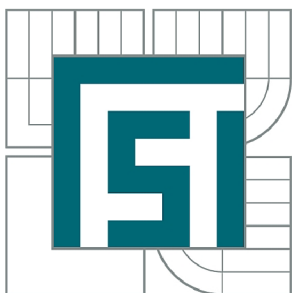




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

POČÍTAČOVÉ SIMULACE DVOUOSÝCH TAHOVÝCH ZKOUŠEK MĚKKÝCH BIOLOGICKÝCH TKÁNÍ

COMPUTER SIMULATIONS OF BIAXIAL TENSION TESTS OF SOFT BIOLOGICAL TISSUES

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. MARTIN SLAŽANSKÝ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. STANISLAV POLZER, Ph.D.

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Martin Slažanský

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Počítačové simulace dvouosých tahových zkoušek měkkých biologických tkání

v anglickém jazyce:

Computer simulations of biaxial tension tests of soft biological tissues

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Jedná se o MKP simulaci dvouosé tahové zkoušky hyperelastických materiálů na zkušebním stroji Camea s důrazem na citlivostní analýzu vlivu počtu, rozměrů a umístění svorek na homogenitu napětí a deformačního stavu ve vyhodnocované části vzorku. Předpokládá se kontaktní úloha s reálnou geometrií svorek.

Cíle diplomové práce:

- 1) Seznámit se s možnostmi výpočtového modelování mechanického chování měkkých biologických tkání.
- 2) Vytvořit výpočtové modely umožňující simulaci dvouosých tahových zkoušek měkkých tkání.
- 3) Provést citlivostní analýzu vlivu počtu, rozměrů a umístění svorek nebo háčků na nepřesnosti výsledných napětí a přetvoření v důsledku porušení předpokladů o homogenitě napjatosti a deformace ve vyhodnocované oblasti vzorku.

Seznam odborné literatury:

Fung: Biomechanics. Mechanical properties of living tissues. Springer, 1993.

Mechanics of biological tissue. Ed. Holzapfel, Ogden, Springer, 2006.

Humphrey: Cardiovascular Solid Mechanics. Springer, 2002.

Vedoucí diplomové práce: Ing. Stanislav Polzer, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/2014.

V Brně, dne 18.11.2013

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

Abstrakt

V rámci řešení diplomové práce byl vytvořen výpočtový model dvouosé tahové zkoušky měkkých biologických tkání. Testovaný vzorek tkáně může být uchycen pomocí svorek nebo háčků. Počet i rozměr svorek a háčků nezanedbatelně ovlivňuje rozložení a velikost deformace a napětí v měřené části vzorku. Pomocí vytvořeného modelu byla zpracována citlivostní analýza počtu a rozměrů svorek a háčků a citlivostní analýza umístění svorek. Počet a rozměr háčků a svorek byly optimalizovány tak, aby materiálové parametry získané pomocí tahové zkoušky maximálně odpovídaly skutečným parametrům materiálu. Analýzou umístění svorek byl určen vliv zvolených odchylek na výsledek tahové zkoušky. Na závěr je předložen návrh dalšího postupu.

Klíčová slova:

Citlivostní analýza, měkká biologická tkáň, dvouosá tahová zkouška, háčky, svorky.

Abstract

Within the master thesis a computational model of biaxial tension test of soft biological tissues was developed. The tested specimen can be attached using clamps or hooks. The number and the size of clamps and hooks have a significant impact on the distribution of stress and strain in the centre of the specimen, where deformation is measured. Using the developed computational model, a sensitivity analysis of number and size of clamps and hooks and a sensitivity analysis of placement of clamps was elaborated. The number and size of clamps and hooks were optimized in such a way that the material's parameters obtained by the tension test correspond to the utmost to the actual parameters of the material. By analyzing the placement of clamps, the influence of selected deviations on the outcome of the tension test was determined. Finally, a plan of the next course of action has been proposed.

Keywords:

Sensitivity analysis, soft biological tissue, biaxial tension test, hooks, clamps.

Bibliografická citace:

SLAŽANSKÝ, M. *Počítačové simulace dvouosých tahových zkoušek měkkých biologických tkání*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 107 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Stanislav Polzer, Ph.D.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně, pod vedením vedoucího diplomové práce Ing. Stanislava Polzera, Ph.D. a s použitím uvedené literatury a zdrojů.

V Brně, dne 30. května 2014

.....
Bc. Martin Slažanský

Poděkování

Rád bych poděkoval Ing. Stanislavu Polzerovi, Ph.D. za odborné vedení, věnovaný čas, cenné rady a připomínky k této diplomové práci. Dále děkuji prof. Ing. Jiřímu Buršovi, Ph.D., Ing. Pavlu Skácelovi, Ph.D., Ing. Vojtěchu Manovi a Ing. Kamilu Novákovi za pomoc a rady při tvorbě této práce. Děkuji rodině, přítelkyni a přátelům za podporu v dosavadním studiu, bez které by tato práce nemohla vzniknout.

OBSAH

1	SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	11
2	ÚVOD	12
3	CÍLE PRÁCE	13
4	PROBLÉMOVÁ SITUACE	14
4.1	Analýza problémové situace	14
4.2	Formulace a typ problému	19
4.3	Systém podstatných veličin	19
5	ÚVOD DO ANATOMIE A HISTOLOGIE MĚKKÝCH TKÁNÍ	25
5.1	Měkké tkáně.....	25
5.2	Stěna břišní aorty	26
5.2.1	Oběhová soustava	26
5.2.2	Stěna břišní aorty	26
5.2.3	Základní komponenty stěny břišní aorty	29
6	TEORIE VELKÝCH DEFORMACÍ	31
6.1	Tenzor deformačního gradientu	32
6.2	Tenzory přetvoření	33
6.2.1	Smluvní přetvoření	33
6.2.2	Cauchy-Greenův tenzor přetvoření	33
6.2.3	Green-Lagrangeův tenzor přetvoření.....	34
6.2.4	Cauchyho logaritmický tenzor přetvoření	35
6.3	Tenzory napětí	35
6.3.1	Cauchyho tenzor napětí	35
6.3.2	První Piola-Kirchhoffův tenzor napětí	36
6.3.3	Druhý Piola-Kirchhoffův tenzor napětí.....	36
6.4	Vzájemné přepočty pro tenzory napětí	36
6.5	Energeticky konjugované tenzory.....	37
6.6	Hyperelasticita	37
6.7	Rozdělení tenzorů na kulovou a tvarovou složku.....	37
6.8	Materiálová nelinearita	38
6.9	Nestlačitelnost.....	39

6.10	Konstitutivní modely hyperelastických materiálů	39
6.11	Zbytková napětí ve stěně tepny	39
7	VYTVÁŘENÍ VÝPOČTOVÉHO MODELU	40
7.1	Model problému	40
7.2	Model topologie objektu	40
7.3	Model dekompozice objektu	42
7.4	Model geometrie objektu	42
7.4.1	Vzorek	42
7.4.2	Svorky, háčky	44
7.4.3	Optimalizace modelu geometrie	45
7.5	Model okolí a vazeb objektu	47
7.5.1	Kontakt vzorek – vzorek	47
7.5.2	Kontakt svorka – vzorek	47
7.5.3	Kontakt háček – vzorek	49
7.6	Model aktivace objektu	50
7.7	Model ovlivňování objektu okolím	50
7.8	Model okrajových podmínek	51
7.8.1	Okrajové podmínky vyplývající z využití geometrické symetrie	51
7.8.2	Vymezení pohybu	52
7.8.3	Zatížení	53
7.9	Model vlastností struktury	55
7.10	Model procesů na objektu	57
7.11	Model projevů objektu	57
7.12	Model chování objektu	57
7.13	Model mezních stavů	58
7.14	Volba sítě	58
7.14.1	Volba typu prvků	58
7.14.2	Vzorek	59
7.14.3	Svorky	60
7.14.4	Háčky	60
7.14.5	Konvergence sítě	61
7.15	Nastavení výpočtu	62

8	ZPRACOVÁNÍ DAT.....	63
8.1	Výpočet odvozených veličin.....	63
8.1.1	Výpočet protažení ze dvou markerů.....	63
8.1.2	Výpočet protažení ze čtyř markerů.....	64
8.1.3	Výpočet smluvního napětí z tahové zkoušky	68
8.1.4	Výpočet smluvního napětí z modelu materiálu	68
8.2	Statistické zpracování	70
9	ANALÝZA VÝSLEDKŮ VYTVOŘENÉHO VÝPOČTOVÉHO MODELU. 72	
9.1	Zakousnutí svorek do vzorku.....	72
9.2	Posuv svorek	74
9.3	Posuv háčků	75
9.4	Porovnání výsledků variant „svorky“ a „háčky“	75
10	CITLIVOSTNÍ ANALÝZA.....	77
11	CITLIVOSTNÍ ANALÝZA POČTU A ROZMĚRŮ SVOREK A HÁČKŮ ..	80
11.1	Volba rozměrů a počtu háčků	80
11.2	Volba rozměrů a počtu svorek	82
11.3	Změny ve výpočtovém modelu.....	83
11.4	Výsledky CA počtu a rozměrů svorek a háčků.....	84
11.4.1	Vyhodnocení – svorky.....	87
11.4.2	Vyhodnocení – háčky	88
11.4.3	Vyhodnocení svorky vs. háčky.....	89
11.5	Závěr citlivostní analýzy.....	90
12	CITLIVOSTNÍ ANALÝZA UMÍSTĚNÍ SVOREK.....	91
12.1	Volba návrhu experimentu, výběr a redukce <i>DP</i>	92
12.2	Výsledky CA polohy svorek.....	97
12.3	Závěr CA polohy svorek.....	99
13	ZÁVĚR.....	100
14	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY A ZDROJŮ	101
15	SEZNAM PŘÍLOH	107

1 SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

Zkratka	Význam
MKP	Metoda konečných prvků
CA	Citlivostní analýza
OP	Okrajová podmínka
<i>DoE</i>	<i>Design of Experiment</i> - Návrh experimentu
<i>DP</i>	<i>Design Point</i> – Vektor vstupních parametrů

Symbol	Jednotka	Význam
X	[mm]	Vektor souřadnic výchozí geometrie tělesa
x	[mm]	Vektor souřadnic deformované geometrie tělesa
u	[mm]	Vektor posuvů geometrie tělesa
I	[-]	Jednotkový tenzor
F	[-]	Tenzor deformačního gradientu
R	[-]	Tenzor rotace, získaný z F
U	[-]	Tenzor deformace, získaný z F
ε	[-]	Smluvní přetvoření
γ	[-]	Zkosení
λ	[-]	Poměrné protažení
C	[-]	Cauchy-Greenův tenzor přetvoření
E^L	[-]	Green-Lagrangeův tenzor přetvoření
E^C	[-]	Cauchyho logaritmický tenzor přetvoření
σ	[kPa]	Cauchyho tenzor (skutečných napětí)
τ	[kPa]	První Piola-Kirchhoffův tenzor napětí
S	[kPa]	Druhý Piola-Kirchhoffův tenzor napětí
W	[J]	Virtuální práce vnitřních sil
J	[-]	Invariant tenzoru deformačního gradientu
I_{1-3}	[-]	První až třetí invariant C
R^2	[-]	Koeficient determinace (také <i>Nash-Sutcliffe Coefficient</i>)

2 ÚVOD

Zjišťování mechanických vlastností měkkých biologických tkání je nezbytné pro vytváření a určování příslušných modelů materiálu. Tyto modely je pak možné použít v simulacích poškozených lidských tkání a orgánů, které lékařům mohou výrazně pomoci při chirurgických zákrocích.

Pro zjišťování mechanických vlastností biologických tkání se používá dvouosá tahová zkouška. Lidský faktor, ovlivňující výsledky této zkoušky, se bohužel zatím nedá plně eliminovat, je proto nezbytné určit vliv možných lidských chyb na naměřené hodnoty. Konkrétně se jedná o uchycení vzorku, které je prováděno ručně, a tudíž nikdy není provedeno bez byť malé odchylky.

K uchycení vzorku se používají svorky či háčky. V práci bude provedena deformačně napěťová citlivostní analýza, která má za cíl určit optimální počet a rozměry háčků nebo svorek k uchycení vzorku. Dále bude zkoumán vliv různého umístění svorek, které je způsobené lidskou chybou.

3 CÍLE PRÁCE

- 1) Vytvořit numerickou simulaci dvouosé tahové zkoušky měkkých biologických tkání.
- 2) Provést citlivostní analýzu vlivu počtu, rozměrů a umístění svorek a háčků na nepřesnosti výsledných napětí a přetvoření.

4 PROBLÉMOVÁ SITUACE

Dle [1] je problémová situace definována jako „nestandardní situace, odlišná od situace běžné, a to v tom, že její vyřešení vyžaduje použít i jiné, než rutinní, tj. známé, respektive i algoritmizované, činnosti“. Problém je pak řešitelem naformulované to podstatné z problémové situace, co vyžaduje řešení. Aby byl problém vyřešen, musí řešitel provést informační, hodnotící, tvůrčí a rozhodovací činnosti a hledat metody řešení.

Problémovou situací při dvouosé tahové zkoušce měkkých biologických tkání (jejichž definice a podrobný popis jsou uvedeny v kap. 5.1) je skutečnost, že experimentátor nikdy nemůže dodržet ideální podmínky experimentu (např. ideální umístění svorek), což se projeví na výsledcích experimentu.

Tyto odchylky mohou mít závažný vliv na věrohodnost naměřených dat a na závěry z nich plynoucí. Je proto potřeba zjistit, jakých odchylek se experimentátor v běžné praxi může dopustit, jaké mají tyto odchylky vliv na výsledek experimentu a určit přípustnou míru odchylek, a tím i případně upřesnit či změnit podmínky měření.

4.1 Analýza problémové situace

Výsledkem analýzy problémové situace je vytvoření dostatečné poznatkové a zkušenostní báze pro formulaci problému [1]. Báze byla vytvořena na základě prostudované literatury a zdrojů uvedené v seznamu použité literatury a zdrojů.

Mechanickými zkouškami zjišťujeme chování materiálu za působení vnějších mechanických sil. Mechanické vlastnosti materiálu pak můžeme použít při dalších výpočtech. Většina mechanických zkoušek je normalizována, aby bylo možné zjištěné vlastnosti materiálu porovnávat a reprodukovat. Příkladem může být norma jednoosé tahové zkoušky ČSN EN ISO 6892-1.

Zkoušky mechanických vlastností materiálů lze klasifikovat dle následujících kritérií:

- Způsob zatěžování: tah, tlak, ohyb, krut, střih.
- Stav napjatosti: jednoosá, dvouosá, trojosá.
- Rychlost zatížení: statické, dynamické.
- Fyzikální podmínky: různé teploty, prostředí.

V technické praxi je nejběžnější jednoosá zkouška tahem. Většina konstrukčních materiálů je izotropních, proto stačí pouze jednoosá zkouška. Například u kompozitů je již nutné materiál testovat ve dvou osách, jelikož nemá ve všech směrech stejné vlastnosti – rozlišujeme směr podél a kolmo k vláknům.

Při testování měkkých biologických tkání je vzhledem k jejich anizotropnímu chování využívána především dvouosá tahová zkouška – jednoosá zkouška je pro správné určení materiálových vlastností nedostačující [2,3]. V současné době neexistuje norma, která by předepisovala tvar vzorku, jeho uchycení či celkové provedení zkoušky. Následující informace jsou shrnutím dosavadních používaných metod.

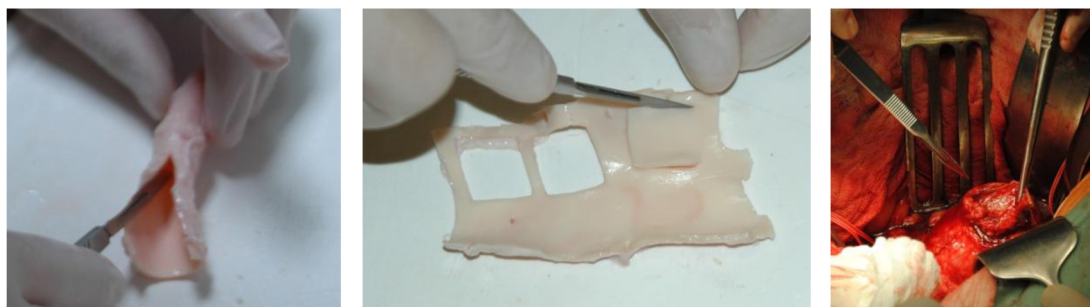
Zkušební vzorek

Zkušební vzorek lze rozdělit na dvě části:

- vnější část, která je uchycena k testovacímu přístroji,
- vnitřní část, na které je vyhodnocována deformace.

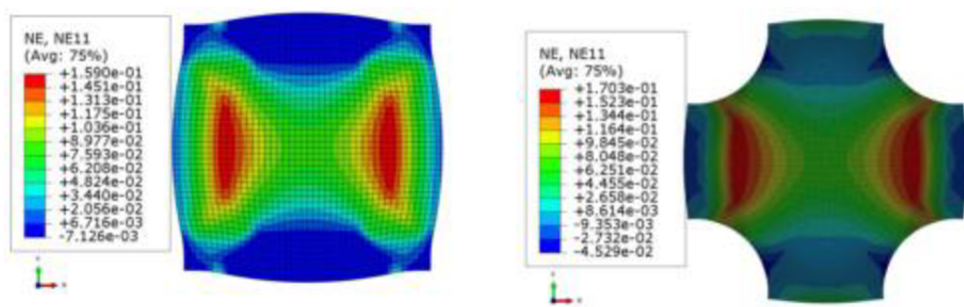
Uchycení vzorku nesmí na základě Saint-Venantova principu ovlivňovat oblast, ze které odečítáme deformaci.

Zkušební vzorek je tenký a má nejčastěji čtvercový tvar o hraně několika málo jednotek centimetrů [2,4–8]. Je možné použít i tvar kříže [2,8–10], tento tvar se však používá jen výjimečně, jelikož je obtížné jej vzhledem k malým rozměrům dané tkáně získat, viz Obr. 1.



Obr. 1: Získání vzorku z prasečí aorty (1. a 2. foto) a z lidské aorty při operaci (3. foto).

Tvar vzorku má vliv na naměřené hodnoty, materiál se na základě naměřených dat zdá být tužší, čím více se odchyluje od tvaru kříže blíže ke tvaru čtverce [4,11]. Dále se materiál zdá být tužší s přibývajícím velikostí čtvercového vzorku [4]. Tvar kříže vykazuje homogennější rozložení deformace než čtvercový tvar [4], viz Obr. 2.



Obr. 2: MKP analýzy tvaru vzorku, vyobrazeno smluvní přetvoření ve směru osy x [4].

Uchycení

Vzorek je uchycen svorkami, háčky či suturami (tzn. chirurgickými nitěmi). Na hranu vzorku je použito z důvodu lepší distribuce zatížení [12,13] několik háčků [2,6,14–17], sutur [7,18], tenkých svorek [12] nebo jedna široká svorka [2,4–10].

Posuv háčků či svorek je zajišťován elektromotory [12] nebo hydraulicky [11]. Síla, nutná k posuvu, je snímána tenzometry.

Při jedné široké svorky se materiál jeví jako tužší než když se použijí háčky [19], tento rozdíl je dále umocněn vlivem menší velikosti vzorku [4,13]. Počet háčků také významně ovlivňuje naměřené materiálové vlastnosti [19]. Obecně platí, že s vyšším počtem háčků či použitím jedné široké svorky roste naměřená tuhost materiálu [19].

Z rešerše byla vytvořena tabulka, znázorňující počet háčků či sutur, které byly v experimentu použity a na jak velký vzorek byly aplikovány, viz Tab. 1. Počet svorek není uveden, jelikož byla vždy použita pouze jedna široká přes celou či skoro celou délku hrany vzorku.

Ve všech případech se jedná o vzorek tvaru čtverce, jeho velikost je popsána délkou hrany. Počet háčků je pro přehlednost normalizován na délku hrany vzorku, který je použit v této práci.

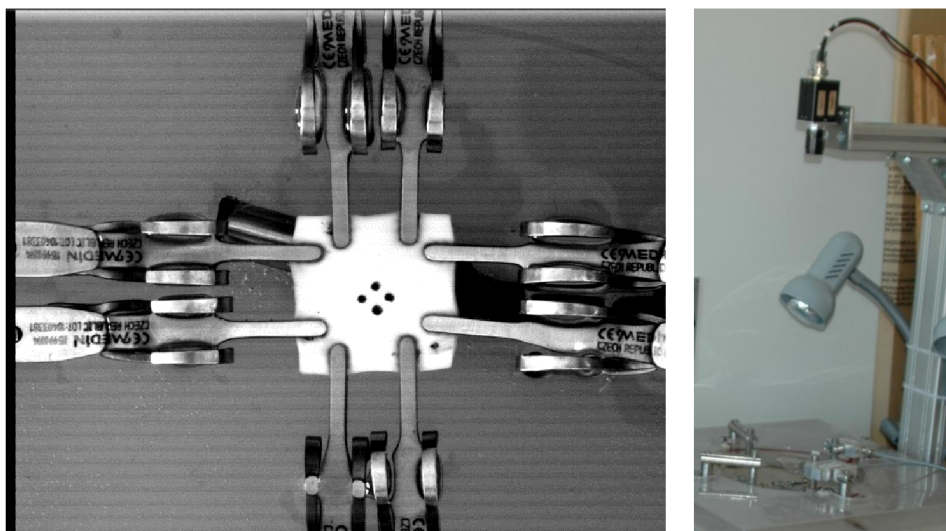
Počet háčků/sutur	Hrana vzorku	Zdroj	Počet háčků na hranu 18 mm
4	10	[6]	7,2
5	22	[19]	4,1
4/6/8	20	[8]	3,6/5,4/7,2
5	30	[16]	3
3	20	[17]	2,7
4	28	[2]	2,6
2	15/22/35	[4]	2,4/1,6/1

Tab. 1: Rešerše počtu háčků použitých při dvouosé tahové zkoušce.

Z tabulky vyplývá, že byla zkoumána široká škála počtu háčků; přepočteno na 18 mm hranu vzorku od jednoho až po sedm kusů. V jednotlivých člancích byly háčky srovnávány s jednou širokou svorkou. Dle [8] je rozdíl mezi čtyřmi až šesti suturami na 20 mm vzorek zanedbatelný, větší počet však zajišťuje homogennější rozložení přetvoření uprostřed vzorku. Vliv menšího počtu – jednoho až tří kusů – nebyl v uvedených člancích zkoumán.

Vyhodnocení deformace

Na střed vzorku se umístí několik kontrastních bodů, jejichž posuv je v průběhu zkoušky snímán pomocí kamery. Ze snímků je poté určena deformace.



Obr. 3: Kamerový snímek upnutého vzorku s markery (vlevo, detail), kamera snímající deformaci vzorku (vpravo).

Shrnutí

Předchozí informace lze shrnout do následujících bodů:

- Vzorek tvaru kříže vykazuje homogennější rozložení přetvoření.
- K uchycení vzorku je možné použít svorky, háčky nebo sutury. Nejčastější variantou je jedna široká svorka nebo více sutur či háčků na hranu vzorku.
- MKP analýzy uvažují ideální rozložení háčků či svorek.
- Při použití jedné široké svorky je dle naměřených hodnot materiál tužší než při použití háčků.
- Analýza vlivu použití více jak jedné svorky nebyla zatím publikována.

Všechny dosavadní studie zkoumají vliv geometrie a typu uchycení za podmínky ideální aplikace daného uchycení. Při reálném experimentu však experimentátor nikdy neumístí háčky či svorky do ideálních pozic, ale s určitou odchylkou. Vliv rozmístění (avšak symetrického, tedy bez asymetrických odchylek) zkoumala studie [13], která potvrzuje, že umístění háčků výrazně ovlivňuje naměřené hodnoty. Studie, zkoumající vliv asymetrických odchylek umístění svorek či háčků od ideálních pozic zatím nebyla dle provedené rešerše publikována a je proto předmětem této práce.

Ze zdrojů vyplývá, že experimentátor ovlivňuje výsledky měření především dvěma způsoby:

- 1) volbou typu uchycení vzorku, tzn. volbou svorek či háčků,
- 2) odchýlením se od předem stanovených ideálních pozic svorek či háčků.

Analýza těchto jevů pak ústí ve formulaci problému, viz následující kap. 4.2.

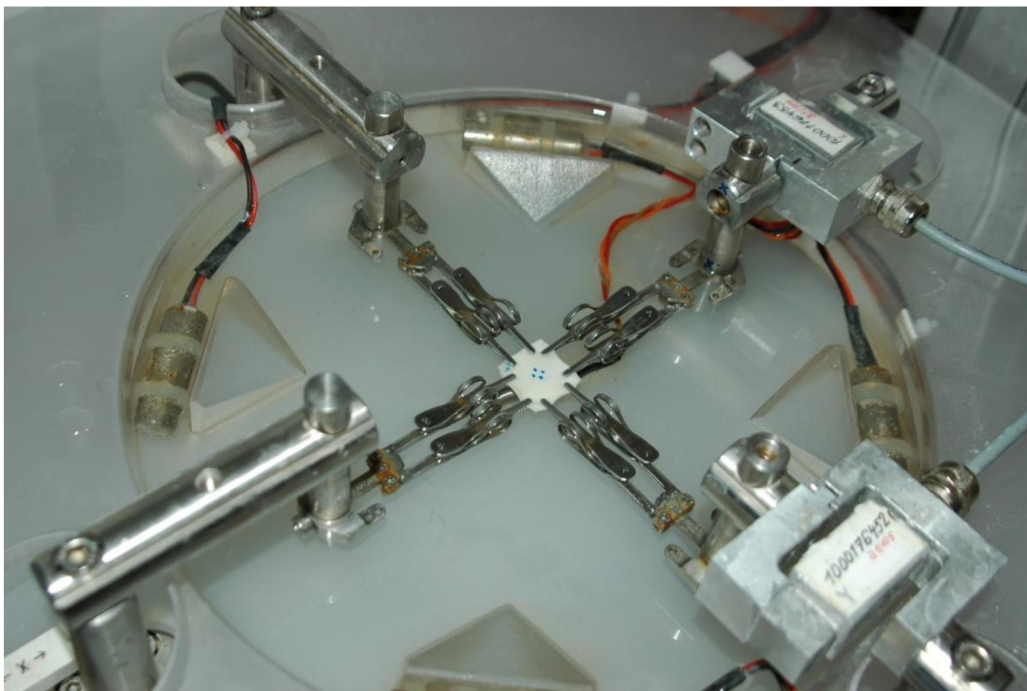
4.2 Formulace a typ problému

Z analýzy problémové situace v kap. 4.1 bylo zjištěno, že je nutné zjistit vliv typu uchycení vzorku pomocí háčků či svorek a vliv aplikace daného uchycení na vzorek. Ke zjištění uvedených vlivů vytvoříme výpočtový model dvouosé tahové zkoušky a následně s jeho pomocí provedeme citlivostní analýzy, zkoumajících vliv různého typu a aplikace uchycení vzorku.

Řešíme tudíž problém vytvoření výpočtového modelu dvouosé tahové zkoušky měkkých biologických tkání a vytvoření a vyhodnocení citlivostní analýzy počtu, rozměru a polohy svorek a háčků.

4.3 Systém podstatných veličin

K lepšímu porozumění výše uvedeného problému je výhodné využít systému podstatných veličin. Pro vytvoření takového systému je nutné nejdříve definovat množinu podstatných skutečností, ze kterých dané veličiny vyplývají. Prvky množiny lze rozdělit na fyzické objekty a procesy na nich, viz Tab. 2. Pro názornost je přiložena fotografie hlavní oblasti zájmu zkušebního přístroje Camea, viz Obr. 4.



Obr. 4: Foto oblasti zájmu zkušebního přístroje Camea – tenzometry, vahadlové systémy, svorky a vzorek s markery.

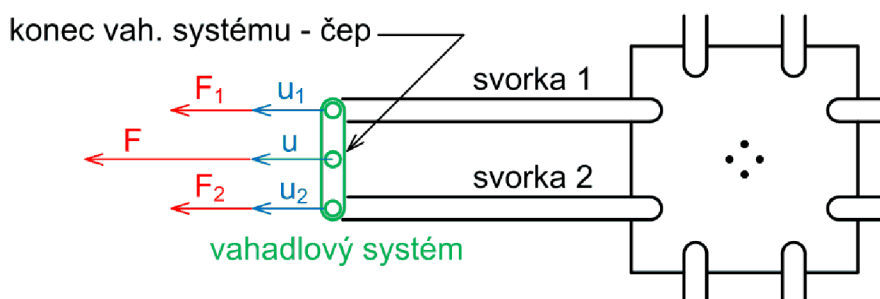
Množina podstatných skutečností	
Objekty	Popis
Vzorek.	Základní objekt analýzy.
Markery na vzorku.	Objekty, díky kterým je snímána a vyhodnocena deformace vzorku.
Svorky/Háčky.	Základní objekty analýzy.
Vahadlový systém.	Má přímý vliv na distribuci sil do svorek/háčků, které tvoří základní objekty analýzy.
Procesy	Důvod jejich zahrnutí
Upnutí vzorku pomocí svorek/háčků.	Zkoumání jejich vlivu na určení deformace vzorku. Větší realističnost simulace.
Posuv konce vahadlového systému a z toho plynoucí posuv svorek/háčků.	Posuv konce vahadlového systému přímo ovlivňuje posuv a s tím související sílu, kterou svorky/háčky působí na vzorek.

Další skutečnosti	Důvod jejich zahrnutí
Nezjednodušování objektů na dvourozměrné, modelování ve 3D.	Všechny z rešerše dostupné simulace byly řešeny ve 2D [2,4,6,8–10,20]; předpokládáme, že modelování ve 3D přinese nové poznatky a výrazně se přiblíží skutečnému průběhu tahové zkoušky.

Tab. 2: Množina podstatných skutečností.

Z množiny podstatných skutečností vyplývají podstatné veličiny, viz Tab. 3 na str. 22. Jedná se o veličiny související s určením deformace vzorku a příslušného napětí.

