

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI  
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

Fuzzy regulace hladiny toku řeky Moravy  
v Olomouci



**Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky**  
Vedoucí diplomové práce: **RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.**  
Vypracoval(a): **Bc. Eva Rozsivalová**  
Studijní program: N1103 Aplikovaná matematika  
Studijní obor Aplikace matematiky v ekonomii  
Forma studia: prezenční  
Rok odevzdání: 2020

## BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKACE

**Autor:** Bc. Eva Rozsivalová

**Název práce:** Fuzzy regulace hladiny toku řeky Moravy v Olomouci

**Typ práce:** Diplomová práce

**Pracoviště:** Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

**Vedoucí práce:** RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.

**Rok obhajoby práce:** 2021

**Abstrakt:** Cílem diplomové práce bylo popsat fuzzy regulaci a sestavit fuzzy regulátor na řízení hladiny toku řeky Moravy v Olomouci. V teoretické části jsou popsány základy fuzzy množin, jazyková proměnná, přibližná dedukce, fuzzy regulace a jednotlivé části fuzzy regulátoru. V praktické části je řešena regulace hladiny toku řeky Moravy v Olomouci, která je v současnosti prováděna zaměstnanci Povodí Moravy. Fuzzy regulátor je vytvořen v programu Fuzzy Logic Toolbox v programovém prostředí MATLAB.

**Klíčová slova:** fuzzy množina, fuzzy relace, jazyková proměnná, přibližná dedukce, fuzzy regulátor, fuzzy regulace, inferenční algoritmus, defuzzifikace

**Počet stran:** 78

**Počet příloh:** 1 CD

**Jazyk:** český

## BIBLIOGRAPHICAL IDENTIFICATION

**Author:** Bc. Eva Rozsivalová

**Title:** Fuzzy regulation of the upper reach of the river Morava in Olomouc

**Type of thesis:** Master's thesis

**Department:** Department of Mathematical Analysis and Application of Mathematics

**Supervisor:** RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.

**The year of presentation:** 2021

**Abstract:** The aim of the master's thesis was to describe fuzzy regulation and compile fuzzy controller for controlling the upper reach of the river Morava in Olomouc. The theoretical part describes the fundamentals of fuzzy sets, linguistic variable, approximate deduction, fuzzy regulation and individual parts of the fuzzy controller. The practical part of the master's thesis focuses on the fuzzy regulation of the upper reach of the river Morava in Olomouc, which is currently being executed by employees of the Morava River Basin. The fuzzy controller is created in the Fuzzy Logic Toolbox program in the MATLAB programming environment.

**Key words:** fuzzy set, fuzzy relation, linguistic variable, approximate deduction, fuzzy controller, fuzzy regulation, inference algorithm, defuzzification

**Number of pages:** 78

**Number of appendices:** 1 CD

**Language:** Czech

### **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně pod vedením pana RNDr. Ondřeje Pavlačky, Ph.D. a všechny použité zdroje jsem uvedl v seznamu literatury.

V Olomouci dne .....

.....

podpis

# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>7</b>
<b>1 Teoretická část</b>	<b>8</b>
1.1 Základní pojmy teorie fuzzy množin . . . . .	8
1.2 Jazyková proměnná . . . . .	13
1.3 Přibližná dedukce . . . . .	18
1.3.1 Modus ponens . . . . .	19
1.4 Fuzzy regulace . . . . .	20
1.4.1 Fuzzifikace . . . . .	21
1.4.2 Znalostní báze fuzzy regulátoru . . . . .	22
1.4.3 Inferenční algoritmus . . . . .	24
1.4.4 Defuzzifikace . . . . .	27
<b>2 Praktická část</b>	<b>33</b>
2.1 Regulace vodního toku . . . . .	33
2.1.1 Vodohospodářský uzel Olomouc . . . . .	34
2.1.2 Provozní deník . . . . .	42
2.1.3 Současná regulace . . . . .	43
2.2 Sestrojení fuzzy regulátoru . . . . .	44
2.2.1 Vstupy . . . . .	44
2.2.2 Výstupy . . . . .	57
2.2.3 Báze pravidel . . . . .	61
2.2.4 Volba inferenčního algoritmu . . . . .	61
2.2.5 Propojení částí regulátoru v jeden celek . . . . .	69
<b>Závěr</b>	<b>76</b>
<b>Literatura</b>	<b>78</b>

## **Poděkování**

Ráda bych poděkovala vedoucímu mé diplomové práce RNDr. Ondřeji Pavlačkovi, Ph.D. za velkou pomoc, ochotu, odborné vedení a za veškerý čas, který mi věnoval při konzultacích. Zároveň chci poděkovat zaměstnanci Povodí Moravy za trpělivost a veškerý čas, který věnoval mým otázkám.

# Úvod

Tématem diplomové práce je regulace hladiny toku řeky Moravy v Olomouci. V současnosti je regulace prováděna zaměstnanci Povodí Moravy. Jejich rozhodování je založeno na zkušenostech, které získali dostatečnou praxí. V průběhu mého studia jsem se setkala s metodou fuzzy regulace. Jádrem procesu řízení této metody je slovně popsaná báze pravidel. Expertní znalosti a zkušenosti zaměstnanců Povodí Moravy bylo možné využít pro sestavení této báze pravidel. Naskytla se mi příležitost spolupracovat s jedním ze zaměstnanců. Velmi mě lákalo seznámit se hlouběji s problematikou regulace výšky hladiny a vyzkoušet, zda by fuzzy regulátor v tomto případě fungoval.

Diplomová práce je rozdělena na dvě části, teoretickou a praktickou. V teoretické části práce je krátký úvod do fuzzy množin, dále jsou uvedeny pojmy, které jsou podstatné při definování fuzzy regulace. Následuje popis jednotlivých částí fuzzy regulátoru. Jednou z podstatných částí fuzzy regulátoru je inferenční algoritmus. Při vytváření fuzzy regulátoru je nutná volba typu inferenčního algoritmu. Do své práce jsem se rozhodla popsat dva inferenční algoritmy a to takové, které jsou součástí fuzzy logic toolbox v programovém prostředí MATLAB (Mamdaniho a Sugenuv inferenční algoritmus).

Praktická část práce je rozdělena na dvě části. V první části jsem popsala technické parametry vodohospodářského uzlu Olomouc, pomocí kterého je prováděna současná regulace. Ve druhé části jsem sestavila fuzzy regulátor pro regulaci výšky hladiny toku řeky Moravy v Olomouci. V závěru práce jsem popsala fungování sestaveného fuzzy regulátoru a porovнала fuzzy regulátor s Mamdaniho a Sugenuvým inferenčním algoritmem.

# Kapitola 1

## Teoretická část

Teoretická část práce je rozdělena do několika částí. V první z nich bude popsán stručný úvod do fuzzy množin. V dalších částech se již budeme zaměřovat na pojmy, které souvisí a jsou nutné pro pochopení a popis fuzzy regulátoru. Poslední kapitola teoretické části bude zaměřena na samotný fuzzy regulátor. Definice a věty jsou převzaty převážně z literatury [2], [3], [4], [5], pokud není uvedeno jinak.

### 1.1. Základní pojmy teorie fuzzy množin

V úvodu této práce je potřeba definovat základní pojmy z teorie fuzzy množin. Nejprve popíšeme, co znamená klasická množina a následně, co znamená fuzzy množina. Tyto dva pojmy spolu souvisí a můžeme říci, že fuzzy množina je zobecněním klasické množiny.

Klasická množina je soubor libovolného druhu. V teorii množin jsou pojmy “množina” a “prvek” základními pojmy a nejsou definovány pomocí jiných pojmů. Jestliže  $A$  je množina, potom zápis  $x \in A$  znamená, že  $x$  je prvkem množiny  $A$  a zápis  $x \notin A$  znamená, že prvek  $x$  nepatří do množiny  $A$ . Množina je plně určena prvky, které obsahuje. [1]

**Definice 1 (Klasická množina)** *Nechť je dána množina  $U$ , tzv. univerzum.*



Charakteristická funkce  $\chi_A$  množiny  $A$  na univerzu  $U$  je definována vztahem

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{jestliže } x \in A \\ 0 & \text{jestliže } x \notin A \end{cases}.$$

V tomto případě mluvíme o klasické množině  $A$ .

Slovo fuzzy můžeme přeložit jako nejasný nebo rozmazaný. Fuzzy množiny umožňují popsání situace, kdy prvek  $x$  patří do množiny  $A$  jen z nějaké části. Charakteristická funkce fuzzy množiny nabývá hodnot mezi 0 a 1. Fuzzy množinu definujeme následovně.

**Definice 2 (Fuzzy množina [6])** *Nechť je dána neprázdná množina  $U$ , tzv. univerzum. Pak fuzzy množina  $A$  na univerzu  $U$  je objekt popsáný charakteristickou funkcí*

$$\mu_A : U \rightarrow \langle 0, 1 \rangle.$$

Funkci  $\mu_A$  nazýváme funkcí příslušnosti fuzzy množiny  $A$ . Pro každé  $x \in U$  nazveme hodnotu  $\mu_A(x)$  stupněm příslušnosti prvku  $x$  k fuzzy množině  $A$ .

Dále používám označení  $A(x)$  pro stupně příslušnosti prvku  $x$  k fuzzy množině  $A$ .

S fuzzy množinami se pojí pojmy, které slouží k popisu těchto množin. Mezi tyto pojmy patří například *nosič*,  $\alpha$ -*řez*, *jádro*, *výška*, *inkluze* a *konvexita* fuzzy množin.

**Definice 3 (Nosič fuzzy množiny)** *Nosič fuzzy množiny  $A$  je množina všech prvků univerza  $U$ , jejichž stupeň příslušnosti do  $A$  je nenulový, tj.*

$$\text{Supp}(A) = \{x \in U \mid A(x) > 0\}.$$

**Definice 4 ( $\alpha$ -řez fuzzy množiny)** *Množina prvků majících stupeň příslušnosti větší nebo roven zadanému stupni  $\alpha$ , nazýváme  $\alpha$ -řez, tj.*

$$A_\alpha = \{x \in U \mid A(x) \geq \alpha\}.$$

**Definice 5 (Jádro fuzzy množiny)** *Množina prvků mající stupeň příslušnosti roven jedné, nazýváme jádrem fuzzy množiny  $A$ , tj.*

$$\text{Ker}(A) = \{x \in U \mid A(x) = 1\}.$$

**Definice 6 (Výška fuzzy množiny)** *Výška fuzzy množiny  $A$  je definována jako*

$$\text{hgt}(A) = \sup_{x \in U} A(x).$$

Je-li výška fuzzy množiny  $\text{hgt}(A) = 1$ , potom se tato množina nazývá *normální*, jinak se nazývá *subnormální* [1].

System všech fuzzy množin definovaných na univerzu  $U$  budeme označovat  $\mathcal{F}(U)$ . Pokud  $A$  je fuzzy množina na univerzu  $U$ , můžeme to vyjádřit zápisem  $A \in \mathcal{F}(U)$ .

**Definice 7 (Inkluze fuzzy množiny)** *Nechť  $A, B \in \mathcal{F}(U)$ . Řekneme, že fuzzy množina  $A$  je podmnožinou fuzzy množiny  $B$ , jestliže*

$$A(x) \leq B(x), \forall x \in U.$$

Značíme  $A \subseteq B$ .

**Definice 8 (Konvexní fuzzy množina)** *Fuzzy množina  $A$  definovaná na lineárním prostoru  $U$  se nazývá konvexní, jestliže pro každé  $\alpha \in (0, 1)$  je příslušný  $\alpha$ -řez  $A_\alpha$ , konvexní množinou; tj. jestliže pro (ostrou) množinu  $A_\alpha$  platí*

$$\forall x, y \in A_\alpha \quad \forall \lambda \in \langle 0, 1 \rangle : \lambda x + (1 - \lambda)y \in A_\alpha.$$

Podobně jako u klasických množin je možné u fuzzy množin provádět *sjednocení, průnik* a *doplňk*. Následující definice stanovují, jak tyto operace provádět.

**Definice 9 (Průnik a sjednocení fuzzy množin)** *Nechť  $A, B \in \mathcal{F}(U)$ .*

*Průnik fuzzy množin  $A$  a  $B$  je fuzzy množina  $C$ , pro kterou platí*

$$C(x) = \min\{A(x), B(x)\}, \quad \forall x \in U.$$

Značíme  $C = A \cap B$ .

Sjednocení fuzzy množin  $A$  a  $B$  je fuzzy množina  $C$ , pro kterou platí

$$C(x) = \max\{A(x), B(x)\}, \quad \forall x \in U.$$

Značíme  $C = A \cup B$ .

**Definice 10 (Doplněk fuzzy množiny)** Necht'  $A \in \mathcal{F}(U)$ . Doplněk fuzzy množiny  $A$  je fuzzy množina  $\bar{A}$ , pro kterou platí

$$\bar{A} = 1 - A(x), \quad \forall x \in U.$$

Existuje více možností jak definovat sjednocení a průnik fuzzy množin. Záleží při tom na volbě  $t$ -normy, resp.  $t$ -konormy. Znění těchto norem je uvedeno v následujících definicích.

**Definice 11 (t-norma)** Binární funkce  $\mathbf{T}: \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle \longrightarrow \langle 0, 1 \rangle$  se nazývá  $t$ -norma, jestliže splňuje následující vlastnosti pro všechna  $x, y, z \in \langle 0, 1 \rangle$ :

- (a)  $\mathbf{T}(x, y) = \mathbf{T}(y, x)$  (komutativita),
- (b)  $\mathbf{T}(x, (\mathbf{T}(y, z))) = \mathbf{T}(\mathbf{T}(x, y), z)$  (asociativita),
- (c) Jestliže  $x \leq y$ , pak  $\mathbf{T}(x, z) \leq \mathbf{T}(y, z)$  (monotónnost),
- (d)  $\mathbf{T}(1, x) = x$  (ohraničenost).

Nejvýznamnější  $t$ -normy jsou:

- minimum ( $\mathbf{T}(x, y) = \min\{x, y\}$ ),
- součin ( $\mathbf{T}(x, y) = xy$ ),
- Lukasiewiczova konjunkce ( $\mathbf{T}(x, y) = \max\{0, (x + y - 1)\}$ ).

**Definice 12 (t-konorma)** Binární funkce  $\mathbf{S}: \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle \longrightarrow \langle 0, 1 \rangle$  se nazývá  $t$ -konorma, jestliže splňuje následující vlastnosti pro všechna  $x, y, z \in \langle 0, 1 \rangle$ :

- (a)  $\mathbf{S}(x, y) = \mathbf{S}(y, x)$  (komutativita),
- (b)  $\mathbf{S}(x, (\mathbf{S}(y, z))) = \mathbf{S}(\mathbf{S}(x, y), z)$  (asociativita),
- (c) Jestliže  $x \leq y$ , pak  $\mathbf{S}(x, z) \leq \mathbf{S}(y, z)$  (monotónnost),
- (d)  $\mathbf{S}(0, x) = x$  (ohraničenost).

Nejvýznamnější t-konormy jsou:

- maximum ( $\mathbf{S}(x, y) = \max\{x, y\}$ ),
- pravděpodobnostní součet ( $\mathbf{S}(x, y) = x + y - xy$ ),
- Lukasiewiczova disjunkce ( $\mathbf{S}(x, y) = \min\{1, (x + y)\}$ ).

Dalším významným pojmem v teorii fuzzy množin je kartézský součin.

**Definice 13 (Kartézský součin fuzzy množin)** *Nechť  $A \in \mathcal{F}(U)$ ,  $B \in \mathcal{F}(V)$ . Pak jejich kartézský součin je fuzzy množina  $A \times B \in \mathcal{F}(U \times V)$ , pro kterou platí*

$$(A \times B)(x, y) = \min\{A(x), B(y)\}, \quad \forall x \in U \quad \forall y \in V.$$

V této definici byla použita operace minima, může být ale nahrazena jinou t-normou.

Fuzzy množiny popisují neurčitě vymezené vlastnosti prvků univerza. Nyní definujeme *fuzzy relaci*, která umožňuje popsat neurčitý vztah mezi prvky jednoho nebo více univerz.

**Definice 14 (Fuzzy relace)** *Fuzzy relace (obecně n-ární fuzzy relace) je libovolná fuzzy množina  $R$  na kartézském součinu univerz  $U_1, U_2, \dots, U_n$ .*

*Stupeň příslušnosti  $R(x_1, x_2, \dots, x_n)$  vyjadřuje stupeň, v němž se prvky  $x_i \in U_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  nacházejí v relaci  $R$ .*

Speciálním případem fuzzy relace je výše definovaný kartézský součin fuzzy množin.

Další pojem, který budeme v teorii fuzzy regulace potřebovat, je *skládání fuzzy relací*, neboli *kompozice*. Následující definice popisuje skládání binárních fuzzy relací.

**Definice 15 (Kompozice fuzzy relací)** *Nechť je dána binární fuzzy relace  $P$  na kartézském součinu  $U \times V$  a binární fuzzy relace  $Q$  na kartézském součinu  $V \times W$ . Kompozicí těchto fuzzy relací nazýváme fuzzy relaci  $P \circ Q$  na  $U \times W$ , jejíž funkce příslušnosti je definována pro všechna  $(x, z) \in U \times W$  vztahem*

$$(P \circ Q)(x, z) = \sup_{y \in V} \{\min\{P(x, y), Q(y, z)\}\}.$$

Posledním pojmem v této kapitole bude *fuzzy číslo*. Jedná se o speciální typ fuzzy množiny s určitými vlastnostmi.

**Definice 16 (Fuzzy číslo)** *Fuzzy množina  $F$  definovaná na množině reálných čísel  $\mathbb{R}$ , která má následující vlastnosti:*

- (a)  $F$  je normální fuzzy množina,
- (b)  $\alpha$ -řezy  $F_\alpha$  představují pro všechna  $\alpha \in (0, 1)$  uzavřené intervaly,
- (c) nosič fuzzy množiny  $F$  je ohraničený,

*se nazývá fuzzy číslem.*

Symbolem  $\mathcal{F}_N(U)$  budeme označovat systém všech fuzzy čísel definovaných na univerzu  $U$ . Pokud  $A$  je fuzzy číslo na univerzu  $U$ , můžeme to vyjádřit zápisem  $A \in \mathcal{F}_N(U)$ .

## 1.2. Jazyková proměnná

*Jazykovou proměnnou* rozumíme proměnnou, jejíž hodnoty jsou slova nebo věty přirozeného nebo umělého jazyka [1]. Např. *výška hladiny* je jazykovou proměnnou, jejíž hodnoty jsou *nízká, mírně nízká, optimální, mírně vysoká, vysoká*.

Abychom měli všechny informace o jazykové proměnné, je potřeba uvést ještě některé další informace. Uvedeme si původní Zadehovu definici.

**Definice 17 (Jazyková proměnná)** *Jazyková proměnná je uspořádaná pětice*

$$\langle \mathcal{X}, T(\mathcal{X}), U, G, M \rangle,$$

kde  $\mathcal{X}$  je jméno proměnné,  $T(\mathcal{X})$  je množina jejích možných hodnot (jazykových výrazů),  $U$  je univerzum,  $G$  syntaktické pravidlo, pomocí něhož jsou tvořeny jazykové výrazy z množiny  $T(\mathcal{X})$ , a  $M$  je sémantické pravidlo, pomocí něhož je každému jazykovému výrazu  $\mathcal{A} \in T(\mathcal{X})$  přiřazen jeho význam  $A = M(\mathcal{A})$ , který je fuzzy množinou na  $U$ .

Další potřebný pojem je *bazická proměnná*, která je úzce spojená s jazykovou proměnnou.

**Definice 18 (Bazická proměnná)** *Bazickou proměnnou přidruženou k jazykové proměnné  $\langle \mathcal{X}, T(\mathcal{X}), U, G, M \rangle$ , rozumíme dvojici*

$$(v, U),$$

kde  $v$  je jméno bazické proměnné (často  $v = \mathcal{X}$ ) a  $U \subseteq \mathbb{R}$  je obor jejích reálných hodnot (identický s univerzem jazykové proměnné  $\mathcal{X}$ ).

Pokud je množina hodnot jazykové proměnné považována za jasně danou, pak není třeba uvádět v označení této jazykové proměnné syntaktické pravidlo  $G$ . Podobně, pokud máme význam každého z těchto termů jasně daný, můžeme vynechat v označení této jazykové proměnné symbol  $M$ . [2]

**Definice 19 (Fuzzy škála)** *Nechť fuzzy čísla  $T_1, T_2, \dots, T_s$  tvoří fuzzy rozklad intervalu  $\langle a, b \rangle$ , tj.*

$$\forall x \in \langle a, b \rangle : \sum_{i=1}^s T_i(x) = 1,$$

a zároveň jsou fuzzy čísla očíslována ve shodě s jejich lineárním uspořádáním. Potom říkáme, že fuzzy čísla  $T_1, T_2, \dots, T_s$  tvoří fuzzy škálu na intervalu  $\langle a, b \rangle$ .

