelka bere na koberec, kde s nimi v kroužku procvičuje požadované učivo. V této třídě paní učitelka uplatňuje vnitřní diferenciaci tak, že seskupuje žáky do požadovaných skupin.

V rámci tohoto výzkumu byli žáci nejprve seznámeni se způsobem, jakým mají pracovat. Bylo jim řečeno, že si mohou vybrat úroveň úlohy, způsob svého řešení i pracovní tempo. Není cílem vypočítat všechny úlohy, ale vybrat si, které chtějí řešit a zvládnout je.

8.2.1 Sada matematických úloh – sčítání (viz. příloha č. 1)

Tato sada byla zadávána na výše uvedené základní škole v pondělí 22. dubna 2024, kdy ve třídě bylo 25 žáků, z toho 13 dívek a 12 chlapců.

Cílem řešení bylo prohloubení porozumění algoritmu písemného sčítání, porozumění principu desítkové poziční soustavy a zápisu čísel v nich. Roli hrálo také jak žáci chápou desítkovou soustavu, následně jak celkově přemýšlejí nad zadanými otázkami. Žáky jsem si rozdělila do skupin a každou skupinu popisuji.

Do skupiny A jsem zařadila 12 žáků, do skupiny B 3 žáky, do C 5 žáků a do D také 5 žáků.

Zadání úlohy

Petr měl kartičky s čísly 2, 4, 6 a 8. Sestavoval z nich příklady na sčítání. Například 24 + 68 = __.

a) Sestavuj jiné příklady na písemné sčítání s číslicemi na kartičkách a vypočítej je.

b) Kolik různých součtů jsi našel? Proč jich je tolik?

c) Vyšel by ti s jinými čísly stejný počet součtů? Proč?

Rozbor úlohy

Ačkoli se v úloze hovoří o algoritmu písemného sčítání, úspěšný řešitel všech tří otázek a) – c) využije i další znalosti:

- Pro řešení úlohy a) bude stačit znalost pamětného a písemného sčítání.
- Při řešení úlohy b) by si žák měl uvědomit, že při sčítání se součet nezmění, když zaměníme pořadí sčítanců. Nemusíme ale měnit celý sčítanec, můžeme jen prohodit mezi sebou číslice ve stejném řádu. Tak např.: platí 24 + 68 = 92, 68 + 24 = 92, ale také 28 + 64 a 64 + 28 mají stejný součet. Do hry vstupuje porozumění zápisu čísla v desítkové soustavě.
- Zdůvodnění c) by mělo zahrnout propojení všech znalostí, které žák aktualizoval, aby úlohu vyřešil.
- Sestavení všech možných součtů (obrázek 7) je sama o sobě problémová kombinatorická úloha. Nicméně systematická práce v této části umožňuje stanovení hypotéz. Ověření bude muset vycházet ze znalostí, které má žák na 1. stupni ZŠ.

24	24	26	26	28	28	42	42	46	46	48	48
68	86	48	84	46	64	68	86	28	82	26	62
92	110	74	110	74	92	110	128	74	128	74	110
62	62	64	64	68	68	82	82	84	84	86	86
48	84	28	82	24	42	46	64	26	62	24	42
110	146	92	146	92	110	128	146	110	146	110	128

Obrázek 7: *Počet všech možných součtů; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Výsledky žáků

„Petr měl kartičky s čísly 2, 4, 6 a 8 a sestavoval z nich příklady na sčítání. Například 24 + 68 = Úlohu vypočítej."

Vyřešit početní příklad se podařilo 23 žákům. Dva chlapci ze skupiny C měli výsledek nesprávný, a to z následujících důvodů. Jeden z chlapců nepřičetl desítku do dalšího řádu, ačkoli si ji poznamenal. Druhý chlapec postupoval správně v řádu jednotek, ale v řádu desítek prováděl násobení. Do výsledku písemného sčítání zaznamenal celý součin. Z těchto důvodů byly součty chybné.

1. Petr měl kartičky s čísly 2, 4, 6 a 8 a sestavoval z nich příklady na sčítání. Například:

24 1
68
82

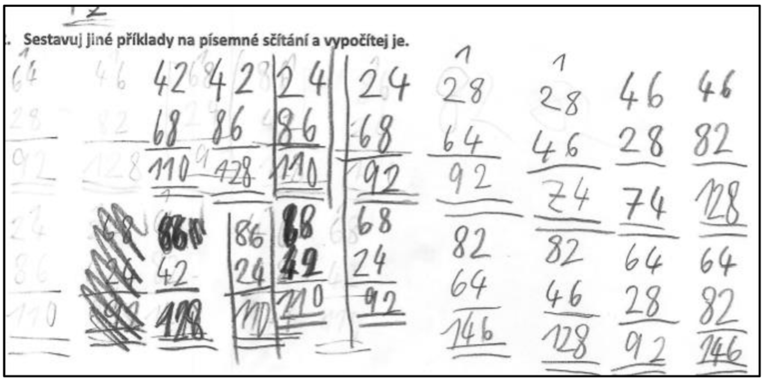
Úlohu vypočítej.

Obrázek 8*: Řešení chlapce ze skupiny C; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Úloha a)

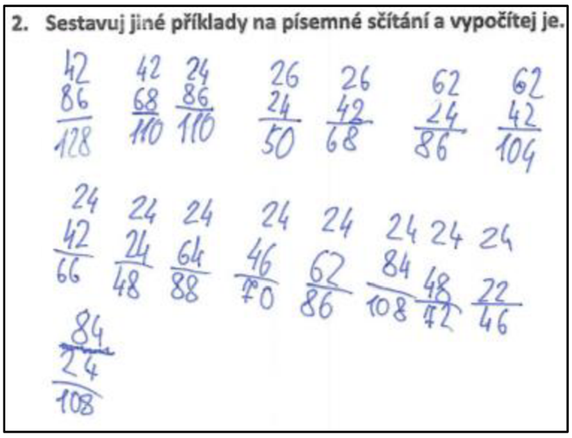
„Sestavuj jiné příklady na písemné sčítání a vypočítej je."

U tohoto úkolu se stále zapojovali všichni žáci. Každý z žáků své příklady vymyslel. Žáci zařazeni do skupiny A dokázali, že znají algoritmus písemného sčítání, dále ukázali, že si zvládli vytvořit předpis, podle kterého příklady sestavovali. V souvislosti s vytvořeným předpisem dokázali sestavit množství příkladů, které by odpovídalo správnému počtu a ten představoval 24 příkladů.



***Obrázek 9**: Řešení dívky ze skupiny A; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

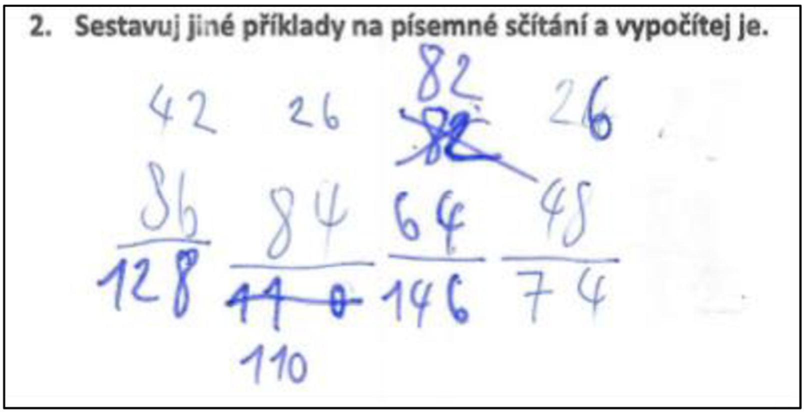
Žáci skupiny B využívání předpisu také prokázali, avšak neporozuměli zadání a opakovali v příkladu dvakrát stejná čísla.