Je důležité zmínit, proč je ve zkušebním stroji zahrnut vahadlový systém a jaký má dopad na určení podstatných veličin. Vahadlový systém, založený na pákovém mechanismu, je zjednodušeně vyobrazen na Obr. 5. Přesný vzhled je dán výkresem, viz příložené CD.



Obr. 5: Schéma vahadlového systému v případě symetricky (ideálně) umístěných svorek. Modře vyznačeny posuvy, červeně síly plynoucí z posuvů.

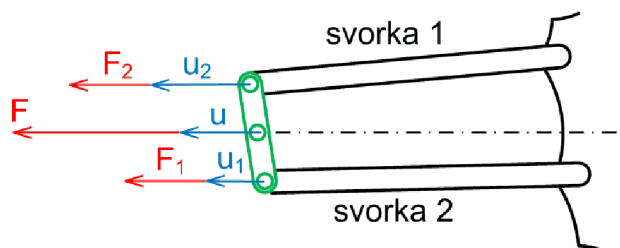
Účelem vahadlového systému je distribuovat sílu F , odpovídající zatížení posuvem u , rovnoměrně do jednotlivých svorek tak, že platí (1)

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{2}F \tag{1}$$

Smyslem tohoto rozložení sil je zajištění co nejvíce rovnoměrného napětí po průřezu vzorku. V případě, že je vzorek homogenní a svorky jsou umístěny symetricky, platí (2)

$$u_1 = u_2 = \frac{1}{2} u \tag{2}$$

V praxi nikdy není vzorek homogenní a svorky nejsou umístěny naprosto symetricky. První svorka je například blíže hraně vzorku než druhá svorka, viz obr. Obr. 6. První svorka bude díky vlivu blízko umístěné další svorky v rohu klást větší odpor proti posuvu než první svorka.



Obr. 6: Schéma vahadlového systému s asymetricky umístěnými svorkami.

Důsledkem asymetrického umístění je, že jedna svorka se při stejné zátěžné síle posune o jiný posuv, než druhá svorka. Obecně platí pro posuvy na vahadlovém systému vztah (3)

$$u = \frac{1}{2} (u_1 + u_2) \tag{3}$$

Důsledkem předchozích úvah je fakt, že vždy známe zátěžnou sílu, ne vždy však posuv, jaký svorka vykoná. Z tohoto důvodu je ve výpočtovém modelu použito zatěžování silou ve směru osy zatěžování.

Podstatné veličiny pro vytvoření deformačně napěťové křivky materiálu	
Veličina	Důvod zahrnutí
Posuv markerů v ose x a y.	Veličina charakterizující deformaci vzorku. Pro další zpracování je nutné určit posuv markeru v rovině XY, sledujeme tudíž jednotlivé složky posuvu.
Zatížení svorky silou ve směru zatěžování.	Veličina způsobující deformaci vzorku a s tím spjatý posuv markerů.

Tab. 3: Množina podstatných veličin.

V simulaci neuvažují zejména skutečnosti shrnuté v Tab. 4. Důvody nezahrnutí jsou především dvojího typu:

- Skutečnost nemá na zkoumané veličiny vliv.
- Maximální eliminace lidského faktoru.

Množina nezahrnutých skutečností	
Co neuvažují	Důvod nezahrnutí
Vliv ponoření a uchycení vzorku do fyziologického roztoku.	Z předchozích analýz, viz příložené CD, se tento vliv projevil pouze způsobením výraznějšího šumu v nasnímaných datech.
Tření mezi součástkami mechanického systému zajišťujícího posuv uchycení.	Předpokládám zanedbatelný vliv na danou analýzu. Navíc nemám k dispozici naměřené hodnoty.
Vliv rychlosti zatěžování.	Při experimentu je rozsah rychlosti zatěžování 0,167 mm/s až 5 mm/s. Dle [12] je v rámci tohoto rozsahu vliv na výsledky zanedbatelný. Proto zanedbáváme z důvodu zjednodušení výpočtového modelu a zatěžujeme staticky.
Vliv detekce deformace pomocí kamery a následné vyhodnocení ze snímků v programu Tibixus.	Posuvy markerů jsou detekovány přímo ze simulace. Tímto eliminuji možný zdroj nepřesné detekce deformace – poloha markeru je vyhodnocena z kamerového snímku jako střed černé tečky na bílém pozadí. Rozlišení obrazu rovněž limituje přesnost určení polohy markeru.
Vliv lidského faktoru na umístění markerů.	Markery jsou předem umístěny na zvolené pozice díky idealizované geometrii vzorku.
Proces vpichu háčků do vzorku.	Volím již připravené díry jako důsledek trvalých deformací způsobené vpichem háčku, viz Obr. 17.
Zuby čelisti svorky.	Drážkování způsobuje značné lokální elastické i plastické deformace, které by ale díky Saint-Venantovu principu neměly mít na výsledky vliv. Proto nahrazujeme plochou za předpokladu stejného výsledného efektu pomocí vhodně nastaveného kontaktu.

Vibrace zkušebního přístroje od krokových elektromotorů.	Předpokládám zanedbatelný vliv na danou analýzu. Nemám k dispozici odpovídající model zatížení.
Prohnutí a zvlnění vzorku.	Prohnutí a zvlnění vzorku je individuální pro každý jednotlivý vzorek, předpokládáme zanedbatelně malý vliv.
Zbytková napětí (viz kap. 6.11).	Velikosti zbytkových napětí jsou individuální pro každý jednotlivý vzorek, předpokládáme zanedbatelně malý vliv.
Smrštění vzorku po vyseknutí.	Smrštění nastává důsledkem zbytkových napětí, viz kap. 6.11. Předpokládáme upnutí a zatěžování ihned po vyseknutí, čímž smrštění nenastane. Jedná se o idealizovaný stav.
Původní válcovitý tvar vzorku vzhledem ke tvaru aorty.	Po vyseknutí se vzorek vlivem zbytkových napětí prohne, viz kap. 6.11. Předpokládáme zanedbatelně malý vliv prohnutí. Počítáme s neprohnutým vzorkem.
Materiálová anizotropie vzorku.	Každý jednotlivý vzorek má v rámci svého objemu jiné rozložení materiálových vlastností, které lze jen velmi obtížně kvantifikovat. Obecně se stěna aorty považuje za anizotropní materiál. V případě výpočtového modelu vytvořeného v této práci uvažujeme izotropní materiál z důvodu zjednodušení modelu. V další práci již anizotropní chování materiálu zahrneme.
Zkosení na oblasti markerů vzniklé deformací vzorku.	Předpokládáme malé zkosení se zanedbatelně malým vlivem.

Tab. 4: Množina nezahrnutých skutečností

Po vytvoření systému podstatných veličin v této kap. 4.3 následuje seznámení s anatomii a histologií materiálu vzorku, který je předmětem dvouosé tahové zkoušky.

5 ÚVOD DO ANATOMIE A HISTOLOGIE MĚKKÝCH TKÁNÍ

Pro zodpovědné řešení problému simulace dvouosé tahové zkoušky měkkých biologických tkání je nutné se rámcově seznámit s mechanickými vlastnostmi měkkých biologických tkání, které jsou předmětem zkoušení, konkrétně stěnou břišní aorty.

Zde je uvedeno jen nejzákladnější lékařské minimum nutné k orientaci v této diplomové práci. Obsáhlejší popis problematiky je možné nalézt v literatuře [21], absolventských pracích [22–25], v online podkladech pro výuku biomechaniky [26], na webu se studijními materiály lékařských fakult v ČR a SR [27] a na webu FTVS UK [28]. Uvedené zdroje tvoří podklady pro tuto kapitolu.

5.1 Měkké tkáně

Znalost základních vlastností měřených tkání je pro experimentátora nutnou podmínkou pro správné nastavení experimentu. Příkladem může být volba typu a velikosti zatížení, volba typu uchycení či dodržení nestandardních okrajových podmínek, jako je ponoření do fyziologického roztoku nebo udržování konstantní teploty odpovídající teplotě těla.

Nejčastějšími měkkými tkáněmi, u kterých se zkoumají jejich mechanické vlastnosti, jsou stěny cév (viz odkazy v seznamu literatury), kůže [15], stěny močového měchýře [29] či tenkého střeva [6] nebo šlacha [30].

Abychom mohli popsat vlastnosti měkkých tkání (angl. *soft tissue*), je nutné tyto tkáně nejprve definovat. Pod pojmem tkáň rozumíme soubor buněk se stejnou hlavní funkcí [31]. Tkáň se skládá ze dvou složek – buněčné a mezibuněčné. Tkáně dělíme na měkké a tvrdé. Tvrdé tkáně jsou především kosti a zuby, případně i klouby. Měkké tkáně jsou všechny ostatní, jinak též definované jako tkáně, které spojují, podporují nebo obklopují orgány, či je samy tvoří [32]. V následující kapitole je blíže popsána stěna břišní aorty, která je předmětem mechanických zkoušek.

5.2 Stěna břišní aorty

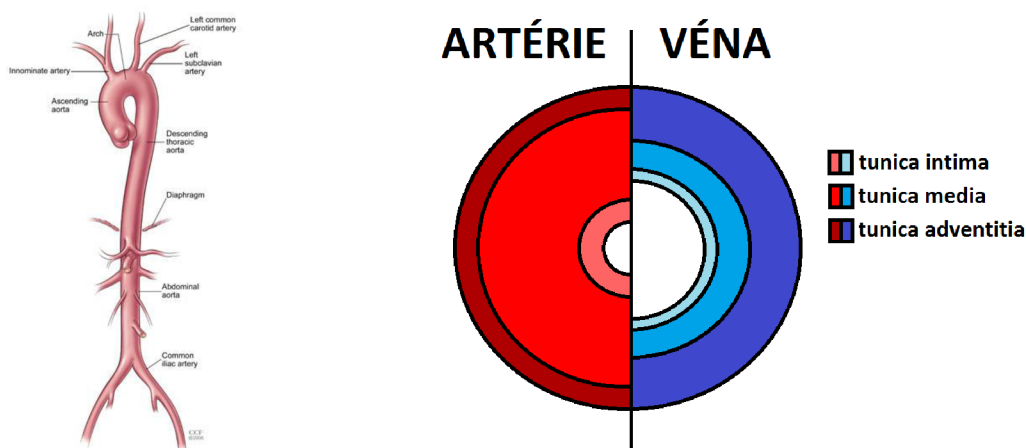
Stěna břišní aorty je součástí břišní aorty, která se nachází v oběhové soustavě, jež je popsána v následující kap. 5.2.1.

5.2.1 Oběhová soustava

Funkcí oběhové soustavy je zajištění krevního oběhu v těle. Skládá se ze srdce a cév. Krevními cévy rozumíme tepny, žíly a vlasečnice. Srdce slouží v lidském kardiovaskulárním systému jako pumpa, která pumpuje krev do tepen. Zpátky do srdce se krev vrací žilami. Největšími cévy jsou tepny, největší tepnou je aorta [33]. Aorta vede ze srdce oblastí hrudníku a břicha až do oblasti kyčlí a rozvádí okysličenou krev do orgánů [33]. Její dysfunkce v důsledku úrazu či únavy proto přímo ohrožuje život a často končí smrtí.

5.2.2 Stěna břišní aorty

Břišní část aorty má vnější průměr 20 až 25 mm [34] a tloušťku stěny okolo 1,8 mm [35,36].

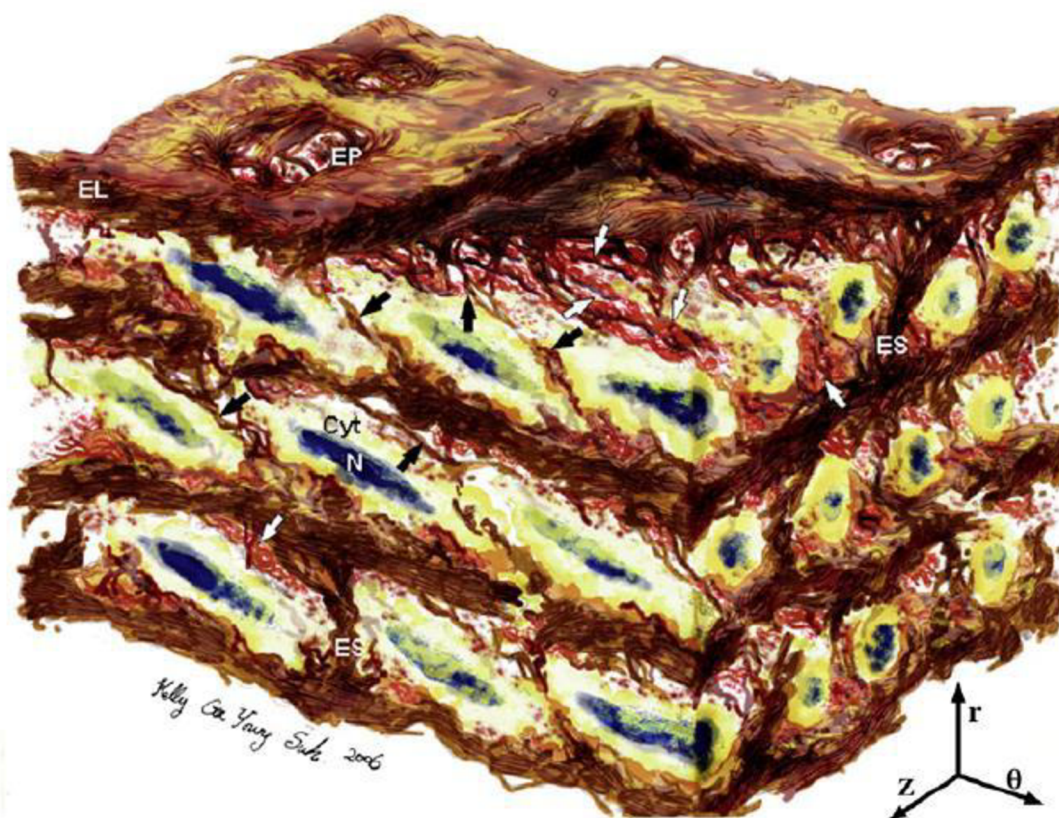


Obr. 7: Aorta [37] (vlevo),
schéma průřezu její stěnou společně se stěnou žíly (vpravo) [38].

Stěna břišní aorty se skládá ze tří vrstev: *tunica intima*, *tunica media* a *tunica adventitia*. Jejich tloušťky jsou schematicky znázorněny na Obr. 7.

Vnitřní vrstva (*tunica intima*) je tvořena tenkou vrstvou endotelových buněk, které zajišťují hladké proudění krve. Má výrazně ortotropní chování a axiální tuhost vyšší než obvodovou [26]. S přibývajícím věkem se její tloušťka zvětšuje [39]. Od další vrstvy ji odděluje *membrana elastica externa*.

Střední vrstva (*tunica media*) je nejtlustší vrstva, tvořena hladkosvalovými buňkami, elastinem a kolagenem [26,40], viz Obr. 8 z [41]. Obrázek reprezentuje břišní aortu krysy; autoři článku jsou ovšem názoru, že elastické vlastnosti jsou stejné i pro člověka.

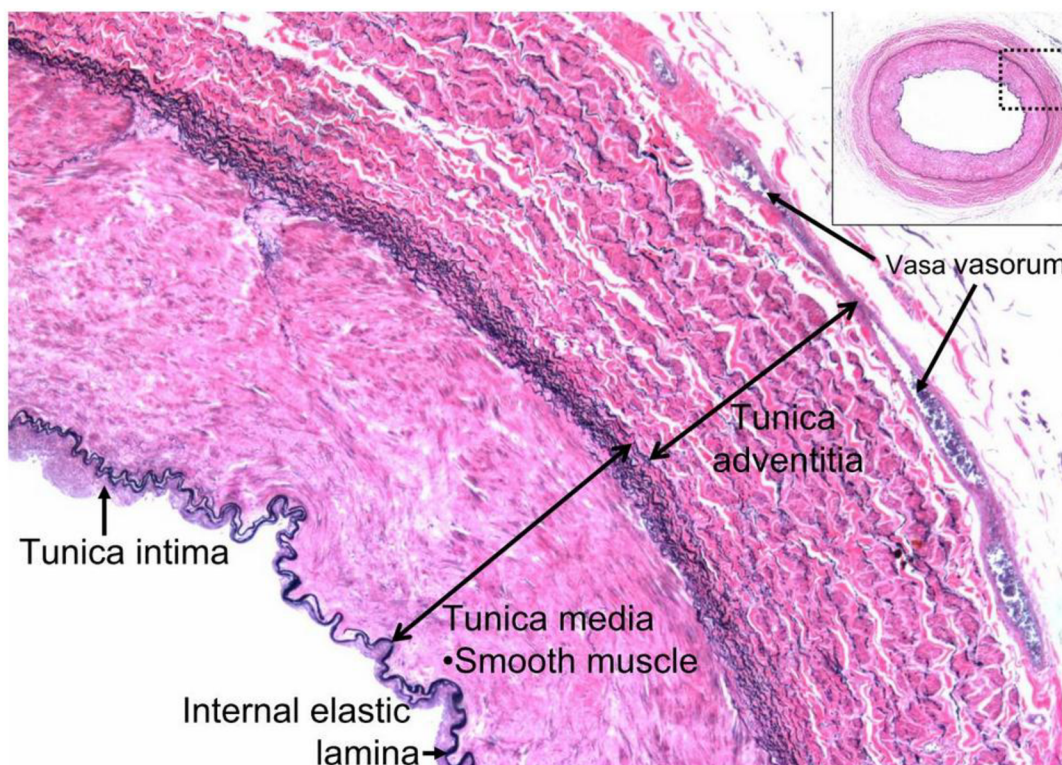


Obr. 8: Mikrostruktura *tunica media* včetně *tunica intima*. Souřadnice r představuje směr radiální, z axiální a θ obvodový. Rozměry $\theta \times z \times r$ jsou $80 \mu\text{m} \times 60 \mu\text{m} \times 45 \mu\text{m}$. Elastin (bílým písmem EL, IEF, ES a EP), hladkosvalové buňky (modře jádro, bíle cytoplazma) a kolagen (označen černými šipkami) [41].

Při normálním stavu absorbuje *tunica media* převážnou část zatížení způsobeného krevním tlakem. Od vnější vrstvy ji odděluje *membrana elastica externa*.

Vnější vrstva (*tunica adventitia*) je tvořena především kolagenními vlákny a fibroblasty, které jej produkují, uspořádanými převážně v obvodovém směru.

Vlákna jsou při normálním krevním tlaku a bez vnějšího působení (přetížení, náraz, apod.) zvlněna [42], viz Obr. 9, zatížení přenáší tunica media. V případě, že nastane výrazně větší zatížení, se kolagenní vlákna začnou natahovat, čímž se také stanou nositelkami zatížení [26].



Obr. 9: Řez aortou s vyznačenými vrstvami tunica intima, media a adventitia [43].

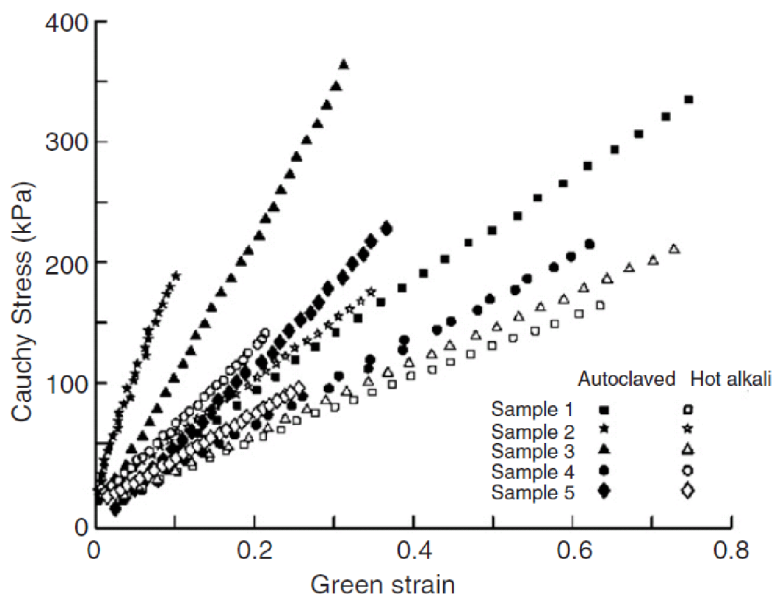
Tunica adventitia spojuje aortu s okolím a obsahuje systém menších cév (*vasa vasorum*), které vyživují stěnu aorty

Z popisu je zřejmé, že nejdůležitějšími složkami, ze kterých je tvořena stěna aorty, jsou elastin, kolagen a hladkosvalové buňky. Elastin i kolagen jsou fibrilárními složkami mezibuněčné tkáně, která společně s pojivovými buňkami tvoří pojivovou tkáň [44]. Hladkosvalové buňky patří mezi svalové tkáně [45]. Dále je popsána funkce a stavba těchto základních komponent stěny břišní aorty.

5.2.3 Základní komponenty stěny břišní aorty

Elastin

Z mechanického hlediska je elastin velice poddajný, má tažnost až 70 % [46], modul pružnosti v tahu přibližně 70 kPa [47] a vykazuje lineární odezvu v prostoru Greenova přetvoření vs. Cauchyho napětí, viz Obr. 10.



Obr. 10: Deformačně napětové křivky elastinových sítí z prasečích aort pro dvě různé metody. Převzato z [25], originál v [46].

S přibývajícím věkem elastin postupně degraduje [39] a velikost axiálního předpětí klesá až na jednotky procent [26].

Kolagen

Kolagenní vlákna zajišťují stěně cévy tahovou pevnost a tuhost [48] a jsou nejtěžší součástí stěny cévy. Tažnost se pohybuje v rozmezí 2 – 4 %, modul pružnosti v tahu pak v jednotkách GPa [49].

Hladkosvalové buňky

Funkcí hladkosvalových buněk je svalová kontrakce a syntéza bílkovin pro remodelaci tkáně. Vyznačují se širokou hysterezní smyčkou, výraznou relaxací a modulem pružnosti v tahu v rozmezí mezi 15 až 25 kPa [26].

Tyto buňky jsou především zodpovědné za viskoelastické chování stěny tepny [50]. S větší rychlostí zatěžování vykazuje stěna tepny vyšší tuhost [51]. Ve stěně tepny jich je přibližně 40 % [52].

Hladkosvalové buňky mohou do měření vnášet další nepřesnosti, jelikož jsou při testu *in vitro* v jiném stavu než *in vivo*. Jedná se např. o jiné chemické prostředí a přerušenu inervaci.

Stěna jako celek vykazuje fyziologický rozsah deformace do asi 20 %, pevnost okolo 1 MPa [26] a prakticky nestlačitelné chování [18]. Tepna je v těle axiálně předepnuta, čímž se zmenší riziko ztráty tvarové stability stěny při ohýbání tepny. Po vyjmutí z těla se toto předepnutí projeví podélným zkrácením. Tento efekt ovlivňuje charakter napjatosti ve stěně tepny. Dalším efektem ovlivňujícím napjatost ve stěně tepny je zbytková napjatost, viz kap. 6.11 nebo podrobně v [53].

V následující kapitole je popsána teorie velkých deformací, pomocí které můžeme popsat mechanické chování měkkých biologických tkání.

6 TEORIE VELKÝCH DEFORMACÍ

V problematice deformačně napěťových vlastností a chování měkkých biologických tkání se využívají komplexní znalosti mechaniky kontinua. Vzhledem k typu této práce předpokládáme znalosti Pružnosti a Pevnosti I a II, viz [54,55]. Tyto znalosti je nutné rozšířit o základní vědomosti z teorie velkých deformací a měrné energie napjatosti, abychom tak vyhověli nárokům, které si problematika biomechaniky klade. Zdroj [56] tvoří podklad pro tuto kapitolu.

Úlohou mechaniky těles je pro těleso se známou geometrií, materiálem, vazbami a zatížením stanovit jeho napjatost a deformaci. Deformaci vyšetřujeme z hlediska změny tvaru a objemu. Právě oddělením tvarové a objemové složky deformace získáme často důležité informace o chování materiálu.

Na rozdíl od lineární pružnosti a pevnosti předpokládáme nelineární vztah mezi složkami deformace a napětí tělesa jakožto důsledek velkých deformací tělesa. Vzhledem k tomu, že při dvouosé tahové zkoušce vzorek dosahuje přetvoření hodnot v řádu desítek procent, je nutné vysvětlit pojmy z oblasti mechaniky těles, které s velkými deformacemi souvisí.

V mechanice kontinua rozlišujeme pro popis deformace tělesa dva základní přístupy lišící se vztažnou soustavou. Lagrangeova koncepce považuje za nezávisle proměnnou geometrii nedeformovanou, zatímco Eulerův přístup považuje jako nezávisle proměnnou deformovanou geometrii. Eulerův přístup se používá především u popisu plynů a kapalin, v mechanice kontinua je nejběžnější Lagrangeův přístup.

Souřadnice výchozí geometrie tělesa jsou označovány jako vektor $X = (X, Y, Z)$, souřadnice deformované geometrie jako vektor $x = (x, y, z)$, a vektor posuvů jako $u = (u, v, w)$. K popisu pozice prvků jsou použity indexy $i, j, k = 1, 2, 3$. I je jednotkový vektor, použitý v určitých případech k popisu příslušného tenzoru deformace.

K popisu velkých deformací se používají tenzory přetvoření a k nim příslušné tenzory napětí, popsané níže.

6.1 Tenzor deformačního gradientu

Transformaci z výchozí do deformované geometrie popisuje tenzor deformačního gradientu F , který je definován vztahem (4).

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad (4)$$

Jednotlivé složky mají význam poměrného protažení v obecném souřadnicovém systému. Pro přehlednost je vztah (4) rozepsán do vztahu (5).

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_2 & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Deformační gradient však není možné použít pro posouzení míry přetvoření kvůli tomu, že není objektivní – tj. při pohybu nedeformovaného tělesa jsou jeho složky, vyjadřující deformaci tělesa, nenulové. Dají se ale pomocí něj vyjádřit jiné tenzory přetvoření, či poměrná objemová změna, definovaná jako determinant této matice, tzv. třetí invariant tenzoru deformačního gradientu. Pro hlavní směry přetvoření je dán vztahem (15).

Tenzor deformačního gradientu lze dále rozdělit na součin tenzorů rotace a deformace. Význam tohoto rozkladu spočívá v určení poměrného protažení bez vlivu rotace elementárního prvku. Jinak řečeno oddělíme rotaci prvku, čímž nám zůstane pouze jeho deformace, která může být hlavním předmětem zájmu. Formální zápis je pak:

$$F = R \cdot U \quad (6)$$

R je tenzor rotace. U je tenzor deformace (angl. *stretch tensor*). Aplikace rozkladu tenzoru deformačního gradientu pomocí R a U tenzoru je detailně popsána v kap. 8.1.2.

6.2 Tenzory přetvoření

Pro malé deformace se používá popis pomocí smluvního přetvoření. Pro popis velkých deformací se používají tenzory velkých přetvoření. Tenzory jsou popsány především pomocí Einsteinova sumačního tvaru.

U popisu tenzorů přetvoření je připojen ještě vztah pro vzájemný přepočtení pomocí poměrného protažení λ_i , tedy složek tenzoru deformačního gradientu. Pro jednoduchost jsou uvedena jen hlavní přetvoření jako funkce hlavních poměrných protažení λ_i .

6.2.1 Smluvní přetvoření

Smluvní přetvoření vztahuje posuvy u k počátečním souřadnicím X :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \quad (7)$$

Prvky tenzoru na hlavní diagonále vyjadřují smluvní přetvoření ε a mimo diagonálu poloviční zkosity γ . Pro smluvní přetvoření ε v osách x, y, z (8) a zkosity γ v příslušných rovinách (9) platí

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial X} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial Y} \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial Z} \quad (8)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial X} + \frac{\partial u}{\partial Y} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial Z} \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial X} + \frac{\partial u}{\partial Z} \quad (9)$$

Vztah pro přepočtení pomocí poměrného protažení:

$$\varepsilon_i = \lambda_i - 1 \quad (10)$$

6.2.2 Cauchy-Greenův tenzor přetvoření

Cauchy-Greenův tenzor přetvoření C využívá tenzor deformačního gradientu tím, že mezi sebou vynásobí původní a transponovaný deformační gradient. V závislosti

na pořadí součinitelů rozlišujeme pravostranný a levostranný Cauchy-Greenův tenzor přetvoření. V praxi je používán především pravostranný tenzor.

Pravostranný Cauchy-Greenův tenzor přetvoření \mathbf{C}_R :

$$\mathbf{C}_R = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial x_1}{\partial X_1}\right)^2 & \left(\frac{\partial x_1}{\partial X_2}\right)^2 & \left(\frac{\partial x_1}{\partial X_3}\right)^2 \\ \left(\frac{\partial x_2}{\partial X_1}\right)^2 & \left(\frac{\partial x_2}{\partial X_2}\right)^2 & \left(\frac{\partial x_2}{\partial X_3}\right)^2 \\ \left(\frac{\partial x_3}{\partial X_1}\right)^2 & \left(\frac{\partial x_3}{\partial X_2}\right)^2 & \left(\frac{\partial x_3}{\partial X_3}\right)^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_{Rij} = F_{ij}^T \cdot F_{ij} \quad (11)$$

Pro hlavní protažení platí následující tvar \mathbf{C}_R :

$$\mathbf{C}_R = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_{Ri} = \lambda_i^2 \quad (12)$$

První tři invarianty, používané mimo jiné v konstitutivních vztazích hyperelastických materiálů, lze v hlavním souřadnicovém systému vyjádřit pomocí následujících vztahů:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (13)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \quad (14)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = J^2 \quad (15)$$

Třetí invariant je přímo úměrný invariantu tenzoru deformačního gradientu, vyjadřuje tudíž také změnu objemu. V praxi je levostranný tenzor přetvoření \mathbf{C}_L značen i jako \mathbf{B} .