**Definice 20 (Jazyková škála)** *Jazyková proměnná  $\langle \mathcal{X}, T(\mathcal{X}), \langle a, b \rangle \rangle$ ,  $T(\mathcal{X}) = \{\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \dots, \mathcal{T}_s\}$ ,  $M(\mathcal{T}_i) = T_i \in \mathcal{F}_N(\langle a, b \rangle)$ ,  $i = 1, 2, \dots, s$ , definuje na intervalu  $\langle a, b \rangle$  jazykovou škálu, jestliže fuzzy čísla  $T_1 < T_2 < \dots < T_s$  tvoří fuzzy škálu na intervalu  $\langle a, b \rangle$ .*

Následující věty ukazují, že podmínky stanovené pro jazykovou škálu postačují k zajištění dalších matematických vlastností. [2]

**Věta 1** *Nechť jazyková proměnná  $\langle \mathcal{X}, T(\mathcal{X}), \langle a, b \rangle \rangle$  tvoří jazykovou škálu na intervalu  $\langle a, b \rangle$ . Pak pro každé  $x \in \langle a, b \rangle$  nastává právě jedna z následujících dvou možností*

$$\begin{aligned} \exists i_0 \in \{1, 2, \dots, s\} : T_{i_0}(x) = 1, \\ \forall i \in \{1, 2, \dots, s\}, i \neq i_0 : T_i(x) = 0, \end{aligned}$$

nebo

$$\begin{aligned} \exists i_0 \in \{1, 2, \dots, s-1\} : T_{i_0}(x) > 0, \quad T_{i_0+1}(x) > 0, \quad T_{i_0}(x) + T_{i_0+1}(x) = 1, \\ \forall i \in \{1, 2, \dots, s\}, i \neq i_0, i_0 + 1 : T_i(x) = 0. \end{aligned}$$

Tato věta nám říká, že každý bod intervalu  $\langle a, b \rangle$  buď zcela náleží jedné z hodnot fuzzy škály, nebo je jeho náležení rozděleno mezi dvě po sobě následující hodnoty.

**Věta 2** *Nechť jazyková proměnná  $\langle \mathcal{X}, T(\mathcal{X}), \langle a, b \rangle \rangle$  tvoří jazykovou škálu na intervalu  $\langle a, b \rangle$ . Pak funkce příslušnosti fuzzy čísel  $T_1, T_2, \dots, T_s$  představujících významy jazykových hodnot této škály jsou spojité na intervalu  $\langle a, b \rangle$ .*

Tato věta mluví o tom, že významy jazykových hodnot škály jsou modelovány fuzzy čísly se spojitou funkcí příslušnosti.

Nyní popíšeme situaci, kdy máme fuzzy množinu a hledáme k ní vhodný jazykový popis. Pokud totiž definujeme jazykovou proměnnou, popisujeme významy jazykových hodnot pomocí fuzzy čísel. V některých případech je potřeba řešit obrácený problém. Mějme fuzzy množinu  $C$  představující neurčitou informaci o hodnotě reálně proměnné  $x$  a je potřeba stanovit jazykovou hodnotu  $\mathcal{C}$  proměnné  $\mathcal{X}$ , která by tuto fuzzy množinu co nejlépe charakterizovala. Tento proces se nazývá *jazyková aproximace*. Existuje více metod jazykové aproximace, jako příklad uvedeme jazykovou aproximaci fuzzy množiny a fuzzy čísla.

**Definice 21 (Jazyková aproximace fuzzy množiny)** *Nechť je dána jazyková proměnná  $\langle \mathcal{X}, T(\mathcal{X}), \langle a, b \rangle \rangle$ , kde  $T(\mathcal{X}) = \{\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \dots, \mathcal{T}_s\}$  a  $M(\mathcal{T}_i) = T_i$  jsou pro  $i = 1, 2, \dots, s$  fuzzy čísla na intervalu  $\langle a, b \rangle$ . Nechť je dále dána fuzzy množina  $C$  na  $\langle a, b \rangle$  s borelovsky měřitelnou funkcí příslušnosti. Definujme pro dané  $C$  fuzzy množinu  $P_C$  na množině  $\{\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \dots, \mathcal{T}_s\}$  následujícím předpisem*

$$P_C(T_i) = 1 - \frac{\int_A^B |C(x) - T_i(x)| dx}{\int_A^B (C(x) + T_i(x)) dx},$$

kde  $i = 1, 2, \dots, s$ . Pak jazykovou aproximací fuzzy množiny  $C$  pomocí jazykové proměnné  $\mathcal{X}$  rozumíme takový jazykový term  $\mathcal{T}_{i_0}, i_0 \in \{1, 2, \dots, s\}$ , pro jehož význam platí

$$P_C(T_{i_0}) = \max_{i=1,2,\dots,s} P_C(T_i).$$

Stupeň příslušnosti  $P_C(T_i)$  vyjadřuje “podobnost” mezi fuzzy množinou  $C$  a fuzzy číslem  $T_i, i = 1, 2, \dots, s$ . [2]

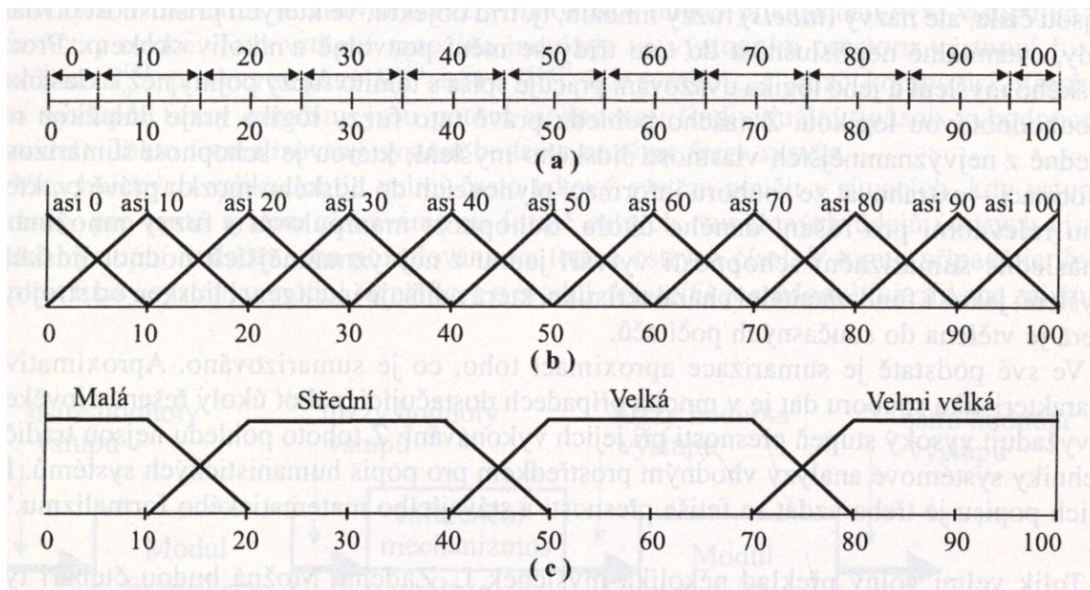
**Definice 22 (Jazyková aproximace fuzzy čísla)** *Nechť je dána jazyková proměnná  $\langle \mathcal{X}, T(\mathcal{X}), \langle a, b \rangle \rangle$ , kde  $T(\mathcal{X}) = \{\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \dots, \mathcal{T}_s\}$  a  $M(\mathcal{T}_i) = T_i$  jsou pro  $i = 1, 2, \dots, s$  fuzzy čísla na intervalu  $\langle a, b \rangle$ . Nechť je dále dáno fuzzy číslo  $C$  na  $\langle a, b \rangle$ . Pak jazykovou aproximací fuzzy čísla  $C$  pomocí jazykové proměnné  $\mathcal{X}$  rozumíme jazykovou hodnotu  $\mathcal{T}_{i_0}, i_0 \in \{1, 2, \dots, s\}$  této jazykové proměnné, pro jejíž význam  $T_{i_0}$  platí*

$$d(C, T_{i_0}) = \min_{i=1,2,\dots,s} d(C, T_i).$$

Tento postup je založený na metrice a hodnota tedy vyjadřuje “blížkost” mezi fuzzy číslem  $C$  a fuzzy číslem  $T_i, i = 1, 2, \dots, s$ .

Dále vysvětlíme pojmy jako jsou *vynucená neurčitost*, *volitelná neurčitost* a *princip inkompatibility*. Použijeme zde jednoduchý příklad, kde nás bude zajímat rychlost automobilu. Na obrázku 1.1(a), vidíme, že rychlost máme rozdělenou





Obrázek 1.1: Volitelná neurčitost - rychlost automobilu [1]

do intervalů. Každý interval má svoji zastupující hodnotu. Pokud se bude rychlost automobilu pohybovat mezi 5 až 15 km za hodinu, pohybujeme se v intervalu, který má zastupující hodnotu 10 km za hodinu. Dochází tak díky konečné rozlišovací schopnosti libovolného měřicího přístroje ke *kvantování*. Toto kvantování je nevyhnutelným průvodním jevem skutečného pozorování a měření reálných dějů. Neurčitost vznikající v důsledku konečné rozlišovací schopnosti jakéhokoli skutečného měřicího přístroje je nazývána *vynucená neurčitost*. Tato vynucená neurčitost je důsledkem deficitu informace a vyplývá z nemožnosti libovolného měřicího přístroje měřit s nekonečně velkou rozlišovací schopností.

Více realistický popis je ten, v kterém jsou jednotlivé stavy vyjádřeny fuzzy množinami (viz obrázek 1.1(b)). Fuzzy množiny jsou v tomto případě fuzzy čísla s trojúhelníkovými funkcemi příslušnosti.

Pokud k řešení úlohy dostačuje hrubší kvantování, záměrně jej zavedeme, abychom redukovali množství informací potřebných pro řešení (viz obrázek 1.1(c)).

*Volitelná neurčitost* je záměrně zavedená neurčitost, kdy používáme hrubší kvantování, abychom redukovali množství informací potřebných pro řešení úlohy. Tato volitelná neurčitost neplyne z nedostatku informace, ale je důsledkem zá-

měrné nepotřeby přesnější informace o pozorovaném jevu.

Důvod vyloučení nadbytečné informace ve složitých systémech s mnoha proměnnými je redukce složitosti tohoto systému.

Pokud složitost systému roste, naše schopnost provádět přesná prohlášení o jeho chování klesá až k jistému prahu, za kterým se přesnost a významnost stávají vzájemně se vylučujícími charakteristikami. Toto tvrzení se nazývá *princip inkompatibility*.

Důvod použití fuzzy logiky pro lidské systémy je myšlenka, že klíčovým elementem v lidském myšlení nejsou čísla, ale názvy fuzzy množin, tj. tříd objektů, ve kterých příslušnost do dané třídy, eventuálně nepřislušnost do této třídy se mění pozvolně a nikoliv skokem.

Aproximativní charakteristika souboru dat je v mnoha případech dostačující, neboť úkoly řešené člověkem nevyžadují vysoký stupeň přesnosti při jejich vykonávání. [1]

### 1.3. Přibližná dedukce

V této kapitole popíšeme princip přibližné dedukce, pomocí které lze odvodit závěr na základě fuzzy pravidel typu *Jestliže ... Pak ...* [3]. Tyto pravidla představují úsudek, jehož vstupní informace jsou vágní [1]. Jednotlivé metody budou popsány až v kapitole 1.4.3.

Vycházíme z následující situace, kde  $\mathcal{X}_i, i = 1, 2, \dots, m$  jsou pozorované proměnné pomocí, kterých vyvozujeme závěr proměnné  $\mathcal{Y}$ . Tuto situaci popisuje následující schéma

Podmínka: *Jestliže*  $\mathcal{X}_1 = \mathcal{A}_1$  *a*  $\dots$  *a*  $\mathcal{X}_m = \mathcal{A}_m$  *pak*  $\mathcal{Y} = \mathcal{B}$

Pozorování:  $\mathcal{X}_1 = \mathcal{A}'_1$  *a*  $\dots$  *a*  $\mathcal{X}_m = \mathcal{A}'_m$

Závěr:  $\mathcal{Y} = \mathcal{B}'$ .

Toto schéma představuje *zobecněný modus ponens*, který je základem teorie přibližné dedukce. Symboly  $\mathcal{A}'_1, \dots, \mathcal{A}'_m$  označují výrazy přirozeného jazyka, které

se mohou mírně lišit od původních výrazů  $\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_m$ . Z tohoto plyne, že i závěr  $\mathcal{B}'$  se může mírně lišit od  $\mathcal{B}$ . [3]

Zobecněný modus ponens pracuje s vágními výrazy, na rozdíl od původního modusu ponens, který pracuje s přesnými (ostrými) výrazy.

### 1.3.1. Modus ponens

Fakta jsou nějaká tvrzení o skutečnosti (realitě), která jsou formulována v jistém formálním jazyce a která v logice nazýváme *formule*. Dedukce, tj. odvozování závěru, je realizováno pomocí formulí. Základním pravidlem je pravidlo *modus ponens*. Formální zápis tohoto pravidla je

$$\frac{A, A \Rightarrow B}{B},$$

kde A a B jsou formule. Toto pravidlo říká, že pokud známe fakt označený formulí A a víme, že z faktu A vyplývá fakt B, pak usoudíme, že platí také fakt B. Tento mechanismus patří k základním pravidlům lidského logického myšlení. [3]

**Příklad 1: (modus ponens)** Jsme vlastníkem rybníku a musíme zajistit, aby hladina nebyla vyšší než 1 m v měrném bodě. Pokud hladina tuto hodnotu překročí, pomocí stavidla vodu odpustíme.

Formule  $A(x)$  je  $x > 100$ , kde  $x$  označuje výšku hladiny. Formuli B definujeme jako odpustit vodu. Pak schéma přepíšeme do tvaru

$$\frac{A(x), A(x) \Rightarrow B}{B}.$$

Výška aktuální hladiny je 110 cm. Protože  $110 > 100$ , je formule  $A(x)$  pravdivá, a proto usoudíme, že formule B je také pravdivá, tj. že vodu odpustíme.

**Příklad 2: (zobecněný modus ponens)** Navážeme na předchozí příklad, kde jsme měli možnost pouze stavidla otevřít nebo nechat zavřená. V tomto případě

je možné stavidla zvednout jenom částečně. Zároveň budeme pozorovat i aktuální počasí (zda prší). Schéma může vypadat například takto

Podmínka: *Jestliže* hladina je vyšší  $a$  mírně prší, *pak* zásah je velký

Pozorování: hladina je mírně vyšší  $a$  vydatně prší

Závěr: zásah spíše větší.

## 1.4. Fuzzy regulace

Hlavní náplní této práce je použití fuzzy regulace v praxi. V této kapitole popíšeme fuzzy regulátor teoreticky a definujeme jeho jednotlivé části. Připravíme si tedy půdu pro to, abychom mohli sestavit fuzzy regulátor v praktické části práce.

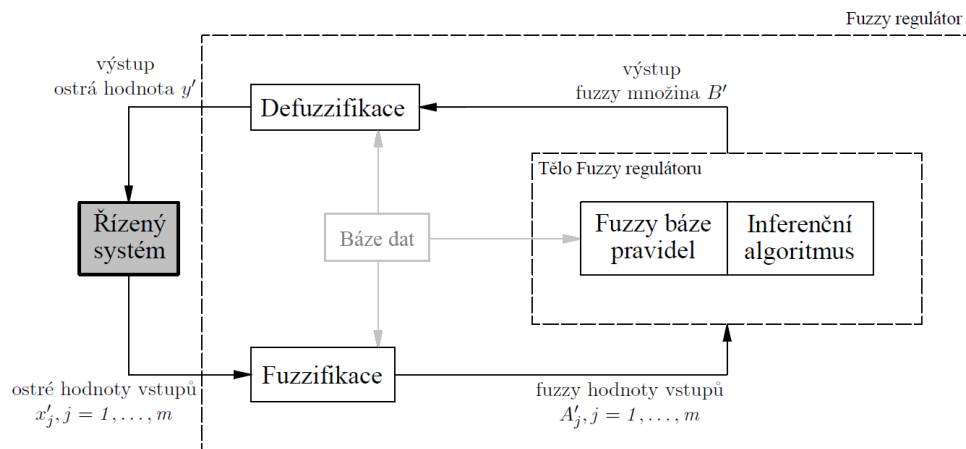
Fuzzy regulátor se používá v případech, kdy procesy neumíme matematicky popsat, nebo je jejich popis příliš složitý. Takový proces řídíme pomocí intuice, zkušenosti a umění. Způsob řízení, pokud je to možné, formulujeme pomocí výroků v přirozeném jazyce. Fuzzy regulace je založená na jazykovém popisu regulace pomocí podmíněných výroků ve tvaru

*JESTLIŽE ... PAK ...*,

jejich význam je modelován fuzzy množinami. Metodou přibližné dedukce (viz kapitola 1.3) je modelován vlastní regulační algoritmus. [7]

Fuzzy regulátor je tvořen zpravidla ze tří částí: fuzzifikace, tělo fuzzy regulátoru (fuzzy báze pravidel a inferenční algoritmus) a defuzzifikace. Součástí fuzzy regulátoru je i báze dat, která obsahuje informace o fuzzy množinách a fyzikálních rozsazích vstupních a výstupních veličin. Propojení mezi těmito částmi a řízeným systémem je znázorněno na obrázku 1.2. Regulátor pracuje opakovaním stejného cyklu skládajícího se z následujících tří kroků: [4]

1. Měření vstupních proměnných  $x_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ . Naměřené hodnoty těchto proměnných značíme  $x'_j$   $j = 1, 2, \dots, m$ . Tyto naměřené hodnoty



Obrázek 1.2: Schéma fuzzy regulátoru [4]

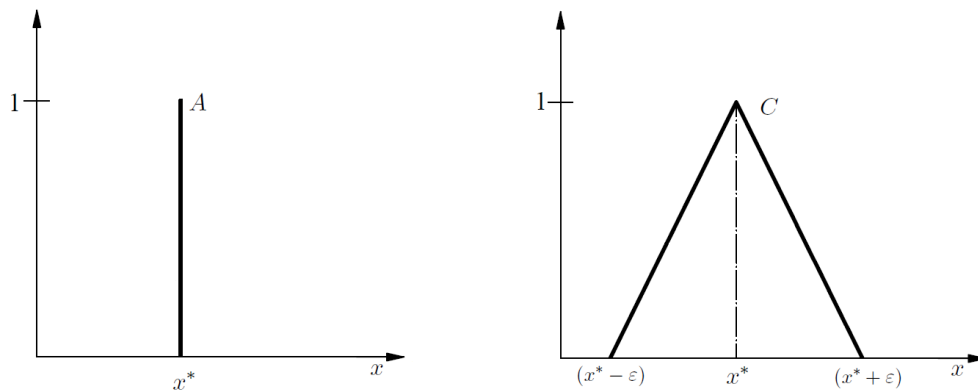
se fuzzifikují (viz kapitola 1.4.1). Pomocí fuzzifikace je naměřená hodnota  $x'_j$  nahrazena fuzzy číslem  $A'_j$ .

2. Výstupem fuzzifikace jsou fuzzy čísla  $A'_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ , která jsou vstupem do těla fuzzy regulátoru. Tělo fuzzy regulátoru se skládá ze dvou částí, fuzzy báze pravidel a inferenčního algoritmu. Jakým způsobem pracuje tělo fuzzy regulátoru je popsáno níže (viz kapitoly 1.4.2 a 1.4.3). Výstupem těla fuzzy regulátoru je fuzzy množina  $B'$ .
3. Fuzzy množina  $B'$  je v tomto kroku defuzzifikována. Defuzzifikace se provádí z důvodu, aby bylo možné provést zásah. Z fuzzy množiny vytváříme ostrou hodnotu. Existuje více možností jak fuzzy množinu defuzzifikovat (viz kapitola 1.4.4).