***Obrázek 10:** Řešení chlapce ze skupiny B; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Žáci skupiny C používali správná čísla, která byla v zadání. Předpisu využívali jen v začátku, poté ho využívat přestali a zkoušeli příklady tvořit náhodně.

Žáci skupiny D prokazovali znalost algoritmu písemného sčítání, netvořili příklady podle žádného stanoveného pravidla. Většinou utvořili 3 až 5 různých příkladů.



Obrázek 11: *Řešení chlapce ze skupiny D; zdroj:(vlastní zdroj, 2024)*

Na otázku *„myslíš, že jsi našel všechny?“* uvedlo 19 žáků, což lze považovat za většinu, že ne, zbylí žáci nic neuváděli.

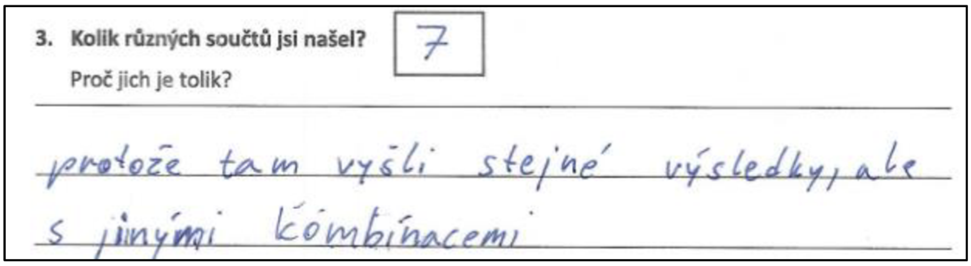
Úloha b)

„Kolik různých součtů jsi našel?“

U všech žáků se počet součtů pohyboval v rozmezí 3 až 14 součtů. Výjimkou byl žák ze skupiny A, který v předchozí úloze uváděl, že našel 27 příkladů i zde uvedl, že našel 22 různých součtů.

„Proč jich je tolik?“

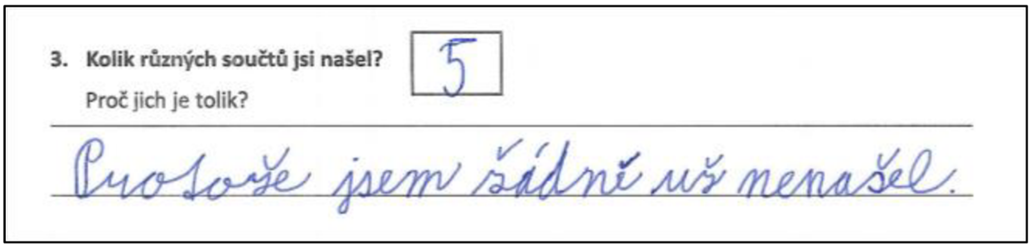
Skupina A se zde začala rozdělovat, 7 žáků z této skupiny mělo dobře předchozí úkol, využívali předpisu. U této úlohy uvedli odpověď „nevím“ nebo neměli vhodné odůvodnění. Zbylých 5 žáků z této skupiny prokázalo, že počet součtů zvládli vhodným způsobem odůvodnit. A to proto, že rozumí desítkové soustavě. Dále ukázali, že se nad danou otázkou zamysleli (obrázek 12).



Obrázek 12: Řešení dívky ze skupiny A; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)

Ani jeden z žáků ze skupiny B neuvedl žádné odůvodnění.

Žáci ze skupiny C u svých odpovědí neprokázali důkladné zamyšlení, dostatečné odůvodnění, někteří z nich neuvedli odpověď žádnou.


3. **Kolik různých součtů jsi našel?** 5

Proč jich je tolik?

Protože jsem žádné už nenašel.

***Obrázek 13**: Řešení chlapce ze skupiny C; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Žáci skupiny D v této úloze uvedli odpověď „nevím“ nebo měli obdobně jako žáci ve skupině C nedostatečné odůvodnění. Jeden žák odůvodnění neměl špatné, protože si uvědomoval, že se čísla dají kombinovat.

Úloha c)

„Vyšel by ti s jinými čísly stejný počet součtů ANO – NE?“ a „proč?

Žáci ze skupiny A zakroužkovali odpověď ANO. Na otázku, proč by jim vyšel stejný počet příkladů 3 žáci neuvedli žádnou odpověď i přesto, že kroužkovali odpověď ANO. Další 3 žáci neprokázali porozumění principu tvoření příkladů z jiných čísel. Zbylých 6 žáků z této skupiny uvedlo odpovědi, které považuji za projev hlubšího porozumění.

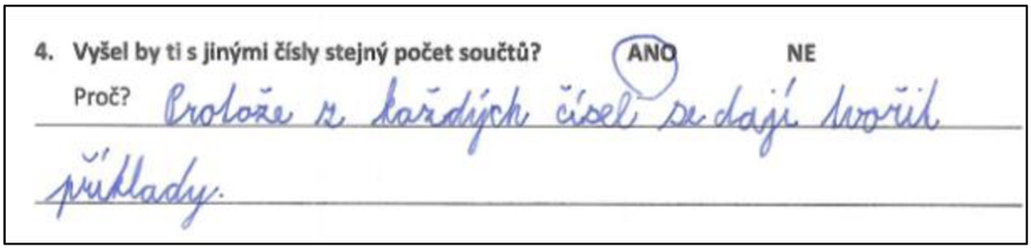

4. **Vyšel by ti s jinými čísly stejný počet součtů?** ANO NE

Proč?

Já jsem všechny příklady nenašel, ale pokud by byly všechny i s jinými čísli by se dalo najít stejný počet příklad. Byly by v šech příkladech jenom jiní čísla, ale počet příklad by byl stejný jako maximální počet příkladů s začátečnickými čísly. (2,4,6,8)

***Obrázek 14:** Řešení chlapce ze skupiny A; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Ve skupině B žáci uváděli, že by jim také vyšel stejný počet součtů. Na otázku proč, neuváděli žádnou odpověď. Jeden z žáků se nad otázkou zamyslel a uvedl odpověď, kterou můžeme vidět na obrázku 14. Tato odpověď ukázala, že si žák uvědomuje podstatu kombinatorických úloh, kdy s různými číslicemi dojde ke stejnému počtu možností.


4. Vyšel by ti s jinými čísly stejný počet součtů? ANO NE

Proč? Protože z každých čísel se dají tvořit příklady.

***Obrázek 15**: Řešení dívky ze skupiny B; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Ani ve skupině C se žáci svými odůvodněními moc nelišili od skupiny B. Většina z nich nic neuvedla, nebo uvedla pouze *„nevím“*. Jeden chlapec odpověděl na otázku, proč by byl počet součtů stejný odpověď *„možná, protože jsou sudá“*.

Ve skupině D žáci opět své odpovědi neuvedli.

Shrnutí

Všechny úlohy z této sady, to znamená úkoly a), b), c), vypracovala více než polovina žáků a to konkrétně 16 z nich. Zbylých 9 žáků se dostalo ke třetímu úkolu a tam skončili, protože už na ně úroveň byla příliš obtížná. Všichni žáci po celou dobu pracovali. Na této sadě pracovali nejdéle 21 minut. Kdo byl hotov a svou práci odevzdal, dostal od paní učitelky další úkoly.

Ačkoliv zadání bylo předem vysvětleno, představeno a zdálo se žákům srozumitelné, u někoho docházelo k nepochopení zadaných otázek. Na základě této zpětné vazby bych některé otázky více zkonkretizovala.

8.2.2 Sada matematických úloh – řetězec (viz. příloha č. 2)

Tato sada matematických úloh byla zadávána v úterý 23. dubna 2024, kdy ve třídě bylo 20 žáků. Z těchto žáků bylo přesně 10 dívek a 10 chlapců.

I pro tuto sadu jsem si žáky rozdělila. Do skupiny A jsem zařadila 10 žáků, do skupiny B 4 žáky, do skupiny C 5 žáků a do D 1 žáka.