6.2.3 Green-Lagrangeův tenzor přetvoření

Tenzor vychází z Lagrangeova pojetí chování materiálu. Posuvy u jsou vztaženy k původním nedeformovaným souřadnicím X . Zároveň je respektováno i natáčení elementu.

$$\mathbf{E}_{ij}^L = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \right) = \frac{1}{2} (\mathbf{C}_{ij} - \mathbf{I}_{ij}) \quad (16)$$

Pro přepočítání platí pro hlavní protažení vztah (17).

$$\mathbf{E}_i^L = \frac{1}{2} (\lambda_i^2 - 1) \quad (17)$$

6.2.4 Cauchyho logaritmický tenzor přetvoření

Předchozí tenzory přetvoření se vztahují buď k počáteční, či koncové geometrii. Aktuální geometrie v průběhu zatěžování však může být výrazně odlišná od koncové či počáteční geometrie. Tento fakt zohledňuje Cauchyho logaritmický tenzor přetvoření, který každou infinitesimální změnu geometrie vztahuje k aktuální geometrii. Pro hlavní protažení platí (18).

$$\mathbf{E}_i^C = \ln \lambda_i \quad (18)$$

6.3 Tenzory napětí

Stejně jako u popisu deformace se při popisu napjatosti používají tenzory. Tenzory napětí se liší tím, pomocí kterých geometrických souřadnic je definována vztažná plocha, na kterou je aplikována síla. Důvodem je podobně jako u různých tenzorů deformace rozdíl mezi počáteční a koncovou geometrickou konfigurací tělesa. Uvedené vztahy platí pro hlavní napětí.

6.3.1 Cauchyho tenzor napětí

Tenzor definuje napětí jako elementární sílu vztaženou na elementární aktuální plochu, definovanou příslušnými souřadnicemi. Z tohoto důvodu je často nazýván tenzorem skutečných napětí. Pro prvky tenzoru na hlavní diagonále platí vztah (19).

$$\sigma_i = \frac{dF_i}{dx_j \cdot dx_k} \quad (19)$$

6.3.2 První Piola-Kirchhoffův tenzor napětí

Tento tenzor bývá označován i jako Piolův či Lagrangeův. Elementární síla je vztažena k nedeformované ploše. Tato napětí bývají označována jako smluvní. Pro prvky tenzoru na hlavní diagonále platí vztah (20).

$$\tau_i = \frac{dF_i}{dX_j \cdot dX_k} \quad (20)$$

6.3.3 Druhý Piola-Kirchhoffův tenzor napětí

Stejně jako u prvního Piola-Kirchhoffova tenzoru napětí je síla přenášena na původní, tzn. nedeformovanou plochu elementu. Síla je však v tomto případě změněna oproti skutečné síle pomocí vztahu (21).

$$dF_{0i} = \frac{dX_i}{dx_j} dF_i \quad (21)$$

Pro prvky tenzoru na hlavní diagonále pak platí vztah (22).

$$S_i = \frac{dF_{0i}}{dX_j \cdot dX_k} \quad (22)$$

Tento tenzor nemá jasný fyzikální význam, je používán proto, že je i pro velká přetvoření symetrický a protože je energeticky konjugovaný s Green-Lagrangeovým tenzorem přetvoření, viz kap. 6.5.

6.4 Vzájemné přepočty pro tenzory napětí

Stejně jako u přepočtů tenzorů přetvoření je i zde výhodné použít poměrná protažení, tedy složky tenzoru deformačního gradientu. V hlavním souřadnicovém systému a pro nestlačitelný materiál platí vztah (23).

σ_i	Cauchyho skutečné napětí		
τ_i	napětí 1. Piola-Kirchoff	$\sigma_i = \lambda_i \tau_i = \lambda_i^2 S_i$	(23)
S_i	napětí 2. Piola-Kirchoff		

6.5 Energeticky konjugované tenzory

Tenzory napětí a přetvoření jsou energeticky konjugované, jestliže jejich skalární součin integrovaný přes odpovídající vztažnou geometrickou konfiguraci dává práci vnitřních sil. Energeticky konjugované jsou např. Green-Lagrangeův tenzor přetvoření a 2. Piola-Kirchhoffův tenzor napětí nebo Almansiho tenzor přetvoření a Cauchyho tenzor napětí.

Jejich prostřednictvím lze vyjádřit virtuální práci vnitřních sil dle vztahu (24).

$$W = \int_{V_0} S_{ij} \partial E_{ij}^L dV_0 = \int_V \sigma_{ij} \partial E_{ij}^A dV \quad (24)$$

Kde V_0 je počáteční, V finální geometrická konfigurace.

6.6 Hyperelasticita

Materiál nazýváme hyperelastickým, pokud existuje elastická potenciální funkce W (měrná deformační energie), která je skalární funkcí tenzoru přetvoření a jejíž derivace podle některé složky přetvoření pak určuje odpovídající složku tenzoru napětí. To lze vyjádřit např. vztahem (25).

$$S_{ij} = \frac{\partial W}{\partial E_{ij}} \quad (25)$$

Kde S_{ij} jsou složky 2. Piola-Kirchhoffova tenzoru napětí, W je funkce měrné energie napjatosti na jednotku nedeformovaného objemu a E_{ij} jsou složky Green-Lagrangeova tenzoru přetvoření.

6.7 Rozdělení tenzorů na kulovou a tvarovou složku

Tenzor deformačního gradientu, přetvoření i napětí lze rozdělit kulovou (objemovou, volumetrickou) složku a na tvarovou (deviátorovou) složku. Tento rozklad je nutný při definici některých hyperelastických modelů materiálu.

Proces separace je vždy stejný – určíme střední hodnotu protažení či napětí pomocí diagonálních prvků, kterou posléze odečteme od těchto diagonálních prvků. Střední hodnota protažení pro tenzor deformačního gradientu (26) je

$$\lambda_S = \sqrt[3]{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} = \sqrt[3]{J} \quad (26)$$

Separaci můžeme napsat ve tvaru $F = F_D + F_V$ rozepsaném ve vztahu (27).

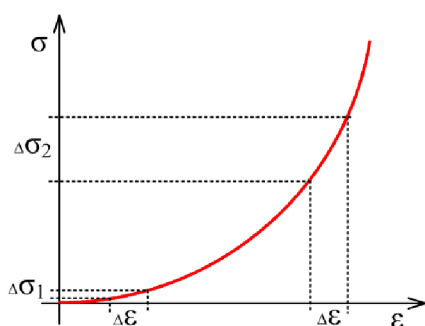
$$F = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_2 & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_3 \end{bmatrix} = \quad (27)$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda_1 - \lambda_S & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_2 - \lambda_S & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_3 - \lambda_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_S & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_S & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_S \end{bmatrix}$$

Střední hodnoty pro tenzor přetvoření a napětí ε_S a σ_S :

$$\varepsilon_S = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad \sigma_S = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (28)$$

6.8 Materiálová nelinearita



Obr. 11: Deformačně napětíová křivka nelineárního materiálu.

Materiálovou nelinearitu je možno definovat jako nelineární závislost mezi tenzorem přetvoření a tenzorem napětí. Tuhost není konstantní, ale mění se s deformací tělesa. Na Obr. 11 je znázorněna deformačně napětíová křivka zpevňujícího materiálu. Tento tvar křivky je typický pro měkké biologické tkáně. Nárůst napětí pro určitou hodnotu deformace je na začátku menší než na konci. Jinak řečeno stejný nárůst napětí na začátku vyvolá velké deformace, kdežto na konci velice malé.

6.9 Nestlačitelnost

Je-li těleso nestlačitelné, pak se může změnit jeho tvar, objem však zůstává konstantní. Podmínku nestlačitelnosti je možné napsat pomocí invariantu tenzoru deformačního gradientu:

$$J = \det F = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \frac{dv}{dV} = 1 \quad (29)$$

Měkké tkáně, složené převážně z vody, vykazují chování prakticky nestlačitelného materiálu, proto mohou být modelovány jako nestlačitelné [57].

6.10 Konstitutivní modely hyperelastických materiálů

Konstitutivní modely hyperelastických materiálů lze rozdělit dle následujících kritérií:

- Směrové vlastnosti: izotropní, ortotropní, anizotropní.
- Zohlednění vnitřní struktury: pouze fenomenologické, částečně respektující strukturu.
- Matematická formulace: exponenciální, polynomické, logaritmické.

V práci je použit model Yeoh, detailně popsany v kap. 7.9.

6.11 Zbytková napětí ve stěně tepny

Následující informace jsou volně převzaty z [53]. Stěna tepny, pokud je vytažena z lidského těla a axiálně rozříznuta, se začíná pozvolna rozevírat. Kolem roku 1986 Y.C. Fung a jeho kolektiv pojednávají o zbytkových napětích ve stěně tepny a tvrdí, že právě tato napětí mají za následek rozevření malého aortálního kroužku (prstýnku). Velikost zbytkové deformace můžeme jednoduše kvantifikovat úhlem rozevření rozříznutého prstýnku. Vlivem zbytkových napětí se vzorek poté, co je vyseknut z aorty, deformuje – prohýbá se a smršťuje. Velikost deformace je individuální pro každý vzorek.

7 VYTVÁŘENÍ VÝPOČTOVÉHO MODELU

Výpočtový model je možné vytvořit v různých prostředích a programech, např. ANSYS, Marc, Abaqus, atd. Volba programu je dána následujícími kritérii:

- dostupnost v rámci řešení diplomové práce,
- podpora parametrizace modelu,
- podpora návrhu citlivostních analýz,
- uživatelsky příjemná.

Na základě těchto požadavků byl vybrán program ANSYS v prostředí Workbench.

Při vytváření výpočtového modelu je možné vycházet z komplexní metody popsané v [1], která využívá rozdělení výsledného výpočtového modelu na čtrnáct dílčích modelů. Tento přístup je výhodný v případě komplexních problémů kvůli lepší představě a přehledu o všech fázích návrhu. Následující dílčí modely respektují pořadí, ve kterém by měly být postupně řešeny.

7.1 Model problému

Z kap. 4 plyne formulace modelu problému: Vytvoření výpočtového modelu dvouosé tahové zkoušky měkkých biologických tkání a vytvoření a vyhodnocení citlivostní analýzy počtu, rozměru a polohy svorek a háčků.

V uvedené kapitole byl pak vytvořen systém podstatných veličin, určující model problému.

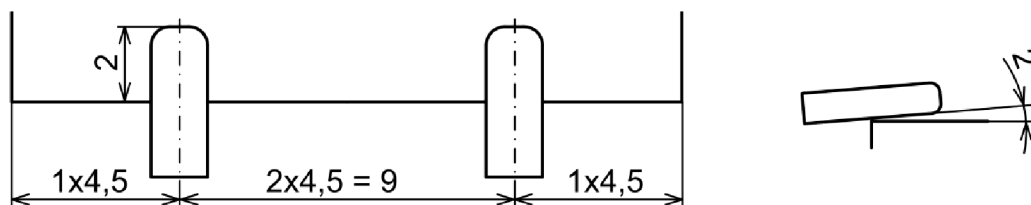
7.2 Model topologie objektu

Rozmístění součástek vahadlového systému a svorek v prostoru je dáno výkresem, viz příložené CD.

Na vzorku je rovnoměrně umístěno osm svorek či háčků. Na každé hraně po dvou kusech. Jejich osy leží ve vzdálenosti jedné čtvrtiny délky hrany od rohu vzorku.

Svorky

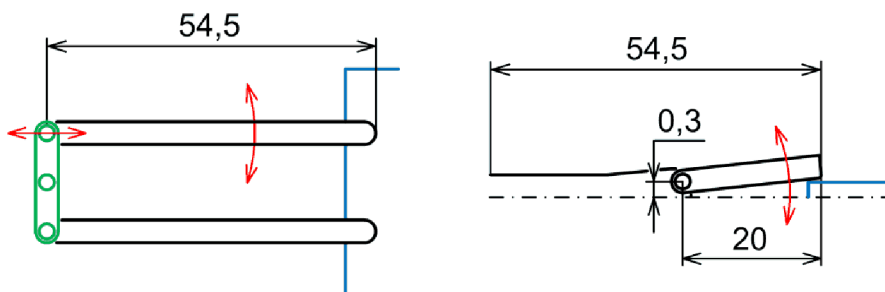
Čelo svorky se nachází 2 mm od hrany vzorku směrem ke středu. Svorka je k rovině vzorku přiložena pod úhlem 2° , kdy čelo míří vzhůru.



Obr. 12: Poloha svorek vůči vzorku.

Stejná vzdálenost svorky k rohu i ke středu vzorku (4,5 mm), má zajistit rovnoměrné rozložení napětí po celém průřezu vzorku, především pak ve středu vzorku.

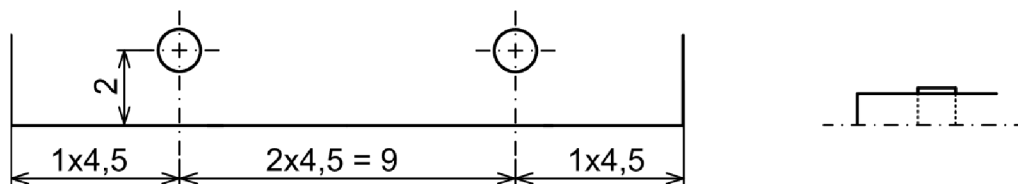
Rozsah pohybu svorky je limitován konstrukcí vahadlového systému a svorky samotné. Na Obr. 13 je rozsah schematicky zobrazen červenými šipkami při pohledu shora a z boku.



Obr. 13: Schematické zobrazení rozsahu pohybu svorky (červené šipky), modře vyznačen obrys vzorku, pohled shora a z boku.

Háčky

Háčky jsou podél hrany vzorku rozmístěny stejným způsobem jako svorky, viz Obr. 14). Střed jejich kruhového průřezu je umístěn 2 mm od hrany vzorku, stejně jako čelo svorky.



Obr. 14: Poloha háčků vůči vzorku, pohled shora (rovina XY) a z boku (rovina XZ).

Háčky se mohou pohybovat volně v rovině XY, nejsou pohybově limitovány vahadlovým systémem.

7.3 Model dekompozice objektu

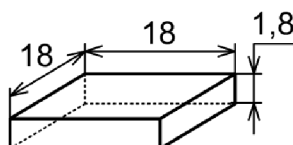
Zkušební přístroj byl z hlediska efektivnosti a významnosti dekomponován na následující objekty: vzorek, vahadlový systém, svorky, háčky a příslušné interakce mezi nimi, konkrétně kontakt svorka-vzorek, háček-vzorek a rovnoměrné rozložení sil na svorky či háčky díky vahadlovému systému.

7.4 Model geometrie objektu

Model geometrie zahrnuje model geometrie vzorku a model geometrie uchycení. Uchycení může být realizováno pomocí svorek nebo háčků. Model geometrie vychází z reálné geometrie experimentálního zařízení Camea na ÚMTMB FSI VUT v Brně. Výkresy jsou uvedeny v příloze.

7.4.1 Vzorek

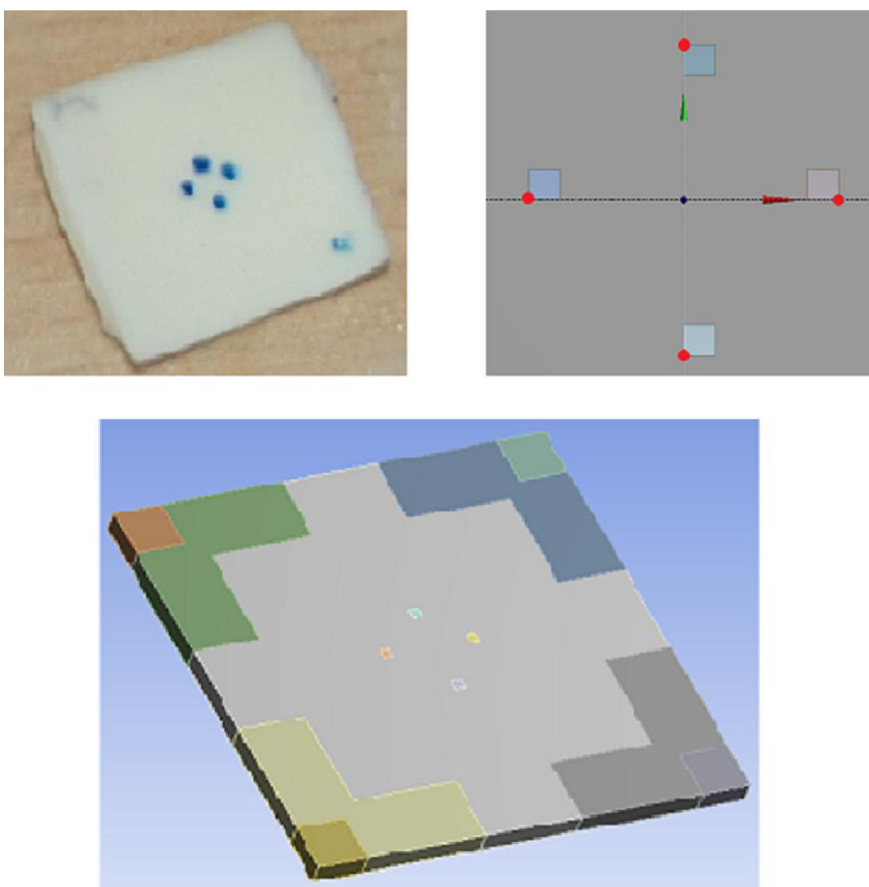
Geometrie vzorku, konkrétně tloušťka, je volena s ohledem na nejběžnější rozměry reálných vzorků. Šířka a délka odpovídá rozměrům vysekávacího nože, kterým je získáván vzorek.



Obr. 15: Geometrie vzorku.

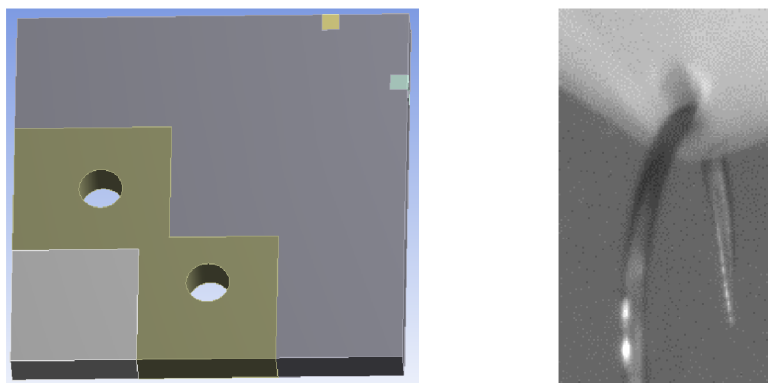
Vzorek má tvar tenkého kvádrů o rozměrech $18 \times 18 \times 1,8$ mm. Dále je z důvodu lepšího vytváření sítě rozdělen na několik podoblastí, které se liší dle dané citlivostní analýzy, viz kap 11 a 12.

Na střed vzorku byly umístěny v souladu s reálným experimentem čtyři markery. Tyto markery jsou představovány body, konkrétně rohy pomyslných kvádrů, vytvořených ve vzorku za tímto účelem, viz Obr. 16.



Obr. 16: Markery na reálném vzorku (vlevo nahoře), v modelu geometrie (dole) a detail zvýrazněných markerů v modelu geometrie při pohledu shora (vpravo nahoře).

Při uchycení háčky byly do vzorku předem vytvořeny díry, odpovídající rozměrům háčků, viz Obr. 17 (vlevo).



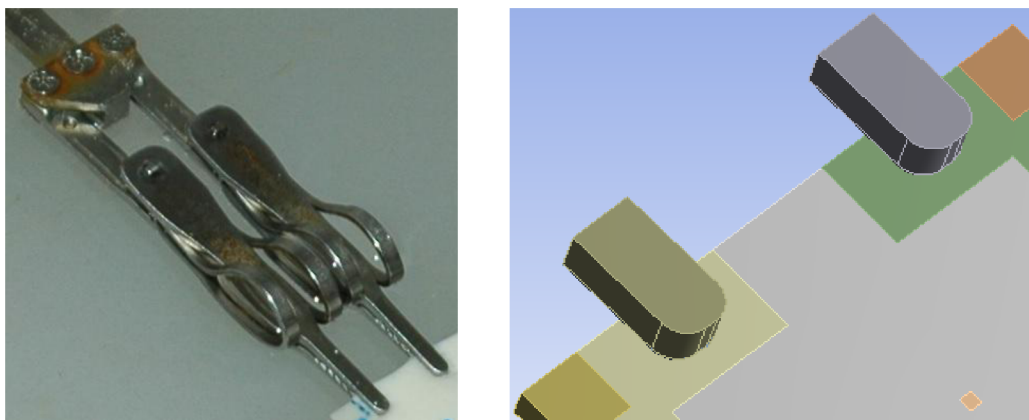
Obr. 17: Levá dolní část vzorku s připravenými dírami pro háčky (vlevo), roztažená díra po vpichu háčku (vpravo).

Připravené díry simulují trvalé deformace způsobené penetrací háčků. Výpočtový model byl porovnán s reálným měřením za účelem kvalitativního porovnání deformace vpichu po zatěžování. Na fotografii z reálného měření, viz Obr. 17 (vpravo), je vidět chování vpichu, jaké jsme získali za použití připravených děr. Můžeme tudíž použít daný model geometrie využívající připravené díry.

Připravená díra je používána i v MKP analýzách v člácích [4,13].

7.4.2 Svorky, háčky

Model geometrie svorek byl vytvořen s ohledem na reálnou geometrii danou výkresovou dokumentací, viz příložené CD. Nebyly modelovány celé součásti, pouze jejich významné části, přicházející do kontaktu se vzorkem. Jedná se o konce svorek v délce čtyř milimetrů.

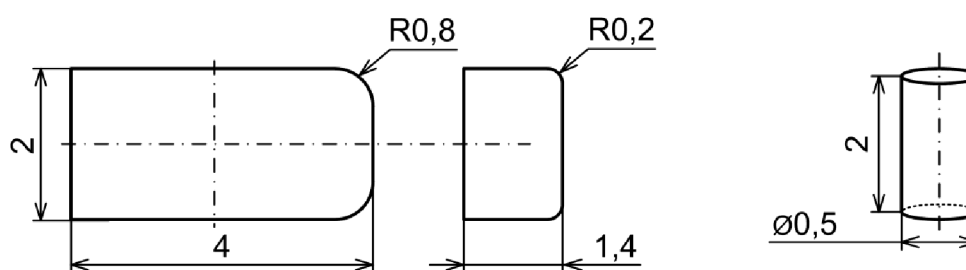


Obr. 18: Foto vahadlového systému se svorkami, čelisti svírají vzorek (vlevo), model geometrie svorek – detail koncové části (vpravo).

Určité prvky geometrie byly zanedbány vzhledem k předpokladu, že nemají na výslednou deformaci tělesa vliv. Jedná se především o nahrazení drážkování konců svorek, které simuluje kontakt vzorek-svorka bez prokluzu. Dále se jedná o ostré hrany konce svorky, které by v rámci kontaktu a velkých deformací rovněž zhoršovaly robustnost výpočtu. Byly proto nahrazeny velmi malými radiusy.

Geometrie háčků byla volena na základě rešerše a zkušenosti autora. Háčky byly redukovány na válce vzhledem k relativně velkému poloměru zaoblení.

Výsledný tvar svorek a háčků je na Obr. 19.



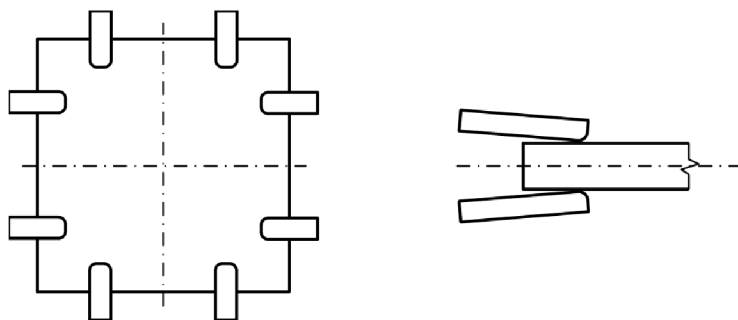
Obr. 19: Geometrie svorek a háčků.

7.4.3 Optimalizace modelu geometrie

Na základě symetrie geometrie a zatížení je možné model geometrie zredukovat na výrazně menší celek, což výrazně zmenší výpočetní čas. Různá hustota sítě, závislá na oblasti zájmu a výskytu kontaktů, je dalším faktorem ovlivňujícím výpočetní čas simulace. Z tohoto důvodu byl vzorek rozdělen již při tvorbě geometrie na příslušné podoblasti, které se poté liší jemností sítě.

Redukce na základě symetrie

Nejpřirozenější cestou, jak zredukovat model geometrie a tím i počet prvků, je využít některé symetrie v geometrii. Takovouto redukcí není snížena přesnost modelu. Redukce není závislá na tom, zda se jedná o háčky či svorky. Na Obr. 20 jsou znázorněny roviny symetrie, které lze využít v případě symetricky umístěných svorek či háčků.



Obr. 20: Roviny symetrie, pohled shora a z boku.

Díky třem rovinám symetrie je možné model zredukovat až na jednu osminu původní velikosti a tím výrazně snížit počet potřebných elementů a tím i výpočetní čas.

V případě citlivostní analýzy polohy svorek či háčků již neplatí symetrie při pohledu shora, ale jen z boku, je nutné proto modelovat polovinu vzorku a ne jen osminu.

Rozdělení vzorku na podoblasti

Vzorek je rozdělen na několik podoblastí, na kterých jsou poté vytvořeny různé husté sítě, či jsou využívány jako referenční body – markery. Jedná se o následující oblasti:

1. Střed – oblast vyhodnocování, menší deformace než v oblasti kontaktu se svorkami.
2. Pod svorkami – oblast kontaktu se svorkou a velké deformace.
3. Rohy – výsledky v této oblasti nejsou pro analýzu důležité.
4. Markery – roh oblasti je použit jako bod markeru.



Obr. 21: Vzorek rozdělený na podoblasti: 1 Střed, 2 Pod svorkami, 3 Rohy, 4 Markery.

7.5 Model okolí a vazeb objektu

Budeme-li považovat za centrální objekt vzorek, jelikož se právě z něj odečítá deformace a probíhají na něm procesy deformace, pak jedinou vazbou objektu na okolí je kontakt se svorkou či háčkem a zatížení od nich. Ostatní vlivy, jako ponoření do fyziologického roztoku, vibrace od elektromotorů apod. zanedbáváme, viz Tab. 4. Zatížení jakožto silová či deformační okrajová podmínka, je popsána v kap. 7.8, která se věnuje modelu okrajových podmínek.

Kontakty

Ve výpočtovém modelu jsou použity tři druhy kontaktů dle toho, které objekty tvoří kontaktní pár:

- 1) Vzorek – Vzorek
- 2) Svorka – Vzorek
- 3) Háček – Vzorek

7.5.1 Kontakt vzorek – vzorek

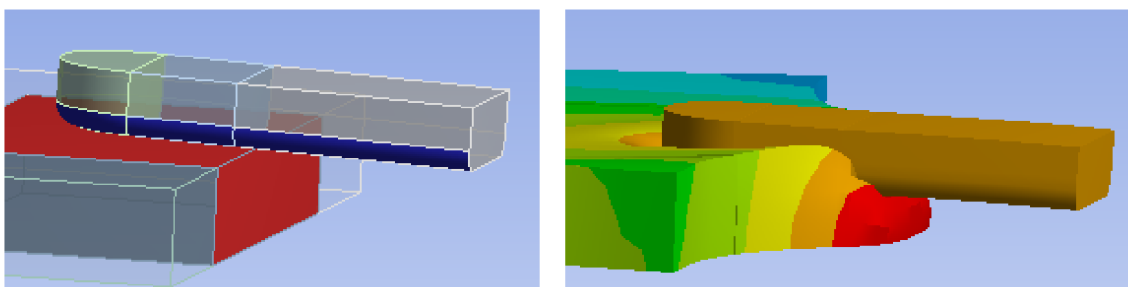
Kontakt má za úkol znovu spojit vzorek dohromady poté, co byl rozdělen na podoblasti z důvodu redukce počtu prvků. Byl proto zvolen kontakt *Bonded*. Vzhledem k velkým deformacím, optimalizaci a robustnosti výpočtu je kontakt upraven od standardního nastavení následovně:

<i>Behavior:</i>	<i>Symmetric</i>
<i>Formulation:</i>	<i>Augmented Lagrange</i>
<i>Update Stiffness:</i>	<i>Each Iteration, Aggressive</i>

7.5.2 Kontakt svorka – vzorek

Kontakt představuje uchycení pomocí svorek či háčků. V případě svorek jde především o simulaci zakousnutí drážkování svorky do vzorku, které zajistí, že vzorek nebude v průběhu zatěžování prokluzovat čelistmi. Tento projev je možné do jisté míry simulovat použitím kontaktu *Rough*, který neumožňuje pohyb kontaktních ploch vůči sobě.

Jednou z manuálních úprav kontaktu je i dodatečná selekce kontaktních ploch, které v průběhu zatěžování přijdou do styku, viz Obr. 22. Jedná se především o červenou plochu na kraji vzorku (*Contact*) a všechny dolní obvodové modré plochy svorky (*Target*).

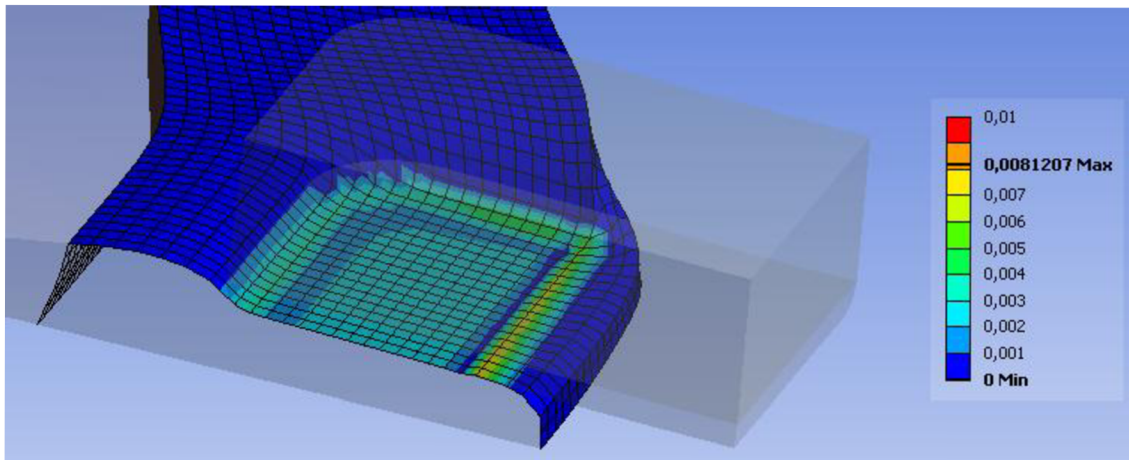


Obr. 22: Kontakt svorka-vzorek před a po deformaci.

