VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

VYUŽITÍ IDENTIFIKACE PARAMETRŮ NELINEÁRNÍCH MATERIÁLOVÝCH MODELŮ PRO ANALÝZU BETONOVÝCH KONSTRUKCÍ

USING THE IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF NONLINEAR MATERIAL MODELS FOR ANALYSIS OF CONCRETE STRUCTURES

TEZE DISERTAČNÍ PRÁCE
DOCTORAL THESIS SUMMARY

AUTOR PRÁCE Ing. Petr Král
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE doc. Ing. PETR HRADIL, Ph.D.
SUPERVISOR

BRNO 2022

KLÍČOVÁ SLOVA

Beton; materiálový model; konstitutivní vztahy; explicitní MKP; numerická simulace; identifikace hodnot parametrů; analýza citlivosti; optimalizace

KEYWORDS

Concrete; material model; constitutive relations; explicit FEM; numerical simulation; identification of parameter values; sensitivity analysis; optimization

© Ing. Petr Král
Ústav stavební mechaniky
Fakulta stavební
Vysoké učení technické v Brně
Česká republika

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

Ing. Petr KRÁL. *Využití identifikace parametrů nelineárních materiálových modelů pro analýzu betonových konstrukcí.* Brno, 2022. 129 s. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce doc. Ing. Petr Hradil, Ph.D.

OBSAH

1 Úvod **1**

2 Modelování betonu – současný stav problematiky **2**

3 Cíle a organizace práce **7**

4 Continuous surface cap model – teoretické pozadí **7**

4.1 Vstupní parametry modelu 7

4.2 Odvození kalibračních křivek pro vstupní parametry 10

5 Identifikační studie **12**

5.1 Referenční data a výpočtový model 12

5.2 Proces identifikace hodnot parametrů 13

5.2.1 Analýza citlivosti a optimalizace 14

5.2.2 Shrnutí výsledků 16

6 Modifikace kalibračních křivek **17**

6.1 Experimentální data a výpočtový model 17

6.2 Proces identifikace hodnot parametrů 19

6.2.1 Analýza citlivosti a globální optimalizace 19

6.2.2 Výsledky a doporučení 21

7 Parametry Karagozian & Case concrete modelu **23**

8 Identifikace parametrů modelu **25**

8.1 Referenční (experimentální) data a výpočtový model 25

8.2 Proces identifikace hodnot parametrů 26

8.2.1 Analýza citlivosti a globální optimalizace 26

8.2.2 Validace získaných výsledků 28

9 Teoretické pozadí vybraných konstitutivních vztahů **29**

10 Algoritmizace a testování v Matlabu, validace **30**

11 Závěr **34**

Literatura **36**

Přehled publikačních aktivit **40**

Curriculum vitae **47**

1 Úvod

Pochopení procesů odehrávajících se v materiálu v průběhu zatěžování, a s tím souvisejícího chování materiálu, je zcela zásadní úlohou pro vědce a odborníky nejen z oblasti stavebního inženýrství a průmyslu. V současném moderním průmyslu hraje výzkum v oblasti materiálového chování (odezvy materiálu na zatížení) a jeho matematického modelování zcela zásadní roli a je neustále posouván kupředu. Tato oblast výzkumu má svůj počátek cca v polovině 20. století. Její rozvoj, až do podoby, jakou známe dnes, souvisel s vývojem komplexních numerických (matematických) metod ve druhé polovině 20. století a také samozřejmě s kontinuálně rostoucí úrovní výpočetní techniky, která má i v současnosti z hlediska úrovně stále rostoucí tendence a umožňuje nám využívat stále komplexnější přístupy za účelem matematického vyšetřování chování materiálů, a konstrukcí z nich vyrobených, při zatěžování. Aplikace reálného (nelineárního) materiálového chování v rámci počítačového modelování nám v současnosti umožňuje nejen analyzovat chování stavebních konstrukcí, a nejen jich, ve velkém detailu, ale především nám umožňuje navrhovat konstrukce, pro které je přístup s použitím platných norem buď zcela nepoužitelný, nebo příliš konzervativní a v tom důsledku nevýhodný po ekonomické stránce. Významnost vědní oblasti zabývající se materiálovým chováním a jeho matematickým modelováním je tedy zcela zřejmá.

Popis chování materiálu závisí na jeho struktuře a intenzitě zatížení. Z hlediska odezvy materiálu (jak matematické, tak reálné) na vyvíjené zatížení lze obecně materiály rozdělit do tří skupin.

První skupinu tvoří materiály s tzv. duktilní (tvárnou) odezvou. Chování těchto materiálů lze obecně popsat tak, že při zatěžování vykazují s nárůstem deformace nejprve lineárně pružnou odezvu. Tento stav trvá až do okamžiku dosažení určité pevnostní meze, o které obvykle hovoříme jako o tzv. mezi kluzu. Následně u těchto materiálů dochází ke vzniku plastických deformací. Po vzniku plastických deformací a dalším zatěžování obvykle napětí v těchto materiálech dále narůstá (materiály se zpevněním), nebo zůstává konstantní (materiály bez zpevnění), a to až do dosažení meze pevnosti daného materiálu. Pro materiály s duktilní odezvou je tedy typické porušení zplastizováním a lze mezi ně řadit především ocel, případně také jiné kovy, a plasty.

Druhá skupina je tvořena materiály, které se vyznačují tzv. křehkou odezvou. Typické chování takovýchto materiálů je, že při zatěžování vykazují s nárůstem deformace lineárně pružnou odezvu, přičemž tento stav trvá až do okamžiku dosažení meze pevnosti daného materiálu, která se nachází obvykle velmi blízko mezi pružnosti. Po dosažení meze pevnosti dochází u těchto materiálů k okamžitému kolapsu (napětí prudce klesá na nulovou hodnotu), který je typický pro křehké porušení. Mezi materiály s křehkou odezvou lze řadit např. sklo.

Třetí a poslední skupinu tvoří materiály s tzv. kvazi-křehkou odezvou. Tyto materiály se při zatěžování s nárůstem deformace typicky vyznačují nejprve buď lineárně pružným, nebo pružnoplastickým chováním, a to až do okamžiku dosažení maximální pevnosti daného materiálu. Poté následuje kolaps materiálu, který ovšem není okamžitý (jako v případě křehkých materiálů), ale je pozvolný, kdy po překročení maximální pevnosti dochází při dalším nárůstu deformace k postupnému snižování schopnosti materiálu přenášet zatížení (napětí v materiálu s dalším nárůstem deformace pozvolna klesá). Tento jev bývá nazýván jako tzv. změkčování materiálu a je typický právě pro materiály s kvazi-křehkým porušováním. Do této třetí skupiny materiálů lze zařadit např. kámen, různé druhy hornin či zemin, led a hlavně materiál, který je v současnosti velmi hojně využíván ve stavebnictví, beton.

Počítačové modelování odezvy betonu na zatížení je v dnešní době umožněno prostřednictvím celé řady metod a přístupů. To, co však mají prakticky všechny metody a přístupy společné, je skutečnost, že jejich využití vyžaduje definování číselných hodnot vstupních parametrů, na kterých je posléze závislá výsledná počítačová odezva betonu. Vzhledem k povaze určitých parametrů (a často také vzhledem k jejich množství) je však nutnost definovat jejich číselné hodnoty tak, aby výsledná počítačová odezva co možná nejlépe odpovídala reálné odezvě betonu, mnohdy velmi netriviálním a komplexním úkolem, který lze z praktického hlediska úspěšně vyřešit v podstatě pouze s využitím komplexních nástrojů určených pro identifikaci hodnot parametrů, což je problematika, kterou se tato práce zabývá.

2 Modelování betonu – současný stav problematiky

Matematické modelování chování betonu při zatěžování je v současnosti umožněno prostřednictvím celé řady metod a přístupů. Nejzákladnější způsob, jakým lze přistupovat k úloze modelování chování betonu a konstrukcí z něj vyrobených, je využití analytických modelů, které se za účelem analýzy jednoduchých konstrukcí běžně využívají ve stavební praxi v kombinaci s posuzováním dle platných norem. Výhodou analytických (spojitých) modelů je jejich jednoduchost, nicméně jejich využití je omezeno v podstatě výhradně na prutové, případně plošné, konstrukce. Materiálové chování je u analytických modelů z hlediska okamžitého monotónního zatěžovaní omezeno pouze na chování lineárně pružné, kde při modelování nevyztuženého betonu je rozhodujícím faktorem stav, při kterém je dosažena pevnost betonu v tahu (dle normy ČSN EN 1992-1-1 (2006) se jedná o charakteristickou pevnost betonu v tahu, 5 % kvantil, poníženou o dílčí součinitel spolehlivosti pro beton). K tématu analytických modelů lze dále uvést také možnost využití analytické formy konstitutivních vztahů, které umožňují modelovat reálné nelineární chování betonu se změkčováním. Tento přístup nicméně vyžaduje realizaci konstitutivního zákona, a tedy také řešení stavu napětí, po jednotlivých krocích, které odpovídají definovaným přírůstkům deformace, a je vhodný pouze pro řešení elementárních úloh

a prvotní testování konstitutivních vztahů. Vzhledem k velmi časté vysoké komplexnosti konstitutivních vztahů a krokovému algoritmu řešení, u kterého obecně platí, že s narůstajícím počtem kroků se výsledná křivka charakterizující odezvu betonu stává hladší a přesnější, nabývá tento přístup na významu až především v kombinaci s naprogramovanými numerickými metodami řešení, které umožňují využití konstitutivních vztahů jak v rámci základních (elementárních) úloh, tak v rámci komplexních úloh.

Pro úlohy, pro které analytické řešení není dostačující, nebo pro úlohy, pro které analytické řešení není vůbec možné, lze s výhodou využít řešení numerické. Modelování betonu prostřednictvím numerických metod je v současné době nejpoužívanějším přístupem. Široce využívanou metodou pro řešení úloh mechaniky kontinua je v současnosti metoda konečných prvků (MKP) (Kolář a kol. 1997). Jedná se o numerickou (přibližnou) metodu vhodnou pro řešení problémů popsaných diferenciálními rovnicemi, při jejímž použití je kontinuum (spojité prostředí) diskretizováno sítí konečných prvků (prvky s konečnými rozměry). Výhodou metody konečných prvků je především její univerzálnost, díky které můžeme modelovat i velmi složité konstrukce ve 3D prostoru, a pak také skutečnost, že umožňuje využití nástrojů nelineární mechaniky. Klíčovou komponentou každého konečně-prvkového modelu je konstitutivní zákon (materiálový model), který charakterizuje vztah mezi napětím a poměrnou deformací a definuje tak materiálové chování. Moderní komplexní výpočetní systémy založené na metodě konečných prvků (Adina 1997, Autodyn 2009, Atena 2013, ANSYS 2020, LS-Dyna 2021) zahrnují v současnosti celou řadu nelineárních materiálových modelů vhodných nejen pro modelování betonu. Z hlediska modelování betonu jsou nelineární materiálové modely založeny především na třech teoriích, kterými jsou teorie plasticity, mechanika poškození a nelineární lomová mechanika, ve kterých se uplatňují různé podmínky plasticity či porušení, např. Chen-Chenova podmínka plasticity (Chen a Chen 1975) nebo Kupferova podmínka porušení (Kupfer a kol. 1969). Materiálové modely betonu založené na zmíněných teoriích mají jak různou úroveň výstižnosti chování betonu, tak také výpočetní náročnost, a záleží jen na výpočtáři, který model si pro výpočty zvolí. Společnou vlastností všech nelineárních materiálových modelů betonu nicméně zůstává, že umožňují modelovat nelineární chování materiálu se změkčováním (pokles napětí při narůstající deformaci) a nestejnoměrnými mechanickými vlastnostmi v tlaku a tahu.

Z hlediska modelování odezvy betonu prostřednictvím simulací metodou konečných prvků je dále na místě zmínit některé přednosti materiálových modelů betonu určených pro explicitní metodu konečných prvků oproti modelům určeným pro klasickou metodu konečných prvků. Je obecně známo, že beton patří mezi materiály, jejichž odezva je závislá na rychlosti zatěžování (rychlosti deformace). Tuto skutečnost je možné zohlednit v rámci numerických simulací pouze při použití materiálových modelů betonu určených pro explicitní metodu konečných prvků,

jelikož konstitutivní zákony těchto modelů zahrnují, na rozdíl od modelů určených pro klasickou metodu konečných prvků, formulace udávající vztahy mezi rychlostí deformace a stavem napětí (Král a kol. 2015). Další předností materiálových modelů betonu určených pro explicitní metodu konečných prvků je možnost modelovat před-poškození konečného prvku nebo skupiny konečných prvků. Při vhodné diskretizaci modelu lze této přednosti využít za účelem modelování jednotlivých hlavních složek (heterogenity) betonu. K tomuto je nicméně nutno dodat, že výpočetní náročnost spojená s konečnými prvky o velmi malých rozměrech, které by tvořily cementovou matrici, by byla velmi vysoká, nemluvě o velkém množství výpočetního času, který by byl zapotřebí v důsledku podmíněné stability explicitního MKP algoritmu. Použití explicitního MKP algoritmu (řešení metodou centrálních diferencí) za účelem modelování fyzikálně nelineární odezvy betonu je však, oproti použití klasického MKP algoritmu (řešení Newton-Raphsonovou metodou), obecně výhodné, protože při něm nedochází k problémům s konvergencí výpočtu. Explicitní MKP algoritmus lze také kombinovat s implicitním MKP algoritmem (Noels a kol. 2004).

Další metodou, kterou lze v současnosti využít za účelem numerického modelování betonu, je metoda s názvem Smoothed particle hydrodynamics (SPH) (Liu a Liu 2003). Jedná se o tzv. meshfree částicovou metodu, která byla původně vyvinuta pro využití v astrofyzice, ale postupem času si našla své uplatnění také v rámci mechaniky kontinua, kde je v současné době používána za účelem simulování dynamiky těles a tekutin. V rámci SPH metody je kontinuum nahrazováno souborem diskrétních prvků, označovaných jako částice, jejichž vzájemné ovlivňování je definováno prostorovou vzdáleností (vyhlazovací délkou) a kernelovou (vyhlazovací) funkcí jednotlivých částic. Jedna konkrétní částice v metodě SPH tedy nemusí ovlivňovat pouze sousední částice, ale může ovlivňovat také další částice v rádiusu daném vyhlazovací délkou (Hušek a kol. 2017). Metoda SPH nám umožňuje, podobně jako metoda konečných prvků, modelovat složité struktury ve 3D prostoru a její uplatnění, vzhledem k možnosti modelování rychlých dynamických dějů a silných nelinearit, spočívá ve spojení s explicitní časovou integrací pohybových rovnic a nelineárními materiálovými modely. Materiálové chování betonu lze v rámci SPH metody modelovat buď s využitím komplexních explicitních nelineárních materiálových modelů (model je tvořen pravidelnou strukturou částic), nebo namodelováním struktury betonu a vhodnou definicí kernelovy funkce v rámci částic tvořících jednotlivé složky betonu při využití co nejjednoduššího materiálového modelu. Vzhledem k vysoké výpočetní a časové náročnosti především druhé z nabízených možností je prakticky nezbytné, aby se numericky řešený fyzikální děj odehrával v co nejkratším časovém úseku. Je na místě také poznamenat, že SPH metoda může být při výpočtech s výhodou kombinována s explicitní metodou konečných prvků.

Alternativně k numerickým metodám využívaným v rámci mechaniky kontinua lze za účelem modelování betonu využít také tzv. diskrétní (částicové) modely (angl.

zkr. DEM), prostřednictvím kterých lze materiál reprezentovat jako systém propojených diskrétních částic (Cusatis a kol. 2003). U těchto modelů je interakce mezi jednotlivými částicemi dána prostřednictvím vztahů mezi zobecněnými vnitřními silami, které jsou definovány na koncových průřezech (kontaktních plochách) částic, a prostřednictvím vztahů mezi zobecněnými posuny koncových průřezů částic. Za účelem modelování odezvy betonu prostřednictvím diskrétního modelu je pochopitelně nutné do modelu zavést odpovídající konstitutivní zákon, který definuje materiálové chování. Konstitutivní zákony používané u diskrétních modelů bývají obvykle založeny na mechanice poškození nebo nelineární lomové mechanice. U diskrétních modelů se konstitutivní zákon realizuje na kontaktech mezi koncovými průřezy jednotlivých částic a je definován ve vektorové formě. Diskrétní modely se obvykle využívají k simulacím materiálů na úrovni mezostruktury, případně mikrostruktury (Cusatis a Cedolin 2007).

Nelze také nezmínit vědecky velmi populární mikroploškový model (Caner a Bažant 2013). Ačkoliv má tento model celou řadu předností, jeho velkou nevýhodou je velmi markantní výpočetní náročnost. Model obecně funguje na principu, že se v každém bodě, ve kterém nás zajímají materiálové vlastnosti, nejprve převádí složky poměrných deformací a napětí na jednoduché případy napjatosti snadno popsatelné experimentálními daty získanými ze základních laboratorních zkoušek. Poté se zpětnou integrací získává nový (upravený) stav napětí a poměrných deformací a výpočet může pokračovat dále.

Ať je však odezva betonu modelována v podstatě jakoukoliv matematickou metodou či přístupem, jednu věc mají prakticky všechny metody a přístupy společnou a tou je skutečnost, že jejich použití vyžaduje definování číselných hodnot vstupních parametrů, na kterých je posléze výsledná modelovaná odezva závislá. Cílem je vždy pochopitelně nalézt takové číselné hodnoty vstupních parametrů nelineárních materiálových modelů betonu nebo matematických metod, aby výsledná modelová odezva co možná nejlépe odpovídala reálné odezvě betonu na zatížení. V případě velmi nízkého počtu parametrů a znalosti jejich rozsahu variability lze za tímto účelem využít klasickou metodu pokus-omyl (Bei a kol. 2013), prostřednictvím které by se požadovaná modelová odezva hledala za pomoci náhodného testování potenciálních číselných kombinací parametrů, přičemž by tento proces trval, dokud by nebylo dosaženo úspěchu, nebo dokud by nebyl manuálně ukončen. Z předchozí věty je zřejmé, že nevýhodou této metody je, že se při zvyšování počtu parametrů stává velmi neefektivní. Důvodem je, že by při zvyšování počtu parametrů docházelo k rapidnímu nárůstu množství potenciálních číselných kombinací parametrů, které by bylo nutno testovat.

Vzhledem k velmi časté ryze matematické povaze (bez fyzikální podstaty) či specifičnosti některých parametrů (a často také vzhledem k jejich velkému množství) nelineárních materiálových modelů betonu, případně matematických metod, je hledání číselných hodnot těchto parametrů tak, aby výsledná modelová odezva co

možná nejlépe odpovídala reálné odezvě betonu, mnohdy velmi komplexním úkolem, se kterým se lze úspěšně vypořádat prakticky pouze s využitím komplexních nástrojů určených pro identifikaci hodnot parametrů (Jankowiak a Łodygowski 2005, Nguyen a Korsunsky 2006, Cooreman a kol. 2007). Jedněmi z aktuálně nejpopulárnějších nástrojů využívaných za účelem identifikace hodnot parametrů jsou metody založené na cvičení umělých neuronových sítí (Lehký a Novák 2013, Ahmad a kol. 2018, Shirkhani a kol. 2019). Umělé neuronové sítě mají v současnosti využití v celé řadě technických oblastí zahrnujících např. strojírenství, informační technologie a samozřejmě také stavebnictví. Struktura umělé neuronové sítě je tvořena souborem neuronů uspořádaných vždy v několika vrstvách, přičemž všechny neurony uspořádané v jedné vrstvě jsou vždy propojeny se všemi neurony uspořádanými v následující vrstvě. Kvalita umělé neuronové sítě závisí na jejím natrénování v rámci adaptivní fáze, ke kterému se obvykle využívají stochastické výpočty. Z hlediska modelování odezvy betonu dokáže vhodně natrénovaná umělá neuronová síť na základě vstupních dat (experimentálně naměřená odezva betonu) naidentifikovat hodnoty parametrů používaných simulačních technik a metod velmi efektivně.