Zadání úlohy

1. Vypočítej řetězec.
2. Napiš, co jsi na výsledcích vypozoroval.
3. Anežka upravila v řetězci 3 čísla, ale vyšlo jí stejné poslední číslo. Je to možné?
4. Jestliže je to možné, vytvoř svůj vlastní řetězec se stejným posledním číslem.

Rozbor úlohy

- Pro řešení 1. úlohy by měli žáci využívat znalost pamětného sčítání, odčítání, násobení a dělení.
- U řešení 2. úlohy by žáci měli popsat, co vypozorovali. Měli by poznat, jaké násobky se v řetězci vyskytují. Dále mohou sledovat, jak se mění hodnota čísel, např.: původní číslo 27 se po první operaci dělení změnilo na číslo 3 (27 : 9 = 3), což představuje stejný výsledek jako v poslední operaci dělení (21 : 7 = 3).
- Při řešení 3. úlohy by měli využívat aritmetické operace a zároveň by měli prokázat schopnost analyzovat vzájemné vztahy. Mohou si zkusit řetězec přetvořit, aby se přesvědčili o svém tvrzení.
- Ve 4. úloze by se měli žáci pokusit sestavit svůj řetězec na základě znalostí, které využívali v předchozích úlohách.

Výsledky žáků

Úloha 1.

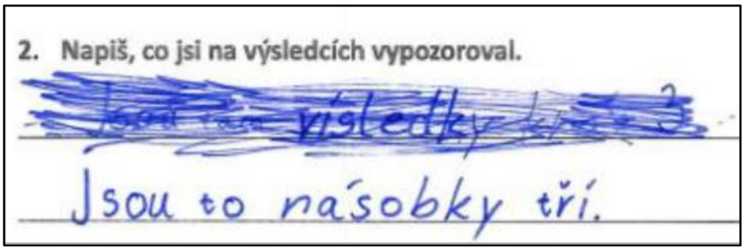
„Vypočítej řetězec“.

Po žácích bylo vyžadováno využití poznatků sčítání, odčítání, násobení i dělení. Všichni z celé třídy výpočet řetězce provedli. Každý z nich dospěl ke správnému řešení.

Úloha 2.

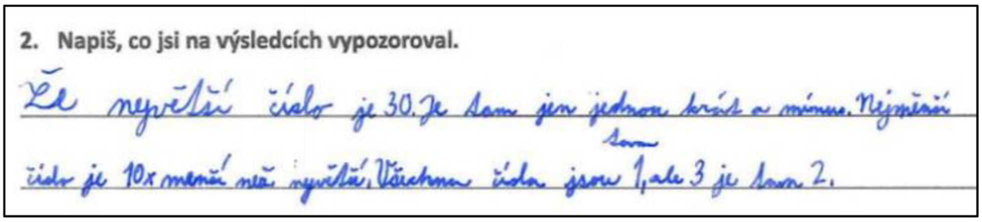
„Napiš, co jsi na výsledcích vypozoroval“.

Žáci, kteří byli pro tuto druhou sadu matematických úloh zařazeni do skupiny A zvládli vypočítat celý řetězec a na úlohu odpovídali, že v řetězci jsou násobky čísla 3, čímž dokázali identifikovat jeho charakteristiku a naznačují, že mají osvojenou řadu násobků čísla 3.



***Obrázek 16**: Řešení dívky ze skupiny A; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Žáci ze skupiny B také zvládli vypočítat celý řetězec a na otázku ve druhém úkolu poskytují různé odpovědi. Lze pozorovat, že se nad řetězcem zamýšleli a zkoumali jej z různých hledisek. Někteří vypozorovali sudá čísla, jiní se zaměřili na číselnou hodnotu. Oproti žákům ze skupiny A však neuváděli, že v řetězci jsou násobky čísla 3. Tímto prokázali schopnost analyzovat řetězec různými způsoby, i když nezachytili všechny možné souvislosti.


2. Napiš, co jsi na výsledcích vypozoroval.

Že největší číslo je 30. Je sam jen jednou krát a mínus. Nejmenší číslo je 10x menší než největší. Všechna čísla jsou 1, ale 3 je sam 2.

Obrázek 17: *Řešení chlapce ze skupiny B; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Další žáky jsem zařadila do skupiny C. Tito žáci úspěšně vypočítali číselný řetězec, čímž prokázali svou znalost násobení, dělení, sčítání i odčítání. V rámci druhého úkolu si všimli, že se v řetězci dvakrát vyskytuje číslo 3 a někteří také správně určili, že největší číslo je 30. Ukázali tak svou schopnost pozorně sledovat opakování a výskyt čísel v číselném řetězci a přesně identifikovat největší hodnotu.

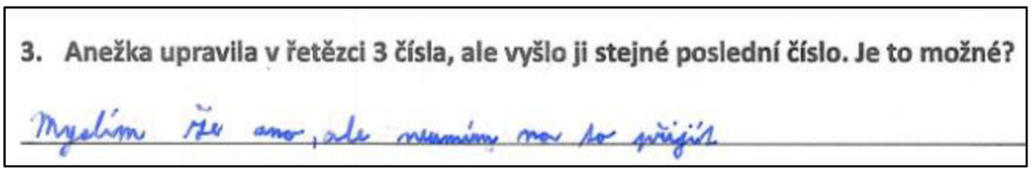
Žák ze skupiny D nenapsal žádnou odpověď.

Úloha 3.

„Anežka upravila v řetězci 3 čísla, ale vyšlo jí stejné poslední číslo. Je to možné?“

Žáci skupiny A všichni uváděli pouze odpověď *„ano“*. Žádné další odůvodnění se nevyskytovalo.

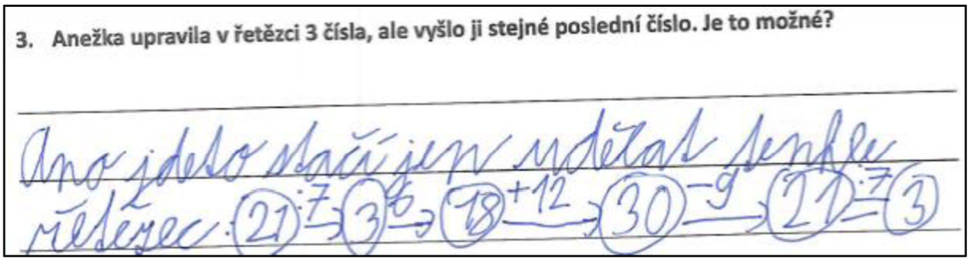
Žáci zařazeni do skupiny B taktéž uváděli, že *„ano“*. Jeden z nich uvedl, že neví, jak na to má přijít.


3. Anežka upravila v řetězci 3 čísla, ale vyšlo ji stejné poslední číslo. Je to možné?

Myslím že ano, ale neumím na to přijít

Obrázek 18: *Řešení dívky ze skupiny B; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

U žáků skupiny C se nevyskytovaly rozdíly oproti žákům ostatním. I zde byly odpovědi jednoznačné. Všichni odpověděli *„ano, je to možné“*, odůvodnění nedodávali. Pouze jeden chlapec zkusil sestavit k názornosti jiný řetězec, čímž dokázal, že se nad otázkou zkusil zamyslet a ověřit si svůj názor.


3. Anežka upravila v řetězci 3 čísla, ale vyšlo ji stejné poslední číslo. Je to možné?

Ano jde to stačí jen udělat

řetězec 21 :7 3 ·6 18 +12 30 −9 21 :7 3

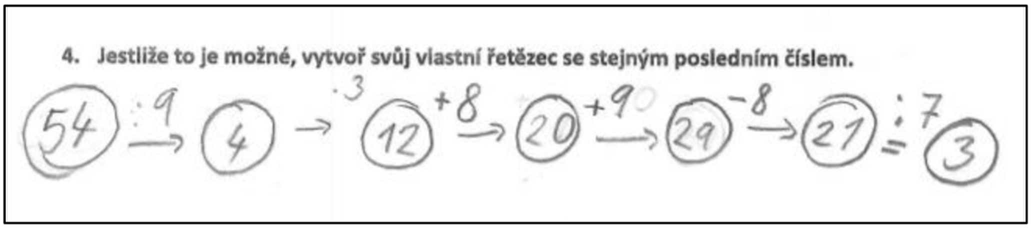
Obrázek 19: *Řešení chlapce ze skupiny C; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Žák ze skupiny D nenapsal žádnou odpověď.