### 1.4.1. Fuzzifikace

Cílem fuzzifikace je transformovat ostrou hodnotu na fuzzy množinu. Důvodem může být přihlídnutí k nepřesnosti měření. [4]

Nejčastější způsob fuzzifikace je pomocí *fuzzifikace singletonem* [5]. Vstupní ostré číslo  $x^*$  považujeme za fuzzy číslo  $A$  se speciálním typem funkce příslušnosti



Obrázek 1.3: Fuzzifikace singletonem (vlevo) a fuzzifikace pomocí trojúhelníkového fuzzy čísla (vpravo) [1]

(viz obrázek 1.3 vlevo). Fuzzifikace se tedy provádí pomocí vztahu

$$A(x) = \begin{cases} 1 & x = x^* \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}.$$

Obecnějším způsobem fuzzifikace je *fuzzifikace pomocí trojúhelníkového fuzzy čísla C* (viz obrázek 1.3 vpravo) [3]. Stupeň příslušnosti 1 nabývá ostré vstupní číslo  $x^*$ , nenulové stupně příslušnosti nabývají hodnoty spadající do tolerované odchylky  $\varepsilon$ . Fuzzifikace se tedy provádí pomocí vztahu

$$C(x) = \begin{cases} 1, & x = x^* \\ \frac{x - (x^* - \varepsilon)}{x^* - (x^* - \varepsilon)}, & (x^* - \varepsilon) \leq x \leq x^* \\ \frac{(x^* + \varepsilon) - x}{(x^* + \varepsilon) - x^*}, & x^* \leq x \leq (x^* + \varepsilon) \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

### 1.4.2. Znalostní báze fuzzy regulátoru

Báze dat a fuzzy báze pravidel tvoří znalostní bázi fuzzy regulátoru. Báze dat obsahuje informace o fuzzy množinách (funkcích příslušnosti), které reprezentují slovní hodnoty jednotlivých jazykových proměnných, a dále obsahuje informace

o fyzikálních rozsazích jednotlivých vstupních a výstupních veličin řízeného procesu, tj. informace o měřítkách. Při návrhu fuzzy regulátoru je potřeba tuto bázi naplnit, tj. definovat měřítka a funkce příslušnosti. [1]

**Definice 23 (Fuzzy báze pravidel)** *Nechť jsou pro  $j=1, 2, \dots, m$  dány jazykové proměnné  $\langle \mathcal{X}_j, T(\mathcal{X}_j), U_j \rangle$  a jazyková proměnná  $\langle \mathcal{Y}, T(\mathcal{Y}), V \rangle$ . Nechť dále  $\mathcal{A}_{ij} \in T(\mathcal{X}_j)$  a jejich významy  $M(\mathcal{A}_{ij}) = A_{ij}$  jsou fuzzy čísla na  $U_j$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ ,  $j=1, 2, \dots, m$ ,  $\mathcal{B}_i \in T(\mathcal{Y})$  a  $M(\mathcal{B}_i) = B_i$  jsou fuzzy čísla na  $V$  pro  $i=1, 2, \dots, n$ . Pak zápis  $\mathcal{R}$*

- Pravidlo 1: Jestliže  $\mathcal{X}_1$  je  $\mathcal{A}_{11}$  a  $\dots$  a  $\mathcal{X}_m$  je  $\mathcal{A}_{1m}$ , pak  $\mathcal{Y}$  je  $\mathcal{B}_1$*   
*Pravidlo 2: Jestliže  $\mathcal{X}_1$  je  $\mathcal{A}_{21}$  a  $\dots$  a  $\mathcal{X}_m$  je  $\mathcal{A}_{2m}$ , pak  $\mathcal{Y}$  je  $\mathcal{B}_2$*   
 $\dots$   
*Pravidlo n: Jestliže  $\mathcal{X}_1$  je  $\mathcal{A}_{n1}$  a  $\dots$  a  $\mathcal{X}_m$  je  $\mathcal{A}_{nm}$ , pak  $\mathcal{Y}$  je  $\mathcal{B}_n$*

*se nazývá jazykově definovaná funkce (báze pravidel) vyjadřující vztah mezi jazykovými proměnnými  $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots, \mathcal{X}_m$  a jazykovou proměnnou  $\mathcal{Y}$ .*

Báze pravidel je nejčastěji vytvořena jako obraz expertovy neurčité znalosti týkající se vztahu mezi bazickými reálnými proměnnými  $x_1, x_2, \dots, x_m$  a bazickou proměnnou  $y$ . Postup definování báze pravidel je v takovém případě následující:

- Pro dané bazické proměnné  $x_1, x_2, \dots, x_m, y$  jsou definovány odpovídající jazykové proměnné  $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots, \mathcal{X}_m, \mathcal{Y}$ . Jemnost použitých jazykových škal je dána především úrovní podrobnosti expertových znalostí o dané funkční závislosti.
- Poté expert systematicky prochází všechny kombinace elementárních termů jazykových proměnných  $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots, \mathcal{X}_m$ . Každé kombinaci, kterou považujeme za možnou, pak přiřadí odpovídající elementární term jazykové proměnné  $\mathcal{Y}$ . [2]

Na bázi pravidel lze pohlížet jako na funkci zadanou tabulkou, kdy je pro všechny  $i = 1, 2, \dots, n$   $m$ -tici symbolů  $\mathcal{A}_{i1}, \mathcal{A}_{i2}, \dots, \mathcal{A}_{im}$  vždy přiřazen symbol  $\mathcal{B}_i$ . [2]

### 1.4.3. Inferenční algoritmus

Nyní máme stanovenou znalostní bázi fuzzy regulátoru. Dále určíme, jakým způsobem získáme fuzzy hodnoty výstupů  $B'_i, i = 1, 2, \dots, n$ . Tuto situaci popíšeme pomocí následujícího schématu, který vychází z dedukčního pravidla zobecněný modus ponens.

Pravidlo 1: Jestliže  $\mathcal{X}_1$  je  $\mathcal{A}_{11}$  a  $\dots$  a  $\mathcal{X}_m$  je  $\mathcal{A}_{1m}$ , pak  $\mathcal{Y}$  je  $\mathcal{B}_1$

Pravidlo 2: Jestliže  $\mathcal{X}_1$  je  $\mathcal{A}_{21}$  a  $\dots$  a  $\mathcal{X}_m$  je  $\mathcal{A}_{2m}$ , pak  $\mathcal{Y}$  je  $\mathcal{B}_2$

.....

Pravidlo n: Jestliže  $\mathcal{X}_1$  je  $\mathcal{A}_{n1}$  a  $\dots$  a  $\mathcal{X}_m$  je  $\mathcal{A}_{nm}$ , pak  $\mathcal{Y}$  je  $\mathcal{B}_n$

Pozorování:  $\mathcal{X}_1$  je  $\mathcal{A}'_1$  a  $\dots$  a  $\mathcal{X}_m$  je  $\mathcal{A}'_m$

Závěr:  $\mathcal{Y}$  je  $\mathcal{B}'$ ,  $\mathcal{B}'=?$

V další části textu budou popsány dva fuzzy inferenční algoritmy. První z nich, Mamdaniho přístup, je v praxi nejčastěji používanou metodou přibližné dedukce. Druhým algoritmem je Sugenuv inferenční algoritmus.

#### Mamdaniho inferenční algoritmus

Pomocí Mamdaniho inferenčního algoritmu je výstupem těla fuzzy regulátoru fuzzy množina. Způsob, jakým Mamdaniho přístup pracuje, je intuitivní. Použití tohoto přístupu je vhodné i pro systémy, ve kterých je báze pravidel vytvářena pomocí lidských odborných znalostí. Mamdaniho přístup je rozsáhle uznávaným inferenčním algoritmem. [9]

V případě Mamdaniho fuzzy inferenčního algoritmu jsou významy jednotlivých pravidel definovány jako “fuzzy body”

$$A_{i1} \times \dots \times A_{im} \times B_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

v prostoru  $U_1 \times \dots \times U_m \times V$ .



Význam celé báze pravidel  $R$  je modelován sjednocením “fuzzy bodů” představujících významy jednotlivých pravidel

$$R = \bigcup_{i=1}^n (A_{i1} \times \cdots \times A_{im} \times B_i).$$

Pro jazykové hodnoty  $\mathcal{A}'_1, \mathcal{A}'_2, \dots, \mathcal{A}'_m$  jazykových proměnných  $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots, \mathcal{X}_m$ , pak jazykovou hodnotu  $\mathcal{B}'$  proměnné  $\mathcal{Y}$  dostaneme jazykovou aproximací fuzzy množiny

$$B^M = (A'_1 \times A'_2 \times \cdots \times A'_m) \circ R,$$

kde  $B^M$  označuje fuzzy množinu získanou pomocí Mamdaniho přístupu. [2]

Základem prakticky používaného výpočetního algoritmu Mamdaniho fuzzy inference je následující věta.

**Věta 3** *Nechť je dána báze pravidel z definice 23 a pozorování  $\mathcal{X}_1$  je  $\mathcal{A}'_1$  a  $\mathcal{X}_2$  je  $\mathcal{A}'_2$  a ... a  $\mathcal{X}_m$  je  $\mathcal{A}'_m$ . Pak fuzzy množinu*

$$B^M = (A'_1 \times A'_2 \times \cdots \times A'_m) \circ \bigcup_{i=1}^n (A_{i1} \times \cdots \times A_{im} \times B_i)$$

*představující závěr vyvozený pro dané pozorování z uvedené báze pravidel na základě Mamdaniho fuzzy inference lze vyjádřit ve tvaru*

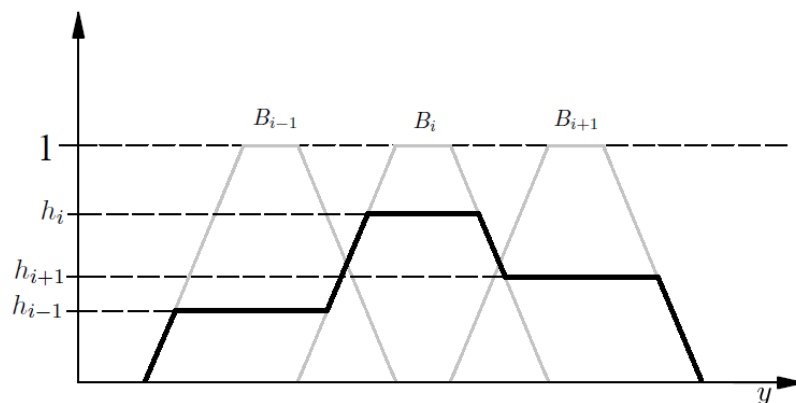
$$B^M = \bigcup_{i=1}^n B_i^M,$$

*kde pro každé  $i = 1, 2, \dots, n$  je funkce příslušnosti fuzzy množiny  $B_i^M$  definována vztahem*

$$\forall y \in V : B_i^M(y) = \min\{h_i, B_i(y)\},$$

*kde*

$$\begin{aligned} h_i &= \text{hgt}((A'_1 \times \cdots \times A'_m) \cap (A_{i1} \times \cdots \times A_{im})) = \\ &= \min\{\text{hgt}(A'_1 \cap A_{i1}), \dots, \text{hgt}(A'_m \cap A_{im})\}. \end{aligned}$$



Obrázek 1.4: Příklad tvaru výstupu Mamdaniho fuzzy inferenčního algoritmu

Důkaz této věty lze nalézt v knize [2].

Výstupní fuzzy množina  $B$  má tvar sjednocení fuzzy množin  $B_i, i = 1, 2, \dots, n$ , modelujících významy pravých stran pravidel, které jsou “uřezány” ve výškách  $h_i$  představujících maximální stupeň shody mezi významem napozorovaného vektoru vstupních hodnot a významem levé strany příslušného pravidla (viz obrázek 1.4). [2]

Výstupní fuzzy množina při použití Mamdaniho inferenčního algoritmu nemusí být vždy normální fuzzy množina (její výška může být menší než 1), není tedy zaručeno, že výstup je fuzzy číslo.

### Sugenův inferenční algoritmus

Sugenův inferenční algoritmus je také označován jako Takagi-Sugeno-Kang inferenční algoritmus [9]. Pravá strana báze pravidel je reprezentována pomocí lineárních funkcí

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_m) = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{im}x_m + c,$$

kde  $x_j$  jsou hodnoty vstupů a  $a_{ij}, b_i, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$  jsou parametry lineárních funkcí.

Označíme-li ostré hodnoty vstupů  $x'_1, x'_2, \dots, x'_m$ , pak stanovíme váhu  $i$ -tého pravidla  $h_i$  pro tyto vstupy pomocí fuzzy logické spojky *a zároveň*, která je rea-

lizována pomocí kartézského součinu fuzzy množin

$$h_i = (A_{i1} \times A_{i3} \times \dots \times A_{im})(x'_1, x'_2, \dots, x'_m), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Výsledkem inferenčního algoritmu Takagi-Sugeno-Kang je reálné číslo

$$b^S = \frac{\sum_{i=1}^n h_i f_i(x'_1, x'_2, \dots, x'_m)}{\sum_{i=1}^n h_i}.$$

#### 1.4.4. Defuzzifikace

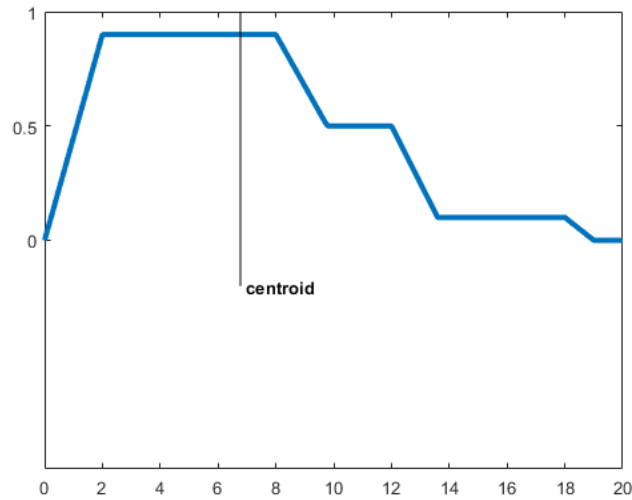
Fuzzifikace bývá prvním krokem fuzzy regulátoru, vytváříme fuzzy množinu z ostře naměřené hodnoty. Defuzzifikace bývá naopak posledním krokem. Z fuzzy množiny vytváříme ostrou hodnotu. Tento krok je potřeba pro to, abychom byli schopni provést zásah.

Fuzzy logic Toolbox v softwaru Matlab podporuje pět naprogramovaných defuzzifikačních metod. Metody, které lze v Matlabu volit, tedy jsou

- Centroid: Nejpoužívanější české označení této metody je metoda *těžiště*. [1]
- Bisector: Tuto metodu budu označovat jako *medián fuzzy množiny*.
- MOM: Tato zkratka představuje metodu *Middle of Maxima*. Český název pro tuto metodu je *metoda středu maxima*. [1]
- LOM: Tato zkratka představuje metodu *Largest of Maximum* případně *Last of Maximum* (oba názvy označují stejnou metodu). České označení této metody je *metoda posledního maxima*. [1]
- SOM: Zkratka představuje metodu *Smallest of Maxima*, taktéž je tato metoda označována jako *FOM (First of Maxima)*. České označení této metody je *metoda prvního maxima*. [1]

#### Těžiště (centroid)

Tuto metodu lze použít jak pro spojitě, tak pro diskrétní univerzum [1]. Výsledná hodnota je získána jako „těžiště“ fuzzy množiny [3].



Obrázek 1.5: Defuzzifikace pomocí metody centroid [9]

Nechť máme fuzzy množinu  $A$  na diskrétním univerzu  $U$  a nechť  $x^*$  je ostrá hodnota získaná pomocí metody těžiště. Vztah pro výpočet této hodnoty je

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot A(x_i)}{\sum_{i=1}^n A(x_i)}.$$

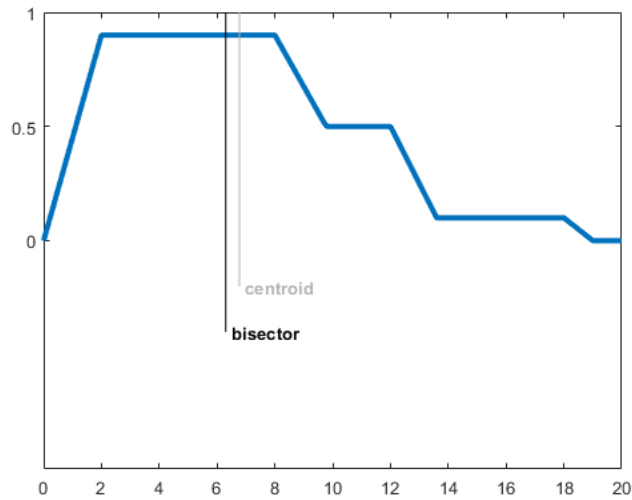
Pro spojitý univerzum je potřeba použít integrál pro výpočet plochy. Nechť máme fuzzy množinu  $A$  na spojitém univerzu  $U$ . Nosič fuzzy množiny  $A$  značíme  $Supp(A)$  a nechť  $x^*$  je ostrá hodnota získaná pomocí metody těžiště. Vztah pro výpočet této hodnoty je

$$x^* = \frac{\int_{Supp(A)} x \cdot A(x) dx}{\int_{Supp(A)} A(x) dx}.$$

Na obrázku 1.5 vidíme použití defuzzifikační metody centroid na dané fuzzy množině.

### Medián fuzzy množiny (bisector)

Metoda medián fuzzy množiny najde svislou čáru, která rozdělí fuzzy množinu na dvě stejně velké plochy. V některých případech se defuzzifikace touto metodou shoduje s defuzzifikací pomocí metody těžiště.



Obrázek 1.6: Defuzzifikace pomocí metody bisector [9]

Nechť máme fuzzy množinu  $A$  a  $x^*$  je ostrá hodnota získaná pomocí metody mediánu fuzzy čísla. Při použití této metody hledáme takové  $x^*$ , pro které platí

$$\int_{-\infty}^{x^*} A(x)dx = \int_{x^*}^{\infty} A(x)dx.$$

Na obrázku 1.6 vidíme použití metody medián fuzzy množiny. Šedou barvou je vyznačena i metoda těžiště, můžeme tedy vidět, že pro tuto fuzzy množinu se tyto dvě metody neshodují. [9]

### Metoda posledního maxima (LOM - Largest of Maxima)

Metoda posledního maxima bere jako ostrou hodnotu  $x^*$  největší hodnotu  $x$  z množiny

$$H = \{x | A(x) = hgt(A)\}.$$

Hodnotu  $x^*$  metodou posledního maxima získáme pomocí vztahu

$$x^* = \sup_{x \in H} x.$$

### Metoda prvního maxima (SOM - Smallest of Maxima)

Metoda prvního maxima bere jako ostrou hodnotu  $x^*$  nejmenší hodnotu  $x$  z množiny  $H$

$$H = \{x | A(x) = hgt(A)\}.$$

Hodnotu  $x^*$  metodou prvního maxima získáme pomocí vztahu

$$x^* = \inf_{x \in H} x.$$

### Metoda středu maxima (MOM - Middle of Maxima)

Metoda středu maxima vychází z předchozích dvou metod, tj. z metody posledního maxima a metody prvního maxima. Ostrou hodnotu  $x^*$  získáme aritmetickým průměrem hodnot, získaných pomocí těchto dvou metod. Hodnotu  $x^*$  metodou středu maxima získáme pomocí vztahu

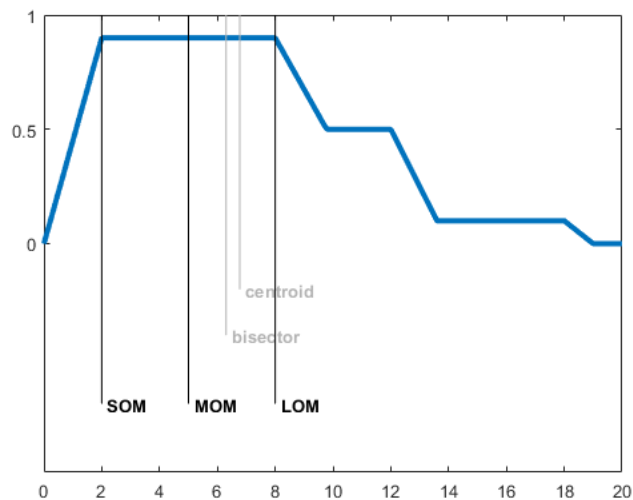
$$x^* = \frac{x_{LOM}^* + x_{SOM}^*}{2},$$

kde  $x_{LOM}^*$  je hodnota získaná pomocí metody posledního maxima a  $x_{SOM}^*$  je hodnota získaná pomocí metody prvního maxima. [1]

Grafické zobrazení metody posledního maxima (LOM), metody prvního maxima (SOM) a metody středu maxima (MOM) vidíme na obrázku 1.7, na tomto obrázku můžeme taktéž porovnat současně všechny zmíněné metody.

Při volbě defuzzifikační metody je dobré dát si pozor na možné nežádoucí chování defuzzifikačních metod. Nevýhodou metod LOM, SOM a MOM je, že bere v úvahu pouze ty prvky, ve kterých má fuzzy množina maximální stupeň příslušnosti. Na obrázku 1.8 vidíme fuzzy množinu, pro kterou může být volba těchto metod defuzzifikace nevhodná.

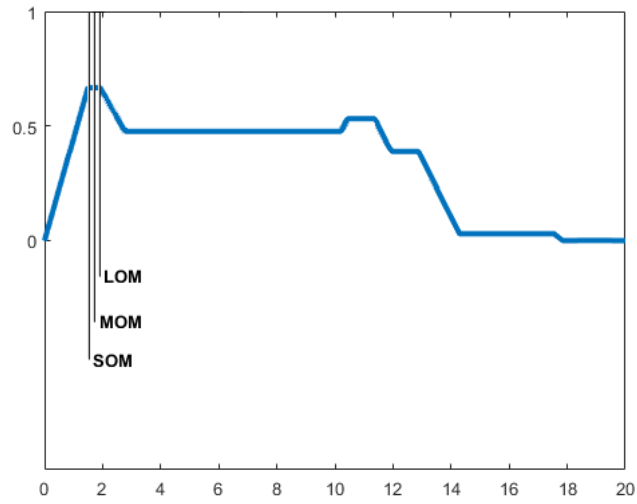
Mamdaniho inferenční algoritmus stanovuje výslednou fuzzy množinu pomocí sjednocení fuzzy množin, které jsou “useknuté” ve výšce podle zasažení pravidla. Může se tedy stát, že výsledná fuzzy množina bude mít tvar znázorněný na obrázku 1.9. V tomto případě by defuzzifikace metodou těžiště, bisector nebo



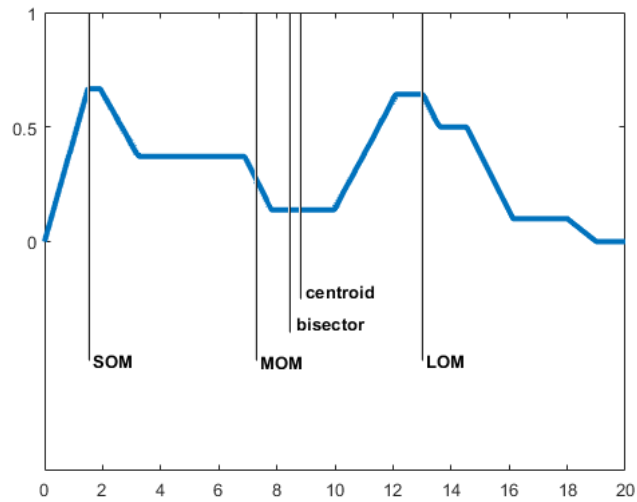
Obrázek 1.7: Defuzzifikace pomocí metod MOM, LOM a SOM [9]

MOM byla neintuitivní vzhledem ke tvaru fuzzy množiny. Pokud má výsledná fuzzy množina více vrcholů, může to reprezentovat situaci, kdy máme více možných řešení pro stejné vstupy. V tomto případě by bylo vhodné zvolit jeden z vrcholů této fuzzy množiny. Na následujícím příkladu vysvětlíme, proč může být použití metod těžiště, bisector a MOM pro tuto fuzzy množinu nevhodné.