Mezi další nástroje vhodné pro využití za účelem identifikace hodnot parametrů lze uvést tzv. optimalizační metody a algoritmy. V současnosti existuje celá řada optimalizačních metod a algoritmů, ze kterých lze uvést např. gradientní metodu s angl. názvem Nonlinear programming by quadratic Lagrangian (NLPQL – metoda založená na nelineárním programování – nelineární optimalizace) (Schittkowski 1986), algoritmus s názvem Particle swarm optimization (PSO → optimalizace hejnem částic – algoritmus inspirovaný chováním hejna ptáků při hledání potravy) (Kennedy a Eberhart 1995), přímé metody, jakými jsou simplexová metoda (metoda založená na lineárním programování – lineární optimalizace) (Lagová a Jablonský 2004) nebo metody plochy odezvy (Kim a Na 1997), a dále také algoritmy inspirované biologickou evolucí, jakými jsou evoluční algoritmy (EA) (Hrstka a kol. 2003, Zaharie 2009) či genetické algoritmy (GA) (Hynek 2008, Kaya 2018). Použitelnost, přesnost a efektivnost zmíněných optimalizačních metod a algoritmů se samozřejmě mění v závislosti na typu a podstatě řešené úlohy, a tudíž záleží jen na výpočtáři, kterou metodu si pro řešení své úlohy zvolí. Podstata identifikace hodnot parametrů založené na optimalizaci spočívá ve snaze minimalizovat hodnotu zvolené cílové funkce (hledání globálního minima funkce). Cílová funkce může nabývat různých matematických formulací, nicméně z hlediska modelování odezvy betonu je obvykle formulována tak, že její vypočtená hodnota udává odchylku mezi experimentálně naměřenou odezvou betonu (referenční odezvou – je součástí vstupních dat pro optimalizaci) a simulovanou odezvou. Optimální (naidentifikované) hodnoty parametrů pak tedy odpovídají hodnotám parametrů použitým v simulaci, jejíž data vykazují nejmenší odchylku od dat experimentálních. Vzhledem k přítomnosti referenční odezvy na vstupu optimalizačního procesu je identifikace hodnot parametrů založená na optimalizaci také často nazývána termínem „inverzní úloha".

3 Cíle a organizace práce

Účelem práce je hlouběji proniknout do konstitutivního modelování nelineárního chování betonu a zaměřit se na identifikaci hodnot vstupních parametrů vybraných konstitutivních vztahů.

Dílčí cíle práce jsou stanoveny následovně:

- Provést odvození kalibračních křivek pro vstupní parametry u Continuous surface cap modelu.
- V rámci studie provést identifikaci hodnot parametrů základní verze Continuous surface cap modelu za účelem zhodnocení přesnosti a efektivnosti zvolených identifikačních (optimalizačních) metod v rámci řešené oblasti.
- Se zohledněním závěrů studie provést identifikaci hodnot parametrů základní verze Continuous surface cap modelu na základě relevantních experimentálních dat a podle výsledků navrhnout úpravu kalibračních křivek modelu.
- Provést identifikaci hodnot parametrů modifikované verze Continuous surface cap modelu (obsaženo pouze v plné verzi disertační práce) a Karagozian & Case concrete modelu na relevantních experimentálních datech.
- Provést algoritmizaci vybraných konstitutivních vztahů určených pro modelování odezvy betonu.
- Otestovat naprogramované konstitutivní vztahy za účelem nalezení odpovídajících hodnot jejich vstupních parametrů, následně model validovat na experimentálních datech.

V souladu s dílčími cíli je z organizačního hlediska práce rozdělena do tří hlavních tematických částí. První část se zaměřuje na, v dílčích cílech zmíněnou, problematiku týkající se Continuous surface cap modelu. Druhá část je zaměřena na identifikaci hodnot vstupních parametrů Karagozian & Case concrete modelu. Třetí část je zaměřena na algoritmizaci vybraných konstitutivních vztahů pro modelování betonu a problematiku s tím související.

4 Continuous surface cap model – teoretické pozadí

4.1 Vstupní parametry modelu

Continuous surface cap model (LS-Dyna 2021) je explicitní pružnoplastický konstitutivní model využívající koncept mechaniky poškození (Krajcinovic a Lemaitre 1987) za účelem modelování tlakového či tahového změkčování a degradace

modulu pružnosti (tuhosti) a pevnosti při cyklickém zatěžování. Modelování vlivu rychlosti deformace je v rámci materiálového modelu založeno na teorii visko-plasticity. Model se používá převážně pro modelování odezvy betonu, nebo mu podobných kvazi-křehkých materiálů, na zatížení, nicméně bylo zaznamenáno také jeho použití v oblasti numerické analýzy materiálů, které se běžně vyskytují v geotechnice (horniny, nerosty nebo zeminy).

Vstupní parametry modelu (myšleno jeho základní verze) (Murray 2007, LS-Dyna 2021) jsou uvedeny v tabulce 4.1, která zahrnuje jejich popisy, použité jednotky a označení, se kterými parametry se dále pracovalo v rámci (v dalších kapitolách uvedených) procesů inverzní identifikace hodnot parametrů založených na optimalizaci (označení ✓) a se kterými nikoliv (označení ×). V rámci identifikačních procesů se dále nepracovalo konkrétně s parametry iniciace a intenzity zpevnění (označeny čísly 37-38 v tabulce 4.1), protože model pracuje s izotropním zpevněním (požadavek: $N_H = C_H = 0$). Nepracovalo se také s parametry souvisejícími s vlivem rychlosti deformace (označeny čísly 39-46 v tabulce 4.1), poněvadž vliv rychlosti deformace byl v rámci numerických simulací zanedbán prostřednictvím parametru IRATE (označen číslem 4 v tabulce 4.1 → je-li tento parametr roven nule, numericky simulovaná odezva modelu odpovídá kvazi-statickému (lze říci, že i statickému) zatěžování, je tedy nezávislá na aplikované rychlosti zatěžování, což umožňuje využití Continuous surface cap modelu nejen pro numerické modelování dynamického zatěžování konstrukcí z kvazi-křehkých materiálů, ale také pro modelování kvazi-statického nebo statického zatěžování takovýchto konstrukcí). Experimentální a numerická data využitá pro identifikační účely byla kvazi-statického charakteru, nebylo tedy zapotřebí modelovat vliv rychlosti deformace, a proto byl v rámci numerických simulací zanedbán. Pochopitelně se také dále nepracovalo s ovládacími parametry modelu (označeny čísly 1-8 v tabulce 4.1). Parametry označené v tabulce 4.1 symbolem (×) jsou v dalším textu ignorovány.

Tabulka 4.1: Continuous surface cap model – vstupní parametry základní verze

Č.	Parametr	Popis	Jednotka	Ozn.
1	MID	Identifikační číslo	–	×
2	NPLOT	Parametr pro nastavení výstupu ve smyslu komponenty 7 uložené do souboru d3plot	–	×
3	INCRE	Maximální přírůstek poměrné deformace pro sub-inkrementaci	–	×
4	IRATE	Parametr určující zanedbání (0) nebo zohlednění (1) vlivu rychlosti deformace	–	×
5	ERODE	Parametr určující vypadávání konečných prvků z výpočtu (tzv. eroze prvků)	–	×
6	RECOV	Parametr určující obnovu tuhosti při poškození	–	×
7	ITRETRC	Parametr určující zanedbání (0) nebo zohlednění (1) retrakce v rámci modelu izotropního zpevnění	–	×
8	PreD	Parametr pro modelování před-poškození	–	×

9	ρ	Objemová hmotnost	Mg/mm^3	✓
10	G	Modul pružnosti ve smyku	MPa	✓
11	K	Objemový modul pružnosti	MPa	✓
12	α	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat tříosých tlakových zkoušek – konstantní člen	MPa	✓
13	θ	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat tříosých tlakových zkoušek – lineární člen	–	✓
14	λ	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat tříosých tlakových zkoušek – nelineární člen	MPa	✓
15	β	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat tříosých tlakových zkoušek – exponent	MPa^{-1}	✓
16	α_1	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat zkoušek v kroucení – konstantní člen	–	✓
17	θ_1	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat zkoušek v kroucení – lineární člen	MPa^{-1}	✓
18	λ_1	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat zkoušek v kroucení – nelineární člen	–	✓
19	β_1	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat zkoušek v kroucení – exponent	MPa^{-1}	✓
20	α_2	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat tříosých tahových zkoušek – konstantní člen	–	✓
21	θ_2	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat tříosých tahových zkoušek – lineární člen	MPa^{-1}	✓
22	λ_2	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat tříosých tahových zkoušek – nelineární člen	–	✓
23	β_2	Parametr funkce smykového porušení – fitování z dat tříosých tahových zkoušek – exponent	MPa^{-1}	✓
24	R	Poměrový parametr modelu izotropního zpevnění	–	✓
25	X_0	Parametr počátku zpevnění	MPa	✓
26	W	Maximální plastická objemová deformace	–	✓
27	D_1	Lineární tvarový parametr	MPa	✓
28	D_2	Kvadratický tvarový parametr	MPa^2	✓
29	B	Parametr tvaru tlakového změkčení	–	✓
30	D	Parametr tvaru tahového změkčení	–	✓
31	*pwrc*	Přechodový parametr (smyk-tlak)	–	✓
32	*pwrt*	Přechodový parametr (smyk-tah)	–	✓
33	*pmod*	Modifikační parametr	–	✓
34	G_{fc}	Lomová energie pro jednoosý tlak	mJ/mm^2	✓
35	G_{ft}	Lomová energie pro jednoosý tah	mJ/mm^2	✓
36	G_{fs}	Lomová energie pro čistý smyk	mJ/mm^2	✓
37	N_H	Parametr iniciace zpevnění	–	×
38	C_H	Parametr intenzity zpevnění	–	×
39	η_{0c}	Parametr vlivu rychlosti deformace pro jednoosé tlakové namáhání	–	×
40	N_c	Exponent rychlosti deformace pro jednoosé tlakové namáhání	–	×
41	η_{0t}	Parametr vlivu rychlosti deformace pro jednoosé tahové namáhání	–	×
42	N_t	Exponent rychlosti deformace pro jednoosé tahové namáhání	–	×

43	*overc*	Parametr limitující efektivní koeficient fluidity při tlakovém namáhání	MPa	×
44	*overt*	Parametr limitující efektivní koeficient fluidity při tahovém namáhání	MPa	×
45	S_{rate}	Parametr poměru koeficientu fluidity pro čistý smyk vůči koeficientu fluidity pro jednoosý tah	–	×
46	*repow*	Exponent rychlosti deformace pro nárůst lomové energie	–	×

4.2 Odvození kalibračních křivek pro vstupní parametry

Odvození kalibračních křivek pro jednotlivé vstupní (nekonstantní) parametry bylo provedeno prostřednictvím polynomiální (případně exponenciální nebo mocninné) regrese autorských tabelovaných dat uvedených v Murray (2007). Hodnoty regresních koeficientů daných funkcí byly pomocí metody nejmenších čtverců (Rao a kol. 2007) (nebo s využitím CEB-FIP (1993)) hledány tak, aby hodnota koeficientu determinace R^2 vycházela vždy co nejblíže číslu 1 (aby byl získán co nejkvalitnější regresní model).

Kalibrační křivky (funkce) pro parametry *G* a *K*

$$G = \frac{18275}{2{,}3\sqrt[3]{10}} f_c^{1/3} \tag{4.1}$$

$$K = \frac{18275}{2{,}1\sqrt[3]{10}} f_c^{1/3} \tag{4.2}$$

Kalibrační křivky (funkce) pro parametry *α*, *θ*, *λ* a *β*

$$\alpha = -5\text{E}-06 f_c^3 - 0{,}0026 f_c^2 + 0{,}3089 f_c + 7{,}7026 \quad \text{pro} \quad f_c < 46 \text{ MPa} \tag{4.3}$$

$$\alpha = 15{,}9 \quad \text{pro} \quad f_c \geq 46 \text{ MPa} \tag{4.4}$$

$$\theta = 0{,}2166 \exp^{0{,}0104 f_c} \tag{4.5}$$

$$\lambda = 10{,}5 \tag{4.6}$$

$$\beta = 0{,}01929 \tag{4.7}$$

Kalibrační křivky (funkce) pro parametry α_1, θ_1, λ_1 a β_1, resp. α_2, θ_2, λ_2 a β_2

$$\theta_1 = -5\text{E}-11 f_c^3 - 4{,}026\text{E}-07 f_c^2 - 14{,}322\text{E}-07 f_c + 0{,}0015618 \tag{4.8}$$

$$\theta_2 = -4{,}909\text{E}-07 f_c^2 - 16{,}429\text{E}-07 f_c + 0{,}0018786 \tag{4.9}$$

$$\beta_1 = \beta_2 = -2{,}0113\text{E}-05 f_c^2 + 23{,}48\text{E}-05 f_c + 0{,}081648 \tag{4.10}$$

$$\alpha_1 = 0,74735 \tag{4.11}$$

$$\alpha_2 = 0,66 \tag{4.12}$$

$$\lambda_1 = 0,17 \tag{4.13}$$

$$\lambda_2 = 0,16 \tag{4.14}$$

Kalibrační křivky (funkce) pro parametry *R*, *X*₀, *W*, *D*₁ a *D*₂

$$X_0 = 0,0077 f_c^2 + 0,0064 f_c + 83,77 \tag{4.15}$$

$$R = 5 \tag{4.16}$$

$$W = 0,05 \tag{4.17}$$

$$D_1 = 2,5\mathrm{E}-04 \tag{4.18}$$

$$D_2 = 3,49\mathrm{E}-07 \tag{4.19}$$

Kalibrační křivky (funkce) pro parametry *B*, *D*, *pwrc*, *pwrt*, *pmod*, G_{fc}, G_{ft} a G_{fs}

$$G_{ft} = \frac{0,025}{10^{0,7}} f_c^{0,7} \quad \text{pro} \quad D_{agg} = 8 \text{ mm} \tag{4.20}$$

$$G_{ft} = \frac{0,03}{10^{0,7}} f_c^{0,7} \quad \text{pro} \quad D_{agg} = 16 \text{ mm} \tag{4.21}$$

$$G_{ft} = \frac{0,038}{10^{0,7}} f_c^{0,7} \quad \text{pro} \quad D_{agg} = 32 \text{ mm} \tag{4.22}$$

$$G_{fc} = \frac{2,5}{10^{0,7}} f_c^{0,7} \quad \text{pro} \quad D_{agg} = 8 \text{ mm} \tag{4.23}$$

$$G_{fc} = \frac{3}{10^{0,7}} f_c^{0,7} \quad \text{pro} \quad D_{agg} = 16 \text{ mm} \tag{4.24}$$

$$G_{fc} = \frac{3,8}{10^{0,7}} f_c^{0,7} \quad \text{pro} \quad D_{agg} = 32 \text{ mm} \tag{4.25}$$

$$G_{fs} = G_{ft} \tag{4.26}$$

$$B = 100 \tag{4.27}$$

$$D = 0,1 \tag{4.28}$$

$$pwrc = 5 \tag{4.29}$$

$$pwrt = 1 \tag{4.30}$$

$$pmod = 0 \tag{4.31}$$

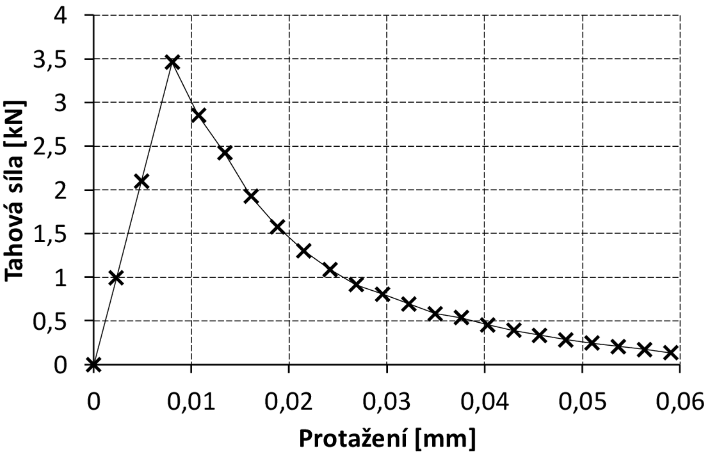
Pevnost v jednoosém tlaku f_c je do výše uvedených rovnic nutné dosazovat v megapascalech. D_{agg} v rovnicích pro lomové energie představuje maximální velikost zrna kameniva.

Získané kalibrační křivky jednoznačně představují silný nástroj pro účely definování číselných hodnot vstupních parametrů Continuous surface cap modelu v jeho základní verzi, poněvadž na rozdíl od modifikované verze modelu lze s těmito křivkami dále pracovat a manipulovat dle vlastní potřeby. Této skutečnosti lze využít především v případech, kdy použití současné (původní) formy kalibračních křivek není dostačující pro potřebnou kalibraci modelu. V těchto případech je za účelem vylepšení dat pro potřeby kalibrace daného materiálového modelu možné kalibrační křivky upravit například na základě výsledků procesu inverzní identifikace hodnot parametrů, což bude v rámci této práce demonstrováno po následující kapitole věnované studii přesnosti a efektivnosti zvolených identifikačních (optimalizačních) metod a algoritmů.

5 Identifikační studie

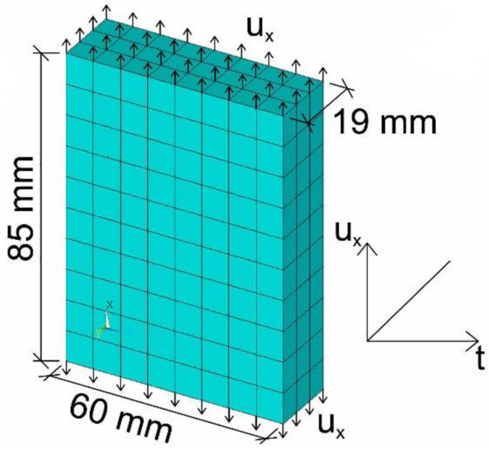
5.1 Referenční data a výpočtový model

Nezbytnou součástí každého identifikačního procesu jsou referenční data (odezva), která tvoří jedny ze vstupních dat pro optimalizaci a která mohou být tvořena buď numericky simulovanými daty, nebo daty experimentálními. Referenční odezva byla pro účely identifikační studie tvořena numerickými daty získanými pro model 145 (Jiang a Zhao 2015, LS-Dyna 2021), která odpovídala experimentálním datům ze zkoušek těles z prostého betonu v jednoosém (prostém) tahu (Geopalaeratnam a Shah 1985). Na obrázku 5.1 lze vidět, že použitá referenční data udávají tvar zatěžovací křivky (křivka závislosti tahové síly na protažení). Bližší charakteristika zkoušek, na jejichž základě byla získána referenční numerická data, je následující (Geopalaeratnam a Shah 1985). Dimenze zkušebních vzorků z prostého betonu byly 305 mm x 60 mm x 19 mm (délka x šířka x tloušťka v místě kritické průřezové plochy). Experimentální data byla vždy měřena na 85 mm dlouhé části zkušebního vzorku, kde měl vzorek právě kritickou průřezovou plochu o rozměrech 60 mm x 19 mm. Pevnost použitého betonu v jednoosém tlaku (po 28 dnech zrání) byla rovna hodnotě 44 MPa. Velikosti zrn kameniva v betonu byly proměnlivé, přičemž autoři zkoušek uvádějí, že maximální velikost zrna kameniva byla 10 mm. V průběhu zatěžování byly zkušební vzorky natahovány konstantní zatěžovací rychlostí. Zatěžování bylo pomalé, odezvu zkušebních vzorků tedy bylo možné považovat za kvazi-statickou.