Úloha 4.

„Jestliže je to možné, vytvoř svůj vlastní řetězec se stejným posledním číslem."

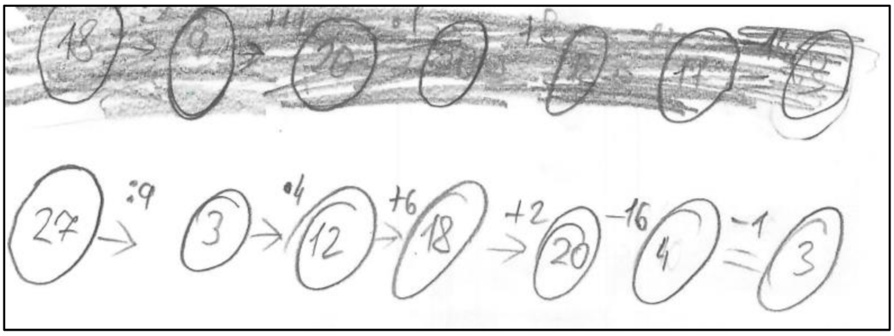
Kromě jednoho chlapce ze skupiny A všichni vytvořili svůj vlastní číselný řetězec. Všichni z nich splnili kritérium, aby byl výsledek shodný s výsledkem zadaného řetězce. Při tvoření tohoto řetězce většina žáků začala číslem 27 a od toho se odvíjely další kroky. U těchto všech je viditelné, že se inspirovali horním zadaným řetězcem. Využívali stejná čísla v jiných kombinacích. Řešení dívky z této skupiny, která začala tvořit řetězec jiným číslem než právě výše zmíněnými, bylo více kreativní a promyšlené. Někteří žáci z této skupiny řetězec netvořili.


4. Jestliže to je možné, vytvoř svůj vlastní řetězec se stejným posledním číslem.

54 :9 4 ·3 12 +8 20 +9 29 −8 21 :7 3

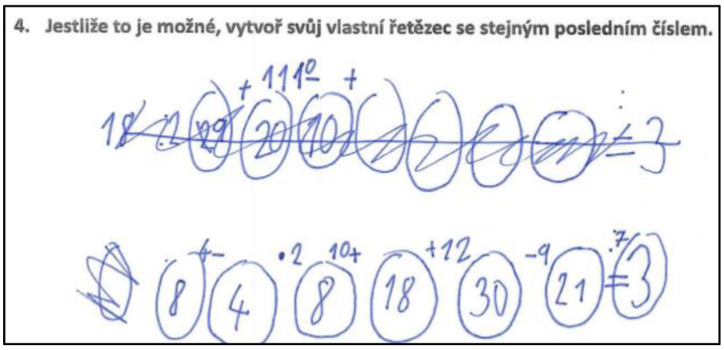
Obrázek 20: *Řešení dívky ze skupiny A; zdroj:(vlastní zdroj, 2024)*

Ve skupině B se žáci také nechali inspirovat zadaným řetězcem, tvořili řetězce velice podobné. Nejspíš nepřemýšleli o možnostech jiného řešení, nebo jim nebylo dostatečně jasné zadání. Ovšem kritérium pro řetězec splňovali. Jeden žák z této skupiny tvořil řetězec jiným způsobem, který můžeme vidět na obrázku 21.



***Obrázek 21**: Řešení chlapce ze skupiny B; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

I ve skupině C žáci tvořili pěkné řetězce. Většina z nich opět pracovala s čísly do 40, vyšší čísla nebyla použita. Zde se žáci oproti předchozí skupině B snažili tvořit řetězce s vlastními čísly, čímž dokázali, že tomuto principu rozumí.



***Obrázek 22**: Řešení dívky ze skupiny C; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Žák ze skupiny D vlastní řetězec nevytvořil.

Shrnutí:

Matematická sada na tvorbu řetězce sklidila u žáků úspěch. Práce je velice bavila, ve třídě byla klidná a příjemná atmosféra. Žáci pracovali v tichosti. Ačkoliv celou sadu vypracovala většina třídy, každý si našel svůj způsob řešení, uváděl různé možnosti, rozhodnutí a názory. Někteří žáci v úlohách přeskakovali, po vyřešení řetězce v zadání se přesouvali na tvorbu vlastního řetězce. Až poté se dostávali k dalším úkolům. Slabší žáci chtěli vícekrát vysvětlit, jakým způsobem mají řetězec počítat, po upřesnění začali pracovat. Tvorba vlastního řetězce pro ně představovala velkou výzvu.

Tato sada se mi osvědčila a potvrdila možnost přirozené diferenciace.

8.2.3 Sada matematických úloh – slovní úlohy (viz. příloha č. 3)

Tato sada matematických úloh byla zadána ve středu 24. dubna 2024. Ve třídě bylo 11 dívek a 12 chlapců. Pro tuto sadu jsem si žáky rozdělila do pěti skupin.

Do skupiny A jsem zařadila 11 žáků, do skupiny B 5 žáků, do skupiny C 4 žáky, do skupiny D 1 žáka a do E 2 žáky.

Zadání úlohy

Tatínek si koupil 2 trička. Za jedno zaplatil 345 Kč. Maminka si koupila mikinu, která byla o 250 Kč dražší než tatínkova trička. Janička si vybrala šatičky, které stály o 160 Kč méně než maminčina mikina.

a) Kolik stála trička?

b) Co můžeš ještě vypočítat? Napiš si otázku a výpočet. Vypočítej a napiš odpověď.

c) Co vypočítám výpočtem 940 – 160 =

d) Uprav úlohu tak, aby její odpověď byla: Za celý nákup zaplatili 1 700 Kč.

Rozbor úlohy

Cílem této sady bylo prohloubení znalosti algoritmu písemného násobení, sčítání i odčítání, dále porozumění slovní úloze. Žáci potřebují důkladně pochopit zadání slovní úlohy, aby mohli správně interpretovat otázky a provést výpočty.

- Pro řešení úlohy a) bude stačit znalost písemného násobení.
- Řešení úlohy b) vyžaduje správné uchopení slovní úlohy, žáci by se v ní měli orientovat a vidět, co lze dále počítat.
- Při řešení úlohy c) by žáci měli využít znalost písemného nebo pamětného odčítání. Úloha se vztahuje k úloze b), kde by žáci měli

dospět k výpočtu 940 Kč, čímž by žákům mělo být zřejmé, co tento součet představuje a usnadnili by si řešení této úlohy.

- U řešení úlohy d) žáci musí rozhodnout, které ceny upraví. Mohou upravit cenu triček, mikiny nebo šatiček, případně kombinaci těchto cen. Musí určit, o kolik je třeba ceny snížit, aby dosáhli cílové částky. Žáci musí zkontrolovat, zda jejich úpravy vedou k cílové částce 1 700 Kč.