**Příklad 1:** Mějme autopilota v automobilu, sestavený pomocí fuzzy regulátoru s Mamdaniho inferenčním algoritmem. Tento fuzzy regulátor bude řešit situaci, jak objet překážku. Automobil má možnost překážku objet zprava nebo zleva. Výsledná fuzzy množina bude mít dva vrcholy, které představují tyto dvě možnosti. Při použití defuzzifikačních metod těžiště, bisector a MOM výsledné řešení by bylo mezi těmito vrcholy, což by byl problém, protože výsledkem by bylo jet rovně. Tento problém by mohla vyřešit volba defuzzifikační metody LOM nebo SOM.



Obrázek 1.8: Defuzzifikace fuzzy množiny



Obrázek 1.9: Defuzzifikace fuzzy množiny



# Kapitola 2

## Praktická část

Hlavním úkolem v praktické části práce je vytvoření fuzzy regulátoru pro řízení výšky hladiny toku řeky Moravy v Olomouci. Nejprve je tedy potřeba popsat problematiku regulace vodního toku. Dále se pak zaměřím na státní podnik Povodí Moravy, protože vodohospodářský uzel Olomouc je jeho součástí, pomocí kterého je prováděna regulace v Olomouci. Pro sestavení fuzzy regulátoru bude potřeba podrobně popsat vodohospodářský uzel Olomouc (technické parametry a způsob aktuální regulace). Následně se již zaměřím na fuzzy regulátor (stanovení vstupů a výstupů, báze pravidel, ...).

### 2.1. Regulace vodního toku

*Regulací vodního toku* rozumíme zásah člověka do přirozeného prostředí vodního toku. Vidíme, že tato definice je velmi obecná, proto se pod tímto pojmem nachází velké množství zásahů (např. zvyšování břehů, stavba protipovodňových valů a hrází, stavba jezů, stavba přehrad, napřímení toku, prohloubení dna, rozšíření koryta řeky, ...). [12]

Ve své práci se, ale zabývám pouze jedním specifickým druhem regulace a to regulace výšky hladiny toku řeky Moravy v Olomouci. Tedy regulací toku pomocí vodohospodářského uzlu Olomouc, který se snaží držet výšku hladiny na optimální hodnotě, případně v optimálních mezích.

Správu, provoz a údržbu vodních toků a vodohospodářských objektů v po-



Obrázek 2.1: Letecký snímek - vodohospodářský uzel Olomouc

vodí Moravy zajišťuje státní podnik *Povodí Moravy*. Správa povodí je rozdělena mezi tři závody se sídly v Náměšti nad Oslavou, Olomouci a Uherském Hradišti. Základní činnosti jsou určeny zakládací listinou a vyplývají ze zákonných norem, zejména zákona č. 254/2001 Sb. “o vodách”, zákona č. 305/2000 Sb. “o povodích” a zákona č. 77/1997 Sb. ”o státním podniku” v platném znění. Činnosti, které Povodí Moravy vykonává jsou například provozování a údržba vodních děl, spolupráce při zneškodňování havárií na vodních tocích, poradenská činnost, činnost akreditovaných laboratoří, atd. [11]

### 2.1.1. Vodohospodářský uzel Olomouc

V této podkapitole blíže přiblížíme vodohospodářský uzel Olomouc. Pomocí tohoto vodního díla se provádí regulace výšky hladiny řeky Moravy ve městě Olomouc. Na obrázku 2.1 je letecký snímek tohoto vodohospodářského uzlu.

Pro zajímavost uvedeme stručnou historii výstavby tohoto vodního díla. Vys-

tavba jezu byla započata v roce 1940, kdy byly vybudovány dva nábrežní a jeden střední pilír a břehové úpravy nad i pod jezem. Stavba byla v roce 1942 zastavena a dokončena byla až v roce 1966 vybudováním pevného stupně s vývarem a pohyblivé ocelové hradící konstrukce. Jezový objekt byl uveden do trvalého provozu 6. 10. 1967. Jez na obtokovém kanále Olomouc byl budován v letech 2006 - 2007. [8]

V současnosti vodohospodářský uzel Olomouc tvoří jez na řece Moravě a jez na obtokovém kanále. Regulace výšky hladiny řeky Moravy v Olomouci zajišťuje:

- protipovodňovou ochranu města Olomouce, společně se soustavou vodohospodářských staveb (vodohospodářské stavby na řece Moravě jsou zejména jezy a vodní elektrárny),
- stabilizaci sklonových poměrů na řece Moravě a obtokovém kanále,
- zajištění povolených odběrů povrchové vody,
- estetický vzhled města Olomouce - vzdutí vody a utvoření vodního zrcadla,
- akumulaci a vzdouvaní povrchových vod. [8]

Nyní popíšeme, jak vypadá jez na řece Moravě a jez na obtokovém kanále, pomocí kterých se provádí regulace. Na obrázku 2.2 je vyznačeno, kde se tyto stavby v rámci vodohospodářského uzlu Olomouc nacházejí.

Na dalším obrázku 2.3 vidíme příčný řez jezu na řece Moravě. Na tomto obrázku je vyznačeno velké množství technických parametrů této stavby, ale pouze některé jsou důležité pro následné stanovování vstupů a výstupů do fuzzy regulátoru. Tyto pojmy jsou: koruna přepadu (resp. kóta pevného prahu), provozní hladina, kóta spodní hrany úplně vyhrazených stavidel, kóta horní hrany stavidel, výška stavidel, kóta dosedacího prahu, kóta horní hrany klapky a výška klapky. Vysvětlení těchto pojmů je uvedeno v tabulce 2.1. Na obrázku 2.3 není vyznačena výška stavidel, ale tuto hodnotu lze dopočítat z uvedených hodnot.

Pevná část jezu je betonová, přelivné plochy jsou obloženy žulovými kvádry. Tvar přepadové plochy pevného prahu a rovněž rozměry vývařišťe byly stano-

Tabulka 2.1: Technické údaje - jez na řece Moravě

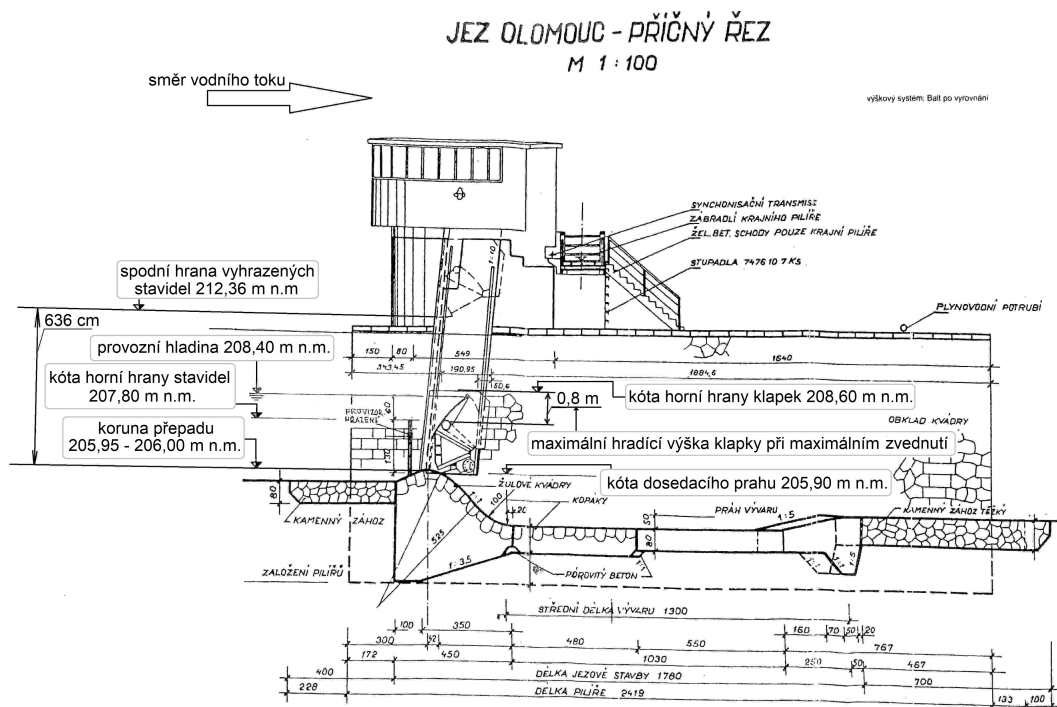
Název	Hodnota	Popis
Koruna přepadu (resp. kóta pevného prahu)	205,95 – 206,00 m n. m.	Bod, kde dosedají stavidla, zpravidla nejvyšší bod dna v oblasti jezu.
Provozní hladina	208,40 m n. m.	Optimální výše hladiny řeky Moravy v místě jezu Olomouc.
Kóta spodní hrany úplně vyhrazených stavidel	212,36 m n. m.	Spodní hrana stavidla při maximálním zvednutí.
Kóta horní hrany stavidel	207,80 m n. m.	Horní hrana stavidla při úplném zavření.
Kóta dosedacího prahu	205,90 m n. m.	Spodní hrana stavidla při zavřeném stavu (nulové zvednutí).
Výška stavidel	1,90 m (výpočet: 207,80 - 205,90 m n. m.)	Jedná se o maximální hradící výšku stavidla, při úplném zavření. Samotné stavidlo je vyšší, ale při zavření část stavidla zajíždí pod úroveň pevného prahu.
Kóta horní hrany klapky	208,60 m n. m.	Horní hrana klapky při maximálním zvednutí.
Výška klapky	0,8 m (výpočet: 208,60 - 207,80 m n. m.)	Maximální hradící výška při maximálním zvednutí klapky.



Obrázek 2.2: Letecký snímek - jez na řece Moravě a jez na obtokovém kanále

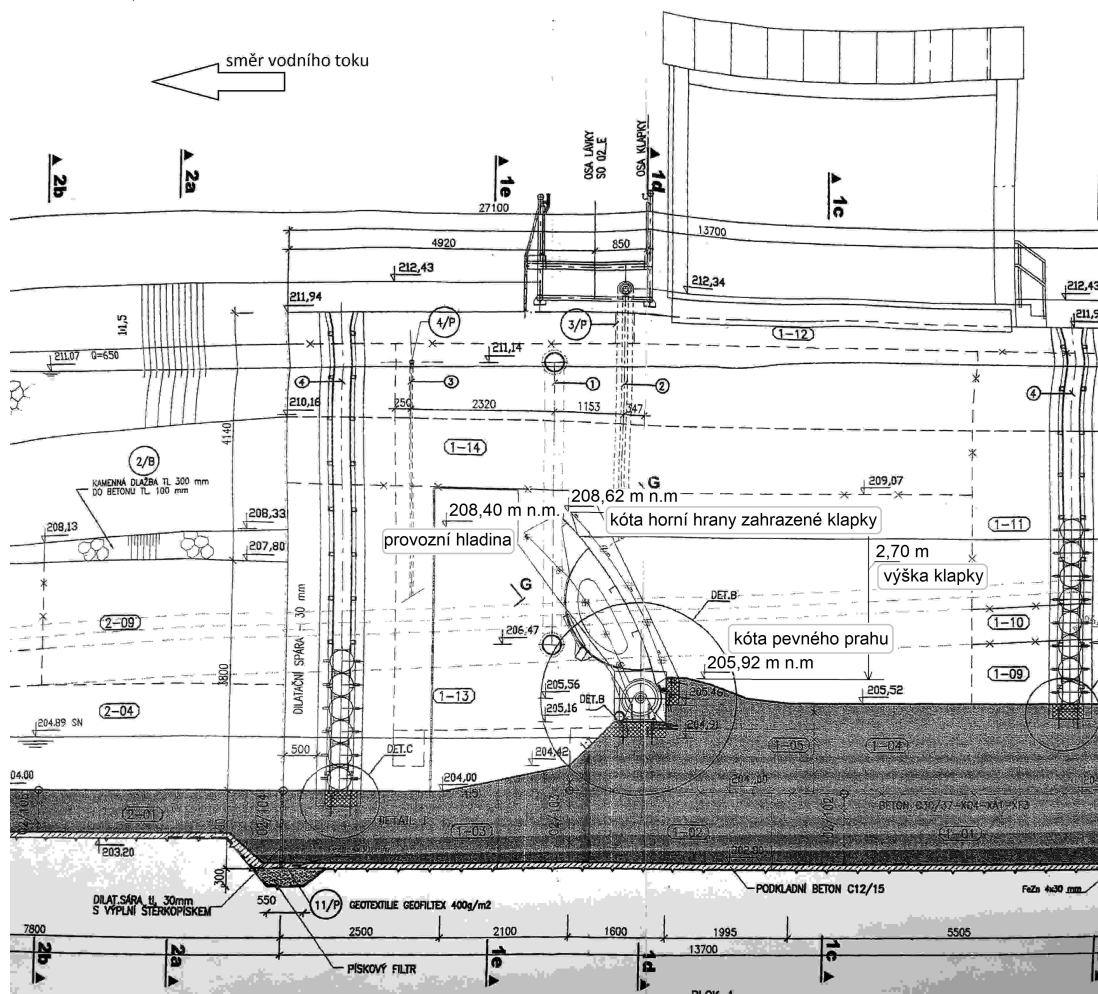
veny laboratorně. Před jezovým tělesem je proveden v délce jezu těžký kamenný zához na šířku 4,0 m. Celková délka stavby v příčném řezu je 17,80 m, se záhozy 28,80 m. Pole jsou hrazena ocelovými stavidly s nasazenými ocelovými klapkami. Hradící konstrukce sestává ze dvou stavidel šířky 2 x 19 metrů a výšky 1,9 metrů. Na každém stavidle je osazena ocelová klapka výšky 0,8 metrů. Celková hradící výška je 2,70 metrů. Hradící konstrukce se zvedá a sklápí pomocí Gallových řetězů ze strojoven umístěných na jezových pilířích. Ovládání je elektrické nebo ruční. Zvedací rychlost je 57,6 cm za minutu. Doba potřebná k úplnému zdvihnutí stavidla je 22 minut. Zvedací mechanismy jsou ovládány tlačítky umístěnými ve strojovnách tak, aby mohla osoba odpovědná za manipulaci sledovat pohyb zvedacího mechanismu. [8]

Z tohoto technického popisu budeme čerpat zejména při stanovování výstupů pro fuzzy regulátor. Ten by měl generovat do jakých poloh nastavit klapky, resp. stavidla. Technické parametry samotných klapek a stavidel uvedeme později.



Příloha G.6  
Vodohospodářský uzel Olomouc  
Příčný řez jezem na řece Moravě M 1:100

Obrázek 2.3: Příčný řez jezu na řece Moravě



Obrázek 2.4: Řez jezu na obtokovém kanále

Dále popíšeme jez na obtokovém kanále. Obtokový kanál odbočuje v levo-  
břežního konkávního břehu řeky Moravy pod železničním mostem [8]. Na obto-  
kovém kanále je jez s jednou ocelovou klapkou, stavidla zde nejsou.

Na obrázku 2.4 vidíme příčný řez jezu na obtokovém kanále. Důležité para-  
metry tohoto jezu jsou popsány v tabulce 2.2.

Pevná část jezu je betonová se zaoblenou přelivnou hranou. Před jezovým  
tělesem je kamenný zához v délce 4,80 metrů. Rybí přechod je situován na pravém  
břehu. Ten je tvořen betonovým žlabem šířky 1,80 metrů a délky 61,45 metrů.  
*Rybí přechod* je umělá stavba na vodním toku, která má za úkol zajistit rybám

Tabulka 2.2: Technické údaje - jez na obtokovém kanále

Název	Hodnota	Popis
Kóta pevného prahu	205,92 m n. m.	Nejvyšší bod dna v oblasti jezu na obtoku.
Hladina provozní (neboli provozní hladina)	208,40 m n. m.	Optimální výše hladiny řeky Moravy v místě obtokového kanálu Olomouc.
Kóta horní hrany zahrazení klapky	208,62 m n. m.	Horní hrana klapky při maximálním zvednutí.
Výška klapky	2,70 m (výpočet: 208,62 - 205,92 m n. m.)	Maximální hradící výška při maximálním zvednutí klapky.

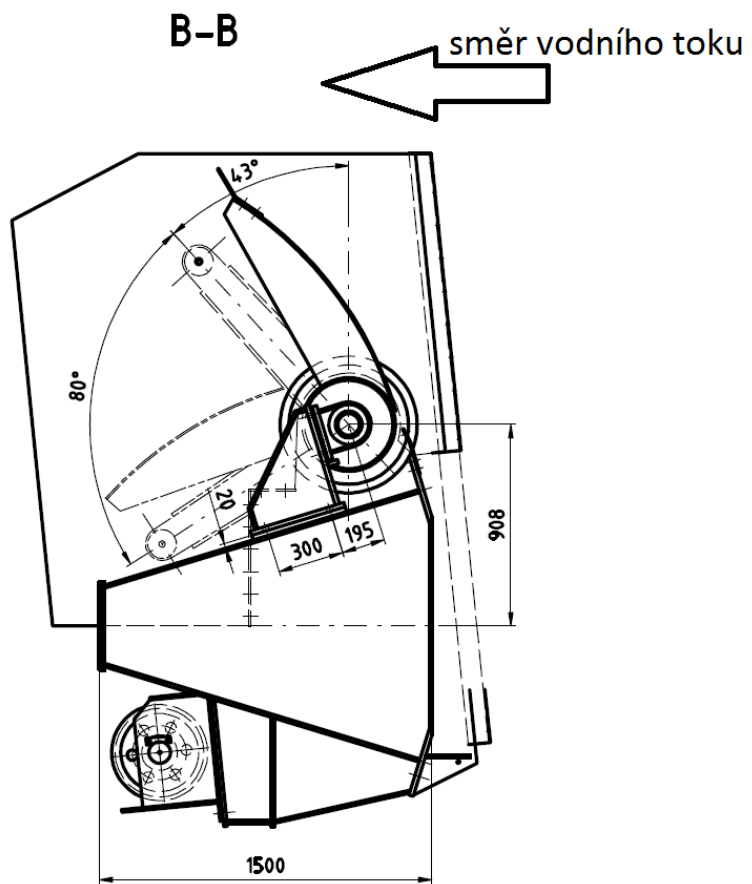
jejich přirozený pohyb při migraci. Přejechy se staví jako součást jiných vodních děl na toku, které by samy o sobě tok přehradily bez možnosti průchodu ryb. [12] Jezové pole je hrazeno ocelovou klapkou výšky 2,70 metrů a šířky 12 metrů. Pohyb klapky je zajištěn oboustranným mechanickým pohonem s elektromotorem. Celková délka jezového tělesa je 24 metrů [8].

Nyní popíšeme technické parametry klapky a stavidel na jezu na řece Moravě a klapky na obtokovém kanále. Jak již bylo výše zmíněno, na jezu na řece Moravě jsou dvě stavidla vedle sebe, která jsou zakončena klapkami. Na obrázku 2.5 vidíme jak tyto klapky vypadají. Poloha klapky je značena pomocí osmin. To znamená, že pokud je klapka v poloze  $\frac{0}{8}$ , pak je klapka sklopená. Pokud je klapka v poloze  $\frac{8}{8}$ , pak je klapka zvednutá. Nejmenší možné posunutí klapky je o  $\frac{0,5}{8}$ . Množina možných poloh klapky je tedy  $\{\frac{0}{8}, \frac{0,5}{8}, \frac{1}{8}, \frac{1,5}{8}, \frac{2}{8}, \frac{2,5}{8}, \dots, \frac{7,5}{8}, \frac{8}{8}\}$ .

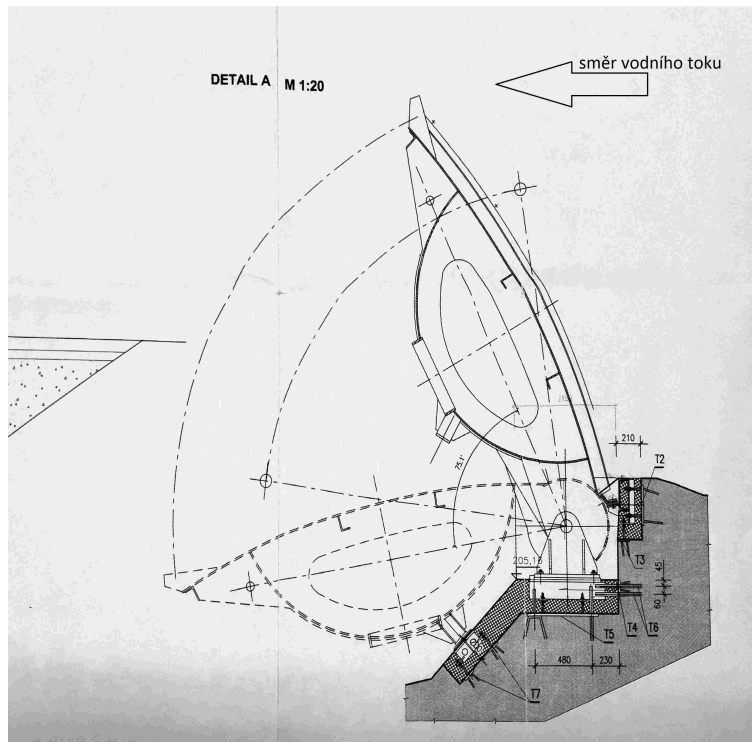
Stavidla jsou pouze na jezu na řece Moravě. Při manipulaci se stavidla zvedají nebo snižují. Poloha stavidel se udává v centimetrech, podle toho jak moc jsou zvednutá. Stavidla lze zvednout do výšky až 636 cm. Tuto hodnotu lze dopočítat i z tabulky 2.1, kdy odečteme od sebe “kóta spodní hrany úplně vyhrazených stavidel” (212,36 m n. m.) a “koruna přepadu” (206 m n. m.).