Vzhledem k velkým deformacím vzorku a výrazně rozdílné tuhosti materiálů bylo nutné kontakt upravit od standardního nastavení následovně:

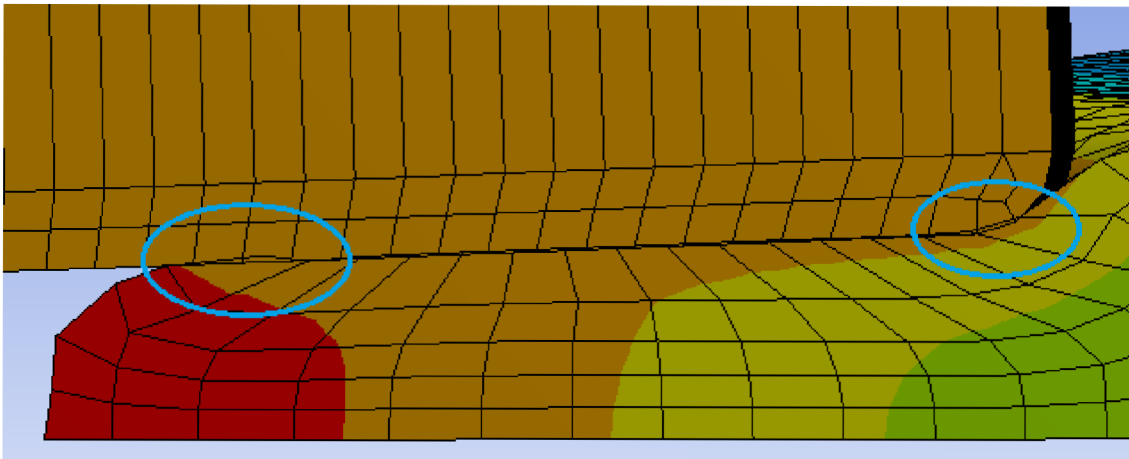
<i>Behavior:</i>	<i>Asymmetric</i>
<i>Formulation:</i>	<i>Augmented Lagrange</i>
<i>Penetration Tolerance:</i>	<i>Value</i>
<i>Penetr. Tol. Value:</i>	<i>0,01 (při velikosti prvku 0,125 mm)</i>
<i>Normal Stiffness:</i>	<i>Manual</i>
<i>Normal St. Factor:</i>	<i>0,1</i>
<i>Update Stiffness:</i>	<i>Each Iteration, Aggressive</i>

Algoritmus *Augmented Lagrange* umožňuje nastavení normálové tuhosti, která byla snížena manuálně na 0,1 z důvodu lepší konvergence výpočtu a velkého rozdílu tuhostí materiálů. Díky této úpravě se zvýší maximální penetrace. Jedním z kritérií pro hodnocení reálnosti kontaktu je poměr maximální penetrace vůči velikosti prvku. V případě, že je tento poměr menší než 1/10, kontakt vyhovuje. Při výše uvedeném nastavení kontakt vyhovuje a je možné jej použít, viz Obr. 23.



Obr. 23: Kontaktní plocha vzorku na konci zatěžování, zobrazena penetrace svorkou v mm. Největší penetrace je v místě styku hrany či malého rádiusu s plochou. Velikost prvku byla 0,125 mm.

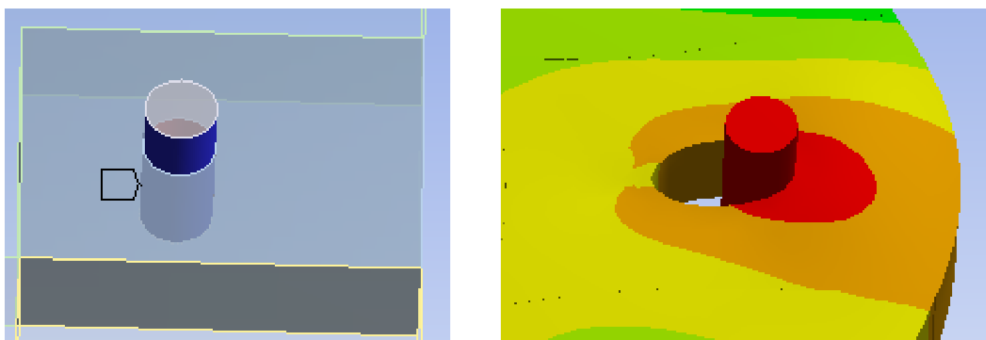
Při pohledu z boku, viz Obr. 24, jsou dobře vidět oblasti největší penetrace. Jedná se o místa styku hrany či malého rádiusu s plochou.



Obr. 24: Penetrace prvků v kontaktu svorka-vzorek na konci zatěžování, označena modře.

7.5.3 Kontakt háček – vzorek

V případě háčků byl zvolen kontakt *Frictionless*, jelikož předpokládáme zanedbatelně malé tření mezi háčkem a vzorkem a jelikož pro určení konkrétní velikosti tohoto tření nejsou dostupné informace. Kontakt je znázorněn na Obr. 25 před a po zatížení. Plocha *Contact* je aplikována na vzorek, plocha *Target* na háček.



Obr. 25: Kontakt háček-vzorek před a po deformaci.

Stejně jako u kontaktu svorky se vzorkem je nutné vzhledem k velkým deformacím vzorku a výrazně rozdílné tuhosti materiálů kontakt upravit od standardního nastavení, a to následovně:

<i>Behavior:</i>	<i>Asymmetric</i>
<i>Formulation:</i>	<i>Augmented Lagrange</i>
<i>Update Stiffness:</i>	<i>Each Iteration, Aggressive</i>

Maximální penetrace u tohoto kontaktu je 0,7 % velikosti prvku, není proto potřeba ji manuálně předepisovat jako u kontaktu svorky se vzorkem. Rovněž není potřeba manuálně upravovat normálovou tuhost.

7.6 Model aktivace objektu

Aktivace objektu je dána jeho vazbou s okolím, viz předchozí kapitola. Jedná se o zatížení svorek či háčků posuvem nebo silou, které se na vzorek přenesou díky kontaktu háček/svorka-vzorek. Detailní popis zatížení viz kap. 7.8.

7.7 Model ovlivňování objektu okolím

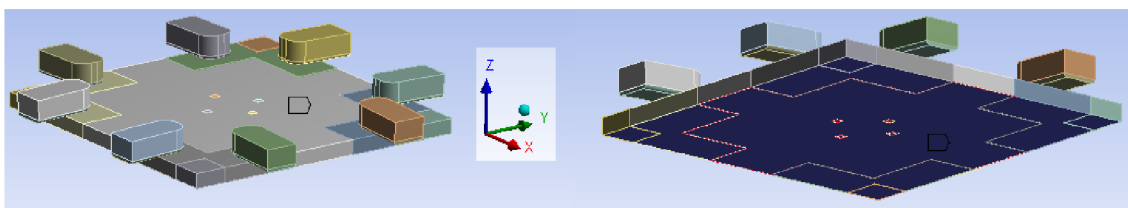
Jediné ovlivňování objektu okolím, které je zohledněno ve výpočtovém modelu, je kontaktní zatížení od uchycení svorkami či háčky. Ostatní vlivy byly zanedbány, viz Tab. 4 v kap. 4.3.

7.8 Model okrajových podmínek

Okrajové podmínky (zkráceně OP) můžeme rozdělit dle veličiny na deformační a silové. Dále pak podle toho, jakou funkci plní: vymezení pohybu, zatížení a okrajové podmínky vyplývající z využití geometrické symetrie.

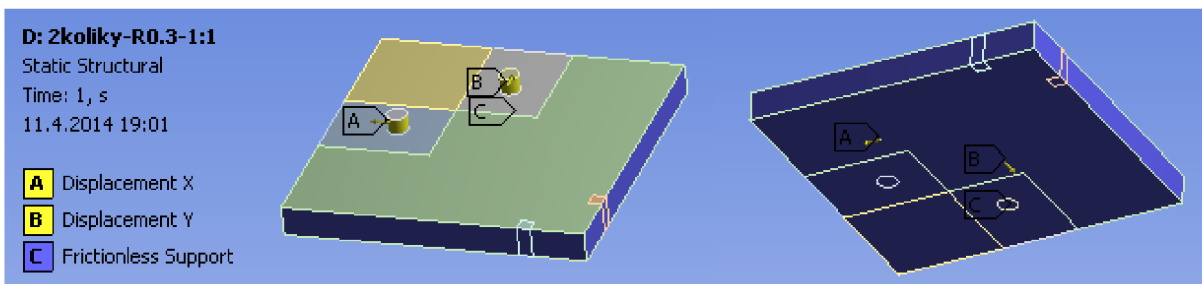
7.8.1 Okrajové podmínky vyplývající z využití geometrické symetrie

Jelikož můžeme využít poloviční symetrie, kdy horní a dolní polovina vzorku je stejná, je na spodek poloviny vzorku aplikována podmínka *Frictionless Support*, viz Obr. 26. Tato podmínka zajišťuje, že deformace v rovinách kolmých k vybrané ploše je nulová. Uchycení v prostoru zajišťují přes kontakt svorky či háčky, podobně jako při experimentu.



Obr. 26: Aplikovaná OP *Frictionless Support* na spodní plochu poloviny vzorku v případě poloviční geometrické symetrie.

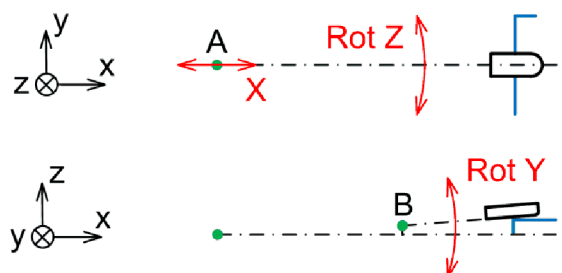
Jsou-li háčky/svorky umístěny symetricky, lze úlohu geometricky redukovat na jednu osminu za použití dalších dvou okrajových podmínek *Frictionless Support*, které simulují zbývající části, viz Obr. 27.



Obr. 27: Aplikovaná OP *Frictionless Support* za použití trojnásobné geometrické symetrie.

7.8.2 Vymezení pohybu

Ve výpočtovém modelu je fyzicky zahrnuta pouze geometrie konce svorek a háčky. Vahadlový systém, který vymezuje pohyb svorky, viz Obr. 13 a Obr. 18, není fyzicky zahrnut, je proto nutné jeho funkci simulovat okrajovými podmínkami. Funkci vahadlového systému lze zjednodušit na schéma na Obr. 28.



Obr. 28: Schéma možného pohybu svorky díky vahadlovému systému, pohled shora (nahore) a z boku (dole). Body A a B značí počátky souřadnicových systémů.

Body A a B jsou počátky souřadnicových systémů. Rot Z vyjadřuje možnost volného pohybu svorky kolem čepu A, Rot Y rotační pohyb svorky při zakousnutí do vzorku a posuv X deformační zatížení posuvem.

Je zřejmé, že je potřeba dvou okrajových podmínek s různými souřadnicovými systémy k vymezení pohybu svorky. Tyto OP jsou zadávány jako *Remote Displacement* s počátky souřadnicových systémů v bodě A a B na plochu *S* označenou na Obr. 29, která představuje řez ramenem svorky a je tudíž pro zatížení nejvhodnější. Přesné nastavení okrajových podmínek souvisí se zatížením, bude proto uvedeno až v kap. 7.8.3, věnující se zatížení.



Obr. 29: Plocha označená písmenem *S*, na kterou jsou aplikovány okrajové podmínky *Remote Displacement* v rámci vymezení pohybu svorky a jejího zatížení.

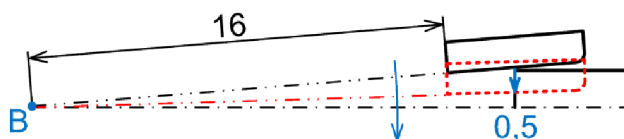
7.8.3 Zatížení

V případě uchycení pomocí svorek se zatížení dělí na dva kroky. V prvním kroku svorky stlačí vzorek, čímž simulují upnutí vzorku. V druhém kroku působí předepsaná síla ve směru posuvu.

V případě háčků první krok odpadá, jelikož jsou umístěny do připravené díry. Zatížení se pak realizuje jen druhým krokem stejně jako u svorek.

Uchycení

První fáze je simulována stlačením vzorku pomocí konce svorky. Čelo svorky vykonává rotační pohyb kolem kloubu B, viz Obr. 30. Černě je vyznačena počáteční poloha (obrys svorky), červeně koncová. Modře je schematicky znázorněn pohyb svorky. Střed konce svorky se při upnutí pohne o 0,5 mm ve směru tloušťky vzorku. Hodnota 0,5 mm byla zvolena na základě pozorování při reálném experimentu .

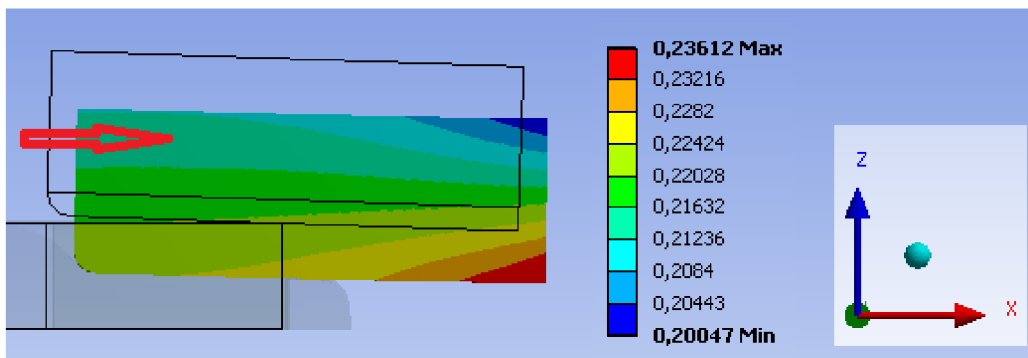


Obr. 30: Rotační pohyb svorky při uchycení vzorku. Černě je vyznačena výchozí poloha svorky, červeně pak koncová poloha. Rotační pohyb je vymezen posunem středu svorky o 0,5 mm směrem do vzorku.

Pohybu o 0,5 mm odpovídá rotace kolem B o velikosti $1,59^\circ$. Při zakousnutí se svorka odpořem materiálu posune i o určitou dráhu u_0 ve směru zatěžování. Velikost této dráhy závisí na materiálu vzorku a šířce svorky. Příklad takového posuvu je znázorněn červenou šipkou na Obr. 31.

Vlivem celkového posuvu, skládajícího se z posuvu svorky do vzorku o 0,5 mm a z posuvu u_0 , se posune i marker, viz kap. 9.1. Tato skutečnost má dva důsledky:

- 1) Při nulové zátěžné síle vykazuje vzorek na základě posuvu markeru deformaci, čímž zavádíme chybu do naměřených dat.
- 2) Neplatí Saint-Venantův princip, jelikož uchycení vzorku na okraji ovlivňuje snímanou oblast uprostřed vzorku.



Obr. 31: Posuv svorky ve směru zatěžování odporem materiálu u_0 (červená šipka) při zakousnutí. Obrys výchozí polohy svorky a háčku je znázorněn černými čarami.

Posuv svorek

Druhá fáze zatěžování je simulována posuvem svorek či háčků, který je způsoben zatěžující silou. Hodnota síly, aplikované na stejnou plochu svorky jako *Remote Displacement*, byla zvolena 12 N. Tato hodnota zaokrouhleně odpovídá reakční síle posuvu svorek o 1,8 mm. Nastavení *Remote Displacement* pro zatížení ve dvou krocích, tzn. zakousnutí svorek a jejich následný posuv, je znázorněno v Tab. 5. Hodnoty pro první a druhý krok jsou vždy stejné, proto je uvedena pouze daná hodnota.

Remote Displacement A

X	Free	Rot X	Free
Y	0	Rot Y	Free
Z	Free	Rot Z	Free

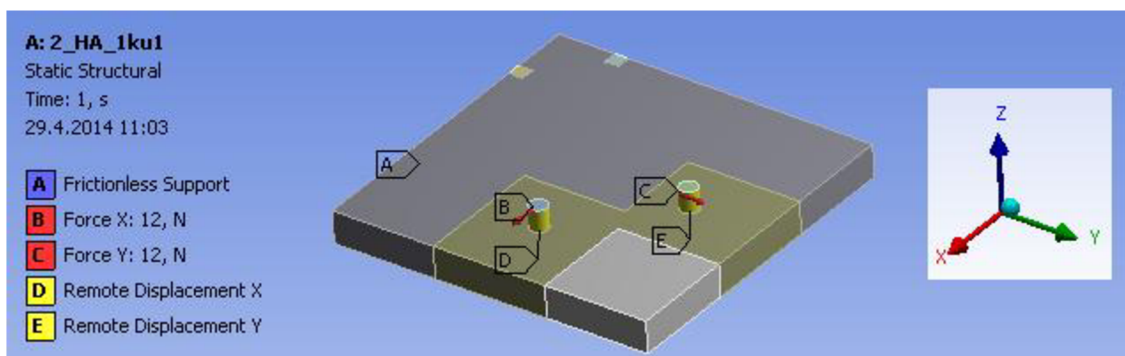
Remote Displacement B

X	Free	Rot X	0
Y	Free	Rot Y	-1,59°
Z	0	Rot Z	Free

Tab. 5: Nastavení OP *Remote Displacement* pro dvoukrokové zatěžování dle schématu na Obr. 28. Hodnoty pro první krok a druhý krok jsou stejné.

Posuv háčků

Zatížení háčků silou 12 N a vymezení pohybu pomocí *Remote Displacement* je aplikováno na plášť háčku a je znázorněno na Obr. 32.



Obr. 32: Okrajové podmínky aplikované na variantu „háčky“.

Nastavení *Remote Displacement* je pro oba háčky stejné: Háčkům povolujeme pouze translační pohyb v rovině *XY*.

Remote Displacement B

X	Free	Rot X	0
Y	Free	Rot Y	0
Z	0	Rot Z	0

Tab. 6: Nastavení OP *Remote Displacement* pro háčky dle Obr. 32.

7.9 Model vlastností struktury

Ve výpočtovém modelu se vyskytují objekty, kterým jsou přiřazeny dva různé materiály. Vahadlový systém, svorky a háčky jsou tvořeny ocelí, která je popsána lineárně elastickým izotropním modelem. Vzorek je popsán lineárně izotropním hyperelastickým modelem Yeoh.

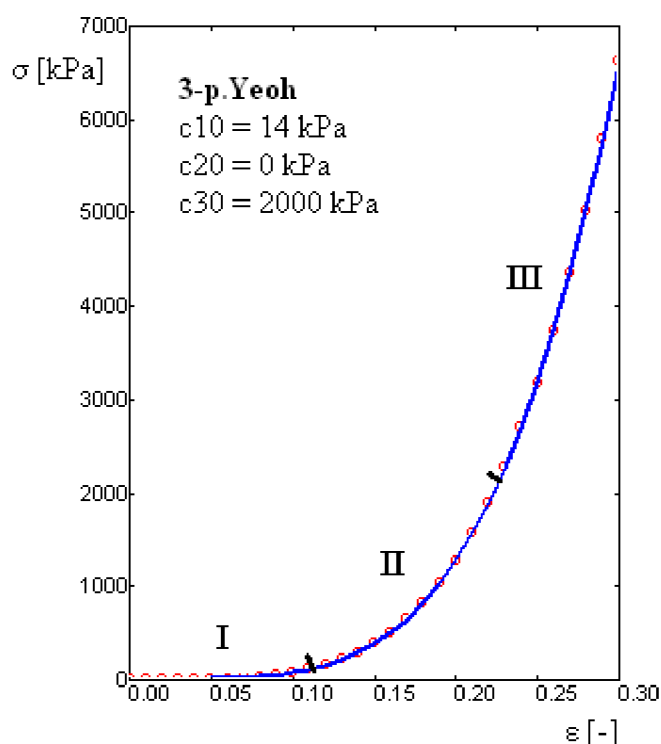
Materiál „Ocel“

Pro materiál svorek a háčeků je použit výchozí model v programu Ansys „Structural Steel“, definovaný lineárně elastickým izotropním modelem. Modul pružnosti E má hodnotu 250 GPa.

Materiál „Vzorek“

Materiál vzorku byl zvolen jako stěna tepny břišní aorty. Z testování měkkých tkání [58] se ukázalo, že se složky cévní stěny zapojují do přenosu zatížení postupně. Proces

přenosu zatížení lze rozdělit do tří fází. V první fázi je zatížení přenášeno elastinovými vlákny, jejich deformačně napěťová závislost je přibližně lineární. Kolagenní vlákna jsou v klidové fázi a jeví se jako zvlněná a pokroucená prostorová struktura. S postupujícím zatížením ve druhé fázi se kolagenní vlákna postupně narovnávají ve směru zatížení. Deformační odezva na zatížení je v této oblasti značně nelineární. Ve třetí fázi jsou kolagenní vlákna už téměř rovná a uspořádána tak, aby co nejvíce přenášela zatížení. Tkáň s narůstající deformací zpevňuje a její závislost je opět přibližně lineární [59].



Obr. 33: Deformačně napěťová křivka materiálového modelu Yeoh, upraveno z [60].
Závislost smluvního napětí na smluvním přetvoření. Ekvibiaxiální zkouška (dvouosá napjatost). I – zapojení elastických vláken, II – postupné zapojení kolagenních vláken, III – plné zapojení kolagenních vláken.

Pro potřeby této práce bude tento materiál modelován jako hyperelastický izotropní nestlačitelný materiál. Využijeme materiálového modelu Yeoh o třech parametrech, viz (43), které byly na základě experimentálních dat určeny následovně: $C_{10} = 14$ kPa, $C_{20} = 0$ kPa, $C_{30} = 2\,000$ kPa. Pro program ANSYS je potřeba ještě zadat koeficient nestlačitelnosti, který vychází z předpokladu nestlačitelnosti materiálu, viz kap. 5.2.2, a má hodnotu $D = 0$.

7.10 Model procesů na objektu

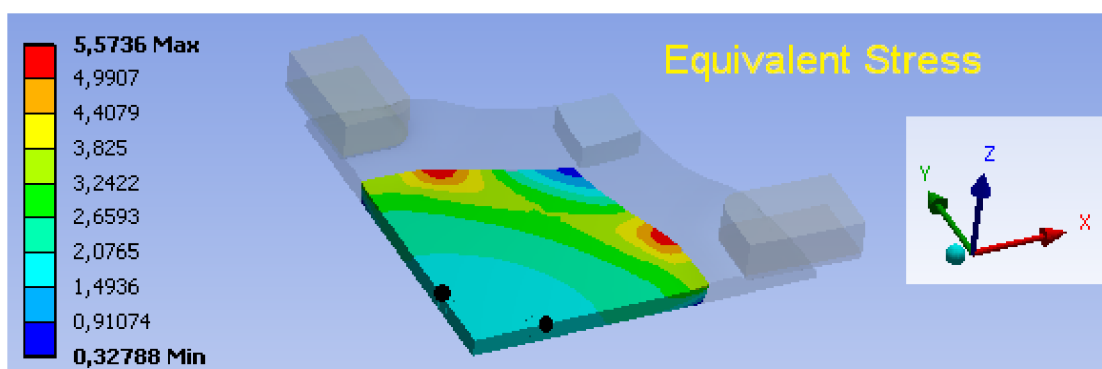
Jediným podstatným procesem na objektu je jeho deformace, způsobená procesem zatěžování pomocí svorek či háčků. Jedná se o velké deformace, je tudíž nutno použít teorii velkých deformací, viz kap. 6. Model tohoto procesu je součástí programu ANSYS.

7.11 Model projevů objektu

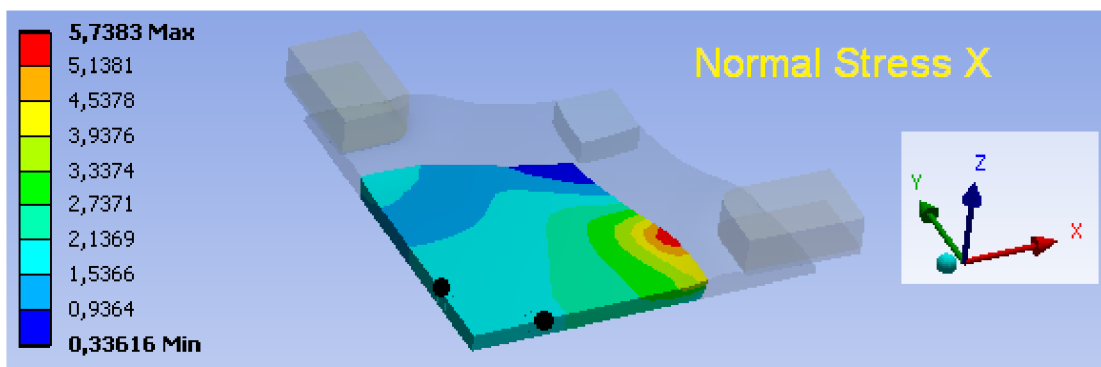
Zatížený vzorek se deformuje, projevem procesu je tudíž deformace vzorku. Tento projev je kvantifikován pomocí posuvů markerů na vzorku. Projevem deformace vzorku může být i reakční síla, působící na svorky či háčky, je-li zatížení realizováno pomocí posuvu svorek či háčků.

7.12 Model chování objektu

Chování objektu je dáno množinou jeho projevů. Projevy zatíženého tělesa jsou v každém jeho bodě dány vektorem posuvu, tenzorem přetvoření a tenzorem napětí. Vyhodnocení projevů deformace vzorku se děje pomocí vyhodnocení přetvoření na oblasti čtyř markerů uprostřed vzorku. Napětí ve vzorku je dáno zatížením a je považováno uprostřed vzorku za homogenní, viz Obr. 34 a Obr. 35.



Obr. 34: Ekvivalentní (von Mises) napětí na prostřední oblasti osminy vzorku. Černé tečky označují polohu markerů.



Obr. 35: Napětí ve směru x na prostřední oblasti osminy vzorku. Černé tečky označují polohu markerů.

Na oblasti markerů je napětí homogenní, blíže ke svorkám vznikají koncentrace napětí.

Model chování vzorku je tudíž dán příslušnou deformačně napěťovou křivkou, plynoucí z vyhodnoceního přetvoření a napětí od zatížení.

7.13 Model mezních stavů

Na objektu není řešen žádný mezní stav. Při reálném měření může nastat mezní stav, při kterém se vzorek roztrhne, v rámci materiálového modelu vzorku však tento mezní stav nepřipouštíme.

7.14 Volba sítě

Konečnoprvková síť musí vzhledem k typu této práce splňovat následující požadavky:

- 1) Jedná se o nelineární úlohu s velkými deformacemi.
- 2) Jedná se o kontaktní úlohu.
- 3) Výpočet bude použit v rámci citlivostních analýz, je proto nutné maximálně snížit počet prvků.
- 4) Je nutné zajistit robustnost výpočtu.

7.14.1 Volba typu prvků

Prvky vyplývají především z nastavení Mesh v prostředí Workbench.

Pro tělesa je použit prvek Solid185, který je definován jako lineární hexaedr s osmi uzly. Každý uzel má tři stupně volnosti, posuvy v osách x , y , z . Tento prvek se obecně používá pro konečné deformace či plastické deformace. Prvky pro kontakt jsou Conta174 (vzorek) a Target 170 (svorky, háčky).

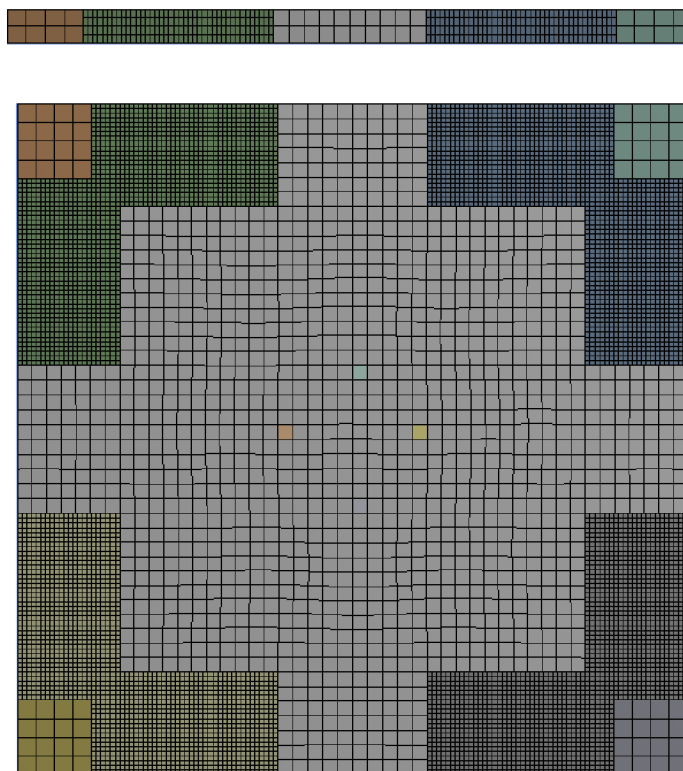
7.14.2 Vzorek

Vzorek je klíčovou součástí řešené soustavy, je proto důležité věnovat zvýšenou pozornost tvorbě jeho sítě. Vytvořená síť je na Obr. 36 (viz další stránka).

Jedná se o mapovanou síť. Pro všechny oblasti byla použita metoda *Sweep* s nastavením *Free Face Mesh Type: All Quad* a *Element Midside Nodes: Dropped*.

Oblasti s jemnou sítí mají velikost prvku 0,125 mm, čtyři prvky po tloušťce. Střed vzorku společně s markery má velikost vzorku 0,4 mm, dva prvky po tloušťce. Rohy mají velikost prvku 0,5 mm a taktéž dva prvky po tloušťce.