Výsledky žáků

Úloha a)

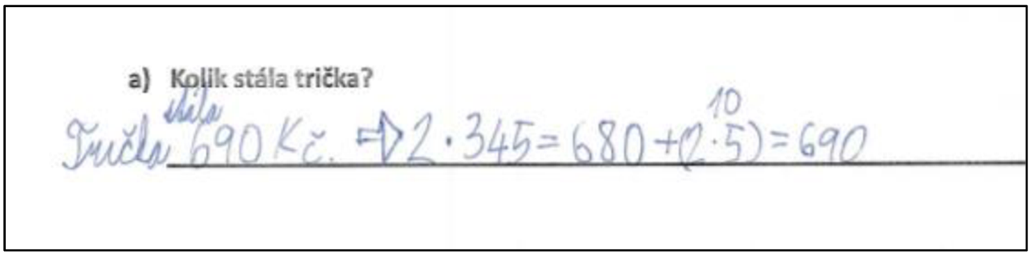
„Kolik stála trička?“

V prvním úkolu této sady šlo o zjištění ceny dvou triček, přičemž žáci ze zadání znali cenu jednoho trička. Ke správnému výsledku dospělo 21 žáků.

Do skupiny A patřili žáci, kteří prokazovali znalost algoritmu písemného sčítání.

Skupina B zahrnovala žáky, kteří měli výpočet správný, ale neuváděli postup svého výpočtu. Nelze tedy konstatovat, zda uplatnili proces násobení nebo sčítání.

Žáci patřící do skupiny C, počítali příklad násobením, ale netvořili násobení písemné. Jedna dívka si příklad rozložila a počítala ho pamětně. Její výsledek je také správný.



Obrázek 23: *Řešení dívky ze skupiny C; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

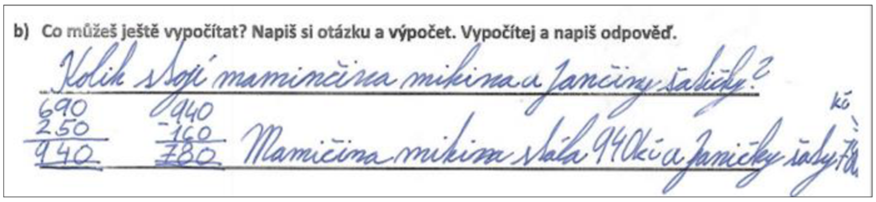
Žákyně skupiny D pro výpočet ceny triček nevyužila písemné násobení, ke správnému výsledku dospěla sčítáním.

Žáci zařazeni do skupiny E pouze napsali cenu za jedno tričko, kterou převzali ze zadání úlohy. Toto se dělo z důvodu, že neporozuměli zadání, nebo si ho nepozorně přečetli.

Úloha b)

„Co můžeš ještě vypočítat? Napiš si otázku a výpočet. Vypočítej a napiš odpověď.“

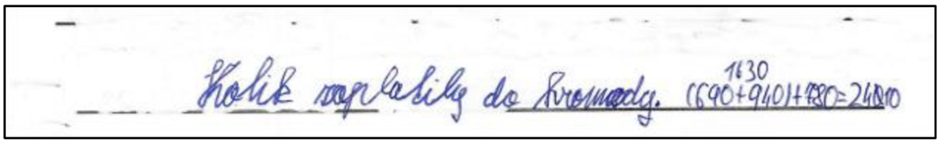
Žáci skupiny A prokázali pochopení úkolu a orientaci ve slovní úloze. V tomto úkolu byla možnost vypočítat cenu šatů, mikiny a celého nákupu. Žáci si položili otázku, provedli výpočet a následně napsali odpověď.



***Obrázek 24**: Řešení dívky ze skupiny A; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

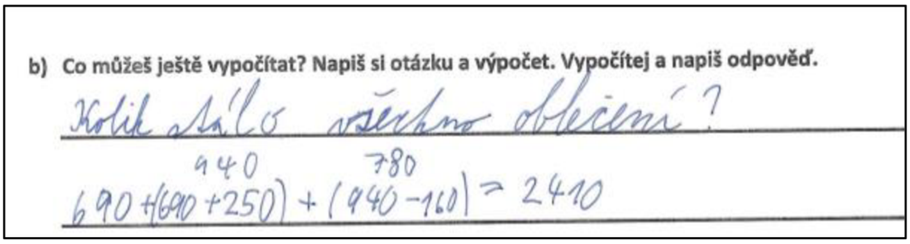
Žáci skupiny B se zaměřili na výpočet ceny celého nákupu. Své výpočty si zaznamenávali a lze pozorovat, že docházelo k nesprávným výsledkům vzhledem k tomu, že si chybně spočítali cenu za maminčinu mikinu, nebo za šatičky pro Janičku. Jedna dívka z této skupiny žáků neporozuměla zadání a vytvořila jinou slovní úlohu.

I ve skupině C někteří žáci vypozorovali, že se dá vypočítat cena mikiny. Ti, kteří tuto cenu vypočítali, spočítali i cenu šatiček. Jeden chlapec spočítal cenu za celý nákup.



***Obrázek 25:** Řešení chlapce ze skupiny C; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Dívka patřící do skupiny D vypočítala cenu za celý nákup. Ke svému výpočtu užívá závorky, čímž prokázala jejich znalost. Výpočty v závorkách si počítala vedle na papír pomocí písemného sčítání a odčítání a tím prokázala znalost těchto dvou algoritmů.



Obrázek 26: *Řešení dívky ze skupiny D; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Žáci ze skupiny E napsali správně, co vše je ještě možné vypočítat. To znamená, že se správně orientují ve slovní úloze, ale neprovedli žádný výpočet.

Úloha c)

„Co vypočítám výpočtem 940 – 160 =?“

Žáci ze skupiny A provedli výpočet tohoto příkladu písemným odčítáním, prokázali znalost jeho algoritmu a správně uvedli, že vypočítali cenu za Janiččiny šatičky.

Žáci skupiny B všichni provedli správný výpočet, ale pouze dva z nich uváděli odpověď na otázku, co tímto vypočítali. Tím dokázali, že zadání porozuměli a pozorně ho četli.

Všichni ze skupiny C bezchybně vypočítali zadaný příklad a každý z nich uvedl odpověď, že vypočítal cenu za šaty. I zde žáci prokazovali porozumění zadání a pozorné čtení otázky.

Dívka ze skupiny D taktéž uvedla, že vypočítala cenu šatiček, příklad si přepsala a řešila ho písemným odčítáním.

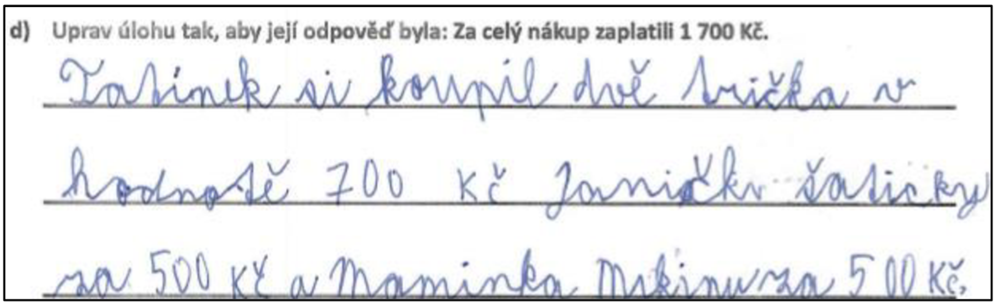
Žáci skupiny E nenapsali žádnou odpověď.

Úloha d)

„Uprav úlohu tak, aby její odpověď byla: Za celý nákup zaplatili 1 700 Kč.“

Žáci skupiny A se slovní úlohu pokusili upravit, ale nesplnili kritérium pro odpověď. Součet jejich položek dohromady nedával 1700 Kč.