Obrázek 5.1: Referenční data

Proces inverzní identifikace hodnot parametrů založený na optimalizaci obecně vyžaduje opakované provádění počítačových simulací řešené úlohy, která je udána referenčními daty. Za tímto účelem byl v rámci identifikační studie vytvořen výpočtový model zkoušky pevnosti betonu v jednoosém tahu. V rámci výpočtového modelu byla modelována pouze část zkušebního vzorku o délce 85 mm s kritickou průřezovou plochou o rozměrech 60 mm x 19 mm (viz obrázek 5.2). Pro modelování byly využity explicitní 3 D osmiuzlové strukturální konečné prvky. Vzhledem k tomu, že používaný materiálový model (Continuous surface cap model) zahrnuje nástroj pro regulaci lokalizace nepružných deformací, a k tomu, že se porušení při tahovém namáhání akumulovalo v jedné až dvou sousedních vrstvách konečných prvků, což odpovídalo očekávání, byla zvolená velikost konečných prvků adekvátní.



Obrázek 5.2: Výpočtový model

5.2 Proces identifikace hodnot parametrů

Proces inverzní identifikace hodnot parametrů byl v rámci identifikační studie rozdělen celkem do dvou částí. První část byla tvořena analýzou citlivosti. Druhá část byla tvořena jedno-cílovou optimalizací.

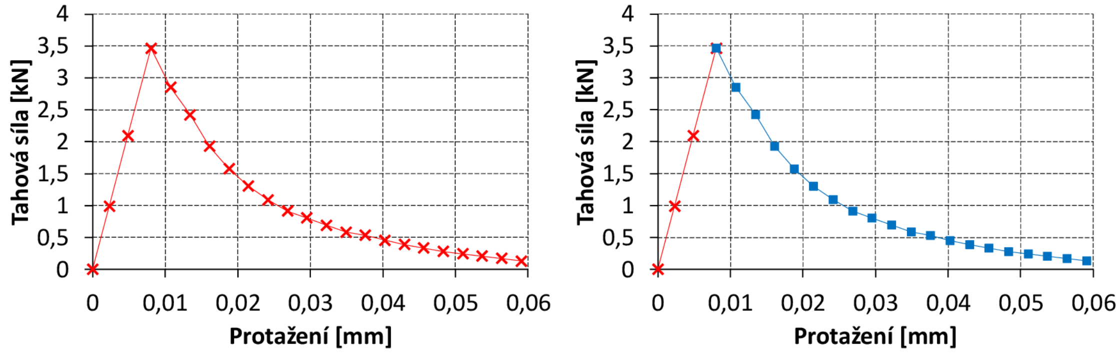
5.2.1 Analýza citlivosti a optimalizace

Cílem analýzy citlivosti bylo zjištění a kvalitativní vyhodnocení, do jaké míry jsou nejistoty výstupních dat ovlivněny variabilitou dat vstupních (Saltelli a kol. 2008). Vstupní data byla tvořena návrhovým vektorem, který zahrnoval veškeré parametry základní verze Continuous surface cap modelu určené k identifikaci. Návrhový vektor byl definován jako

$$\mathbf{X}=\{\rho,G,K,\alpha,\theta,\lambda,\beta,\alpha_1,\theta_1,\lambda_1,\beta_1,\alpha_2,\theta_2,\lambda_2,\beta_2,R,X_0,W,D_1,D_2,B,D,pwrc,\\ pwrt,pmod,G_{fc},G_{ft},G_{fs}\}^{\mathrm{T}} \tag{5.1}$$

Každý parametr návrhového vektoru byl uvažován jako spojitá náhodná veličina s rovnoměrným rozdělením pravděpodobnosti na intervalu daném okrajovými hodnotami. Výstupní data byla tvořena daty z numerických simulací, konkrétně jejich výsledky.

Aby bylo zjištěno co možná nejvíce možných korelací mezi vstupními a výstupními daty, byla analýza citlivosti provedena v celkem dvou případech odlišných z hlediska dělení výstupních dat. V prvním případě byla výstupní data uvažována jako celek (znázorněno červenou barvou na referenční křivce na obrázku 5.3 (a)). Ve druhém případě byla výstupní data rozdělena na dvě části (znázorněno červenou a modrou barvou na referenční křivce na obrázku 5.3 (b)).



(a) (b)

Obrázek 5.3: Dělení výstupních dat: (a) 1. případ analýzy citlivosti, (b) 2. případ analýzy citlivosti

Za účelem pokrytí návrhového prostoru množstvím náhodných realizací návrhového vektoru byla využita metoda s názvem Latin hypercube sampling (LHS → stratifikační metoda programu optiSLang) (Olsson a kol. 2003, optiSLang 2014). Prostřednictvím této metody bylo v obou dvou případech analýzy citlivosti vygenerováno celkem 300 náhodných realizací návrhového vektoru. Data získaná prostřednictvím LHS metody byla v obou případech analýzy citlivosti dále aproximována náhradními regresními modely (metamodely). Na základě těchto modelů byly získány hodnoty relativních četností významnosti pro parametry zahrnuté v návrhovém vektoru. Relativní četnost významnosti kvalitativně určuje míru závislosti mezi vstupními a výstupními daty, kdy

její nulová hodnota značí nevýznamná vstupní data. Výstupní numericky simulovaná data tedy byla významně závislá pouze na parametrech, které měly nenulovou hodnotu relativní četnosti významnosti. Hodnoty pouze těchto významných parametrů musely být identifikovány na základě následné optimalizace. Původní návrhový vektor **X** byl tedy pro optimalizaci zredukován podle výsledků 1. případu analýzy citlivosti do tvaru

$$\mathbf{X}_{\mathbf{red,1}} = \left\{G, K, \alpha, \theta, \lambda, \beta, G_{ft}\right\}^{\mathrm{T}} \tag{5.2}$$

a podle výsledků 2. případu analýzy citlivosti do tvaru

$$\mathbf{X}_{\mathbf{red,2}} = \left\{G, K, \alpha, \theta, \lambda, \beta, \theta_2, \beta_2, D_1, D, G_{ft}, G_{fs}\right\}^{\mathrm{T}} \tag{5.3}$$

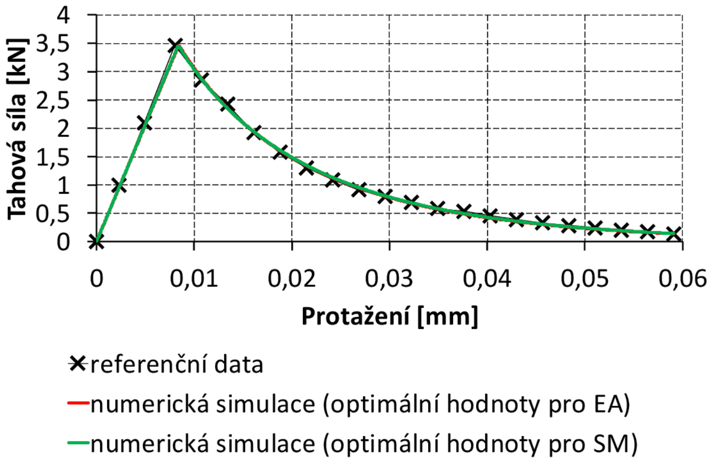
Cílem optimalizace bylo nalezení takových hodnot významných parametrů, aby odchylka mezi simulovanou a referenční zatěžovací křivkou byla minimální. Za tímto účelem bylo potřeba využít nástroj, který by rozdíl mezi křivkami vyjádřil prostřednictvím skaláru. Tímto nástrojem byla cílová funkce, která v rámci této práce vycházela z konceptu minimalizace sumy čtverců (angl. zkr. LSM → least squares minimization) (Most 2010) a která měla tvar

$$ERROR = \sum_{i=1}^{m} (y_{sim,i} - y_{ref,i})^2 \tag{5.4}$$

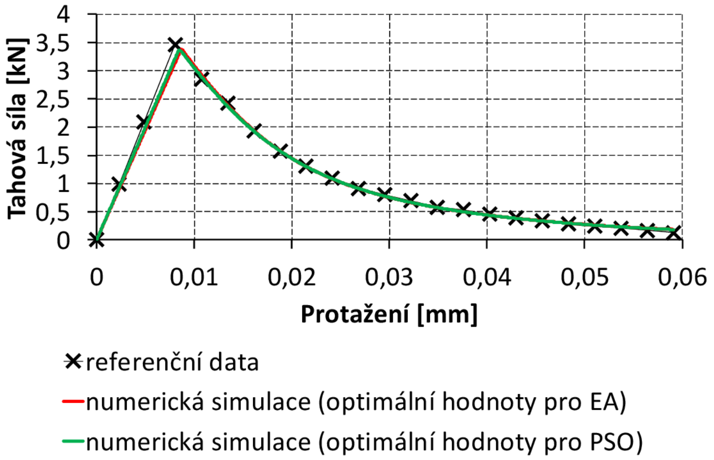
Cílová funkce *ERROR* z rovnice (5.4) byla použita v rámci optimalizace, přičemž bylo hledáno její globální minimum a jemu odpovídající optimální hodnoty významných parametrů. Za tímto účelem byly do proměnné $y_{sim,i}$ dosazovány numericky simulované hodnoty tahové síly odpovídající daným hodnotám protažení a za $y_{ref,i}$ byly dosazovány referenční hodnoty tahové síly odpovídající stejným hodnotám protažení. Počet diskretizačních bodů m byl roven hodnotě 22. Optimalizace byla za účelem srovnání provedena ve dvou případech pro redukované návrhové vektory $\mathbf{X}_{\mathbf{red,1}}$ a $\mathbf{X}_{\mathbf{red,2}}$. V obou případech byla nejprve provedena globální optimalizace a následně také lokální optimalizace, jejímž účelem byla analýza okolí globálního minima cílové funkce a jeho následné zpřesnění.

Pro globální optimalizaci byl v obou případech použit evoluční algoritmus (EA) (optiSLang 2014). Důvodem byla jeho vhodnost pro hledání globálního minima cílové funkce, jelikož na rozdíl od jiných optimalizačních metod dokáže při svém běhu bez problémů vystoupit z lokálního minima funkce velmi blízkého minimu globálnímu. Pro lokální optimalizaci byla v prvním případě (pro vektor $\mathbf{X}_{\mathbf{red,1}}$) použita simplexová metoda (SM) (optiSLang 2014). Důvodem bylo malé množství identifikovaných parametrů, které její použití umožňovalo, jelikož iterativní algoritmus simplexové metody je efektivní pouze při nízkém počtu identifikovaných parametrů (cca do 6-7 parametrů). Ve druhém případě (pro vektor $\mathbf{X}_{\mathbf{red,2}}$) byla, vzhledem k většímu počtu parametrů, pro lokální optimalizaci využita metoda

s názvem Particle swarm optimization (PSO → optimalizace hejnem částic) (optiSLang 2014). V průběhu optimalizačních výpočtů byla hodnota cílové funkce vždy postupně minimalizována (konvergovala k optimálnímu řešení) skrze jednotlivé cykly či iterace použitých optimalizačních metod. Grafická srovnání výsledků numerických simulací, ve kterých byly použity optimální hodnoty parametrů materiálového modelu, s referenčními daty jsou znázorněna na obrázcích 5.4 a 5.5.



Obrázek 5.4: Srovnání výsledků numerických simulací s referenčními daty pro 1. případ optimalizace



Obrázek 5.5: Srovnání výsledků numerických simulací s referenčními daty pro 2. případ optimalizace

5.2.2 Shrnutí výsledků

Na obrázcích 5.4 a 5.5 lze vidět, že hodnoty vstupních parametrů materiálového modelu byly naidentifikovány velice přesně všemi použitými optimalizačními metodami. Rozdíly mezi výsledky globální a lokální optimalizace jsou tedy u řešené úlohy prakticky zanedbatelné. Stejně tak jsou prakticky zanedbatelné také rozdíly mezi výsledky získanými pro redukovaný návrhový vektor $\mathbf{X}_{red,1}$ (1. případ optimalizace) a výsledky získanými pro vektor $\mathbf{X}_{red,2}$ (2. případ optimalizace).

Z výše uvedených poznatků lze zaprvé konstatovat, že je zcela dostatečné analyzovat citlivost vstupních dat přímo na celé zatěžovací křivce, jelikož analýza citlivosti vstupních dat odděleně na částech zatěžovací křivky (a tedy pravděpodobnost vyššího počtu významných parametrů) nepřináší z hlediska následného procesu optimalizace žádné další zlepšení. Zadruhé lze z výše uvedených poznatků konstatovat, že globální optimalizace je z hlediska aproximačních úloh zcela dostačující. Následná lokální optimalizace může přinést už jen nepatrné zlepšení. Zmíněné skutečnosti budou zohledněny v dalších identifikačních procesech uvedených v této práci.

6 Modifikace kalibračních křivek

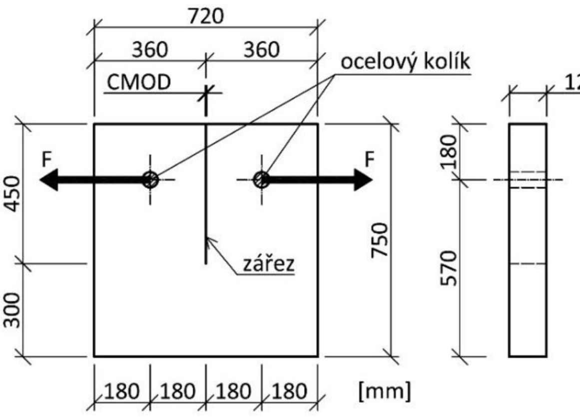
Jak již bylo zmíněno, kalibrační křivky odvozené v rámci této práce jednoznačně představují silný nástroj pro účely definování číselných hodnot vstupních parametrů základní verze Continuous surface cap modelu. Nelze je však brát jako dogma, jelikož mohou nastat případy, kdy jejich použití v základní (současné) podobě nemusí být dostačující pro potřebnou kalibraci modelu. V těchto případech je za účelem vylepšení dat pro potřeby kalibrace daného materiálového modelu nicméně možné kalibrační křivky upravit například právě na základě výsledků procesu inverzní identifikace hodnot parametrů založeného na optimalizaci. Tato skutečnost je demonstrována dále v následujících podkapitolách.

6.1 Experimentální data a výpočtový model

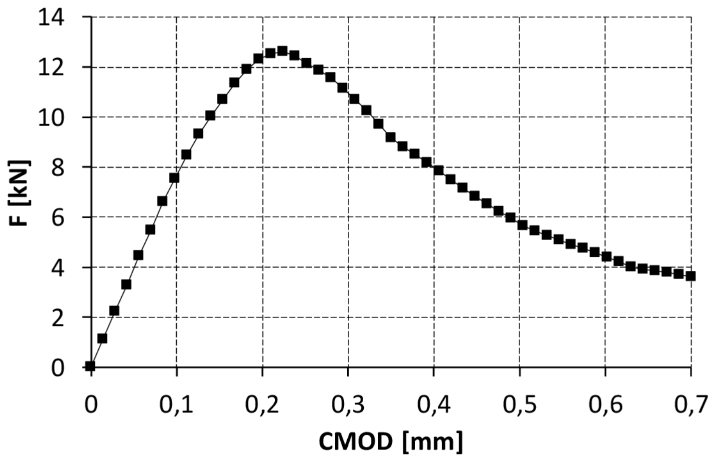
V rámci identifikačního procesu byla jako referenční data použita data experimentální, která byla získána ze zkoušky pevnosti betonu v excentrickém tahu provedené a popsané autory Wittmann a kol. (1988). Pro účely této práce byla z citované literatury převzata a použita experimentální data získaná pro referenční zkušební vzorek, jehož rozměry jsou společně se schematickou reprezentací zkoušky uvedeny na obrázku 6.1. Použitá experimentální data jsou reprezentována zatěžovací křivkou, která udává závislost zatěžovací síly (F na obrázku 6.1) na povrchovém otevření trhliny (CMOD na obrázku 6.1). Křivka je znázorněna na obrázku 6.2. Charakteristiky betonu, pro které byla experimentální křivka na obrázku 6.2 naměřena, byly následující: f_c = 42,9 MPa (pevnost betonu v jednoosém tlaku po 28 dnech zrání) a D_{agg} = 16 mm (velikost největšího zrna kameniva). Experimentální data mají kvazi-statický charakter, jelikož zatěžování bylo pomalé (konstantní rychlost zatěžování byla rovna hodnotě 0,2 mm/min).

Ve srovnání s reálnou zkouškou excentrickým tahem byl výpočtový model řešené úlohy zjednodušen. Zjednodušení spočívalo v tom, že nebyly modelovány ocelové kolíky, prostřednictvím kterých se přenáší zatěžovací síly ze zkušebního přístroje do zkušebního vzorku (viz obrázek 6.1). Jejich účinky byly suplovány aplikací okrajových

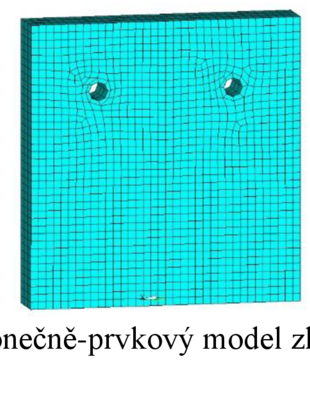
podmínek. Pro diskretizaci geometrického modelu zkušebního vzorku se zářezem byly použity explicitní 3 D osmiuzlové strukturální konečné prvky (bricky). Zářez ve vzorku byl modelován nespojitostí sítě konečných prvků (zdvojené uzly konečných prvků v místě zářezu). Výsledný konečně-prvkový model vzorku je znázorněn na obrázku 6.3. Okrajové podmínky byly aplikovány ve smyslu zatížení a podepření konečně-prvkového modelu zkušebního vzorku. Zatížení bylo aplikováno na uzly po obvodu obou otvorů ve vzorku. Podpory byly předepsány pro uzly po obvodu obou otvorů a pro uzly spodní podstavy konečně-prvkového modelu zkušebního vzorku.



Obrázek 6.1: Schéma zkoušky pevnosti betonu v excentrickém tahu s uvedenými rozměry referenčního zkušebního vzorku



Obrázek 6.2: Experimentální zatěžovací křivka



Obrázek 6.3: Konečně-prvkový model zkušebního vzorku

6.2 Proces identifikace hodnot parametrů

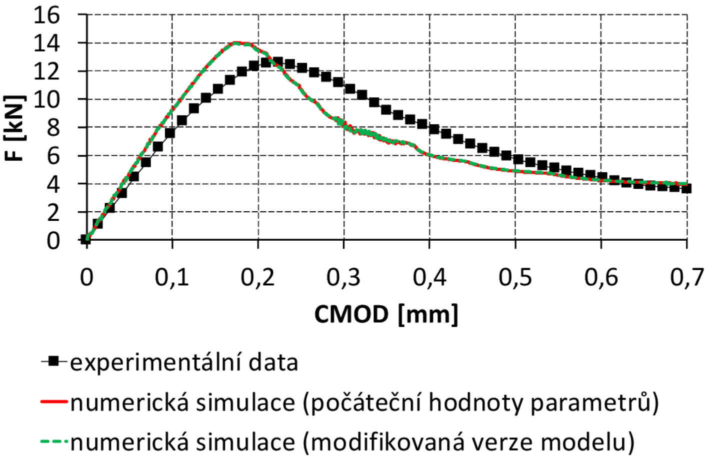
6.2.1 Analýza citlivosti a globální optimalizace

Za účelem hledání korelací mezi vstupními a výstupními daty byla vstupní data zastoupena, stejně jako v případě předchozí identifikační studie, návrhovým vektorem, jehož matematická podoba byla (viz také rovnice (5.1))

$$\mathbf{X} = \{\rho, G, K, \alpha, \theta, \lambda, \beta, \alpha_1, \theta_1, \lambda_1, \beta_1, \alpha_2, \theta_2, \lambda_2, \beta_2, R, X_0, W, D_1, D_2, B, D, pwrc, pwrt, pmod, G_{fc}, G_{ft}, G_{fs}\}^{\mathrm{T}} \tag{6.1}$$

Do návrhového vektoru vstupoval každý parametr jako spojitá náhodná veličina s rovnoměrným rozdělením pravděpodobnosti na intervalu daném okrajovými hodnotami. Výstupní data byla tvořena numericky simulovanými daty. Citlivost vstupních dat byla analyzována na celé zatěžovací křivce.

