

Univerzita Hradec Králové
Pedagogická fakulta

Diplomová práce

2022

Michal Tenušák

Univerzita Hradec Králové

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Desetinná čísla na druhém stupni základní školy

Diplomová práce

Autor: Michal Tenušák
Studijní program: M 7503 Učitelství pro základní školy
Studijní obor: Učitelství pro 2. stupeň ZŠ – Fyzika
Učitelství pro 2. stupeň ZŠ – Matematika
Vedoucí práce: Mgr. Lukáš Vízek, Ph.D.
Oponent práce: Ing. Mgr. Eva Trojovská



Zadání diplomové práce

Autor: Michal Tenušák

Studium: P16P0319

Studijní program: M7503 Učitelství pro základní školy

Studijní obor: Učitelství pro 2. stupeň ZŠ - fyzika, Učitelství pro 2. stupeň ZŠ - matematika

Název diplomové práce: Desetinná čísla na druhém stupni základní školy

Název diplomové práce Decimal Numbers at Lower Secondary School

AJ:

Cíl, metody, literatura, předpoklady:

Diplomová práce se zabývá výukou desetinných čísel na druhém stupni základní školy. Hlavním cílem je popsat různé přístupy k výuce daného tematického celku, vystihnout jeho propojení s učivem z nižších ročníků a naznačit možné příčiny nesprávných žákovských konceptů a chybných postupů při řešení úloh. Součástí studie bude soubor metodických postupů, didaktických prostředí, pomůcek nebo her vhodných pro výuku desetinných čísel. Jejich využitelnost bude empiricky prověřena. Závěrem práce bude vyhodnocení navržených přístupů.

Hejný, M. a kol. (2004). Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky. Díl I. Praha: PedF UK v Praze.

Rendl, M. a kol. (2015). Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků. Praha: Karolinum.

Rendl, M. a kol. (2013). Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů. Praha: PedF UK v Praze.

Vybrané články věnované výuce desetinných čísel.

Vybrané učebnice matematiky pro 2. stupeň základní školy.

Zadávací pracoviště: Katedra matematiky,
Přírodovědecká fakulta

Vedoucí práce: Mgr. Lukáš Vízek, Ph.D.

Oponent: Ing. Mgr. Eva Trojovská

Datum zadání závěrečné práce: 15.12.2020

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci *Desetinná čísla na druhém stupni základní školy* vypracoval pod vedením vedoucího závěrečné práce samostatně a uvedl jsem všechny použité prameny a literaturu.

V Kladrubech nad Labem dne, 30. června 2022

Poděkování

Děkuji Mgr. Lukáši Vízkovi, Ph.D., za odborné vedení práce, poskytování rad a čas, který mi věnoval.

Anotace

TENUŠÁK, Michal. *Desetinná čísla nad druhém stupni základní školy*. Hradec Králové: Pedagogická fakulta Univerzity Hradec Králové, 2022. 106 s. Diplomová práce.

Diplomová práce „*Desetinná čísla na druhém stupni základní školy*“ se zabývá výukou desetinných čísel na druhém stupni základní školy. Hlavním cílem je najít různé přístupy k výuce a posoudit schopnost propojování získaných vědomostí z nižších ročníků, a zároveň odhalit možné příčiny nesprávných úvah a postupů. Práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část. Teoretická část popisuje zavedení desetinných čísel v základní škole a představuje možnosti výuky jednotlivých témat. Hlavní náplní praktické části je použití metody Concept Cartoons. Důležitou součástí je samotné použití dané metody ve výuce a následný rozbor a zpracování dat. Získané informace jsou následně doplněny o postřehy a komentáře, jak bychom měli příště postupovat. Další část je věnována aplikaci didaktických her na probírané téma. Jednotlivé hry jsou podrobně rozebrány a doplněny o komentáře z vlastní zkušenosti.

Klíčová slova: Desetinná čísla, Concept Cartoons, didaktické pomůcky, racionální čísla, učebnice, analýza, návrh, kritická místa

Annotation

TENUŠÁK, Michal. *Decimal Numbers at Lower Secondary School*. Hradec Králové: Pedagogical Faculty, University of Hradec Králové, 2022. 106 pp. Diploma Dissertation Degree Thesis.

This diploma thesis "*Decimal numbers at lower secondary school*" deals with the teaching of decimal numbers at lower secondary school. The main aim is to find different approaches to teaching and assess the ability to interconnect the knowledge gained from lower grades and at the same time identify possible causes of incorrect considerations and methods. The thesis is divided into theoretical and practical part. The theoretical part describes the implementation of decimal numbers at primary school and represents the possibilities of teaching individual themes. The main content of the practical part is the use of the method of concept cartoons. The important part is the use of the method in teaching and consequent analysis and data processing. The gained experience is then subsequently completed with observations and clarifications we should proceed next time. The next part deals with the application of didactic games for the discussed topic. The individual games are analyzed thoroughly in details and added to comments from my own experience.

Key words: Decimal numbers, Concept Cartoons, teaching aids, rational numbers, textbook, analysis, suggestion, critical points

Obsah

Seznam obrázků a tabulek	10
Úvod.....	12
1 Teoretická část.....	13
1.1 Historie desetinných čísel	13
1.2 Motivace – proč se učíme desetinná čísla	14
1.3 Desetinná čísla v RVP pro ZŠ.....	15
1.4 Zavedení desetinného čísla, jeho zobrazení na číselné ose a porovnávání	17
1.4.1 Zavedení desetinného čísla	17
1.4.2 Zobrazení desetinných čísel na číselné ose.....	18
1.4.3 Porovnávání desetinných čísel.....	19
1.5 Operace s desetinnými čísly.....	20
1.5.1 Zaokrouhlování desetinných čísel	20
1.5.2 Sčítání desetinných čísel	21
1.5.3 Odčítání desetinných čísel	22
1.5.4 Násobení desetinných čísel.....	23
1.5.4.1 Násobení desetinného čísla 10; 100; 1 000.....	23
1.5.4.2 Násobení desetinného čísla číslem přirozeným	23
1.5.4.3 Násobení desetinného čísla číslem desetinným	25
1.5.5 Dělení desetinných čísel	26
1.5.5.1 Dělení desetinného čísla 10; 100; 1 000	26
1.5.5.2 Dělení desetinného čísla číslem přirozeným.....	26
1.5.5.3 Dělení desetinného čísla číslem desetinným.....	28
1.5.6 Desetinný zlomek	30
1.5.6.1 Převod zlomku na desetinné číslo	31
1.6 Desetinné číslo v jiných tématech matematiky	32
1.6.1 Desetinné číslo a převody jednotek	32

1.6.2	Desetinné číslo a procenta	34
1.6.3	Racionální čísla.....	36
2	Praktická část.....	38
2.1	Concept Cartoons	38
2.1.1	Výhody a nevýhody	39
2.2	Vytvoření vlastního Conceptu Cartoons	40
2.2.1	První část prvního Conceptu Cartoons v 6. třídě	42
2.2.2	Druhá část prvního Conceptu Cartoons v 6. třídě.....	47
2.2.3	Třetí část prvního Conceptu Cartoons v 6. třídě.....	52
2.2.4	Shrnutí prvního Conceptu Cartoons v 6. třídě	59
2.2.5	Concept Cartoons v 7 a 9 třídě.....	61
2.2.6	První část druhého Conceptu Cartoons v 6. třídě	69
2.2.7	Druhá část druhého Conceptu Cartoons v 6 třídě.....	74
2.2.8	Třetí část druhého Conceptu Cartoons v 6 třídě	79
2.2.9	Shrnutí druhého Conceptu Cartoons v 6. třídě	86
2.2.10	Závěr	88
2.3	Šetření TIMMS	90
2.4	Vlastní výzkumné šetření v 8. třídě.....	93
2.5	Didaktické hry	95
	Závěr	104
	Literatura.....	105

Seznam obrázků a tabulek

Obrázek 1: Vyjádření celku (převzato od Konopová, 2016)	18
Obrázek 2: Vyjádření desetiny (převzato od Konopová, 2016)	18
Obrázek 3: Vyjádření setiny (převzato od Konopová, 2016)	18
Obrázek 4: Šablona na sčítání desetinných čísel	21
Obrázek 5: Šablona pro odčítání desetinných čísel	22
Obrázek 6: Šablona pro sčítání desetinných čísel.....	23
Obrázek 7: Násobení desetinného čísla číslem přirozeným	24
Obrázek 8: Násobení desetinného čísla číslem přirozeným	24
Obrázek 9: Násobení desetinného čísla číslem desetinným	25
Obrázek 10: Vyjádření části celku.....	34
Obrázek 11: Vyjádření části celku.....	34
Obrázek 12: Vyjádření části celku.....	35
Obrázek 13: Vyjádření části celku.....	36
Obrázek 14: Použití prvních Conceptů Cartoons (obrázek převzat z Keogh a Naylor, 2010, č. 3.2), vlastní překlad.....	38
Obrázek 15: Řády desetinných čísel (převzato od Mudrové, 2011).....	57
Obrázek 16: Vyjádření části celku.....	57
Obrázek 17: Pexeso (převzato od Konopová, 2016)	96
Obrázek 18: Pexekvarto.....	97
Obrázek 19: Řády desetinného čísla (převzato od Mudrové, 2011).....	98
Obrázek 20: Pyramida (převzato od Konopová, 2016)	99
Obrázek 21: Pyramida podruhé (převzato od Konopová, 2016)	99
Obrázek 22: Domino.....	100
Obrázek 23: Pexeso na převod jednotek (převzato od Konopová, 2016).....	101
Obrázek 24: Hrací karta Bingo	102
Obrázek 25: Tajenka (převzato od Konopová, 2016).....	103
Tabulka 1: Odpovědi žáků na první část prvního Conceptu Cartoons	44
Tabulka 2: Odpovědi žáků na druhou část prvního Conceptu Cartoons	49
Tabulka 3: Odpovědi žáků na třetí část prvního Conceptu Cartoons	54
Tabulka 4: Úspěšnost v testu	58

Tabulka 5: Shrnutí prvního Conceptu Cartoons	59
Tabulka 6: Výsledky – sedmá třída	61
Tabulka 7: Výsledky – devátá třída	65
Tabulka 8: Odpovědi žáků na první část druhého Conceptu Cartoons.....	71
Tabulka 9: Odpovědi žáků na druhou část druhého Conceptu Cartoons.....	76
Tabulka 10: Odpovědi žáků na třetí část druhého Conceptu Cartoons.....	81
Tabulka 11: Úspěšnost v testu	85
Tabulka 12: Shrnutí druhého Conceptu Cartoons.....	86
Tabulka 13: Úspěšnost úlohy M8 (M01-02).....	90
Tabulka 14: Úspěšnost úlohy M11 (M02-02).....	91
Tabulka 15: Úspěšnost úlohy M13 (M03-07).....	91

Úvod

Desetinné číslo je pro nás známým pojmem. Setkáváme se s ním téměř každý den, ať už při nakupování, vykonávání domácích prací nebo přímo v pracovním procesu. Základní operace, jako sčítání odčítání, porovnávání či zapsání, většině z nás problém nedělají, ale na násobení nebo dělení si již většina z nás na pomoc bere kalkulačku. V základní škole se operace s desetinnými čísly prováděly zpravidla bez použití výpočetní techniky.

Cílem této práce je nejenom lehce přiblížit historii desetinného čísla, kde se vlastně vzalo a proč se začalo používat, ale hlavně nabídnout ucelený přehled o tom, jak se desetinná čísla vyučují na druhém stupni základních škol. Práce je obohacena o vlastní postřehy a náměty, jak výuku udělat zábavnější, pestřejší a srozumitelnější. V praktické části se dozvíte o metodě Concept Cartoons, kterou jsem vyzkoušel při vyučování desetinných čísel. Dozvíte se, jak danou metodu použít a využít ve výuce matematiky, jaké má výhody a naopak nevýhody. Velkou část práce věnuji konkrétním chybám, kterých se žáci při řešení nejrůznějších příkladů dopouštějí, a snažím se navrhnout řešení, jak jim předejít za pomoci právě metody Concept Cartoons.

Práce je rozčleněna do několika kapitol a podkapitol, aby byla přehlednější a čtenář se v ní lépe orientoval. Případně aby si mohl vyhledat jen určitou kapitolu, která ho zajímá.

1 Teoretická část

V následujících kapitolách a podkapitolách se dočtete rámcově o historii desetinných čísel a o tom, jak se desetinná čísla zapracovávala do vzdělávacích systémů u nás. Dozvíte se také na základě mých zkušeností a poznatků z odborné literatury (Odvárko a Kadleček, 2012 a–d), (Hejný et al., 2004) a diplomové práce (Konopová, 2016) výklad jednotlivých kapitol a podkapitol v desetinných číslech, jako jsou zavedení desetinného čísla, jeho znázornění na číselné ose, porovnávání desetinných čísel a jednotlivé početní operace s desetinnými čísly. Součástí výkladu je nespočet názorně řešených příkladů a obrázků. Můžete si zde také pročíst podkapitoly o propojení desetinných číslech do jiných témat v matematice, jako jsou převody jednotek, procenta a racionální čísla.

1.1 Historie desetinných čísel

Tato kapitola byla vypracována podle diplomové práce (Konopová, 2016).

V dnešní době, když potřebujeme zapsat část celku, využíváme dvě nejčastější možnosti, a to pomocí zlomku anebo právě desetinným číslem. Nejčastěji sáhneme právě po desetinných číslech, protože jejich zápis je jednoduchý a úsporný, jelikož nám stačí přidat desetinnou čárku. Ne vždy takto jednoduchý zápis byl a jejich vývoj byl pomalý a postupný.

Prvopočátky najdeme v období kolem roku 3000 př. n. l. u starých Babylóňanů, kteří využívali šedesátinné zlomky. Jejich pomocí vyjadřovali hlavně míry a váhy. Šedesátinné zlomky se nám v určité podobě zachovaly dodnes, a to při vyjadřování míry času, kdy jednu minutu můžeme zapsat jako $\frac{1}{60}$ hodiny, anebo míry úhlové, kde jedna minuta je $\frac{1}{60}$ stupně. Další vývoj nastal, když začali čínští matematici používat zlomky desetinné, k početním operacím využívali tyčinky.

Celkově výrazný posun ve vývoji desetinných čísel nastal v 16. století, kdy na potřebu desetinných čísel upozornil vlámský matematik Simon Stevin (1548–1620) v práci *Umění desetín (De Thiende)*. Bývá velmi často označován za objevitele desetinných čísel. Chtěl, aby se v desetinném systému zapisovaly peníze, váhy a míry. Desetinná čísla zapisoval následovně.

237,578

237 0 5 1 7 2 8 3

(Převzato z The editors of encyclopaedia britannica, 2022)

Následně, když se podařilo Simonovi prosadit používání desetinných čísel v peněžnictví a v systému měř a vah, došlo k rozšíření desetinných čísel do širších vrstev společnosti. U nás to mělo za následek změnu v osnovách, o které píše Mikulčák (2010, str. 168) „*Jedinou výraznou změnu osnov aritmetiky si vynutilo zavedení desítkové soustavy do měř a měnové soustavy od 1. ledna 1872. Do té doby bylo velmi důležité počítání se zlomky a počítání s desetinnými čísly nebylo nijak závažné. Po zavedení desítkové soustavy do měř a měny získala naopak rozhodující význam desetinná čísla a jednotky měř a měny byly jak vhodnou motivací pro jejich zavedení, tak i při jejich výkladu.*“

Po zavedení desetinných čísel do metrického systému se musela změnit i výuka matematiky. U nás se výuka desetinných čísel zařadila do čtvrtého ročníku. Původně se používala tečka, která se zapisovala nahoru (237.578). V roce 1915 došlo k úpravám učebních osnov a výuka desetinných čísel byla zařazena do pátého ročníku, kde se žáci nejdříve seznámili s desetinnými čísly a následně probírali veškeré početní operace, jako jsou sčítání, odčítání, násobení a dělení. Roku 1933 se výuka desetinných čísel rozdělila do dvou ročníků, kdy ve čtvrtém se žáci seznamovali s desetinnými čísly a připravovali se na početní operace, které se učili v pátém ročníku. V roce 2013 došlo zatím k poslední úpravě, kdy v páté třídě se žáci seznamují s desetinnými čísly a připravují se na početní operace, které se probírají ve třídě šesté.

1.2 Motivace – proč se učíme desetinná čísla

Je velmi důležité si na začátku říct, proč vlastně desetinná čísla potřebujeme, k čemu nám slouží a pomáhají. V běžném životě si často nevystačíme pouze s celými čísly. Často se setkáváme se situací, kdy potřebujeme vyjádřit část celku menší než jedna, anebo naopak vyjádřit několik celků a část z dalšího celku. Což bychom mohli i jiným způsobem, ale tento zápis je relativně jednoduchý a rychlý. Když bychom si vzali třeba na pomoc zlomky a zkusili si představit například, jak neefektivně bychom vyjadřovali cenovky v obchodech, hmotnost a míru, pak bychom určitě dospěli k názoru, že by to nebylo příliš dobře možné a funkční. Dalším názorným příkladem jsou třeba závody běžců na krátkou

vzdálenost. Kdybychom desetinná čísla neznali a měli stále jen celá čísla, pak by závody na olympiádě vypadaly celkem nudně. Pokud bychom předpokládali, že se žádný sportovec nezraní, pak by většina závodníků doběhla ve stejné sekundě. Ano, můžeme namítat, že přece je vidět, kdo proběhne první, ale už třeba hůře by se nám překonávaly světové rekordy, kde často hrají roli setiny sekundy (Krynický, 2019). Desetinná čísla nás vlastně provází celý náš život a setkáváme s nimi téměř neustále. To je jeden z hlavních důvodů, proč je pro nás důležité se desetinná čísla učit a věnovat se jim, jelikož to nebude určitě naposledy, co se s nimi setkáme.

1.3 Desetinná čísla v RVP pro ZŠ

Vzdělávání dětí v našich školách zajišťují dokumenty, které jsou rozděleny do dvou úrovní. První je státní Národní program vzdělávání a Rámcový vzdělávací program (ve zkratce RVP). Druhý je školní, celým názvem Školní vzdělávací program (ve zkratce ŠVP). Národní program vzdělávání vymezuje hlavní oblasti a prostředky vzdělávání, kdežto RVP vymezuje povinný obsah, rozsah a vzdělávací podmínky v jednotlivých oborech. V RVP najdeme jednotlivé vzdělávací oblasti a klíčové kompetence. Klíčové kompetence nám dávají souhrn dovedností, vědomostí, schopností, kterých bychom měli v průběhu vzdělávání dosáhnout. Každá škola si pak vytváří takzvané ŠVP, které vycházejí z RVP. Škola si je vytváří z jednoho prostého důvodu: aby bylo možné více dané učivo přizpůsobit svým požadavkům na žáky a opačně (Konopová, 2016).

Desetinná čísla jsou zařazena do vzdělávací oblasti matematika a její aplikace. Konkrétně v okruhu čísla a početní operace. Žáci přijdou poprvé do styku s desetinnými čísly na prvním stupni základní školy, a to konkrétně v pátém ročníku. Žáci se naučí správně zapsat desetinné číslo do řádu desetin, které budou umět i správně přečíst, vyznačit na číselné ose a navzájem je porovnávat. Ne vždy ale desetinná čísla byla vyučována již v pátém ročníku. Došlo k jejich vyřazení z RVP před rokem 2005. Postupně se ale došlo k názoru, že seznámení s desetinnými čísly v pátém ročníku je důležité, jelikož se žáci s nimi setkávají velmi často například v obchodech. Od 1. 9. 2013 byla navrácena zpět. Na druhém stupni jsou pak tyto znalosti rozšiřovány. V šestém ročníku se žáci naučí číst a zapisovat desetinné řády, zobrazit je na číselné ose, porovnávat, sčítat, odčítat, násobit a dělit. V sedmém ročníku se žáci seznámí s racionálními čísly, a tím poznají i záporná desetinná čísla. Seznámí se s procenty, kde se opět využívají desetinná čísla. V osmém ročníku dojde k seznámení s mocninami a odmocninami, kde se žáci učí tyto početní

operace i s desetinnými čísly. V devátém ročníku se desetinná čísla objeví ve funkcích či rovnicích. Jak je vidět, desetinná čísla provázejí žáky celý druhý stupeň, a proto je důležité je naučit správně a důsledně základní operace (MSMT-2647/2013-210, 2013).

1.4 Zavedení desetinného čísla, jeho zobrazení na číselné ose a porovnávání

Následující kapitoly byly zpracovány na základě učebnic (Odvárko a Kadleček, 2012a-d, Hejný et al., 2004) a diplomové práce (Konopová, 2016).

1.4.1 Zavedení desetinného čísla

Desetinné číslo nejlépe zavádíme pomocí desetinných zlomků, které žáci umí z dřívějšího učiva. Proto bychom nejprve se žáky měli zlomky lehce zopakovat a následně na ně navázat novým učivem. Snažíme se ukázat, že kolik nul je ve jmenovateli, právě tolik čísel bude za desetinnou čárkou. Desetinné číslo je tedy zápis čísel oddělených desetinnou čárkou. Každé takové číslo obsahuje celou a desetinnou část, které oddělujeme desetinnou čárkou. Daná čísla určují určitý řád, jako jsou jednotky, desetiny, setiny, tisíciny, desetitisíciny, stotitisíciny, miliontiny. Žáci se dříve setkali již s přirozenými čísly, kde vlastně jsou dané řády určeny stejným počtem čísel.

Věc, jako je čtení desetinných čísel, nemůžeme určitě zanedbat. Naopak – chce to co nejvíce procvičit a dbát na správné čtení. Nejčastěji žákům dělá problém čtení dlouhých desetinných čísel. Například 7,123 78, kde je potřeba si uvědomit, jaký je nejnižší řád daného čísla. Nejnižší řád čísla jsou stotitisíciny. Problém pro ně je ten, že normálně sto tisíc má šest čísel, ale zde pouze pět, a proto většinou přečtou tisíce a na stotitisíciny zapomenou. Tohle se dá podle mě jen natrénovat, proto musíme dbát na správné čtení.

Příklad 1

Máme číslo 7,123 78 a máme za úkol určit jeho řády.

7 – jednotky,

, – desetinná čárka,

1 – desetiny,

2 – setiny,

3 – tisíciny,

7 – desetitisíciny,

8 – stotitisíciny.

Důležité je ukázat žákům, že na rozdíl od celých čísel zde můžeme na konec daného čísla psát nul, kolik chceme, a dané číslo se nezmění. Dobré je jim to ukázat na obrázku, kde to lépe uvidí.



Obrázek 1: Vyjádření celku (převzato od Konopová, 2016)

1 desetina				

Obrázek 2: Vyjádření desetin (převzato od Konopová, 2016)

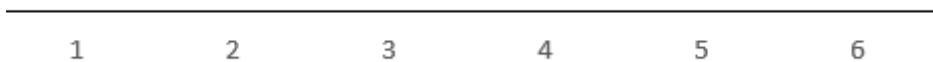
1 setina									

Obrázek 3: Vyjádření setiny (převzato od Konopová, 2016)

První obrázek představuje jeden celek. Když daný celek rozdělíme na deset stejně velkých částí, dostaneme desetin, jestli půjdeme ještě dále a rozdělíme daný celek ještě na menší stejně velké části, pak dostaneme setiny. Z obrázků by žáci měli být schopni pochopit, že $1 \text{ celek} = 10 \text{ desetin} = 100 \text{ setin}$ a také $0,1 = 0,10 = 0,100$.

1.4.2 Zobrazení desetinných čísel na číselné ose

Již z pátého ročníku žáci umí znázornit desetinné číslo do řádu desetin. V šestém ročníku se na toto navazuje dalšími řády. Dobré je žákům ukázat, že to funguje podobně jako s přirozenými čísly. Čím více jsme vpravo, tím je dané číslo větší.



Je dobré žáky nechat, aby přišli na to, že vlastně mezi přirozenými čísly je jistá mezera, do které se vejde nekonečně mnoho čísel. Měli by sami přijít na to, že se jedná o čísla desetinná. Pro danou práci můžeme zvolit různá měřítka. Žáci většinou bez velkých problémů zvládnou zvýraznit na ose i desetinná čísla různých řádů.

1.4.3 Porovnávání desetinných čísel

Z pátého ročníku jsou žáci schopni porovnávat desetinná čísla do řádu desetin. Je dobré opět na začátku jim pomoci připomenutím porovnáváním přirozených čísel. Připomenou si, že postupujeme zleva doprava a porovnáваме čísla stejného řádu. U výkladu si můžeme pomoci číselnou osou. Díky tomu ještě více máme možnost procvičit znázorňování na číselné ose.

Příklad 2

Určete, které z desetinných čísel je větší: 5,118 a 5,128

Řád jednotek $5 = 5$

Řád desetin $1 = 1$

Řád setin $1 \neq 2$, protože $2 > 1$. Bude i číslo $5,128 > 5,118$.