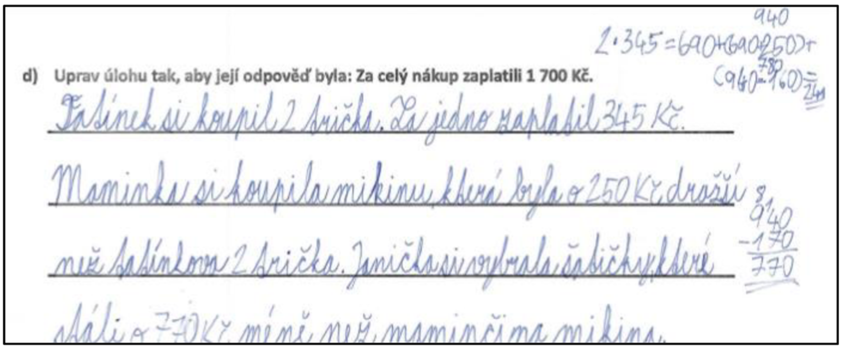
Dva žáci ze skupiny B upravili slovní úlohu a splňovali podmínky pro odpověď. Ostatní žáci z této skupiny slovní úlohu netvořili.


d) Uprav úlohu tak, aby její odpověď byla: Za celý nákup zaplatili 1 700 Kč.

Tatínek si koupil dvě trička v hodnotě 700 Kč Janička šatičky za 500 Kč a Maminka Mikinu za 500 Kč.

Obrázek 27: *Řešení chlapce ze skupiny B; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

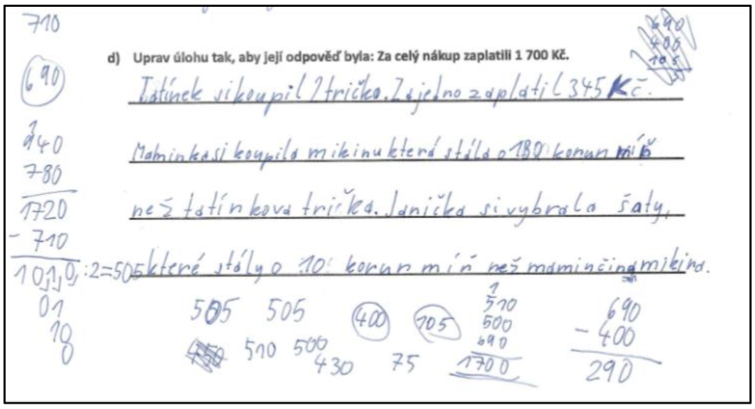
Žáci ze skupiny C slovní úlohu upravili, zanechali cenu triček i mikiny, ale snažili se pozměnit cenu za Janiččiny šatičky. Vzhledem k nesprávnému sčítání a odčítání nedospěli ke správnému výsledku.


d) Uprav úlohu tak, aby její odpověď byla: Za celý nákup zaplatili 1 700 Kč.

Tatínek si koupil 2 trička. Za jedno zaplatil 345 Kč. Maminka si koupila mikinu, která byla o 250 Kč dražší než tatínkova 2 trička. Janička si vybrala šatičky, které stáli o 770 Kč méně než maminčina mikina.

Obrázek 28: *Řešení chlapce ze skupiny C; zdroj: (vlastní zdroj, 2024)*

Dívka skupiny D slovní úlohu správně upravila, její slovní úloha splnila požadavek pro odpověď. Dívka dále prokázala znalost algoritmu písemného dělení. Při hledání různých nových čísel si tvořila dílčí výpočty a zkoušela různá čísla, která by jí dala součet 1700 Kč.



***Obrázek 29**: Řešení dívky ze skupiny D; zdroj: (zdroj vlastní, 2024)*

Žáci ze skupiny E slovní úlohu neupravili, napsali odpověď *„nevím“.*

Shrnutí:

Při řešení slovní úlohy se žáci projevili různými způsoby v závislosti na jejich aritmetických dovednostech a schopnostech porozumět textu a matematizovat jej. Práce byla rozdělena do několika úkolů, které vyžadovaly matematizaci, jež představuje vyjádření situace pomocí čísel a symbolů.

V průběhu řešení úloh byla mezi jednotlivými žáky pozorována různorodost v přístupu a výsledcích. Někteří žáci dokázali úspěšně aplikovat naučené algoritmy písemného sčítání, odčítání a násobení. Další skupina žáků sice dospěla ke správným výsledkům, ale neuvedla jasně své postupy. Byli však i žáci, kteří měli potíže s porozuměním zadání úloh nebo s aplikací správných aritmetických operací. Někteří z nich dokonce nevykonali žádné výpočty, což naznačuje potřebu další podpory a praxe v porozumění a řešení slovních úloh.

Celkově práce žáků ukázala široké spektrum matematických dovedností a schopností porozumění textu. Zatímco někteří žáci excelovali a prokazovali vysokou úroveň porozumění a početních dovedností, jiní potřebovali podporu, která byla zaměřena na lepší osvojení postupů k řešení matematických úloh.

9 DISKUSE A ZÁVĚR

Tato diplomová práce se zaměřila na přínosy a úskalí matematiky v heterogenních třídách, její vliv na žáka prvního stupně základní školy a na principy inkluzivního vzdělávání. Jedním z klíčových bodů teoretické části bylo nastínění významu diferenciace a individualizace ve výuce. Zvláštní pozornost jsem věnovala přirozené diferenciaci, která umožňuje přizpůsobení výuky aktuálním schopnostem a potřebám jednotlivých žáků, a to bez nutnosti výrazného zásahu ze strany učitele.

Hlavní části výzkumného šetření, které mělo charakter akčního výzkumu, se zúčastnili žáci, kteří se učí na základní škole matematiku Hejného metodou.

Na počátku výzkumného šetření jsem si určila dvě výzkumné otázky, na které níže odpovídám:

Výzkumná otázka č. 1: *„Je přirozená diferenciace ve výuce matematiky v České republice možná?"*

Výzkumná otázka č. 2: *„Jak reagují čeští žáci na vzdělávací nabídku, která je vyzývá k přirozené diferenciaci?"*

Na základní škole, kde jsem výzkum prováděla, se obdobně jako na jiných školách vyskytují mezi žáky ve třídách velké rozdíly. V rámci výzkumného šetření jsem pracovala se třídou, ve které paní učitelka využívá vnitřní diferenciaci. Rozděluje si žáky na slabší a nadanější a poskytuje jim úlohy vhodné jejich úrovni. Aby k rozdělování nemuselo docházet, bylo by možné využívat přirozenou diferenciaci. Zvolené sady úloh, které jsem ve výzkumu uplatnila mi potvrdily, že poskytování jednotného materiálu přináší výhody jak pro žáky, tak i učitele. Žáci nemají potřebu se porovnávat, nejsou vystaveni případnému posměchu, že dané učivo zatím tolik neovládají, a proto jsou ve skupině slabších žáků. Každý žák si najde to, co je pro něj optimální.

Učitelům tento přístup diferencování umožňuje lepší organizaci výuky a snadnější sledování progresu u daných žáků. Ze svého výzkumného šetření usuzuji, že přirozená diferenciace ve výuce matematiky se zdá být příjemnou a vhodnou cestou k novému způsobu diferencování, avšak zprvu pro učitele může představovat časovou náročnost při přípravě materiálů a nutnost změny některých tradičních výukových metod.

Když jsem s paní učitelkou rozdala žákům sadu úloh na lavici, někteří žáci projevovali radost, někteří si nebyli jisti, jak mají na sadách pracovat, ale po společném vysvětlení se začali orientovat. Velmi oceňovali, že nemusí vypracovat všechny úlohy, ale mohou si vybírat podle svých preferencí. Bylo vidět, že díky tomu byli žáci více motivovaní a pracovali s větším zaujetím. Zejména nadanější žáci byli nadšeni z možnosti vytvářet vlastní řetězce nebo slovní úlohy, ocenili možnost pracovat na složitějších úlohách, které pro ně byly výzvou a zároveň jim umožnily ukázat své schopnosti. Reakce žáků na tuto vzdělávací nabídku byla z mého pohledu velice přívětivá. Protože pracovali s velkým nadšením, usuzuji, že pro ně sady úloh vyhovující.