Stejně jako v případě předchozí identifikační studie byla využita stratifikační metoda LHS. Touto metodou bylo vygenerováno celkem 100 náhodných realizací návrhového vektoru. První realizace návrhového vektoru odpovídala počátečním hodnotám parametrů modelu, které byly získány výpočtem s použitím odvozených kalibračních křivek pro hodnoty parametrů f_c a D_{agg} odpovídající experimentálním charakteristikám. Objemová hmotnost ρ byla definována běžně používanou hodnotou pro prostý beton. Počáteční hodnoty parametrů jsou společně s jejich okrajovými hodnotami uvedeny v tabulce 6.1. Na obrázku 6.4 je znázorněno srovnání experimentální zatěžovací křivky se simulovanou zatěžovací křivkou získanou pro zmíněné počáteční hodnoty parametrů modelu. Srovnání je důkazem toho, že pro řešenou úlohu je použití odvozené podoby kalibračních křivek nedostačující. Dále je na obrázku 6.4 znázorněna také simulovaná zatěžovací křivka, která byla získána pro modifikovanou verzi materiálového modelu. Je vidět, že tato křivka je prakticky totožná s křivkou získanou pro základní verzi modelu. To potvrzuje korektnost odvození kalibračních funkcí pro vstupní parametry modelu.



Obrázek 6.4: Srovnání zatěžovacích křivek

Data získaná prostřednictvím LHS metody byla dále aproximována, stejně jako v případě předchozí identifikační studie, náhradními regresními modely. Na základě těchto modelů byly získány hodnoty relativních četností významnosti pro parametry zahrnuté v návrhovém vektoru. Byla tedy získána informace o významných parametrech pro následnou globální optimalizaci. Původní návrhový vektor **X** byl tedy pro globální optimalizaci zredukován do formy

$$\mathbf{X}_{\mathbf{red}} = \left\{ G, K, \alpha, \theta, \lambda, \beta, \lambda_2, \beta_2, X_0, B, D, G_{fc}, G_{ft} \right\}^{\mathrm{T}} \tag{6.2}$$

Tabulka 6.1: Počáteční, okrajové a optimální hodnoty parametrů materiálového modelu

Parametr	**Jednotka**	**Počáteční hodnota**	**Okrajová hodnota (min)**	**Okrajová hodnota (max)**	**Optimální hodnota (EA)**
ρ	Mg/mm^3	2,4E–09	2,1E–09	2,5E–09	počáteční
G	MPa	12911	10011	14276	10923
K	MPa	14140	10964	15636	11034
α	MPa	15,77	12,80	15,90	15,26
θ	–	0,338	0,266	0,395	0,278
λ	MPa	10,50	9,00	12,00	11,19
β	MPa^{-1}	0,01929	0,01500	0,02300	0,02210
α_1	–	0,74735	0,50000	1,00000	počáteční
θ_1	MPa^{-1}	7,555E–04	1,147E–04	1,372E–03	počáteční
λ_1	–	0,17	0,14	0,20	počáteční
β_1	MPa^{-1}	0,05470	0,02757	0,07829	počáteční
α_2	–	0,66	0,30	0,90	počáteční
θ_2	MPa^{-1}	9,047E–04	1,310E–04	1,649E–03	počáteční
λ_2	–	0,16	0,10	0,22	0,22
β_2	MPa^{-1}	0,05470	0,02757	0,07829	0,04086
R	–	5	2	8	počáteční
X_0	MPa	98,22	87,00	110,00	89,67
W	–	0,05	0,02	0,08	počáteční
D_1	MPa	2,5E–04	1,5E–04	3,5E–04	počáteční
D_2	MPa^2	3,49E–07	2,49E–07	4,49E–07	počáteční
B	–	100,00	80,00	120,00	108,91
D	–	0,10000	0,00000	1,00000	0,63618
pwrc	–	5	2	8	počáteční
pwrt	–	1,0	0,5	2,0	počáteční
pmod	–	0	0	1	počáteční
G_{fc}	mJ/mm^2	8,31	4,06	13,01	4,27
G_{ft}	mJ/mm^2	0,0831	0,0406	0,1301	0,1118
G_{fs}	mJ/mm^2	0,0831	0,0406	0,1301	počáteční
RMSE	kN	–	–	–	0,14278

Za účelem nalezení takových hodnot významných parametrů, aby bylo dosaženo minimálního rozdílu mezi simulovanou a experimentální zatěžovací křivkou, byla v rámci optimalizace využita cílová funkce, která vycházela z cílové funkce použité v rámci předchozí identifikační studie. Rozdíly oproti předchozí cílové funkci spočívaly v jejích úpravách ve smyslu vydělení počtem diskretizačních bodů m a následného odmocnění. Těmito úpravami získaná cílová funkce měla tvar (Hyndman a Koehler 2006)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}(y_{sim,i} - y_{ref,i})^2}{m}} \qquad (6.3)$$

Bylo hledáno globální minimum cílové funkce *RMSE* a jemu odpovídající optimální hodnoty parametrů vektoru $\mathbf{X}_{\mathbf{red}}$. Za tímto účelem byly do proměnné $y_{sim,i}$ dosazovány hodnoty zatěžovací síly F z numerické analýzy a za $y_{ref,i}$ byly dosazovány odpovídající hodnoty síly F z experimentu. Počet diskretizačních bodů m se rovnal hodnotě 50. Byla provedena pouze globální optimalizace bez následné optimalizace lokální.

Pro globální optimalizaci byl použit, stejně jako v případě předchozí identifikační studie, evoluční algoritmus (EA). Optimální (naidentifikované) hodnoty parametrů návrhového vektoru $\mathbf{X}_{\mathbf{red}}$ jsou uvedeny v tabulce 6.1 společně s minimální hodnotou použité cílové funkce.

6.2.2 Výsledky a doporučení

Na obrázku 6.5 je znázorněno výsledné srovnání experimentální zatěžovací křivky se simulovanou zatěžovací křivkou pro optimální hodnoty parametrů. Na základě tohoto srovnání lze konstatovat, že hodnoty vstupních parametrů modelu získané na základě provedené globální optimalizace představují velmi kvalitní kalibrační data pro řešenou úlohu. Tato data nicméně neodpovídají hodnotám získaným na základě odvozených kalibračních křivek. Za účelem vylepšení dat pro potřeby kalibrace daného materiálového modelu v rámci numerického řešení zkoušky pevnosti betonu v excentrickém tahu je tedy potřeba příslušné kalibrační křivky upravit podle získaných výsledků.

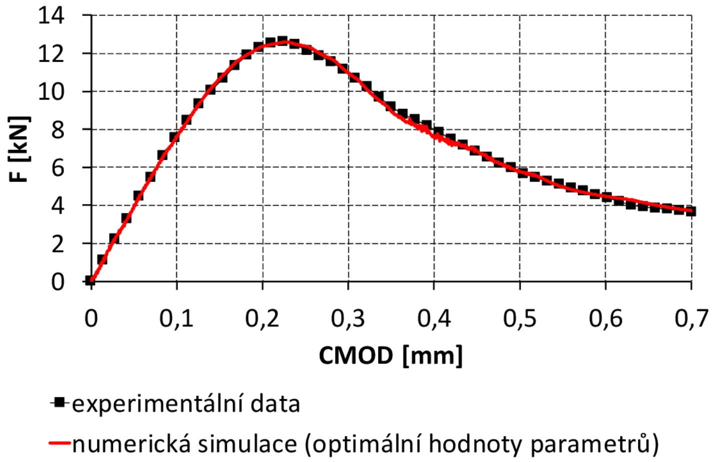
Navržená úprava spočívá v zahrnutí posunů v oblasti oboru hodnot do příslušných kalibračních křivek. Tím jsou získány kalibrační funkce, které respektují získané výsledky a zachovávají si své derivace. Původní kalibrační funkce a jejich doporučené (navržené) úpravy jsou uvedeny v tabulce 6.2. Kalibrační křivky ostatních parametrů mohou být ponechány v původním tvaru.

Získané výsledky a poznatky mohou s výhodou posloužit jako podklad pro další případný výzkum zabývající se kalibrací Continuous surface cap modelu v jeho základní verzi, nebo jako pomůcka pro praktickou aplikaci modelu.

Tabulka 6.2: Původní a upravené kalibrační funkce

Parametr	Původní funkce*	Doporučená úprava funkce*
G	$G=\frac{18275}{2,3\sqrt[3]{10}}f_c^{1/3}$	$G=\frac{18275}{2,3\sqrt[3]{10}}f_c^{1/3}-1988$
K	$K=\frac{18275}{2,1\sqrt[3]{10}}f_c^{1/3}$	$K=\frac{18275}{2,1\sqrt[3]{10}}f_c^{1/3}-3106$
α	Pro f_c < 46 MPa: $\alpha=-5\text{E}-06f_c^3-0,0026f_c^2+0,3089f_c+$ $+7,7026$ Pro $f_c \geq$ 46 MPa: $\alpha=15,9$	Pro f_c < 46 MPa: $\alpha=-5\text{E}-06f_c^3-0,0026f_c^2+0,3089f_c+$ $+7,1926$ Pro $f_c \geq$ 46 MPa: $\alpha=15,39$
θ	$\theta=0,2166\exp^{0,0104f_c}$	$\theta=0,2166\exp^{0,0104f_c}-0,06$
λ	$\lambda=10,5$	$\lambda=11,19$
β	$\beta=0,01929$	$\beta=0,0221$
λ_2	$\lambda_2=0,16$	$\lambda_2=0,22$
β_2	$\beta_2=-2,0113\text{E}-05f_c^2+23,48\text{E}-05f_c+$ $+0,081648$	$\beta_2=-2,0113\text{E}-05f_c^2+23,48\text{E}-05f_c+$ $+0,067808$
X_0	$X_0=0,0077f_c^2+0,0064f_c+83,77$	$X_0=0,0077f_c^2+0,0064f_c+75,22$
B	$B=100$	$B=108,91$
D	$D=0,1$	$D=0,63618$
G_{fc}	Pro D_{agg} = 8 mm: $G_{fc}=\frac{2,5}{10^{0,7}}f_c^{0,7}$ Pro D_{agg} = 16 mm: $G_{fc}=\frac{3}{10^{0,7}}f_c^{0,7}$ Pro D_{agg} = 32 mm: $G_{fc}=\frac{3,8}{10^{0,7}}f_c^{0,7}$	Pro D_{agg} = 8 mm: $G_{fc}=\frac{2,5}{10^{0,7}}f_c^{0,7}-4,04$ Pro D_{agg} = 16 mm: $G_{fc}=\frac{3}{10^{0,7}}f_c^{0,7}-4,04$ Pro D_{agg} = 32 mm: $G_{fc}=\frac{3,8}{10^{0,7}}f_c^{0,7}-4,04$
G_{ft}	Pro D_{agg} = 8 mm: $G_{ft}=\frac{0,025}{10^{0,7}}f_c^{0,7}$ Pro D_{agg} = 16 mm: $G_{ft}=\frac{0,03}{10^{0,7}}f_c^{0,7}$ Pro D_{agg} = 32 mm: $G_{ft}=\frac{0,038}{10^{0,7}}f_c^{0,7}$	Pro D_{agg} = 8 mm: $G_{ft}=\frac{0,025}{10^{0,7}}f_c^{0,7}+0,0287$ Pro D_{agg} = 16 mm: $G_{ft}=\frac{0,03}{10^{0,7}}f_c^{0,7}+0,0287$ Pro D_{agg} = 32 mm: $G_{ft}=\frac{0,038}{10^{0,7}}f_c^{0,7}+0,0287$

*pro dosazení hodnoty za f_c v megapascalech



Obrázek 6.5: Výsledné srovnání zatěžovacích křivek

7 Parametry Karagozian & Case concrete modelu

Karagozian & Case concrete model (Malvar a kol. 1997, LS-Dyna 2021) je tří invariantní konstitutivní model založený na třech plochách smykového porušení, kterými jsou plocha smykového porušení na mezi vzniku plastických deformací, plocha smykového porušení na mezi maximální (ultimátní) pevnosti a plocha smykového porušení na mezi reziduální pevnosti. Zmíněné plochy smykového porušení jsou vzájemně nezávislé. Výsledná plocha porušení je v rámci modelu interpolována buď mezi plochou smykového porušení na mezi maximální pevnosti a plochou smykového porušení na mezi vzniku plastických deformací, anebo mezi plochou smykového porušení na mezi maximální pevnosti a plochou smykového porušení na mezi reziduální pevnosti.

Model umožňuje zohlednit porušení materiálu s nestejnoměrnými mechanickými vlastnostmi v tahu a tlaku, tudíž je vhodný pro modelování odezvy betonu na zatížení. V rámci svých vstupních parametrů model umožňuje zohlednit také vliv rychlosti deformace na stav napětí. Tato schopnost může být nicméně v rámci modelu zanedbána. Tím se odezva modelu stává nezávislou na časovém údaji. Z této skutečnosti je zřejmé, že Karagozia & Case concrete model je vhodný nejen pro modelování odezvy konstrukcí na rychlé dynamické zatěžování, ale také pro modelování odezvy konstrukcí na kvazi-statické či statické zatěžování, čehož bylo v rámci této práce využito.

Pro svou aplikaci vyžaduje materiálový model definovat číselné hodnoty celkem 48 svých vstupních parametrů společně s hodnotami 44 parametrů stavové rovnice (LS-Dyna 2021). Pro použití tohoto modelu je tedy nutné definovat číselné hodnoty celkem 92 parametrů, což je vzhledem k nefyzikální podstatě velkého množství parametrů dosti problematický úkol.

Velké množství vstupních parametrů modelu zůstává se změnou fyzikálně-mechanických vlastností materiálu konstantní. Hodnoty těchto parametrů tudíž není nutné identifikovat, čehož bylo v rámci této práce využito. Při pominutí konstantních

parametrů nicméně stále zbývá definovat číselné hodnoty celkem 28 vstupních parametrů, které se mění v závislosti na fyzikálně-mechanických vlastnostech materiálu, což je stále dosti problematický úkol. Přehled těchto 28 parametrů je, včetně použitých jednotek, uveden v tabulce 7.1. Hodnoty těchto parametrů jsou v rámci této práce identifikovány za účelem nalezení co nejpřesnější aproximace experimentálních dat (viz dále) numerickou simulací.

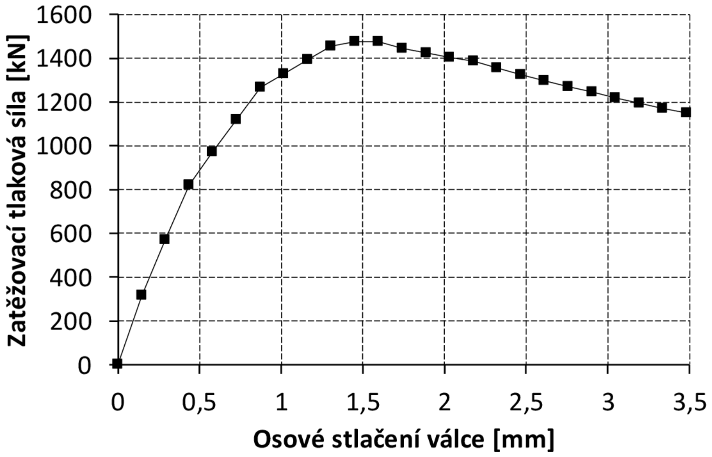
Tabulka 7.1: Karagozian & Case concrete model – parametry k identifikaci

Č.	Parametr	Popis	Jednotka
1	ρ	Objemová hmotnost	Mg/mm^3
2	ν	Poissonovo číslo	–
3	σ_f	Maximální hlavní napětí pro selhání materiálu	MPa
4	a_{0m}	Koheze pro plochu smykového porušení na mezi maximální pevnosti	MPa
5	a_{2m}	Koeficient zpevnění pro plochu smykového porušení na mezi maximální pevnosti	MPa^{-1}
6	a_{0y}	Koheze pro plochu smykového porušení na mezi vzniku plastických deformací	MPa
7	a_{2y}	Koeficient zpevnění pro plochu smykového porušení na mezi vzniku plastických deformací	MPa^{-1}
8	a_{2r}	Koeficient zpevnění pro plochu smykového porušení na mezi reziduální pevnosti	MPa^{-1}
9	B_1	Faktor měřítka pro poškození	–
10	P_2	Tlak – 2. hodnota	MPa
11	P_3	Tlak – 3. hodnota	MPa
12	P_4	Tlak – 4. hodnota	MPa
13	P_5	Tlak – 5. hodnota	MPa
14	P_6	Tlak – 6. hodnota	MPa
15	P_7	Tlak – 7. hodnota	MPa
16	P_8	Tlak – 8. hodnota	MPa
17	P_9	Tlak – 9. hodnota	MPa
18	P_{10}	Tlak – 10. hodnota	MPa
19	BU_1	Objemový modul pružnosti při odtěžování – 1. hodnota	MPa
20	BU_2	Objemový modul pružnosti při odtěžování – 2. hodnota	MPa
21	BU_3	Objemový modul pružnosti při odtěžování – 3. hodnota	MPa
22	BU_4	Objemový modul pružnosti při odtěžování – 4. hodnota	MPa
23	BU_5	Objemový modul pružnosti při odtěžování – 5. hodnota	MPa
24	BU_6	Objemový modul pružnosti při odtěžování – 6. hodnota	MPa
25	BU_7	Objemový modul pružnosti při odtěžování – 7. hodnota	MPa
26	BU_8	Objemový modul pružnosti při odtěžování – 8. hodnota	MPa
27	BU_9	Objemový modul pružnosti při odtěžování – 9. hodnota	MPa
28	BU_{10}	Objemový modul pružnosti při odtěžování – 10. hodnota	MPa

8 Identifikace parametrů modelu

8.1 Referenční (experimentální) data a výpočtový model

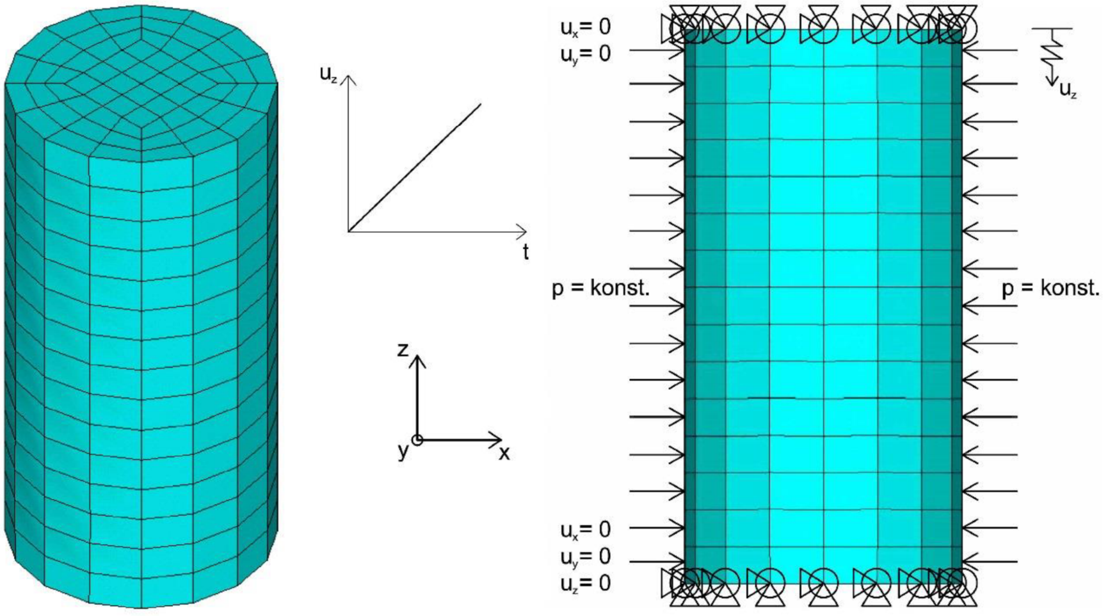
Pro účely identifikace hodnot parametrů Karagozian & Case concrete modelu byla referenční data tvořena experimentální zatěžovací křivkou získanou ze zkoušek válcové pevnosti betonu v tříosém tlaku, které byly provedeny a publikovány v rámci reportu Joy a Moxley (1993). Rozměry betonového zkušebního válce použitého v rámci každé zkoušky byly 304,8 mm (výška) a 152,4 mm (průměr podstavy). Zjištěná pevnost betonu, ze kterého byl každý zkušební válec vyroben, v jednoosém tlaku byla 45,4 MPa. Každý zkušební válec byl v průběhu zkoušky stlačován konstantní rychlostí. Zatěžování mělo kvazi-statický charakter. Pro identifikační účely byly vybrány výsledky zkoušky pro v čase konstantní příčný tlak 7 MPa, jenž vyvozoval tříosé namáhání. Zatěžovací křivka je znázorněna na obrázku 8.1.