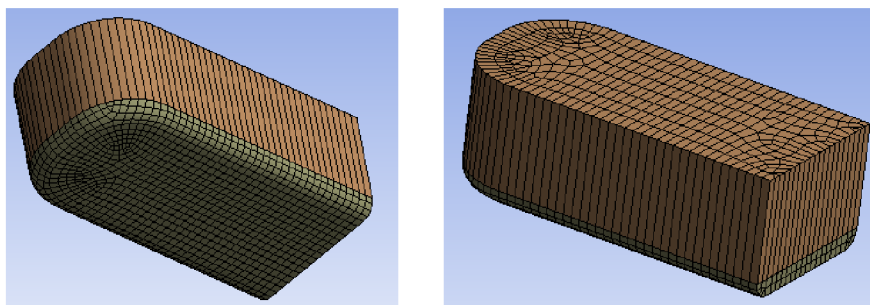
Síť je tvořena 30 320 prvky a 41 951 uzly.



Obr. 36: Síť vzorku; pohled z boku a shora.

7.14.3 Svorky

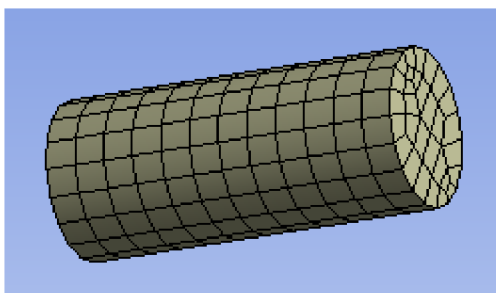
Svorka je rozdělena na horní a dolní část, jejich síť je ovšem spojitá, nebyl použit kontakt jako v případě vzorku. Na horní část je použit pouze jeden element po tloušťce. Z Obr. 37 je zřejmé, že nejdůležitější částí sítě je plocha, která přichází do kontaktu se vzorkem (pohled zdola). Tato plocha je tvořena elementy o velikosti 0,1 mm.



Obr. 37: Síť svorky, pohled zdola a shora.

Na celý objem svorky byla použita metoda *Hex Dominat* s nastavením *Elem. Mid. Nodes: Dropped* a *Free Face Mesh Type: All Quad*. Síť jedné svorky o šířce 2 mm je tvořena 3 604 prvky a 2 853 uzly.

7.14.4 Háčky



Obr. 38: Síť háčku.

Nejdůležitější částí háčku je stejně jako u svorky plocha, která přichází do styku se vzorkem. Tato plocha je mapovaná a má velikost elementu 0,1 mm.

Na háček byla použita stejně jako na vzorek metoda *Sweep* se stejným nastavením a 12 elementy po délce háčku.

Síť jednoho háčku o průměru 0,5 mm je tvořena 833 prvky a 1 080 uzly.

7.14.5 Konvergence sítě

Test na konvergenci sítě zjišťuje, zda jsou výše zvolené velikosti prvků optimální z hlediska věrohodnosti výsledků a výpočetního času. V rámci testu je nutné výpočet opakovat s jemnější i hrubší sítí a porovnat hodnoty pozorované veličiny, především jejich změny v závislosti na jemnosti sítě. Není nutné vždy zjemňovat celou síť, ale pouze vybrané důležité oblasti, především oblasti kontaktu svorky či háčku se vzorkem. Mezi oblastmi zjemňování patřily oblast pod svorkou, střed vzorku včetně markerů a rohy. Měnil se počet elementů po tloušťce vzorku a jejich velikost.

Jako referenční výpočtový model byl zvolen model se svorkami o šířce 2 mm, ekvibiaxiální zkouška, zatížení posuvem svorek o 2 mm. Pozorovanou veličinou byl posuv jednotlivých markerů při zatížení posuvem svorek.

Zvolená hladina podobnosti v posuvech (minimální shody použité sítě s nejjemnější sítí) je 1 % vzhledem k tomu, že výpočtový model je používán v citlivostních analýzách vyhodnocujících posuvy markerů.

Nastavení a velikost sítě, čas výpočtu a rozdíl v posuvech vůči velmi jemné síti (zkráceně *Rozdíl*) jsou zaznamenány v Tab. 7.

Sít'	Střed	Pod svorkou	Roh	Počet Uzlů Počet Prvků	Čas výpočtu	Rozdíl v posuvech
	Počet elementů na tloušťku Velikost elementu [mm]					
velmi jemná	5	10	4	355 440	39 hod	--
	0,25	0,0625	0,5	299 338		
jemná všude	5	7	4	109 766	2,5 hod	0,8 %
	0,25	0,125	0,5	84 284		
jemná pod svorkou	3	7	3	93 252	69 min	0,8 %
	0,25	0,125	0,5	68 004		
Použitá	2	4	2	61 711	45 min	0,4 %
	0,4	0,125	0,5	40 152		
Hrubá	2	4	2	21 983	15 min	2,5 %
	0,5	0,125	1	13 024		

Tab. 7: Konvergence sítě – rozdíly mezi různě jemnými sítěmi. Sloupec „Rozdíl“ představuje rozdíl sítě v posuvech markerů vůči velmi jemné síti.

Z tabulky je zřejmé, že použitá síť je vhodná. Jemnější sítě nepřinesou výrazně lepší výsledky, mají však výrazně delší čas výpočtu. Hrubá síť nevyhovuje, jelikož rozdíl v posuvech je větší jak zvolené 1 %. Značný výpočetní čas u velmi jemné sítě byl dán nedostatečnou RAM počítače. Fakt, že použitá síť dává lepší výsledky než jemná síť, je pravděpodobně způsoben pouze numerickými odchylkami.

Z porovnání sítí bylo potvrzeno, že zjemňování sítě v rozích vzorku nemá na výsledné posuvy markerů vliv. Síť v oblasti středu vzorku lze rovněž modelovat spíše hrubou sítí, na posuvy má vliv až velikost elementu nad 1 mm. Zásadní oblastí, která musí mít jemnou síť, je dle předpokladu oblast kontaktu vzorku se svorkami.

7.15 Nastavení výpočtu

Podmínky, za jakých probíhá výpočet, jsou definovány v nastavení *Static Structural – Analysis Settings*. Jednou z hlavních úprav je zapnutí režimu velkých deformací: *Large Deflection: On*.

Výpočet je v případě svorek rozdělen na dva kroky (*Steps*). Ze zkušenosti autora je doporučeno nechat programu široké pole možností, tzn. velký rozdíl mezi minimálním a maximálním počtem podkroků (*Substeps*), konkrétně 30 až 200 v případě svorek. Počáteční počet kroků v hodnotě 150 byl zvolen z důvodu rychlejší a bezpečnější počáteční konvergence a z důvodu potřeby více zkonvergovaných bodů na začátku zatěžování, kde se konají velké deformace, které potřebujeme odečítat po malých úsecích.

V případě háčků byl zvolen počet počátečních kroků velmi malý – 20 000 – s ohledem na chování modelu materiálu, kde zpočátku stačí velmi malá síla ke značným deformacím, viz kap. 7.9. Maximální počet kroků byl vzhledem k velkému počtu počátečních kroků zvolen jako 50 000. Minimální počet kroků zůstal stejně jako v případě svorek 30.

8 ZPRACOVÁNÍ DAT

Stejně jako u experimentu je nutné naměřená či simulovaná data zpracovat. Rozdíly výpočtového modelu oproti experimentu jsou následující:

- Umístění markerů a snímání jejich posuvu je v simulaci prakticky ideálně přesné.
- Síla, způsobená posuvem měřících hlav a vahadlovým systémem rovnoměrně rozložená na svorky, je v simulaci přesně zadaná a nezahrnuje tak možné nepřesnosti dané např. třením v čepech vahadlového systému.
- Výchozí rozměry vzorku, důležité pro určení smluvního napětí, jsou přesně známy a není je tak nutné s určitou chybou měřit ručně, jak je tomu v případě reálného experimentu.
- Vzorek je homogenní.

8.1 Výpočet odvozených veličin

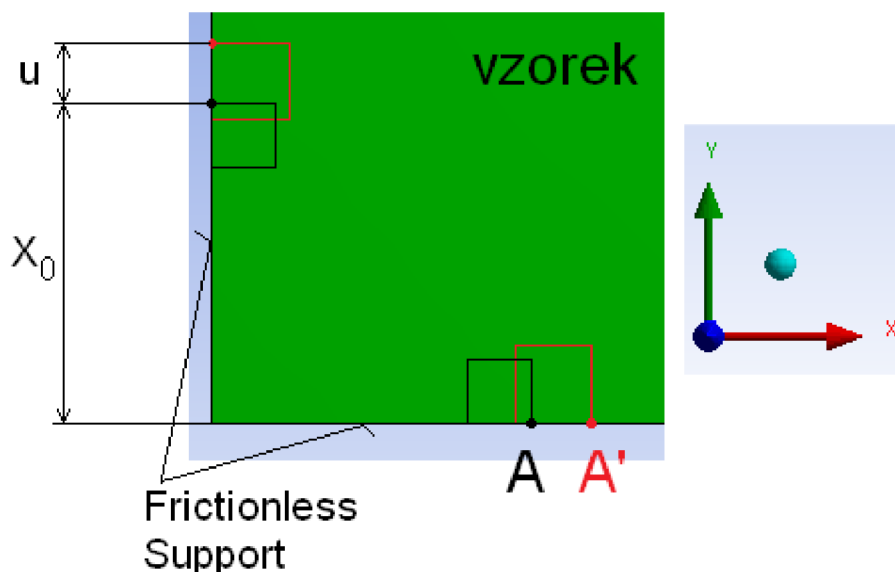
Cílem výpočtu je získat hodnoty protažení vzorku v osách x a y a hodnoty smluvního napětí ze zátěžné síly aplikované na svorky a háčky. Výsledkem je deformačně napěťová křivka zdánlivého chování materiálu. Přesné chování materiálu je dáno zvoleným modelem materiálu.

8.1.1 Výpočet protažení ze dvou markerů

V případě využití trojnásobné geometrické symetrie, viz kap. 7.4.3, je protažení počítáno z posuvu dvou markerů v ose x a y . Markery jsou umístěny přímo na osách x a y a vzhledem k okrajovým podmínkám, které markerům dovolují pohyb pouze v dané ose, se výpočet poměrného protažení výrazně zjednodušuje na klasický způsob, kde platí pro protažení vztah (30).

$$\lambda_x = \frac{u}{X_0} + 1 \quad (30)$$

X_0 je počáteční vzdálenost markeru od středu vzorku a u je posuv markeru vlivem zatížení, viz Obr. 39.



Obr. 39: Posuv markerů v osách x a y v případě využití trojnásobné geometrické symetrie. Černě výchozí pozice markeru, červeně pozice po zatížení.

8.1.2 Výpočet protažení ze čtyř markerů

Protažení je v případě poloviční symetrie, viz kap. 7.4.3, počítáno z posuvů jednotlivých markerů v osách x a y , viz Obr. 26. Z výpočtového modelu známe pozice a příslušné posuvy všech čtyř markerů po celou dobu zatěžování.

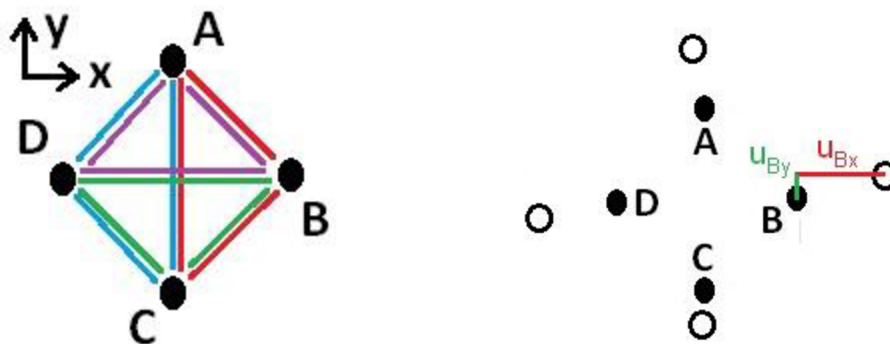
Výpočet protažení (*In-Plane Strain*) z uvedených dat lze dle [61] provést dvěma způsoby:

- 1) *Direct Approach* – metoda využívající tři markery, předpokládající homogenní pole přetvoření nad oblastí daných markerů. V případě čtyř markerů se přetvoření vypočítají pro všechny trojkombinace markerů a poté zprůměrují.
- 2) *Interpolation Method* – Metoda využívající čtyři markery, počítající i s nehomogenním polem přetvoření nad oblastí markerů.

V případě experimentu je vhodné použít druhou metodu, proto je implementována v programu Tibixus, který zpracovává skutečná experimentální data. Jedná se o přesnější, ale složitější metodu. V případě výpočtového modelu předpokládáme homogenní pole přetvoření na oblastí markerů, použijeme proto první metodu. Tato metoda je snáze implementovatelná do programu Matlab, který je použit pro zpracování dat.

V následující části bude popsána první metoda, *Direct Approach*.

Pozice markerů tvoří čtverec, střed souřadnicového systému je uprostřed v těžišti. Markery si rozdělíme do čtyř trojic: ABC , ACD , ABD a BCD , barevně znázorněné na Obr. 40.



Obr. 40: Barevně vyznačené trojice markerů ve výchozí poloze (vlevo). Schéma pozic markerů před a po zatěžování (vpravo).

Výchozí pozice markerů jsou popsány souřadnicemi v osách x a y .

$$\begin{aligned} A &= [x_A \ y_A] & B &= [x_B \ y_B] \\ C &= [x_C \ y_C] & D &= [x_D \ y_D] \end{aligned} \quad (31)$$

Dále potřebujeme znát posuvy u po zatěžování. Konečné pozice markerů jsou schematicky znázorněny na Obr. 40. Složky posuvů v osách x a y pro body A až D rozlišíme dolními indexy, viz (32).

$$\begin{aligned} A: & \ u_{Ax}, u_{Ay} \\ B: & \ u_{Bx}, u_{By} \\ C: & \ u_{Cx}, u_{Cy} \\ D: & \ u_{Dx}, u_{Dy} \end{aligned} \quad (32)$$

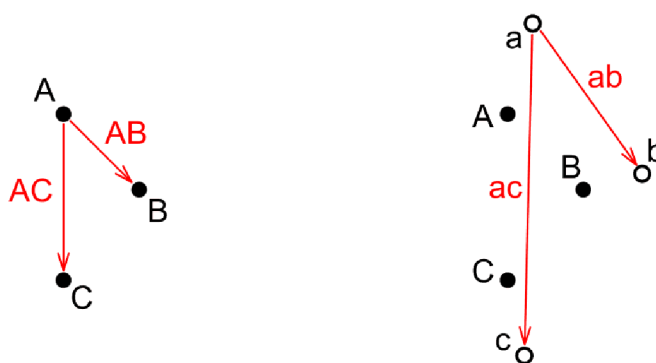
Pro další výpočet budeme potřebovat souřadnice markerů po zatěžování. Ty se spočítají jako součet výchozích souřadnic markerů a jejich posuvů (33). Pozice markerů po zatěžování označíme a, b, c (34)

$$\begin{aligned}
 x_a &= x_A + u_{Ax} & y_a &= y_A + u_{Ay} \\
 x_b &= x_B + u_{Bx} & y_b &= y_B + u_{By} \\
 x_c &= x_C + u_{Cx} & y_c &= y_C + u_{Cy} \\
 x_d &= x_D + u_{Dx} & y_d &= y_D + u_{Dy}
 \end{aligned} \tag{33}$$

$$a = [x_a \ y_a] \quad b = [x_b \ y_b] \quad c = [x_c \ y_c] \quad d = [x_d \ y_d] \tag{34}$$

Protážení získáme pomocí deformačního gradientu, který sestavíme vždy z jedné trojice markerů. Výsledné čtyři deformační gradienty zprůměrujeme po složkách do výsledného gradientu.

Vytvoření deformačního gradientu je založeno na pohybu trojice markerů. První gradient bude spočítán pro trojici markerů ABC . Jeden z markerů je volen jako referenční, zde A . Od něj se vytvoří dva vektory AB a AC do zbylých dvou bodů. Tentýž postup platí pro deformované souřadnice (35), viz Obr. 41.



Obr. 41: Trojice markerů ve výchozích pozicích A, B, C a příslušné vektory AB a AC (vlevo). Trojice markerů a, b, c představující pozice markerů po zatěžování; příslušné vektory ab a ac (vpravo)

$$\begin{aligned}
 AB &= \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} & AC &= \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \\
 ab &= \begin{pmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \end{pmatrix} & ac &= \begin{pmatrix} x_c - x_a \\ y_c - y_a \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{35}$$

Pro další výpočet potřebujeme matici souřadnic, jak nedeformovaných, tak deformovaných. Označíme je ABC a abc . Jedná se v podstatě o vektory AB a BC , potažmo ab a bc , vedle sebe (36).

$$ABC = \begin{pmatrix} AB_1 & AC_1 \\ AB_2 & AC_2 \end{pmatrix} \quad abc = \begin{pmatrix} ab_1 & ac_1 \\ ab_2 & ac_2 \end{pmatrix} \quad (36)$$

Za předpokladu, že jsou markery blízko u sebe a že pole přetvoření je rovnoměrné, můžeme použít vztah $\Delta x = F \cdot \Delta X$. V našem případě Δx reprezentuje matice abc a ΔX matice ABC . Potřebujeme zjistit deformační gradient F , viz kap. 6.1. Ten získáme z předchozích vztahů (36) rovnicí (37).

$$F_{abc} = \Delta x \cdot \Delta X^{-1} = abc \cdot ABC^{-1} \quad (37)$$

Stejným způsobem získáme i ostatní deformační gradienty F_{abd} , F_{acd} a F_{bcd} . Aritmetickým průměrem jednotlivých prvků gradientů získáme výsledný gradient F .

Tenzor F se skládá z tenzoru rotace R a tenzoru protažení U , kde platí $F = R \cdot U$. Protažení potřebujeme bez vlivu rotace, je tudíž nutné spočítat hodnoty protažení jako $U = R^{-1} \cdot F$. Tenzor rotace R lze spočítat pomocí úhlu φ (38) který je definován složkami deformačního gradientu.

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \quad \varphi = \text{atan} \left(\frac{F_{12} - F_{21}}{F_{11} + F_{22}} \right) \quad (38)$$

Vzhledem k ortogonalitě tenzoru R lze inverzní matici R^{-1} počítat jako transponovanou matici R^T . Poté platí pro tenzor U vztah (39).

$$U = R^T \cdot F = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{12} & U_{22} \end{pmatrix} \quad (39)$$

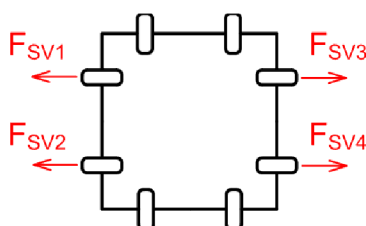
Diagonální prvky U_{11} a U_{22} tenzoru U představují protažení v hlavních směrech. Hlavní směry se od směrů zatížení (os x a y) vzhledem ke zkosům vyjádřených složkami U_{12} a U_{21} mohou lišit. Vzhledem k tomu, že zkosy předpokládáme zanedbatelně malé, budeme s protaženími U_{11} a U_{22} v hlavních směrech pracovat jako s protaženími λ_x a λ_y v osách zatížení.

8.1.3 Výpočet smluvního napětí z tahové zkoušky

Smluvní napětí τ (1. Piola-Kirchhoff) vypočteme ze zatěžující (či reakční) síly F_{load} , působící na jednotlivé svorky či háčky, a z průřezu vzorku S_0 dle vzorce (40)

$$\tau = \frac{F_{load}}{S_0} \quad (40)$$

Celková síla působící v jedné ose se určí jako součet velikostí zátěžných sil na jednotlivých svorkách či háčcích na obou protilehlých hranách, viz Obr. 42.



Obr. 42: Zátěžné síly v jedné ose aplikované na svorky 1 až 4.

Hodnota F_{load} se spočítá dle (41)

$$F_{load} = \sum_{i=1}^4 F_{SVi} = F_{SV1-4} = F_{SV1} + F_{SV2} + F_{SV3} + F_{SV4} \quad (41)$$

Průřez vzorku z rozměrů vzorku t (tloušťka) a a (délka strany) pak podle (42) je:

$$S_0 = t \cdot a = 1,8 \cdot 18 = 32,4 \text{ mm}^2 \quad (42)$$

8.1.4 Výpočet smluvního napětí z modelu materiálu

Pro statistické vyhodnocení shody experimentálních dat s konstitutivním modelem materiálu potřebujeme veličinu, kterou budeme porovnávat. Zvolili jsme veličinu smluvní napětí v závislosti na protažení. Protažení λ_x a λ_y i smluvní napětí z experimentu získáme ze zatížení, viz předchozí kapitoly. Potřebujeme ještě získat napětí z materiálového modelu v závislosti na protažení. Známe předpis materiálového modelu i příslušné konstanty a vstupy, jsme proto schopni jej spočítat.

Model materiálu je definován jako tříparametrický Yeoh pomocí měrné deformační energie vztahem (43).

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (43)$$

Napětí získáme pomocí předpisu (44).

$$\sigma = 2 \frac{\partial W}{\partial I_1} \cdot B - pI \quad (44)$$

Kde σ je skutečné (Cauchyovské) napětí, I_1 první invariant Cauchy-Greenova tenzoru přetvoření, B levý Cauchy-Greenův tenzor přetvoření, p Lagrangeův multiplikátor a I jednotková matice. První člen rovnice (44) vyjadřuje napětí získané pouze z tvarové deformace. Druhý člen vyjadřuje zbývající napětí jako funkci multiplikátoru p , reprezentujícího hydrostatický tlak, který nezpůsobuje deformaci tvaru, ale pouze objemu. Kvůli podmínce nestlačitelnosti však bude objemová deformace nulová.

Skutečné napětí σ převedeme na smluvní napětí τ až na konci výpočtu.

První invariant je v hlavních souřadnicích, označených x, y, z , definován jako

$$I_1 = \lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 \quad (45)$$

Protažení v osách x a y známe, zbývající v ose z vypočítáme z podmínky nestlačitelnosti (29), která je definovaná pomocí třetího invariantu, vztahem (46).

$$\lambda_z^2 = \frac{1}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} \quad (46)$$

Známe-li všechna protažení, můžeme sestavit tenzor deformačního gradientu F , který potřebujeme k sestavení levého Cauchy-Greenova tenzoru přetvoření B (47).

$$F = \begin{pmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{pmatrix} \quad B = F \cdot F^T \quad (47)$$

Při dvouosé napjatosti, což je případ dvouosé tahové zkoušky, je napětí σ_z nulové. Díky této okrajové podmínce získáme Lagrangeův multiplikátor p , který je chápán jako hydrostatický tlak působící na elementární krychli v daném směru (48).

$$p = 2 \frac{\partial W}{\partial I_1} \cdot \frac{1}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} \quad (48)$$

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = c_{10} + 2c_{20}(I_1 - 3) + 3c_{30}(I_1 - 3)^2$$

Nyní známe všechny veličiny potřebné k určení σ_x a σ_y . Poslední krok výpočtu je přepočítání na smluvní napětí τ_x a τ_y .

$$\tau_x = \frac{\sigma_x}{\lambda_x} \quad \tau_y = \frac{\sigma_y}{\lambda_y} \quad (49)$$

8.2 Statistické zpracování

Z předchozích výpočtů odvozených veličin jsme získali smluvní napětí z tahové zkoušky $\tau_{x,exp}$ a $\tau_{y,exp}$ a z konstitutivního modelu materiálu $\tau_{x,model}$ a $\tau_{y,model}$ pro daná protažení λ_x a λ_y . Tyto veličiny využijeme ke statistickému porovnání shody chování materiálu dle konstitutivního modelu s chováním materiálu dle dat z tahové zkoušky. Ke kvantifikaci použijeme koeficient determinace R^2 , angl. *Coefficient of Determination*, příp. *Nash-Sutcliffe Coefficient*, který indikuje obecně shodu mezi modelovými a experimentálními daty. Definicí a popis koeficientu R^2 lze najít např. v [60,62,63]. R^2 může nabývat hodnot $(-\infty; 1 >$, kde hodnota 1 značí naprostou shodu. R^2 aplikovaný na výše uvedená data má tvar (50).

$$R_x^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\tau_{x,exp} - \tau_{x,model})^2}{\sum_{i=1}^n (\tau_{x,exp} - \bar{\tau}_{x,model})^2} \quad \bar{\tau}_{x,model} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_{x,exp} \quad (50)$$

Kde R_x^2 je koeficient determinace pro soubor dat vztahujících se k ose x , n je počet hodnot, $\bar{\tau}_{x,model}$ aritmetický průměr ze všech hodnot $\tau_{x,exp}$.

Koeficient R^2 se vztahuje vždy pouze ke dvěma sadám hodnot (modelové a experimentální) – v našem případě např. $\tau_{x,model}$ a $\tau_{x,exp}$ mají příslušné R_x^2 . Pro napětí v ose y , $\tau_{y,model}$ a $\tau_{y,exp}$, získáme R_y^2 . Pokud bychom mezi sebou porovnávali data z dalších zkoušek (jednoosých tahových, apod.), získali bychom velký počet koeficientů, který by ztěžoval celkové posouzení shody. Pro rychlé a přehledné hodnocení proto potřebujeme ideálně pouze jeden koeficient, který by nám dával přehled o tom, jaká je průměrná shoda. Řešením je získat výsledné R^2 jako průměr ze všech dílčích R^2 . V případě, že soubory dat nemají stejný počet hodnot nebo pokud chceme upřednostnit určitý datový soubor, je možné koeficientům přiřadit váhy, což však není náš případ. Výsledné R^2 se tudíž spočítá jako aritmetický průměr z R_x^2 a R_y^2 .

V rámci citlivostní analýzy rozměrů svorek a háčků jsou modelovány vedle ekvibiaxiální zkoušky i dvě proporcionální, počet sad se proto zvýší na šest. Výsledné R^2 se bude i v tomto případě z výše uvedených důvodů počítat jako aritmetický průměr všech získaných koeficientů.

9 ANALÝZA VÝSLEDKŮ VYTVOŘENÉHO VÝPOČTOVÉHO MODELU

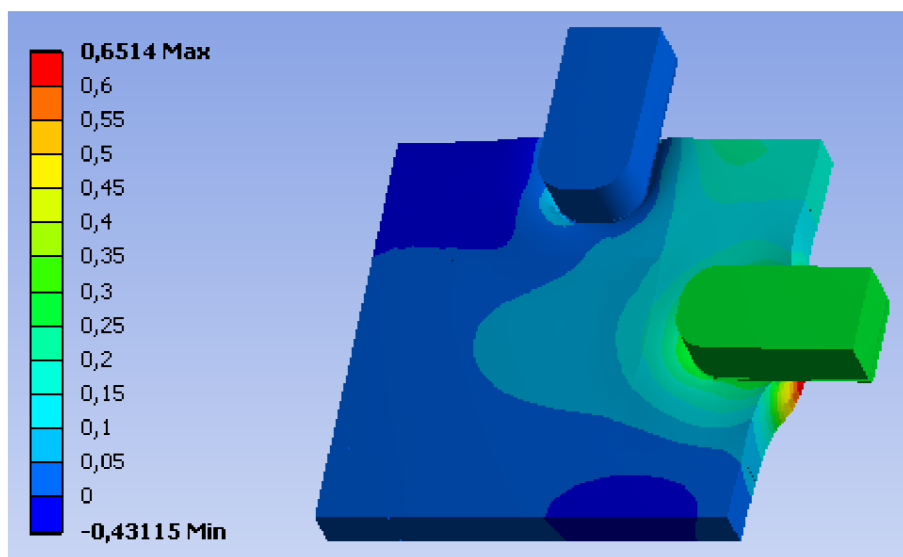
V kap. 7 byl vytvořen výpočtový model a definovány všechny vstupní parametry. Model zahrnuje dvě varianty uchycení: „háčky“ a „svorky“. Obě varianty byly spočítány a výsledky těchto výpočtů jsou analyzovány v této kapitole. Byl použit model využívající trojnásobné symetrie, viz kap. 7.8.1. Svorky i háčky v počtu dvou kusů jsou zatěžovány každý silou o 12 N.

U varianty „svorky“ předchází samotnému posuvu svorek ještě jejich zakousnutí do vzorku. Výsledky tohoto prvního kroku zatěžování budou popsány před samotným porovnáním variant.

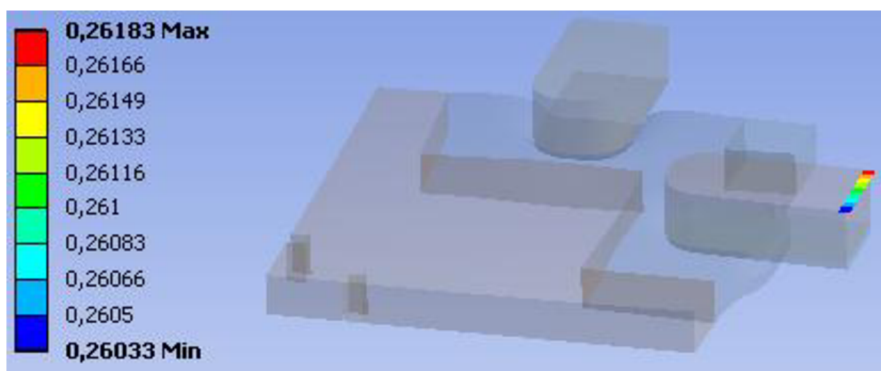
Jelikož se jedná o ekvibiaxiální zkoušku, jsou hodnoty všech veličin v ose x i y stejné. Dále proto budeme zmiňovat pouze výsledky v jedné ose, a to x .

9.1 Zakousnutí svorek do vzorku

Výsledná deformace vzorku v ose x (vodorovně) a posuv svorky u_0 po zakousnutí je na *Obr. 43* a *Obr. 44*.



Obr. 43: Deformace v milimetrech ve vodorovné ose x . Celkový pohled.



Obr. 44: Posuv horní hrany svorky v ose x (vodorovně) v milimetrech.

Hodnotu u_0 bereme jako maximální hodnotu na stupnici.