Závěry z analýz žákovských řešení přinesly pozitivní výsledky, přičemž většina žáků přistupovala k úlohám individuálně a tvořivě. Zjistila jsem, že na otázky s možností odpovědi „ano“ nebo „ne“ žáci často neuváděli další odůvodnění. Z tohoto hlediska bych v budoucích sadách matematických úloh po žácích vyžadovala zdůvodnění. To vnímám jako menší úskalí a zpětnou vazbu pro případné tvoření dalších sad úloh.

Při analýze písemných řešení jsem si u každé sady úloh rozdělila řešení žáků do skupin podle stupně náročnosti kognitivních operací, které byly pro řešení úloh použité. Předem jsem uvažovala o tom, zda budou žáci řešit sady úloh vždy na stejné úrovni. Překvapivě se ukázalo, že tomu tak není. Většina žáků řešila různé úlohy na různé úrovni obtížnosti. Většinou pro každou sadu úloh žák patřil do jiné skupiny, jen pár žáků setrvalo. Tím, že se žáci přemisťovali mezi skupinami, jsou získaná data pro učitele důležitá z pohledu hodnocení. Dozví se, jak žáci porozuměli jednotlivým oblastem učiva. Podobné sady úloh mohou být zadány na závěr probírání konkrétního tématu a umožnit učiteli sumativní hodnocení. Mohou ale také být prostředkem formativního hodnocení během probírání určitého tematického celku.

Po porovnání způsobu řešení úloh žáků vyučovaných Hejného metodou a Aničky P., která se touto metodou neučí, se zdá, že žáci s Hejného metodou postupují při řešení trochu odlišně a také dosahují lepších výsledků. Tito žáci využívají i jiné způsoby řešení, někdy řeší úlohu pokusem a omylem a u některých jde vidět, že využívají logického uvažování a snaží se vymyslet něco navíc. Anička řešila úlohy spíše naučenými postupy, nic navíc nezkoušela. I přesto, že jsem mé sady úloh neposkytla více žákům bez Hejného metody, si myslím, že žáci s Hejného metodou dokážou lépe samostatně uvažovat nad matematickou úlohou, jsou více motivováni a nemusí pro ně matematika představovat určitý stres.

David Greger se spolupracovníky testoval žáky vyučované v matematice Hejného metodou i žáky, kteří se s Hejného metodou nesetkali. Potvrzuje, že lepších výsledků dosahují žáci, kteří se učí matematiku Hejného než žáci, kteří se podle této metody neučí. Nezáleží na tom, zda využívají Hejného učebnici nebo ne. David Greger také dodává, že tato metoda nezaručuje, že si žák matematiku oblíbí více než žák bez ní. (Greger et al., 2023)

S touto problematikou bych dále doporučovala pokračovat výzkumně. Přirozená diferenciace by se mohla zkoumat detailnějším kvalitativním šetřením, které by zahrnovalo rozhovory se žáky i učiteli. Na základě více výzkumných zjištění je možné lépe vyvinout a optimalizovat metodiky a popsat strategie, které by učitelům usnadnily implementaci přirozené diferenciace v praxi. Aby se mohla přirozená diferenciace v praxi využívat pomohlo by, kdyby se vytvořilo více námětů, které budou podrobně vysvětleny a bude jasné, jak se s nimi má pracovat. Náměty mohou být z aritmetického i geometrického prostředí a budou sloužit jako inspirace učitelům, kteří by tuto diferenciaci chtěli využívat.

Pro budoucí praxi by bylo možné zařadit sady se stovkovou tabulkou, kde žáci mohou doplňovat chybějící pole a tím si upevňovat znalost desítkové soustavy, další úlohy by mohly zahrnovat zdůvodnění platnosti pro čísla ve sloupcích a řadách. Další sady mohou obsahovat např.: číselné pyramidy nebo magické čtverce, z geometrického prostředí pak příklady na obvod a obsah nebo tangramy.

Každá sada matematických úloh by měla být koncipována s postupně se zvyšující obtížností. Začínat by se mělo základními početními operacemi, následně by měly úlohy vyžadovat zamyšlení nad podstatou počítání. Závěrem by žáci měli mít možnost vytvářet úlohy sami, čímž by prokázali své porozumění učivu.

S průběhem celého výzkumného šetření jsem velice spokojená a mám z něj radost. Ačkoli to zpočátku vypadalo, že jsou sady matematických úloh nepřiměřené a obtížné, výsledky žáků předčily očekávání. Když jsem přišla na základní školu, kde výzkum probíhal a ukazovala jsem paní učitelce mé sady úloh, které bych chtěla vyzkoušet s jejími žáky, byla značně zaskočena. Měla strach, že si s tím žáci moc neporadí nebo, že budou záměrně pracovat pouze na lehčích úlohách. Já i paní učitelka jsme byly mile překvapeny, jak žáci pracovali zodpovědně, v tichosti a snažili se hledat různé podoby řešení. Nakonec mi paní učitelka sady úloh pochválila a řekla, že se ji opravdu moc líbily.

Ukázalo se, že přirozená diferenciace může být efektivním nástrojem pro podporu žáků s různými předpoklady, žáci si při řešení sad matematických úloh volili svou cestu ke správnému výsledku. Pakliže bude učitel podporovat spolupráci mezi žáky, respektovat individuální rozdíly a povzbuzovat je k učení tím, že bude vytvářet materiály, ve kterých si každý žák najde svou úroveň, může být přirozená diferenciace nejen možná, ale i úspěšná a prospěšná pro všechny žáky ve třídě.

Závěrem lze konstatovat, že přirozená diferenciace představuje slibný přístup k výuce matematiky na prvním stupni základní školy, který podporuje inkluzivní vzdělávání a respektuje individuální potřeby žáků. Tento způsob diferenciace plánuji využít ve své budoucí praxi. Doporučuji další výzkum a praktické ověřování této metody i v dalších předmětech a ročnících učebního plánu základní školy. Přirozenou diferenciaci považuji za cestu, která přispěje k většímu zájmu dětí o učení a celkově může znamenat i spravedlivější přístup ke vzdělání.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

HEJNÝ, Milan a KUŘINA, František. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2001. 187 s. ISBN 80-7178-581-4.

HELUS, Zdeněk, HRABAL Vladimír, KULIŠ, Václav a MAREŠ, Jiří. *Psychologie školní úspěšnosti žáků*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1979. 206 s. ISBN 14-722-79.

KALHOUS, Zdeněk a OBST, Otto. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002. 447 s. ISBN 80-7178-253-X.

KASÍKOVÁ, Hana a VALENTA, Josef. *Reformu dělá učitel aneb Diferenciace, individualizace, kooperace ve vyučování*. Praha: Sdružení pro tvořivou dramatiku, 1994. 56 s. ISBN 80-901660-0-8.

KRAUTHAUSEN, Günter a SCHEREROVÁ, Petra. *Ideas for Natural Differentiation in primary mathematics classrooms. Arithmetical Environment.* Rzeszów: Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, 2010. 79 s. ISBN 978-83-7338-582-5.

STARÝ, Karel, LAUFKOVÁ, Veronika et al. *Formativní hodnocení ve výuce*. Praha: Portál, 2016, 176 s. ISBN 978-80-262-1001-6.

ŠVAŘÍČEK, Roman, ŠEĎOVÁ, Klára et al. *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách.* Praha: Portál, 2007, 384 s. ISBN 978-80-262-0644-6

VALIŠOVÁ, Alena a KASÍKOVÁ, Hana. *Pedagogika pro učitele*. Druhé vydání. Praha: Grada Publishing, 2011. 456 s. ISBN 978-80-247-3357-9.

ZELINKOVÁ, Olga. *Pedagogická diagnostika a individuální vzdělávací program*. Praha: Portál, 2001. 208 s. ISBN 80-7178-544-X.

ZILCHER, Ladislav a SVOBODA, Zdeněk. *Inkluzivní vzdělávání: efektivní vzdělávání všech žáků*. Praha: Grada, 2019, 216 s. ISBN 978-80-271-0789-6.