Obrázek 8.1: Referenční zatěžovací křivka

Při reálné zkoušce válcové pevnosti betonu v tříosém tlaku byl betonový zkušební válec vždy umístěn v triaxiální komoře mezi tlačnými deskami zkušebního lisu. Pro účely numerických simulací byly okrajové podmínky zjednodušeny, a to následujícím způsobem:

- Byl modelován pouze zkušební válec bez tlačných desek prostřednictvím 3 D osmiuzlových explicitních strukturálních konečných prvků (bricků), viz obrázek 8.2.
- Uzly spodní podstavy konečně-prvkového modelu válce měly předepsány nulové posuny ve všech směrech, viz obrázek 8.2.
- Uzly horní podstavy konečně-prvkového modelu válce měly předepsány nulové posuny v horizontálních směrech (směry os x a y) a lineárně narůstající posuny v čase ve vertikálním směru (směr osy z), jak je vidět na obrázku 8.2.
- V čase konstantní příčný tlak 7 MPa byl aplikován přímo na model válce (LS-Dyna 2021), viz obrázek 8.2.



Obrázek 8.2: Konečně-prvkový a výpočtový model zkušebního válce

8.2 Proces identifikace hodnot parametrů

8.2.1 Analýza citlivosti a globální optimalizace

Vstupní data pro analýzu citlivosti byla tvořena původním návrhovým vektorem, který zahrnoval dříve zmíněných 28 vstupních parametrů Karagozian & Case concrete modelu. Podoba návrhového vektoru tedy byla následující

$$\mathbf{X} = \{\rho, \nu, \sigma_f, a_{0m}, a_{2m}, a_{0y}, a_{2y}, a_{2r}, B_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9, P_{10}, BU_1, BU_2, \\ BU_3, BU_4, BU_5, BU_6, BU_7, BU_8, BU_9, BU_{10}\}^{\mathrm{T}} \tag{8.1}$$

Parametry vstupovaly do návrhového vektoru jako spojité náhodné veličiny, které byly definovány rovnoměrnými rozděleními pravděpodobnosti na intervalech daných okrajovými hodnotami (viz tabulka 8.1). Výstupní data byla tvořena daty z numerických simulací. Citlivost vstupních dat byla analyzována na celé zatěžovací křivce.

Pokrytí návrhového prostoru množstvím náhodných realizací návrhového vektoru bylo realizováno prostřednictvím metody nazývané Advanced latin hypercube sampling (ALHS → vylepšená LHS stratifikační metoda programu optiSLang) (Huntington a Lyrintzis 1998, optiSLang 2014). S využitím této metody bylo vygenerováno celkem 500 náhodných realizací návrhového vektoru. První realizace návrhového vektoru odpovídala počátečním hodnotám parametrů materiálového modelu (viz tabulka 8.1), které byly zadány manuálně. Data, která byla získána aplikací ALHS metody na řešenou úlohu, byla dále aproximována náhradními regresními metamodely, čímž byla získána informace, že pouze 9 vstupních parametrů materiálového modelu z původních 28 významně ovlivňovalo výsledný

tvar simulované zatěžovací křivky. Hodnoty pouze těchto významných parametrů musely být identifikovány v další fázi (globální optimalizace). Původní návrhový vektor **X** byl tedy do další fáze zredukován do tvaru

$$\mathbf{X}_{\mathbf{red}} = \left\{ \nu, \sigma_f, a_{0m}, a_{2m}, a_{2r}, B_1, P_2, P_3, BU_1 \right\}^{\mathrm{T}} \tag{8.2}$$

Tabulka 8.1: Počáteční, okrajové a optimální hodnoty parametrů materiálového modelu

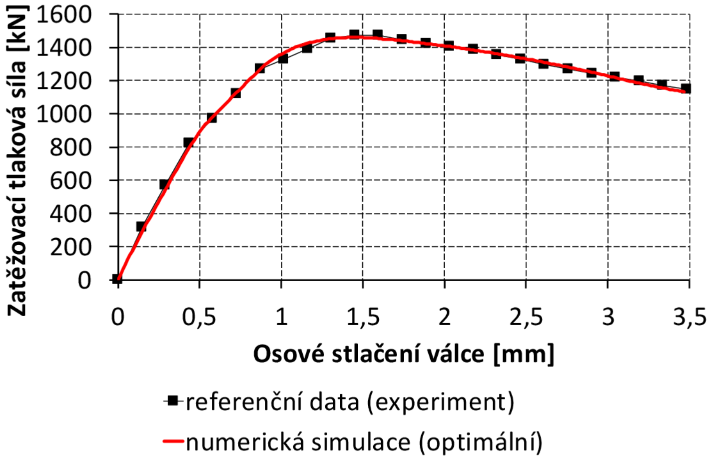
Parametr	Jednotka	Počáteční hodnota	Okrajová hodnota (min)	Okrajová hodnota (max)	Optimální hodnota (EA)
ρ	Mg/mm^3	2,4E–09	2,1E–09	2,5E–09	počáteční
ν	–	0,2000	0,1600	0,2000	0,1677
σ_f	MPa	3,3600	3,1500	3,5100	3,2092
a_{0m}	MPa	13,4200	12,4200	14,1900	13,9527
a_{2m}	MPa^{-1}	1,7800E–03	1,6800E–03	1,9300E–03	1,8462E–03
a_{0y}	MPa	10,13	9,37	10,72	počáteční
a_{2y}	MPa^{-1}	5,67E–03	5,36E–03	6,14E–03	počáteční
a_{2r}	MPa^{-1}	2,61E–03	2,46E–03	2,82E–03	2,82E–03
B_1	–	1,5800	1,4500	1,6000	1,4752
P_2	MPa	26,58	22,55	27,33	22,80
P_3	MPa	57,94	49,17	59,58	49,17
P_4	MPa	93,03	78,94	95,66	počáteční
P_5	MPa	176,75	150,00	181,75	počáteční
P_6	MPa	266,59	226,24	274,12	počáteční
P_7	MPa	378,22	320,98	388,90	počáteční
P_8	MPa	578,62	491,06	594,97	počáteční
P_9	MPa	3378,18	2866,96	3473,57	počáteční
P_{10}	MPa	5166,94	4385,03	5312,84	počáteční
BU_1	MPa	17719	15037	18220	18220
BU_2	MPa	17719	15037	18220	počáteční
BU_3	MPa	17967	15248	18475	počáteční
BU_4	MPa	18871	16015	19404	počáteční
BU_5	MPa	22450	19052	23085	počáteční
BU_6	MPa	26047	22105	26783	počáteční
BU_7	MPa	29627	25143	30464	počáteční
BU_8	MPa	32338	27444	33251	počáteční
BU_9	MPa	72755	61745	74810	počáteční
BU_{10}	MPa	88596	75189	91099	počáteční
RMSE	kN	–	–	–	16,584644

Hledání takových hodnot významných parametrů, aby numerická data co nejpřesněji aproximovala data experimentální, bylo v rámci globální optimalizace realizováno opět s využitím cílové funkce *RMSE*, jejíž matematický zápis lze pro danou úlohu charakterizovat jako

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}\left(F_{sim,i} - F_{ref,i}\right)^2}{m}} \quad (8.3)$$

Za účelem nalezení globálního minima cílové funkce *RMSE* a jemu odpovídajících optimálních hodnot parametrů vektoru $\mathbf{X}_{\mathbf{red}}$ byly za proměnnou $F_{sim,i}$ dosazovány hodnoty zatěžovací síly odečtené ze simulované zatěžovací křivky při daných deformacích a za proměnou $F_{ref,i}$ byly dosazovány hodnoty zatěžovací síly odečtené z experimentálně naměřené referenční zatěžovací křivky při stejných deformacích. Použitých diskretizačních bodů *m* bylo celkem 24.

Globální optimalizace byla uskutečněna, stejně jako v rámci předchozích identifikačních procesů, s využitím evolučního algoritmu (EA). Výsledné optimální (naidentifikované) hodnoty vstupních parametrů Karagozian & Case concrete modelu zahrnutých v redukovaném návrhovém vektoru $\mathbf{X}_{\mathbf{red}}$ jsou uvedeny v tabulce 8.1 společně s minimální hodnotou použité cílové funkce. Na obrázku 8.3 je znázorněno výsledné srovnání experimentální referenční křivky se simulovanou zatěžovací křivkou, která byla získána z výpočtu pro optimální hodnoty parametrů modelu. Z obrázku 8.3 lze vidět velmi dobrou aproximaci experimentálních dat numerickou simulací.

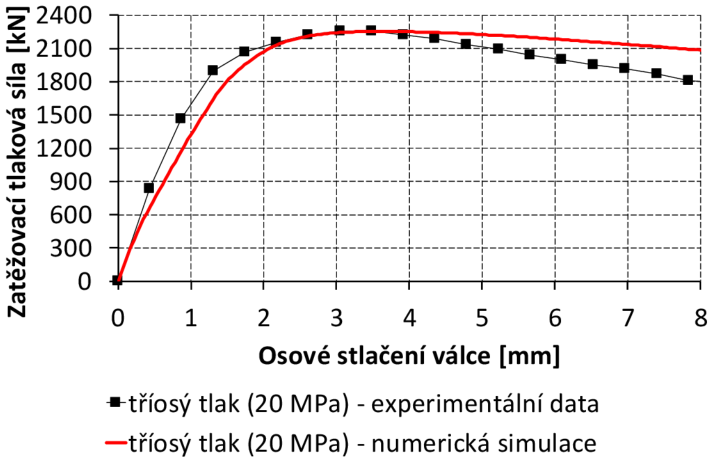


Obrázek 8.3: Výsledné srovnání zatěžovacích křivek

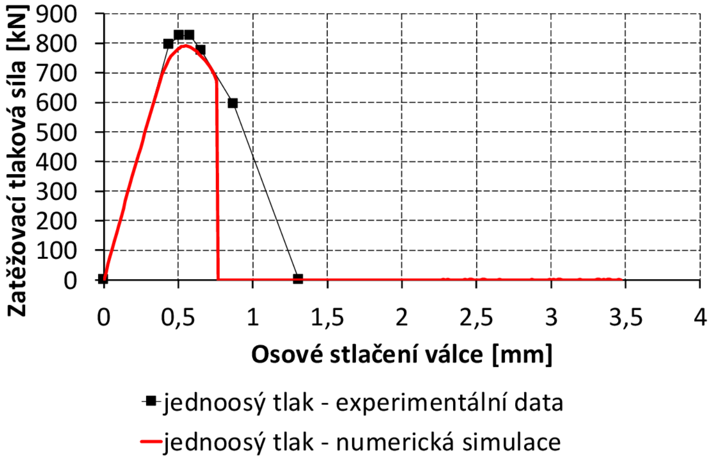
8.2.2 Validace získaných výsledků

Na obrázku 8.4 je znázorněno srovnání experimentálně naměřené zatěžovací křivky pro tříosý tlak (příčný tlak 20 MPa) (Joy a Moxley 1993) se zatěžovací křivkou získanou z numerické simulace s aplikovanými optimálními hodnotami parametrů.

Na obrázku 8.5 je znázorněno srovnání experimentálně naměřené zatěžovací křivky pro jednoosý tlak (Joy a Moxley 1993) se zatěžovací křivkou získanou z numerické simulace s aplikovanými optimálními hodnotami parametrů.



Obrázek 8.4: Srovnání zatěžovacích křivek pro tříosý tlak (20 MPa)



Obrázek 8.5: Srovnání zatěžovacích křivek pro jednoosý tlak

Na obrázcích 8.4 a 8.5 lze vidět, že numerické simulace aproximují daná experimentální data velice uspokojivě. Celkově lze tedy konstatovat, že výsledky získané z provedeného identifikačního procesu představují velice kvalitní data vhodná pro další kalibrační účely vztahující se ke Karagozian & Case concrete materiálovému modelu. Výsledky, ale i další uvedené poznatky, lze dále využít také jako pomůcku pro praktickou aplikaci materiálového modelu.

9 Teoretické pozadí vybraných konstitutivních vztahů

Závěrečná část práce je zaměřena na provedení algoritmizace vybraných konstitutivních vztahů určených pro matematické modelování odezvy betonu či podobně se chovajících kvazi-křehkých materiálů. Konkrétně byly vybrány konstitutivní vztahy, které lze využít pro modelování rovinného stavu napětí materiálu a které jsou založeny na přírůstkové pružnoplastické konstitutivní teorii zohledňující zpevnění materiálu (Hu a Schnobrich 1989, Schwer a Murray 1994, Grassl a Jirásek 2006). Z hlediska modelů založených na teorii plasticity se v minulosti pro modelování odezvy betonu využívaly mimo modely, které popisovaly beton jako

pružnoplastický materiál se zpevněním, také modely, které popisovaly beton jako ideálně pružnoplastický materiál (Kaufmann 1998, Szcześniak a Stolarski 2016). Pružnoplastické materiálové modely se zpevněním se však pro popis reálného chování betonu ukázaly jako mnohem obecnější a vhodnější než ideálně pružnoplastické materiálové modely. Z hlediska popisu reálného chování betonu konstitutivními vztahy je velmi významná také volba zákonu plastického tečení, který určuje závislost přírůstků plastické deformace na přírůstcích napětí. Při modelování se nejčastěji volí mezi asociovaným a neasociovaným zákonem plastického tečení. V minulosti bylo prokázáno, že neasociovaný zákon plastického tečení je pro modelování víceosé napjatosti betonu vhodnější než ten asociovaný (Lade a kol. 1987). Vzhledem k tomu, že je v rámci této části disertační práce modelována právě víceosá napjatost betonu, je pro veškeré provedené výpočty využit právě neasociovaný zákon plastického tečení. Další aspekty, které je nutné definovat pro úplnost vybraných konstitutivních vztahů, jako jsou plochy (funkce) plasticity, model zpevnění, plastický modul zpevnění a ekvivalentní pracovní diagram jednoosé napjatosti, jsou detailně popsány v plné verzi disertační práce. Tyto aspekty jsou v rámci této práce oproti Hu a Schnobrich (1989) v určitých ohledech modifikovány za účelem dosažení lepší stability výpočtů a odstranění výpočetních obtíží. Naprogramované konstitutivní vztahy jsou v rámci této práce testovány a evaluovány na úlohách jednoosé napjatosti betonu v tlaku a tahu a dvojosé napjatosti betonu v tlaku (za účelem nalezení odpovídajících hodnot vstupních parametrů). Za účelem validace konstitutivních vztahů jsou výsledky pro jednoosé stlačování betonu srovnány s experimentálními daty.

10 Algoritmizace a testování v Matlabu, validace

V rámci této části práce byly veškeré výpočty provedeny prostřednictvím algoritmu, který byl zapsán v programovacím jazyce Matlab (Matlab 2005). Účelem algoritmu bylo na základě definovaných hodnot vstupních parametrů simulovat rovinný stav napětí betonu při konstantně narůstajícím přetvoření. Výstupem algoritmu byla data, která umožnila následnou konstrukci diagramů závislosti napětí-deformace, které popisovaly chování prostého betonu při rovinné napjatosti.

Konstitutivní vztahy (materiálový model) byly prostřednictvím naprogramovaného algoritmu v Matlabu testovány a evaluovány v celkem dvou fázích. Zaprvé byly testovány pro jeden konkrétní typ betonu (beton s maximální pevností v jednoosém tlaku f_c rovnající se 33 MPa) na způsoby namáhání: jednoosý (prostý) tlak (*uxc*), dvojosý tlak (*bxc*) a jednoosý (prostý) tah (*uxt*), viz tabulka 10.1. Zadruhé byly testovány pro betony s různými maximálními pevnostmi v jednoosém tlaku f_c na způsoby namáhání: jednoosý tlak (*uxc*) a jednoosý tah (*uxt*), viz tabulka 10.2. Ve zmíněných tabulkách jsou uvedeny odpovídající hodnoty vstupních parametrů algoritmu.

Tabulka 10.1: Hodnoty vstupních parametrů algoritmu pro beton s f_c = 33 MPa

Případ	1	2	3	4	5	6	7	8
Způsob namáhání	*uxc*	*bxc*						*uxt*
$E_{c,init}$ [MPa]	14500							
ν [-]	0,2							
f_c [MPa]	33							
f_t [MPa]	3							
ε_c [-]	0,0021							
ε_f [-]	0,0035							
σ_f [MPa]	38,5							
n	400	442	508	552	570	560	740	207
$1000\Delta\varepsilon_x$ [-]	–0,010							0,001
$1000\Delta\varepsilon_y$ [-]	0,0020	–0,0010	–0,0030	–0,0050	–0,0070	–0,0085	–0,0100	–0,0002
$1000\Delta\gamma_{xy}$ [-]	0							

Tabulka 10.2: Hodnoty vstupních parametrů algoritmu pro betony s různými f_c

Případ	1	2	3	4	5	6	7	8
Způsob namáhání	*uxc*				*uxt*			
$E_{c,init}$ [MPa]	11700	14500	17600	20300	11700	14500	17600	20300
ν [-]	0,2							
f_c [MPa]	24	33	43	53	24	33	43	53
f_t [MPa]	2,2	3,0	3,9	4,8	2,2	3,0	3,9	4,8
ε_c [-]	0,00190	0,00210	0,00225	0,00240	0,00190	0,00210	0,00225	0,00240
ε_f [-]	0,0035							
σ_f [MPa]	27,2	38,5	50,5	63,0	27,2	38,5	50,5	63,0
n	380	400	420	440	189	207	222	237
$1000\Delta\varepsilon_x$ [-]	–0,010				0,001			
$1000\Delta\varepsilon_y$ [-]	0,0020				–0,0002			
$1000\Delta\gamma_{xy}$ [-]	0							

Parametr $\Delta\gamma_{xy}$ byl ve všech případech definován nulovou hodnotou, protože při aplikovaných způsobech namáhání nedochází ke vzniku smykového napětí τ_{xy}, a v

tom důsledku ani ke vzniku poměrné smykové deformace γ_{xy}. Vzhledem k této skutečnosti je zřejmé, že normálová napětí a poměrné deformace byly v simulované rovině rovny přímo hlavním napětím a hlavním poměrným deformacím. Za účelem zachování obecnosti značení byly mezi napětími a poměrnými deformacemi zvoleny a použity následující rovnosti

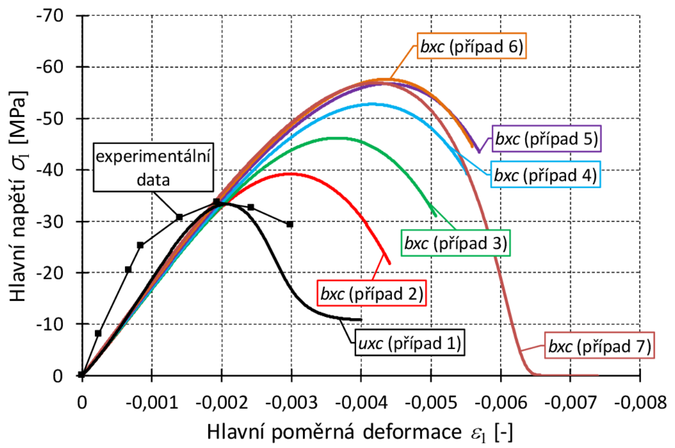
$$\sigma_x = \sigma_1 \tag{10.1}$$

$$\sigma_y = \sigma_2 \tag{10.2}$$

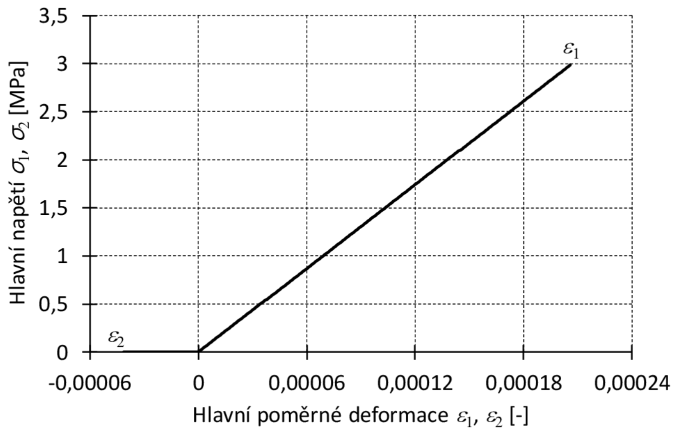
$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 \tag{10.3}$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_2 \tag{10.4}$$

Při výše uvedených skutečnostech si lze provedené testování rovinného stavu napětí betonu představit jako rovinné tlakové nebo tahové namáhání betonového tělesa, jehož rozměry v testované rovině jsou výrazně větší než jeho tloušťka.