S podobným typem příkladů žáci nemívají problémy. Stačí jen zařadit několik příkladů na procvičení a můžeme pokračovat jinými typovými příklady. Většinou ani s nimi žáci problémy mít nebudou, ale začnou se vyskytovat chyby spíše z nepozornosti.

Příklad 3

Určete, které z desetinných čísel je větší: 5,1 a 5,09. Zde se většinou ze začátku objevují chyby, protože žáky zmátne větší počet desetinných míst u druhého čísla. Můžeme jim pomoci tím, že první číslo upravíme na tvar 5,10, čímž získáme stejný počet desetinných míst, jako má druhé číslo. Dále můžeme postupovat stejně jako v předchozím příkladu.

Příklad 4

Rozhodněte, které z daných čísel je větší: 7,767 777 a 7,777 7. U tohoto příkladu se nejčastěji vyskytnou dvě chyby. První je stejná jako v minulém příkladu, kde žáci opět určí větším číslo první, protože má více desetinných míst. Druhou chybou bude špatné porovnávání čísel stejného řádu. Při správném postupu přijdou na to, že na řádu setin mají různá čísla.

1.5 Operace s desetinnými čísly

1.5.1 Zaokrouhlování desetinných čísel

K zaokrouhlování nás často vede vysoký počet desetinných míst. Většinou se používá u různých konstant. Určitě si většina z nás pamatuje π , které běžně používáme, s hodnotou 3,14. Ve skutečnosti ale dané číslo má nekonečný počet desetinných míst, kdybychom zaokrouhlování neznali, pak by pro nás určité výpočty byly prakticky nemožné.

Ve škole se žáci prvně setkají se zaokrouhlováním při práci s přirozenými čísly. Na to můžeme navázat při zaokrouhlování desetinných čísel. Žákům připomeneme, že čísla 0, 1, 2, 3, 4 zaokrouhluje dolů a čísla 5, 6, 7, 8, 9 nahoru.

Příklad 5

Zaokrouhlete dané číslo 20,153 45 na celé číslo, desetiny, setiny, tisíciny.

Při zaokrouhlování na jednotky se díváme na pozici desetin, kde se nachází číslo 1, které podle pravidel zaokrouhluje dolů, proto výsledné číslo je 20. Při zaokrouhlení na desetiny se koukáme na pozici setin, kde v našem příkladu je číslo 5, to podle pravidel zaokrouhluje nahoru a náš výsledek po zaokrouhlení je 20,2. Při zaokrouhlení na tisíciny se opět koukáme o jedno číslo více vpravo, v našem případě na číslo na řádu desetitisícin, kde se nachází číslo 4, které podle pravidel zaokrouhluje dolů a náš výsledek pak je 20,153. Celkově můžeme říct, že při zaokrouhlování je pro nás důležité číslo vždy o jeden řád více vpravo, než je řád, na který máme zaokrouhlovat. S podobnými typy příkladů žáci většinou problémy nemívají a rychle dané učivo pochopí.

Příklad 6

Zaokrouhlete číslo 8,995 na setiny.

U daného příkladu se s velkou pravděpodobností vyskytnou u žáků chyby. Je proto potřeba s nimi daný typ příkladů procvičit. Prvním špatným výsledkem, který se vyskytne, je 8,90, kdy žáci zapomenou na to, že se díky zaokrouhlení zvedl i řád desetin. Většinou sice zaokrouhlení žáci zvládnou, ale uvedou jako výsledek 9, což je relativně správný výsledek, ale my jsme měli za úkol zaokrouhlit na setiny, proto je potřeba žáky na to upozornit a ukázat jim, že správný výsledek je 9,00.

1.5.2 Sčítání desetinných čísel

Sčítání desetinných čísel je první početní operací, na kterou žáci narazí. Zde se nám ale může stát, že žáci to již budou umět, protože to měli v pátém ročníku v rozšiřujícím učivu při výuce desetinných čísel. Při sčítání desetinných čísel postupujeme podobně jako při sčítání přirozených čísel. Musíme sčítat číslice stejných řádů.

Příklad 7

Sečtěte daná desetinná čísla 0,3 a 1,4.

Velmi často žáci dělají následující chybu: příklad $0,3 + 1,4$ sečtou jako 0,17. Většinou stačí žáky upozornit na to, kolik zde máme celkem desetín, a chybu si sami opraví.

Příklad 8.

Sečtěte 12,23; 31,321 2; 128,982.

Zde už většinou musíme přejít k tzv. sčítání pod sebou. Je třeba upozornit žáky, že je potřeba dbát na to, aby měli vždy desetinnou čárku pod sebou, a také všechny stejné řády. Měli bychom také žáky upozornit na to, že když překročíme desítku, musíme pak v následujícím řádu jednu přičíst. Můžeme ze začátku žákům pomoci vytvořením šablon, které jim pomohou na začátku se správným zápisem pod sebe.

Operace	Stovky	Desítky	Jednotky	Desetinná čárka	Desetiny	Setiny	Tisíciny	Desetitisíciny
		1	2	,	2	3		
+		3	1	,	3	2	1	2
+	1	2	8	,	9	8	2	
Výsledek	1	7	2	,	5	3	3	2

Obrázek 4: Šablona na sčítání desetinných čísel

Danou tabulkou bychom žákům měli pomoci, aby se vyvarovali nejčastějších chyb, jako je neúhledný zápis daných čísel pod sebe, kdy všechna čísla si zapíší zprava a bude jim jedno, že nemají pod sebou stejné řády. Další chybou, která se může objevovat, je opomenutí desetinné čárky u výsledku.

Příklad 9

Sečtěte daná desetinná čísla z paměti: 0,3; 2,5; 1,7.

Zde je dobré žákům připomenout jisté zákony pro sčítání. Komutativnost, která říká, že při sčítání nezáleží na pořadí operandů $0,3 + 2,5 + 1,7 = 4,5$. Rychlejší pro nás ale bude, když si to přeskládáme na $0,3 + 1,7 + 2,5 = 4,5$. Dalším zákonem je asociativita, která umožňuje daná čísla libovolně sdružovat $(0,3 + 2,5) + 1,7 = 4,5$. Opět pro nás bude výhodnější si to mírně upravit $(0,3 + 1,7) + 2,5 = 4,5$.

1.5.3 Odčítání desetinných čísel

Po sčítání desetinných čísel přijde na řadu odečítání. Opět s velkou pravděpodobností se s ním ještě žáci nepotkali, ale může se stát, že díky rozšiřujícímu učivu v pátém ročníku se s ním setkali. Musíme říct, že zde komutativní zákon neplatí a záleží na pořadí odčítaných čísel. Dobré je lehce připomenout odečítání přirozených čísel, kde si opět uvědomí, že záleží na tom, abychom odečítali čísla na pozici stejného řádu.

Příklad 10

Odečtěte daná desetinná čísla 178,325; 22,14.

Zde je opět vhodné ze začátku žákům pomoci šablonou, aby nedělali zbytečné chyby ve špatném zápisu, protože zase si musí zapisovat pod sebe stejné řády. Musíme žákům připomenout, aby nezapomínali, pokud se dostanou přes desítku, v následujícím řádu jednu přičíst. Zde $2 - 4$ počítáme jako $12 - 4 = 8$, a proto v řádu desetin musíme k 1 přičíst 1 a následně odečítat $3 - 2 = 1$. Jedná se o velmi častou a zbytečnou chybu, kterou žáci dělávají.

Operace	Stovky	Desítky	Jednotky	Desetinná čárka	Desetiny	Setiny	Tisíciny	Desetitisíciny
	1	7	8	,	3	2	5	
-		2	2	,	1	4		
Výsledek	1	5	6	,	1	8	5	

Obrázek 5: Šablona pro odčítání desetinných čísel

Jako kontrolu a lepší procvičení sčítání desetinných čísel můžeme žákům ukázat, že pokud sečtou rozdíl a menšitel, měli by dostat menšenec. Je dobré žáky vést k tomu, aby se učili kontrolovat své výsledky.

Operace	Stovky	Desítky	Jednotky	Desetinná čárka	Desetiny	Setiny	Tisíciny	Desetitísíciny
	1	5	6	,	1	8	5	
+		2	2	,	1	4		
Výsledek	1	7	8	,	3	2	5	

Obrázek 6: Šablona pro sčítání desetinných čísel

1.5.4 Násobení desetinných čísel

1.5.4.1 Násobení desetinného čísla 10; 100; 1 000

První věcí, se kterou žáci přijdou do styku, je násobení desetinných čísel 10; 100; 1 000 atd. Zpravidla to mnoho potíží žákům nedělá. Stačí jen, když si dají pozor na to, že při násobení 10 posouváme desetinnou čárku o jedno místo doprava, při násobení 100 o dvě pozice atd. Můžeme říct, že posouváme desetinnou čárku o tolik míst, kolik je nul v činiteli.

Příklad 11

Sečtěte daná desetinná čísla: $1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9$.

$$1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 + 1,9 =$$

Sami žáci vidí, že je to zdlouhavé. Bystřejší žáci přijdou na to, že dané číslo sčítáme $10\times$, a stačí nám tím pádem jen dané číslo vynásobit deseti. Velmi rychle ale většina žáků bude dané příklady řešit správně. Budou se vyskytovat chyby většinou pouze z nepozornosti, kdy zapomenou dopsat desetinnou čárku či desetinnou část.

1.5.4.2 Násobení desetinného čísla číslem přirozeným

Z mého pohledu se jedná o první početní operaci, kde větší množství žáků chybuje. Nejedná se přitom o nic složitého. Většinou zapomínají na základní pravidlo pro násobení desetinným číslem, a proto je velmi důležité danou látku co nejvíce procvičit, aby si konkrétní učivo dokázali řádně osvojit.

Příklad 12

Vynásobte daná čísla 19,8 a 12.

Operace	Stovky	Desítky	Jednotky	Desetinná čárka	Desetiny	Setiny	Tisíciny	Desetitísíciny
		1	9	,	8			
*		1	2	,				
První		3	9		6			
Druhá	1	9	8					
Výsledek	2	3	7	,	6			

Obrázek 7: Násobení desetinného čísla číslem přirozeným

Dané násobení řešíme tak, že prvně desetinné číslo vynásobíme číslem na řádu jednotek a zatím si nevšimáme desetinné čárky. Poté násobíme číslem na řádu desítek a také si nevšimáme desetinné čárky, zde si musíme dát pozor na to, že jsme v řádu desítek, a proto dané číslo musíme o jeden řád zvětšit. Jestliže bychom násobili stem, pak bychom museli řád zvednout o dva atd. Daná dvě čísla poté sečteme a bude mít tolik desetinných míst, kolik měla čísla, která jsme mezi sebou násobili. V našem případě pouze jedno. Celkově můžeme říct, že dané příklady se dají řešit tak, že čísla mezi sebou vynásobíme tak, jako by tam desetinná čárka nebyla, a pak jen zapíšeme desetinnou čárku podle toho, kolik měla dohromady daná čísla desetinných míst.

Příklad 13

Vynásobte daná čísla 129,812 a 23.

Operace	Tisíce	Stovky	Desítky	Jednotky	Desetinná čárka	Desetiny	Setiny	Tisíciny	Desetitísíciny
		1	2	9	,	8	1	2	
*			2	3	,				
První		3	8	9		4	3	6	
Druhé	2	5	9	6		2	4		
Výsledek	2	9	8	5	,	6	7	6	

Obrázek 8: Násobení desetinného čísla číslem přirozeným

1.5.4.3 Násobení desetinného čísla číslem desetinným

Jedná se o poslední typ násobení desetinných čísel. Postup je téměř stejný jako při násobení desetinného čísla číslem přirozeným. Budeme čísla násobit bez ohledu na desetinnou čárku a u výsledku poté zapíšeme desetinnou čárku podle toho, kolik mají daná čísla desetinných míst dohromady.

Příklad 14

Vynásobte daná desetinná čísla 2,4 a 4,8.

Operace	Stovky	Desítky	Jednotky	Desetinná čárka	Desetiny	Setiny	Tisíciny	Desetitisíciny
			2	,	4			
*			4	,	8			
První		1	9		2			
Druhé		9	6					
Součet	1	1	5		2			
Výsledek		1	1	,	5	2		

Obrázek 9: Násobení desetinného čísla číslem desetinným

Můžeme ukázat i jiný způsob, a to ten, že se zbavíme desetinných míst, vynásobíme daná čísla mezi sebou a poté zapíšeme desetinnou čárku podle toho, kolik mají daná čísla dohromady desetinných míst.

$$2,4 * 10 = 24$$

$$4,8 * 10 = 48$$

Poté můžeme počítat:

$$24 * 48 = 1\ 152$$

Číslo 2,4 má jedno desetinné místo a číslo 4,8 také. Celkový součet desetinných míst je dvě, proto konečný a správný výsledek je 11,52.

Žáci budou ze začátku hodně chybovat. Budou se nejčastěji objevovat chyby, kdy nesečtou desetinná místa obou čísel a pouze udělají stejný počet desetinných míst, jako má jedno z těchto čísel, a proto je velice důležité věnovat čas důkladnému procvičení. Myslím si, že všeobecně i velká část lidské populace by dané příklady bez kalkulačky správně nevypočítala.

1.5.5 Dělení desetinných čísel

1.5.5.1 Dělení desetinného čísla 10; 100; 1 000

Podobně jako u násobení desetinného čísla se prvně seznámíme s dělením desetinného čísla 10; 100; 1 000 atd. U násobení jsme desetinnou čárku posouvali doprava podle toho, jestli jsme násobili 10; 100; 1 000 atd. U dělení naopak posouváme desetinnou čárku doleva. Opět záleží na tom, jestli dělíme 10; 100; 1 000 atd. Posouváme je o tolik míst, kolik nul je v děliteli.

Příklad 15

Vydělte dané desetinné číslo 1,28 čísly 10; 100 a 1 000.

$$1,28 : 10 = 0,128$$

$$1,28 : 100 = 0,0128$$

$$1,28 : 1\,000 = 0,00128$$

Většinou dané příklady žákům problémy nedělají a brzy si ho osvojí. V rámci opakování násobení jim ukážeme, že když udělají opak dělení, což je násobení, a vynásobí dané číslo stejným číslem, kterým dělili, dostanou číslo původní.

1.5.5.2 Dělení desetinného čísla číslem přirozeným

Podobně jako u násobení desetinného čísla, i zde žáci ze začátku dosti chybují. Je proto velmi důležité to s nimi řádně procvičit a na případné chyby je důsledně upozornit. Žáci by měli již umět dělit přirozené číslo číslem přirozeným. Lze jim to na jednoduchém příkladu připomenout a poté přejít na dělení desetinného čísla číslem přirozeným.

Příklad 16

Vydělte daná přirozená čísla 148 a 2.

$$248 : 2 = 124$$

$$4$$

$$8$$

$$\text{zb. } 0$$

Příklad 17

Vydělte dané desetinné číslo 28,24 číslem 2.

$$28,24: 2=14,12$$

8

2

4

zb. 0

Můžeme žákům ukázat ještě druhý možný způsob, a to ten, že obě daná čísla vynásobíme číslem podle toho, kolik má desetinné číslo desetinných míst. Pokud obsahuje 1, pak 10, jestliže 2, pak 100, nebo 3 pak musíme násobit 1 000 atd. Ukážeme si na předchozím příkladu.

Příklad 18

Vydělte dané desetinné číslo 28,24 číslem 2.

Naše desetinné číslo má dvě desetinná místa, a proto obě vynásobíme 100.

$$28,24 * 100 = 2\ 824$$

$$2 * 100 = 200$$

Následně přejdeme opět k dělení čísla přirozeného číslem přirozeným.

$$2824: 200 = 14,12$$

824

24 – nejde již dělit 200, tak abychom dostali celé číslo, a proto uděláme desetinnou čárku.

240 – tím pádem si dopíšeme jednu 0 a můžeme pokračovat dále.

40 – opět nejde dělit 200, a proto si opět dopíšeme jednu 0.

400

zb. 0

Postup, kdy jsme jak desetinné číslo, tak číslo přirozené násobili číslem stejným, v tomhle případě 100, můžeme žákům vysvětlit následovně.

Příklad 19

Vydělte následující čísla.

$$8 : 4 = 2$$

$$80 : 40 = 2$$

$$800 : 400 = 2$$

$$8\ 000 : 4\ 000 = 2$$

Jak se žáci sami přesvědčí, pokud vynásobíme obě čísla číslem stejným, výsledek se nezmění. Žáci dané pravidlo většinou chápou a snadno ho přijmou. Ideální je, aby na dané tvrzení přišli sami.

1.5.5.3 Dělení desetinného čísla číslem desetinným

Dostáváme se ke zřejmě nejobtížnější dosavadní látce, kterou jsme probrali. Je velmi důležité dané učivo řádně probrat a procvičit. Dané příklady řešíme tím, že příklady převádíme na typ dělení desetinného čísla číslem přirozeným nebo dělení přirozeného čísla číslem přirozeným. Využijeme vlastně toho, co jsme si již řekli v předchozí kapitole.

Příklad 20

Vydělte daná desetinná čísla 14,82 a 0,2.

Postupujeme tak, jak jsem již dříve uvedl, daný příklad si převedeme na dělení desetinného čísla číslem přirozeným. Potřebujeme z 0,2 udělat číslo přirozené neboli číslo 2. Dané číslo vytvoříme tak, že číslo 0,2 vynásobíme číslem 10. Musíme si dát ale pozor, protože číslem 10 musíme vynásobit obě čísla, nejen to druhé. Náš příklad proto bude vypadat následovně:

$$14,82 * 10 = 148,2$$

$$0,2 * 10 = 2$$

$$148,2 : 2 = 74,1$$

8

2

zb. 0

Příklad 21

Vypočítejte následující příklad $5,186 : 0,32$ na tři desetinná místa.

Příklad si převedeme na dělení přirozeným číslem. V děliteli máme dvě desetinná místa, a proto obě čísla vynásobíme číslem 100.

$$5,186 : 0,32 = / *100$$

$$518,6 : 32 = 16,206 \text{ zb. } 0,00008$$

198

6,6 – Překročili jsme v dělení desetinnou čárku, a proto ji musíme zapsat i do výsledku.

Počítáme dále, a to jako $66 : 32$.

20 – Máme počítat na tři desetinná místa, a proto k číslu 2 připíšeme 0. Bohužel

32 se do 20 nevejde ani jednou, a proto do výsledku napíšeme 0 a ke 20

připíšeme další.

200

8 – Máme výsledek se třemi desetinnými místy. Dále již nedělíme a zapíšeme zbytek.

Většina žáků, kteří umí dělit desetinné číslo číslem desetinným, dokáže správně vypočítat příklad, ale nejednou si nevědí rady s tím, jak správně zapsat zbytek. Objevují se nejčastěji chyby dvojího typu. První a myslím si, že nejčastější chybou je to, že žáci číslo 8 vezmou jako zbytek a vůbec neřeší to, že jsme se již dávno pohybovali za desetinnou čárkou, a tudíž i číslo 8 bude muset být v desetinném čísle. Druhou nejčastější chybou bývá, když si žáci uvědomí, že se pohybujeme za desetinnou čárkou, tak, že správně určí, že se číslo 8 nachází na řádu tisícín, a proto zapíšou zbytek jako 0,008, což je bohužel chybné, protože žáci zapomněli na to, že jsme číslo 0,32 násobili 100, a proto musíme zbytek ještě 100 vydělit. Máme na to takovou menší pomůcku: ve zbytku je tolik desetinných míst, kolik je dohromady ve výsledku a v původním děliteli. V našem případě ve výsledku máme tři desetinná místa a v původním děliteli dvě, tudíž náš zbytek musí mít pět desetinných míst. Myslím si, že díky této pomůcce si to žáci dokážou nejlépe zapamatovat.

1.5.6 Desetinný zlomek

Jak již víme, žáci by měli umět zapsat desetinný zlomek pomocí desetinného čísla a naopak již z pátého ročníku. Desetinný zlomek je zlomek, který má ve jmenovateli číslo 10; 100; 1 000 atd.

Příklad 22

Zapište dané zlomky pomocí desetinného čísla:

$$\frac{3}{10} = 0,3$$

$$\frac{31}{100} = 0,31$$

$\frac{321}{1\ 000} = 0,321$ – Opíšeme čitatele a následně si spočítáme počet 0 ve jmenovateli. V tomto případě se jedná o tři 0, a tudíž odpočítáme zprava tři desetinná místa a uděláme desetinnou čárku. Vzhledem k tomu, že zleva za desetinnou čárkou není žádné číslo, musíme dopsat 0.

Příklad 23

Zapište dané desetinné číslo pomocí zlomku:

$$0,2 = \frac{2}{10}$$

$$0,21 = \frac{21}{100}$$

$0,221 = \frac{221}{1\,000}$ – Postup je velmi podobný. Opíšeme čísla za desetinnou čárkou do čitatele, a co bude ve jmenovateli, o tom rozhoduje počet desetinných míst. V tomhle případě máme tři, a proto ve jmenovateli bude číslo 1 000.

1.5.6.1 Převod zlomku na desetinné číslo

Pokud nemáme desetinný zlomek, máme dvě možnosti, jak postupovat. Buď si daný zlomek převedeme na desetinný zlomek, ale to nebývá vždy možné, a proto pak musíme použít druhou možnost, a to dělení čitatele jmenovatelem, protože zlomková čára představuje operaci dělení.

Příklad 24

Převed'te zlomek $\frac{24}{25}$, $\frac{24}{30}$ na desetinné číslo.

a) převod na desetinný zlomek.

$$\frac{24}{25} = \frac{96}{100} = 0,96$$

b) dělení.

$$24 : 25 = 0,96$$

240

150

zb. 0

$$24 : 30 = 0,8$$

240

zb. 0

1.6 Desetinné číslo v jiných tématech matematiky

Desetinná čísla se projeví i při výuce dalších témat. Na některá z nich se teď podíváme.

1.6.1 Desetinné číslo a převody jednotek

Prvně se podíváme na převody jednotek, kde rozlišujeme dva případy, a to, jestli převádíme z menší jednotky na větší (výsledné číslo se zmenšuje), to znamená, že dané číslo dělíme a desetinná čárka se posouvá vlevo, anebo z větší jednotky na menší (výsledné číslo se zvětšuje) a dané číslo násobíme, desetinná čárka se posouvá vpravo. Dané téma se probírá v šesté třídě.

Vondrová a Žalská (2013, str. 69) ve své studii píše: „*Domníváme se, že převody jednotek jsou obtížné nejen tím, že žáci musí chápat řády a desetinná čísla, ale také tím, že si u každé jednotky musí uvědomit, do jaké třídy patří, tedy zda je mezi po sobě následujícími jednotkami vztah desetinásobku (např. u jednotek délky), stonásobku (jednotky obsahu), tisícínásobku (jednotky objemu), či ještě jiný (šedesátinásobky u jednotek času). Dále si musí uvědomit, zda se zjišťuje násobná jednotka (pak se bude násobit), či dílčí jednotka (pak se bude dělit). Pokud žák souvislosti mezi jednotkami nechápe a snaží se převody jednotek uchopit jen pamětí, pak, když se objeví další nové jednotky, dojde nutně k jejímu zahlcení.*“

Změříme se blíže na jednotky délky.

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$$

Příklad 25

Převeďte 500 mm na a) cm, b) dm a c) m.

Při prvním setkání s převody jednotek je vhodné si desetinnou čárku připsat a za ní pak dopsat 0, která dané číslo nijak nezmění. Postupem času se od toho oprostíme.

a) $500,0 = 50 \text{ cm}$

Převádíme z menší jednotky na větší, a proto budeme dělit. Čím budeme dělit, o tom rozhodují převodní vztahy, v tomto případě $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$, a proto budeme dělit číslem 10. Jak již víme, budeme posouvat desetinnou čárku vlevo. O počtu míst rozhoduje, jestli dělíme 10, 100 nebo 1 000. Jednoduše řečeno, kolik 0 se nachází v děliteli. V našem děliteli je 0 pouze 1, proto posuneme desetinnou čárku o jedno místo vlevo.

$$500,0 : 10 = 50,00$$

b) $500,0 \text{ mm} = 5 \text{ dm}$

Budeme postupovat podobně. Převodní vztah je $1 \text{ dm} = 100 \text{ mm}$, a proto budeme dělit číslem 100. V děliteli se nachází 0 dvakrát, a tak posuneme desetinnou čárku o dvě místa vlevo.

$$500,0 : 100 = 5,000$$

c) $500,0 = 5 \text{ m}$

Převodní vztah je $1 \text{ m} = 1\,000 \text{ mm}$. Počet 0 v děliteli je tři, a proto posuneme desetinnou čárku o tři místa vlevo. Nesmíme za desetinnou čárku připsat 0, protože vlevo pak již žádné číslo nezbude a je potřeba vyjádřit i celou část.

$$500,0 : 1\,000 = 0,500\,0$$

Příklad 26

Převed'te 5 m na a) dm, b) cm a c) mm.

a) $5 \text{ m} = 50 \text{ dm}$

V tomto případě budeme převádět z větší jednotky na menší, a proto budeme násobit. Postup je zcela stejný jako v předchozím případě. Rozdíl bude jen v tom, že tentokrát budeme posouvat desetinnou čárku vpravo, protože číslo budeme zvětšovat. Převodní vztah je $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$, proto budeme násobit číslem 10. V činiteli se nachází 0 pouze 1, a tak desetinnou čárku vpravo posuneme o jedno místo.

$$5,0 * 10 = 50$$

b) $5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$

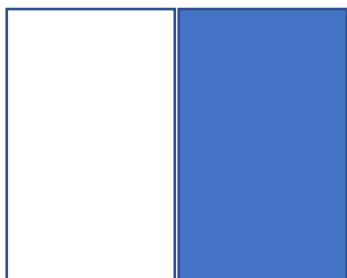
$$5 * 100 = 500$$

c) $5 \text{ m} = 5\,000 \text{ mm}$

$$5 * 1\,000 = 5\,000$$

1.6.2 Desetinné číslo a procenta

Procenta slouží k vyjádření celku stejně jako desetinná čísla a zlomky, dá se tudíž předpokládat, že mezi nimi bude určité propojení. Dané téma se probírá zpravidla v sedmé třídě. Někteří žáci mají s daným tématem problém (Rendl et al., 2015).