INTERNETOVÉ ZDROJE

BLAŽKOVÁ, Růžena. *Motivace žáků v matematice.* [online] 2007 [cit. 2023-11-12]. Dostupné z: https://is.muni.cz/el/1441/podzim2007/MA2MP_PDM1/kolokv07motivace.pdf

BUDÍNOVÁ, Irena et al. *Diferencovaná a individualizovaná výuka matematiky na základní škole.* [online] 2018 [cit. 2023-12-16]. Dostupné z: https://pages.pedf.cuni.cz/sc25/files/2020/01/Diferencovana-a-individualizovana-vyuka-matematiky-na-ZS.pdf

ČEJKOVÁ, Veronika a JANDOVÁ, Jana. *Motivace žáka v hodině matematiky.* In: Učitel matematiky, vol. 26, No. 4, 193-204. [online] 2018 [cit. 2023-11-17]. Dostupné z: https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/148589/UcitelMat_026-2018-4_1.pdf

FIKEJSOVÁ, Karolína a PANÁČOVÁ, Jitka. *Diferencovaná výuka matematiky zaměřená na potřeby žáků ve 3. a 4. ročníku ZŠ.* In: Komenský – odborný časopis pro učitele základní školy. [online] 2019 [cit. 2023-12-12]. Dostupné z: https://old.ped.muni.cz/komensky/clanky/diferencovana-vyuka-matematiky-zamerena-na-potreby-zaku-ve-3-a-4-rocniku-zs

FRYČ, Jindřich, MATUŠKOVÁ, Zuzana, KATZOVÁ, Pavla, KOVÁŘ, Karel et al. *Strategie vzdělávací politiky České republiky do roku 2030+*. Praha: Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy 120 s. [online] 2020 [cit. 2023-09-16]. Dostupné z: https://www.edu.cz/wp-content/uploads/2020/10/brozura_S2030_19_10_2020.pdf.

GREGER, David a STRAKOVÁ, Jana. *Vnější diferenciace ve školním vzdělávání*. In: ORBIS SCHOLAE, vol. 7, č. 3. [online] 2013 [cit. 2024-02-06]. Dostupné z: https://karolinum.cz/data/clanek/5006/OS_3_2013_01_Editorial.pdf

GREGER, David, CHVÁL, Martin, MARTINKOVÁ, Patrícia et al. *Hejného metoda výuky matematiky v mezinárodním výzkumu TIMSS.* [online] 2023 [cit. 2024-06-24]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/sites/default/files/ncs-pf-timss-a4-digital.pdf

HOMOLOVÁ, Kateřina. *Vnější diferenciace jako předmět pedagogického výzkumu determinovaného společenskými stereotypy.* [online] 2019 [cit. 2023-11-10]. Dostupné z: https://capv.cz/wp-content/uploads/2019/08/CAPV05_Hom_Vnejs.pdf.

KOCICHOVÁ, Dagmar. *Vzdělávací aktivity v matematice.* Odborná uživatelská příručka pro učitele. [online] 2015 [cit. 2023-11-23]. Dostupné z: https://digifolio.rvp.cz/artefact/file/download.php?file=73027&view=11525.

KRAUTHAUSEN, Günter. *Natural differentiation – An approach to cope with heterogeneity.* [online] 2018 [cit. 2023-12-18]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/322935009_Natural_Differentiation-An_Approach_to_Cope_with_Heterogeneity#fullTextFileContent

NEZVALOVÁ, Danuše. *Akční výzkum ve škole.* [online] 2003 [cit. 2024-06-10]. Dostupné z: file:///C:/Users/42077/Downloads/Pedag_2003_3_05_Akcni_300_308%20(3).pdf

NOVÁKOVÁ, Eva a BLAŽKOVÁ, Růžena. *Číselné trojúhelníky: pohled budoucích učitelů na netradiční úlohy,* 22-31. [online] 2023 [cit. 2024-01-04]. Dostupné z: https://emejournal.upol.cz/Issues/Vol2No2/Vol2No2_Novakova-Blazkova.pdf

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. [online] 2023 [cit. 2023-11-26]. Dostupné z: https://msmt.gov.cz/file/60263/.

SEMRÁDOVÁ, Monika. *Diferenciace učebního úkolu jako princip rozvoje inkluzivního přístupu k žákům v primárním vzdělávání,* 145 – 167. [online] 2023 [cit. 2024-01-12]. Dostupné z: https://pages.pedf.cuni.cz/gramotnost/files/2024/03/Gramotnost_02_2023_Semradova2.pdf

SCHEREROVÁ, Petra. *Natural differentiation in the teaching of mathematics to children starting school.* [online] 2013 [cit. 2023-12-17]. Dostupné z: https://scielo.org.za/pdf/sajce/v3n1/06.pdf

SIMONOVÁ, Jaroslava, GREGER, David, STRAKOVÁ, Jana et al. *Podoby diferenciace na základních školách.* [online] 2023 [cit. 2023-12-18]. Dostupné z: https://pedf.cuni.cz/PEDF-2076-version1-podoby_diferenciace_na_zakladnich_skolach___zaverecna_vyzkumna_zprava_2023_final.pdf

TOMLINSONOVÁ, Carol, Ann. *Differentiation of instruction in the elementary grades.* [online] 2000 [cit. 2024-02-06]. Dostupné z: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED443572.pdf

ZIELENIECOVÁ, Pavla. *Metody a organizační formy výuky: výuka, vyučování, učení, přímá a nepřímá výuka, diferenciace a individualizace výuky.* [online] 2015 [cit. 2023-10-25]. Dostupné z: https://kdf.mff.cuni.cz/vyuka/pedagogika/materialy/2015%20LS/20150506%20Pedagogika%20II%20-%2012%20prednaska%20LS%202014-15.pdf

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č. 1- Sada matematických úloh – sčítání

chlapec – dívka

1. **Petr měl kartičky s čísly 2, 4, 6 a 8 a sestavoval z nich příklady na sčítání. Například:**

$$\begin{array}{r} 24 \\ \underline{68} \end{array}$$

Úlohu vypočítej.

2. **Sestavuj jiné příklady na písemné sčítání a vypočítej je.**

Našel jsem ☐ příkladů.

Myslíš, že jsi našel všechny? ANO NE Zakroužkuj.

3. **Kolik různých součtů jsi našel?** ☐

Proč jich je tolik?

4. **Vyšel by ti s jinými čísly stejný počet součtů? ANO NE**

Proč?

Příloha č. 2 - Sada matematických úloh – řetězec

chlapec – dívka

1. **Vypočítej**

$27 \xrightarrow{:9} \bigcirc \xrightarrow{*\,4} \bigcirc \xrightarrow{+\,6} \bigcirc \xrightarrow{+\,12} \bigcirc \xrightarrow{-\,9} \bigcirc \xrightarrow{:\,7} \bigcirc$

2. **Napiš, co jsi na výsledcích vypozoroval.**

____

____

____

3. **Anežka upravila v řetězci 3 čísla, ale vyšlo ji stejné poslední číslo. Je to možné?**

____

____

____

4. **Jestliže to je možné, vytvoř svůj vlastní řetězec se stejným posledním číslem.**

Příloha č. 3 - Sada matematických úloh – slovní úlohy

chlapec - dívka

Tatínek si koupil 2 trička. Za jedno zaplatil 345 Kč. Maminka si koupila mikinu, která byla o 250 Kč dražší než tatínkova 2 trička. Janička si vybrala šatičky, které stály o 160 Kč méně než maminčina mikina.

a) Kolik stála trička?

b) Co můžeš ještě vypočítat? Napiš si otázku a výpočet. Vypočítej a napiš odpověď.

c) Co vypočítám výpočtem 940 - 160 =

d) Uprav úlohu tak, aby její odpověď byla: Za celý nákup zaplatili 1 700 Kč.