Svorka se posunula v ose zatěžování o $u_0 = 0,262$ mm. Markery se díky tomu rovněž posunuly, a to o $u = 0,0145$ mm, což odpovídá při počáteční poloze $X_0 = 2$ mm od středu vorku protažení λ_0 (51), viz rovnice (30)

$$\lambda_0 = \frac{u}{X_0} = \frac{0,0145}{2} + 1 = 1,00725 \quad (51)$$

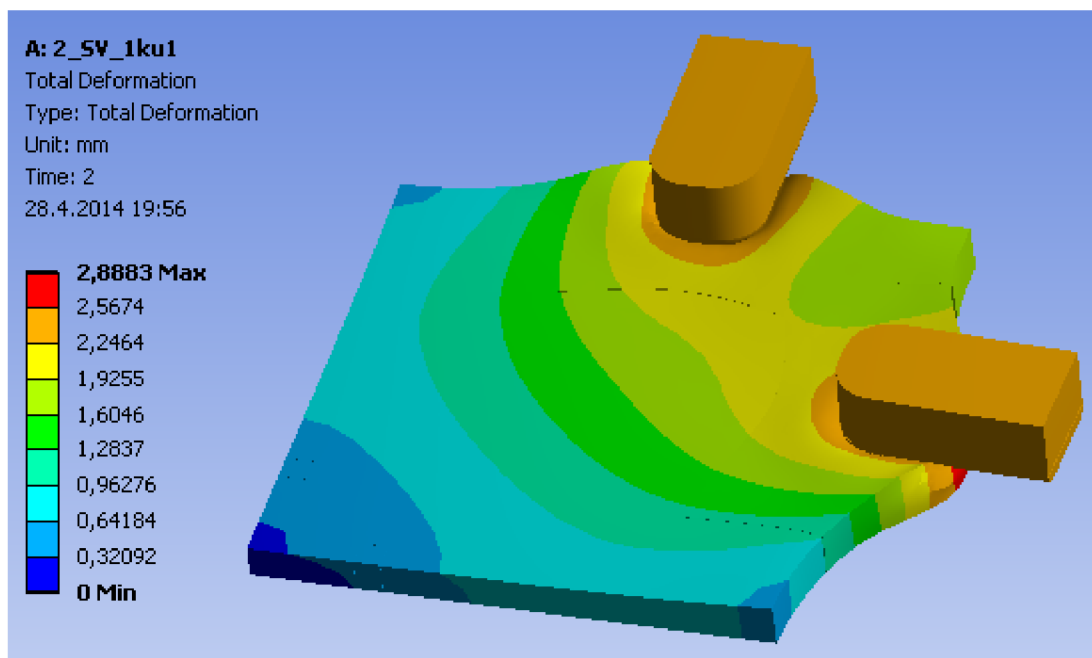
Tomuto protažení odpovídá pro názornost smluvní přetvoření v hodnotě

$$\varepsilon_0 = \lambda_0 - 1 = 1,00725 - 1 = 0,725 \% \quad (52)$$

Po zakousnutí svorek vykazují markery již smluvní přetvoření v hodnotě téměř jednoho procenta. Této hodnotě přetvoření odpovídá na základě okrajových podmínek, viz kap. 7.8.3, nulová síla v ose zatěžování. Jedná se proto o odchylku od skutečnosti, jelikož předpokládáme, že při nulové síle je střed vzorku nedeformován.

9.2 Posuv svorek

Deformovaný vzorek za použití svorek je na Obr. 45.



Obr. 45: Celková deformace vzorku za použití svorek na konci zatěžování.

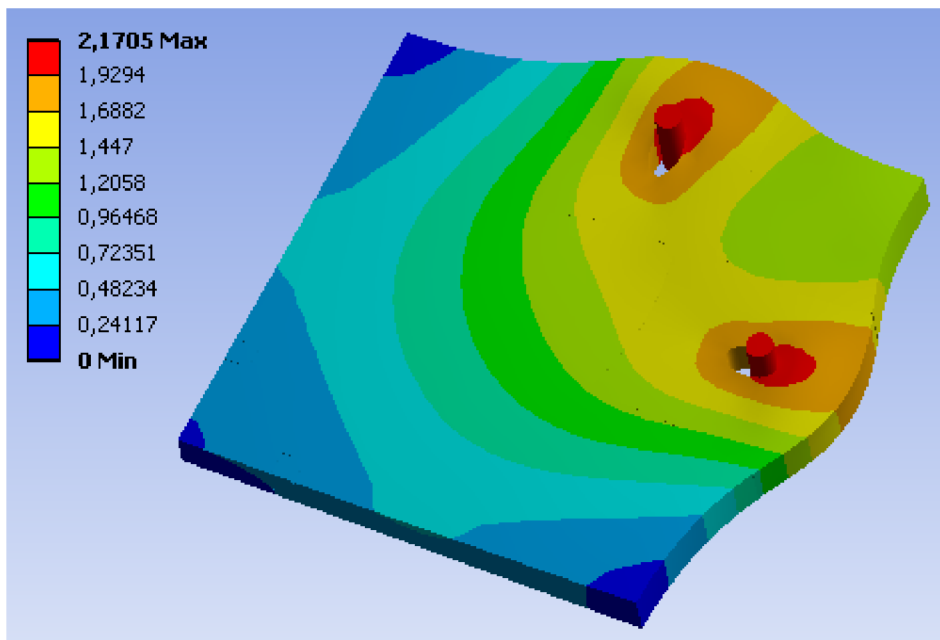
Celkový posuv markerů, tedy včetně zatížení posuvem svorek, označíme dle výchozí rovnice (30) v kap. 8.1.2 jako u . Markery se posunuly o $u = 0,42$ mm. Poměrné protažení je vyjádřeno vztahem (53).

$$\lambda = \frac{u}{X_0} + 1 = \frac{0,42}{2} + 1 = 1,21 \quad (53)$$

Výsledná deformačně napěťová křivka za použití svorek je znázorněna na Obr. 47 v kap. 9.4, jelikož je zobrazena společně s křivkou za použití háčků.

9.3 Posuv háčků

Deformovaný stav vzorku za použití háčků je na Obr. 46.



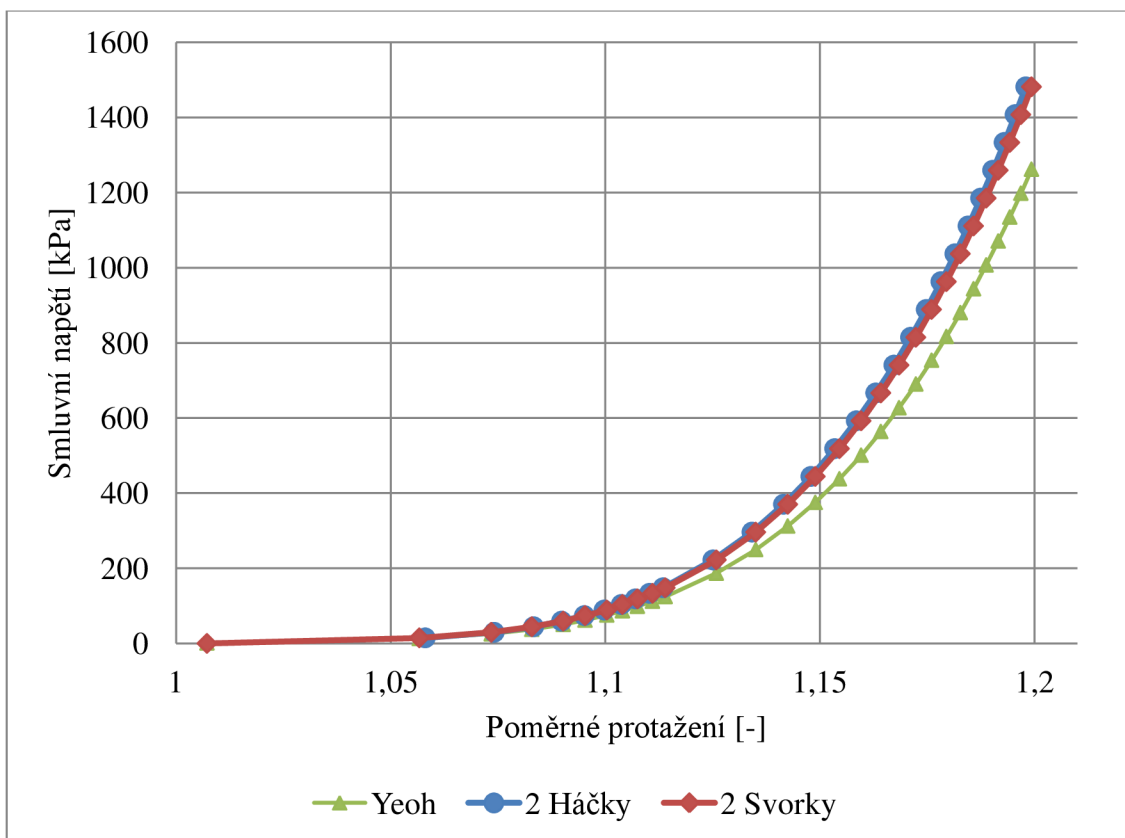
Obr. 46: Celková deformace na konci zatěžování posuvem háčků.

Výpočet poměrného protažení se řídí rovnicí (30) uvedenou v kap. 8.1.2 bez žádných změn jako v případě svorek.

Výsledná deformačně napěťová křivka je zobrazena na Obr. 47 až v následující kap. 9.4, jelikož je zobrazena společně s křivkou za použití svorek.

9.4 Porovnání výsledků variant „svorky“ a „háčky“

Na Obr. 47 je znázorněna deformačně napěťová křivka za použití svorek a háčků. Pro porovnání je do grafu přidána i křivka materiálového modelu, který je ve výpočtovém modelu použit.



Obr. 47: Graf deformačně napěťových křivek z výpočtového modelu za použití háčků a svorek, pro porovnání dodána i křivka zadaného materiálového modelu Yeoh.

Křivky obou variant vykazují kvalitativní shodu s modelem materiálu. Koeficient R^2 má pro „svorky“ hodnotu 0,943 a pro „háčky“ 0,926. Na základě R^2 lze tvrdit, že svorky jsou k určení chování materiálu vhodnější než háčky.

Rozdíl mezi variantami lze z části vyvodit z principu rozdílného zatížení. Svorky materiál za sebou přímo táhnou, kdežto háčky materiál tlačí před sebou. Deformace tak musí „obtékat“ háček, který stojí v cestě mezi materiálem, na který tlačí svorka, a markerem, ze kterého odečítáme deformaci, viz Obr. 45 a Obr. 46. V případě háčků se na „obtékání“ spotřebuje část energie, což se projeví na deformačně napěťové křivce tím, že háčky pro stejné přetvoření potřebují větší napětí než svorky.

Předpokládáme, že se R^2 bude měnit v závislosti na počtu a rozměru háčků a svorek. Tento vliv zpracovává citlivostní analýza v kap. 11.

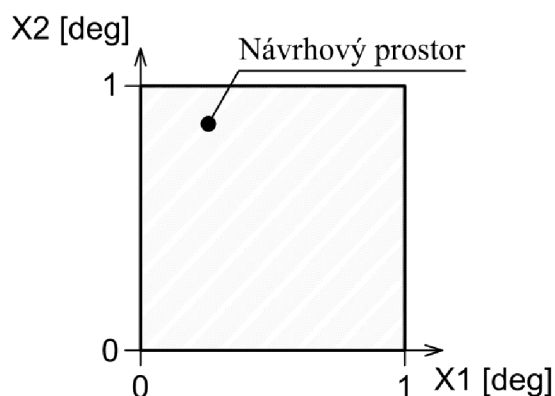
10 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA

Citlivostní analýza (dále jen zkratkou CA), je proces, kterým zjišťujeme vliv hodnot vstupních veličin na hodnoty výstupních veličin určitého systému [64]. Jinak řečeno zjišťujeme odezvu systému na změnu jeho parametrů. Jedná se o důležitý nástroj pro zkoumání komplexních, složitých systémů.

Účelem CA může být optimalizace, kalibrace, pochopení, verifikace nebo kontrola daného systému [65]. Více příkladů využití CA viz [66].

V dnešní době existuje mnoho různých postupů pro návrh a vyhodnocení CA [67]. V této práci je využita stochastická CA, z angl. *sampling-based sensitivity analysis*, která patří mezi globální CA [66,68]. Metoda spočívá v určení závislosti mezi vstupy a výstupy na základě množiny numerických simulací. Jednotlivé numerické simulace jsou charakterizovány hodnotami vstupních parametrů, které tak zároveň představují souřadnice návrhových bodů, angl. *Design Point* (dále jen zkratkou *DP*). Množina těchto návrhových bodů pak tvoří návrh experimentu, angl. *Design of Experiment* (dále jen *DoE*).

Pro účely CA by se měly volit pouze takové vstupní veličiny, u kterých předpokládáme či chceme zjistit jejich významný vliv na odezvu systému. Každý přidaný vstupní parametr významně zvyšuje počet simulací, nutných k popisu odezvy systému. Stejně tak bychom měli volit pouze vstupní parametry na sobě nezávislé.



Vstupní parametry jsou v praxi často popisovány spojitou veličinou. Pro účely numerické simulace je nutné nejdříve zvolit interval, na kterém provádíme CA, v našem případě např. úhlová poloha $X1$ od 0° do 1° a poloha $X2$ rovněž od 0° do 1° . Zvolené intervaly vstupních veličin tvoří návrhový prostor, viz Obr. 48.

Obr. 48: Návrhový prostor

Návrhový prostor je n -dimenzionální, kde n je počet vstupních veličin.

Pro účely numerické simulace, která pracuje s diskrétními hodnotami veličin, je nutné dané intervaly, a tím i návrhový prostor, co nejvhodněji diskretizovat. Diskretizace, neboli volba počtu a hodnot DP , závisí na několika zásadních faktorech:

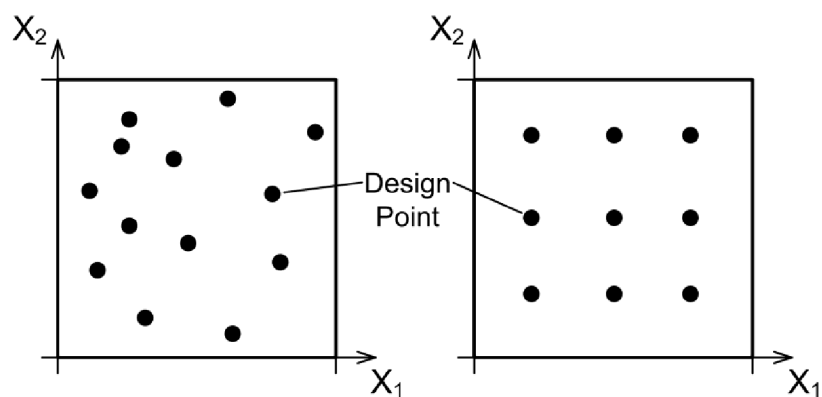
- 1) Celkový počet možných simulací (časová náročnost výpočtu, výpočetní síla).
- 2) Zvolená přesnost a míra nejistoty CA.
- 3) Účel CA (zkoumání, ověřování, optimalizace, apod.).
- 4) Oblast zájmu CA (hranice intervalu vstupní veličiny, střed intervalu, apod.).

Bude-li k dispozici například velká výpočetní síla a samotný výpočet simulace bude trvat v řádu sekund, je možné si zvolit velký počet DP , hustě rozprostřených na intervalu vstupní veličiny. V opačném případě je nutné pečlivě vybírat jednotlivé DP s důrazem na oblast zájmu a přípustnou míru nepřesnosti a nejistoty.

Problematikou volby DP se zabývá návrh experimentu, který na DP klade určité nároky, zmíněné v [69]. Pro účely této práce je stěžejní nárok na rozprostření návrhu. DP by měly být rozprostřené po celém návrhovém prostoru tak, aby zaplňovaly celý prostor dle účelu CA a oblasti zájmu. To znamená, že hustota DP v jednotlivých částech prostoru se může lišit.

Obecně lze říci, že zvolené DP by měly ve výsledku poskytnout co nejvíce informací o chování systému. Vzhledem k tomu, že chování systému není většinou předem známé, je toto kritérium obtížně dosažitelné.

DP můžeme do návrhového prostoru umisťovat dvěma způsoby – buď náhodně, např. metodou Monte Carlo, nebo řízeně dle předem stanovených vzorců, viz Obr. 49.



Obr. 49: DP navržené metodou Monte Carlo a dle vzorce pro veličiny X_1 a X_2 .

Pro účely této práce se více hodí volba dle určitého vzorce. V literatuře je možné najít mnoho různých druhů vzorců rozmístění *DP* a mnoho optimalizačních kritérií pro jejich rozmístění [70,71]. Abychom zvolili vhodný návrh experimentu, je nutné předem definovat konkrétní podmínky a nároky, které má návrh experimentu splňovat.

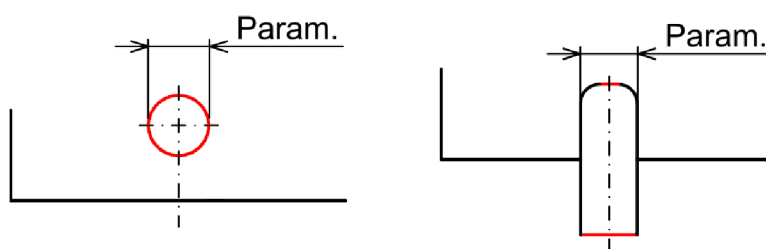
Výběr a aplikace zvolených návrhů experimentu je detailně popsána v kap. 11 a 12 zabývajících se citlivostními analýzami počtu, tvaru a umístění svorek a háčků.

11 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA POČTU A ROZMĚRŮ SVOREK A HÁČKŮ

Předmětem této citlivostní analýzy bude vliv počtu a rozměrů svorek a háčků na výsledné R^2 . Citlivostní analýza má tedy tři vstupní parametry:

- 1) Kvalitativní parametr „uchycení“, nabývající nominální hodnoty „svorky“ a „háčky“.
- 2) Kvantitativní parametr „rozměr“ definovaný intervalem s minimálními a maximálními hodnotami daných zvolenou šířkou svorky a průměrem háčků.
- 3) Kvantitativní parametr „počet“ definovaný intervalem minimálních a maximálních hodnot dle zvoleného počtu svorek a háčků.

Parametr „rozměr“ je znázorněn jako „Param.“ na Obr. 50. Vzdálenost středu háčků a čela svorky od hrany vzorku se nemění, viz Obr. 12 a Obr. 14.



Obr. 50: Rozměr, který bude v rámci citlivostní analýzy rozměrů svorek a háčků parametrizován: u háčků průměr, u svorek šířka. Červeně zvýrazněna geometrie, která se bude měnit.

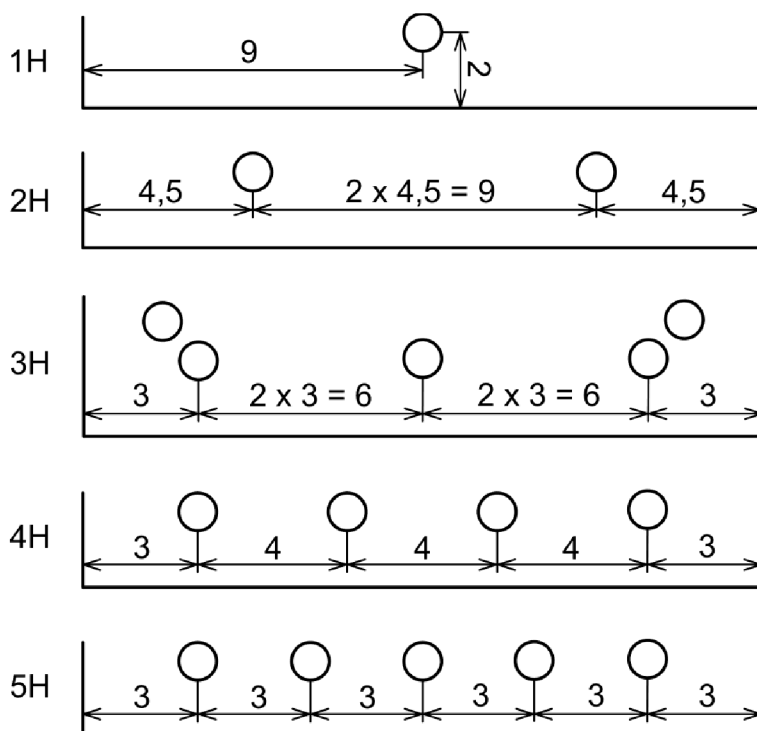
Maximální počet svorek a háčků aplikovaných na vzorek je dán jejich rozměrem a velikostí vzorku. Minimálním počtem je jedna svorka nebo jeden háček na hranu vzorku.

11.1 Volba rozměrů a počtu háčků

Maximální a minimální hodnota průměru háčku byla zvolena na základě zkušenosti autora jako 1,0 mm a 0,2 mm. Tento interval byl diskretizován po kroku 0,1 mm.

Z hodnoty maximálního průměru háčku, jeho umístění a rozměru vzorku za předpokladu rovnoměrného rozložení háčků po hraně vzorku vyplývá, že je možné použít maximálně tři háčky, jinak by došlo ke kolizi krajních háčků, viz Obr. 51.

Vzhledem k počtům háčků uvedených v Tab. 1 v kap. 4.1 je žádoucí zvýšit počet háčků na více než tři. Polohu krajních háčků měnit nelze, jelikož by došlo k jejich kolizi s krajními háčky z přilehlých stran. Je tudíž možné přidávat háčky pouze doprostřed mezi krajní háčky. Tímto porušíme předpoklad rovnoměrného rozložení háčků po hraně vzorku, můžeme však předpokládat homogennější rozložení napětí ve středu vzorku díky přidaným háčkům a tím nezanedbatelný vliv na výsledné R^2 , které je předmětem zájmu. Výsledné polohy háčků v závislosti na jejich počtu jsou znázorněny na Obr. 51. Zobrazený háček má maximální průměr, tedy 1 mm. Rozměr a poloha háčků je v měřítku k šířce vzorku.



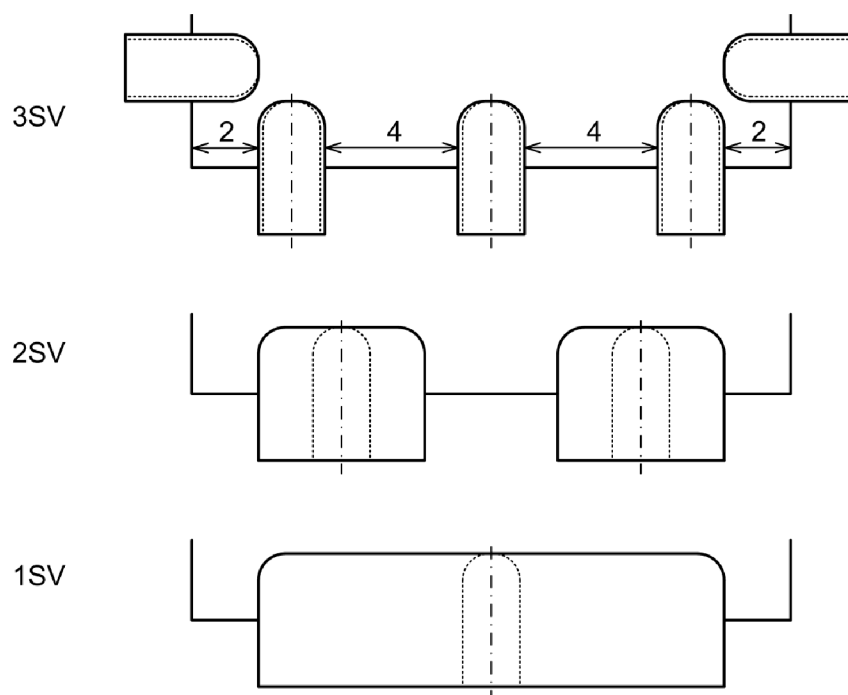
Obr. 51: Rozložení jednoho až pěti háčků na dolní hraně vzorku. U třech háčků jsou znázorněny i krajní háčky přilehlých stran.

Zvolili jsme tedy háčky o průměru 0,2 mm až 1,0 mm v počtu jednoho až pěti kusů.

11.2 Volba rozměrů a počtu svorek

Počet svorek se rovněž odvíjí z informací získaných z analýzy problémové situace v kap. 4.1. V analýzách uvedených v Tab. 1 byla použita jedna široká svorka, v [12] po přepočtu na 18 mm délku hrany dvě tenčí svorky. V žádném z prostudovaných zdrojů nebylo uvedeno použití či analýza více jako dvou svorek na hranu, bude proto předmětem zájmu této citlivostní analýzy zjistit jejich možné výhody a nedostatky.

Za podmínky zachování tvaru svorky, viz Obr. 50, je nejmenší možnou šířkou 1,7 mm (dva 0,8 mm radiusy a minimální délka horní hrany 0,1 mm). Při nejmenší šířce svorky 1,7 mm je možné za podmínky zachování rovnoměrného rozložení umístit na hranu vzorku pouze tři svorky, aniž by došlo ke kolizi s přilehlými svorkami z bočních hran. Maximální šířka těchto tří svorek byla zvolena 2 mm, jelikož se jedná o výchozí šířku svorek, používaných na zkušebním stroji Camea na ÚMTMB FSI VUT v Brně. Maximální šířka dvou a jedné svorky je koncipována tak, aby mezera mezi přiléhajícími krajními (rohovými) svorkami byla stejná, jako v případě třech svorek, viz Obr. 52. Přerušovanou čarou je naznačen minimální rozměr. Rozměr a poloha svorek je v měřítku k šířce vzorku.



Obr. 52: Umístění tří až jedné svorky na dolní hraně vzorku. U třech svorek jsou znázorněny i krajní svorky přilehlých stran.

Maximální šířka jedné svorky činí 14 mm a dvou svorek 5 mm. Přehled minimálních a maximálních rozměrů svorek je uveden v Tab. 8.

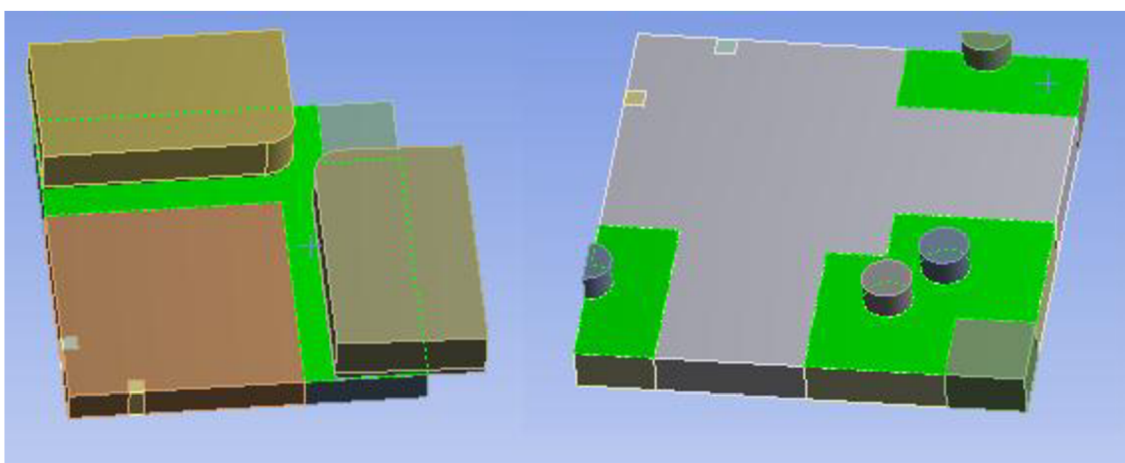
	Kusů	Šířka [mm]
Svorky	1	1,7 - 14
	2	1,7 - 5
	3	1,7 - 2

Tab. 8: Přehled minimální a maximální šířky jedné až tří svorek.

Jednotlivé intervaly šířek jsou stejně jako průměry háčků rozděleny po kroku 0,1 mm. Různé šířky a počty svorek vyžadují změnu původního výpočtového modelu. Tyto změny jsou popsány v následující kapitole.

11.3 Změny ve výpočtovém modelu

Vzhledem k tomu, že ve vytvořeném výpočtovém modelu pracujeme pouze se dvěma svorkami a háčky jedné velikosti, je nutné výchozí výpočtový model pro použití na tuto citlivostní analýzu pozměnit. Jedná se především o změnu v rozdělení vzorku na podoblasti, viz kap. 7.4.3, jelikož budeme potřebovat různé velikosti a počet jemně mapovaných oblastí vzorku. Změna je zobrazena na příkladu užití jedné široké svorky a třech nejširších háčků na Obr. 53.