Obrázek 10: Vyjádření části celku

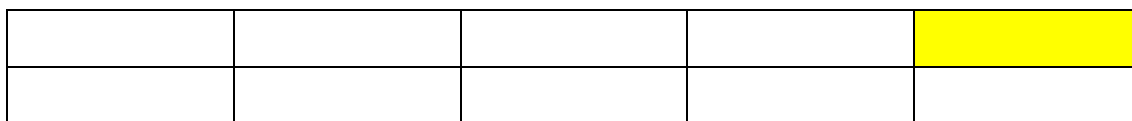
Daný celek můžeme vyjádřit následovně: pomocí desetinného čísla 0,5, pomocí zlomku $\frac{1}{2}$, anebo pomocí procent 50 %.

Název *procento* vychází z latinského *per centum* a znamená děleno stem, setina celku.

Celek = 100 %

Příklad 26

Zapište následující obrázky pomocí desetinného čísla, zlomku a procent.



Obrázek 11: Vyjádření části celku

Nejdříve si jej vyjádříme pomocí zlomku, jako $\frac{1}{10}$.
→ Počet vybarvených dílků
→ Počet dílků celkem

Pomocí desetinného čísla: využijeme toho, že máme desetinný zlomek. Opíšeme číslo v čitateli, což je v našem případě číslo 1. Ve jmenovateli se nachází číslo deset, což znamená, že budeme posouvat desetinnou čárku o jedno místo vlevo a výsledek bude 0,1.

Jako poslední vyjádříme daný obrázek pomocí procent., kde využijeme toho, že procento je jedna setina celku. Díky tomu nám stačí desetinné číslo vynásobit stem. V našem případě $0,1 * 100 = 10 \%$.

Příklad 27



Obrázek 12: Vyjádření části celku

Začneme stejně a vyjádříme daný obrázek pomocí zlomku $\frac{3}{4}$.
 → Počet vybarvených dílků
 → Počet dílků celkem

Pro převod na desetinné číslo bychom opět mohli využít desetinného zlomku, ale museli bychom původní zlomek na něj převést, a proto využijeme tentokrát dělení, protože zlomková čára představuje operaci dělení.

$$3 : 4 = 0,75$$

$$30$$

$$20$$

$$\text{zb. } 0$$

Zápis pomocí procent bude již stejný jako v předchozím případě. Výsledek vynásobíme číslem 100.

$$0,75 * 100 = 75 \%$$

Příklad 28

Vyjádřete 80 % pomocí zlomku, desetinného čísla a obrázku.

Začneme nejdříve vyjádřením pomocí desetinného čísla, kde tentokrát 80 % vydělíme číslem 100. $80 : 100 = 0,8$

Pomocí zlomku to bude teď velmi jednoduché. Opíšeme do čitatele 8, a jelikož máme pouze jedno desetinné místo, do jmenovatele napíšeme číslo 10. Výsledný zlomek vypadá následovně: $\frac{8}{10}$.

Vyjádření pomocí obrázku bude díky zlomku již velmi jednoduché. Jmenovatel vyjadřuje počet dílků celkem, kdežto číselník počet vybarvených dílků.

Obrázek 13: Vyjádření části celku

1.6.3 Racionální čísla

Racionální číslo je číslo, která lze zapsat jako podíl dvou celých čísel, tj. ve tvaru zlomku.

Definice:

Racionální čísla jsou tedy čísla, která lze vyjádřit v daném poměru, tj. jako podíl dvou celých čísel, z nichž dělenec nesmí být roven nule.

$$\frac{a}{b} \quad a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$$

Dané téma se probírá v sedmé třídě, kdy se žáci učí jednotlivé početní operace se zlomky. V tématu se objevují také desetinná čísla, kdy se žáci opět s nimi setkávají. Mají za úkol zlomky vyjadřovat pomocí desetinného čísla a naopak, nebo součet dvou čísel, kdy jedno je zadáno pomocí desetinného čísla a druhé pomocí zlomku atd. Při počítání s racionálními čísly se žáci dopouští velkého počtu chyb (Rendl et al., 2015).

Rendl et al. (2015, str. 189) ve své studii píše: „S tím souvisí také to, že ekvivalence různých vyjádření téže velikosti zlomku se pro žáky nestává samozřejmostí ani po probrání učiva. Jako poukázání na potíže s konceptuální znalostí zlomků je možné chápat žákovské nepochopení jiné funkce zlomku, než je vztah části a celku. Učitelé zmiňovali špatné pochopení funkce zlomku jednak jako podílu (resp. ekvivalentu operace dělení), jednak jako čísla. V tomto ohledu tedy jsou vyjádření učitelů velmi podobná tomu, co uvádí zahraniční odborná literatura. S konceptuálním porozuměním dále souvisí absence představy o vztahu mezi zlomky a desetinnými čísly, když někteří žáci řeší převod zlomku na desetinné číslo spíše jako jakousi „skládanku“ číslic – např. $8/100 = 8,100$.“

Příklad 29

Vypočítejte:

$$0,25 + \frac{2}{10}$$

Máme dvě možnosti. Jednou z nich je, že desetinné číslo převede na zlomek, u druhé možnosti zlomek převedeme na desetinné číslo.

a) převod desetinného čísla na zlomek

Postup tu již byl vysvětlen.

$$0,25 = \frac{25}{100}$$

Dostaneme se tím k příkladu, kdy máme sečíst dva zlomky. Potřebujeme najít společného jmenovatele obou zlomků, což je v našem případě číslo 100. Společný jmenovatel je nejmenší celé číslo, kterým lze oba jmenovatele vydělit.

$$\frac{25}{100} + \frac{2}{10} = \frac{25+20}{100} = \frac{45}{100} = 0,45$$

b) převedeme zlomek na desetinné číslo

Postup tu již byl také vysvětlen.

$$\frac{2}{10} = 0,2$$

$$0,25 + 0,2 = 0,45$$

Žákům největší problémy působí nalezení společného jmenovatele dvou zlomků, proto si myslím, že pro některé je lepší si to převádět na desetinná čísla. Se zlomky se dále hodně počítá při řešení rovnic.

2 Praktická část

2.1 Concept Cartoons

Jedná se o metodu, která má za úkol ověřit pochopení dané látky studenty. Rozdíl mezi normálním testováním a právě touto metodou spočívá zejména v tom, že při klasických testech většinou studenti dostanou konkrétní příklady, které mají za úkol vypočítat. Díky těmto testům jsme schopni zjistit, jestli studenti dané příklady jsou schopni vypočítat, nebo naopak ne. Nedokážeme ale zjistit, jestli studenti danému tématu rozumí konceptuálně. K tomu nám právě slouží zmíněný Concept Cartoons. Danou metodu vymysleli Brenda Keogh a Stuart Naylor v roce 1991. U nás se touto metodou nejvíce zabývá Libuše Samková, která vydala svou vlastní publikaci Metoda Concept Cartoons. Prvně se Concept Cartoons využíval v přírodovědných předmětech, a to zejména ve fyzice. V tuzemsku jsme se s touto metodou seznámili hlavně díky Edu van den Bergrovi, který zde měl několik odborných přednášek o využití dané metody při laboratorních pracích (Samková, 2020). Na něj pak navázala Eva Hejnová (2014) publikací o využití Concept Cartoons v hodinách fyziky.



Obrázek 14: Použití prvních Conceptů Cartoons (obrázek převzat z Keogh a Naylor, 2010, č. 3.2), vlastní překlad

Samková (2020, str. 10) uvádí: „*Název výukové pomůcky je poněkud nepřesný, anglické slovo cartoon se používá pro kreslený vtíp nebo obrázkový seriál, ale Concept Cartoons nejsou vtípy ani seriály – jsou to samostatné, na sobě nezávislé kreslené obrázky. Každý Concept Cartoon vždy znázorňuje situaci více či méně se vztahující k probíranému učivu a několik dětí, které na tuto situaci reagují prostřednictvím bublinového rozhovoru. V bublinách se objevují různé alternativní názory na zobrazenou situaci; některé jsou správné, jiné nesprávné, u některých může být správnost nejasná nebo podmíněná určitými okolnostmi, které na obrázku nejsou uvedeny. Texty v bublinách jsou stručné, neformálně vyjádřené, používají jednoduchou slovní zásobu. Bublina vlevo nahoře bývá považována za ‚první‘, obvykle je v ní přesněji specifikován problém, který děti diskutují. Jedna z dolních bublin může obsahovat místo textu jen otazník jako zdůraznění toho, že mohou existovat i jiné názory, na obrázku dosud neuvedené.*“

2.1.1 Výhody a nevýhody

Jako hlavní nevýhodu této metody vidím tu, že při prvních pokusech nemusí přinést očekávaný efekt. Žáci na ni nejsou zvyklí a nemusejí si s tím vědět rady. Může se proto stát, že odpovědi žáků budou často vágní. Sám jsem si ověřil, že výsledky u prvního pokusu nebyly příliš optimální. Při dalších pokusech ale už žáci věděli, co mají dělat, výsledky podle toho také vypadali, a podařilo se mi nasbírat velmi cenná data. Kromě toho, že máme možnost si ověřit konceptuální porozumění dané látce, vidím výhodu i v tom, že je to pro žáky něco nového a svojí vizualizací je jim to bližší než klasický test. Mají možnost se více nad danou problematikou zamyslet. Rozvíjí dovednosti formulovat názory a zdůvodňovat argumenty. Žáci mají možnost vyjádřit své vlastní názory. Neměli by se bát chybovat, protože se nejedná o jejich názory, ale o názory jiných. Učí se diskutovat, kdy se snaží obhájit svoji myšlenku a svůj vlastní názor. V úlohách se objevují otázky, se kterými se žáci ještě nesečkali, a mají možnost zkoumat různé pohledy na danou problematiku. V dnešní době technologií se dá přejít i k formě interaktivních obrázků.

2.2 Vytvoření vlastního Conceptu Cartoons

Nejdůležitější částí diplomových prací bývá část praktická, a proto jsem se dlouho rozhodoval, jakou metodu zvolím. Nejdříve jsem si myslel, že bude vhodné využít k šetření nejrůznější testy. Postupem času jsem ale došel k názoru, že „obyčejný test“ toho moc nevypráví. Dokáže nám jen říct, jak je zrovna daný žák schopen spočítat jednotlivé příklady, a na základě toho jsme zase my schopni ho ohodnotit známkou. Nedokáže nám již ale říct, jak daný žák přemýšlí, jakou cestou k danému výsledku dospěl, ale přesně takové informace jsou pro nás mnohdy nejdůležitější.

Od pana vedoucího mé diplomové práce jsem se právě dozvěděl o metodě Concept Cartoons. Nejdříve jsem si o této metodě něco nastudoval a zjistil jsem, že je to přesně to, co jsem hledal. Concepty Cartoons nám ukáže, jak jednotliví žáci nad danými problémy přemýšlí a jak je následně dokáží vyřešit. Otevírá nám to možnost následně se získanými informacemi pracovat a můžeme se tak vracet k jádru problému. Umožní nám i pro další ročníky vymyslet nové strategie výuky a výkladu.

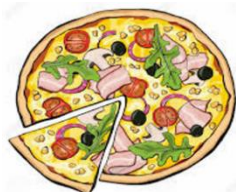
V následující části najdete celkem 2 Concepty Cartoons rozdělené do tří částí. Jednotlivé Concepty Cartoons jsem sám vyzkoušel. První jsem nechal vypracovat žáky šesté, sedmé a osmé třídy, druhý již pouze v šestém ročníku. V šesté třídě vypracovalo dané Concepty Cartoons 15 žáků, v sedmé 8 a v deváté 7 žáků. Bohužel nízký počet žáků byl ovlivněn situací kolem covidu-19.

Jednotlivý Concept Cartoons žáci vypracovávali celou vyučovací hodinu. Ze začátku měli tendenci se dost ptát, jestli to mají takhle správně, nebo jestli to mají udělat jinak. To bylo pochopitelné, jelikož na takovou formu testování ještě nenarazili. Tento problém jsem vyřešil tak, že jsem žákům ukázal možnost řešení jedné z bublin s dodatkem, že pravdivost není zaručena, ale že podobně by měli o dané problematice přemýšlet i oni.

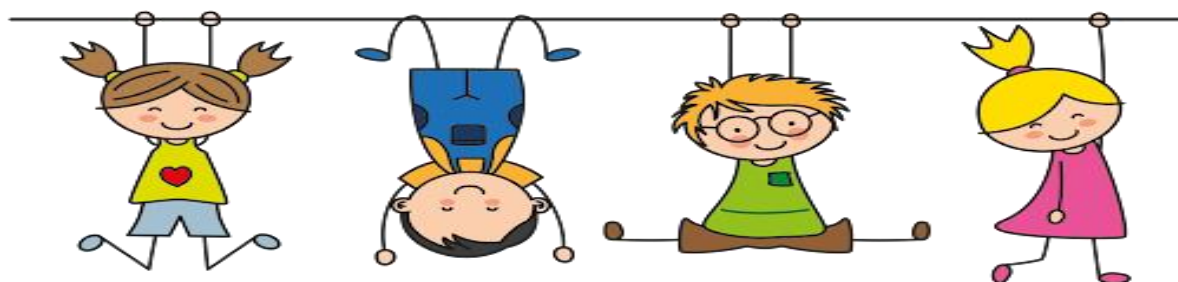
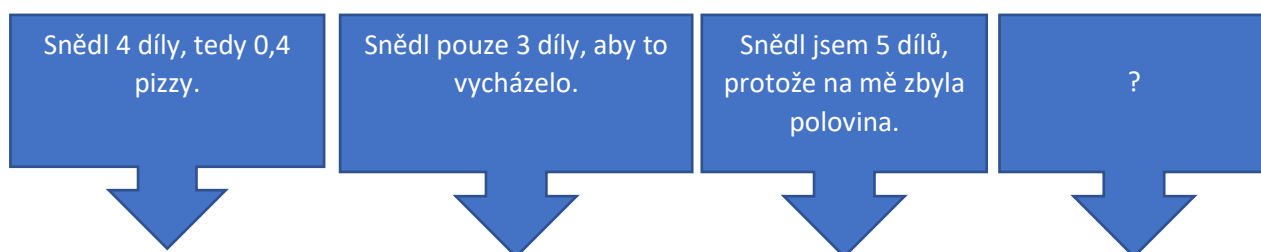
První část Conceptu Cartoons má prověřit schopnost žáků zapisovat celek pomocí zlomku a desetinného čísla. Druhá část má za cíl ověřit znalosti žáků v oblasti zaokrouhlování desetinných čísel a třetí část jsem založil na další ze základních operací, a to na sčítání desetinných čísel. V první části druhého Conceptu Cartoons jsem testoval žáky na násobení desetinného čísla číslem deset. V druhé části jsem opět testoval sčítání desetinných čísel, ale z jiného pohledu. Mělo se ukázat, jaký algoritmus žáci při sčítání

používají. Poslední část měla za cíl prověřit schopnost žáků dělit desetinné číslo číslem sto.

2.2.1 První část prvního Conceptu Cartoons v 6. třídě



Na večeři se sešli Pavel, Anička, Tomáš a Lucka. K jídlu si dali pizzu rozkrájenou na 8 stejně velkých dílů. Lucka snědla jeden díl, Anička také jeden a Tomáš dva díly. Pavel snědl zbytek, jaká část pizzy to byla?



Anička

Tomáš

Pavel

Lucka

Mají děti pravdu? Co by měla říct Lucka?

Jméno	Ano a proč?	Ne a proč?
Anička		
Tomáš		
Pavel		
Lucka		

Mým cílem bylo zjistit, jak žáci chápou převod desetinného čísla na zlomek a naopak, a jestli umí vyjádřit část nějakého celku pomocí zlomku. Výsledky jsem následně zpracoval do tabulky a grafu. Určil jsem si sedm kategorií, podle kterých jsem hodnotil jednotlivé odpovědi.

První výrok (O1): „Snědl 4 díly, tedy 0,4 pizzy.“

U prvního výroku bylo cílem zjistit, jak žáci vnímají rozdělení celku na části, a jeho následné vyjádření pomocí desetinného čísla.

Správná odpověď: S daným výrokiem nesouhlasím, protože 4 díly je přesně polovina z 8 dílů, a proto to musí být 0,5 pizzy.

Druhý výrok (O2): „Snědl pouze 3 díly, aby to vycházelo.“

Následující výrok měl za cíl zjistit, jak žáci umí pracovat s textem. Zdali dokážou správně rozeznat podstatné informace a následně s nimi pracovat.

Správná odpověď: S daným výrokiem nesouhlasím. Ostatní děti snědly dohromady 4 díly, a kdyby Pavel snědl pouze 3 díly, tak by nám 1 díl zbyl.

Třetí výrok (O3): „Snědl jsem 5 dílů, protože na mě zbyla polovina.“

Podstatou výroku bylo, jak žáci dokážou rozdělit celek na části, a jeho následné vyjádření.

Správná odpověď: S daným výrokiem nesouhlasím. Polovina z 8 dílů jsou 4 díly, a ne 5.

Čtvrtý výrok (O4): Otazník (vlastní názor na danou situaci žáků.).

Čtvrtý výrok měl ukázat, jak žáci celou zadanou situaci pochopili. Měli za úkol následně vyjádřit svoje řešení daného problému.

Správná odpověď: Ostatní děti snědly 4 díly, a tak na Pavla zbyly také 4 díly, což je polovina pizzy.

Legenda:

- 0 Bez odpovědi.
- 1 Vágní odpověď, nepochopení.
- 2 Souhlas, bez dalšího komentáře.
- 3 Nesouhlas, bez dalšího komentáře.
- 4 Správné řešení (jen číslo).
- 5 Správné řešení s vysvětlením.
- 6 Nesouhlas se špatným argumentem.
- 7 Neúplné zdůvodnění.

Tabulka 1: Odpovědi žáků na první část prvního Conceptu Cartoons

ID	O1	O2	O3	O4
1	6	5	5	5
2	5	5	5	5
3	5	5	5	4
4	4	5	3	5
5	0	0	0	5
6	1	1	3	1
7	5	5	5	0
8	5	5	5	5
9	1	1	1	4
10	6	3	3	0
11	4	1	1	1
12	4	3	3	0
13	4	3	3	4
14	5	5	5	5
15	5	5	5	5

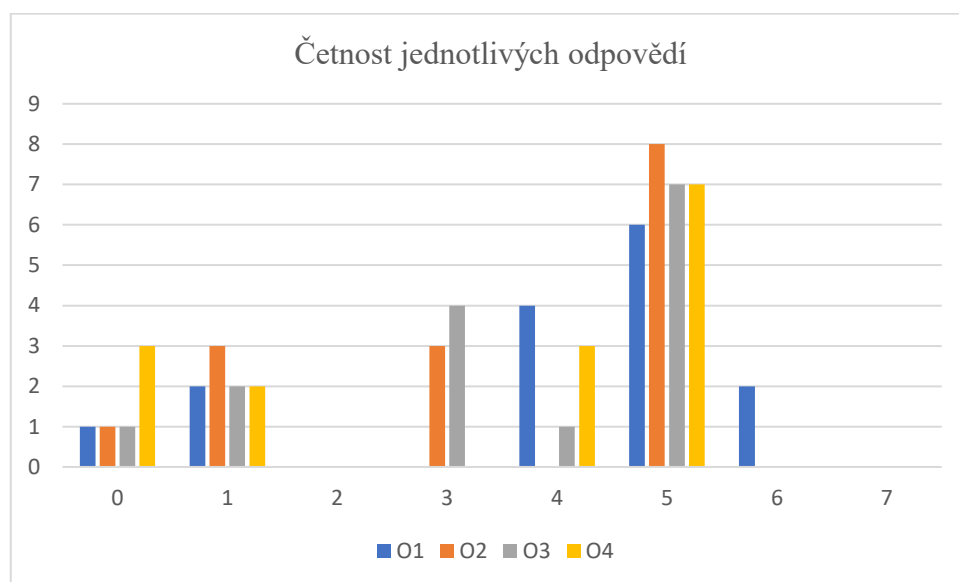
Na začátku si žáci museli spočítat, kolik dílků pizzy zůstalo na Pavla. S tímto neměl nikdo z nich problém. Jak je vidět z tabulky, většina žáků dokázala správně vyřešit první výrok. Někteří žáci špatně pochopili zadání a odpovídali vždy počtem, kolik snědlo dané dítě, které říkalo konkrétní výrok. Například „Anička snědla 1 kousek pizzy“. Do kategorie správné řešení (jen číslo) spadaly odpovědi „Ne, protože 0,4 nejsou 4 díly“, „Ne, snědl 0,5“. Nejvíce žáků dokázalo použít argument. Jejich odpovědi byly typu „0,4 není polovina pizzy“, „Ne, protože 0,4 nejsou 4 díly“. Došlo zde i k nesouhlasům se špatným argumentem: „Protože 0,4 jsou dva díly“, „Ne, protože nemá 4 díly“.

S druhým výrokem většina žáků problém také neměla. Nejčastější jejich odpověď byla $3 + 4 = 7$, to není 8. Objevily se i vágní odpovědi typu: „Neumí počítat“, „Vrať se do školy a nauč se počítat“.

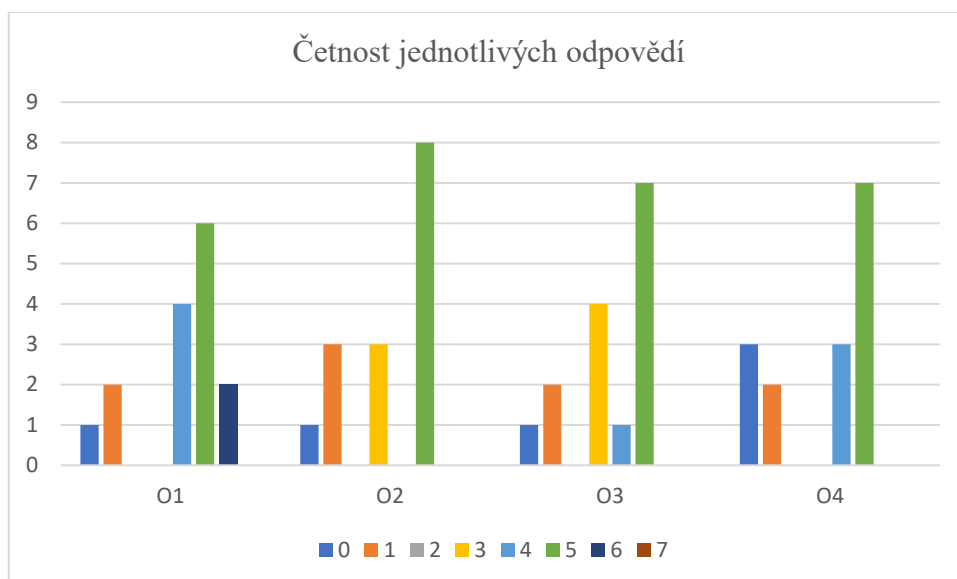
Třetí výrok vyřešila opět většina správně. Někteří pouze vyjádřili svůj nesouhlas, jeden žák uvedl pouze, že $0,5 \neq \frac{1}{2}$. Většina žáků ale uvedla: „Nesouhlasím, protože $\frac{1}{2}$ z 8 jsou 4, a ne 5.“

Se čtvrtým výrokem byl největší problém. Žáci neuměli vyjádřit svůj vlastní názor. Tři z nich nedokázali odpovědět, čtyři uvedli pouze „Snědl 4 díly“ nebo „Snědl půlku pizzy“. Nejčastější správnou odpovědí bylo „Snědl 4 díly, a to je přesně $\frac{1}{2}$ pizzy“.