Klapka na obtokovém kanále je modernější. Jak bylo výše zmíněno, na obtokovém kanále je jedna klapka bez stavidel. Na obrázku 2.6 vidíme jak tato klapka vypadá. Poloha této klapky je značena pomocí procent. Pokud je klapka v poloze





Obrázek 2.5: Klapka na jezu na řece Moravě



Obrázek 2.6: Řez klapky na obtokovém kanále

0 %, pak je klapka zvednutá. Pokud je klapka v poloze 100 %, pak je klapka sklopená. Nejmenší možné posunutí je o 1 %.

### 2.1.2. Provozní deník

Provozní deník je dokument, do kterého se zaznamenávají provedené manipulace s klapkami, resp. stavidly a jiné provozní informace. Byl mi umožněn přístup k deníku za rok 2017. Tento dokument je v papírové podobě a data, která jsou v něm uváděna jsou:

- datum
- teplota vzduchu v 7:00 hodin ráno
  - Teplota vzduchu je v jednotkách stupních Celsia.
- hladina

- Výška hladiny je uváděna v centimetrech.
- Hodnota není měřena přímo u vodohospodářského uzlu Olomouc, kde se provádí regulace, ale u měrné stanice Olomouc - Nové Sady.
- průtok
  - Průtok je měřen v  $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ .
  - Měření průtoku je prováděno u měrné stanice Olomouc - Nové Sady.
- počasí
  - Uvádí se oblačnost a srážky.
  - např.: zataženo, oblačno, přeháňky, sněžení, ...
- poloha klapky na obtokovém kanále
  - V deníku je uvedena ranní poloha klapky.
  - Pokud je daný den prováděna manipulace s klapkou, je zde uveden čas a nová poloha klapky.
- poloha klapek, případně stavidel, na hlavním toku řeky Moravy
  - Stejně jako u polohy klapky na obtokovém kanále, je uvedena ranní poloha, pokud proběhne manipulace, tak čas a nová poloha klapek či stavidel.

### 2.1.3. Současná regulace

V současnosti regulaci provádí zaměstnanci Povodí Moravy. Při manipulaci s klapkami, resp. stavidly je nutná osobní přítomnost zaměstnance. Při své práci se řídí manipulačním a provozním řádem pro vodohospodářský uzel Olomouc. V tomto dokumentu jsou obecná pravidla jak postupovat, normy a technické parametry vodohospodářského uzlu Olomouc.

Aby pracovník mohl provádět regulaci, je nutné získání praxe pod dohledem, které trvá minimálně rok. Dále je potřeba, aby pracovník sledoval vývoj výšky

hladiny, počasí a dalších ukazatelů i mimo svoji pracovní dobu. Důvodem je, aby v případě nutnosti zabezpečil včasnou regulaci.

## 2.2. Sestrojení fuzzy regulátoru

Při konstrukci regulátoru, jsem se rozhodla, použít tři samostatné fuzzy regulátory, které na sebe navazují. Vstupy pro všechny regulátory budou stejné, jen výstupy se budou lišit. První regulátor bude pracovat s klapkami na jezu na řece Moravě, druhý regulátor bude regulovat pomocí klapky na obtokovém kanále a třetí regulátor bude pracovat se stavidly na jezu na řece Moravě. Propojení mezi regulátory budeme řešit později. Nyní stanovíme vstupy, pomocí kterých bude regulátor usuzovat, jakým způsobem zasáhnout.

### 2.2.1. Vstupy

Při současné regulaci pracovníci sledují různé ukazatele. Podle nich se rozhodují, kdy a jak regulovat. Také předpovídají, co mohou očekávat nebo si případnou regulaci dopředu naplánovat. Sestavovaný regulátor bude pracovat trochu jiným způsobem. Ten provede každých 30 minut kontrolu aktuálních hodnot vstupních proměnných a rozhodne se, zda má provést zásah. Interval 30 minut je stanovený z důvodu, aby se případný předchozí zásah do další kontroly dostatečně projevil. Zároveň je tento interval dostatečně krátký, aby v případě rychlého zvyšování/snižování výšky hladiny reagoval včas. Při definování vstupních proměnných do fuzzy regulátoru byla potřeba určit, které vstupy budou poskytovat dostatečné informace, aby byl regulátor schopen adekvátně vyhodnotit situaci. Vstupy, které jsem se rozhodla použít, jsou:

- výška hladiny v Olomouci,
- ledová celina,
- vývoj výšky hladiny v Olomouci,
- vývoj výšky hladiny v Moravičanech.

Tyto vstupy by měly obsahovat dostatečné informace, aby regulátor byl schopen adekvátně vyhodnotit situaci.

### Výška hladiny v Olomouci

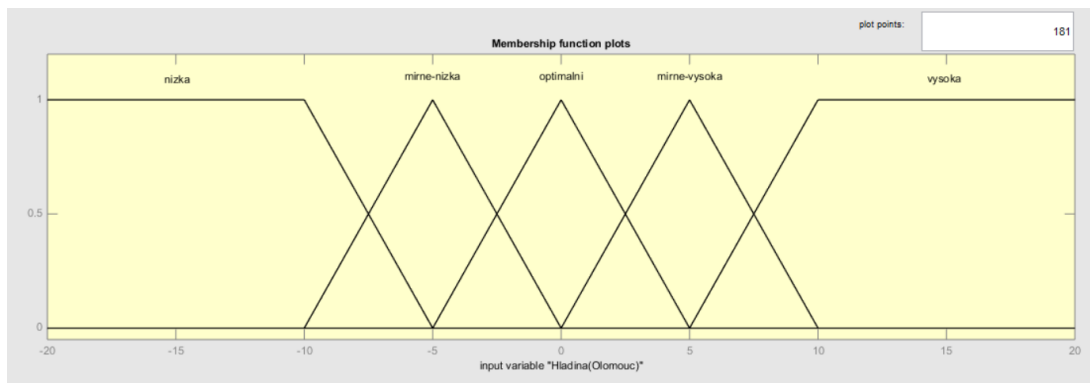
Úkolem regulátoru je udržovat výšku hladiny na provozní hodnotě. Z tohoto důvodu je informace o aktuálním stavu nejdůležitějším vstupem při regulaci. Hodnota tohoto vstupu je měřena přímo u jezu na řece Moravě. Provozní hladina řeky je stanovena kótou 208,40 m n. m. s tolerancí  $\pm 20\text{cm}$  [8]. Tato hladina je stanovena vzhledem k nadmořské výšce, ale pro regulaci nás bude zajímat pouze rozmezí  $\pm 20\text{cm}$ . Hodnota tohoto vstupu vypovídá o tom, jak moc se lišíme od ideálního stavu.

Vstup „výška hladiny vody v Olomouci“ definujeme na intervalu  $\langle -50, 50 \rangle$  centimetrů. Nula na tomto intervalu představuje ideální hodnotu, tj. provozní hladina (208,40 m n. m.). Zvolila jsem větší rozmezí, než je uvedena tolerance v manipulačním řádu [8]. A to pro případ, pokud by se hladina dostala mimo povolenou hranici (tj. odchylka by byla větší než  $\pm 20\text{cm}$ ), ale technické parametry jezu by ještě umožňovaly zásah, tak aby tento zásah byl zařízením proveden. Pokud by se hladina dostala i přes tuto zvolenou hranici, pak v případě vysoké hladiny by již měly být klapky sklopeny a stavidla zvednutá, tedy by nebylo možné provést další zásah. Pokud by byla hladina příliš nízká, pak by již měly být stavidla zavřena a klapky zvednuty, další zásah taktéž není možný.

Jazykové výrazy pro tuto jazykovou proměnnou jsem zvolila *vysoká*, *mírně vysoká*, *optimální*, *mírně nízká* a *nízká hladina*. Dále jsem těmto výrazům přiřadila odpovídající fuzzy čísla. Na obrázku 2.7 vidíme graficky znázorněnou tuto jazykovou proměnnou.

### Ledová celina

Ledová celina je vstup, který souvisí s teplotou a specifickým stavem na řece. Teplota je údaj, který je zaznamenáván do provozních deníků. Z tohoto důvodu jsem zjišťovala vliv teploty na regulaci. Zjistila jsem, že teplota neovlivňuje přímo

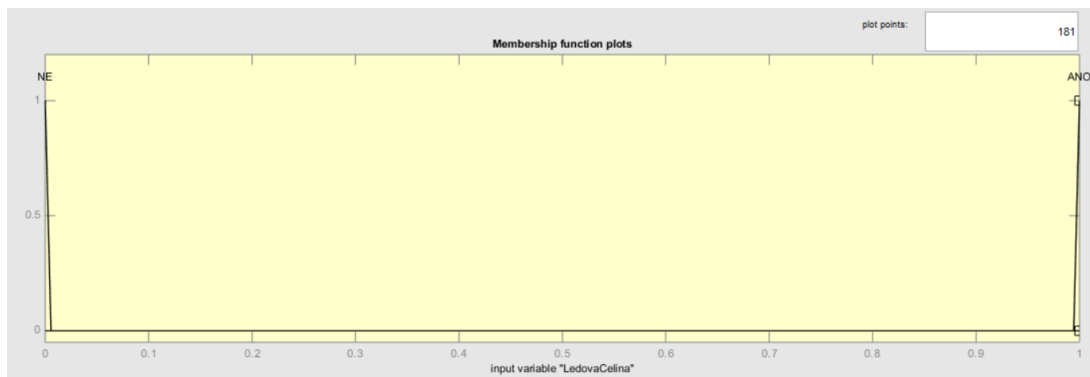


Obrázek 2.7: Vstup - výška hladiny v Olomouci

hladinu řeky ani regulaci. Ale důvod, proč je tento údaj zaznamenáván, přesto existuje. Pokud je teplota dlouhodobě pod bodem mrazu, začne řeka zamrzat. Nejdříve se v řece objeví kusy ledu (led na okrajích řeky a plovoucí kusy ledu). Led v řece nemá na způsob regulace žádný vliv. Pokud mrznutí přetrvává, ledu v řece přibývá, pak může dojít k vytvoření ledové celiny ve zdrži jezu. *Ledová celina* je definována jako souvislá ledová plocha přimrzlá k břehům, tvořící se na stojatých vodách, ve zdržích jezu nebo pomalu tekoucích řekách.

Pokud dojde k vytvoření ledové celiny, přestává se regulovat. Stavidla a klapky se nechávají v aktuálních polohách. V těchto situacích je zpravidla nižší průtok (nižší hladina), z tohoto důvodu zastavení regulace nepředstavuje riziko. Regulovat se začíná při oblevě. Zahájení regulace mohou doprovázet komplikace, které způsobuje ledová celina a případné zamrznutí klapky a stavidel. V těchto situacích je potřeba rozmrazit klapky a stavidla pomocí parních a provzdušňovacích zařízení. V některých situacích můžeme nechat ledovou celinu samovolně roztát, ale pokud je potřeba zahájit regulaci (obleva způsobí zvyšování hladiny), je potřeba ledovou celinu rozbít. To lze provést snížením a opětovným zvýšením hladiny řeky. Led tvořící ledovou celinu může být příliš silný, potom je potřeba jej rozbít pomocí techniky. Tyto zásahy již neprovádí pracovník, který zajišťuje regulaci. Po rozbítí ledové celiny se zahájí běžná regulace.

Vytvoření ledové celiny, zastavení regulace a opětovné zahájení běžné regulace je specifický a výjimečný stav. Z tohoto důvodu jsem se rozhodla do regulátoru



Obrázek 2.8: Vstup - ledová celina

tuto situaci zadat, pouze ve smyslu vytvoření ledové celiny. Tato proměnná má tedy jen dvě hodnoty, ledová celina se vyskytuje nebo nevyskytuje. Pokud se ledová celina nevyskytuje, proměnná nemá na regulaci vliv. Jestliže se ledová celina vyskytuje, regulace se zastaví, bez ohledu na ostatní proměnné.

Vstupní hodnota této proměnné bude 0 nebo 1. Nula značí, že ledová celina nenastala a jedna, že nastala.

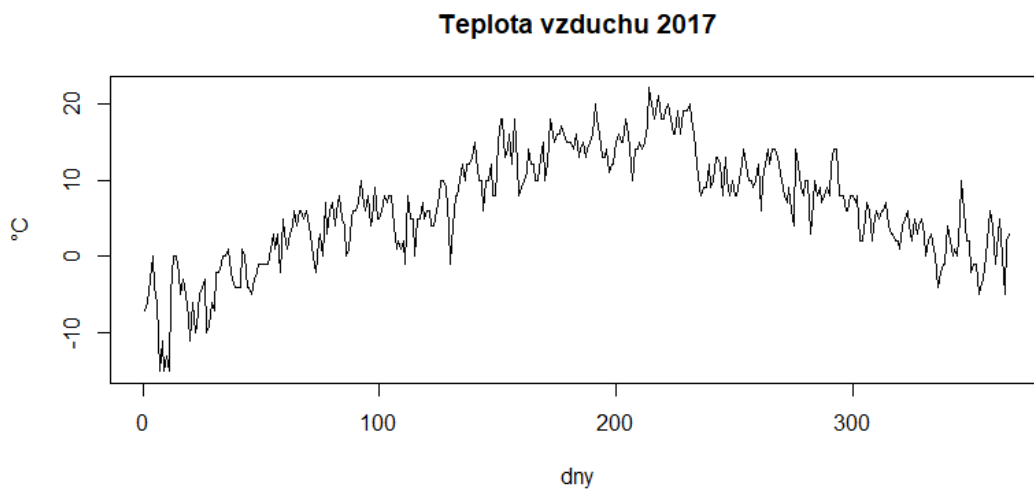
Na obrázku 2.8 vidíme, jakým způsobem je tato proměnná definována v softwaru Matlab.

Na obrázku 2.9 je zobrazen vývoj teploty vzduchu za rok 2017. Začátkem tohoto roku vidíme, že se teplota pohybovala delší dobu pod bodem mrazu. Ze záznamů o regulaci, jsem zjistila, že v tomto období byla vytvořena ledová celina. Pokud tento obrázek 2.9 porovnáme s obrázkem 2.10, kde je zobrazen vývoj výšky hladiny za rok 2017, můžeme vidět, že jakmile se teplota dostala nad hodnotu 0°C, tak nastalo tání a výška hladiny prudce stoupala.

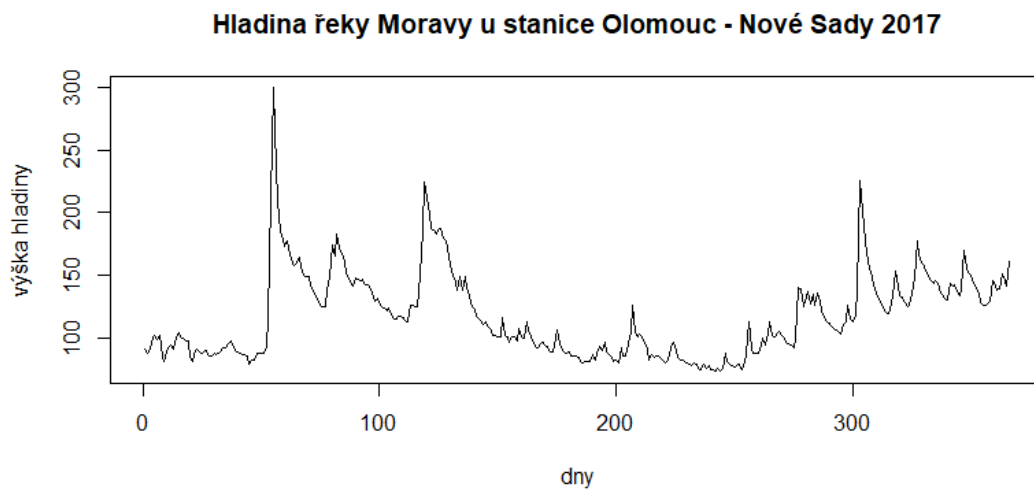
### Vývoj výšky hladiny v Olomouci

V tomto vstupu je zahrnuto více informací dohromady. Při regulaci pracovníci sledují vývoj výšky hladiny za posledních pár dní. Zda má rostoucí, klesající či konstantní charakter. Zároveň sledují počasí (převážně srážky) a předpovídají jeho vliv na vývoj výšky hladiny.

Informace o vývoji výšky hladiny čerpají z webových stránek Českého hyd-

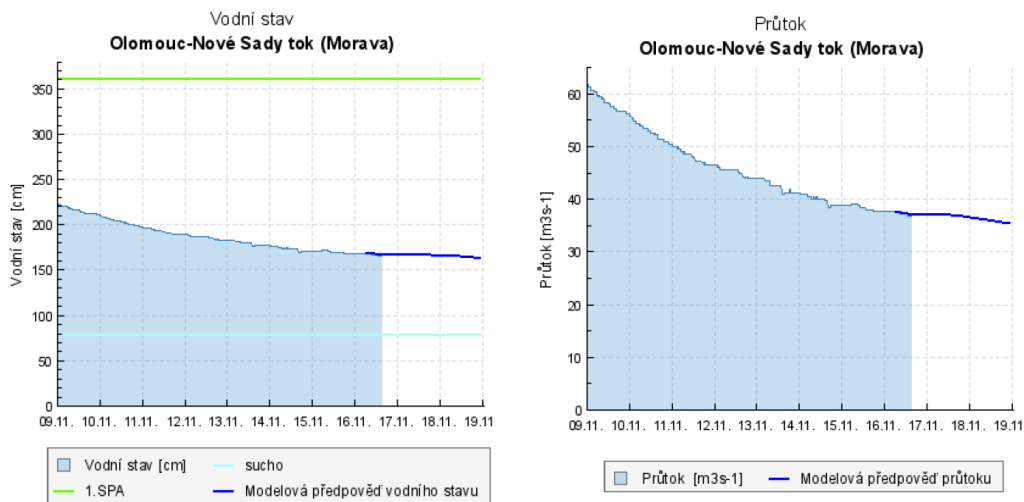


Obrázek 2.9: Vývoj teploty v roce 2017



Obrázek 2.10: Vývoj hladiny řeky Moravy za rok 2017





Obrázek 2.11: Vývoj výšky hladiny a průtoku za období 9.11.–19.11. [10]

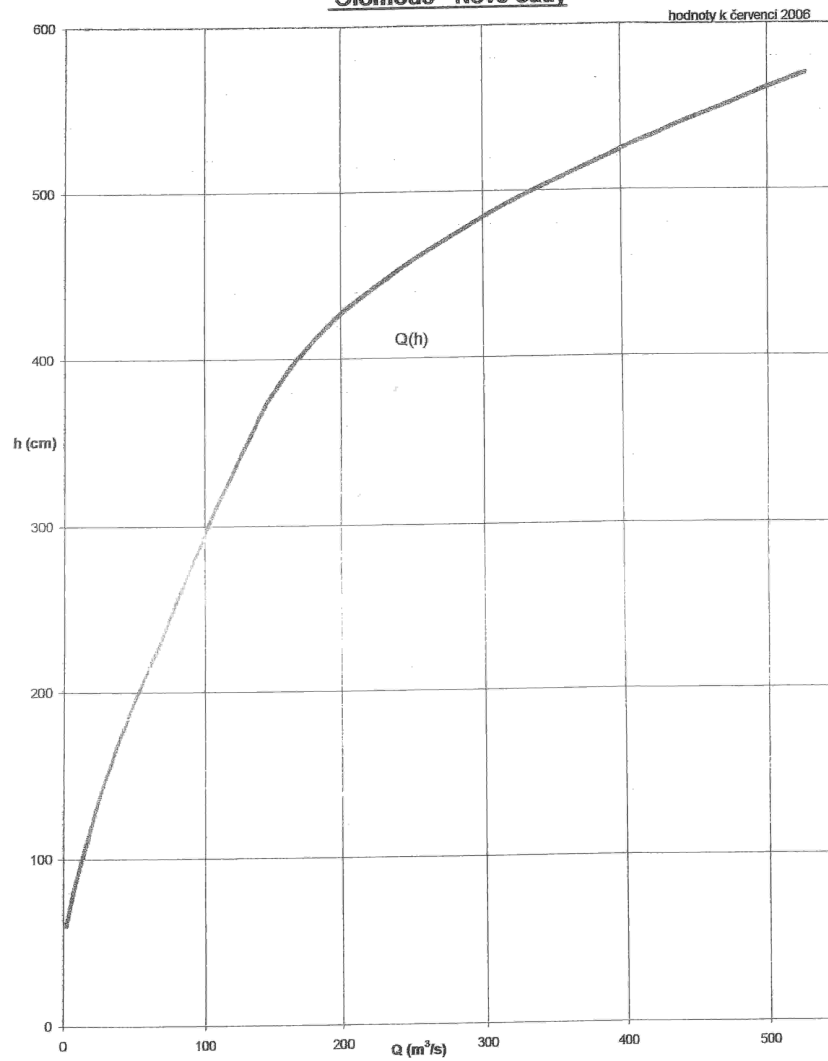
rometeorologického ústavu [10]. Informace ohledně srážek čerpají z jakéhokoliv důvěryhodného zdroje, poskytující předpovědi počasí.