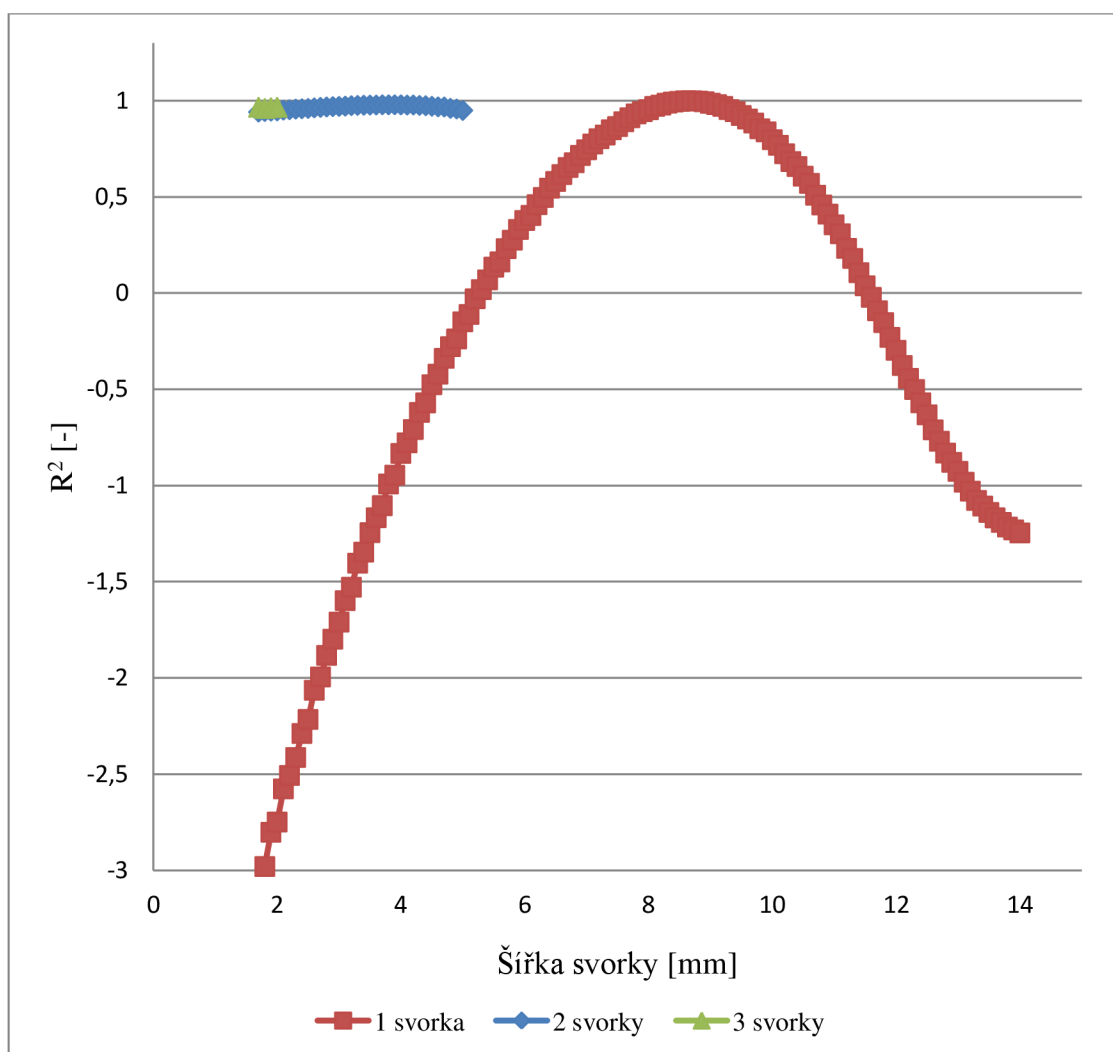


Obr. 53: Zeleně zvýrazněné části geometrie na osmině vzorku, které se změnily v rámci citlivostní analýzy počtů a tvaru svorek a háčků. Jedna široká svorka (vlevo) a tři háčky o maximálním průměru (vpravo).

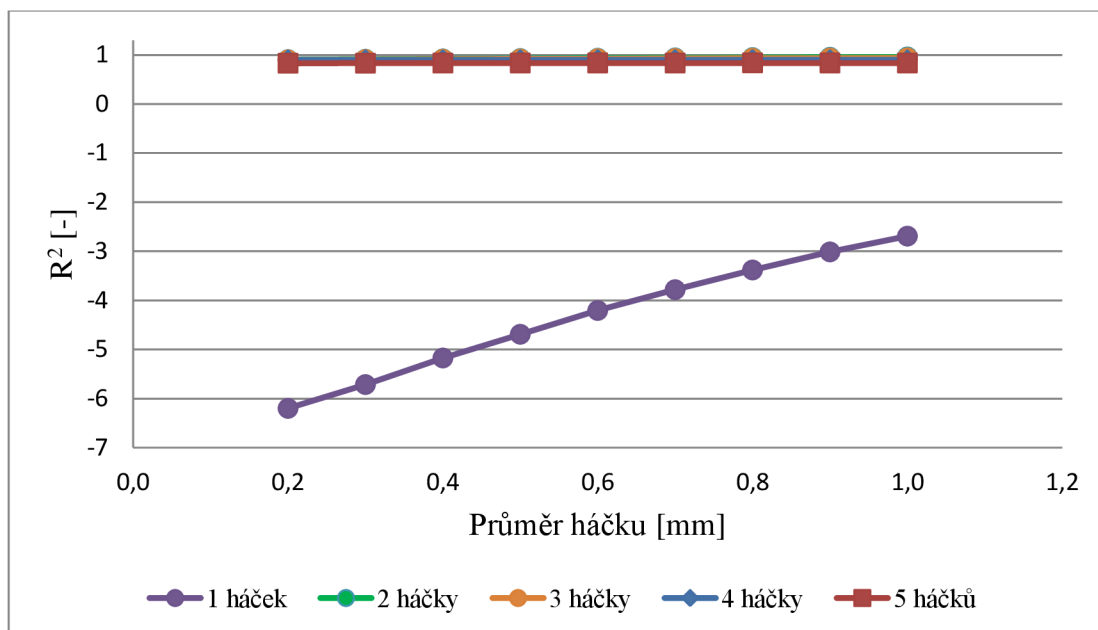
Druhou změnou je rozložení silového zatížení na různý počet svorek a háčků. Celková síla, aplikovaná na uchycení na jedné hraně vzorku, musí mít hodnotu 24 N, což je součet sil aplikovaných na dvě svorky ve výchozím výpočtovém modelu.

11.4 Výsledky CA počtu a rozměrů svorek a háčků

Výsledné R^2 v závislosti na rozměru svorek či háčků je znázorněno v grafech pro jednotlivé počty svorek či háčků, viz Obr. 54 pro svorky a Obr. 55 pro háčky.

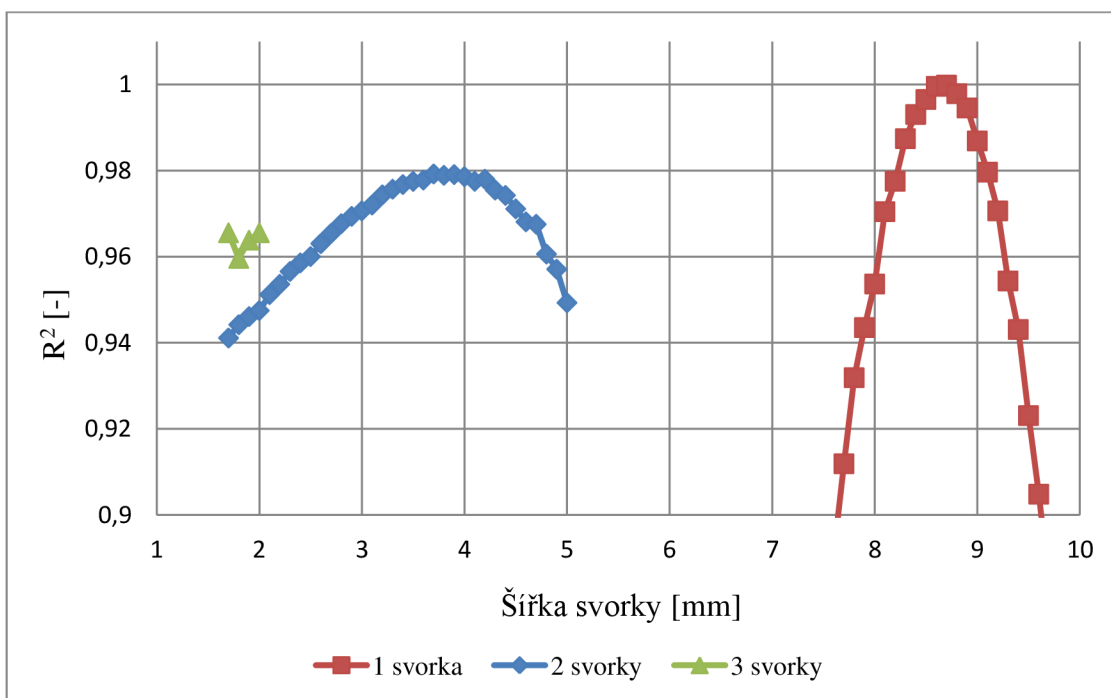


Obr. 54: Graf závislosti R^2 na šířce svorek.
Jednotlivé křivky znázorňují různý počet svorek od jedné do tří.

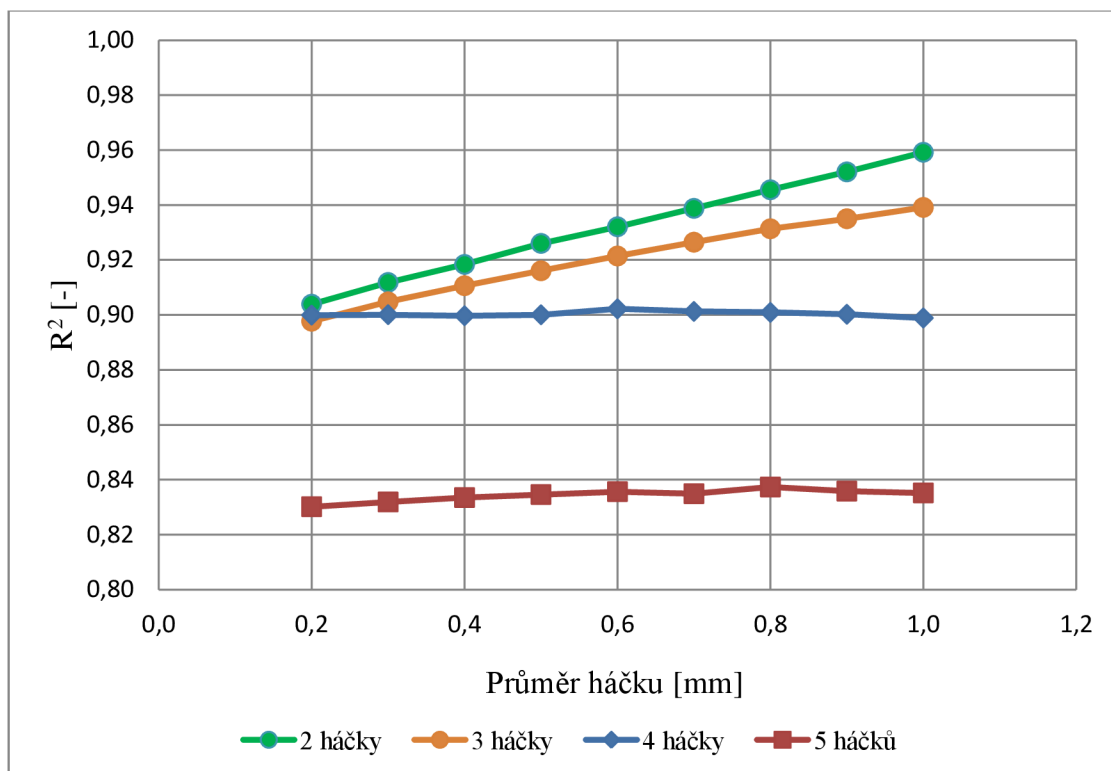


Obr. 55: Graf závislosti R^2 na průměru háčků. Jednotlivé křivky znázorňují různý počet háčků od jednoho do pěti.

Z grafů je zřejmé, že R^2 pro jednu svorku a jeden háček silně závisí na jejich rozměru. Křivky pro ostatní počty svorek či háčků jsou vzhledem k rozsahu osy R^2 špatně rozeznatelné, proto jsou znázorněny v detailu na Obr. 56 a Obr. 57.



Obr. 56: Detail grafu závislosti R^2 na šířce svorek. Jednotlivé křivky znázorňují různý počet svorek od jedné do tří.



Obr. 57: Detail grafu závislosti R^2 na průměru háčků. Jednotlivé křivky znázorňují různý počet háčků od dvou do pěti.

V Tab. 9 jsou minimální a maximální R^2 pro celý rozsah možného uchycení vzorku. Rozdíl pak udává rozsah mezi maximálním a minimálním R^2 , čímž charakterizujeme možnou změnu R^2 v závislosti na zvolené velikosti rozměru háčků nebo svorek v rozmezí definovaných minimálních a maximálních rozměrů háčků a svorek.

		R2 [-]		
		Min.	Max.	Rozdíl
Háčky [ks]	1	-6,201	-2,692	3,509
	2	0,904	0,959	0,055
	3	0,898	0,939	0,041
	4	0,899	0,902	0,003
	5	0,830	0,837	0,007
Svorky [ks]	1	-3,049	1,000	4,049
	2	0,941	0,979	0,038
	3	0,960	0,966	0,006

Tab. 9: Přehled největších a nejmenších R^2 pro různý počet svorek a háčků. Rozdíl minimálního a maximálního R^2 charakterizuje možnou změnu R^2 v závislosti na zvolené velikosti rozměru háčků nebo svorek v rozmezí definovaných minimálních a maximálních rozměrů svorek a háčků.

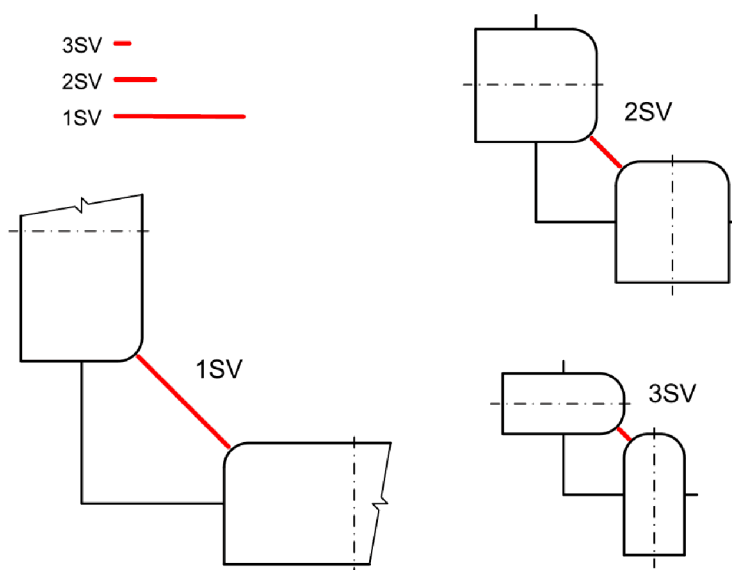
Na základě předchozích grafů a tabulky vyhodnotíme závislosti mezi počtem a rozměrem svorek a háčků na R^2 . Zvolené minimální akceptovatelné R^2 , při kterém považujeme uchycení vzorku za vyhovující, má hodnotu 0,9.

11.4.1 Vyhodnocení – svorky

V případě jedné svorky závisí R^2 výrazně na zvolené šířce svorky. Vyhovující šířka, tzn. s $R^2 > 0,9$ se nachází pouze v rozmezí 7,7 mm až 9,6 mm. Na rozdíl od jedné svorky se rozmezí šířky dvou a tří svorek nachází celé nad hranicí R^2 0,9 a jeho minimální a maximální hodnota se liší pouze o 0,038 a 0,006.

Křivka dvou i tří svorek vykazuje podobné chování, kdy existuje určitá optimální šířka svorky, při které je R^2 maximální. Zúžení či rozšíření svorky by R^2 zhoršilo. Optimální šířka pro jednu svorku je 8,7 mm, pro dvě svorky 3,7 mm. V případě třech svorek máme k dispozici pouze 4 možné šířky svorky, které mají všechny prakticky stejné R^2 , tudíž není možné vybrat optimální šířku.

Z pohledu R^2 lze použít jednu, dvě i tři svorky. Mezi rohovými svorkami v případě tří svorek vznikají větší napětí než v případě dvou a jedné svorky, použijeme-li optimální šířky svorek, viz Obr. 58.



Obr. 58: Zobrazení rohových svorek pro počet jedné až tří svorek na hranu za použití optimálních šířek. Červeně vyznačena vzdálenost mezi svorkami. Čím kratší vzdálenost mezi svorkami, tím větší napětí v dané oblasti a větší riziko natržení vzorku.

Vzhledem k velmi malé vzdálenosti mezi rohovými svorkami volíme buď jednu, nebo dvě svorky, u kterých je tato vzdálenost větší.

Výhodou dvou svorek oproti jedné svorce je jejich větší variabilita v rozmezí přípustné šířky: jedna svorka má rozmězi 7,7 až 9,6 mm, dvě svorky 1,7 až 5 mm. Toto rozmezí platí pro zvolenou velikost vzorku a další zvolené rozměry svorky, jako např. radiusy.

Předpokládejme, že jiné geometrické rozměry než šířka svorky a velikost vzorku mají na R^2 zanedbatelný vliv. Bude-li vzorek např. o 50 % větší, pak při použití svorky o 50 % širší bychom měli dostat stejné výsledky. Všechny objekty jednoduše zvětšíme, což by nemělo mít na R^2 vliv. Nemáme-li vhodně široké svorky, je nutné zjistit, zda svorky s jiným poměrem šířky svorky k délce hrany vzorku stále vyhovují kritériu $R^2 > 0,9$. Tento údaj zjistíme z grafu na Obr. 56. Přípustné rozmezí poměru šířky svorky k délce hrany vzorku přímo odpovídá rozmezí přípustné šířky svorky. Jelikož mají dvě svorky větší rozmezí než jedna svorka, jsou univerzálnější a proto výhodnější. Z tohoto důvodu za uvedených předpokladů jsou preferovány dvě svorky místo jedné.

Z vyhodnocení počtu a rozměrů svorek vyplývá, že nejvýhodnější je použití dvou svorek, ideálně 3,7 mm širokých.

11.4.2 Vyhodnocení – háčky

Křivky pro jeden až tři háčky vykazují trend, kdy R^2 lineárně roste se zvětšujícím se průměrem. U vyššího počtu háčků zůstává R^2 prakticky konstantní. Vliv počtu háčků tak převáží vliv jejich velikosti. Využití tohoto faktu je možné nalézt v libovolné volbě průměru háčků při zachování konstantního R^2 . Tato výhoda platí pouze tehdy, je-li hodnota tohoto R^2 nad akceptovatelnou hranicí.

Při uchycení vzorku jedním háčkem je R^2 hluboko pod akceptovatelnou hranicí, proto je vhodné použít více háčků. Pět háčků v celém rozsahu velikosti průměrů vykazuje R^2 okolo 0,83, což je rovněž neakceptovatelné.

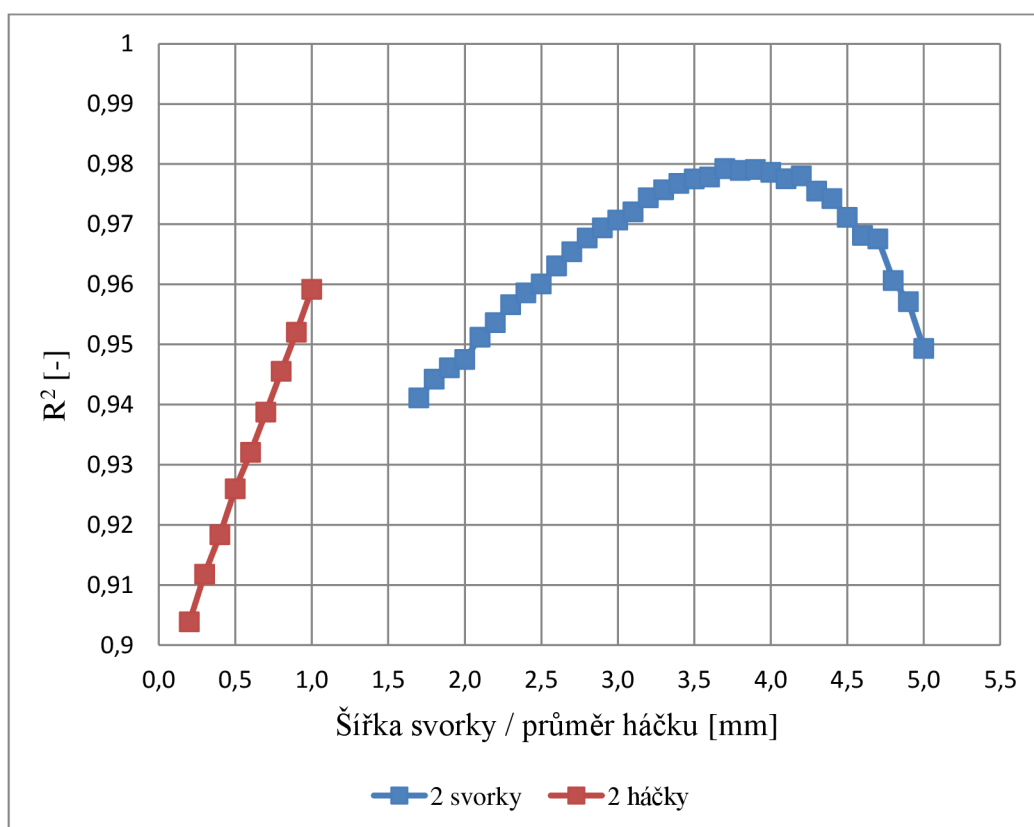
Přijatelný počet háčků jsou dva až čtyři. Čtyři háčky mají R^2 prakticky konstantní, a to na úrovni nejhorších R^2 dvou a třech háčků, proto preferujeme použití dvou nebo tří háčků.

Dva háčky mají pro celou škálu velikosti průměru lepší hodnotu R^2 s maximální hodnotou pro největší průměr 1 mm, a to 0,959.

Z vyhodnocení počtu a rozměrů háčků vyplývá, že nejvýhodnější je použití dvou háčků, ideálně s průměrem 1 mm.

11.4.3 Vyhodnocení svorky vs. háčky

Z vyhodnocení svorek a vyhodnocení háčků jsme získali preferované varianty – dvě svorky a dva háčky. Tyto varianty porovnáme, viz Obr. 59.



Obr. 59: Graf závislosti R^2 na šířce dvou svorek a průměru dvou háčků.

Z grafu na Obr. 59 a Tab. 9 lze vyčíst, že maximální R^2 svorek je o 0,02 vyšší než háčků. Minimální R^2 svorek je o 0,04 vyšší než háčků. Svorky šířky 2,5 mm až 4,8 mm

vykazují vyšší R^2 než nejlepší z průměrů háčků. Z těchto důvodů je nejvýhodnějším uchycením varianta dvou svorek, ideálně 3,7 mm širokých.

11.5 Závěr citlivostní analýzy

Všechna uchycení, která splňují zvolené kritérium $R^2 > 0,9$, jsou znázorněna v Tab. 10 společně s rozsahem vyhovujících a optimálních rozměrů.

		Průměr/Šířka [mm]		
		Min.	Max.	Optimální
Háčky [ks]	2	0,2	1	1
	3	0,2	1	1
	4	0,2	1	1
Svorky [ks]	1	7,7	9,6	8,7
	2	1,7	5	3,7
	3	1,7	2	1,7 až 2

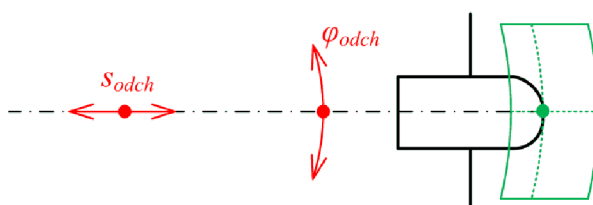
Tab. 10: Uchycení s minimálními a maximálními rozměry, která splňují kritérium $R^2 > 0,9$.

Nejlepší kombinací pro uchycení vzorku jsou dvě svorky, a to optimálně 3,7 mm široké. Z háčků jsou nejlepší kombinací dva háčky o průměru 1 mm. Ačkoliv háčky vyhovují kritériu, dosahují nižších hodnot R^2 než svorky.

12 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA UMÍSTĚNÍ SVOREK

Citlivostní analýza umístění svorek nebo háčků se zabývá problémem, který při skutečném experimentu vždy nastane a může mít nezanedbatelné důsledky na naměřená data. Jedná se o umístění svorek nebo háčků experimentátorem, který sice na vzorku má vyznačené ideální polohy pro uchycení, ale z rozličných důvodů se od ideální polohy odchýlí.

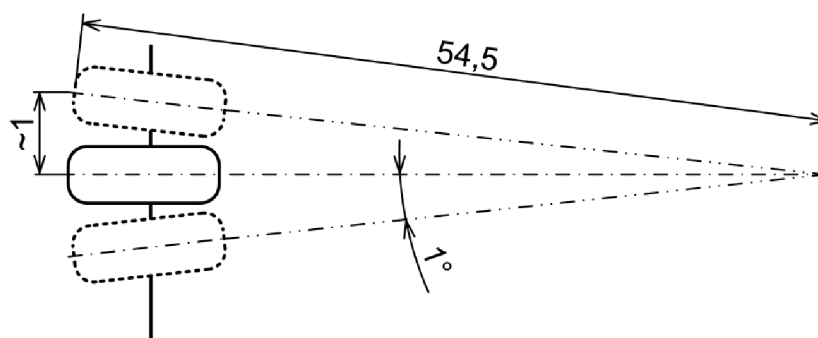
Odchyly od výchozí polohy lze znázornit na Obr. 60. Červené šipky představují směr možných vychylek, zeleně je označen prostor, kde všude se může vychýlená svorka (její čelo) nacházet díky kombinaci obou odchylek. Úhlová odchylka je definována úhlem φ_{odch} , odchylka daná translačním pohybem pak S_{odch} .



Obr. 60: Možné směry odchylek od výchozí polohy svorky (červeně).
Zeleně označena oblast možného výskytu čela svorky.

Kvůli nedostatečné výpočetní síle a časovému omezení termínem odevzdání práce je v této diplomové práci provedena citlivostní analýza pouze úhlové odchylky na R^2 . CA translační odchylky a CA odchylky vzniklé kombinací úhlové a translační odchylky bude dodatečně zpracována v rámci další vědeckovýzkumné činnosti. Z tohoto důvodu bude v následujícím textu pojem „úhlová odchylka“ zkrácen jen na „odchylka“.

Možnou polohu svorky jsme zvolili na základě zkušeností z experimentů, viz např. Obr. 3. Maximální odchylka čela svorky od výchozí (ideální) pozice byla zvolena 1° na každou stranu. Při vzdálenosti čela svorky od rotačního kloubu 54,5 mm to odpovídá cca 1 mm na každou stranu, viz Obr. 61. Odchylka tak může nabývat hodnot -1° až $+1^\circ$, čímž jsme definovali interval vstupního parametru citlivostní analýzy.



Obr. 61: Schematicky znázorněná maximální úhlová odchylka od ideálního umístění svorky. 1° přibližně odpovídá 1 mm.

Každá z osmi svorek může zaujmout různou odchylku nezávisle na ostatních. Zavedeme proto odchylky $\varphi_{odch,1}$ až $\varphi_{odch,8}$, definující odchylku svorky 1 až 8. Celkem tím získáme osm vstupních parametrů pro citlivostní analýzu. Volba správného návrhu experimentu, podle kterého provedeme citlivostní analýzu, je rozebrána v následující kapitole.

12.1 Volba návrhu experimentu, výběr a redukce DP

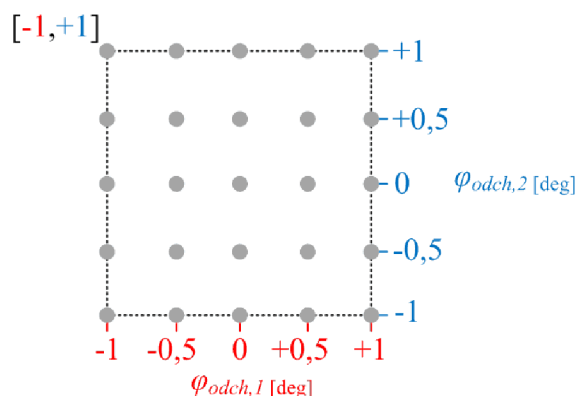
Zvolený návrh experimentu musí splňovat následující kritéria:

- Kvůli komplexnímu popisu systému musí množina DP zaplňovat rovnoměrně celý návrhový prostor.
- Předpokládáme, že s větší odchylkou od střední (ideální) hodnoty se zmenšuje shoda s ideálním stavem (modelem materiálu). Oblastí zájmu jsou proto hraniční hodnoty intervalů vstupních parametrů.
- Jelikož se jedná o spojité veličiny se širokým intervalem hodnot, je potřeba tento interval rozdělit na více částí tak, abychom návrhem zachytili jejich plynulou změnu.
- Jednotlivé vstupní parametry se liší pouze přiřazenou svorkou. Veličina a její rozsah je stejný. Vstupní parametry by měly kvůli dobré interpretovatelnosti a praktickému použití nabývat stejných hodnot.
- Celkový počet DP na jednu analýzu se může pohybovat nejvýše v řádu několika málo stovek.

Vzhledem k tomu, že by parametry měly nabývat stejných hodnot, zúžíme výběr DoE na ty, které jsou vytvářeny podle určitého vzorce a nikoliv náhodně, jako např. metoda Monte Carlo.

Parametry by měly nabývat více hodnot než jen minimální a maximální. Zajímají nás kombinace i s nulovou hodnotou odchylky, která představuje správně umístěné svorky. V takovém případě se z pozice experimentátora můžeme ptát, kolik svorek musí být umístěno správně, aby byl vliv špatně umístěných svorek eliminován pod předem stanovenou hodnotu R^2 . Ze stejného důvodu a dále i z důvodu zachycení plynulé změny velikosti odchylky je vhodné interval $-1^\circ; 0^\circ; +1^\circ$ rozdělit. Nejmenším dělením (na poloviny) se dostáváme k intervalu $-1^\circ; -0,5^\circ; 0^\circ; +0,5^\circ; +1^\circ$. Vzhledem k omezeným výpočtovým možnostem je pět hodnot maximum, které může parametr nabývat.

Pro představu je na dvou parametrech, $\varphi_{odch,1}$ a $\varphi_{odch,2}$, zobrazen návrhový prostor, viz Obr. 62



Obr. 62: Návrhový prostor pro dva vstupní parametry $\varphi_{odch,1}$ a $\varphi_{odch,2}$ v rámci citlivostní analýzy polohy svorek. Čárkovaná čára vymezuje návrhový prostor a protíná hraniční prvky.

Pro komplexní popis systému je nejlepší, pokud to prostředky a čas dovolí, vyzkoušet všechny kombinace hodnot parametrů, tedy použít tzv. *Full Factorial Design*. V případě uvedených dvou parametrů, nabývajících každý pěti hodnot, to znamená provést n_2 výpočtů (54).