Obrázek 10.1: Simulované křivky závislosti napětí-deformace pro beton namáhaný tlakem a experimentální data



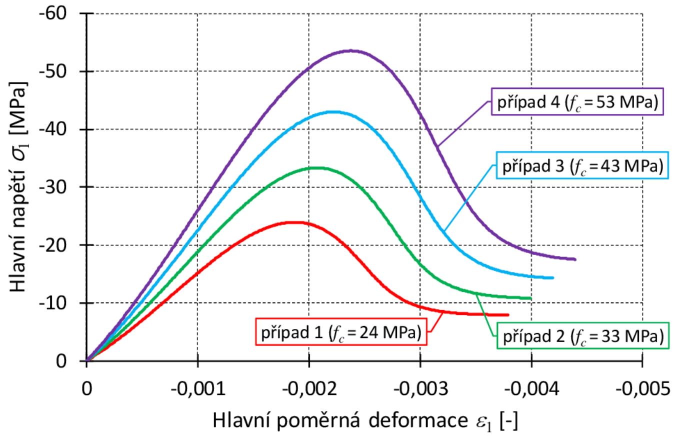
Obrázek 10.2: Simulovaný diagram závislosti napětí-deformace pro beton namáhaný jednoosým tahem (případ 8 v tabulce 10.1)

Na obrázku 10.1 jsou znázorněny všechny simulované křivky závislosti napětí-deformace pro beton namáhaný tlakem (případy 1-7 v tabulce 10.1) společně s experimentálními daty pro jednoosé stlačování betonu, která byla získána z experimentální analýzy provedené v rámci publikace Kupfer a Gerstle (1973). Účelem obrázku 10.1 je jednak názorná demonstrace toho, jakým způsobem v rámci materiálového modelu narůstají maximální pevnost v tlaku a jí odpovídající poměrná deformace při narůstajícím dvojosém tlakovém zatěžování, a pak také validace příslušných simulovaných dat (případ 1, *uxc*) experimentálními daty. Experimentální křivka na obrázku 10.1 odpovídá výsledku jednoosé tlakové zkoušky provedené na tělese (vzorku) z prostého betonu o rozměrech 200 mm x 200 mm x 50 mm. Srovnání experimentální křivky se simulovanou křivkou pro jednoosé stlačování betonu ukazuje, že materiálový model je při zvolené kombinaci hodnot vstupních parametrů schopný postihnout jak vrchol reálné experimentální křivky, tak do jisté míry také její tvar. Menších rozdílů mezi oběma křivkami by bylo možné dosáhnout některou z dalších možných kombinací hodnot vstupních parametrů, nicméně tady je na místě poznamenat, že při zvolené kombinaci hodnot parametrů nabýval ekvivalentní tečnový modul pružnosti, který byl počítán v rámci algoritmu konstitutivních vztahů, permanentně kladných hodnot i přesto, že tečnový modul simulované křivky nabýval při tlakovém změkčování záporných hodnot. Výhodou permanentně kladných hodnot ekvivalentního tečnového modulu pružnosti v průběhu výpočtu je odstranění výpočetních obtíží, které jsou obvykle spojeny s jeho zápornými hodnotami.

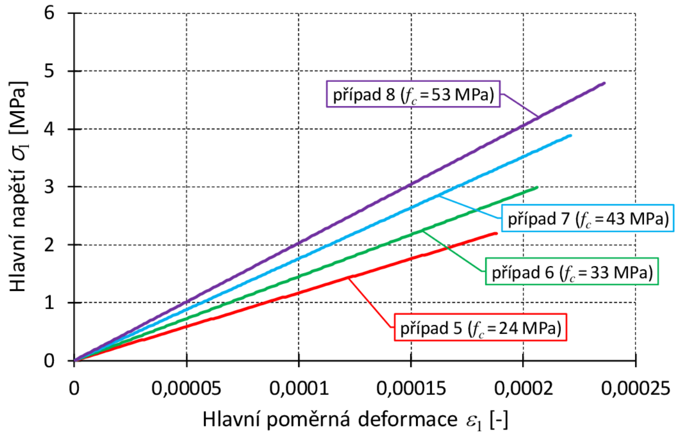
Na obrázku 10.2 je zobrazen diagram závislosti napětí-deformace získaný z výpočtu, ve kterém byl simulován jednoosý tah betonu (případ 8 v tabulce 10.1). Z obrázku je zřejmé, že materiálový model vykazoval (v průběhu konstantně narůstajícího tahového přetvoření) pouze lineárně pružné chování betonu, a to až do okamžiku dosažení maximální pevnosti v jednoosém tahu f_t. Dále lze z obrázku 10.2 vidět, že výpočet byl ukončen v okamžiku dosažení tahové pevnosti f_t. Důvodem byla skutečnost, že konstitutivní vztahy použité v rámci této části práce nezahrnují žádný model, prostřednictvím kterého by bylo možné po dosažení tahové pevnosti f_t postihnout efekt tahového změkčování v důsledku otevírání trhlin v betonu.

Výsledky simulací pro tabulku 10.2 jsou zobrazeny na obrázku 10.3 (*uxc*), respektive na obrázku 10.4 (*uxt*). Podle ACI Committee 363 (1984) s sebou nárůst maximální jednoosé tlakové pevnosti reálného betonu přináší v prvé řadě nárůst tlakové poměrné deformace, při které je pevnost v tlaku dosažena, a pak také nárůst tuhosti betonu (modulu pružnosti betonu). Duktilita reálného betonu v tlaku se naopak s nárůstem tlakové pevnosti snižuje. Z obrázku 10.3 a tabulky 10.2 je zřejmé, že zmíněné aspekty (týkající se pevnosti a tuhosti reálného betonu v tlaku) je materiálový model schopný vystihnout na základě vhodné definice parametrů $E_{c,init}$, f_c a ε_c. Z hlediska duktility betonu v tlaku je z obrázku 10.3 vidět, že materiálový model při výpočtech vykazoval s nárůstem tlakové pevnosti betonu menší duktilitu neboli prudší a výraznější pokles napětí v průběhu tlakového změkčování. Nižší duktility

betonu v tlaku bylo při výpočtech dosahováno zvyšováním hodnoty parametru σ_f při zachování konstantní hodnoty parametru ε_f. S nárůstem tlakové pevnosti betonu v rámci výpočtů pochopitelně souvisel také nárůst maximální pevnosti betonu v jednoosém tahu a odpovídajícího tahového přetvoření. Tento nárůst je demonstrován na obrázku 10.4.



Obrázek 10.3: Výsledky simulací pro betony s různými f_c (*uxc*)



Obrázek 10.4: Výsledky simulací pro betony s různými f_c (*uxt*)

Na základě získaných výsledků a jejich srovnání s experimentálními daty lze konstatovat, že konstitutivní vztahy popsané a testované v rámci této části práce jsou vhodným nástrojem pro modelování chování reálného betonu při rovinném stavu napětí, především jedná-li se o tlakové namáhání. Lze také konstatovat, že použité konstitutivní vztahy mají potenciál uplatnit se v rámci případné implementace do konečně-prvkových výpočetních systémů.

11 Závěr

Záměrem při tvorbě této práce bylo hlouběji proniknout do konstitutivního modelování nelineární odezvy betonu na zatížení se zaměřením se na identifikaci hodnot vstupních parametrů vybraných materiálových modelů. Za tímto účelem byla práce rozdělena do tří hlavních tematických částí.

První a zároveň nejrozsáhlejší hlavní část práce byla zaměřena na identifikaci hodnot vstupních parametrů Continuous surface cap modelu. V prvé řadě byly v rámci této části práce popsány vstupní parametry zmíněného materiálového modelu, pro které byly dále odvozeny kalibrační křivky na základě autorských tabelovaných dat. Jedním z hlavních záměrů této části práce bylo dále zhodnotit efektivnost a přesnost zvolených identifikačních (optimalizačních) postupů (metod). Za tímto účelem byla provedena identifikační studie, ve které proces inverzní identifikace hodnot parametrů sestával z analýzy citlivosti s následnou optimalizací. Identifikační studie ukázala, že je zcela dostačující provádět analýzu citlivosti vstupních dat na nedělených výstupních datech. Dále identifikační studie ukázala, že z hlediska aproximačních úloh je proces globální optimalizace zcela dostačující. Poznatky získané z identifikační studie byly zohledněny v následných identifikačních procesech. Dalším z hlavních záměrů této části práce byla identifikace hodnot parametrů základní verze materiálového modelu na základě experimentálních dat (zkouška pevnosti betonu v excentrickém tahu) za účelem návrhu modifikace odvozených kalibračních křivek modelu dle získaných výsledků. Modifikace byla navržena tak, aby kalibrační funkce pochopitelně respektovaly získané výsledky a zároveň si zachovaly své derivace. Identifikace hodnot parametrů modifikované verze materiálového modelu na základě experimentálních dat (zkouška pevnosti betonu v tahu za ohybu) byla závěrem demonstrována v rámci této části práce (obsaženo pouze v plné verzi disertační práce). Naidentifikované hodnoty vstupních parametrů materiálového modelu a získané kalibrační funkce představují kvalitní data, která mohou s výhodou posloužit jako podklad či pomůcka pro čistě uživatelskou aplikaci modelu nebo mohou být výchozím bodem pro další případný výzkum zabývající se kalibrací Continuous surface cap modelu.

Záměrem druhé hlavní části práce byla identifikace hodnot vstupních parametrů Karagozian & Case concrete modelu, která byla provedena (po zmapování a popisu nekonstantních parametrů) na základě experimentálních dat odpovídajících válcové zkoušce pevnosti betonu v tříosém tlaku (příčný tlak 7 MPa). Identifikační proces sestával z analýzy citlivosti (využita celá zatěžovací křivka = nedělená výstupní data) a následné globální optimalizace. I zde tedy byly zohledněny poznatky získané z předchozí identifikační studie. Získaná data (naidentifikované hodnoty parametrů) byla validována na dalších experimentálních datech. Na základě validace bylo možné v konečném důsledku konstatovat, že získané výsledky představují velmi kvalitní data vhodná pro další kalibrační účely vztahující se ke Karagozian & Case concrete materiálovému modelu, a to jak z hlediska dalšího výzkumu, tak z hlediska pomoci dalším uživatelům při praktické aplikaci modelu.

Třetí a zároveň poslední hlavní část práce byla zaměřena na algoritmizaci vybraných konstitutivních vztahů určených pro matematické modelování odezvy kvazi-křehkých materiálů, především betonu. Konkrétně byly vybrány konstitutivní vztahy, jejichž smyslem bylo modelování rovinné napjatosti materiálu a jejichž

teoretické pozadí je založeno na přírůstkové pružnoplastické konstitutivní teorii zohledňující zpevnění materiálu. Algoritmizace byla provedena s využitím nástrojů programu Matlab. Naprogramované konstitutivní vztahy byly otestovány a evaluovány na úlohách jednoosé napjatosti betonu v tlaku a tahu a dvojosé napjatosti betonu v tlaku, aby byly nalezeny odpovídající hodnoty vstupních parametrů algoritmu. Pro jednoosou napjatost betonu v tlaku byla simulovaná data (a tedy konstitutivní vztahy) validována na příslušných experimentálních datech. Významnými poznatky této části práce byly zaprvé skutečnost, že při použitých kombinacích hodnot vstupních parametrů nabýval ekvivalentní tečnový modul pružnosti, který byl počítán v rámci algoritmu konstitutivních vztahů, permanentně kladných hodnot (výhoda odstranění výpočetních obtíží, které jsou obvykle spojeny se zápornými hodnotami ekvivalentního tečnového modulu pružnosti), a zadruhé skutečnost, že konstitutivní vztahy nezahrnovaly žádný model, prostřednictvím kterého by bylo možné postihnout efekt tahového změkčování betonu v důsledku otevírání trhlin (při tahovém namáhání byla tedy řešena pouze lineární větev simulovaného diagramu). Na základě získaných výsledků, provedené validace a poznatků bylo možné konstatovat, že použité konstitutivní vztahy jsou vhodným nástrojem pro modelování chování reálného betonu při rovinném stavu napětí, především jedná-li se o tlakové namáhání. Dále bylo možné také konstatovat, že konstitutivní vztahy mají jednoznačný potenciál uplatnit se v rámci případné implementace do konečně-prvkových výpočetních systémů.

Literatura

ACI Committee 363 (1984), "State of the art report on high-strength concrete", *ACI Journal*, 81(4), 364-411.

ADINA (1997), *ADINA: Theory and Modeling Guide*, ADINA R&D Inc.

Ahmad, S., Pilakoutas, K., Rafi, M. M., Zaman, Q. U. (2018), "Bond strength prediction of steel bars in low strength concrete by using ANN", *Computers and Concrete*, 22(2), 249-259.

Anderson-Sprecher, R. (1994), "Model comparisons and R^2", *The American Statistician*, 48(2), 113-117.

ANSYS (2020), *ANSYS Release Notes, Release 2020 R2*, ANSYS Inc.

ATENA (2013), *ATENA Program Documentation*, Cervenka consulting Ltd., Prague, Czech Republic.

AUTODYN (2009), *AUTODYN User Manual Version 12.1*, ANSYS Inc.

Bažant, Z. P., Oh, B. H. (1983), "Crack band theory for fracture of concrete", *Materiaux et Constructions*, 16, 155-177.

Bei, X., Chen, N., Zhang, S. (2013), "On the complexity of trial and error", *STOC '13: Proceedings of the Forty-Fifth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, Palo Alto, California, USA, June.

Belytschko, T., Gracie, R. (2007), "On XFEM applications to dislocations and interfaces", *International Journal of Plasticity*, 23(10-11), 1721-1738.

Bland, D. R. (1957), "The associated flow rule of plasticity", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 6(1), 71-78.

Caner, F. C., Bažant, Z. P. (2013), "Microplane model M7 for plane concrete. I: Formulation", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 139(12), 1714-1735.

CEB-FIP Model Code 1990 (1993), Comité Euro-International du Béton, Thomas Telford House.

Cooreman, S., Lecompte, D., Sol, H. Vantomme, J., Debruyne, D. (2007), "Elasto-plastic material parameter identification by inverse methods: Calculation of the sensitivity matrix", *International Journal of Solids and Structures*, 44(13), 4329-4341.

Cowper, G. R., Symonds, P. S. (1957), "Strain-hardening and strain-rate effects in the impact loading of cantilever beams", Technical Report No. 28, Brown University Division of Applied Mathematics.

Cusatis, G., Bažant, Z. P., Cedolin, L. (2003), "Confinement-shear lattice model for concrete damage in tension and compression", *Journal of Engineering Mechanics*, 129(12), 1439-1448.

Cusatis, G., Cedolin, L. (2007), "Two-scale study of concrete fracturing behavior", *Engineering Fracture Mechanics*, 74(1-2), 3-17.

ČSN EN 1992-1-1: *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*, (2006).

Damjanic, F., Owen, D. R. J. (1984), "Practical considerations for modelling of post-cracking concrete behaviour for finite element analysis of reinforced concrete structures", *Proceedings of the International Conference on Computer-Aided Analysis and Design of Concrete Structures*, Split, Yugoslavia, September.

Foster, C. D., Regueiro, R. A., Fossum, A. F., Borja, R. I. (2005), "Implicit numerical integration of a three-invariant, isotropic/kinematic hardening cap plasticity model for geomaterials", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194(50-52), 5109-5138.

Geopalaeratnam, V. S., Shah, S. P. (1985), "Softening response of plain concrete in direct tension", *ACI Journal*, 85(3), 310-323.

Grassl, P., Jirásek, M. (2006), "Damage-plastic model for concrete failure", *International Journal of Solids and Structures*, 43(22-23), 7166-7196.

Hand, F. R., Pecknold, D. A., Schnobrich, W. C. (1972), "A layered finite element nonlinear analysis of reinforced concrete plates and shells", Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 389, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana-Champaign, Illinois.

Hicks, C. R. (1973), *Fundamental concepts in the design of experiments*, Holt, Rinehart & Winston, New York, USA.

Holmquist, T. J., Johnson, G. R., Cook, W. H. (1993), "A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures", *Proceedings of 14th International Symposium on Ballistics*, Quebec, Canada, September.

Hong, H.-K., Liu, C.-S. (1997), "Prandtl-Reuss elastoplasticity: On-off switch and superposition formulae", *International Journal of Solids and Structures*, 34(33-34), 4281-4304.

Hrstka, O., Kučerová, A., Lepš, M., Zeman, J. (2003), "A competitive comparison of different types of evolutionary algorithms", *Computers & Structures*, 81(18-19), 1979-1990.

Hu, H.-T., Schnobrich, W. C. (1989), "Constitutive modeling of concrete by using nonassociated plasticity", *Journal of Materials in Civil Engineering*, 1(4), 199-216.

Hu, H.-T., Schnobrich, W. C. (1988), "Nonlinear analysis of plane stress state reinforced concrete under short term monotonic loading", Civil Engineering Studies, Structural Research Series No. 539, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana-Champaign, Illinois.

Huntington, D. E., Lyrintzis, C. S. (1998), "Improvements to and limitations of Latin hypercube sampling", *Probabilistic Engineering Mechanics*, 13(4), 245-253.

Hušek, M., Kala, J., Král, P., Hokeš, F. (2017), "Steel fibre reinforced concrete simulation with the SPH method", *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 245, 1-8.

Hyndman, R. J., Koehler, A. B. (2006), "Another look at measures of forecast accuracy", *International Journal of Forecasting*, 22(4), 679-688.