Předpověď a aktuální počasí je pouze vedlejší ukazatel, který má vliv na regulaci. Zároveň lze tyto informace částečně vyčíst z poskytovaného grafu o vývoji výšky hladiny.

Důležité je upozornit na to, že první vstup “výška hladiny” a hodnoty, které jsou zaznamenávány do grafu pro “vývoj výšky hladiny”, není měřen na stejném místě. Výška hladiny, resp. její výkyv od ideální hodnoty je sledován pracovníky přímo u jezu Olomouc na řece Moravě. Zatímco hodnoty o vývoji, které jsou zaznamenávány do grafu, jsou měřeny měrnou stanicí Olomouc-Nové Sady. Z tohoto důvodu mohl být matoucí obrázek 2.10, protože je zde vidět výkyv i ve stovkách centimetrů.

Grafy poskytované Českým hydrometeorologickým ústavem jsou na obrázku 2.11. Pracovníci při regulaci sledují průtok vody i výšku hladiny. Ale do fuzzy regulátoru jsem se rozhodla použít jako vstup pouze výšku hladiny, a to z důvodu, že tyto dvě veličiny na sobě závisí a dají se navzájem odvodit. Bylo by tedy zbytečné použít oba tyto grafy jako vstup. Závislost není čistě lineární, ale jsou stanovené křivky, které tuto závislost znázorňují (viz obrázek 2.12).

**Měrná křivka koryta řeky Moravy v profilu I<sub>g</sub> stanice  
Olomouc - Nové Sady**



Příloha G.17  
Vodohospodářský uzel Olomouc  
Měrná křivka I<sub>g</sub> stanice Olomouc – Nové Sady

Obrázek 2.12: Měrná křivka

Nyní popíšeme jaké informace poskytuje graf na obrázku 2.11 vlevo a následně vysvětlíme, jakým způsobem budou reprezentovány při vstupu do fuzzy regulátoru.

Tento graf znázorňuje vývoj výšky hladiny za poslední týden a zároveň je zde vykreslena predikce pro následující 3 dny. V průběhu dne je tento graf doplňován aktuálním vývojem, proto můžeme vidět, že se predikce s vývojem mírně překrývají. Predikce je tvořena pomocí matematického modelu, který zohledňuje aktuální počasí i předpověď počasí, a to v rámci celého povodí Moravy. Výšku hladiny v Olomouci může totiž ovlivnit i počasí, které je kdekoliv nad územím povodí řeky Moravy.

Hodnota 78 cm, která je v grafu vyznačená světle modrou čarou, značí sucho. Hodnota 360 cm, která je v grafu vyznačená zelenou čarou, značí první stupeň povodňové aktivity.

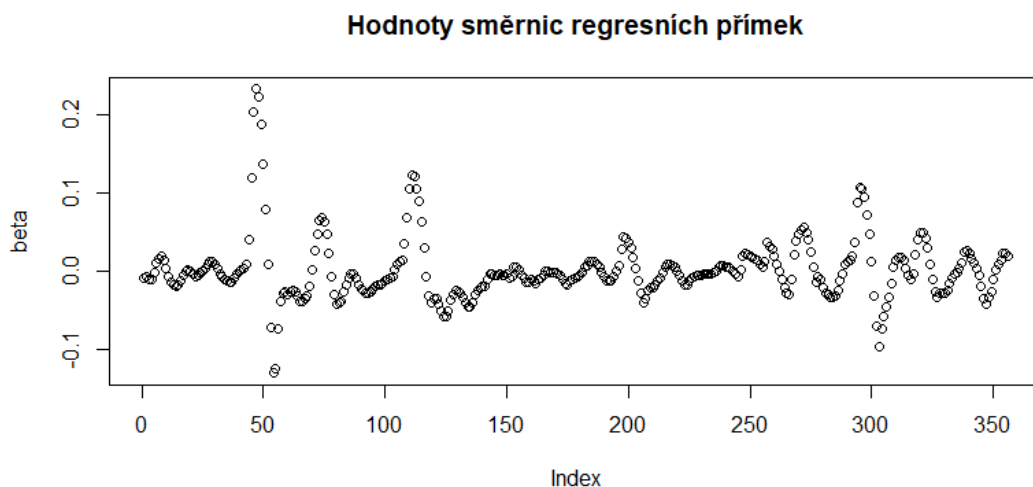
Pro zanesení vstupu do fuzzy regulátoru jsem se rozhodla použít směrnici regresní přímky, která nese informaci, zda hladina roste či klesá a zároveň informaci o rychlosti této změny.

Grafy, které jsou na obrázku 2.11, jsou dostupné pouze pro aktuální situaci. Zpětně se k těmto informacím nelze vrátit. Povodí Moravy mi poskytlo přístup k historickým datům o vývoji výšky hladiny v Olomouci, které ale nejsou tak detailní. Ke každému dni je přiřazena jedna hodnota, která se rovná průměrné výšce hladiny za ten daný den. Protože jsem měla k nahlédnutí provozní deníky za rok 2017, rozhodla jsem se stáhnout data pro tento rok. Po vykreslení jednotlivých grafů jsem usoudila, že pro stanovení směrnic regresních přímek, jsou tato data dostačující.

Nyní je potřeba stanovit rozmezí, ve kterém se hodnota směrnic regresních přímek může pohybovat a následně určit jazykové výrazy a fuzzy čísla, která by reprezentovala možné situace vývoje výšky hladiny.

Pro tuto jazykovou proměnnou jsem zvolila jazykové výrazy: *hladina klesá*, *mírně klesá*, *konstantní*, *mírně roste* a *roste*.

Dále jsem z dat vypočítala směrnice, pro každých 10 (7 dní + 3 dny predikce)

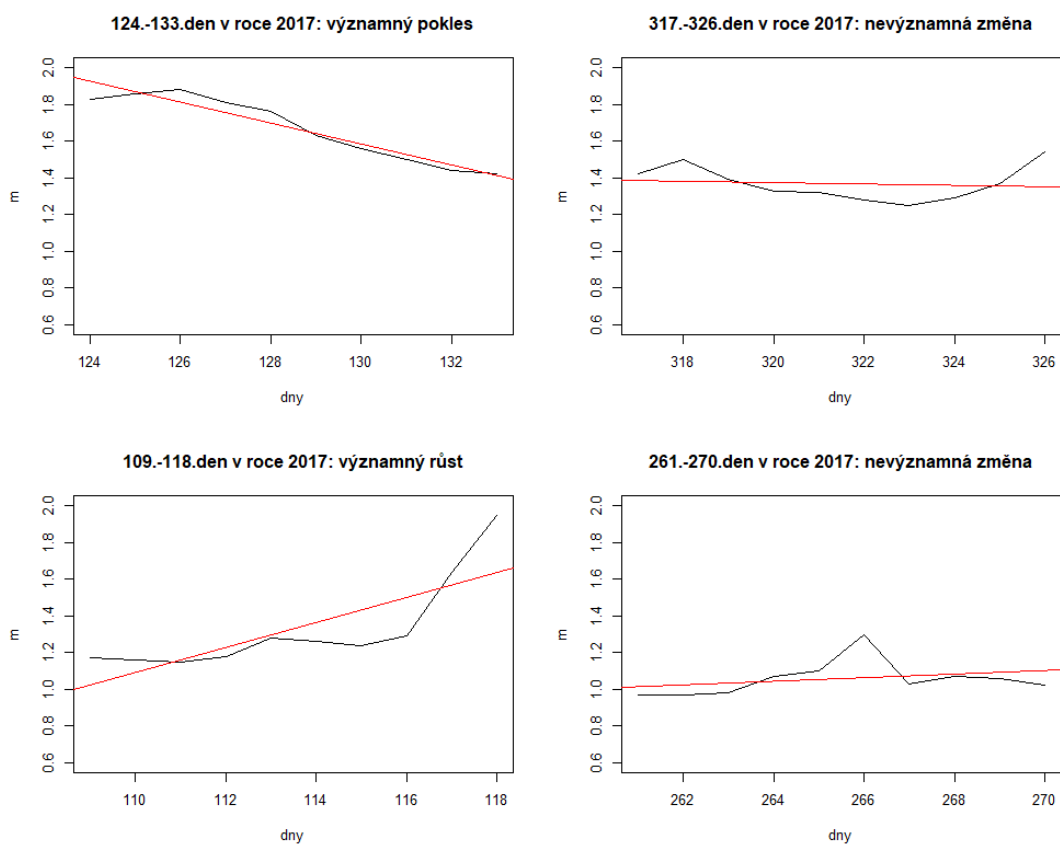


Obrázek 2.13: Hodnoty směrnic regresních přímek pro 10denní intervaly za rok 2017 pro vývoj výšky hladiny v Olomouci

po sobě následujících dní (tj. 1.-10.den, 2.-11.den, 3.-12.den, ...) za rok 2017. Tyto hodnoty směrnic jsem si následně vykreslila do jednoho grafu (viz obrázek 2.13), abych zjistila, jakých hodnot nabývají. Maximální hodnota směrnic za rok 2017 byla 0,2324848 a minimální hodnota byla -0,1299394. Z těchto informací máme představu v jakém rozmezí se směrnic mohou pohybovat. Univerzum této jazykové proměnné jsem stanovila interval  $\langle -0,5; 0,5 \rangle$ , který jsem zvolila záměrně větší než jsou maximální a minimální hodnoty roku 2017, aby byla jistota, že směrnic bude vždy součástí univerza.

Dále byla potřeba zjistit, které směrnic představují klesání, mírné klesání, kdy se vývoj považuje již za konstantní, atd. Tyto informace jsem získala při konzultaci s pracovníkem Povodí Moravy. Vykreslila jsem si grafy s různými směrnicemi a k těmto grafům jsem dostala informaci, zda graf znázorňuje pokles, mírný pokles, mírný růst, růst nebo konstantní vývoj. Tímto způsobem jsem získávala informace, abych následně byla schopná stanovit fuzzy čísla, která budou představovat jednotlivé jazykové výrazy.

Jako příklad zde uvedu čtyři grafy s vykreslenými regresními přímkami a s popisem rozhodnutí o jakém vývoji výšky hladiny vypovídají.

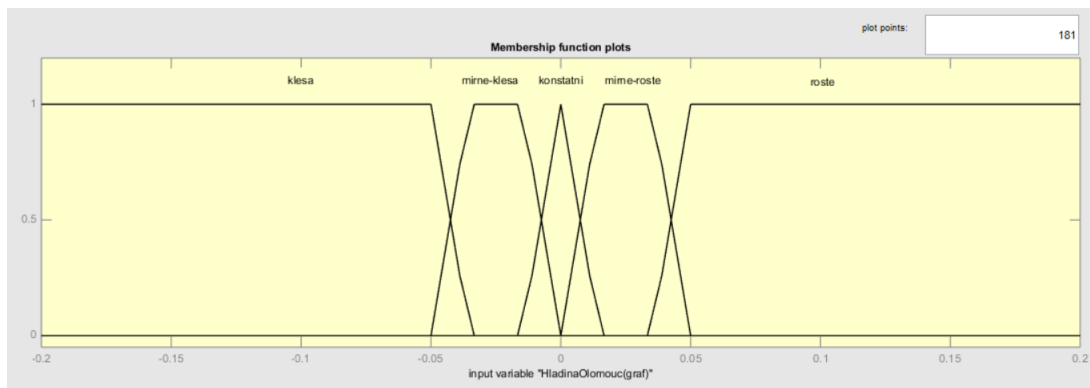


Obrázek 2.14: Příklady vykreslených grafů se směnicemi

Popis obrázku 2.14:

- **124. - 133. den v roce 2017:** Hodnota směrnice, zaokrouhlená na 5 desetinných míst, pro tyto dny je  $-0,05703$ . V tomto případě proběhl významný pokles, kdy pracovník Povodí Moravy zpozorní.
- **317.-326.den v roce 2017:** Hodnota směrnice, zaokrouhlená na 5 desetinných míst, pro tyto dny je  $-0,00370$ . Pracovník Povodí Moravy tento vývoj posoudil jako konstantní. Na konci grafu to vypadá, že hladina začíná stoupat, ale tento jev není potřeba zatím brát v úvahu. Podstatné by byl následující graf. Pokud by hladina nadále stoupala, již by se mohlo jednat o mírný růst. Pokud by nastal pokles nebo by se hladina stabilizovala, nebyla by tato změna podstatná.
- **109. - 118. den v roce 2017:** Hodnota směrnice, zaokrouhlená na 5 desetinných míst, pro tyto dny je  $0,06812$ . Na tomto grafu vidíme výrazný růst. Tato změna hladiny je velmi významná, pracovníci zpozorní a je potřeba na tuto změnu reagovat.
- **261. - 270. den v roce 2017:** Hodnota směrnice, zaokrouhlená na 5 desetinných míst, pro tyto dny je  $0,00976$ . V tomto případě byla změna vyhodnocena jako nevýznamná. Graf ukazuje krátkodobé zvýšení a následné snížení hladiny. Vidíme, že aktuálně se hladina vrátila do původní výšky, na regulaci v Olomouci to tedy nebude mít vliv. Tato tzv. vlna mohla být způsobena manipulací klapkami, resp. stavidly mimo standardní regulační zásahy. Důvodem manipulace můžou být naplaveniny, které je potřeba z jezu odstranit. Na tomto grafu vidíme pouze malé zvýšení a následné snížení hladiny, i kdyby byl výkyv většího rozsahu, závěr bude stejný a na regulaci to nebude mít vliv.

Na obrázku 2.15 vidíme, jakým způsobem je tato jazyková proměnná definována v softwaru Matlab.



Obrázek 2.15: Vstup - Vývoj výšky hladiny v Olomouci

### Vývoj výšky hladiny v Moravičanech

Posledním vstupem je “Vývoj výšky hladiny v Moravičanech”. Moravičany jsou první měřící bod nad Olomoucí, vzdálený cca 30 km. Pokud nastane nějaká změna v Moravičanech, dá se předpokládat, že se tato změna projeví i v Olomouci. Výraznější změny výšky hladiny v Moravičanech se v Olomouci projeví cca za 11 hodin. Mezi Olomoucí a Moravičany jsou menší přítoky, které mohou mít vliv na výšku hladiny v Olomouci. Z tohoto důvodu je vstup s informací ohledně vývoje výšky hladiny v Moravičanech vedlejší.

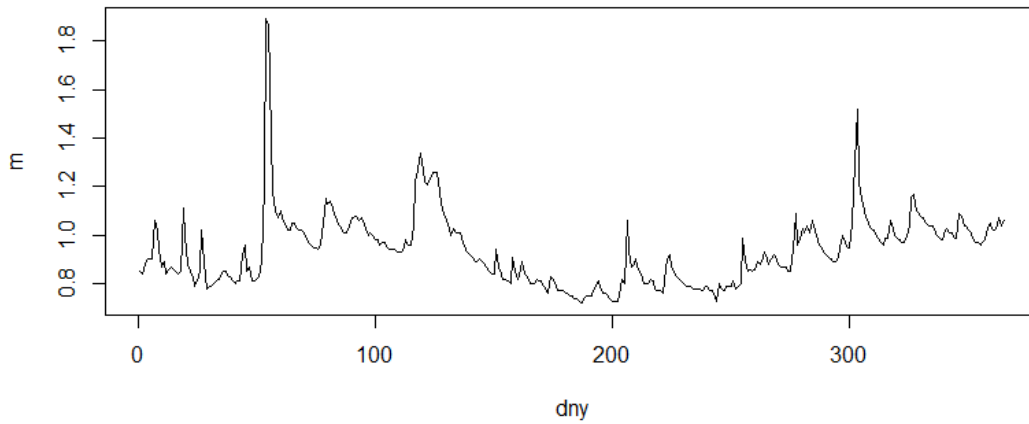
Můžeme porovnat grafy vývoje hladiny v Olomouci a v Moravičanech za rok 2017 (viz obrázek 2.10 a 2.16). Vidíme, že grafy jsou si podobné, ale ne totožné.

Vývoj výšky hladiny v Moravičanech pracovníci sledují na stránkách Českého hydrometeorologického ústavu [10] (viz obrázek 2.17). Sledovaný interval je totožný s předchozím vstupem, tj. posledních 7 dní + 3 dny predikce.

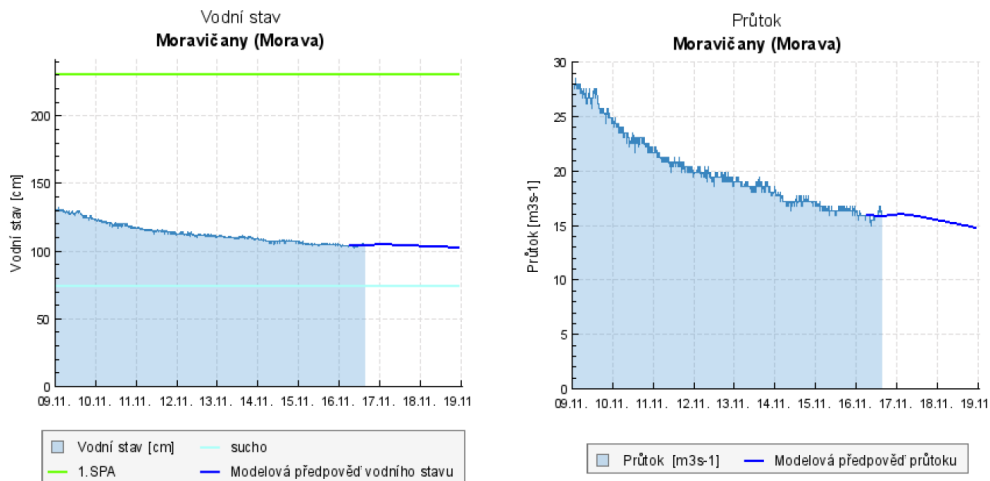
Informaci, kterou potřebujeme, je zda hladina v Moravičanech roste, klesá nebo je konstantní. Způsob získání této informace bude stejný jako u předešlého vstupu, jen s tím rozdílem, že není potřeba tak jemné škálování a budou dostačující tři jazykové výrazy pro popis této jazykové proměnné (tj. výška hladiny klesá, roste nebo je konstantní).

Na obrázku 2.18 vidíme, jakým způsobem je tato jazyková proměnná definována v softwaru Matlab.

Hladina řeky Moravy u měrné stanice Moravičany 2017

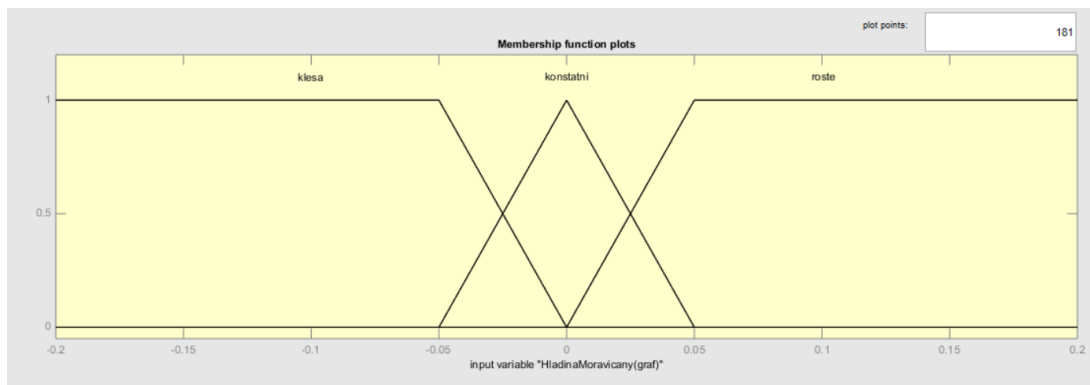


Obrázek 2.16: Vývoj hladiny u jezu v Moravičanech 2017



Obrázek 2.17: Vývoj výšky hladiny a průtoku za období 9.11.-19.11





Obrázek 2.18: Vstup - Vývoj výšky hladiny v Moravičanech

## 2.2.2. Výstupy

Cílem je získat informaci, do jakých poloh nastavit klapky, resp. stavidla na vodohospodářském uzlu Olomouc. Celkový systém bude pracovat tak, že se stanoví zásahy pro všechny tři zařízení (klapky na jezu na řece Moravě, klapka na obtokovém kanále a stavidla na jezu na řece Moravě). Následně se podle aktuálních poloh provede zásah pouze jedním z nich. Případně se poměrově přepočítá zásah tak, aby byla provedena celková tížená změna. Poměrové přepočítání bude použito v situaci, kdy technické parametry klapky, resp. stavidel nedovolí provést zásah v celkové výši, ale pouze z nějaké části.

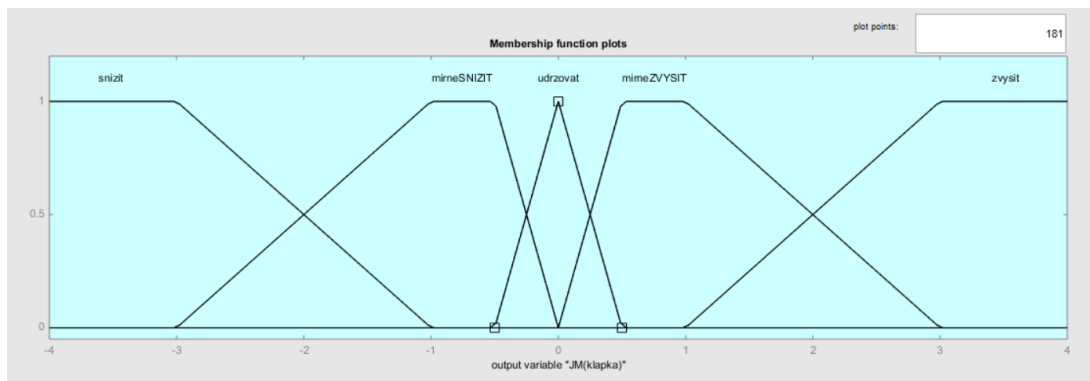
Nyní popíšeme, jakým způsobem jsou jazykové proměnné pro výstupy stanoveny.