Graf 1: Četnost jednotlivých odpovědí



Graf 2: Četnost jednotlivých odpovědí



Jak je vidět z grafu četnosti, největší problém žákům dělala poslední bublina, kde se nachází otazník. Měli problém vyjádřit svůj vlastní názor. Nejlépe dopadl výrok druhý. Ani jeden ze žáků nevyjádřil svůj souhlas s některým z výroků, což je správné, jelikož všechny výroky byly chybné. U třetího výroku se oproti ostatním častěji vyskytoval jen nesouhlas, což byla správná odpověď, ale méně než polovina žáků dokázala použít argument, proč to tak není. U prvního se dvakrát objevil nesouhlas se špatným argumentem.

Lze vyvodit závěr, že někteří žáci mají problém vyjádřit nějaký celek pomocí zlomku či desetinného čísla. Po zjištění problému jsem se k danému tématu vrátil a zkusil zařadit do opakování didaktické hry. Zvolil jsem pexeso a kvarteto (popis viz didaktické hry). Zvolená metoda přinesla úspěch, který se následně projevil ve čtvrtletní práci, kdy úspěšnost při řešení daných příkladů byla 93,33%. Žáci měli hlavně díky kvartetu možnost vidět souvislosti mezi zlomky, desetinnými čísly, procenty a obrázky.

2.2.2 Druhá část prvního Conceptu Cartoons v 6. třídě

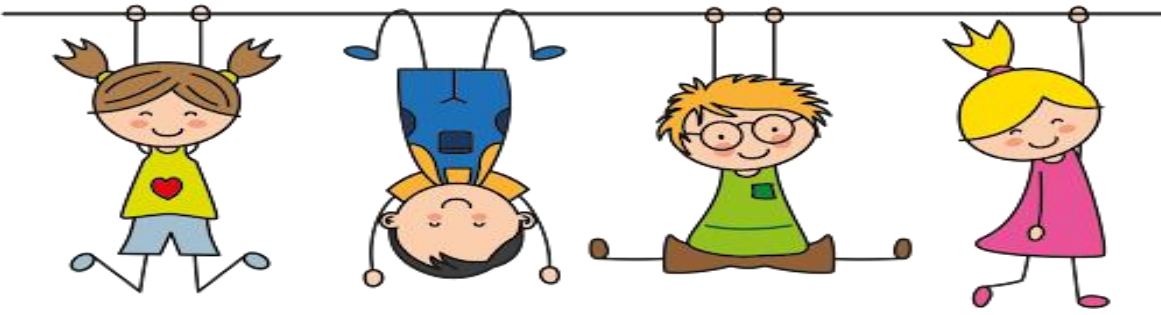
Anička, Tomáš, Pavel a Lucka soutěžili ve sběru papíru. Anička donesla 20,6 kg, Tomáš 20,06 kg, Pavel 20,769 kg a Lucka 21,01 kg papíru. Které z dětí doneslo nejvíce papíru a vyhrálo?

Vyhrál Pavel,
protože tam má
nejvíce čísel.

Anička prohrála,
protože má
nejméně čísel.

Já si myslím, že Pavel nevyhrál, protože
na řádu desetín má číslo 4 a to je menší
než u Aničky, která tam má číslo 6.
Proto vyhrála Anička

Já si myslím, že Anička
a Tomáš mají stejně,
protože $20,6 = 20,06$



Anička

Tomáš

Pavel

Lucka

Mají děti pravdu?

Jméno	Ano a proč?	Ne a proč?
Anička		
Tomáš		
Pavel		
Lucka		

Cílem je ověřit znalost jednodlitých řádů desetinných čísel a jejich porovnávání. Opět jsem pro lepší přehlednost vytvořil tabulku a graf.

První výrok (O5): „Vyhrál Pavel, protože tam má nejvíce čísel.“

Cílem bylo zjistit, jak žáci vnímají desetinnou část a jestli mají tendenci se rozhodovat podle počtu čísel.

Správná odpověď: Pavel nevyhrál, protože na počtu čísel nezáleží. Musíme postupně porovnávat čísla zleva doprava.

Druhý výrok (O6): „Anička prohrála, protože má nejméně čísel.“

Cíl byl stejný jako v předchozím výroku, jen s tím rozdílem, že zde bylo čísel nejméně.

Správná odpověď: Anička neprohrála, jelikož opět na počtu čísel nezáleží, a navíc Tomáš donesl méně než Anička.

Třetí výrok (O7): „Já si myslím, že Pavel nevyhrál, protože na řádu desetín má číslo 4, a to je menší než u Aničky, která tam má číslo 6. Proto vyhrála Anička.“

Cílem bylo zjistit, jak se žáci dokážou orientovat v jednotlivých řádech.

Správná odpověď: S daným výrokiem nesouhlasím. Pavel má na řádu desetín číslo 7, a ne číslo 4, tudíž přinesl více papíru než Anička, ale oba donesli méně než Lucka, která vyhrála.

Čtvrtý výrok (O8): „Já si myslím, že Anička a Tomáš mají stejně, protože $20,6 = 20,06$.“

Správná odpověď: Nemají stejně, Anička má na místě desetín číslo 6, které je větší než 0 u Tomáše.

Daný výrok měl za cíl zjistit, jak žáci přemýšlí u zaokrouhlování čísel, jestli postupují správně zleva doprava, nebo jestli 0 berou jako bezpředmětnou a považují pak obě čísla za sobě rovna.

Legenda:

- 0 Bez odpovědi.
- 1 Vágní odpověď, nepochopení
- 2 Souhlas, bez dalšího komentáře.
- 3 Nesouhlas, bez dalšího komentáře.
- 4 Správné řešení (jen číslo).
- 5 Správné řešení s vysvětlením.
- 6 Nesouhlas se špatným argumentem.
- 7 Neúplné zdůvodnění.

Tabulka 2: Odpovědi žáků na druhou část prvního Conceptu Cartoons

ID	O5	O6	O7	O8
1	5	5	5	5
2	4	4	4	4
3	5	5	5	4
4	5	5	5	5
5	1	6	5	1
6	3	5	5	4
7	3	3	5	4
8	5	5	5	4
9	1	1	4	2
10	3	3	2	2
11	1	1	0	4
12	5	5	3	4
13	5	5	5	4
14	5	5	5	5
15	7	1	4	4

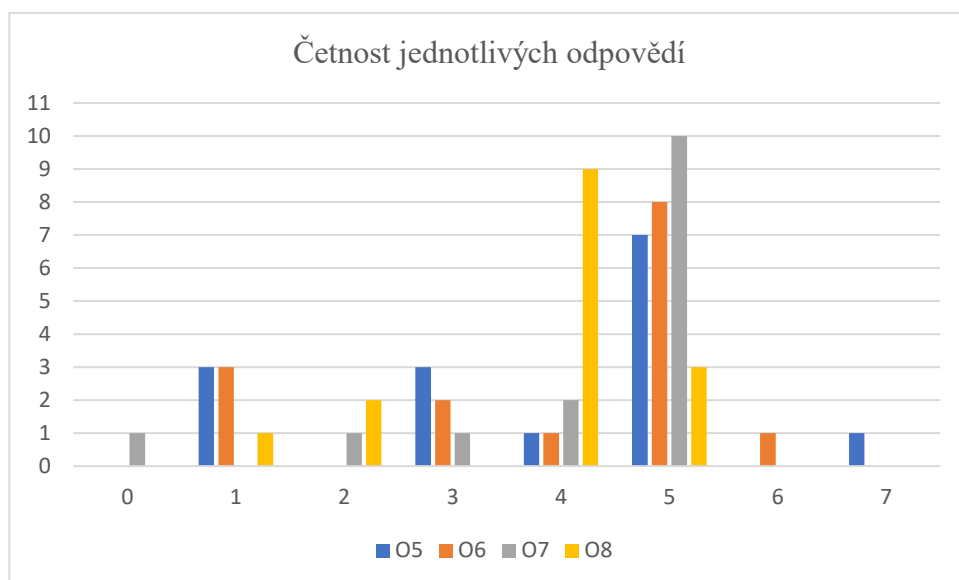
U prvního výroku jsem se snažil žáky zmást tím, že čím více řádů v čísle je, tím je větší. Opět někteří žáci odpovídali na dané dítě, a ne na daný výrok. Jedna z odpovědí zněla: „Ne, měla asi o 769 kg méně.“ Správně odpovědět, že na počtu čísel nezáleží, dokázalo méně než polovina žáků. Jinak nikdo s daným výrokiem nesouhlasil a nepovažoval ho za správný.

Druhý výrok měl stejný charakter. Žáci si s ním poradili velice podobně jako s prvním. Jeden žák vyslovil svůj nesouhlas, ale jeho odpověď byla: „Anička má víc papíru, jak Pavel.“ Což je zcela špatný argument, protože Pavel má více než Anička.

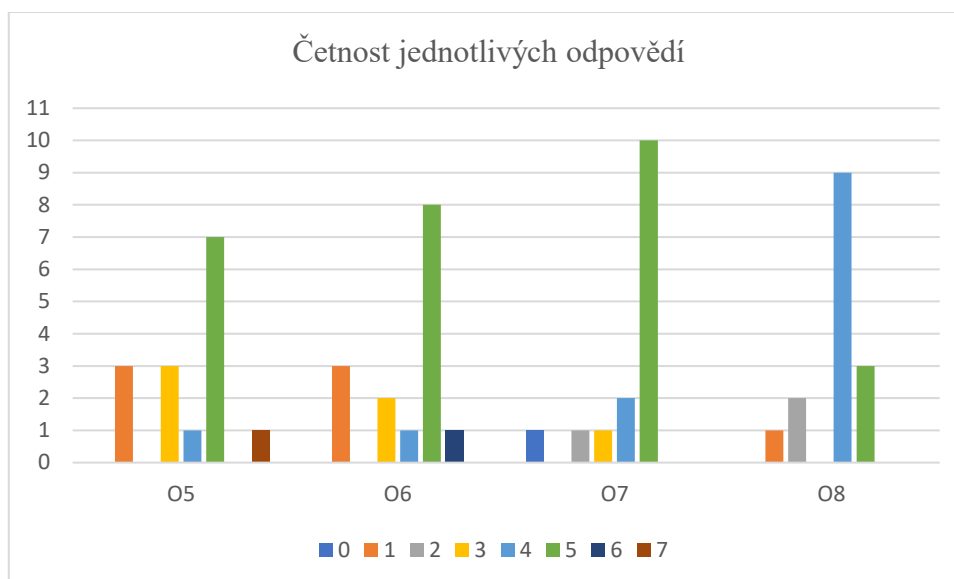
Třetí výrok měl za úkol ověřit, jak žáci umí jednotlivé řády desetinných čísel. S tím to výrokem většina žáků problém neměla. Nejčastěji žáci odpovídali: „Ne, protože na řádu desetin má číslo 7; 20,769 je větší než 20,6.“ Dva žáci vyslovili nesouhlas a připsali, že vyhrála Lucka.

Čtvrtý výrok přinesl velmi zajímavé odpovědi. Objevily se dokonce i souhlasné, z čehož je zřejmé, že daní žáci mají problém se zaokrouhlováním. Podle dat z minulého výroku je vidět, že jeden žák má problém s rozlišením řádů, a tudíž má i problém pak zaokrouhlovat. Většina žáků pouze uvedla výsledek, které číslo je větší. Pouze dva žáci dokázali napsat argument: „20,6 je větší, protože dané číslo má na řádu desetin 6 a ta je větší než 0 u čísla 20,06.“

Graf 3: Četnost jednotlivých odpovědí



Graf 4: Četnost jednotlivých odpovědí



Jak je vidět z grafu, nejlépe se žáci vypořádali se třetím výrokem, nejhůře naopak se čtvrtým. U prvního výroku se objevilo neúplné zdůvodnění, kdy žákyně odpověděla „Nesouhlas“ a jako argument použila „Čísla za desetinnou čárkou jsou nevýznamná“. Na první pohled se to může zdát jako chybné myšlení, ale výrok zněl „Vyhrál Pavel, protože tam má nejvíce čísel“. Žákyně se nejspíš podívala na všechna čísla, co jsou v zadání, a došla k závěru, že v tomto případě jsou čísla u Pavla za desetinnou čárkou nevýznamná, protože Pavel má 20 kg a Lucka 21 kg, a tudíž Pavel jednoznačně vyhrát nemohl. U čtvrtého výroku se objevily dvě souhlasné čili nesprávné odpovědi. U posledního výroku se nejčastěji objevovalo jen vypočítání příkladu bez nějakého argumentu, který dokázali použít pouze tři žáci.

Z tabulky a grafů dojdeme k závěru, že někteří žáci mají problémy s porovnáváním čísel. Problém vidím i v tom, že žáci mají potíže s porozuměním textu a jeho správným pochopením. Což se vlastně projevilo u prvních tří výroků, které měly za úkol žáky zmást, což se bohužel u některých povedlo. Pro lepší procvičení bych napříště doporučil zařadit práci s váhou a různými tělesy. Myslím si, že když žáci si to budou moci nejdříve osahat a odhadnout hmotnost, a následně přesnou určit pomocí váhy, pak by jim to mohlo lépe pomoci pochopit porovnávání desetinných čísel. Ze začátku by bylo vhodné volit tělesa s větším rozdílem hmotností, tak aby dokázali rozeznat sami při potězkání, které těleso je těžší, a postupně rozdíl zmenšovat.

2.2.3 Třetí část prvního Conceptu Cartoons v 6. třídě





Anička, Tomáš, Pavel a Lucka jdou do obchodu. Rohlík stojí 1,9 Kč, houska 3,9 Kč, mléko 25,7 Kč, máslo 37,4 Kč, salám 18,7 Kč, limonáda 15,9 Kč, čokoláda 24,8 Kč. Anička koupila 10 rohlíků, mléko a máslo. Tomáš koupil 5 rohlíků, 5 housek, salám, máslo a limonádu. Pavel koupil 5 rohlíků, 5 housek, mléko, salám a limonádu. Lucka koupila mléko, máslo, limonádu a čokoládu. Kdo z dětí zaplatil nejvíce?

Já si myslím, že Pavel zaplatil nejvíce, protože má nejvíce věcí.

Já si naopak, myslím, že nejméně zaplatila Lucka, protože má nejméně věcí.

Podle mě Tomáš a Pavel zaplatí stejně, protože mají stejný počet věcí.

Já bych, řekla, že nejvíce zaplatí Anička, protože za 10 rohlíků zaplatí 190 Kč

Anička
Tomáš
Pavel
Lucka

Mají děti pravdu?

Jméno	Ano a proč?	Ne a proč?
Anička		
Tomáš		
Pavel		
Lucka		

Cílem je zjistit, jak žáci umí pracovat s větším množstvím informací. Úloha je založena na sčítání desetinných čísel a úsudku.

První výrok (O9): „Já si myslím, že Pavel zaplatil nejvíce, protože má nejvíce věcí.“

Cílem bylo zjistit, nakolik se nechají žáci ovlivnit. Jestli si dokážou uvědomit, že můžeme mít pouze jednu věc, přitom zaplatíme mnohem více, než když koupíme hodně levných věcí.

Správná odpověď: Na počtu věcí v žádném případě nezáleží, mohu mít například jednu věc televizi, která stojí poměrně dost peněz, a oproti tomu mohu mít dost drobných věcí, které stojí málo.

Druhý výrok (O10): „Já si naopak myslím, že nejméně zaplatila Lucka, protože má nejméně věcí.“

Daný výrok měl stejný cíl jako předchozí, jen místo více věcí řeší méně věcí.

Správná odpověď: Stejně jako v předchozím případě. Na počtu věcí nezáleží.

Třetí výrok (O11): „Podle mě Tomáš a Pavel zaplatí stejně, protože mají stejný počet věcí.“

Jako poslední možnost máme, když se počet položek rovná. Cíl byl stejný jako v předchozích dvou.

Správná odpověď: Nezáleží na počtu věcí, ale na celkové ceně, kterou za dané věci zaplatí.

Čtvrtý výrok (O12): „Já bych řekla, že nejvíce zaplatí Anička, protože za 10 rohlíků zaplatí 190 Kč.“

Daný výrok měl za úkol ověřit, jak žáci ovládají násobení desetinného čísla čísly 10; 100; 1 000 atd.

Správná odpověď: Při násobení deseti se desetinná čárka posouvá o jedno místo doprava, a ne o dvě. V tomhle případě by platila za 100 rohlíků.

Legenda:

- 0 Bez odpovědi.
- 1 Vágní odpověď, nepochopení.
- 2 Souhlas, bez dalšího komentáře.
- 3 Nesouhlas, bez dalšího komentáře.
- 4 Správné řešení (jen číslo).
- 5 Správné řešení s vysvětlením.
- 6 Nesouhlas se špatným argumentem.
- 7 Neúplné zdůvodnění.

Tabulka 3: Odpovědi žáků na třetí část prvního Conceptu Cartoons

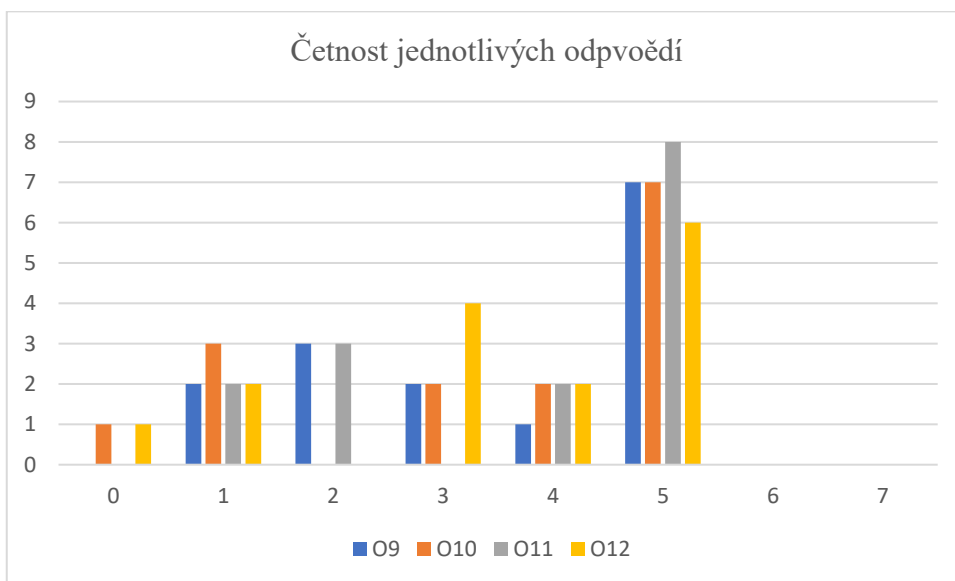
ID	O9	O10	O11	O12
1	5	5	5	5
2	4	4	4	4
3	5	5	2	5
4	5	5	5	5
5	1	1	1	1
6	2	1	5	3
7	5	5	5	4
8	2	4	4	4
9	1	1	1	1
10	2	0	2	0
11	3	3	2	3
12	5	5	5	3
13	3	3	5	3
14	5	5	5	5
15	5	5	5	5

Většina žáků nejprve provedla jednotlivé výpočty nákupů. První tři výroky byly založeny na stejném principu. Jak je vidět z tabulky, pokud žák správně odpověděl na první výrok, dokázal to praktikovat i u druhého. Žáci používali jako správný argument, že na počtu věcí nezáleží. Našli se i žáci, kteří měli s danými výroky problémy. Většinou se jednalo o špatný výpočet jednotlivých nákupů, z čehož lze usoudit, že neumí správně sčítat desetinná čísla, anebo došlo k chybě z nepozornosti. Jak je ale vidět, našla se žákyně, která dokázala třetí výrok vyřešit správně, ale u prvních dvou chybovala. Její odpovědi byly „Ano, Pavel zaplatil nejvíce, ale on má stejně věci s Tomášem“, „Nejméně zaplatila Anička a nejvíce Pavel“, „Není to podle toho, jestli má stejně věci, je to podle ceny“. První dvě odpovědi byly nejspíš ovlivněny špatnými výpočty. Je celkem zajímavé, že ve třetí odpovědi dokázala správně argumentovat, ale nedošlo jí, že první dva výroky jsou

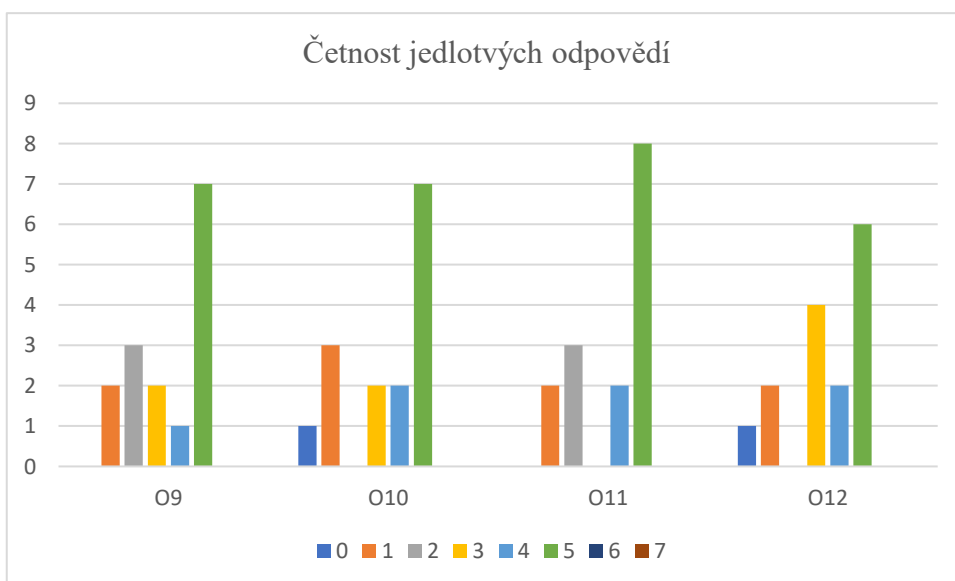
na stejném principu. Jiná žákyně zase naopak vyřešila první dva správně, i když vyjádřila jen svůj nesouhlas. U třetího výroku ale nesmyslně vyjádřila svůj souhlas. Jeden žák se nechal danými výroky úplně zmást a rozhodoval zcela chybně, kdy na základě počtu věcí určoval, kdo zaplatil více.

U posledního výroku žáci používali jako argument „Při násobení deseti se desetinná čárka posouvá jen o jedno místo doprava, a ne o dvě“. Někteří žáci vyslovili svůj nesouhlas, anebo napsali jen správné číselné řešení. Jeden žák nedokázal odpovědět. Bohužel se opět našli žáci, kteří zadání neporozuměli, a odpovídali, kolik jednotlivé děti zaplatily.

Graf 5: Četnost jednotlivých odpovědí



Graf 6: Četnost jednotlivých odpovědí



Jak lze vidět v přiloženém grafu, nejčastěji žáci uměli najít správný argument a s danými výroky si dokázali poradit. Největší problém měli žáci s prvním výrokem, kde tři žáci vyjádřili svůj souhlas. Nejlépe si naopak dokázali poradit s posledním výrokem, třebaže zde nebylo nejvíce odpovědí s argumentem. Celkově se z tabulky a grafu dá vyčíst, že buď daný žák správně chápe sčítání desetinných čísel, má správný úsudek a nenechá se zmást tím, jestli má sečíst více čísel, nebo méně. Daný žák ví, že celkový součet závisí na velikosti jednotlivých sčítanců. Naopak žák, který má problémy se sčítáním, nechápe, že celkový výsledek nezávisí na počtu věcí (sčítanců).

V grafu i tabulce vidíme, že žáci, kteří měli problémy s první i druhou částí Conceptu Cartoons, mají problém i se třetí. Opět bych doporučil na procvičení zařadit didaktickou hru. Ta přinese do hodiny zpestření, učiní ji atraktivnější a zajímavější. Žáci se tím pádem učí méně násilnou formou. Pro zopakování sčítání a odčítání jsem zvolil pyramidu (viz didaktické pomůcky). Je nutné, aby si žáci upevnili potřebná pravidla, aby si pamatovali, že při sčítání a odčítání musíme pracovat se stejnými řády, a uměli správně nazývat jednotlivé řády.

Na závěr měli žáci za úkol spočítat několik příkladů. Ty byly zařazeny záměrně. Někomu nemusí vysloveně vyhovovat forma Conceptu Cartoons, proto by se mělo na příkladech poznat, jestli mu tento koncept opravdu „nesedl“, anebo má s danou látkou problém.