Hynek, J. (2008), *Genetické algoritmy a genetické programování*, Grada Publishing a.s., Praha, Česká republika.
Chen, A. C. T., Chen, W. F. (1975), "Constitutive relations for concrete", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 101(4), 465-481.
Chen, W. F., Han, D. J. (1988), *Plasticity for structural engineers*, Springer-Verlag, New York, USA.
Jankowiak, T., Łodygowski, T. (2005), "Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model", *Foundations of Civil and Environmental Engineering*, 6, 53-69.
Jiang, H., Zhao, J. (2015), "Calibration of the continuous surface cap model for concrete", *Finite Elements in Analysis and Design*, 97, 1-19.
Jirásek, M. (1998), "Nonlocal models for damage and fracture: comparison of approaches", *Solid Structures*, 35, 4133-4145.
Joy, S., Moxley, R. (1993), "Material characterization, WSMR-5 3/4-inch concrete", Report to the Defense Special Weapons Agency, USAE Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS (limited distribution).
Kala, Z. (2019), "Global sensitivity analysis of reliability of structural bridge system", *Engineering Structures*, 194, 36-45.
Kaufmann, W. (1998), *Strength and deformations of structural concrete subjected to in-plane shear and normal forces*, Springer Basel AG, Zurich, Switzerland.
Kaya, M. (2018), "Developing a new mutation operator to solve the RC deep beam problems by aid of genetic algorithm", *Computers and Concrete*, 22(5), 493-500.
Kazaz, I. (2011), "Finite element analysis of shear-critical reinforced concrete walls", *Computers and Concrete*, 8(2), 143-162.
Kennedy, J., Eberhart, R. (1995), "Particle swarm optimization", *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, Perth, WA, Australia, November-December.
Kim, S.-H., Na, S.-W. (1997), "Response surface method using vector projected sampling points", *Structural Safety*, 19(1), 3-19.
Kolář, V., Němec, I., Kanický, V. (1997), *FEM – Principy a praxe metody konečných prvků*, Computer Press, Praha, Česká republika.
Krajcinovic, D., Lemaitre, J. (1987), *Continuum damage mechanics: Theory and applications*, Springer-Verlag, Wien, Austria.
Král, P., Hokeš, F., Hušek, M., Kala, J., Hradil, P. (2017), "Optimization-based inverse identification of the parameters of a concrete cap material model", *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 245, 1-10.
Král, P., Hradil, P., Kala, J. (2015), "Studie odezvy nelineárních materiálových modelů betonu v závislosti na rychlosti deformace", *Proceedings of 23rd SVSFEM ANSYS Users' Group Meeting and Conference*, Hustopeče, Česká republika, červen.
Kupfer, H., Gerstle, K. (1973), "Behaviour of concrete under biaxial stress", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 99, 852-866.
Kupfer, H., Hilsdorf, H. K., Rüsch, H. (1969), "Behavior of concrete under biaxial stress", *ACI Journal Proceedings*, 66(8), 656-666.
Lade, P. V., Nelson, R. B., Ito, Y. M. (1987), "Nonassociated flow and stability of granular materials", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 113(9), 1302-1318.
Lagová, M., Jablonský, J. (2004), *Lineární modely*, nakladatelství Oeconomica, Praha, Česká republika.
Lehký, D., Novák, D. (2013), "Inverse reliability problem solved by artificial neural networks", *Safety, Reliability, Risk and Life-Cycle Performance of Structures and Infrastructures*, New York, NY, USA, June.
Liu, G. R., Liu, M. B. (2003), *Smoothed particle hydrodynamics: A meshfree particle method*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

LS-Dyna (2021), *Keyword Manual Vol. I*, Livemore Software Technology Corporation, Livemore, California, USA.
LS-Dyna (2021), *Keyword Manual Vol. II – Material Models*, Livemore Software Technology Corporation, Livemore, California, USA.
LS-Dyna (2021), *Theory Manual*, Livemore Software Technology Corporation, Livemore, California, USA.
Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., Oñate, E. (1989), "A plastic-damage model for concrete", *International Journal of Solids and Structures*, 25(3), 299-326.
Malvar, L. J., Crawford, J. E., Wesevich, J. W., Simons, D. (1997), "A plasticity concrete material model for DYNA3D", *International Journal of Impact Engineering*, 19(9-10), 847-873.
Malvar, L. J., Ross, C. A. (1998), "Review of strain rate effects for concrete in tension", *ACI Materials Journal*, 95(6), 735-739.
Matlab (2005), *The Language of Technical Computing*, The MathWorks, Inc.
Meyers, M. A., Chawla, K. K. (2009), *Mechanical behavior of materials*, Cambridge University Press, New York, NY, USA.
Moscoso, A. M., Tamayo, J. L. P., Morsch, I. B. (2017), "Numerical simulation of external pre-stressed steel-concrete composite beams", *Computers and Concrete*, 19(2), 191-201.
Most, T. (2010), "Identification of the parameters of complex constitutive models: Least squares minimization vs. Bayesian updating", *Proceedings of the IFIP WG 7.5 Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems*, Munich, Germany, April.
Murray, D. W., Wong, C., Rijub-Agha, K. Y., Chitnuyanondh, L. (1979), "Concrete plasticity theory for biaxial stress analysis", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 105(6), 989-1006.
Murray, Y. D. (2007), "User's manual for LS-DYNA concrete material model 159", Report No. FHWA-HRT-05-062, Federal Highway Administration.
Murray, Y. D., Abu-Odeh, A., Bligh, R. (2007), "Evaluation of concrete material model 159", Report No. FHWA-HRT-05-063, Federal Highway Administration.
Murray, Y. D., Lewis, B. A. (1995), "Numerical simulation of damage in concrete", Technical Report Submitted to the Defense Nuclear Agency by APTEK, Contract No. DNA 001-91-C-0075, DNA-TR-94-190.
Nguyen, G. D., Korsunsky, A. M. (2006), "Damage-plasticity modelling of concrete: Calibration of parameters using separation of fracture energy", *International Journal of Fracture*, 139(2), 325-332.
Noels, L., Stainier, L., Ponthot, J.-P. (2004), "Combined implicit/explicit time-integration algorithms for the numerical simulation of sheet metal forming", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 168(1-2), 331-339.
Olsson, A., Sandberg, G., Dahlblom, O. (2003), "On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis", *Structural Safety*, 25(1), 47-68.
optiSLang (2014), *Methods for multi-disciplinary optimization and robustness analysis*, Dynardo, Weimar, Germany.
Rao, C. R., Toutenburg, H., Shalabh, Heumann, C. (2007), *Linear models and generalizations*, Springer-Verlag, Berlin, Germany.
Rezaiee-Pajand, M., Nasirai, C. (2007), "Accurate integration scheme for von-Mises plasticity with mixed-hardening based on exponential maps", *Engineering Computations*, 24(6), 608-635.
Riedel, W., Thoma, K., Hiermaier, S. (1999), "Penetration of reinforced concrete by BETA-B-500 numerical analysis using a new macroscopic concrete model for hydrocodes", *Proceedings of 9th International Symposium Interaction of the Effect of Munitions with Structures*, Berlin, Germany, May.

RILEM Draft Recommendation 50-FMC (1985), “Determination of fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bending tests on notched beams”, *Materials and Structures*, 18(4), 287-290.
Rouainia, M., Muir Wood, D. (2000), “A kinematic hardening constitutive model for natural clays with loss of structure”, *Géotechnique*, 50(2), 153-164.
Rubin, M. B. (1991), “Simple, convenient isotropic failure surface”, *Journal of Engineering Mechanics*, 117(2), 348-369.
Runesson, K., Mroz, Z. (1989), “A note on nonassociated plastic flow rules”, *International Journal of Plasticity*, 5(6), 639-658.
Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M., Tarantola, S. (2008), *Global sensitivity analysis. The primer*, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, West Sussex, England.
Sandler, I. S., DiMaggio, F. L., Baladi, G. Y. (1976), “Generalized cap model for geological materials”, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 102(7), 683-699.
Shames, I. H., Cozzarelli, F. A. (1997), *Elastic and inelastic stress analysis*, CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, Florida, USA.
Shirkhani, A., Davarnia, D., Azar, B. F. (2019), “Prediction of bond strength between concrete and rebar under corrosion using ANN”, *Computers and Concrete*, 23(4), 273-279.
Schittkowski, K. (1986), “NLPQL: A FORTRAN subroutine solving constrained nonlinear programming problems”, *Annals of Operations Research*, 5(1), 485-500.
Schwer, L. E., Murray, Y. D. (1994), “A three-invariant smooth cap model with mixed hardening”, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 18(10), 657-688.
Szcześniak, A., Stolarski, A. (2016), “A simplified model of concrete for analysis of reinforced concrete elements”, *Bulletin of the Military University of Technology*, 65(4), 55-68.
Wittmann, F. H., Rokugo, K., Brühwiler, E., Mihashi, H., Simonin, P. (1988), “Fracture energy and strain softening of concrete as determined by means of compact tension specimens”, *Materials and Structures*, 21(1), 21-32.
Wu, M., Chen, Z., Zhang, C. (2015), “Determining the impact behavior of concrete beams through experimental testing and meso-scale simulation: I. Drop-weight tests”, *Engineering Fracture Mechanics*, 135, 94-112.
Wu, Y., Crawford, J. E., Magallanes, J. M. (2012), “Performance of LS-DYNA concrete constitutive models”, *12th International LS-DYNA Users Conference*, Detroit, USA, June.
Zaharie, D (2009), “Influence of crossover on the behavior of Differential Evolution Algorithms”, *Applied Soft Computing*, 9(3), 1126-1138.
Zhang, D., Wang, Q., Dong, J. (2016), “Simulation study on CFRP strengthened reinforced concrete beam under four-point bending”, *Computers and Concrete*, 17(3), 407-421.

Přehled publikačních aktivit

2022

1. KRÁL, P. Flexural Response of Formwork-Matrix Specimen – Numerical Study. *Sborník příspěvků 20. mezinárodní konference Modelování v mechanice 2022*, Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta stavební, 2022, p. 1, ISBN 978-80-248-4609-5 (print), ISBN 978-80-248-4610-1 (online).
2. KRÁL, P., KONEČNÝ, P., LEHNER, P., KATZER, J. Numerical Analysis of Flexural Behavior of Concrete Element with 3-D Printed Formwork. In: *AIP*

Conference Proceedings (ICNAAM 2020), Volume 2425(1), 2022, p. 1-4, ISSN 0094-243X (print), ISSN 1551-7616 (online).
DOI: https://doi.org/10.1063/5.0081317

2020

1. JINDRA, D., HRADIL, P., KALA, J., KRÁL, P. Mesh Size Influence of the Concrete Slab FE Model Exposed to Impact Load for Various Material Models. *Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series*, Volume 20(2), 2020, p. 1-7, ISSN 1213-1962 (print), ISSN 1804-4824 (online).
   DOI: 10.35181/tces-2020-0010
2. KRÁL, P., KALA, J., HRADIL, P. Algorithmization and Application of Constitutive Equations for Modeling the Plane Stress State of Concrete. In: *AIP Conference Proceedings (ICNAAM 2019)*, Volume 2293(1), 2020, p. 1-4, ISBN 978-0-7354-4025-8, ISSN 0094-243X (print), ISSN 1551-7616 (online).
   DOI: https://doi.org/10.1063/5.0026518
3. KRÁL, P, HRADIL, P., KALA, J. Modelling the Tensile Softening Behaviour of Concrete in LS-Dyna Software. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (WMCAUS 2020)*, Volume 960(4), 2020, p. 1-7, ISSN 1757-8981 (print), ISSN 1757-899X (online).
   DOI: 10.1088/1757-899X/960/4/042084
4. JINDRA, D., HRADIL, P., KALA, J., KRÁL, P. The Suitable Discretization of Concrete Plate Finite Element Model Exposed to High Velocity Loading. In: *The 3rd International Conference on Sustainable Development in Civil, Urban and Transportation Engineering 2020 (CUTE 2020)*, Book of Abstracts, 2020, p. 15-18, Ostrava, Czech Republic, ISBN 978-80-248-4457-2 (CD-ROM).

2019

1. KRÁL, P., KALA, J., HRADIL, P. Study of the Efficiency and Accuracy of Optimisation Algorithms within Inverse Identification of the Parameter Values of a Nonlinear Concrete Material Model. *Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava, Civil Engineering Series*, Volume 19(2), 2019, p. 9-16, ISSN 1213-1962 (print), ISSN 1804-4824 (online).
   DOI: 10.35181/tces-2019-0013
2. KRÁL, P., HRADIL, P., KALA, J., KALA, Z., HOKEŠ, F. Using the Inverse Identification of Parameters of a Nonlinear Concrete Material Model for Analysis of RC Structural Element. In: *AIP Conference Proceedings (ICNAAM 2018)*, Volume 2116(1), 2019, p. 1-4, ISBN 978-0-7354-1854-7, ISSN 0094-243X (print), ISSN 1551-7616 (online).
   DOI: https://doi.org/10.1063/1.5114111

3. HOKEŠ, F., KRÁL, P., TRCALA, M. Modelling Uniaxial Compression of Concrete Specimen with Utilization of Nonlinear Material Models inside ANSYS and RFEM. In: *AIP Conference Proceedings (ICNAAM 2018)*, Volume 2116(1), 2019, p. 1-4, ISBN 978-0-7354-1854-7, ISSN 0094-243X (print), ISSN 1551-7616 (online).
DOI: https://doi.org/10.1063/1.5114112

4. KRÁL, P., HRADIL, P., KALA, J. Four-Point Bending Test on a High Reinforced Concrete Beam: Nonlinear Numerical Analysis Using Material Parameter Identification. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (WMCAUS 2018)*, Volume 471(4), 2019, p. 1-9, ISSN 1757-8981 (print), ISSN 1757-899X (online).
DOI: 10.1088/1757-899X/471/5/052052

5. KRÁL, P. Analýza citlivosti jako nástroj při optimalizaci parametrů nelineárního materiálového modelu. *21. odborná konference doktorského studia Juniorstav 2019*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2019, p. 258-264, ISBN 978-80-86433-71-4 (flash disk).

2018

1. KRÁL, P., HUŠEK, M., HRADIL, P., KALA, J., MAŇAS P. Identification of Concrete Material Model Parameters Using Optimisation Algorithms. *Advances in Military Technology*, Volume 13(1), 2018, p. 33-45, ISSN 1802-2308 (print), ISSN 2533-4123 (online).
DOI: 10.3849/aimt.01213

2. HUŠEK, M., KRÁL, P., KALA, J., HRADIL, P., MAŇAS P. Concrete Targets with Heterogeneities under Impact Loading. *Advances in Military Technology*, Volume 13(1), 2018, p. 107-118, ISSN 1802-2308 (print), ISSN 2533-4123 (online).
DOI: 10.3849/aimt.01216

3. KRÁL, P., HRADIL, P., HUŠEK, M., KALA, J., KALA Z. Sensitivity Analysis and Optimization as Tools for the Inverse Concrete Material Model Parameter Identification. In: *AIP Conference Proceedings (ICNAAM 2017)*, Volume 1978(1), 2018, p. 1-4, ISBN 978-0-7354-1690-1, ISSN 0094-243X (print), ISSN 1551-7616 (online).
DOI: https://doi.org/10.1063/1.5044025

4. HUŠEK, M., KALA, J., KRÁL, P., HOKEŠ, F. Using Noise to Generate the Material Structure of Concrete. In: *AIP Conference Proceedings (ICNAAM 2017)*, Volume 1978(1), 2018, p. 1-4, ISBN 978-0-7354-1690-1, ISSN 0094-243X (print), ISSN 1551-7616 (online).
DOI: https://doi.org/10.1063/1.5044017

5. KRÁL, P. Testování konstitutivních rovnic pro modelování betonu. *Sborník příspěvků 20. odborné konference doktorského studia Juniorstav 2018*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2018, p. 570-575, ISBN 978-80-86433-69-1.
6. KRÁL, P., KALA, J., HRADIL, P. Studie efektivity a přesnosti optimalizačních algoritmů při inverzní identifikaci hodnot parametrů nelineárního materiálového modelu betonu. *Sborník příspěvků 16. mezinárodní konference Modelování v mechanice 2018*, Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta stavební, 2018, p. 1-12, ISBN 978-80-248-4175-5.
7. KRÁL, P., HRADIL, P., KALA, J. Evaluation of Constitutive Relations for Concrete Modeling Based on an Incremental Theory of Elastic Strain-Hardening Plasticity. *Computers and Concrete*, Volume 22(2), 2018, p. 227-237, ISSN: 1598-8198 (print), 1598-818X (online). *Impact Factor: 1,637 (2017).*
DOI: https://doi.org/10.12989/cac.2018.22.2.227

2017

1. KRÁL, P., HRADIL, P., KALA, J. Inverse Identification of the Material Parameters of a Nonlinear Concrete Constitutive Model Based on the Triaxial Compression Strength Testing. *Frattura ed Integrità Strutturale (Fracture and Structural Integrity)*, Volume 39, 2017, p. 38-46, ISSN 1971-8993.
DOI: http://dx.doi.org/10.3221/IGF-ESIS.39.05
2. HUŠEK, M., HOKEŠ, F., KALA, J., KRÁL, P. Inclusion of Randomness into SPH Simulations. *WSEAS Transactions on Heat and Mass Transfer*, Volume 12, 2017, p. 1-10, ISSN 1790-5044 (print), ISSN 2224-3461 (online).
http://www.wseas.org/multimedia/journals/heat/2017/a025812-166.pdf
3. HOKEŠ, F., HUŠEK, M., KALA, J., KRÁL, P. Predicting the Load-Carrying Capacity of Reinforced Concrete Structural Element. *WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics*, Volume 12, 2017, p. 1-10, ISSN 1991-5747 (print), ISSN 2224-3429 (online).
http://www.wseas.org/multimedia/journals/mechanics/2017/a025811-081.pdf
4. KRÁL, P., HRADIL, P., KALA, J., HOKEŠ, F., HUŠEK, M. Identification of the Parameters of a Concrete Damage Material Model. *Procedia Engineering*, Volume 172, 2017, p. 578-585, ISSN 1877-7058.
DOI: http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2017.02.068
5. HOKEŠ, F., KRÁL, P., KRŇÁVEK, O., HUŠEK, M. Improved Sensitivity Analysis in the Inverse Identification of the Parameters of a Nonlinear Material Model. *Procedia Engineering*, Volume 172, 2017, p. 347-354, ISSN 1877-7058.
DOI: http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2017.02.039

6. KRÁL, P., HRADIL, P., HUŠEK, M., HOKEŠ, F. Comparison of Responses of Concrete Damage Material Models with Respect to Optimization-Based Material Parameter Identification. In: *AIP Conference Proceedings (ICNAAM 2016)*, Volume 1863(1), 2017, p. 1-4, ISBN 978-0-7354-1538-6, ISSN 0094-243X (print), ISSN 1551-7616 (online).
DOI: http://doi.org/10.1063/1.4992644
7. HUŠEK, M., KALA, J., KRÁL, P., HOKEŠ, F. Concept and Numerical Simulations of a Reactive Anti-Fragment Armour Layer. In: *AIP Conference Proceedings (ICNAAM 2016)*, Volume 1863(1), 2017, p. 1-4, ISBN 978-0-7354-1538-6, ISSN 0094-243X (print), ISSN 1551-7616 (online).
DOI: http://dx.doi.org/10.1063/1.4992643
8. KRÁL, P., HUŠEK, M., HRADIL, P., KALA, J., MAŇAS, P. Optimization of the Material Parameters of the Continuous Surface Cap Model for Concrete. In: *2017 International Conference on Military Technologies (ICMT)*, Brno, Czech Republic, 31 May-2 June 2017, p. 1-5.
DOI: 10.1109/MILTECHS.2017.7988773
9. HUŠEK, M., KRÁL, P., KALA, J., HRADIL, P., MAŇAS, P. Simulating Randomized Failure of Concrete Targets. In: *2017 International Conference on Military Technologies (ICMT)*, Brno, Czech Republic, 31 May-2 June 2017, p. 1-5.
DOI: 10.1109/MILTECHS.2017.7988774
10. HUŠEK, M., KALA, J., HOKEŠ, F., KRÁL., P. Conversion of Fractal Fields into Heterogeneities Inside SPH Simulations. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (WMCAUS 2016)*, Volume 245, 2017, p. 1-7, ISSN 1757-8981 (print), ISSN 1757-899X (online).
DOI: https://doi.org/10.1088/1757-899X/245/3/032024
11. HUŠEK, M., KALA, J., KRÁL, P., HOKEŠ, F. Steel Fibre Reinforced Concrete Simulation with the SPH Method. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (WMCAUS 2016)*, Volume 245, 2017, p. 1-8, ISSN 1757-8981 (print), ISSN 1757-899X (online).
DOI: https://doi.org/10.1088/1757-899X/245/3/032070
12. HOKEŠ, F., KRÁL, P., HUŠEK, M., KALA, J. Study on Identification of Material Model Parameters from Compact Tension Test on Concrete Specimens. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (WMCAUS 2016)*, Volume 245, 2017, p. 1-10, ISSN: 1757-8981 (print), ISSN: 1757-899X (online).
DOI: https://doi.org/10.1088/1757-899X/245/3/032079
13. KRÁL, P., HOKEŠ, F., HUŠEK, M., KALA, J., HRADIL, P. Optimization-Based Inverse Identification of the Parameters of a Concrete Cap Material Model. In:

IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (WMCAUS 2016), Volume 245, 2017, p. 1-10, ISSN: 1757-8981 (print), ISSN: 1757-899X (online). DOI: https://doi.org/10.1088/1757-899X/245/3/032078

14. KRÁL, P., HUŠEK, M. Beton v jednoosém a tříosém tlaku – experimentální a numerická analýza v interakci s optimalizací materiálových parametrů. *Sborník abstraktů 19. odborné konference doktorského studia Juniorstav 2017*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2017, p. 163, ISBN 978-80-214-5462-0.