### Výstup pro klapky na jezu na řece Moravě

Stanovení této jazykové proměnné vychází z technických parametrů klapky na jezu na řece Moravě (viz kapitola 2.1.1).

Poloha klapky je značena pomocí osmin (např.:  $\frac{1}{8}$ ;  $\frac{6}{8}$ ;  $\frac{7.5}{8}$ ; ...). Poloha  $\frac{0}{8}$  znamená, že klapka je úplně sklopená (tzn. je téměř ve vodorovné poloze). Poloha  $\frac{8}{8}$  znamená, že klapka je úplně zvednutá. Na obrázku 2.5 vidíme klapku v poloze  $\frac{8}{8}$ .

Nejmenší možný pohyb klapky je o  $\frac{0.5}{8}$ . Na jezu na řece Moravě, jak bylo zmíněno v technickém popisu vodohospodářského uzlu Olomouc, jsou dvě klapky.



Obrázek 2.19: Výstup - Změna klapek na jezu na řece Moravě

Tyto klapky mohou být v různých polohách. Důležitý je jejich celkový/společný zásah. Klapky se budou pomocí fuzzy regulátoru pohybovat zároveň a budou ve stejných polohách. Pokud bude potřeba provést pouze nejmenší možný zásah, upraví se jedna z nich o půl stupně.

Pro jednodušší práci s touto jazykovou proměnnou jsem se rozhodla vytvořit číslo, která by zastupovalo polohu obou klapek. Toto číslo je určeno jako součet čísel poloh obou klapek (např. pravá klapka je v poloze  $\frac{0,5}{8}$  a levá  $\frac{1}{8}$ , číslo vyjadřující tento stav je 1,5).

Výstup prvního regulátoru bude určovat změnu, která se má provést (o kolik osmin zvednout, resp. snížit). Z tohoto důvodu univerzum této jazykové proměnné je interval kolem nuly. Kdy kladné hodnoty značí, že klapku zvedáme (zvedáme hladinu). Záporné hodnoty značí, že klapku snižujeme (snižujeme hladinu).

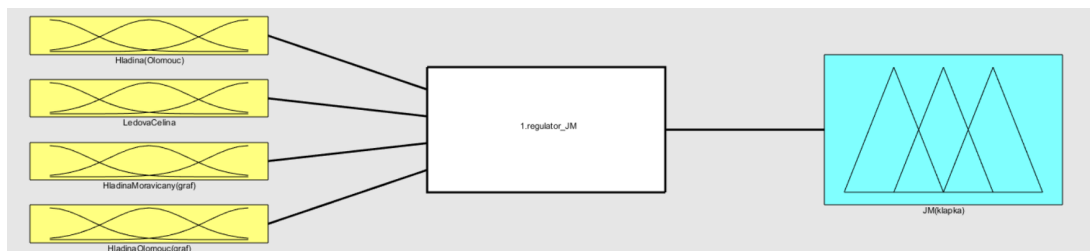
Po konzultaci s pracovníkem Povodí Moravy jsem zjistila, že největší možný zásah, který v jednu chvíli provádějí je o  $\frac{2}{8}$  na každé klapce. Proto univerzum této proměnné jsem stanovila jako interval  $\langle -4; 4 \rangle$ , kde tyto hodnoty jsou výše zmíněnými zastupujícími hodnotami, které vypovídají o změně obou klapek. V tabulce 2.3 vidíme možné změny obou klapek a zastupující čísla těchto zásahů.

Při stanovování jazykových výrazů této jazykové proměnné jsem se rozhodla použít výrazy *snížit*, *mírně snížit*, *udržovat*, *mírně zvýšit* a *zvýšit hladinu*.

Na obrázku 2.19 vidíme, jakým způsobem je tato jazyková proměnná definována v softwaru Matlab.

Tabulka 2.3: Možné změny a jejich zastupující číslo

zastupující číslo	pravá klapka	levá klapka
-4	-2/8	-2/8
-3,5	-2/8	-1,5/8
-3	-1,5/8	-1,5/8
-2,5	-1,5/8	-1/8
-2	-1/8	-1/8
-1,5	-1/8	-0,5/8
-1	-0,5/8	-0,5/8
-0,5	-0,5/8	0/8
0	0/8	0/8
0,5	0,5/8	0/8
1	0,5/8	0,5/8
1,5	1/8	0,5/8
2	1/8	1/8
2,5	1,5/8	1/8
3	1,5/8	1,5/8
3,5	2/8	1,5/8
4	2/8	2/8



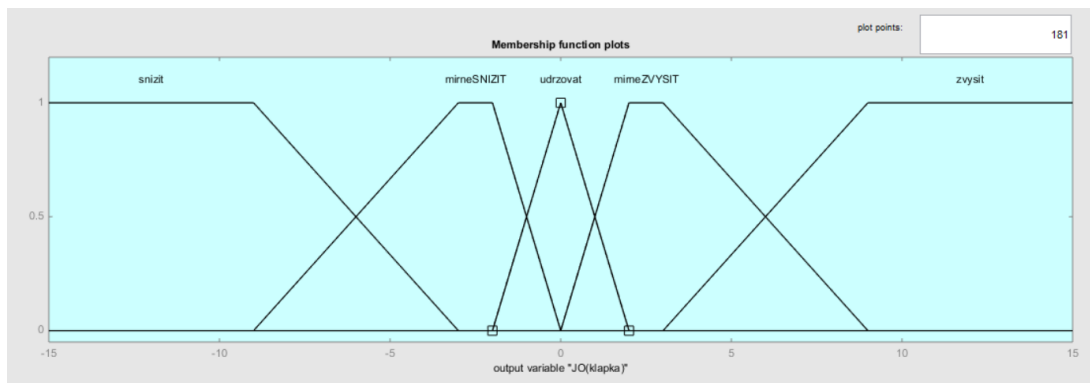
Obrázek 2.20: Schema 1.regulátoru pro klapky na jezu na řece Moravě

Schéma pro první regulátor, který generuje možné změny pro výše zmíněné vstupy, je znázorněn na obrázku 2.20.

### Výstup pro klapku na obtokovém kanále

Druhý regulátor bude sestaven pro klapku na obtokovém kanále. Technický popis této klapky je uveden v kapitole 2.1.1.

Poloha klapky je uváděna pomocí procenta. Pokud je klapka v poloze 0 %, pak je maximálně zvednutá. Pokud je klapka v poloze 100 %, pak je úplně sklo-



Obrázek 2.21: Výstup - Změna výšky hladiny na obtokovém kanále

pená. Na obrázku 2.6 je klapka v poloze 0 %.

U této proměnné bude výstupem o kolik centimetrů chceme snížit či zvýšit hradící výšku klapky. A následně bude spočítáno o kolik % klapku posunout, aby bylo dosaženo tíženého zásahu.

Univerzum této jazykové proměnné je interval  $\langle -15, 15 \rangle$  centimetrů. Stanovení fuzzy čísel, která jsou přiřazena k jednotlivým jazykovým výrazům, proběhlo po konzultaci s pracovníkem Povodí Moravy. Tyto jazykové výrazy jsou totožné jako u předchozího výstupu. Výslednou jazykovou proměnnou vidíme na obrázku 2.21.

Pomocí tohoto výstupu je vytvořen druhý fuzzy regulátor, který má stejné schéma jako první regulátor (viz obrázek 2.20).

### Výstup pro stavidla na jezu na řece Moravě

Třetí regulátor je sestaven pro stavidla na řece Moravě. Technické parametry těchto stavidel jsou uvedeny v kapitole 2.1.1. V tomto případě bude výstup o kolik centimetrů chceme zvednout nebo snížit stavidla. Tento výstup je stanoven stejně jako v předchozím případě (viz obrázek 2.21). Taktéž schéma samotného fuzzy regulátoru bude totožné jako pro oba předchozí výstupy (viz obrázek 2.20).

### 2.2.3. Báze pravidel

Dalším krokem vytvoření fuzzy regulátoru je sestavení báze pravidel. Výsledná báze pravidel byla sestavena ve spolupráci s pracovníkem Povodí Moravy. Pravidla jsou uvedena v tabulce 2.4, ve které je použito následující značení:

- x1 – Výška hladiny v Olomouci: v – vysoká  
mv – mírně vysoká  
o – optimální  
mn – mírně nízká  
n – nízká
- x2 – Ledová celina: a – ano  
n – ne
- x3 – Vývoj výšky hladiny v Moravičanech: r – rostoucí  
k – konstantní  
l – klesající
- x4 – Vývoj výšky hladiny v Olomouci: r – rostoucí  
mr – mírně rostoucí  
k – konstantní  
ml – mírně klesající  
l – klesající
- y – Regulační zásah: s – snížit  
ms – mírně snížit  
u – udržovat  
mz – mírně zvýšit  
z – zvýšit.

### 2.2.4. Volba inferenčního algoritmu

V této kapitole porovnáme fungování Mamdaniho a Sugenoova inferenčního algoritmu. Nyní máme tři fuzzy regulátory, ale každý má stejné vstupy, výstupy se liší pouze v měřítku. Z tohoto důvodu budeme porovnávat pouze jeden z těchto

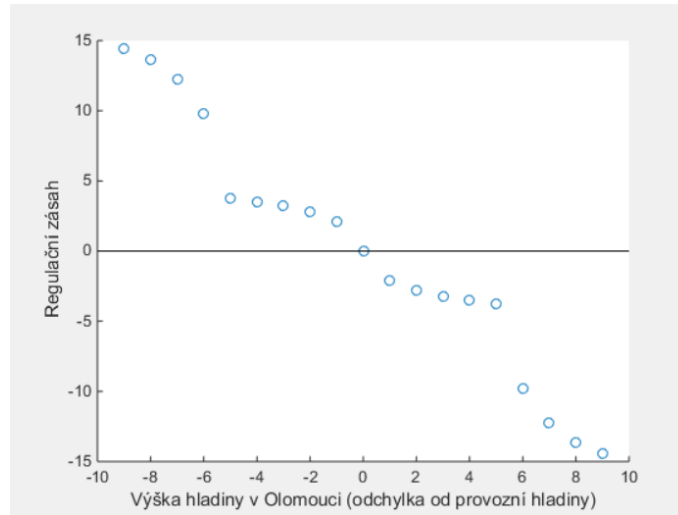
Tabulka 2.4: Báze pravidel

	x1	x2	x3	x4	y
1	v	n	-	-	s
2	n	n	-	-	z
3	-	a	-	-	u
4	mv	n	-	r	s
5	mv	n	r	mr	s
6	mv	n	k <i>nebo</i> l (NE r)	mr	ms
7	mv	n	r <i>nebo</i> k (NE l)	k	ms
8	mv	n	l	k	u
9	mv	n	-	ml	u
10	mv	n	-	l	u
11	o	n	-	r	ms
12	o	n	r	mr	ms
13	o	n	l <i>nebo</i> k (NE r)	mr	u
14	o	n	-	k	u
15	o	n	r <i>nebo</i> k (NE l)	ml	u
16	o	n	l	ml	mz
17	o	n	-	l	mz
18	mn	n	-	r	u
19	mn	n	-	mr	u
20	mn	n	r	k	u
21	mn	n	k <i>nebo</i> l (NE r)	k	mz
22	mn	n	r <i>nebo</i> k (NE l)	ml	mz
23	mn	n	l	ml	z
24	mn	n	-	l	z

fuzzy regulátorů. Pro porovnání jsem zvolila regulátor pro klapku na obtokovém kanále. Výstupem tohoto regulátoru je, o kolik centimetrů chceme zvýšit či snížit hradící výšku klapky. Jedním ze vstupů je odchylka od provozní hladiny, která je uváděna taktéž v centimetrech. V některých případech bude možné sledovat, zda je výstup adekvátně velký s ohledem na tento vstup.

V příloze této práce jsou dvě skupiny fuzzy regulátorů, první skupina je pro Mamdaniho inferenční algoritmus a druhá pro Sugenuv inferenční algoritmus. Názvy těchto souborů jsou:

- 1.regulator\_JM\_mamdani.fis
  - fuzzy regulátor (Mamdaniho inferenční algoritmus) pro klapky na jezu na řece Moravě
- 2.regulator\_JO\_mamdani.fis
  - fuzzy regulátor (Mamdaniho inferenční algoritmus) pro klapku na obtokovém kanále
- 3.regulator\_STAVIDLA\_mamdani.fis
  - fuzzy regulátor (Mamdaniho inferenční algoritmus) pro stavidla na jezu na řece Moravě
- 1.regulator\_JM\_sugeno.fis
  - fuzzy regulátor (Sugenuv inferenční algoritmus) pro klapky na jezu na řece Moravě
- 2.regulator\_JO\_sugeno.fis
  - fuzzy regulátor (Sugenuv inferenční algoritmus) pro klapku na obtokovém kanále
- 3.regulator\_STAVIDLA\_sugeno.fis
  - fuzzy regulátor (Sugenuv inferenční algoritmus) pro stavidla na jezu na řece Moravě



Obrázek 2.22: Výstupy pro Mamdaniho inferenční algoritmus při použití defuzifikační metody těžiště (fuzzy regulátor pro klapku na obtokovém kanále)

## Mamdaniho inferenční algoritmus

Abychom zjistili chování Mamdaniho inferenčního algoritmu, stanovíme různé kombinace vstupů a zjistíme, zda je výstup takový, jaký jej očekáváme. Mamdaniho výstup je fuzzy množina, musíme tedy zvolit defuzzifikační metodu. Jako první jsem zvolila metodu těžiště (centroid).

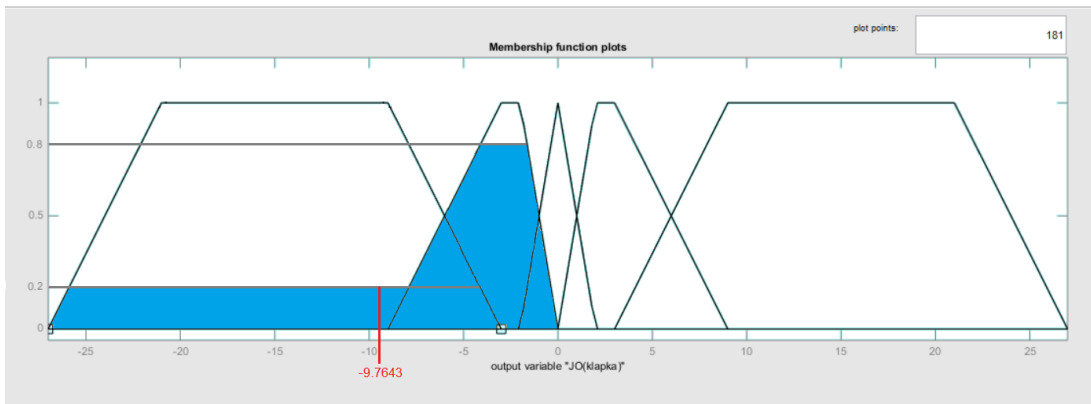
Pro tuto metodu byly některé výstupy takové, jaké se podle vstupů očekávají. V některých situacích ale docházelo k tomu, že došlo ke skokovému posunu při jen mírném zhoršení jednoho ze vstupů.

Na obrázku 2.22 vidíme, kde ke skokům dochází, pokud se mění pouze první vstup *výška hladiny v Olomouci*. Ostatní vstupy použijeme takové, že *ledová celina* není a *vývoj výšky hladiny v Olomouci a v Moravičanech* je konstantní.

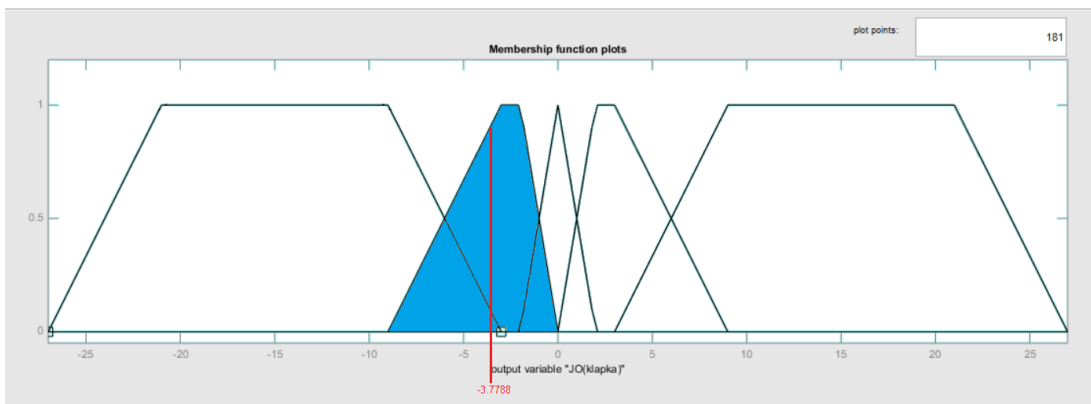
Velký skok je mezi variantami se vstupem  $x_1 = 6$  a  $x_1 = 5$ , výsledné fuzzy množiny pro tyto vstupy vidíme na obrázcích 2.23 a 2.24.

Vidíme, že tento skok je zapříčiněn tvarem fuzzy množiny pro jazykový výraz *snižit*. “Uříznutí” této fuzzy množiny je sice jen v nízkém stupni, ale protože má široký nosič, defuzzifikace pomocí těžiště posunulo výslednou hodnotu směrem doleva.

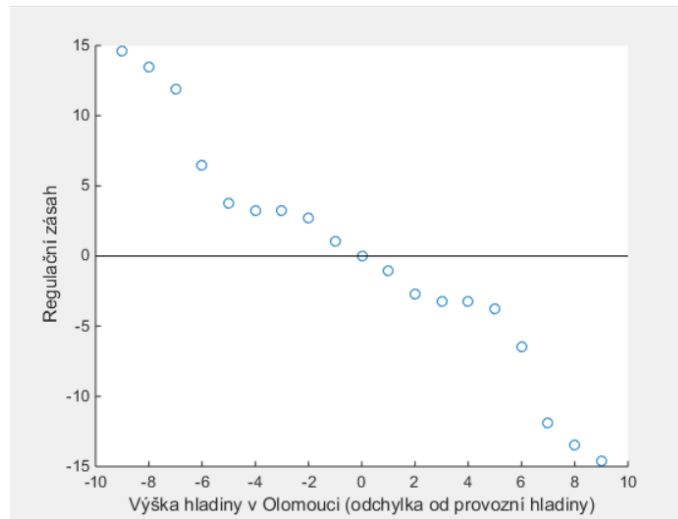




Obrázek 2.23: Výsledná fuzzy množina pro vstupy  $x_1 = 6$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 0$ ,  $x_4 = 0$  a použití defuzzifikační metody těžiště (fuzzy regulátor pro klapku na obtokovém kanále)



Obrázek 2.24: Výsledná fuzzy množina pro vstupy  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 0$ ,  $x_4 = 0$  a použití defuzzifikační metody těžiště (fuzzy regulátor pro klapku na obtokovém kanále)

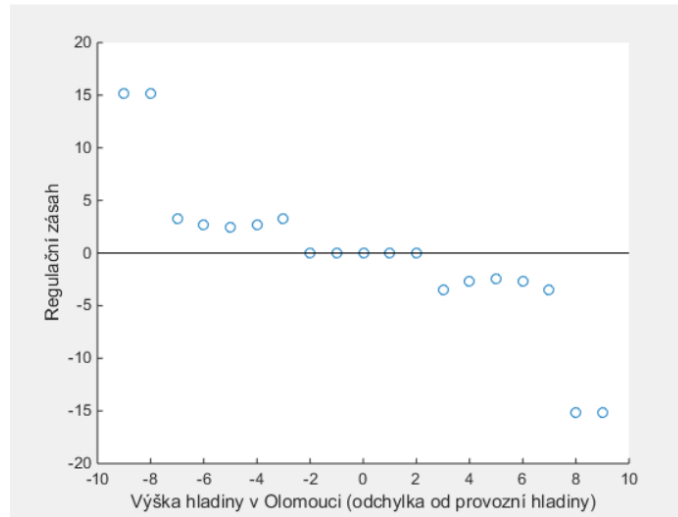


Obrázek 2.25: Výstupy pro Mamdaniho inferenční algoritmus při použití defuzifikační metody bisector (fuzzy regulátor pro klapku na obtokovém kanále)

Zvolíme tedy jinou defuzzifikační metodu. Metoda bisector také není vhodnou volbou, protože její výsledné hodnoty jsou podobné s metodou těžiště (centroid) a nastává u ní stejný problém. Na obrázku 2.25 vidíme, jaké výstupy získáváme při použití defuzzifikační metody bisector.

Další možná volba defuzzifikační metody je MOM, LOM nebo SOM. Protože univerzum pro výstupní proměnnou je interval kolem nuly, není vhodné použití metod LOM a SOM. Důvodem je, že bychom očekávali výsledné hodnoty přibližně symetrické kolem nuly, což tyto metody neposkytují.