1) Výsledky odhadněte:

a) $21 * 49 * 256 =$

b) $5\,841 + 4\,192 + 21 =$

c) $14\,582 : 700 =$

d) $12\,089 - 3\,150 =$

2)

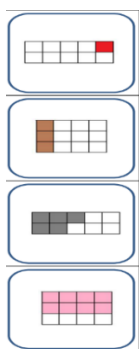
9,07	4,19	10,0
0,5	12,50	2,3
8,84	3,7	11,36
1,65	27,23	19,0
5,41	9,1	6,2
3,9	8,4	14,8
7,24	1,68	18,95

Barevně vyznač čísla, která mají

- v řádu desetin 2
- v řádu setin 8
- v řádu jednotek 4
- v řádu desetin 3
- v řádu desítek 2
- v řádu setin 5
- v řádu desetin 0

Obrázek 15: Řády desetinných čísel (převzato od Mudrové, 2011)

3) Zapište dané obrázky dvěma způsoby:



Obrázek 16: Vyjádření části celku

(Učitelnice, 2022)

Tabulka 4: Úspěšnost v testu

ID	Úspěšnost
1	84%
2	68%
3	74%
4	84%
5	53%
6	84%
7	47%
8	53%
9	0%
10	16%
11	53%
12	74%
13	74%
14	84%
15	84%

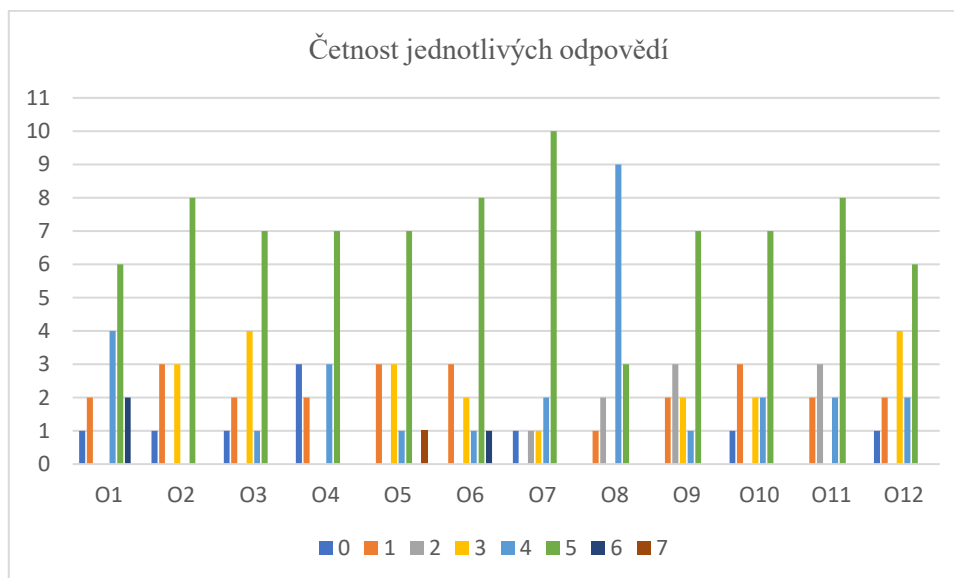
Z tabulky je vidět procentuální úspěšnost při řešení příkladů. Dokážeme vyčíst, že u většiny žáků se výsledky z Conceptu Cartoons odrazily i v řešení příkladů. Našli se ale i žáci, kteří naopak mnohem lépe vyřešili jednotlivé příklady, a přitom Concept Cartoons jim vysloveně „nesedl“. Dva žáci si poradil s jednotlivými výroky relativně správně, ale při řešení příkladů naopak dost chybovali. U daných žáků pozoruji, že jim celkově vyhovují věci, kde je potřeba se nad řešením zamyslet a vymyslet postup řešení. Naopak při počítání příkladů dělávají numerické chyby, což se vlastně ostatně ukázalo i zde.

2.2.4 Shrnutí prvního Conceptu Cartoons v 6. třídě

Tabulka 5: Shrnutí prvního Conceptu Cartoons

ID	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9	O10	O11	O12	%	Známka na vysvědčení
1	6	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	84	1
2	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	68	2
3	5	5	5	4	5	5	5	4	5	5	2	5	74	2
4	4	5	3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	84	1
5	0	0	0	5	1	6	5	1	1	1	1	1	16	4
6	1	1	3	1	3	5	5	4	2	1	5	3	84	3
7	5	5	5	0	3	3	5	4	5	5	5	4	47	2
8	5	5	5	5	5	5	5	4	2	4	4	4	53	3
9	1	1	1	4	1	1	4	2	1	1	1	1	0	5
10	6	3	3	0	3	3	2	2	2	0	2	0	16	4
11	4	1	1	1	1	1	0	4	3	3	2	3	53	3
12	4	3	3	0	5	5	3	4	5	5	5	3	74	2
13	4	3	3	4	5	5	5	4	3	3	5	3	74	2
14	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	84	1
15	5	5	5	5	7	1	4	4	5	5	5	5	84	1

Graf 7: Četnost jednotlivých odpovědí



V šesté třídě, jak je vidět z tabulky a grafu, nejlépe dopadly výroky šestý („Anička prohrála, protože má nejméně čísel“) a sedmý („Já si myslím, že Pavel nevyhrál, protože na řádu desetin má číslo 4, to je menší než u Aničky, která tam má číslo 6. Proto vyhrála Anička“). Nejhůře naopak výroky devátý („Já si myslím, že Pavel zaplatil nejvíce, protože má nejvíce věcí“) a jedenáctý („Podle mě Tomáš a Pavel zaplatí stejně, protože mají stejný počet věcí“). Je docela zajímavé, že výroky devátý, desátý a jedenáctý jsou založeny na stejném principu, ale u desátého výroku žádný ze žáků nevyjádřil svůj

souhlas, přestože u devátého a jedenáctého tři žáci souhlas vyslovili. Je také zajímavé, že jenom jeden žák souhlasil v obou případech. Je vhodné ukázat žákům, že celkový výsledek nezávisí na počtu věcí (sčítanců), ale na velikosti jednotlivých sčítanců. Jako příklad můžeme uvést náš seznam nákupu a oproti tomu uvést drahé věci, jako třeba počítat nebo auto. Z nákupního seznamu máme více položek než při nákupu počítače nebo auta. Žáci tak uvidí, že z nákupního seznamu dostaneme více jednotlivých sčítanců, které ale mají celkový součet daleko menší než počítač nebo auto. U výroku osmého („Já si myslím, že Anička a Tomáš mají stejně, protože $20,6 = 20,06$ “) dva žáci vyjádřili svůj souhlas, z čehož lze soudit, že žáci mají problém s porovnáváním desetinných čísel. Lze také vyčíst, že jedné žákyni více vyhovují obyčejné příklady než Concept Cartoons. Otázka teď zní, jestli dané látce opravdu rozumí, anebo to má jen mechanicky naučené. Naopak se našli žáci, kterým více „sedí“ Concept Cartoons než jednotlivé příklady. U daných žáků to pozoruji i v běžných hodinách matematiky, kdy s úlohami, nad kterými je potřeba se zamyslet, většinou problém nemívají, ale při počítání dělávají dost numerických chyb.

Celkové výsledky většinou odráží i danou známku na vysvědčení. Žáci, kteří měli jedničku nebo dvojku, si obstojně poradili jak s Conceptem Cartoons, tak s příklady. Naopak žáci, kteří mají veliký problém s matematikou, si neporadili ani s Conceptem Cartoons, ani s jednotlivými příklady. Žákyně, která si relativně dobře poradila s jednotlivými příklady, ale hůře s výroky, měla na vysvědčení trojku, což také odráží její průběžné výsledky v hodinách matematiky. Probíranou látku většinou chápe a příklady se jí daří počítat správně, ale když přijde nějaké opakování starší látky, je vidět, že už toho dost pozapomněla. U žáků, kteří si poradili s Conceptem Cartoons, ale nevedli si již tak dobře u jednotlivých příkladů, se známka na vysvědčení také odráží. Oba žáci umí vyřešit složitější úlohy, ale ve většině případů ztroskotávají na numerických chybách nebo vzorcích.

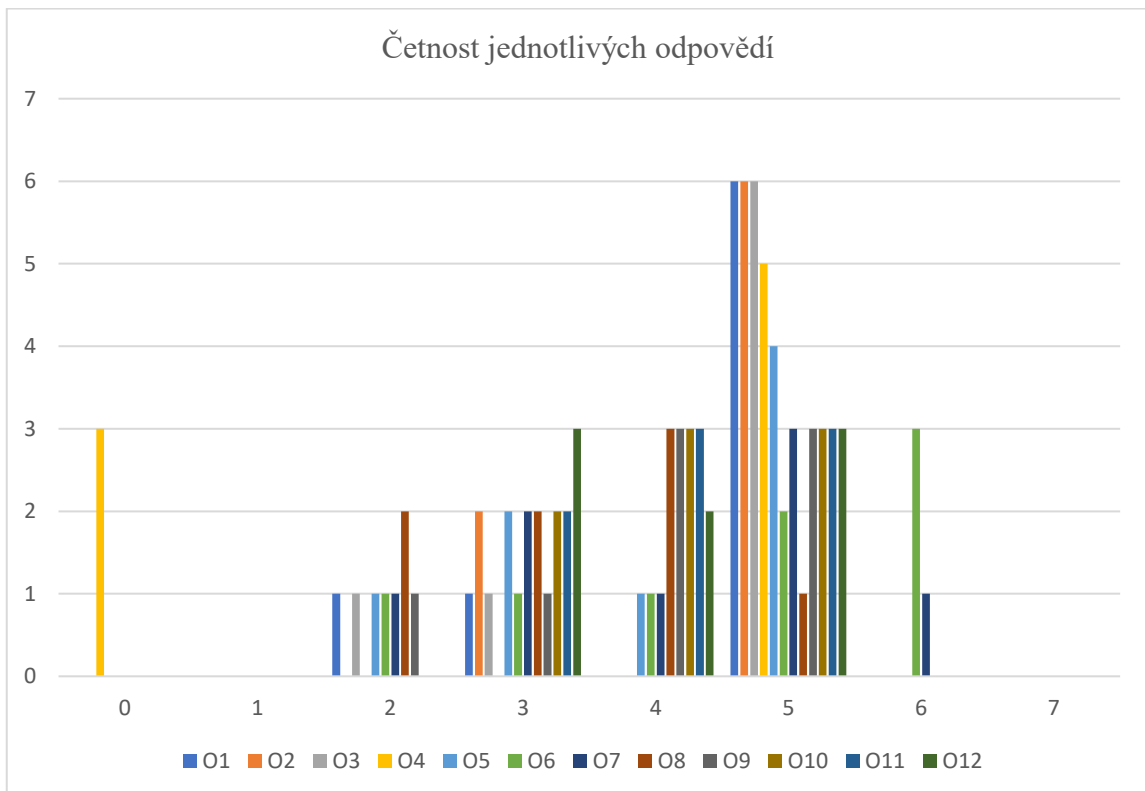
2.2.5 Concept Cartoons v 7 a 9 třídě

Concept Cartoons jsem zařadil do těchto ročníků zcela záměrně. Zajímalo mě, jak s odstupem času dokážou žáci dané problémy vyřešit, jestli dané algoritmy zapomněli, nebo naopak zda se i díky promítání desetinných čísel do dalších témat matematiky jejich zapamatování podpořilo. Bohužel počet žáků byl z důvodu pandemie covid-19 menší. V 7. třídě bylo 8 žáků a v 9. třídě pouze 7, ale i přesto mi to pomohlo utvořit si určitý obrázek o jejich znalostech.

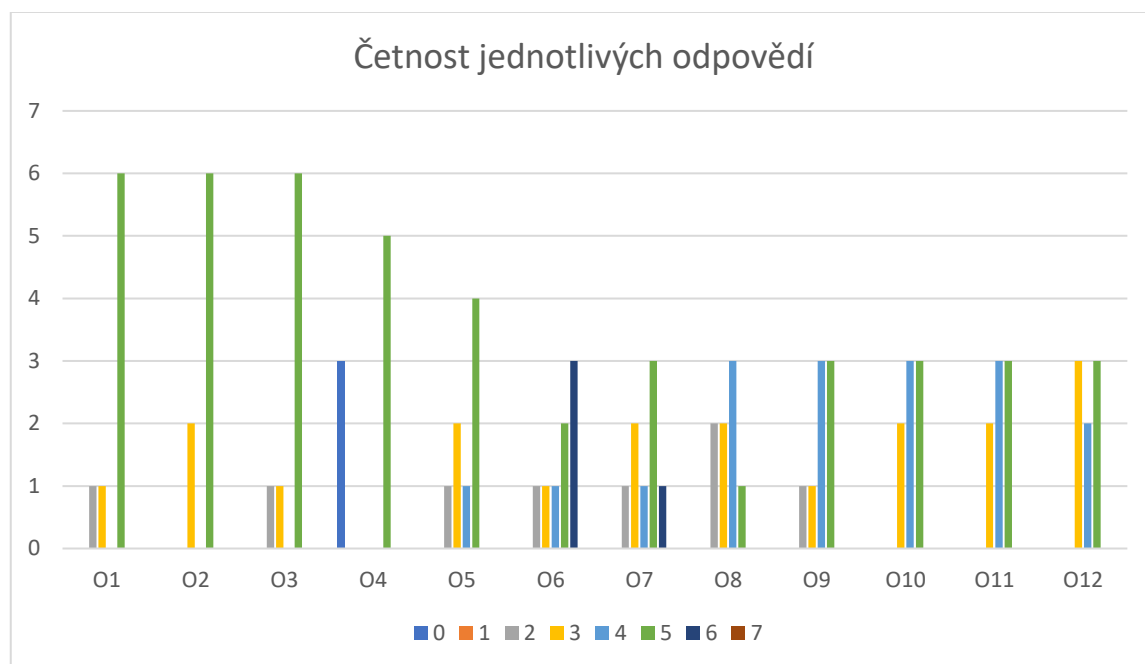
Tabulka 6: Výsledky – sedmá třída

ID	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9	O10	O11	O12
1	5	3	2	0	5	5	2	4	5	5	5	3
2	5	5	3	0	3	2	4	4	4	4	4	4
3	5	5	5	0	3	3	3	3	3	3	3	3
4	5	5	5	5	5	6	3	3	2	3	3	3
5	5	5	5	5	5	6	5	2	5	5	5	5
6	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	5
7	3	3	5	5	4	4	5	4	5	5	5	5
8	2	5	5	5	2	6	6	2	4	4	4	4

Graf 8: Četnost jednotlivých odpovědí



Graf 9: Četnost jednotlivých odpovědí



První část:

První výrok (O1): „Snědl 4 díly, tedy 0,4 pizzy.“

Druhý výrok (O2): „Snědl pouze 3 díly, aby to vycházelo.“

Třetí výrok (O3): „Snědl jsem 5 dílů, protože na mě zbyla polovina.“

Čtvrtý výrok (O4): Otazník (vlastní názor na danou situaci žáků).

Druhá část:

První výrok (O5): „Vyhrál Pavel, protože tam má nejvíce čísel.“

Druhý výrok (O6): „Anička prohrála, protože má nejméně čísel.“

Třetí výrok (O7): „Já si myslím, že Pavel nevyhrál, protože na řádu desetín má číslo 4 a to je menší než u Aničky, která tam má číslo 6. Proto vyhrála Anička.“

Čtvrtý výrok (O8): „Já si myslím, že Anička a Tomáš mají stejně, protože $20,6 = 20,06$.“

Třetí část:

První výrok (O9): „Já si myslím, že Pavel zaplatil nejvíce, protože má nejvíce věcí.“

Druhý výrok (O10): „Já si naopak, myslím, že nejméně zaplatila Lucka, protože má nejméně věcí.“

Třetí výrok (O11): „Podle mě Tomáš a Pavel zaplatí stejně, protože mají stejný počet věcí.“

Čtvrtý výrok (O12): „Já bych, řekla, že nejvíce zaplatí Anička, protože za 10 rohlíků zaplatí 190 Kč.“

Z tabulky a grafu je vidět, že v sedmé třídě žáci odpověděli téměř na všechny výroky. Pouze tři žáci si neporadili se čtvrtým výrokiem, kdy nedovedli vyjádřit svůj vlastní názor. Žáci více odpovídali pouze jednoslovně a méně používali argumenty u jednotlivých odpovědí.

U prvního výroku jeden žák vyjádřil správně svůj nesouhlas a jeden bohužel špatně vyjádřil souhlas. Zbytek žáků použil správný argument. Používali argumenty „Ne souhlasím, jelikož 4 díly pizzy nejsou 0,4, ale 0,5“, „Ne, je to 0,5“, „Nesouhlasím, protože je to 0,5“. U druhého výroku nikdo ze žáků nechyboval. Dva vyslovili svůj nesouhlas. Zbytek použil správný argument „Ne, souhlasím, protože kdyby snědl tři díly, tak by to nevycházelo. Dílků je osm“, „Ne, snědl o jeden kousek více“. U třetího výroku žákyně, která doposud odpovídala správně, z nepochopitelných důvodů vyslovila svůj souhlas s daným výrokiem. Žáci používali argumenty „5 z 8 není $\frac{1}{2}$ “, „Ne, protože 5 není polovina“. U čtvrtého výroku tři žáci nedokázali vyjádřit svůj názor. Zbytek si s tím dokázal poradit. Jejich odpovědi byly „Snědl 4 díly, tedy polovinu“, „Snědl polovinu“.

S druhou částí si už žáci tak dobře neporadili. U prvního výroku ještě většina z nich našla nějaký správný argument. Bohužel jeden žák vyslovil chybně svůj souhlas. Všichni žáci vyslovili stejný argument, kdy na počtu věcí nezáleží. U druhého výroku, který je založen na stejném principu, bohužel dost žáků chybovalo. Jeden žák vyslovil svůj souhlas. Tři žáci sice vyslovili nesouhlas, ale použili chybný argument („Ne, Anička a Tomáš mají stejně“). Všichni nejspíš 0 u Tomáše zanedbali a brali to stejně jako u Aničky, která má 20,6. Žáci, kteří vyjádřili svůj nesouhlas a použili správný argument, opět argumentovali tím, že na počtu čísel nezáleží. U třetího výroku jeden žák vyjádřil svůj souhlas a jeden nesouhlas se špatným argumentem („Pavel toho měl nejvíc, tak že vyhrál“), jinak všichni žáci daný výrok vyřešili správně, jako argument používali „Ne, protože na řádu desetin má číslo 7; 20,769 je větší než 20,6“. U posledního výroku pouze jeden žák dokázal napsat správný argument („Ne, protože 6 je větší než 0“). Jinak žáci psali pouze číselný výsledek, anebo vyjadřovali svůj nesouhlas. Dva žáci bohužel vyjádřili svůj souhlas. Jak

vyplývá z dat, jeden žák zjevně neumí porovnávat desetinná čísla. Je celkem zajímavé, že někteří žáci správně vyřešili tři výroky a u jednoho chybovali. Například jeden u prvního vyjádřil správně nesouhlas a u druhého již vyjádřil svůj souhlas.

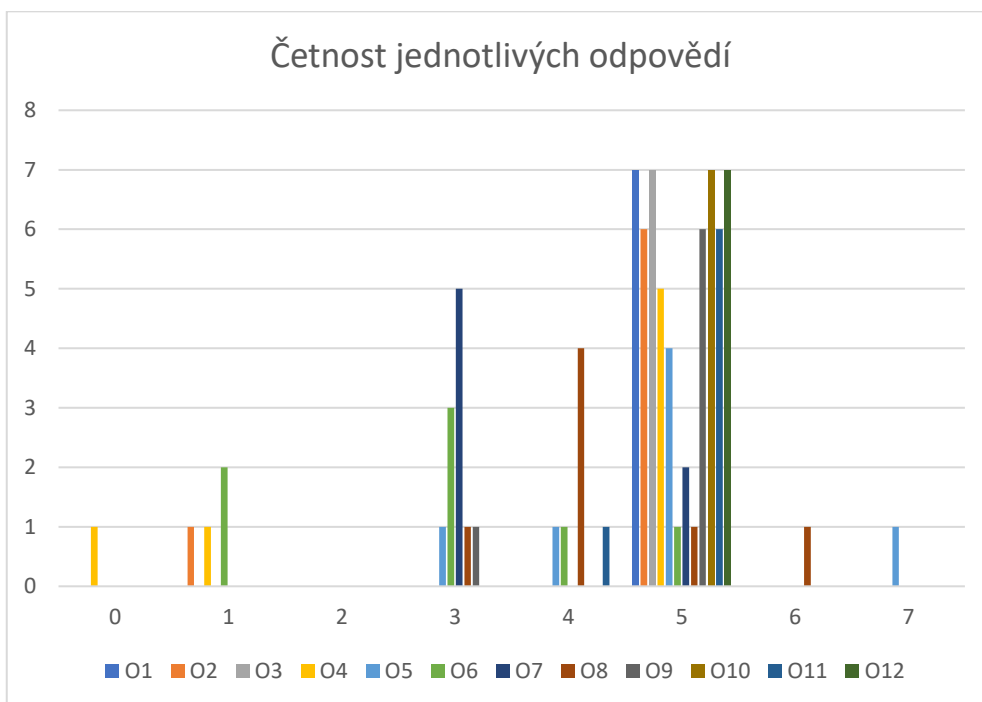
V poslední části jeden žák u prvního výroku zcela nepochopitelně vyjádřil svůj souhlas, nicméně u dalších vyjádřil již svůj nesouhlas. Jinak žáci nechybovali. Vyjadřovali svůj nesouhlas, či psali konkrétní výsledky jednotlivých nákupů (například „Nesouhlasím, Pavel zaplatil 94,3 a Lucka 103,8“). Tři žáci správně u prvních tří výroků argumentovali tím, že na počtu věcí nezáleží. U čtvrtého výroku žáci argumentovali „Při násobení deseti se desetinná čárka posouvá jen o jedno místo doprava, a ne o dvě“.

Celkově mě výsledky nemile překvapily. Nejlépe dopadla první část, kdy většina žáků dokázala správně napsat jednotlivé argumenty. Naopak zcela nejhůře dopadla druhá část, kde žáci měli evidentně problém porovnávat desetinná čísla. Poslední část sice nedopadla nejhůře, ale většina žáků vyjadřovala pouze svůj nesouhlas, nebo psali konkrétní výsledky na základě jednotlivých výpočtů. Pouze tři žáci dokázali správně napsat svůj argument. Předpokládal jsem, že žáci sedmé třídy dopadnou mnohem lépe, jelikož dané učivo probírali už v předchozím ročníku. Je dost možné, že na výsledcích se projeví distanční výuka a nedůkladné procvičení i zažití dané látky.

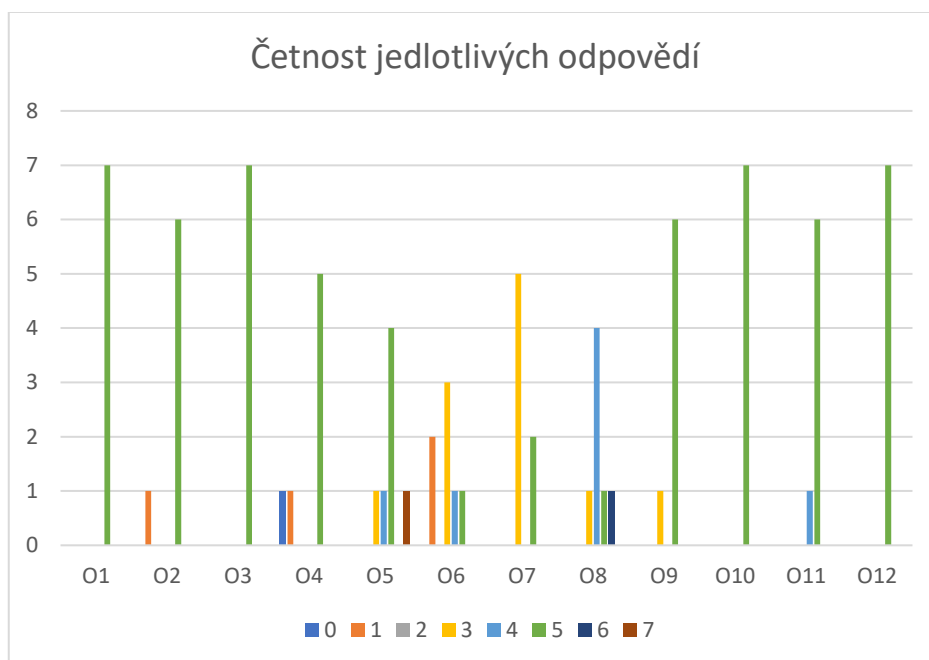
Tabulka 7: Výsledky – devátá třída

ID	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9	O10	O11	O12
1	5	5	5	5	5	3	3	3	5	5	5	5
2	5	1	5	0	3	3	3	6	3	5	5	5
3	5	5	5	1	7	3	3	4	5	5	5	5
4	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	1	3	5	5	5	4	5
6	5	5	5	5	5	1	5	4	5	5	5	5
7	5	5	5	5	4	4	3	4	5	5	5	5

Graf 10: Četnost jednotlivých odpovědí



Graf 11: Četnost jednotlivých odpovědí



První část:

První výrok (O1): „Snědl 4 díly, tedy 0,4 pizzy.“

Druhý výrok (O2): „Snědl pouze 3 díly, aby to vycházelo.“

Třetí výrok (O3): „Snědl jsem 5 dílů, protože na mě zbyla polovina.“

Čtvrtý výrok (O4): Otazník (vlastní názor na danou situaci žáků).