15. HOKEŠ, F., HUŠEK, M., KRÁL, P. Nelineární numerická studie čepového spoje při statickém a cyklickém zatěžování. *Sborník abstraktů 19. odborné konference doktorského studia Juniorstav 2017*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2017, p. 159, ISBN 978-80-214-5462-0.

2016

1. WALD, F., ŠABATKA, L., BAJER, M., BARNAT, J., GÖDRICH, L., HOLOMEK, J., KABELÁČ, J., KOČKA, M., KOLAJA, D., KRÁL, P., KUREJKOVÁ, M., VILD, M. *Benchmark Cases for Advanced Design of Structural Steel Connections*. Česká technika – nakladatelství ČVUT, Praha, Česká republika, září 2016, počet stran 187, ISBN 978-80-01-05826-8.
2. KRÁL, P., KALA, J., HRADIL, P. Verification of the Elasto-Plastic Behavior of Nonlinear Concrete Material Models. *International Journal of Mechanics*, North Atlantic University Union, Volume 10, 2016, p. 175-181, ISSN 1998-4448. https://www.naun.org/main/NAUN/mechanics/2016/a522003-188.pdf
3. HUŠEK, M., KALA, J., HOKEŠ, F., KRÁL, P. How to Handle Irregular Distribution of SPH Particles in Dynamic Fracture Analysis. *International Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Volume 1, 2016, p. 212-217, ISSN 2367-8984. http://www.iaras.org/iaras/filedownloads/ijtam/2016/009-0032.pdf
4. HUŠEK, M., HOKEŠ, F., KALA, J., KRÁL, P. A Simple Solution for Randomized Failure Modeling with the SPH Method. *International Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Volume 1, 2016, p. 253-258, ISSN 2367-8992. http://www.iaras.org/iaras/filedownloads/ijtam/2016/009-0038.pdf
5. HUŠEK, M., KALA, J., KRÁL, P., HOKEŠ, F. Effect of the Support Domain Size in SPH Fracture Simulations. *International Journal of Mechanics*, North Atlantic University Union, Volume 10, 2016, p. 396-402, ISSN 1998-4448. http://www.naun.org/main/NAUN/mechanics/2016/b162003-208.pdf
6. HOKEŠ, F., KALA, J., HUŠEK, M., KRÁL, P. Parameter Identification for a Multivariable Nonlinear Constitutive Model inside ANSYS Workbench. *Procedia Engineering*, Volume 161, 2016, p. 892-897, ISSN 1877-7058.

DOI: http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.743

7. HUŠEK, M., KALA, J., HOKEŠ, F., KRÁL, P. Influence of SPH Regularity and Parameters in Dynamic Fracture Phenomena. *Procedia Engineering*, Volume 161, 2016, p. 489-496, ISSN 1877-7058. DOI: http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.671
8. HOKEŠ, F., HUŠEK, M., KRÁL, P., KALA, J. Numerical Simulation of Reinforced Concrete Beam with Utilization of Elasto-plastic Material Model of Concrete. *WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics*, Volume 11, 2016, p. 136-141, ISSN 1991-8747 (print), ISSN 2224-3429 (online). http://www.wseas.org/multimedia/journals/mechanics/2016/a325811-092.pdf
9. KRÁL, P. Testování odezvy nelineárních materiálových modelů betonu implementovaných ve výpočetním systému LS-Dyna. *Sborník abstraktů 18. odborné konference doktorského studia Juniorstav 2016*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2016, p. 237, ISBN 978-80-214-5312-8.
10. KRÁL, P., HRADIL, P., KALA, J. Inverzní identifikace materiálových parametrů konstitutivního modelu určeného pro modelování betonu. *Sborník příspěvků 14. mezinárodní konference Modelování v mechanice 2016*, Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta stavební, 2016, p. 1-11, ISBN 978-80-248-3917-2.
11. KRÁL, P., HRADIL, P. Studie vlivu redukce návrhového vektoru na výsledky inverzní identifikace parametrů nelineárního materiálového modelu betonu. *Proceedings of 24th SVSFEM ANSYS Users' Group Meeting and Conference 2016*, Dolní Morava, Česká republika, 2016, p. 102-110, ISBN 978-80-905525-3-1.

2015

1. KRÁL, P., HRADIL, P., KALA, J. The effect of Strain Rate on the Response of Nonlinear Material Models of Concrete. *Proceedings Of International Conference on Applied System Innovation*, Osaka, Japan, 22-27 May 2015, p. 211.
2. KRÁL, P., HRADIL, P., KALA, J. Studie odezvy nelineárních materiálových modelů betonu v závislosti na rychlosti deformace. *Proceedings of 23rd SVSFEM ANSYS Users' Group Meeting and Conference 2015*, Hustopeče, Česká republika, 2015, p. 87-99, ISBN 978-80-905525-2-4.
3. KRÁL, P., KALA, J., HRADIL, P. Validation of the Response of Concrete Nonlinear Material Models Subjected to Dynamic Loading. *Proceedings of the 9th International Conference on Continuum Mechanics (CM '15)*, Rome, Italy, 7-9 November 2015, p. 182-185, ISBN 978-1-61804-346-7, ISSN 2227-4359.

Curriculum vitae

Osobní a kontaktní údaje

Jméno a příjmení, titul:	Petr Král, Ing.
Adresa trvalého bydliště:	Nová 328, 753 66 Hustopeče nad Bečvou, Česká republika
E-mail:	kral.p@fce.vutbr.cz
Telefon:	+420 733 549 223
Datum narození:	27. 6. 1989
Národnost:	Česká

Vzdělání

02/2015–dosud **Fakulta stavební VUT v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno**
Doktorský studijní program
Studijní program: *P3607 Stavební inženýrství (nD)*
Studijní obor: *Konstrukce a dopravní stavby*
Zaměření: *Konstrukce*
Specializace: *Stavební mechanika*
Téma disertační práce: *Identifikace parametrů nelineárních materiálových modelů*
V současnosti kombinované studium.

09/2013–02/2015 **Fakulta stavební VUT v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno**
Navazující magisterský studijní program
Studijní program: *N3607 Stavební inženýrství (C)*
Studijní obor: *Pozemní stavby*
Zaměření: *Konstrukce a statika staveb*
Specializace: *Stavební mechanika*
Téma diplomové práce: *Verifikace nelineárních materiálových modelů betonu*

09/2009–06/2013 **Fakulta stavební VUT v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno**
Bakalářský studijní program
Studijní program: *B3607 Stavební inženýrství (B)*
Studijní obor: *Pozemní stavby*
Zaměření: *Konstrukce a statika staveb*
Specializace: *Stavební mechanika*
Téma bakalářské práce: *Nelineární analýza železobetonových konstrukcí*

09/2005–05/2009 **Střední průmyslová škola stavební, Máchova 628, 757 01 Valašské Meziříčí**
Obor: *Pozemní stavitelství*

Pracovní zkušenosti

07/2022–dosud	**FEM consulting, s.r.o., Veveří 331/95, 602 00 Brno** Pozice: *Tester softwaru* Náplň práce: *Tvorba testovacích příkladů pro oblast nelineární časové analýzy*
01/2019–dosud	**Fakulta stavební VŠB-TUO, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 00 Ostrava-Poruba** Pozice: *Akademický pracovník – odborný asistent* Náplň práce: *Vědeckovýzkumná činnost, vedení výuky předmětů Stavební mechanika, Statika stavebních konstrukcí I, Statika stavebních konstrukcí II, Pružnost a plasticita, Základy stavební mechaniky, Počítačová podpora statických výpočtů, Nelineární mechanika, Mechanika materiálu, Inženýrské statické výpočty*
01/2017–12/2019	**Fakulta stavební VUT v Brně, Veveří 331/95, 602 00 Brno** Pozice: *THP na výzkumných projektech* Náplň práce: *Vědeckovýzkumná činnost a softwarová podpora, tvorba odborných a vědeckých publikací, účast na zahraničních i tuzemských odborných a vědeckých konferencích, příprava experimentů*

Kurzy a školení

2018	**ANSYS optiSLang** Školení optimalizačního softwaru dle osnov a materiálů firmy ANSYS, Inc.
2018	**SCIA Engineer 18.1** Studentské školení MKP softwaru dle osnov a materiálů firmy SCIA CZ, s.r.o.
2017	**SCIA Engineer 16.1** Studentské školení MKP softwaru dle osnov a materiálů firmy SCIA CZ, s.r.o.
2016	**LS-Dyna** Školení explicitního MKP softwaru dle osnov a materiálů firmy ANSYS, Inc.
2015	**Modeling of Localized Inelastic Deformation** Kurz na Fakultě stavební ČVUT v Praze pod vedením pana prof. Ing. Milana Jiráska, DrSc.

Jazykové znalosti

Čeština	výborná znalost / rodilý mluvčí

Angličtina	pokročilá znalost

Účast na řešení vědeckých projektů

04/2021–dosud	**Projekt TAČR FW03010260** **„Pokročilý softwarový nástroj pro návrh a analýzu betonových a spřažených konstrukcí se zohledněním fází výstavby a časově závislých dějů"** Pozice: *Člen v týmu řešitelů projektu za VUT v Brně pod vedením pana prof. Ing. Jiřího Kaly, Ph.D., hlavní řešitel projektu: firma FEM consulting, s.r.o.* Náplň práce: *Vědeckovýzkumná činnost a softwarová podpora v oblasti modelování fyzikálních nelinearit betonu, příprava experimentů*
03/2018–12/2018	**Projekt Juniorského specifického výzkumu FAST-J-18-5604** **„Statická analýza betonových konstrukcí s využitím explicitních nelineárních materiálových modelů a identifikace hodnot jejich vstupních parametrů"** Pozice: *Řešitel projektu, projekt řešen v rámci VUT v Brně* Náplň práce: *Vědeckovýzkumná činnost v oblasti aplikace explicitních nelineárních materiálových modelů betonu v rámci statické analýzy betonových konstrukcí, identifikace hodnot vstupních parametrů materiálových modelů, publikační činnost, účast na mezinárodních i tuzemských odborných a vědeckých konferencích*
10/2017–09/2020	**Projekt MPO FV20372** **„Softwarový nástroj pro nelineární analýzu betonových konstrukcí u rychlých dynamických dějů"** Pozice: *Člen v týmu řešitelů projektu za VUT v Brně pod vedením pana prof. Ing. Jiřího Kaly, Ph.D., hlavní řešitel projektu: firma FEM consulting, s.r.o.* Náplň práce: *Vědeckovýzkumná činnost a softwarová podpora v oblasti modelování fyzikálních nelinearit betonu, příprava experimentů*
01/2017–12/2019	**Projekt TAČR TH02020301** **„Pokročilý návrh zesilování ocelové konstrukce pod zatížením"** Pozice: *Člen v týmu řešitelů projektu za VUT v Brně pod vedením pana prof. Ing. Miroslava Bajera, CSc., hlavní řešitel projektu: firma IDEA RS, s.r.o.*

Náplň práce: *Softwarová podpora v oblasti modelování fyzikálních nelinearit konstrukční oceli*

01/2017–12/2019 **Projekt GAČR GA17-23578S**
„Identifikace míry poškození vyztuženého betonu při extrémním zatížení“
Pozice: *Člen v týmu hlavního řešitele projektu VUT v Brně pod vedením pana prof. Ing. Jiřího Kaly, Ph.D.*
Náplň práce: *Vědeckovýzkumná činnost a softwarová podpora v oblastech stochastické optimalizace a modelování fyzikálních nelinearit betonu a betonářské oceli, tvorba odborných a vědeckých publikací, účast na zahraničních i tuzemských odborných a vědeckých konferencích, příprava experimentů*

03/2017–12/2017 **Projekt Juniorského specifického výzkumu FAST-J-17-4779**
„Vývoj, systémová implementace a identifikace parametrů nelineárních materiálových modelů betonu“
Pozice: *Řešitel projektu, projekt řešen v rámci VUT v Brně*
Náplň práce: *Vědeckovýzkumná činnost v oblasti programování nelineárních materiálových modelů betonu prostřednictvím uživatelských rutin na bázi UPF, identifikace hodnot jejich vstupních parametrů, publikační činnost, účast na mezinárodních i tuzemských odborných a vědeckých konferencích*

03/2016–12/2016 **Projekt Juniorského specifického výzkumu FAST-J-16-3744**
„Optimalizace parametrů nelineárních materiálových modelů určených pro explicitní dynamiku“
Pozice: *Řešitel projektu, projekt řešen v rámci VUT v Brně*
Náplň práce: *Vědeckovýzkumná činnost v oblasti inverzní identifikace hodnot vstupních parametrů nelineárních materiálových modelů pro beton pomocí optimalizačních algoritmů, publikační činnost, účast na mezinárodních i tuzemských odborných a vědeckých konferencích*

07/2014–12/2016 **Projekt GAČR GA14-25320S**
„Aspekty použití komplexních nelineárních materiálových modelů“
Pozice: *Člen v týmu hlavního řešitele projektu VUT v Brně pod vedením pana prof. Ing. Jiřího Kaly, Ph.D.*
Náplň práce: *Vědeckovýzkumná činnost a softwarová podpora v oblasti numerického modelování fyzikálních nelinearit betonu, tvorba odborných a vědeckých publikací, účast na zahraničních i tuzemských odborných a vědeckých konferencích, příprava experimentů*

04/2014–12/2015 **Projekt TAČR TA03010680**
„Pokročilý software pro optimální návrh obecných styčníků stavebních ocelových konstrukcí“
Pozice: *Člen v týmu řešitelů projektu za VUT v Brně pod vedením pana prof. Ing. Miroslava Bajera, CSc., hlavní řešitel projektu: firma IDEA RS, s.r.o.*
Náplň práce: *Vědeckovýzkumná činnost v oblasti problematiky návrhu styčníků z ocelových dutých profilů, verifikace, tvorba kapitol pro monografii*

ABSTRAKT

Předkládaná práce je zaměřena na numerické modelování chování (odezvy) betonu s využitím nelineárních materiálových modelů (konstitutivních vztahů) a na identifikaci hodnot vstupních parametrů těchto materiálových modelů. V současnosti existuje celá řada matematicky zformulovaných konstitutivních vztahů určených nejen pro simulování odezvy tvárných či křehkých materiálů, ale také materiálů kvazi-křehkých. Konstitutivní vztahy pro kvazi-křehké materiály vycházejí z různých teorií (teorie plasticity, koncept mechaniky poškození, nelineární lomová mechanika) a jejich komplexnost se odvíjí od zvoleného typu řešiče. Obecným problémem při využívání těchto konstitutivních vtahů je nutnost definice hodnot jejich vstupních parametrů, kterých tyto modely zahrnují obvykle velmi značné množství a které často postrádají fyzikální význam s tím, že je jejich význam ryze matematického či experimentálního charakteru. Zmíněný problém se stupňuje s narůstající komplexností materiálových modelů, ke které dochází při přechodu z formulace pro klasickou metodu konečných prvků (MKP) na formulaci pro explicitní MKP, a značně znesnadňuje jejich praktickou aplikaci. Cílem této práce je představit přístup, jak se s tímto problémem u vybraných nelineárních konstitutivních vztahů vypořádat. Za tímto účelem je práce rozdělena do tří hlavních tematických částí.

První hlavní část práce je zaměřena na identifikaci hodnot vstupních parametrů Continuous surface cap modelu. Záměrem této části je nejprve ověřit efektivnost a přesnost zvolených identifikačních postupů. Následuje identifikace hodnot parametrů modelu na základě experimentálních dat za účelem modifikace odvozených kalibračních křivek. Identifikace hodnot vstupních parametrů je v této části demonstrována na obou verzích modelu, přičemž jsou využita data ze zkoušek pevnosti betonu v tahu (prostý tah, excentrický tah, tah za ohybu).

Druhá hlavní část práce se zaměřuje na identifikaci hodnot vstupních parametrů Karagozian & Case concrete modelu na základě experimentálních dat odpovídajících zkoušce pevnosti betonu v tříosém tlaku. Získaná data jsou validována na dalších experimentálních datech.

Poslední hlavní část práce je zaměřena na algoritmizaci vybraných konstitutivních vztahů vhodných pro matematické modelování odezvy kvazi-křehkých materiálů. K algoritmizaci jsou použity nástroje programu Matlab. Konstitutivní vztahy jsou v rámci této části testovány za účelem nalezení odpovídajících hodnot vstupních parametrů, přičemž součástí je také validace simulovaných dat.

ABSTRACT

The presented thesis is focused on numerical modeling of concrete behavior (response) using nonlinear material models (constitutive relations) and on identification of input parameter values of these material models. Nowadays, there are

a number of mathematically formulated constitutive relations intended not only to simulate the response of ductile or brittle materials, but also quasi-brittle materials. The constitutive relations for quasi-brittle materials are based on various theories (plasticity theory, the concept of damage mechanics, nonlinear fracture mechanics) and their complexity depends on the chosen type of solver. A general problem in the use of these constitutive relations is the need to define the values of their input parameters which these models usually include a very large number, and which often lack physical meaning, with their meaning being purely mathematical or experimental. This problem escalates with the increasing complexity of material models, which occurs in the transition from the formulation for the classic finite element method (FEM) to the formulation for the explicit FEM, and greatly complicates their practical application. The aim of this thesis is to present an approach how to deal with this problem for selected nonlinear constitutive relations. For this purpose, the thesis is divided into three main thematic parts.

The first main part of the thesis is focused on the identification of input parameter values of the Continuous Surface Cap model. The purpose of this part is to first verify the effectivity and accuracy of the selected identification procedures. The following is the identification of model parameter values based on experimental data in order to adjust the derived calibration curves. In this part, the identification of input parameter values is demonstrated on both versions of the model. Data from the direct tensile test, compact tension test and four-point bending test of concrete are used.

The second main part of the thesis focuses on the identification of input parameter values of the Karagozian & Case Concrete model on the basis of experimental data corresponding to the triaxial compression strength test of concrete. The obtained data are validated on other experimental data.

The last main part of the thesis is focused on the programming of selected constitutive relations suitable for mathematical modeling of the response of quasi-brittle materials. Matlab tools are used for programming. Within this part, constitutive relations are tested in order to find the appropriate input parameter values, and the validation of simulated data is also a part of it.