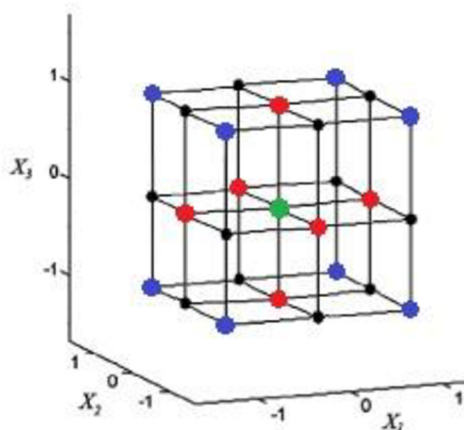
$$n_2 = (\text{počet hodnot})^{\text{počet parametrů}} = 5^2 = 25 \quad (54)$$

Výpočet jednoho DP , tedy jedné kombinace parametrů, trvá na autorem použitým počítači přibližně 60 minut. Celkový výpočtový čas by byl proto přibližně jeden den, což je přijatelné. V případě osmi svorek, tzn. osmi vstupních parametrů, by n_8 nabývalo výrazně vyšších hodnot a celkový výpočetní čas by byl příliš velký, viz (55)

$$n_8 = (\text{počet hodnot})^{\text{počet parametrů}} = 5^8 = 390\,625 \quad (55)$$

Je proto nutností z návrhového prostoru vybrat pouze některé DP dle určeného systému, který bude respektovat výše uvedená kritéria.

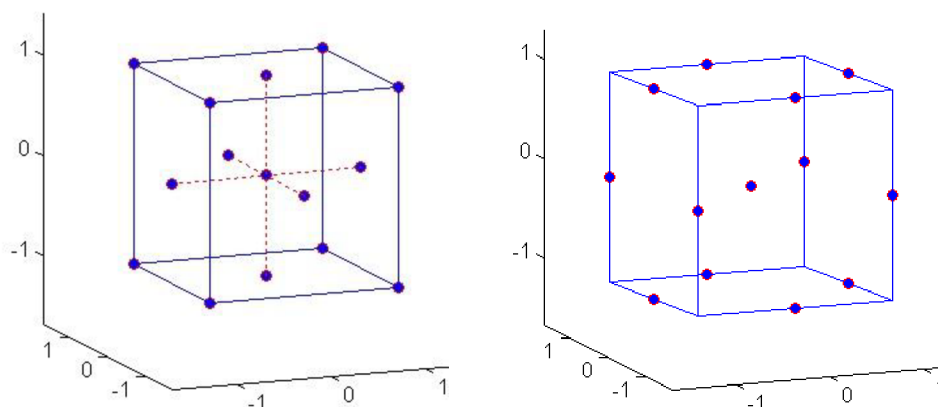
Zvolený systém výběru DP se skládá ze dvou DoE . První je *Box-Wilson Central Composite Design – Face Centered* a druhá je *Box-Behnken Design*. Oba návrhy experimentu budou vysvětleny na příkladu třech parametrů X_1 až X_3 nabývajících třech hodnot -1 ; 0 ; $+1$. Návrhový prostor bude mít tvar krychle, viz Obr. 63. Prvek se souřadnicí $[0; 0; 0]$ je středový prvek (označen zeleně), prvky s jednou nenulovou souřadnicí jsou osové prvky (červeně) a prvky se souřadnicí složenou pouze z nenulových hodnot jsou rohové prvky (modře). Černě označené prvky reprezentují středy hran – souřadnice má dva nenulové prvky.



Obr. 63: Návrhový prostor pro parametry X_1 až X_3 nabývajících hodnot -1 ; 0 ; $+1$.
Modře rohové prvky, červeně osové prvky, zeleně středový prvek.
Černě prvky reprezentující středy hran. Převzato a upraveno z [72].

Box-Wilson Central Composite Design – Face Centered

Zkráceně *Central Composite Design* typu *Face Centered* (*CCD-FC*) vybírá rohové a osové prvky návrhového prostoru s přidáním středového prvku, viz Obr. 64 (vlevo).



Obr. 64: *Central Composite Design* typu *Face Centered* – osové a rohové prvky společně se středovým prvkem (vlevo). *Box-Behnken Design* – prvky uprostřed hran (vpravo). Převzato a upraveno z [73].

Box-Behnken Design

Zkráceně *B-BD* vybírá prvky umístěné uprostřed hran krychle návrhového prostoru, viz Obr. 64. Výhodou tohoto *DoE* je rovnoměrná kombinace nulových a nenulových prvků oproti předchozímu *CCD-FC*. Tato výhoda se plně projeví až při použití více parametrů.

Příklad aplikace *CCD-FC* a *B-BD* na parametrech $\varphi_{odch,1}$ až $\varphi_{odch,3}$

Vzhledem k tomu, že počet parametrů definuje rozměr návrhového prostoru, jsou více jak tři parametry obtížně znázornitelné. Aplikace kombinace jmenovaných *DoE* bude proto ukázána na prvních třech parametrech.

Návrhový prostor má rozměr krychle o velikosti $5 \times 5 \times 5$ *DP*. Tento prostor lze rozdělit na vnější a vnitřní krychli se stejným středovým *DP*. Vnější krychle je složena z *DP* se souřadnicemi obsahující hodnoty -1° ; 0° ; $+1^\circ$. Vnitřní krychle je složena z *DP* se souřadnicemi obsahující hodnoty $-0,5^\circ$; 0° ; $+0,5^\circ$. Díky tomuto rozložení, kdy každá z krychlí obsahuje pouze tři hodnoty, jsme schopni jednoduše aplikovat výše uvedené *DoE*.

Na vnější krychli, obsahující hraniční prvky, aplikujeme *CCD-FC*. Tímto bychom měli získat R^2 v závislosti na kombinacích, u kterých předpovídáme jeho nejmenší hodnotu. Dále na tuto krychli aplikujeme *B-BD*, kterým bychom měli zjistit vliv počtu velmi špatně umístěných svorek, tzn. s maximální odchylkou, na R^2 .

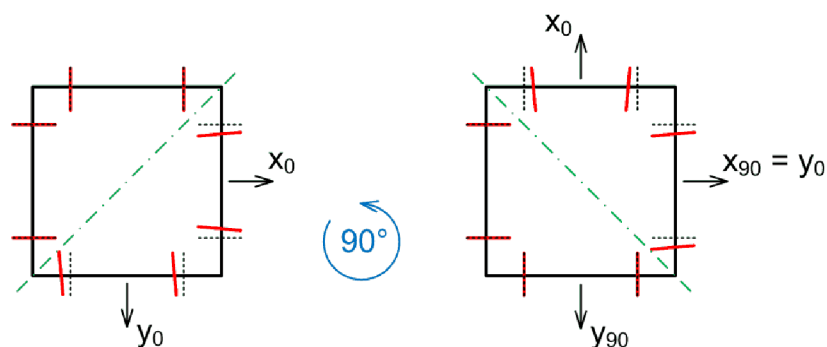
Na vnitřní krychli aplikujeme *B-BD*, kterým chceme zjistit vliv počtu trochu špatně umístěných svorek, tzn. s poloviční odchylkou, na R^2 .

Závislostí, která ještě chybí pro komplexní popis chování systému, je vliv různě odchýlených svorek, tzn. s poloviční nebo maximální odchylkou na R^2 . Možné řešení spočívá v redukci možných odchylek všech parametrů z -1° ; $-0,5^\circ$; $+0,5^\circ$; $+1^\circ$ na $+0,5^\circ$; $+1^\circ$. Společně se středovým prvkem tím získáme *DP* nabývající nikoliv pěti, ale pouze třech hodnot, díky čemuž jsme schopni aplikovat *B-BD* pro parametry nabývající hodnoty 0° ; $+0,5^\circ$; $+1^\circ$. Středovým prvkem bude v tomto případě *DP* se souřadnicemi $[+0,5^\circ; +0,5^\circ; +0,5^\circ]$. Cílem tohoto návrhu bylo zachytit vývoj R^2 v závislosti na plynulé změně velikosti a počtu odchylek. Nevýhodou tohoto návrhu je omezení výběru pouze na jednu osminu z celkového návrhového prostoru.

V případě třech parametrů bylo celkově vybráno 55 různých *DP*. V případě všech osmi parametrů činí celkový vybraný počet 257 *DP*.

Redukce počtu DP na základě symetrické vlastnosti R^2

Počet vybraných *DP* lze ještě výrazně snížit díky symetrické vlastnosti koeficientu R^2 , který je počítán jako aritmetický průměr R^2 z protažení a smluvního napětí v ose x a y , viz (50). Lze proto zaměnit naměřená data pro osy x a y a nijak se to na R^2 neprojeví. Záměnu os lze docílit i záměnou nastavení odchylek svorek. Tento princip je znázorněn na Obr. 65, kde jsou znázorněny dvě kombinace poloh svorek, které mají stejné R^2 . Čárkovaně je znázorněna výchozí poloha, tlustou červenou čarou pak vychýlená poloha. Dva páry svorek jsou ve výchozí poloze. Záměnu nastavení svorek provedeme otočením souřadnicového systému o 90° . Zjednodušeně lze říct, že R^2 se nezmění, podíváme-li se na svorky z pohledu osy x nebo y .



Obr. 65: Různá nastavení svorek se stejným R^2 . Ekvivalence je založena na záměně os x a y , což je docíleno rotací o 90° .

Koeficient R^2 zůstane stále stejný, provedeme-li rotaci o dalších 90° a 180° , čímž vyjadřujeme záměnu výsledků z osy $+x$ ($+y$) za výsledky z osy $-x$ ($-y$). Jedná se o využití roviny symetrie naznačené v Obr. 65 zelenou čarou.

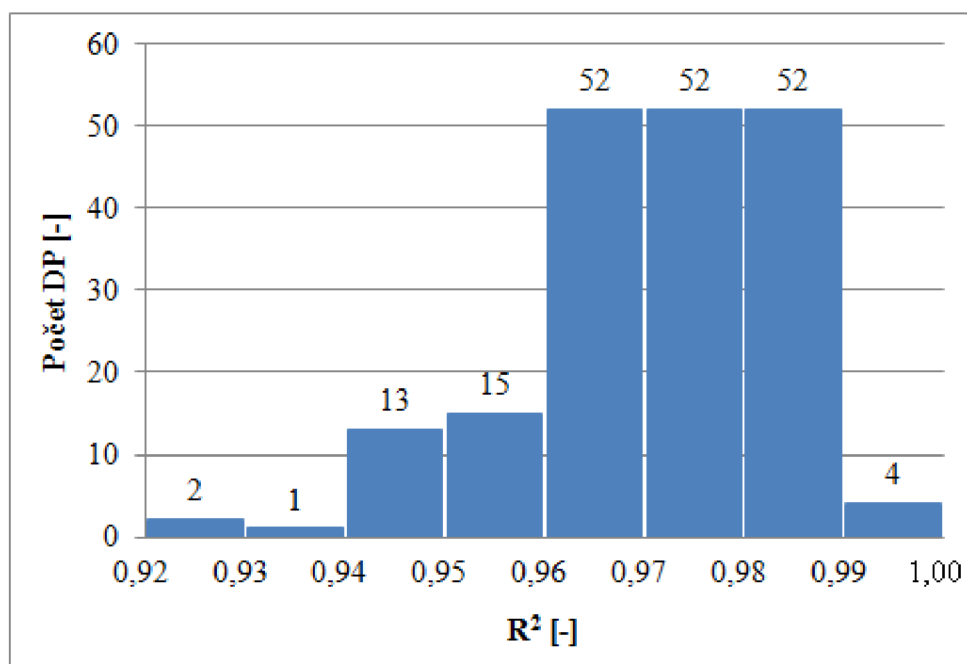
Výsledkem využití symetrie koeficientu R^2 je fakt, že vždy čtyři různá nastavení polohy svorek mají stejnou hodnotu R^2 . Jestliže se vyskytují mezi vybranými DP alespoň dvě ekvivalentní nastavení, je možné ponechat pouze jedno nastavení, ostatní smazat a počet DP tím zredukovat.

Redukcí jsme snížili počet DP z 257 na 153.

12.2 Výsledky CA polohy svorek

Přehled výsledných R^2 pro všechny DP je znázorněn pomocí sloupcového grafu na Obr. 66. Svorky s nulovými odchylkami od výchozí pozice mají R^2 0,967. Nejhorší DP má 0,925, nejlepší 0,988. Nejvíce DP má R^2 blízké ideálně umístěným svorkám.

Minimální akceptovatelné R^2 jsme zvolili 0,9. Z analýzy vyplývá, že všechna počítaná nastavení svorek tuto podmínku splňují. Experimentátor proto může umístit svorky v rámci zvolených odchylek a nezpůsobí tím významné nepřesnosti v naměřených datech.



Obr. 66: Sloupcový graf znázorňující výsledné R^2 pro všechny DP. Výška sloupce vyjadřuje počet DP v dané třídě R^2 , široké 0,01.

Z dat (viz příložené CD) vyplývá, že R^2 nezávisí přímo na počtu vychýlených svorek. Například DP s jedním z největších a nejmenších R^2 jsou složeny výhradně z maximálních odchylek, tzn. -1° nebo $+1^\circ$, viz Tab. 11.

	φ_{odch}								R^2
	SV 1	SV 2	SV 3	SV 4	SV 5	SV 6	SV 7	SV 8	
DP 94	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	0,925
DP 109	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	0,939
DP 92	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	0,984
DP 99	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	0,988

Tab. 11: Vybrané DP s velmi malými a velkými R^2 a příslušným nastavením svorek. Odchylky u všech svorek mají maximální hodnotu.

Z analýzy vyvozujeme, že hodnotu R^2 nelze predikovat na základě souhrnného popisu umístění všech svorek (např. „čím více jsou všechny vychýlené“, „pokud jsou všechny vychýlené na jednu stranu“, „je-li alespoň polovina svorek nevychýlená“, apod.), ale že jde o synergický efekt jednotlivých parametrů. Pro ilustraci je přiložena Tab. 12 pro vybrané DP, jejichž R^2 se liší nejvíce o 0,001. Zmíněné DP jsou složeny z celé škály počtu a různě velkých odchylek, přesto vykazují R^2 se zanedbatelně malou odchylkou.

	φ_{odch}								R^2
	SV 1	SV 2	SV 3	SV 4	SV 5	SV 6	SV 7	SV 8	
DP 96	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	0,956
DP 72	0	-0,5	0,5	0	0	-0,5	0	0	0,956
DP 13	0,5	0	1	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,957

Tab. 12: Vybrané DP s příslušným nastavením pozic svorek, jejichž R^2 se liší nejvíce o 0,001. Hodnoty odchylek svorek se liší jak počtem vychýlených svorek, tak i hodnotou jejich vychýlení.

12.3 Závěr CA polohy svorek

Úhlové odchylky svorek φ_{odch} v rozsahu -1° až $+1^\circ$ mění R^2 v rozmezí 0,925 až 0,988. Všechny DP proto splňují podmínku $R^2 > 0,9$. Experimentátor tak může umístit svorky v rámci zvolených odchylek a nezpůsobí tím významné nepřesnosti v naměřených datech.

Hodnotu R^2 nelze predikovat na základě souhrnného popisu umístění všech svorek (např. „čím více jsou všechny vychýlené“, „pokud jsou všechny vychýlené na jednu stranu“, „je-li alespoň polovina svorek nevychýlená“, apod.). Jedná se o synergický efekt jednotlivých parametrů.

13 ZÁVĚR

Na základě rešerše a výkresové dokumentace byly pomocí systémového přístupu vytvořeny výpočtové modely dvouosé tahové zkoušky, využívající různý počet, rozměry a umístění háčků nebo svorek.

Byla provedena citlivostní analýza počtu a rozměrů svorek a háčků. Při zvolené geometrii a míře shody experimentálních dat s modelovými daty je možné použít pro uchycení vzorku jednu až tři svorky ve vymezeném rozsahu šířky a dva až čtyři háčky v celém rozsahu průměrů. Optimální z těchto kombinací jsou dvě svorky, a to o šířce 3,7 mm.

Dále byla provedena citlivostní analýza umístění svorek, simulující lidskou chybu experimentátora, kdy nepřesně umístí svorky na vzorek. Výsledkem analýzy je skutečnost, že experimentátor významně neovlivní výsledky zkoušky, budou-li se odchylky pohybovat ve vymezeném rozsahu.

Návrh dalšího postupu

Pro pokračování v této problematice navrhuji následující rozšíření:

- Použít anizotropní model materiálu, který se svým chováním více blíží reálnému materiálu vzorku.
- Rozšířit citlivostní analýzu umístění svorek o odchylky v kolmém směru na již zpracované odchylky.
- V rámci porovnání uchycení pomocí svorek a háčků zpracovat citlivostní analýzu umístění háčků.

14 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY A ZDROJŮ

1. Janíček P. Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí. 1. ed. Brno: CERM; 2007.
2. Virues Delgadillo JO, Delorme S, Diraddo R, Hatzikiriakos SG, Thibault F. Mechanical characterization of arterial wall: Should cruciform or square sample be used in biaxial testing? *J Biomech Eng.* 2006;
3. Burša J, Zemánek M. Evaluation of biaxial tension tests of soft tissues. *Stud Health Technol Inform.* 2008 Jan;133:45–55.
4. Simón-Allué R, Cordero A, Peña E. Unraveling the effect of boundary conditions and strain monitoring on estimation of the constitutive parameters of elastic membranes by biaxial tests. *Mech Res Commun.* 2014 Feb;
5. Waldman SD, Sacks MS, Lee JM. Boundary conditions during biaxial testing of planar connective tissues Part II Fiber orientation. *J Mater Sci Lett.* 2002;1215–21.
6. Bellini C, Glass P, Sitti M, Di Martino ES. Biaxial mechanical modeling of the small intestine. *J Mech Behav Biomed Mater.* Elsevier Ltd; 2011 Nov;4(8):1727–40.
7. Waldman SD, Sacks MS, Lee JM. Imposed state of deformation determines local collagen fibre orientation but not apparent mechanical properties. *Biomed Sci Instrum.* 1999 Jan 1;35:51–6.
8. Sun W, Sacks MS, Scott MJ. Effects of Boundary Conditions on the Estimation of the Planar Biaxial Mechanical Properties of Soft Tissues. *J Biomech Eng.* American Society of Mechanical Engineers; 2005 Aug 1;127(4):709.
9. Zhao X, Berwick ZC, Krieger JF, Chen H, Chambers S, Kassab GS. Novel Design of Cruciform Specimens for Planar Biaxial Testing of Soft Materials. *Exp Mech.* 2013 Sep 26;54(3):343–56.
10. Hu JJ, Chen GW, Liu YC, Hsu SS. Influence of Specimen Geometry on the Estimation of the Planar Biaxial Mechanical Properties of Cruciform Specimens. *Exp Mech.* 2013 Dec 14;
11. Waldman SD, Lee JM. Effect of sample geometry on the apparent biaxial mechanical behaviour of planar connective tissues. *Biomaterials.* 2005 Dec;26(35):7504–13.
12. Zemánek M, Burša J, Děták M. Biaxial Tension Tests with Soft Tissues of Arterial Wall. *Engineering Mechanics.* Association for Engineering Mechanics; 2009.

13. Eilaghi A, Flanagan JG, Brodland GW, Ethier CR. Strain uniformity in biaxial specimens is highly sensitive to attachment details. *J Biomech Eng. American Society of Mechanical Engineers*; 2009 Sep 1;131(9):091003.
14. Kamenskiy A V., Pipinos II, Dzenis YA, Lomneth CS, Kazmi SAJ, Phillips NY, et al. Passive biaxial mechanical properties and in vivo axial pre-stretch of the diseased human femoropopliteal and tibial arteries. *Acta Biomater. Acta Materialia Inc.*; 2014 Mar;10(3):1301–13.
15. Lanir Y, Fung YC. Two-dimensional mechanical properties of rabbit skin—I. Experimental system. *J Biomech.* 1974;7:29–34.
16. Sommer G, Schriebl A, Zeindlinger G, Katzensteiner A, Ainödhofer H, Saxena A, et al. Multiaxial mechanical response and constitutive modeling of esophageal tissues: Impact on esophageal tissue engineering. *Acta Biomater.* 2013 Dec;9(12):9379–91.
17. Tong J, Cohnert T, Regitnig P, Holzapfel GA. Effects of age on the elastic properties of the intraluminal thrombus and the thrombus-covered wall in abdominal aortic aneurysms: biaxial extension behaviour and material modelling. *Eur J Vasc Endovasc Surg.* 2011 Aug;42(2):207–19.
18. Sacks MS. Biaxial mechanical evaluation of planar biological materials. *J Elast Phys Sci solids.* Springer; 2000;61(1):199–246.
19. Waldman SD, Lee JM. Boundary conditions during biaxial testing of planar connective tissues. Part 1: dynamic behavior. *J Mater Sci Mater Med.* 2002 Oct;13(10):933–8.
20. Jacobs NT, Cortes DH, Vresilovic EJ, Elliott DM. Biaxial tension of fibrous tissue: using finite element methods to address experimental challenges arising from boundary conditions and anisotropy. *J Biomech Eng. American Society of Mechanical Engineers*; 2013 Feb 1;135(2):021004.
21. Janíček P, Rosenberg J, Křen J. *Biomechanika*. 1. ed. Plzeň: Vydavatelství Západočeské univerzity, Fakulta aplikovaných věd; 1997.
22. Chomič D. Vliv mechanických vlastností cévních protéz na jejich klinické použití. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství; 2010. p. 43. Vedoucí bak. práce prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.
23. Holubář O. Analýza šíření tlakové vlny v aortě. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství; 2011. p. 73. Vedoucí dipl. práce prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.
24. Mucha P. Deformačně-napěťová analýza výdutí tepen. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství; 2008. p. 59. Vedoucí dipl. práce prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.

25. Polzer S. Deformačně napět'ová analýza aortálních aneuryzmat. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství; 2012. p. 161. Vedoucí dizertační práce prof. Ing. Jiří Burša. Ph.D.
26. Burša J. Biomechanika III [Internet]. Biomechanika III. [cited 2014 Mar 29]. Available from: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/cz/studium/studijni-materialy.html>
27. WikiSkripta [Internet]. [cited 2014 Mar 29]. Available from: <http://www.wikiskripta.eu/index.php/Home>
28. Biomechanika [Internet]. [cited 2014 Mar 29]. Available from: <http://biomech.ftvs.cuni.cz/pbpk/kompendum/biomechanika/index.php>
29. Gloeckner DC, Sacks MS, Fraser MO, Somogyi GT, de Groat WC, Chancellor MB. Passive biaxial mechanical properties of the rat bladder wall after spinal cord injury. *J Urol.* 2002 May;167(5):2247–52.
30. Szczesny SE, Peloquin JM, Cortes DH, Kadlowec JA, Soslowsky LJ, Elliott DM. Biaxial tensile testing and constitutive modeling of human supraspinatus tendon. *J Biomech Eng.* 2012 Mar;134(2):021004.
31. Vajner L, Uhlík J, Konrádová V. Lékařská histologie I: cytologie a obecná histologie. Karolinum; 2010.
32. National Institute of Health: National Cancer Institute [Internet]. 2014 [cited 2014 Apr 26]. Available from: <http://www.cancer.gov/dictionary?CdrID=45882>
33. Elišková M, Naňka O. Přehled anatomie. Karolinum; 2006.
34. Engel N. Abdominal Aortic Aneurysm and Low Back Pain. *Dyn Chiropr.* 1996;14(16).
35. Ganong WF. Review of Medical Physiology. 22nd ed. McGraw-Hill Medical; 2005.
36. Timaran C, Rosero E, Clagett P, Lo H, Peshock R. Abdominal Aortic Wall-Thickness by Magnetic Resonance Imaging and Cardiovascular Disease in a Multi-ethnic Population-Based Study. *Circulation.* 2006;114.
37. Cleveland Clinic Web, Aorta Illustration [Internet]. [cited 2012 Mar 25]. Available from: http://my.clevelandclinic.org/heart/disorders/aorta_marfan/aortaillust.aspx
38. Gombala T. WikiSkripta: Cévy - Srovnání struktury arterie a vény při stejné tloušťce [Internet]. 2010 [cited 2014 Apr 26]. Available from: http://www.wikiskripta.eu/index.php/Soubor:Arterie_vena.png
39. Fratzl P. Collagen: Structure and Mechanics. Boston, MA: Springer US; 2008.

40. Timmins LH, Wu Q, Yeh AT, Moore JE, Greenwald SE. Structural inhomogeneity and fiber orientation in the inner arterial media. *Am J Physiol Heart Circ Physiol*. 2010 May;298(5):H1537–45.
41. O'Connell MK, Murthy S, Phan S, Xu C, Buchanan J, Spilker R, et al. The three-dimensional micro- and nanostructure of the aortic medial lamellar unit measured using 3D confocal and electron microscopy imaging. *Matrix Biol*. 2008 Apr;27(3):171–81.
42. Alexander JJ. The pathobiology of aortic aneurysms. *J Surg Res*. Elsevier; 2004 Mar 1;117(1):163–75.
43. Řez aortou [Internet]. [cited 2014 Apr 26]. Available from: http://anatomy.kmu.edu.tw/BlockHis/Block3/slides/block4_20.html
44. WikiSkripta: Pojiva [Internet]. [cited 2014 Apr 26]. Available from: http://www.wikiskripta.eu/index.php/Pojivová_tkáň
45. WikiSkripta: Hladké svalstvo [Internet]. [cited 2014 Apr 26]. Available from: http://www.wikiskripta.eu/index.php/Hladké_svalstvo
46. Mortality results for randomised controlled trial of early elective surgery or ultrasonographic surveillance for small abdominal aortic aneurysms. The UK Small Aneurysm Trial Participants. *Lancet*. 1998 Nov 21;352(9141):1649–55.
47. Gundiah N, Ratcliffe MB, Pruitt LA. The biomechanics of arterial elastin. *J Mech Behav Biomed Mater*. Elsevier Ltd; 2009;2(3):288–96.
48. Fratzl P. Collagen: Structure and Mechanics. Fratzl P, editor. Boston, MA: Springer US; 2008.
49. Carlisle CR, Coulais C, Guthold M. The mechanical stress-strain properties of single electrospun collagen type I nanofibers. *Acta Biomater*. 2010 Aug;6(8):2997–3003.
50. Fung YC. Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues. Springer; 1993.
51. Fung YC. Elasticity of soft tissues in simple elongation. *Am J Physiol*. 1968;213(6):1532 – 44.
52. Valdez-Jasso D, Banks HT, Haider MA, Bia D, Zocalo Y, Armentano RL, et al. Viscoelastic Models for Passive Arterial Wall Dynamics. *Adv Appl Math Mech*. 2009;1(2):151–65.
53. Novák K. Analýza zbytkových napětí ve stěně tepny. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství; 2013. p. 95. Vedoucí dipl. práce prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.

54. Janíček P, Ondráček E, Vrbka J, Burša J. Pružnost a pevnost I. 3. ed. Brno: Akademické nakladatelství CERM; 2004.
55. Janíček P, Ondráček E, Vrbka J, Burša J. Mechanika těles : Pružnost a pevnost II. 4. ed. Brno: Akademické nakladatelství CERM; 2006.
56. Burša J, Petruška J. Studijní opory ÚMTMB: Nelineární úlohy mechaniky v MKP [Internet]. [cited 2014 Apr 4]. Available from: http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/index.php?option=com_content&task=view&id=46&Itemid=37
57. Carew TE, Vaishnav RN, Patel DJ. Compressibility of the Arterial Wall. *Circ Res.* 1968;23(1):61–8.
58. Handbook of materials behavior models. San Diego: CA: Academic Press; 2001.
59. Man V. Deformačně napěťová analýza aortálních výdutí. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství; 2012. p. 49. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.
60. Skácel P. Hyperfit. Brno; 2011.
61. Humphrey JD. Cardiovascular Solid Mechanics: Cells, Tissues, and Organs. New York: Springer-Verlag New York; 2002.
62. Wikipedia: Coefficient of determination [Internet]. [cited 2014 Apr 14]. Available from: http://en.wikipedia.org/wiki/Coefficient_of_determination
63. Wikipedia: Nash–Sutcliffe model efficiency coefficient [Internet]. [cited 2014 Apr 14]. Available from: http://en.wikipedia.org/wiki/Nash–Sutcliffe_model_efficiency_coefficient
64. Saltelli A, Ratto M, Andres T, Campolongo F, Cariboni J, Gatelli D, et al. Global Sensitivity Analysis: The Primer. 2008.
65. Hojer O, Bašta J, Hensen J. Citlivostní analýza jako nástroj pro verifikaci CFD modelu a optimalizaci konkrétního prvku. *Autom Constr.* 2006;141–6.
66. Pannell D. Sensitivity analysis of normative economic models: theoretical framework and practical strategies. *Agric Econ.* 1997 May;16(2):139–52.
67. Chan K, Scott EM, Saltelli A. Sensitivity analysis. 1. ed. New York: Wiley; 2000.
68. Homma T, Saltelli A. Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models. *Reliab Eng Syst Saf.* 1996;52.
69. Crombecq K, Laermans E, Dhaene T. Efficient space-filling and non-collapsing sequential design strategies for simulation-based modeling. *Eur J Oper Res.* Elsevier B.V.; 2011 Nov;214(3):683–96.

70. Pukelsheim F. Optimal Design of Experiments. 2006.
71. Box GEP, Lucas HL. Design Of Experiments In Non-Linear Situations. Biometrika. 1959 Jun 1;46(1-2):77–90.
72. Jambrak AR. Experimental Design and Optimization of Ultrasound Treatment of Food Products. J Food Process Technol. 2011;
73. MATLAB - Response Surface Designs [Internet]. [cited 2014 May 5]. Available from: <http://www.mathworks.com/help/stats/response-surface-designs.html>

15 SEZNAM PŘÍLOH

Na přiloženém CD se nacházejí následující hlavní složky a dokumenty:

- *diplomovaPraceSlazanskyMartin.pdf*
- [CA_HxS] Složka s citlivostní analýzou počtu a velikosti svorek a háčků.
- [CA_Uhel] Složka s citlivostní analýzou umístění svorek.
- [Vykresy] Složka s výkresy svorek a vahadel.
- *AnalyzaPonoreniVzorku.pdf*

Složky s citlivostními analýzami obsahují soubory programu ANSYS a Matlab společně se soubory s výsledky ve formátu *.xlsx.