Druhá část:

První výrok (O5): „Vyhrál Pavel, protože tam má nejvíce čísel.“

Druhý výrok (O6): „Anička prohrála, protože má nejméně čísel.“

Třetí výrok (O7): „Já si myslím, že Pavel nevyhrál, protože na řádu desetín má číslo 4, a to je menší než u Aničky, která tam má číslo 6. Proto vyhrála Anička.“

Čtvrtý výrok (O8): „Já si myslím, že Anička a Tomáš mají stejně, protože $20,6 = 20,06$.“

Třetí část:

První výrok (O9): „Já si myslím, že Pavel zaplatil nejvíce, protože má nejvíce věcí.“

Druhý výrok (O10): „Já si naopak, myslím, že nejméně zaplatila Lucka, protože má nejméně věcí.“

Třetí výrok (O11): „Podle mě Tomáš a Pavel zaplatí stejně, protože mají stejný počet věcí.“

Čtvrtý výrok (O12): „Já bych, řekla, že nejvíce zaplatí Anička, protože za 10 rohlíků zaplatí 190 Kč.“

Jak je zřejmé z přiložené tabulky a grafů, v deváté třídě žáci dopadli nejlépe. Většina z nich dokázala na jednotlivé výroky správně argumentovat. Souhlas s některým z výroků nevyjádřil ani jeden žák. Jednou se objevil souhlas se špatným argumentem a jednou neúplné zdůvodnění.

U prvního výroku všichni žáci správně vyjádřili svůj nesouhlas a správně vyslovili svoje zdůvodnění („Ne, polovina je 0,5“, „Sice snědl 4 díly, ale to je 0,5“, „4 díly se nerovnájí 0,4, ale 0,5“). U druhého výroku jeden žák odpověděl přímo na to, kolik snědl Tomáš, a ne na daný výrok. Zbytek žáků správně vyslovil svůj názor („Ne, protože Anička, Tomáš a Lucka snědli dohromady 4 díly, a když Pavel snědl zbytek z osmi, tak musel sníst čtyři díly“, „Snědl 4 díly, aby to vycházelo“). Se třetím výrokiem si zase všichni poradili velice dobře. Každý ze žáků dokázal napsat nějaký argument („Ne, protože 5 není polovina z 8“, „Ne, snědl 4 díly, protože na něj zbyla polovina“, „Polovina zbyla, ale byly to 4 díly“). U posledního výroku této části jeden žák nedokázal vyjádřit svůj názor a jeden odpovídal přímo na Lucku, a ne na položenou otázku, kolik snědl Pavel.

Druhá část dopadla podstatně hůře než ta první. Velmi málo žáků dokázalo napsat správný argument. Většinou vyjadřovali pouze svůj nesouhlas. U prvního výroku jeden žák odpověděl: „Ne, více čísel za desetinnou čárkou jsou nevýznamná.“ Je zajímavé, že stejnou odpověď jsme tu již jednou měli u žákyně v šesté třídě. Jinak žáci argumentovali: „Ne, protože více čísel můžeme zaokrouhlit 20,769 na 21,0 a 21,0 je menší než 21,01“, „Ne, nejde o to, kolik má číslo čísel“. U druhého výroku, který je založen na stejném principu, pouze jeden žák napsal, že na počtu čísel opět nezáleží. Jinak žáci většinou vyjadřovali svůj nesouhlas. Jeden žák použil zcela nepublikovatelnou odpověď a jeden napsal: „Ne, protože za 6 můžeme přidat 0 a bude to stejný výsledek jako 20,6.“ U třetího výroku většina žáků pouze vyjádřila svůj nesouhlas. Dva napsali: „Nevyhrál, protože na řádu desetin má 7, a ne 4. Navíc přinesl méně než Lucka.“ U posledního výroku je vidět, že jeden žák opět má problém s desetinnými čísly, pokud se před čísly objeví nuly. Jeho odpověď byla: „Ne, protože Anička i Tomáš mají 20,6.“ U Tomáše evidentně v čísle 20,06 nulu před číslem 6 vypustil. Dále jeden žák vyslovil pouze svůj nesouhlas a jeden

dokázal napsat správný argument („Anička má 6 desetin, což je větší, jak 6 setin“). Zbytek žáků pouze místo rovná se psalo správně, že větší je 20,6.

Poslední část dopadla velmi úspěšně, jako ta první. Až na dvě odpovědi žáci vždy našli správný argument. U prvního výroku to byly „Ne, protože záleží na ceně produktů, a ne na počtu“, „Neznamená, že všechny věci mají stejnou hodnotu“, „Ne, nezáleží na počtu věcí, ale na ceně produktů“). U druhého a třetího výroku žáci používali obdobné argumenty („Ne, stejné odůvodnění [záleží na ceně, ne na počtu]“). U posledního výroku všichni správně argumentovali tím, že při násobení deseti se desetinná čárka posouvá o jedno místo doprava.

Celkově mě výsledky v deváté třídě příjemně překvapily. Oproti sedmé třídě jsem si myslel, že zde to bude horší. Je možné, že žáci si již za dobu studia více upevnili počítání s desetinnými čísly než ti z jiných ročníků. Je pravda, že s desetinnými čísly se žáci setkávají velmi často.

2.2.6 První část druhého Conceptu Cartoons v 6. třídě

$$0,5 * 10 =$$

Four blue boxes with arrows pointing down to four cartoon children hanging from a horizontal bar:

- Box 1: Já si myslím, že to bude 10,5.
- Box 2: Musíš posunout desetinnou čárku, proto to je 0,05.
- Box 3: Musím připsat 0. Bude to 0,50.
- Box 4: ?

Children and their names below:

- Anička (girl with pigtails, yellow shirt, blue shorts)
- Tomáš (boy upside down, blue shirt, brown pants)
- Pavel (boy with glasses, green shirt, brown pants)
- Lucka (girl with ponytail, pink dress)

Mají děti pravdu? Co by měla říct Lucka?

Jméno	Ano a proč?	Ne a proč?
Anička		
Tomáš		
Pavel		
Lucka		

Cílem Conceptu Cartoons bylo zjistit, jak žáci vnímají násobení desetinného čísla deseti. Výsledky jsem následně zpracoval do tabulky a grafů. Stanovil jsem si sedm kategorií, podle kterých jsem hodnotil jednotlivé odpovědi.

První výrok (O1): „Já si myslím, že to bude 10,5.“

Cílem daného výroku bylo zjistit, jestli žáci operaci násobení chápou, aby neměli tendenci činitele sčítat.

Správná odpověď: Anička místo násobení použila operaci sčítání. Správně to je 5.

Druhý výrok (O2): „Musíš posunout desetinnou čárku, proto to je 0,05.“

Daný výrok měl za úkol prověřit, zdali si žáci nepletou násobení a dělení desetinného čísla čísly 10; 100; 1 000 atd.

Správná odpověď: Při násobení číslem 10 posouváme desetinnou čárku doprava, v daném případě se desetinná čárka posunula doleva, což se používá u dělení.

Třetí výrok (O3): „Musím připsat 0. Bude to 0,50.“

Měl za úkol prověřit, jestli nemají žáci při násobení 10; 100; 1 000 atd. pouze připisovat 0 za daného činitele.

Správná odpověď: Při násobení 10 posouváme desetinnou čárku doprava. Žádná 0 se nikam nepřipisuje.

Čtvrtý výrok (O4): Otazník (vlastní názor na danou situaci žáků).

Daná situace měla žáky prověřit v tom, jak násobení celkově chápou a jak se dívají na řešení nějakého problému.

Správná odpověď: Jedná se o operaci násobení, a proto musím v daném případě posunout desetinnou čárku o jedno místo doprava. Správný výsledek je 5.

Legenda:

- 0 Bez odpovědi.
- 1 Vágní odpověď, nepochopení.
- 2 Souhlas, bez dalšího komentáře.
- 3 Nesouhlas, bez dalšího komentáře.
- 4 Správné řešení (jen číslo).
- 5 Správné řešení s vysvětlením.
- 6 Nesouhlas se špatným argumentem.
- 7 Neúplné zdůvodnění.

Tabulka 8: Odpovědi žáků na první část druhého Conceptu Cartoons

ID	O1	O2	O3	O4
1	5	5	1	0
2	5	5	2	0
3	5	5	5	5
4	5	3	3	5
5	3	0	2	0
6	3	2	2	5
7	3	3	3	0
8	4	0	4	4
9	2	1	3	0
10	4	4	4	0
11	4	5	1	0
12	5	3	2	5
13	4	3	3	4
14	5	5	5	5
15	5	5	5	5

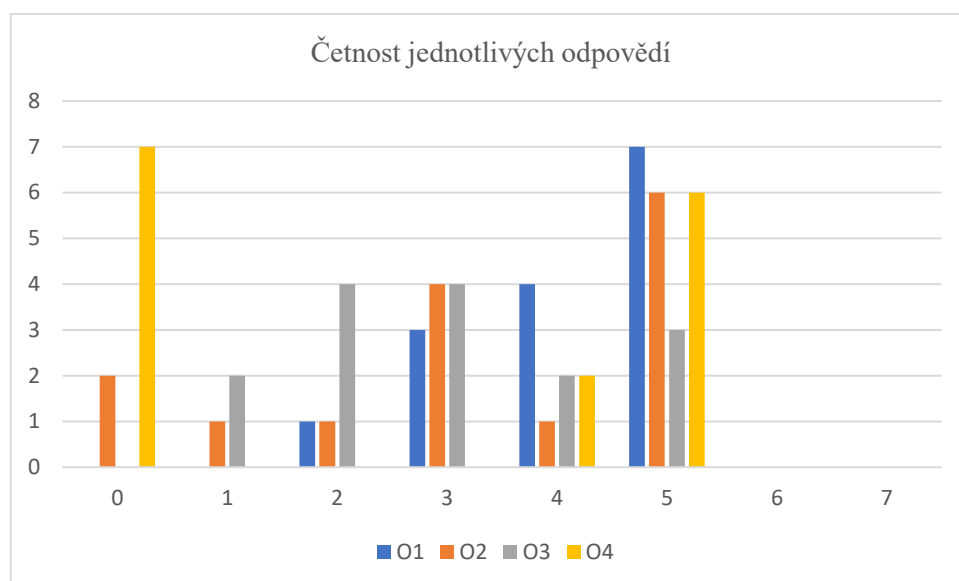
Jak je zřejmé z přiložené tabulky, s prvním výrokem si všichni – až na jednu žákyni – poradili správně. Žáci argumentovali následovně: „Násobí se, a ne sčítá“, „Anička sčítá, ale musí se násobit“, „Špatný výpočet, není tam plus, ale krát“.

Druhý výrok dopadl podstatně hůře. Dva žáci neodpověděli vůbec, jeden žák použil zcela vágní odpověď a jeden vyjádřil svůj souhlas. Ostatní žáci vyřešili daný výrok správně. Žáci používali následující argumenty: „Musí posunout desetinnou čárku, ale na druhou stranu“, „Čárka se posouvá doprava, ne doleva“, „Ne, to by bylo dělení.“

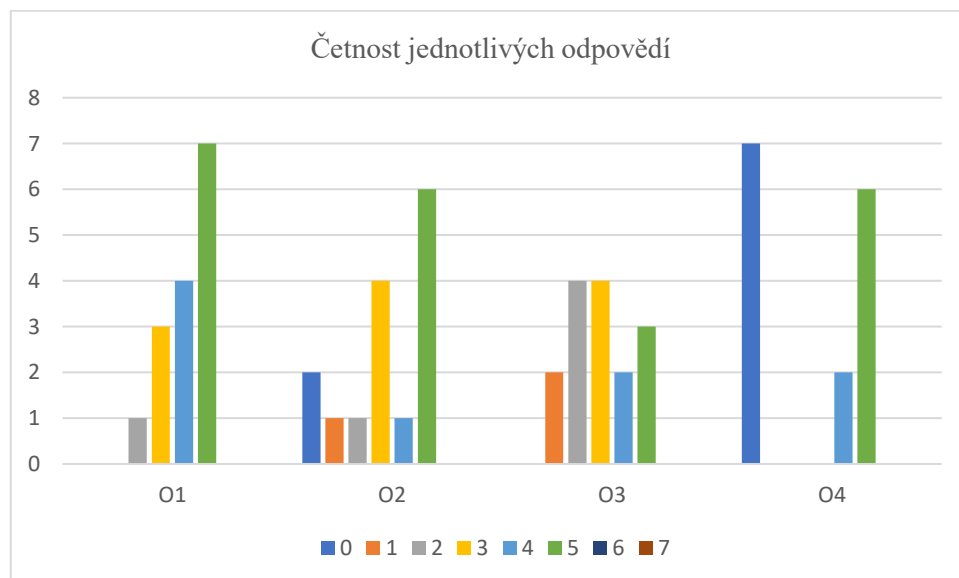
Se třetím výrokem si žáci poradili následovně. Čtyři žáci vyjádřili svůj souhlas a pouze tři z nich dokázali napsat správný argument („Je to špatně, nulu nikam nepřipisuji, při násobení deseti posouváme desetinnou čárku doprava. Bude to pět“).

Bohužel bublina s otazníkem opět nedopadla úplně nejlépe a žáci měli problém vyjádřit svůj názor. Někteří z nich dokázali správně napsat svůj názor („Desetinnou čárku musíme posunout o jedno místo dopředu, takže všichni to mají špatně a výsledek je pět“, „Při násobení posouváme desetinnou čárku doprava“).

Graf 12: Četnost jednotlivých odpovědí



Graf 13: Četnost jednotlivých odpovědí



Z uvedených grafů je vidět, že nejlépe si žáci poradili s prvním výrokem, naopak nejhůře se třetím. Z uvedených dat je patrné, že někteří žáci si pletou násobení s dělením

desetinných čísel číslem deseti. Také žáci mají evidentní problém s vyslovením vlastního názoru při řešení konkrétního problému. Zajímavé rovněž je, že jeden žák dokázal vyřešit zcela správně první dva výroky, u třetího se však nechal zmást a s daným výrokiem souhlasil. Je docela pravděpodobné, že jen nepochopil daný výrok, jak je myšlený.

Jako vhodná mnemotechnická pomůcka pro zapamatování si toho, kam posouváme desetinnou čárku, může posloužit toto: jestliže násobíme desetinné číslo číslem 10; 100; 1 000 atd., pak dané číslo zvětšujeme a desetinnou čárku posuneme doprava, protože „praváků je více“. Kdežto když dělíme, posouváme ji doleva, neboť „leváků je méně“.

2.2.7 Druhá část druhého Conceptu Cartoons v 6 třídě

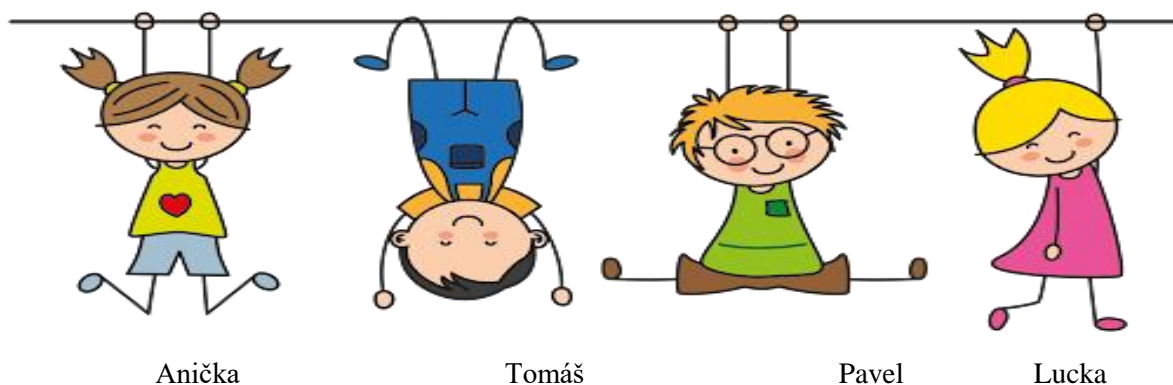
$$0,25 + 0,2 =$$

Já bych sečetl $5 + 2$ to je 7 a výsledek bude 0,27.

Anička udělala chybu. Má to být $2 + 2$ to je 4 a $5 + 0$ je 5. Výsledek proto máme 45.

Ani jeden nemáte pravdu. Je to 4,5.

Já si to zapsala pod sebe.

$$\begin{array}{r} 0,25 \\ + 0,2 \\ \hline 2,25 \end{array}$$


Anička

Tomáš

Pavel

Lucka

Mají děti pravdu?

Jméno	Ano a proč?	Ne a proč?
Anička		
Tomáš		
Pavel		
Lucka		

Cílem tohoto Conceptu Cartoons bylo zjistit, jak na tom jsou žáci se sčítáním desetinných čísel. Výsledky jsem opět zpracoval do tabulky a grafů, a to pomocí sedmi kategorií.

První výrok (O5): „Já bych sečetl $5 + 2$, to je 7, a výsledek bude 0,27.“

Cílem bylo zjistit, jak žáci chápou sčítání, jestli sčítají jednotlivé řády mezi sebou, anebo jestli dané pravidlo nedodržují a tzv. sčítají zprava doleva.

Správná odpověď: Daný výsledek je chybný, musíme sčítat čísla na stejném řádu.

Druhý výrok (O6): „Anička udělala chybu. Má to být $2 + 2$, to je 4, a $5 + 0$ je 5. Výsledek proto máme 45.“

Daný výrok měl prověřit, jestli žáci rozlišují desetinnou a celou část.

Správná odpověď: Výsledek je také chybný, ačkoliv se zde již dodržují jednotlivé řády. Je třeba oddělit celou a desetinnou část.

Třetí výrok (O7): „Ani jeden nemáte pravdu. Je to 4,5.“

Cílem daného výroku bylo zjistit, jak žáci dokážou pracovat s desetinnou čárkou.

Správná odpověď: Správně jsou spočítány jednotlivé řády, ale špatně je umístěna desetinná čárka.

$$\begin{array}{r} 0,25 \\ + 0,2 \\ \hline 2,25 \end{array}$$

Čtvrtý výrok (O8): „Já si to zapsala pod sebe.“

Cílem bylo zjistit, jestli žáci při počítání pod sebou dodržují základní pravidlo. Je nutné mít desetinné čárky a jednotlivé řády pod sebou.

Správná odpověď: V daném případě je chyba viditelná na první pohled, daná čísla jsou špatně zapsána pod sebou. Desetinná čárka i jednotlivé řády musí být pod sebou ve stejné úrovni.

Legenda:

- 0 Bez odpovědi.
- 1 Vágní odpověď, nepochopení.
- 2 Souhlas, bez dalšího komentáře.
- 3 Nesouhlas, bez dalšího komentáře.
- 4 Správné řešení (jen číslo).
- 5 Správné řešení s vysvětlením.
- 6 Nesouhlas se špatným argumentem.
- 7 Neúplné zdůvodnění.

Tabulka 9: Odpovědi žáků na druhou část druhého Conceptu Cartoons

ID	O5	O6	O7	O8
1	5	2	5	5
2	2	3	3	3
3	5	5	5	5
4	5	5	5	5
5	2	0	3	0
6	4	3	4	5
7	2	3	3	5
8	3	2	3	5
9	3	3	3	3
10	2	3	3	3
11	5	1	0	3
12	5	5	3	5
13	5	3	3	3
14	5	5	5	5
15	5	5	5	5

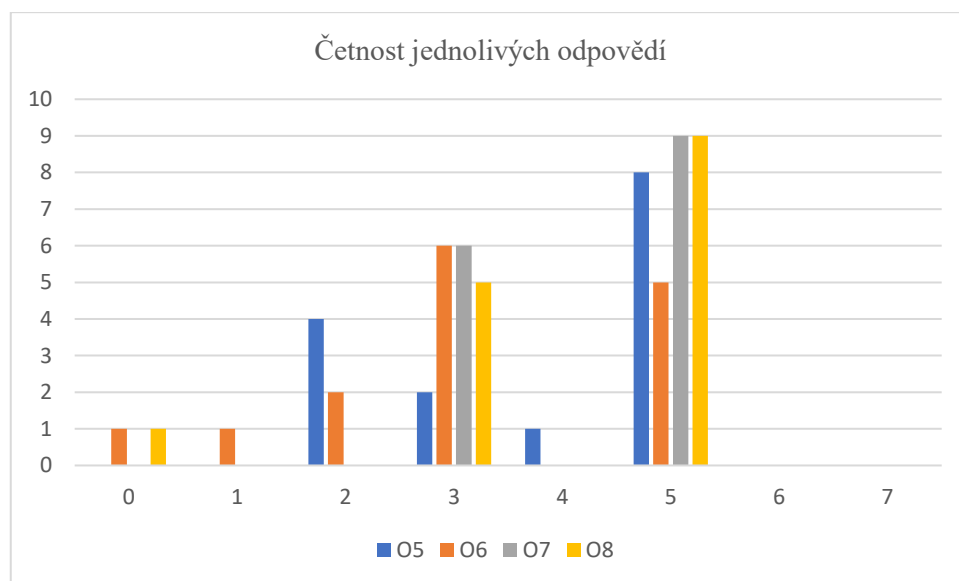
Hned první výrok činil žákům velké problémy. Z výsledků je vidět, že mají problém s jednotlivými řády desetinných čísel a nerozumí principu sčítání desetinných čísel. Žáci, kteří si poradili s daným výrokiem správně, argumentovali následovně: „Ne, musí se to napsat pod sebe, takhle to nedává smysl“, „Pět je setina, ne desetina“, „Musíme sčítat desetiny s desetinaми a setiny se setinami, a ne desetiny a setiny.“

S druhým výrokiem sice méně žáků souhlasilo, ale také méně dokázalo napsat správný argument. Nejvíce žáci vyslovili pouze svůj nesouhlas s daným výrokiem. Jako správné argumenty se objevovaly tyto: „Musí ještě dát před čtyřicet pět nulu“, „Ne, Tomáš zapomněl nulu před číslem čtyřicet pět.“

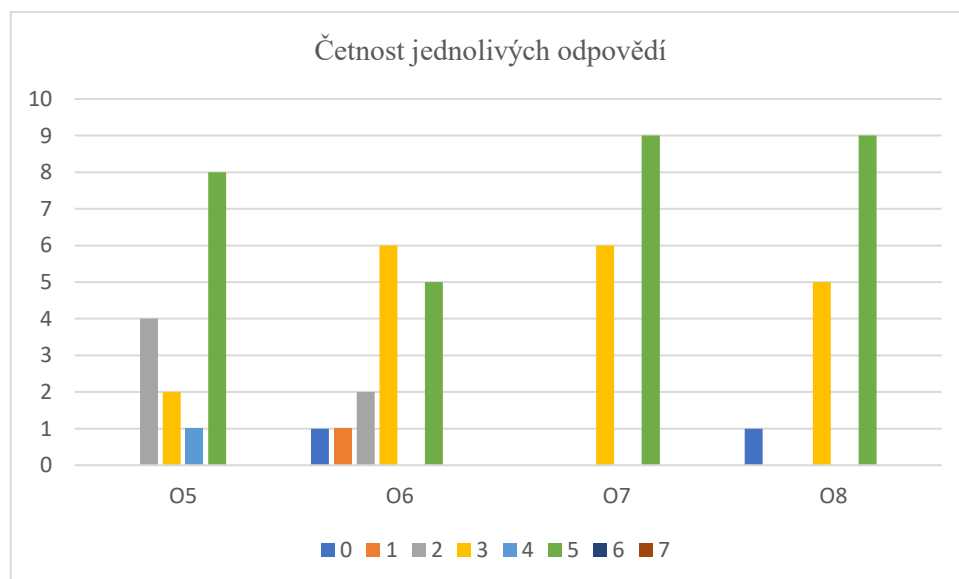
U třetího výroku se chyby nedopustil žádný žák, jeden pouze neodpověděl vůbec, jinak žáci buď vyslovili svůj nesouhlas s daným výrokem, anebo napsali správný argument („Protože to Pavel k tomu vynásobil“, „Ne, výsledek vynásobil deseti“, „Desetinná čárka musí být před čtyřkou a za ní musí být nula“).

Se čtvrtým výrokem si žáci poradili podobně jako se třetím. Argumentovali následovně: „Desetinné čárky patří pod sebe“, „Špatně to máš napsané, musíš mít desetinné čárky pod sebou“, „Nemá to pod sebou správně.“

Graf 14: Četnost jednotlivých odpovědí



Graf 15: Četnost jednotlivých odpovědí





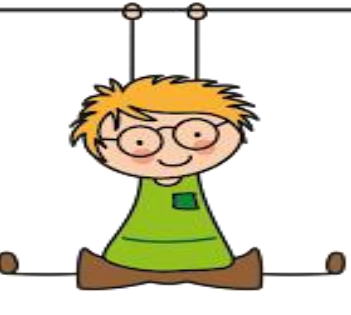

Z přiložených grafů je vidět, že nejhůře si žáci poradili s prvním výrokem. Většina žáků sice dokázala napsat správný argument, nicméně čtyři žáci s daným výrokem souhlasili.

Nejlépe naopak dopadl výrok třetí. Z přiložených grafů je zjevné, že žáci mají problém s jednotlivými řády desetinných čísel a nepamatují si základní pravidlo pro sčítání desetinných čísel. Je nutné sčítat čísla na stejných řádech. U druhého výroku dva žáci vyslovili svůj souhlas. Žáci zapomínají na to, že nula před desetinnou částí je důležitá a nelze ji zanedbávat. Se třetím a čtvrtým výrokem si žáci poradili bez komplikací. Všichni je vyřešili správně, pouze jeden žák nedokázal odpovědět na poslední výrok. První a poslední výrok jsou si docela podobné a je zajímavé, že žáci si s posledním výrokem poradili, ovšem u prvního nejeden z nich chyboval. Žáci u posledního buď správně argumentovali, anebo psali správný výsledek. Osobně si myslím, že žáci u prvního výroku měli problém s tím, že je nutné dodržovat jednotlivé řády, kdežto u posledního výroku, když to vidí napsáno pod sebou, dokážou daný příklad spočítat správně, a dokonce napsat i správný argument.

Pro lepší pochopení principu sčítání a odčítání desetinných čísel se dají využít nejrůznější didaktické hry (viz didaktické hry). Nebo můžeme využít zpočátku různé šablony pro dodržování správného zápisu jednotlivých řádů pod sebe.

2.2.8 Třetí část druhého Conceptu Cartoons v 6 třídě

$$0,25 : 100 =$$

<p>Musím posunout desetinnou čárku o dvě místa. $0,25:100 = 25$</p>	<p>Měl bych připsat dvě nuly, a proto to bude 0,2500.</p>	<p>Anička udělala chybu. Desetinnou čárku posuneme o dvě místa, ale směrem doleva. $0,25:100= 0025$</p>	<p>Já bych teda řekla, že je to $\frac{25}{10\ 000}$.</p>
			
Anička	Tomáš	Pavel	Lucka

Mají děti pravdu?

Jméno	Ano a proč?	Ne a proč?
Anička		
Tomáš		
Pavel		
Lucka		

Cílem bylo zjistit, jak žáci vnímají dělení desetinného čísla číslem stem. Výsledky jsem následně zpracoval do tabulky a grafů. Určil jsem si sedm kategorií, podle kterých jsem hodnotil jednotlivé odpovědi.

První výrok (O9): „Musím posunout desetinnou čárku o dvě místa. $0,25 : 100 = 25$.“

Cílem bylo zjistit, jak žáci umí pracovat s dělením čísly 10; 100; 1 000 atd.

Správná odpověď: Ano, musím posunout desetinnou čárku o dvě místa, ale doleva. V tomto případě byla posunuta doprava, tedy jako by se jednalo o násobení.

Druhý výrok (O10): „Měl bych připsat dvě nuly, a proto to bude 0,2500.“

Daný výrok měl ověřit, jestli žáci nemají tendenci připisovat k dělenci 0, místo aby provedli příslušnou operaci.

Správná odpověď: Při dělení číslem 100 žádné 0 za dané číslo nepřipisujeme. Připisujeme je pouze před dané číslo, v tomhle případě je správný výsledek 0,0025.

Třetí výrok (O11): „Anička udělala chybu. Desetinnou čárku posuneme o dvě místa, ale směrem doleva. $0,25 : 100 = 0025$.“

Úkolem daného výroku bylo zjistit, jak jsou žáci pozorní při čtení textu a jak umí pracovat s desetinnou čárkou.

Správná odpověď: Ano, desetinnou čárku posuneme o dvě místa doleva, ale Anička následně zapomněla na desetinnou čárku a jednu 0 před ní.

Čtvrtý výrok (O12): „Já bych teda řekla, že je to $\frac{25}{10\ 000}$.“

Cílem daného výroku bylo, jak žáci umí převádět desetinné číslo na zlomek.

Správná odpověď: S daným výrokiem souhlasím, protože 0,25 můžeme zapsat pomocí zlomku, jako $\frac{25}{100}$, a když daný zlomek následně ještě vydělíme 100, dostaneme $\frac{25}{10\ 000}$.

Legenda:

- 0 Bez odpovědi.
- 1 Vágní odpověď, nepochopení.
- 2 Souhlas, bez dalšího komentáře.
- 3 Nesouhlas, bez dalšího komentáře.
- 4 Správné řešení (jen číslo).
- 5 Správné řešení s vysvětlením.
- 6 Nesouhlas se špatným argumentem.
- 7 Neúplné zdůvodnění.

Tabulka 10: Odpovědi žáků na třetí část druhého Conceptu Cartoons

ID	O9	O10	O11	O12
1	5	1	5	0
2	5	3	0	3
3	5	5	5	3
4	2	5	3	0
5	2	3	2	3
6	5	5	5	3
7	3	5	5	3
8	3	4	4	3
9	2	1	1	1
10	2	1	2	3
11	3	3	2	3
12	5	5	3	0
13	3	3	5	3
14	5	5	5	3
15	5	1	5	3

Jak je vidět z tabulky, s prvním výrokem si žáci velice dobře poradili. Čtyři žáci vyslovili svůj souhlas a podle toho se dá usuzovat, že si to spletli s násobením. Žáci argumentovali následovně: „Desetinnou čárku posouváme doleva“, „Čárka se posouvá na druhou stranu.“

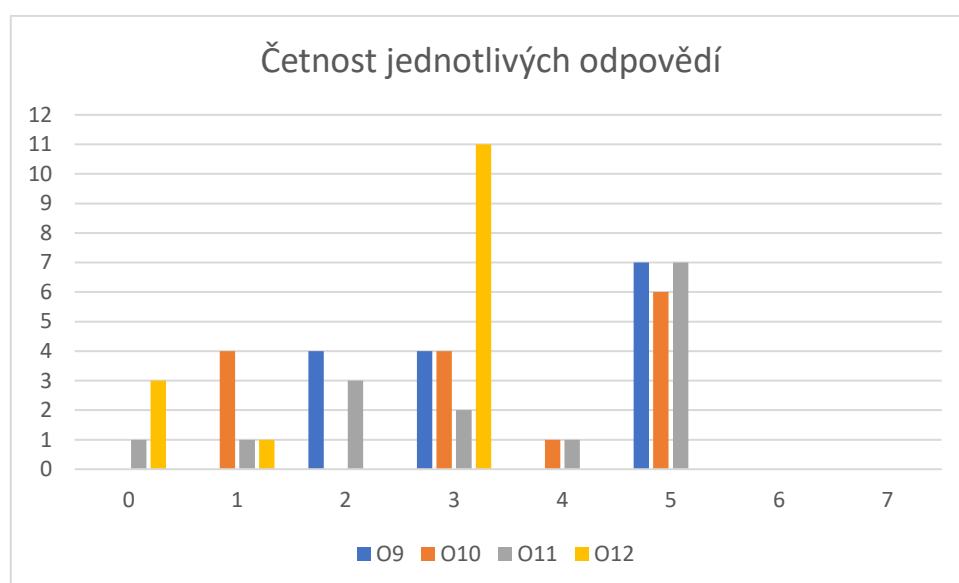
S druhým výrokem nesouhlasil žádný žák, naopak čtyři z nich odpovídali bohužel vágně a nepublikovatelně. Jako argumenty používali žáci následující: „Dej ty nuly na druhou stranu“, „Dvě nuly měl připsat před dvacet pět.“

Se třetím výrokem souhlasili tři žáci, patrně si nevšimli toho, že ve výsledku chybí desetinná čárka a jedna 0. Jeden žák neodpověděl a jeden zcela nepublikovatelně. Žáci

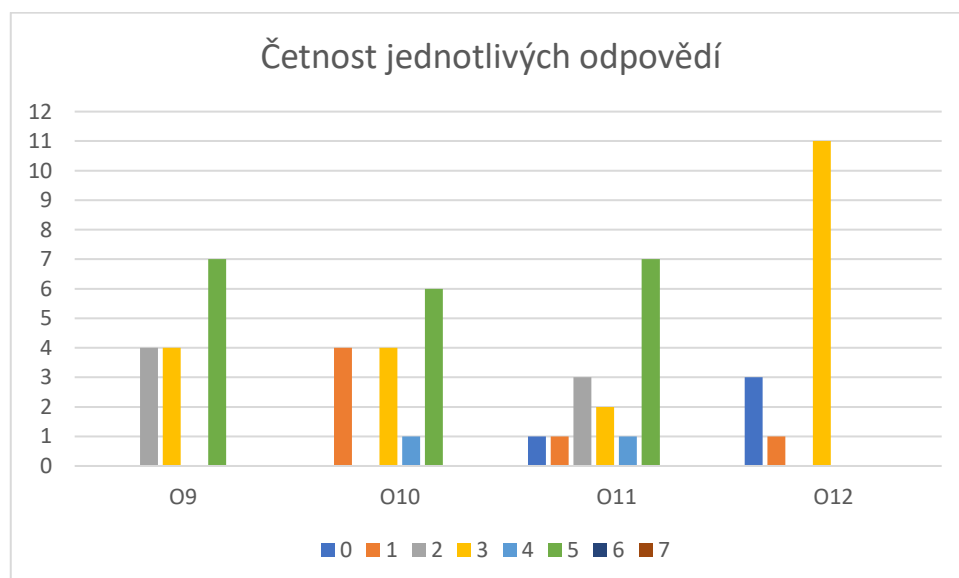
argumentovali následovně: „Zapomněl desetinnou čárku a ještě nulu“, „Ne, musíme připsat desetinnou čárku a nulu.“

Nejhůře dopadl zcela poslední výrok, na který tři žáci neodpověděli vůbec, jeden zcela nepublikovatelně a jedenáct jich s daným výrokem nesouhlasilo. Osobně si myslím, že zde došlo spíše k nepochopení daného výroku, jak je myšlený, protože hodinu před zadáním tohoto Conceptu Cartoons jsme danou problematiku opakovali a žáci s tímto učivem již problémy neměli.

Graf 16: Četnost jednotlivých odpovědí



Graf 17: Četnost jednotlivých odpovědí



Jak je zřejmé z přiložených grafů, ze všech Conceptů Cartoons tento dopadl nejhůře. Je vidět, že žáci mají problémy s dělením desetinného čísla stem a se zápisem desetinného

číslo pomocí desetinného zlomku, také si pletou násobení a dělení. Nejlépe si žáci poradili s výrokem třetím, zcela nejhůře pak s výrokem posledním.

Je potřeba se dělení desetinného čísla více věnovat, protože činí žákům ze všeho největší problémy. Což zjistili ve své studii i Rendl et al. (2013, str. 67) „*Operace dělení byla komentována zvláště, učitelé zmiňovali jak problémy u dělení dvou přirozených čísel s desetinným podílem, tak dělení dvou desetinných čísel. Za základní důvod shodně poukazovali na nedostatečně zvládnutou schopnost provést algoritmus písemného dělení dvouciferným číslem, tedy učivem 1. stupně.*“

U prvního výroku čtyři žáci vyslovili svůj souhlas, z čehož vyplývá, že si pletou násobení s dělením. S druhým výrokem nikdo nesouhlasil, ale na druhé straně čtyři žáci použili zcela vágní nepublikovatelné názory.

Mám za to, že jinak by s daným výrokem souhlasili a vyřešili ho také chybně. Se třetím výrokem souhlasili tři žáci, kteří zapomínali na to, že je nutné dopsat desetinnou čárku a nulu.

Jak už jsem se zmínil výše, můžeme žákům při dělení pomocí mnemotechnickou pomůckou se zapamatováním, kam posouváme desetinnou čárku. Když násobíme desetinné číslo čísly 10; 100; 1 000 atd., potom dané číslo zvětšujeme a desetinnou čárku posuneme doprava, protože „praváků je více“. Kdežto když dělíme, posouváme ji doleva, jelikož „leváků je méně“. Pro zlepšení schopnosti zápisu desetinného čísla pomocí zlomku a naopak můžeme využít nejrůznější didaktické hry, například kvarteto (viz didaktické hry).

Na závěr měli žáci opět připravených několik příkladů. Příklady byly zaměřené na látku, která se objevila v druhé části. Násobení a dělení desetinného čísla číslem deset, sto, tisíc, sčítání a odčítání desetinných čísel a násobení a dělení desetinného čísla číslem desetinným.

Vypočítej z paměti:

$$0,4 + 0,2 =$$

$$0,9 + 0,25 =$$

$$0,45 - 0,15 =$$

$$0,2 + 0,8 + 0,25 =$$

$$0,3 + 0,7 + 0,05 - 0,2 =$$

Vynásobte daná desetinná čísla:

$$4,27 * 10 =$$

$$4,27 * 100 =$$

$$4,27 * 1\ 000 =$$

Vydělte daná desetinná čísla:

$$4,27 : 10 =$$

$$4,27 : 100 =$$

$$4,27 : 1\ 000 =$$

Vynásobte daná desetinná čísla:

$$0,4 * 0,2 =$$

$$0,25 * 0,1 =$$

$$1,25 * 1,5 =$$

Vydělte daná desetinná čísla:

$$0,4 : 0,2 =$$

$$0,04 : 0,2 =$$

$$0,4 : 0,02 =$$

Tabulka 11: Úspěšnost v testu

ID	Úspěšnost
1	82%
2	47%
3	94%
4	82%
5	6%
6	47%
7	35%
8	41%
9	6%
10	41%
11	53%
12	82%
13	82%
14	92%
15	88%

Z tabulky je zřejmá procentuální úspěšnost při řešení příkladů. Dané výsledky se shodují s výsledky z Conceptu Cartoons. Žáci, kteří si poradili s jednotlivými výroky, si dokázali relativně správně poradit s příklady.

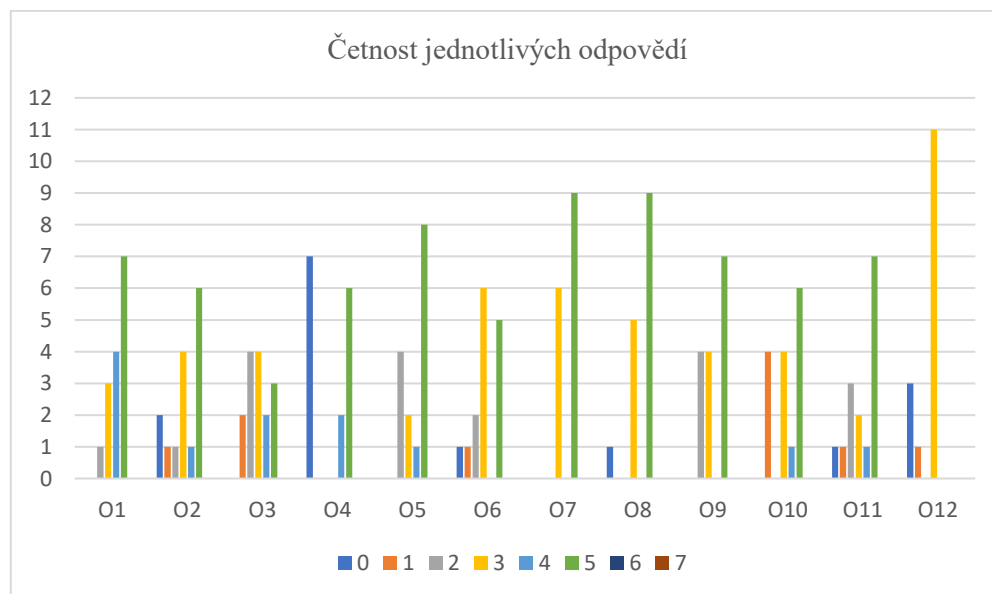
Největší problémy pro ně představovaly násobení a dělení desetinného čísla číslem desetinným. Nejlépe naopak žákům šlo násobení desetinného čísla čísly 10, 100 a 1 000.

2.2.9 Shrnutí druhého Conceptu Cartoons v 6. třídě

Tabulka 12: Shrnutí druhého Conceptu Cartoons

ID	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9	O10	O11	O12	%	Známka na vysvědčení
1	5	5	1	0	5	2	5	5	5	1	5	0	82	1
2	5	5	2	0	2	3	3	3	5	3	0	3	47	2
3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	3	94	2
4	5	3	3	5	5	5	5	5	2	5	3	0	82	1
5	3	0	2	0	2	0	3	0	2	3	2	3	6	4
6	3	2	2	5	4	3	4	5	5	5	5	3	47	3
7	3	3	3	0	2	3	3	5	3	5	5	3	35	2
8	4	0	4	4	3	2	3	5	3	4	4	3	41	3
9	2	1	3	0	3	3	3	3	2	1	1	1	6	5
10	4	4	4	0	2	3	3	3	2	1	2	3	41	4
11	4	5	1	0	5	1	0	3	3	3	2	3	53	3
12	5	3	2	5	5	5	3	5	5	5	3	0	82	2
13	4	3	3	4	5	3	3	3	3	3	5	3	82	2
14	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	3	92	1
15	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	5	3	88	1

Graf 18: Četnost jednotlivých odpovědí



Z celé části si nejlépe žáci poradili s výrokem sedmým („Anička udělala chybu. Desetinnou čárku posuneme o dvě místa, ale směrem doleva. $0,25 : 100 = 0025$ “), nejhůře naopak s výrokem dvanáctým („Já bych teda řekla, že je to $\frac{25}{10\ 000}$ “), který žádný žák nedokázal vyřešit správně. Opět se ukázalo, že žáci mají veliký problém s vyjádřením svého názoru.

Z výsledků první části lze vyvodit, že žáci si pletou násobení a dělení desetinného čísla čísly 10; 100; 1 000. Zajímavé je také, že jeden žák dokázal vyřešit zcela správně první a druhý výrok, a u třetího se nechal zmást a s daným výrokem vyjádřil svůj souhlas. Existuje tu pravděpodobnost, že jen nepochopil daný výrok, jak je myšlený. Ve druhé části se ukázalo, že žákům činí problémy jednotlivé řády desetinných čísel a nerozumí principu sčítání desetinných čísel, kdy žáci nerozeznávají desetiny a setiny, a sčítají je dohromady. Je dobré, že všichni – až na jednoho žáka – vědí, že při sčítání či odčítání pod sebou je potřeba si zapsat jednotlivé řády a desetinné čárky. Třetí část dopadla velice špatně, opět si žáci pletli násobení a dělení. Problém jim také působí zápis desetinného čísla pomocí zlomku. Ukázalo se, že dělení dělá žákům největší problémy a je potřeba mu věnovat větší pozornost.

Celkové výsledky odráží známky na vysvědčení z matematiky. Žáci, kteří si dokázali poradit s většinou jednotlivých výroků, si věděli rady i s příklady v závěrečné části. Žáci, kteří často chybovali, mají problémy jak v matematice, tak i v jiných předmětech. U daných žáků pozoruji, že nevěnují téměř žádný čas domácí přípravě, což se následně odráží i v jejich výsledcích.

2.2.10 Závěr

Z jednotlivých Conceptů Cartoons jsem získal zajímavé výsledky. Hlavní výhodou spatřuji v tom, že jsem získal informace o tom, jak danou látku vidí sami žáci. V čem mají mezery, a naopak v čem téměř nechybují. Díky tomu vím, že příště se musím více zaměřit na dílčí témata, jako je hlavně dělení desetinného čísla, ale také násobení, které si žáci pletou s dělením, zápis desetinného čísla pomocí zlomku a naopak, porovnávání desetinných čísel. Zkusil bych zařadit více didaktických her, jako jsou například: domino, pexeso, kvarteto atd. Více musím také lpět na opakování jednotlivých postupů při řešení příkladů, například že při násobení posouváme desetinnou čárku směrem doprava, naopak při dělení doleva. Chce to i více po žácích chtít, aby při řešení příkladů říkali, proč to spočítali takto, a ne třeba jinak. Bohužel se ukázalo, že žáci mají i veliký problém s vyslovením vlastního názoru při řešení konkrétního problému, což by se mohlo projevit i v jiných oblastech vzdělávání a jejich celkového vývoje. Vesměs mívají i problém si kolikrát stát za vlastním názorem a nechají se častokrát ovlivnit.

Myslím si, že zařazovat Concept Cartoons do výuky má určitě smysl a můžu ho jen doporučit. Přinese náhled na to, jak danou látku vidí žáci, a zejména jak jí rozumí. Je totiž sice chvályhodné, že umí mechanicky spočítat jednotlivé příklady, ale pokud nechápou podstatu, pak po delším čase snadno zapomenou jednotlivé příklady správně řešit. Což se mi i potvrdilo při řešení žáků sedmé třídy, kde evidentně žáci dost látky zapomněli a měli s jednotlivými výroky často problémy. Je potřeba si uvědomit, že desetinná čísla jsou s námi v podstatě denně, a to jak v běžném životě, tak i v dalších tématech matematiky. Desetinná čísla se objevují téměř ve všech dalších tématech matematiky, jako jsou racionální čísla, rovnice, funkce, mnohočleny atd. Proto se domnívám, že je nutné dbát na to, aby žáci při desetinných číslech chápali jednotlivé početní mechanismy, a především aby uměli správně argumentovat tím, proč počítali následovně, protože jenom tím si podle mého názoru dokážou dané učivo lépe zapamatovat a následně s ním nebudou mít takové problémy.

Myslím si, že se dá v tématu desetinných čísel vymyslet daleko více různých Conceptů Cartoons, zaměřených na jiné problémy, jako je například násobení desetinného čísla číslem desetinným. Uveďme si následující příklad $0,2 * 0,3 = 0,06$, kde by nám žáci měli být schopni říct, že nejdříve jednotlivá čísla mezi sebou vynásobili, pak následně sečetli počet desetinných míst u obou čísel a tolik desetinných míst musí mít náš násobek. Hned mě napadá, že ne jeden ze žáků by daný příklad vyřešil nesprávně a jako výsledek by

uváděl 0,6, nebo by zapomínali na nulu před desetinnou čárkou. Takových různých příkladů by se dalo vymyslet více, ale je potřeba si vybrat opravdu ty nejproblematictější, protože nemůžeme na jedno velké téma vytvořit značné množství Conceptů Cartoons, jelikož většinou nám to zabere celou vyučovací hodinu, a když si uvědomíme, kolik dalších náročných témat pro žáky v matematice je, pak si nemůžeme dovolit na to vyčlenit takové množství hodin. Z mého pohledu jsou optimální přibližně dvě vyučovací hodiny na obtížnější téma, čehož jsem se držel i já sám.

2.3 Šetření TIMMS

Na základě zjištěných dat z Conceptů Cartoons jsem zkusil vyhledat výzkumné šetření širšího rázu, abych měl porovnání dané školy s celorepublikovým průměrem. Bohužel v šestém ročníku se v naší republice kromě matematických soutěží žádná výzkumná šetření neprovádí.

Rendl et al. (2015, str. 15) zjistili ve svém výzkumu toto: „*Učitelé obou stupňů škol v rozhovorech zmiňovali jako problematická desetinná čísla. Ovšem sekundární analýzou úloh TIMSS 2007 a úspěšnosti našich žáků v nich jsme zjistili (Rendl, Vondrová, 2014), že v šesti úlohách z domény Číslo, v nichž se pracuje s desetinnými čísly, mají naši žáci výsledky v průměru 20 % nad mezinárodním průměrem. Jen v pěti úlohách, v nichž jsou desetinná čísla užívána v kombinaci se zlomky, klesá odstup od mezinárodního průměru na český standard +9 %.*“

Výsledky TIMMS 2007

Následující údaje jsou převzaty ze zdroje Výzkum TIMMS 2007 (Tomášek, 2009).

Úloha M8 (M01-02)

Zahradník smíchá 4,45 kg travního semene s 2,735 kg jetelového semene. Kolik kilogramů směsi získá?

Tabulka 13: Úspěšnost úlohy M8 (M01-02)

Úspěšnost [%]	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika 1999	77,7	76,6	79,1
Česká republika 2007	79,2	82,1	76,7
Mezinárodní průměr	59,6	60,3	52,9

Úloha má za úkol prověřit schopnost sčítání desetinných čísel. Jak je vidět, úspěšnost řešení byla velmi vysoko nad mezinárodním průměrem.

Úloha M11(M02-02)

Kolik je $3,4 \cdot 10^2$?

A) 3,4

B) 34

C) 340

D) 3 400

Tabulka 14: Úspěšnost úlohy M11 (M02-02)

Úspěšnost [%]	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika 2007	86,3	87,6	85,2
Mezinárodní průměr	67,4	67,9	66,9

Úloha má za cíl prověřit, jak žáci umí mocniny a násobení desetinného čísla. Naši žáci si opět vedli oproti mezinárodnímu průměru velmi dobře.

Úloha M13 (M03-07)

Vynásob: $0,402 * 0,53 =$

Tabulka 15: Úspěšnost úlohy M13 (M03-07)

Úspěšnost [%]	Celkem	Dívky	Chlapci
Česká republika 1999	63,6	64,7	62,7
Česká republika 2007	80,6	84,5	76,8
Mezinárodní průměr	58,7	61,3	56,0

Úloha měla prověřit schopnost násobení dvou desetinných čísel. Procentuální úspěšnost je velmi vysoká, a to jak oproti roku 1999, tak proti mezinárodnímu průměru. Je ale otázka, nakolik je výsledek zkreslený, protože žáci mohli používat výpočetní techniku.

Jak je vidět, naši žáci dopadli mnohem lépe než mezinárodní průměr. Hůře si již vedli, když se začaly kombinovat zlomky a desetinné číslo. Zde úspěšnost klesala hodně hluboko ve srovnání s předchozími příklady. Například příklad ve znění „Zapiš $3 \frac{5}{6}$ ve tvaru desetinného čísla zaokrouhleného na 2 desetinná místa“ dokázalo vyřešit správně pouze 28 %. Napsat součet dvou celých čísel a dvou desetinných zlomků jako desetinné číslo dovedlo vyřešit správně pouze 36 %.

Celková úspěšnost řešení testů se postupem času snižuje. Roku 2003 byli naši žáci na 516 bodech, kdy 500 se považuje za průměr. V roce 2015 jsme získali už pouze

492 bodů, v roce 2018 se křivka lehce otočila a získali jsme 499 bodů (Blažek et al., 2019, str. 28–31).

2.4 Vlastní výzkumné šetření v 8. třídě

Na základě toho, že poslední výzkumné šetření na desetinná čísla bylo právě v TIMMS 2007, jsem se rozhodl udělat si vlastní menší výzkumné šetření, jelikož mě zajímala aktuální situace ovlivněná pandemií. Oslovil jsem čtyři základní školy a nechal žáky 8. tříd vypracovat krátký test. Celkem se jej zúčastnilo 120 žáků.

Příklady byly následující.

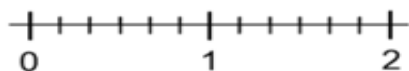
- 1) Zapište dané zlomky pomocí desetinného čísla:

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{7}, \frac{2}{5}$$

Úspěšnost řešení byla následující. První zlomek správně vyřešilo 70,83 % žáků. U dalších dvou již byla úspěšnost velmi nízká, a odrážela tak úspěšnost z průzkumu TIMMS. Druhý zlomek vyřešilo správně pouze 16,67 % a třetí 29,17 %. Tím se vlastně i potvrdilo tvrzení, že někteří žáci nepochopí jinou funkci zlomku, jako je reprezentace operace dělení (Rendl et al., 2015, str. 189).

- 2) Vyznačte následující desetinná čísla a zlomky na číselné ose:

$$0,1; \frac{1}{2}; 0,25; \frac{5}{6}; 0,85; \frac{4}{3}$$



Větší úspěšnost byla zaznamenána u desetinných čísel, a to 76,77%. U zlomků to již bylo daleko horší. Někteří žáci se pokoušeli v návaznosti na minulá cvičení nejdříve převést zlomky na desetinné číslo a to následně vyznačit. Našlo se i několik žáků, kteří si číselnou osu začali protahovat o další čísla, aby měli kam zapsat zlomek $\frac{4}{3}$. Celková úspěšnost u zlomků byla 34,17%.

- 3) Vypočítej daná desetinná čísla:

$$0,3 + 0,6 + 2,1 + 0,05 + 3,25$$

$$10 - 1,3 - 0,75 - 3,05 - 0,25$$

Zde si většina žáků algoritmus pamatuje a ví, že musí sčítat, případně odečítat čísla na stejných řádech. Úspěšnost byla 87,5%.

4) Vypočítejte:

$$0,085 * 100 =$$

$$0,74 : 10 =$$

Většina žáků si dané algoritmy správně pamatuje. Tím pádem úspěšnost byla 80%. Je velmi podobná úspěšnosti z průzkumu TIMMS 2007.

5) Vypočítejte:

$$1,2 * 3 =$$

$$9 * 0,002 =$$

Zde již úspěšnost byla podstatně nižší. Žáci v tomto případě neměli povoleno používání výpočetní techniky. Správně vyřešit dané příklady dokázalo 43,33 %, jeden příklad dovedlo vyřešit 29,17 %. Chyby ve většině případů byly ve špatném umístění desetinné čárky, a tím pádem šlo o zapomenutí pravidla, které nám říká: Kolik desetinných míst máme v činitelích, tolik jich musíme mít v součinu.

6) Vypočítejte:

$$1,2 : 3 =$$

$$0,072 : 8 =$$

Úspěšnost byla 50,83%, což bylo mírně vyšší než při násobení. Pouze jeden příklad dokázalo vyřešit správně 38,33 %. Lepší úspěšnost odhaduji díky tomu, že zde není potřeba si pamatovat určité pravidlo.

7) Vypočítejte:

$$2,1 * 0,3 =$$

Jak lze předpokládat ohledně úspěšnosti, zde byla ještě nižší než při násobení desetinného čísla a čísla přirozeného. Činila 35 %.

8) Vypočítejte:

$$14,82 : 0,2 =$$

Úspěšnost u daného příkladu byla zcela nejnižší, a to 20,83%. Většina žáků se o řešení daného příkladu ani nepokusila. Myslím si, že příčinou může být zapomenutí pravidla pro řešení daného typu, celkový „strašák jakéhokoliv dělení“.

Celkový můj průzkum mi potvrdil většinu informací získaných v TIMMS 2007. Důvod, proč jsem se rozhodl pro vytvoření svého vlastního, byl ten, že přece jen od roku 2007 je to již dlouhá doba a chtěl jsem vidět aktuální stav, jak si naši žáci vedou, jelikož podle výzkumu PISA připravenost žáků neustále klesá (Blažek et al., 2019, str. 28–31).

2.5 Didaktické hry

Následující hry byly vybrány na základě zjištění z Conceptů Cartoons. Měly by pomoci žákům k lepšímu pochopení dané problematiky a osvojení si jednotlivých algoritmů.

Mám za to, že se jedná o velmi důležitou složku výuky, díky níž může být výuka pestřejší, zajímavější, zábavnější. Pomohou lépe žákům pochopit probíraná témata. U žáků, které matematika příliš nebaví, může vzbudit větší zájem, a docílit tak lepších výsledků. Je to i dobrá motivace pro zlepšení výkonů, protože snad každý chce vyhrát a být v něčem nejlepší, proto si myslím, že by to mohlo motivovat žáky k lepší pozornosti v hodinách a kvalitnější domácí přípravě.

V této kapitole jsem uvedl několik didaktických her. Vždy jsou uvedeny úkol, cíl, pomůcky, časová náročnost a poznámky, které přináší moje zkušenosti s danou didaktickou hrou. Didaktické hry většinou v sobě zahrnují početní příklady, je to jistá forma procvičování, ale na rozdíl od běžného počítání do sešitu nebo na tabuli představují pro žáky zábavnější formu.

Příklad 1: Pexeso

Úkol: Přiřaďte k sobě vždy dvě správné dvojice

Cíl: Procvičení zápisu a čtení desetinných čísel

Pomůcky: Libovolný počet kartiček; z jedné strany jsou napsána desetinná čísla číselně a na druhé slovně

Časová náročnost: 10 minut

Poznámky: Aktivita je poměrně náročná na přípravu. Musíme vytvořit dostatečné množství kartiček. Na druhé straně dané kartičky můžeme využít pro více didaktických her. Lze s nimi hrát klasické pexeso, nebo jen žáci mohou mít za úkol přiřadit k sobě dvojice, anebo pouze rozdáme číselně zapsaná desetinná čísla a úkolem žáků je ho správně slovně zapsat a přečíst.

Ukázka kartiček:

1,01	0,1	0,808	1,2	2,022
Jedna celá jedna setina	Žádná celá jedna desetina	Žádná celá osm set osm tisícin	Jedna celá dvě desetiny	Dvě celé dvacet dva tisícin
2,23	0,040	1,45	0,000 1	1,05
Dvě celé dvacet tři setin	Žádná celá čtyřicet tisícin	Jedna celá čtyřicet pět setin	Žádná celá jedna desetitisícina	Jedna celá pět setin

Obrázek 17: Pexeso (převzato od Konopová, 2016)

Příklad 2: Kvarteto

Úkol: Přiřaďte k sobě správně čtveřice







Cíl: Vyjádření celku pomocí zlomku, desetinného čísla a procent

Pomůcky: Libovolný počet kartiček

Časová náročnost: 10 minut.

Poznámky: Jedná se o skupinovou aktivitu. Můžeme ji využít více způsoby. Jednou z možností je danou aktivitu hrát jako pexeso, kdy rozdáme pouze desetinná čísla a zlomky, nebo pouze mohou dané kartičky k sobě přiřazovat, další možností je klasické kvarteto.

Ukázka kartiček:

$\frac{1}{10}$		0,1	10%
$\frac{1}{4}$		0,25	25%
$\frac{1}{2}$		0,5	50%
$\frac{2}{3}$		0,67	67%
$\frac{3}{4}$		0,75	75%
$\frac{1}{3}$		0,33	33%

© 2022 (R)

Obrázek 18: Pexekvarto

(Učitelnice, 2022)

Příklad 3: Řády desetinných čísel

Úkol: Na základě zadání správně vybarvi příslušná pole

Cíl: Procvičení řádů desetinných čísel

Pomůcky: Kartičky s úkoly, pastelky

Časová náročnost: 10 minut

Poznámky: Je vhodné mít s sebou pastelky, protože ne vždy všichni žáci mají své vlastní. Zadané úkoly můžeme různě modifikovat. Místo zaměření na řády desetinných čísel lze danou aktivitu opět zaměřit na čtení a zápis desetinných čísel nebo desetinné zlomky.

Ukázka kartičky:

9,05	4,19	10,0
0,5	12,50	2,3
8,84	3,7	11,35
1,68	37,23	19,0
5,31	9,1	6,2
3,9	8,4	14,8
7,14	1,68	18,15

Barevně vyznač čísla, která mají

- v řádu desetin 1
- v řádu setin 8
- v řádu jednotek 4
- v řádu desetin 3
- v řádu desítek 3
- v řádu setin 5

Obrázek 19: Řády desetinného čísla (převzato od Mudrové, 2011)

Příklad 4: Pyramida

Úkol: Seřad'te daná desetinná čísla od nejmenšího po největší

Cíl: Procvičení porovnávání desetinných čísel

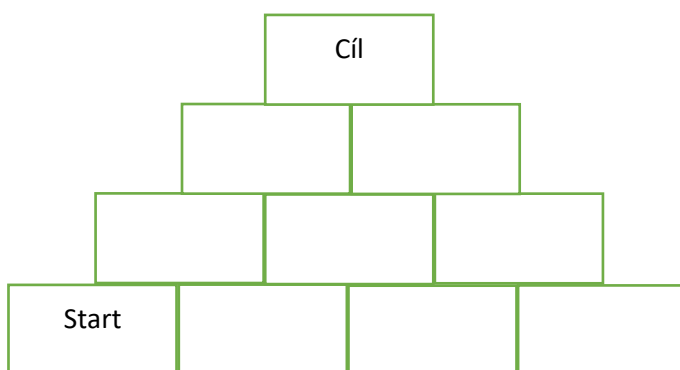
Pomůcky: Připravená pyramida

Časová náročnost: 10 minut

Poznámky: Většina žáků stále v šesté třídě mívá problém psát menším písmem, a proto je vhodné zvolit větší rámečky v pyramidě.

Ukázka pyramidy:

Seřadte daná čísla od nejmenšího po největší: 0,05; 0,5; 0,051; 1,545; 0,909; 0,899; 1,25; 0,55; 0,54; 0,49.



Obrázek 20: Pyramida (převzato od Konopová, 2016)

Příklad 5: Pyramida podruhé

Úkol: Doplňte pyramidu tak, aby dvě spodní čísla byla vždy součtem čísla vrchního

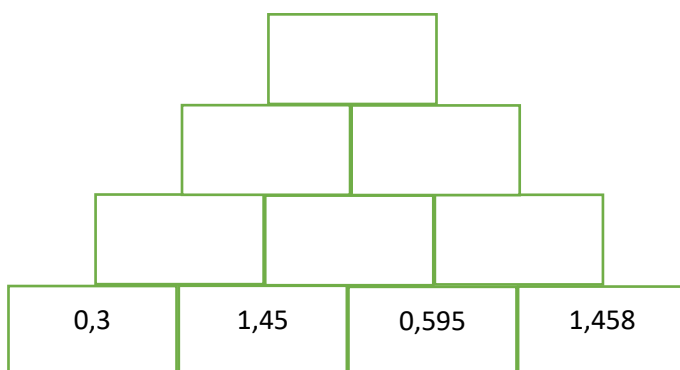
Cíl: Procvičení sčítání desetinných čísel

Pomůcky: Pyramida

Časová náročnost: 10 minut

Poznámky: Daná aktivita se dá modifikovat na všechny možné početní operace

Ukázka pyramidy:



Obrázek 21: Pyramida podruhé (převzato od Konopová, 2016)

Příklad 6: Domino

Úkol: Sestav správně domino; počítej jednotlivé příklady a správně na sebe napojuj další části domina

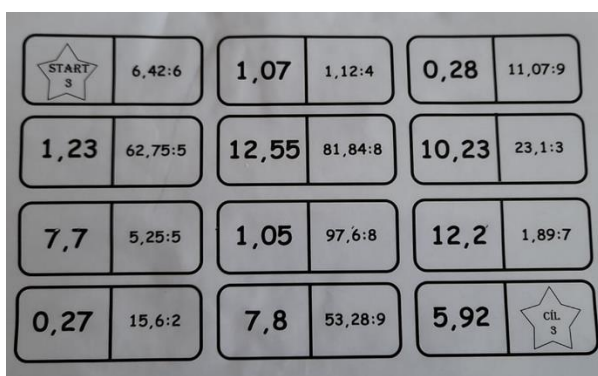
Cíl: Procvičení násobení a dělení desetinných čísel

Pomůcky: Kartičky s příklady

Časová náročnost: 15 minut

Poznámky: Lze modifikovat na všechny početní operace. Rozdělení do skupin je vhodné volit podle zdatnosti žáků. Je to lepší z toho důvodu, že jsou pak ve skupině žáci se stejnou početní rychlostí. Tím pádem nedojde k tomu, že jeden žák, který by byl mnohem rychlejší než ostatní, prakticky vyřeší všechno sám, a ty ostatní to spíše demotivuje. Vhodné je i ze začátku žákům dovolit použít papír na pomocné výpočty

Ukázka domina:



Obrázek 22: Domino

Příklad 7: Pexeso, převody jednotek

Úkol: Přiřaďte k sobě vždy dvě správné dvojice

Cíl: Procvičení násobení a dělení desetinného čísla čísly 10; 100; 1 000

Pomůcky: Libovolný počet kartiček

Časová náročnost: 15 minut

Poznámky: Aktivita je poměrně náročná na přípravu. Na druhé straně dané kartičky můžeme využít pro více didaktických her. Rozdělení do skupin je vhodné volit podle zdatnosti žáků. Je to lepší, jelikož jsou pak ve skupině žáci se stejnou početní rychlostí.

Tudíž pak nedochází k tomu, že jeden žák, který by byl výrazně rychlejší než ostatní, by prakticky všechno vyřešil sám, což by ostatní spíše demotivovalo. Bývá vhodné také zpočátku žákům dovolit použít papír na pomocné výpočty

Ukázka kartiček:

0,1 m	1 dm	8 cm	0,5 t	1,8 m
10 cm	0,1 m	0,08 m	500 kg	18 dm
0,5 km	500 g	7 cm	0,5 km	1,7 m
500 m	0,5 kg	0,7 dm	5 000 dm	170 cm

Obrázek 23: Pexeso na převod jednotek (převzato od Konopová, 2016)

Příklad 8: Bingo

Úkol: Vypočítejte dané příklady a postupně si vyškrtávejte výsledky v příložené kartě

Cíl: Procvičení dělení desetinného čísla číslem desetinným

Pomůcky: Pracovní list s příklady a kartou s výsledky

Časová náročnost: 20 minut

Poznámky: Aktivita se mi velmi osvědčila. Sice nemá daleko ke klasickému procvičování, ale jenom ten pocit soutěživosti v žácích vzbuzuje zájem. Dá se modifikovat na všechny početní operace. Důležité je žáky upozornit na to, že chceme vidět dané příklady vypočítané. Jinak se s jistotou najde někdo, kdo v příložené kartě pouze zaškrtná výsledky a bude se hrdě hlásit, že má bingo. To získáme, pokud vyškrtáme všechna čísla v nějakém řádku, sloupci nebo diagonálně.

Ukázka pracovního listu:

- | | |
|-----------------|-------------------|
| 1) $0,2 : 0,2$ | 9) $0,8 : 0,2$ |
| 2) $0,2 * 0,2$ | 10) $2,5 * 0,15$ |
| 3) $1,5 : 0,5$ | 11) $6,4 * 6,4$ |
| 4) $1,5 * 0,5$ | 12) $6,6 : 1,2$ |
| 5) $2,8 * 0,45$ | 13) $0,2 * 0,3$ |
| 6) $8,8 * 2,2$ | 14) $0,4 * 0,3$ |
| 7) $4,5 : 0,9$ | 15) $0,30 : 0,05$ |
| 8) $10,5 : 0,3$ | 16) $0,45 : 0,5$ |

6	0,75	0,06	0,04
4	1	5,5	0,5
5	35	3	0,375
1,26	40,96	19,36	0,12

Obrázek 24: Hrací karta Bingo

Příklad 9: Tajenka**Úkol:** Vypočítejte příslušné příklady a vyluštěte tabulku**Cíl:** Procvičení všech početních operací**Pomůcky:** Pracovní list**Časová náročnost:** 25 minut**Poznámky:** Daná aktivita je velmi oblíbená. Tajenka a příklady se dají libovolně měnit, a můžeme tak získat více možností na procvičení**Ukázka pracovního listu:**

Vypočítejte dané příklady a na základě výsledku vyplňte tajenku.

1	0,25	2	0,424	1	0,25	2	0,445	0,1	0,25
---	------	---	-------	---	------	---	-------	-----	------

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0,5	9,68	8	10
-----	------	---	----

--	--	--	--

M = 1, T = 2, E = 0,424, H = 0,5, R = 9,68, A = 0,25, I = 0,445, K = 0,1, U = 10, O = 8

- | | |
|--------------------|-----------------|
| 1) $0,45 + 0,55$ | 12) $8,8 * 1,1$ |
| 2) $0,5 * 0,5$ | 13) $8,8 : 1,1$ |
| 3) $0,4 : 0,2$ | 14) $2,5 * 4$ |
| 4) $0,425 - 0,001$ | |
| 5) $0,5 * 2$ | |
| 6) $0,5 : 2$ | |
| 7) $7,2 : 2$ | |
| 8) $0,425 + 0,02$ | |
| 9) $0,25 * 0,4$ | |
| 10) $0,5 - 0,25$ | |
| 11) $0,45 : 0,5$ | |

Obrázek 25: Tajenka (převzato od Konopová, 2016)

Příklad 10: Lavice

Úkol: Vypočítej co nejrychleji z paměti

Cíl: Procvičení všech početních operací

Pomůcky: Žádné

Časová náročnost: 15 minut

Poznámky: Aktivita je založena na rychlém počítání z paměti. Žáky rozdělíme do dvojic. Je vhodné na začátku volit dvojice vyvážené, abychom dali prostor i slabším počtářům. Žáci si stoupnou na úroveň posledních lavic ve třídě. Postupně žákům zadáváme nejrůznější příklady a ti mají za úkol co nejrychleji dané příklady správně vyřešit. Pokud žák příklad správně vypočítá, postupuje o lavici dále, pokud daný příklad vyřeší špatně, posouvá se o lavici dozadu, je-li to možné. Vyhrává ten žák, který se dostane na konec řady. Postupně tak vypadávají žáci a tvoříme nové dvojice. Opět je vhodné snažit se dvojice skládat podle výkonnosti. Celý proces opakujeme, dokud nezůstane poslední dvojice a následný vítěz. Aktivita je velmi svižná a oblíbená.

Závěr

Cílem mojí diplomové práce bylo poskytnout celistvý přehled o výuce desetinných čísel v základní škole. Teoretická část zahrnuje stručnou historii desetinných čísel, jejich zavedení do výuky základní školy i výklad jednotlivých početních operací. Ten je doplněn o příklady a postřehy z toho, kde se žáci nejčastěji dopouštějí chyb, a jak jim pomoci s jejich odstraněním. V práci se také zmiňuji o jiných tématech, ve kterých se objevují desetinná čísla.

Praktická část zahrnuje analýzu celkového pochopení desetinných čísel. Pro sběr dat byla použita metoda Concept Cartoons, která má za úkol na základě miskonceptů ověřit celkové porozumění danému tématu. Na začátku se zabývám stručnou historií dané metody, jejími výhodami i nevýhodami, a hlavně tím, na co si při jejím vytváření dát pozor. Jednotlivé Concepty Cartoons jsem zpracoval do tabulky i grafů a na jejich základě jsem rozebíral, v čem žáci chybují a jak by se to dalo změnit. Vytvořil jsem pro aktivizaci žáků i nejrůznější didaktické hry, které jsou podrobně rozebrány a doplněny vlastními postřehy.

Literatura

BLAŽEK, R. et al., 2019. *Mezinárodní šetření PISA 2018: národní zpráva*. Praha: Česká školní inspekce. ISBN 978-80-88087-24-3.

HEJNÝ, M. et al., 2004. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy. ISBN 80-7290-189-3.

KEOGH, B. a S. NAYLOR, 2010. *Concept Cartoons in Science Education*. 2. vyd. Sandback: Millgate House Publishers. ISBN 9780955626081.

KONOPOVÁ, J., 2016. *Desetinná čísla ve výuce matematiky na ZŠ*. Plzeň. Diplomová práce. Západočeská univerzita v Plzni. Pedagogická fakulta. Vedoucí práce Martina Kašparová.

KRYNICKÝ, M., 2019. Desetinná čísla I. In: *Realisticky.cz* [online]. 7. 11. 2019 [cit. 2022-06-08]. Dostupné z:

<http://www.realisticky.cz/ucebnice/03%20Matematika%20Z%C5%A0%206.%20ro%C4%8Dn%C3%ADk/02%20Desetinn%C3%A1%20%C4%8D%C3%A0s%C3%A1%20Desetinn%C3%A1%20%C4%8D%C3%ADs%C3%A1%20I.pdf>

MUDROVÁ, Petra. *Desetinná čísla hravě* [online]. 2011, 5 [cit. 2022-06-16]. ISSN 1802-478. Dostupné z: <https://dum.rvp.cz/materialy/desetinna-cisla-hrave.html>

MIKULČÁK, J., 2010. Obecná a měšťanská škola. In: MIKULČÁK, J., 2010. *Nástin dějin vyučování v matematice (a také školy) v českých zemích do roku 1918* [online]. Praha: Matfyzpress, s. 166–208 [cit. 2022-06-08]. Dostupné z: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/400987/DejinyMat_42-2010-1_16.pdf

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY ČR, 2022. Upravený rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání platný od 1. 9. 2013. *Msmt.cz* [online]. © 2022 [cit. 2022-06-08]. Dostupné z: <https://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani>

ODVÁRKO, O. a J. KADLEČEK, 2012a. *Matematika pro 6. ročník ZŠ - 1. díl Opakování z aritmetiky a geometrie*. Praha: Prometheus. ISBN 9788071964100.

ODVÁRKO, O. a J. KADLEČEK, 2012b. *Matematika pro 6. ročník ZŠ - 2. díl Desetinná čísla, Dělitelnost*. Praha: Prometheus. ISBN 9788071964148.

ODVÁRKO, O. a J. KADLEČEK, 2012c. *Matematika pro 7. roč. ZŠ - 2. díl Poměr; přímá a nepřímá úměrnost; procenta*. Praha: Prometheus. ISBN 978-80-7196-427-8.

ODVÁRKO, O. a J. KADLEČEK, 2012d. *Matematika pro 7. ročník ZŠ - 1. díl Zlomky; celá čísla; racionální čísla*. Praha: Prometheus. ISBN 978-80-7196-423-0.

UČITELNICE, 2022. Pexekvarto - zlomky, desetinná čísla, procenta. *Ucitelnice.cz* [online]. © 2022 [cit. 2022-06-08]. Dostupné z: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/86#>

RENDL, M. et al., 2013. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy. ISBN 978-80-7290-723-6.

RENDL, M. et al., 2015. *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků*. Praha: Karolinum. ISBN 978-80-246-3234-6.

SAMKOVÁ, L., 2020. *Metoda Concept Cartoons* [online]. České Budějovice: Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity [cit. 2022-06-08]. ISBN 978-80-7394-798-9. Dostupné z: <https://www.pf.jcu.cz/structure/departments/kma/conceptcartoons/>

THE EDITORS OF ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA, 2022. Mathematics in the 17th and 18th centuries. In: *Britannica.com* [online]. © 2022 [cit. 2022-06-08]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/science/mathematics/Mathematics-in-the-17th-and-18th-centuries#ref536259>

TOMÁŠEK, V. et al., 2009. *Výzkum TIMSS 2007*. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání. ISBN 978-80-211-0586-7.

VONDROVÁ, N. a J. ŽALSKÁ, 2013. Kritická místa matematiky na 2. stupni základní školy v diskurzu učitelů. In: RENDL, M. et al., 2013. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, s. 63–126. ISBN 978-80-7290-723-6.