Pokud použijeme defuzzifikační metodu MOM, taktéž dochází v některých případech k velkým skokům při malé změně vstupů. Na obrázku 2.26 vidíme, jaké výstupy získáváme při použití defuzzifikační metody MOM. V některých částech tohoto grafu dochází i k tomu, že hodnota výstupu je mírně větší než hodnota předchozí. Podle povahy regulace výšky hladiny toku očekáváme, že tento graf výstupů bude mít klesající charakter. Defuzzifikační metoda MOM tedy není vhodnou volbou pro tuto regulaci.



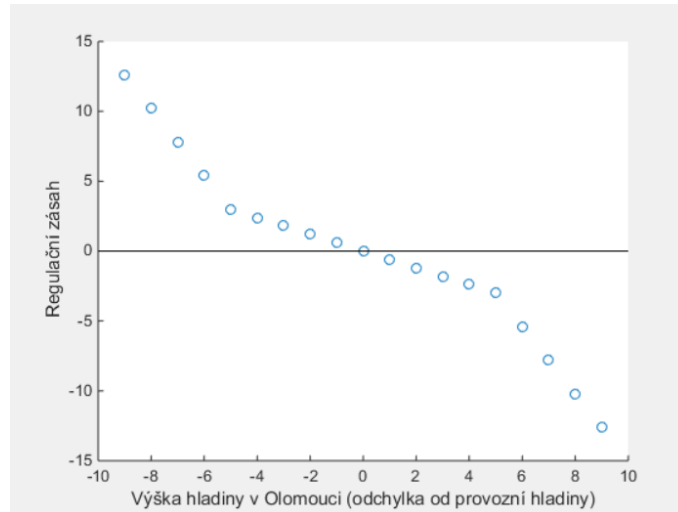
Obrázek 2.26: Výstupy pro Mamdaniho inferenční algoritmus při použití defuzifikační metody MOM (fuzzy regulátor pro klapku na obtokovém kanále)

### Sugenův inferenční algoritmus

Při volbě Sugena inferenčního algoritmu nedochází k tak velkým skokovým změnám, jak tomu bylo při Mamdaniho fuzzy inferenčním algoritmu. Na obrázku 2.27 vidíme, jaké výstupy získáme pro různé hodnoty prvního vstupu, kdy ostatní vstupy zůstaly neměnné.

Nyní na příkladu ukážeme, jaké výsledky poskytuje Sugenuv inferenční algoritmus, pokud se budou podmínky postupně zhoršovat (viz tabulka 2.5). Nejprve máme první vstup na hodnotě  $x_1 = 3,5$  a ostatní vstupy jsou  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 0$ ,  $x_4 = 0$ . Pro tyto vstupy získáváme hodnotu výstupu  $y = -2,100$ . Pokud se situace změní a budeme mít navíc, že hladina v Olomouci roste se směrnici regresní přímky  $0,03$  ( $x_4 = 0,03$ ), potom hodnota výstupu se změní na  $y = -2,9118$ . Jestliže bude navíc hodnota směrnice regresní přímky pro vývoj hladiny v Moravičanech  $0,029$  ( $x_3 = 0,029$ ), potom hodnota výstupu se změní na  $y = -6,9577$ . Pokud nastane ledová celina ( $x_2 = 1$ ), potom hodnota výstupu bude  $y = 0$ .

Sugenův inferenční algoritmus poskytoval pro tento problém lepší výsledky, proto bych jej doporučila.



Obrázek 2.27: Výstupy pro Sugenuv inferenční algoritmus (fuzzy regulátor pro klapku na obtokovém kanále)

Tabulka 2.5: Výstupy pro Sugenuv inferenční algoritmus (fuzzy regulátor pro klapku na obtokovém kanále)

$x_1 = 3,5$	$x_2 = 0$	$x_3 = 0$	$x_4 = 0$	$y = -2,1000$
$x_1 = 3,5$	$x_2 = 0$	$x_3 = 0$	$x_4 = 0,03$	$y = -2,9118$
$x_1 = 3,5$	$x_2 = 0$	$x_3 = 0,029$	$x_4 = 0,03$	$y = -6,9577$
$x_1 = 3,5$	$x_2 = 1$	$x_3 = 0,029$	$x_4 = 0,03$	$y = 0$

## 2.2.5. Propojení částí regulátoru v jeden celek

Nyní již máme jednotlivé fuzzy regulátory, ale je nutné tyto regulátory mezi sebou propojit, abychom věděli, kterou klapkou, či stavidly manipulovat a jak. Vytvoříme tedy funkci v softwaru Matlab, jehož výstupem budou nové polohy klappek a stavidel (v příloze této práce je tato funkce označena jako REGULACE.m).

Vstupní argumenty této funkce jsou:

- $a_{11}$  ... poloha pravé klapky na jezu na řece Moravě

$$a_{11} \in \{0; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; \dots; 7; 7,5; 8\},$$

- $a_{12}$  ... poloha levé klapky na jezu na řece Moravě

$$a_{12} \in \{0; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; \dots; 7; 7,5; 8\},$$

Poloha klappek na jezu na řece Moravě je uváděna v osminách, jako vstup je uvedena jen hodnota čitatele.

- $a_2$  ... poloha klapky na obtokovém kanále v procentech

$$a_2 \in \langle 7, 100 \rangle,$$

Technické parametry umožňují pohyb klapky v rozsahu 0 % až 100 %, ale v rámci regulace se klapkou manipuluje v rozmezí 7 % až 100 %. Důvodem je, aby byl na obtokovém kanále zajištěn minimální průtok a voda zde nestála.

- $a_3$  ... poloha stavidel na jezu na řece Moravě v centimetrech

$$a_3 \in \langle 0, 636 \rangle,$$

- $x_1$  ... naměřená hodnota prvního vstupu fuzzy regulátoru, výška hladiny v Olomouci (resp. její odchylka od ideální hodnoty) v centimetrech

$$x_1 \in \langle -50, 50 \rangle,$$

- $x_2$  ... hodnota druhého vstupu fuzzy regulátoru, zda nastala ledová celina

$$x_2 \in \{0, 1\},$$

- $x_3$  ... hodnota třetího vstupu fuzzy regulátoru, vývoj výšky hladiny v Moravičanech, resp. směrnice regresní přímky

$$x_3 \in \langle -0, 5; 0, 5 \rangle,$$

- $x_4$  ... hodnota čtvrtého vstupu fuzzy regulátoru, vývoj výšky hladiny v Olomouci, resp. směrnice regresní přímky

$$x_4 \in \langle -0, 5; 0, 5 \rangle.$$

Výstupní argumenty této funkce jsou:

- P11 ... nová poloha pravé klapky na jezu na řece Moravě,
- P12 ... nová poloha levé klapky na jezu na řece Moravě,
- P2 ... nová poloha klapky na obtokovém kanále,
- P3 ... nová poloha stavidel na jezu na řece Moravě.

Nejprve vypočítáme zastupující číslo pro aktuální polohu klappek, které reprezentuje polohu klappek na jezu na řece Moravě. Toto číslo je označeno jako  $a_1$  a je rovno součtu  $a_{11}$  a  $a_{12}$ .

V dalším kroku jsou vygenerovány výstupy pro všechny tři fuzzy regulátory. Ty jsou pomocí funkcí `regulator1.m`, `regulator2.m` a `regulator3.m` upraveny tak, aby bylo možné provést regulační zásah. Každé zařízení má jiné technické parametry, proto je úprava výstupů pro každé zařízení jiná.

Funkce `regulator1.m` pracuje s výstupem pro klapky na jezu na řece Moravě. Výstup vygenerovaný fuzzy regulátorem nabývá hodnot z intervalu  $\langle -4, 4 \rangle$  a značíme jej  $y$ . Pomocí tohoto výstupu určíme zastupující číslo pro regulační zásah, které reprezentuje regulační zásah obou klappek (viz tabulka 2.3). Způsob stanovení zastupujícího čísla vidíme v tabulce 2.6.

Tabulka 2.6: Stanovení zastupujícího čísla pro regulační zásah

	Zastupující číslo
$y \in \langle -4; -3, 75 \rangle$	-4
$y \in \langle -3, 75; -3, 25 \rangle$	-3,5
$y \in \langle -3, 25; -2, 75 \rangle$	-3
$y \in \langle -2, 75; -2, 25 \rangle$	-2,5
$y \in \langle -2, 25; -1, 75 \rangle$	-2
$y \in \langle -1, 75; -1, 25 \rangle$	-1,5
$y \in \langle -1, 25; -0, 75 \rangle$	-1
$y \in \langle -0, 75; -0, 25 \rangle$	-0,5
$y \in \langle -0, 25; 0, 25 \rangle$	0
$y \in \langle 0, 25; 0, 75 \rangle$	0,5
$y \in \langle 0, 75; 1, 25 \rangle$	1
$y \in \langle 1, 25; 1, 75 \rangle$	1,5
$y \in \langle 1, 75; 2, 25 \rangle$	2
$y \in \langle 2, 25; 2, 75 \rangle$	2,5
$y \in \langle 2, 75; 3, 25 \rangle$	3
$y \in \langle 3, 25; 3, 75 \rangle$	3,5
$y \in \langle 3, 75; 4 \rangle$	4

Funkce regulator2.m pracuje s výstupem pro klapku na obtokovém kanále. Výstup vygenerovaný fuzzy regulátorem nabývá hodnot z intervalu  $\langle -15, 15 \rangle$ . Tato hodnota říká, o kolik centimetrů chceme zvýšit/snížit hradící výšku klapky. Pro výpočet regulačního zásahu bylo potřeba znát, jaký úhel je mezi maximálním zvednutím a maximálním sklopením klapky. Tato hodnota je  $75,1^\circ$  a leze ji nalézt na obrázku 2.6. Funkce regulator2.m nejprve spočítá, jaký úhel svírá aktuální poloha klapky a jaká je její aktuální hradící výška. V dalším kroku k vypočítané aktuální hradící výšce přičte výstup vygenerovaný fuzzy regulátorem. Tím získáme novou hradící výšku klapky, jakou bychom získali, pokud bychom provedli regulační zásah tímto zařízením. Pro tuto novou hradící výšku klapky dopočítáme úhel, který by klapka svírala. Protože poloha klapky na obtokovém kanále je známena procentem, dalším krokem je dopočítat, jaká změna % je mezi aktuální polohou klapky a případnou novou polohou klapky. Klapkou na obtokovém kanále je možné manipulovat po jednom procentu, proto výsledné procento zaokrouhlíme na celé číslo.



Obrázek 2.28: Přechod mezi jednotlivými regulátory

Funkce regulator3.m pracuje s výstupem pro stavidla na jezu na řece Moravě. Výstup vygenerovaný fuzzy regulátorem nabývá hodnot z intervalu  $\langle -15, 15 \rangle$ . Tato hodnota říká, o kolik centimetrů chceme zvýšit/snížit výšku hladiny u tohoto zařízení. Pokud chceme zvýšit hladinu, stavidla snižujeme. Pokud chceme snížit hladinu, stavidla zvedáme. Se stavidly je možné manipulovat po centimetrech. Výstup fuzzy regulátoru tedy zaokrouhlíme na celá čísla. Protože při zvyšování hladiny, stavidla snižujeme a obráceně, je potřeba před zaokrouhlenou hodnotu dát mínus. Takto získáme o kolik centimetrů změnit polohu stavidel.

Máme nyní zásahy pro jednotlivá zařízení, pokud bychom manipulovali právě s nimi. Dále je potřeba rozhodnout, pomocí kterého zařízení zasáhnout. Toto rozhodnutí vychází zejména z aktuálních poloh. Regulace je založena na lineárním uspořádání. Regulaci provádíme pomocí jednoho zařízení, pokud je jeho zásah nedostatečný, přecházíme na další zařízení. Uspořádání je takové, že primárně manipulujeme s klapkami na jezu na řece Moravě, pokud klapky úplně sklopíme a je potřeba dále snižovat, začínáme manipulovat s klapkou na obtokovém kanále. Ve chvíli, kdy sklopíme i klapku na obtokovém kanále, přecházíme k manipulaci se stavidly. Pokud je potřeba hladinu naopak zvyšovat, postupuje se v opačném pořadí (viz obrázek 2.28).

Zavedeme označení aktivní zařízení, takové které nenabývá své krajní hodnoty, kterou navazuje na další zařízení. Aktivní zařízení není ve funkci REGULATOR.m stanoveno, ale je popsáno podmínkami. Jestliže je aktivní zařízení *klapky*



na jezu na řece Moravě, potom musí platit následující podmínka

$$a1 \in (0, 16) \quad \wedge \quad a2 = 7 \quad \wedge \quad a3 = 0.$$

Jestliže je aktivní zařízení *klapka na obtokovém kanále*, potom musí platit následující podmínka

$$a1 = 0 \quad \wedge \quad a2 \in (7, 100) \quad \wedge \quad a3 = 0.$$

Jestliže je aktivní zařízení *stavidla na jezu na řece Moravě*, potom musí platit následující podmínka

$$a1 = 0 \quad \wedge \quad a2 = 100 \quad \wedge \quad a3 \in (0, 636).$$

Dalším krokem je zjistit, zda je možné provést změnu aktivním zařízením. Může nastat situace, kdy nebudeme schopni určit aktivní zařízení, tj. nebude platit ani jedna z výše zmíněných podmínek. Mohou tedy nastat následující tři situace:

1. Aktivní zařízení pokryje celou svoji změnu stanovenou fuzzy regulátorem. V tomto případě, toto zařízení provede změnu a ostatní zařízení zůstávají na své stávající poloze.
2. Aktivní zařízení pokryje pouze část svojí změny stanovenou fuzzy regulátorem. Pokud navazuje další zařízení, provede se přepočítání a zjistí se, kolik procent pokryje aktivní zařízení a kolik procent pokryje navazující zařízení. Pokud nenavazuje další zařízení, provede se regulační zásah v té výši, která je možná.
3. Poslední variantou je, že nemáme aktivní zařízení. Jsme tedy právě na přelomu mezi zařízeními. Rozhodnutí, kterým zařízením zasáhnout, záleží na změně, kterou chceme provést. Např.: Pokud jsou klapky na jezu na řece Moravě plně sklopeny a klapka na obtokovém kanále plně zvednutá a máme provést změnu zvýšení hladiny, zásah provedeme klapkami na jezu na řece Moravě.

Pokud tedy máme aktivní zařízení, nastává situace z bodu 1 nebo 2. Jestliže aktivní zařízení nemáme, jsme na přelomu mezi zařízeními a potřebujeme pro rozhodnutí, kterým zařízením manipulovat, vědět zda regulační zásah bude hladinu zvyšovat či snižovat. Tuto informaci získáme z vypočítaných regulačních zásahů, získaných pomocí funkce regulator1.m, regulator2.m nebo regulator3.m. Volba zařízení je libovolná, protože zásah je vždy stejného charakteru, liší se pouze měřítkem. V následujících podmínkách použijeme hodnotu regulačního zásahu pro klapky na jezu na řece Moravě. Tuto hodnotu značíme  $Z1$  a získali jsme ji pomocí funkce regulator1.m a představuje upravený výstup fuzzy regulátoru pro klapky na jezu na řece Moravě. Kladná hodnota  $Z1$  značí, že hladinu chceme zvyšovat. Záporná hodnota  $Z1$  značí, že hladinu chceme snižovat.

Jestliže platí podmínka

$$a1 = 0 \quad \wedge \quad a2 = 7 \quad \wedge \quad a3 = 0 \quad \wedge \quad Z1 \geq 0,$$

potom regulační zásah provedeme klapkami na jezu na řece Moravě.

Jestliže platí podmínka

$$a1 = 0 \quad \wedge \quad a2 = 7 \quad \wedge \quad a3 = 0 \quad \wedge \quad Z1 < 0,$$

potom regulační zásah provedeme klapkou na obtokovém kanále.

Jestliže platí podmínka

$$a1 = 0 \quad \wedge \quad a2 = 100 \quad \wedge \quad a3 = 0 \quad \wedge \quad Z1 \geq 0,$$

potom regulační zásah provedeme klapkou na obtokovém kanále.

Jestliže platí podmínka

$$a1 = 0 \quad \wedge \quad a2 = 100 \quad \wedge \quad a3 = 0 \quad \wedge \quad Z1 < 0,$$

potom regulační zásah provedeme stavidly na jezu na řece Moravě.

Na následujícím příkladu ukážeme, jak funguje funkce REGULACE.m definovaná v softwaru Matlab.

**Příklad 1:** Při vstupech  $x1 = 6$ ,  $x2 = 0$ ,  $x3 = 0,002$ ,  $x4 = 0,02$ , dostaneme, že změna pro první regulátor (klapky na jezu na řece Moravě) je -1,5, což znamená že jednou klapkou pohneme o -1 a druhou o -0,5 osmin.

Pro druhý regulátor (klapka na obtokovém kanále) dostaneme pro stejné vstupy změnu +4 %. Při tomto výpočtu je již brána v úvahu aktuální poloha této klapky a to z důvodu, že se přepočítává rozdíl od původní hradící výšky.

Pro třetí regulátor (stavidla na jezu na řece Moravě) dostáváme pro tyto vstupy změnu +6 cm.

Vstupy nám říkají, že hladina je mírně vysoká, ledová celina není, vývoj výšky hladiny v Moravičanech je spíše konstantní a vývoj výšky hladiny v Olomouci je mírně rostoucí.

Podle báze pravidel víme, že budeme nejspíš chtít mírně snižovat. Znaménka u výstupů jsou různá, záleží totiž na technických parametrech a na tom jakým způsobem je poloha klapky, resp. stavidel značená. Zachovala jsem totiž značení, které je používáno při aktuální regulaci. Může být tedy trochu matoucí, že u prvního regulátoru máme znaménko záporné a u druhého a třetího kladné, ale všechny značí, že hladinu snižujeme.

Získali jsme nyní změny pro jednotlivé zařízení, pokud bychom manipulovali právě s nimi. V dalším kroku je potřeba rozhodnout, pomocí kterého zařízení zasáhneme.

Pokud budou mít aktuální polohy hodnoty  $a_{11} = 0,5$ ;  $a_{12} = 0$ ;  $a_2 = 7$ ;  $a_3 = 0$ , potom aktivní zařízení umíme určit a je jím první zařízení tj. klapky na jezu na řece Moravě.

Při výše stanovených vstupech budou nové polohy  $P_{11} = 0$ ;  $P_{12} = 0$ ;  $P_2 = 10$ ;  $P_3 = 0$ . V tomto případě tedy došlo k přepočtu, kdy klapky na jezu na řece Moravě se plně sklopily a klapka na obtokovém kanále se sklopila na polohu 10 %.

Součástí přílohy této práce je i soubor PŘÍKLADY.m. V tomto souboru jsou přednastaveny příklady, jak lze volat funkci REGULACE.m. Kombinace vstupních hodnot v těchto příkladech je volena tak, jak by mohla nastat i v praxi.

# Závěr

V diplomové práci jsem se zabývala problematikou fuzzy regulace. V teoretické části jsem krátce popsala úvod do fuzzy množin a definovala základní pojmy. Dále jsem definovala jazykovou proměnnou, která je důležitým pojmem v rámci fuzzy regulace. Krátce jsem vysvětlila systém přibližné dedukce, ze kterého vychází fuzzy regulace. V poslední kapitole teoretické části jsem popsala jednotlivé části fuzzy regulátoru.

V praktické části jsem popsala technické parametry vodohospodářského uzlu Olomouc, pomocí kterého se provádí regulace. Taktéž jsem zmínila o obsahu provozního deníku a jakým způsobem probíhá současná regulace. Následuje sestavení fuzzy regulátoru. Nejprve jsem popsala vstupy a výstupy, které jsem zvolila do fuzzy regulátoru. Dále jsem definovala bázi pravidel, která byla sestavena ve spolupráci s pracovníkem Povodí Moravy. Následovalo sestavení dvou skupin fuzzy regulátorů v prostředí fuzzy logic toolbox v programu MATLAB. První skupina pro Mamdaniho inferenční algoritmus a druhá skupina pro Sugenuv inferenční algoritmus. Pak jsem popsala chování těchto dvou skupin fuzzy regulátorů. Posledním krokem bylo vytvoření funkce v programu MATLAB, kde při zadání aktuálních poloh zařízení vodohospodářského uzlu Olomouc a aktuální hodnot vstupů fuzzy regulátoru získáme hodnoty nových poloh těchto zařízení. Fungování této funkce je dále vysvětleno na příkladu.

Zpracování mé diplomové práce mě velice bavilo, pokusit se aplikovat metodu v praxi a navíc pro systém, který využívá město Olomouc. Vodohospodářský uzel Olomouc je umístěn téměř v centru tohoto města. Měla jsem i možnost vidět toto zařízení v provozu. Přínos pro čtenáře může být nejen seznámení se s fuzzy

regulací a jeho praktickém uplatněním, ale i seznámení se s fungováním regulace hladin toků ve městech.

Praktické porovnání fungování fuzzy regulátoru nebylo možné, protože definované vstupy jsou stanoveny expertně a jeden ze vstupních hodnot (výška hladiny v Olomouci) není dostupný, je totiž sledován pracovníky Povodí Moravy a není nikde zaznamenáván.

# Literatura

- [1] Jura, Pavel. *Základy fuzzy logiky pro řízení a modelování*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Nakladatelství VUTIUM, 2003. ISBN 80-214-2261-0.
- [2] Talašová, Jana. *Fuzzy metody vícekritériálního hodnocení a rozhodování*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2003. ISBN 80-244-0614-4.
- [3] Novák, Vilém. *Základy fuzzy modelování*. Praha: BEN - technická literatura, 2000. ISBN 80-7300-009-1.
- [4] Bělohlávek, Radim., Joseph W. Dauben a George J. Klir. *Fuzzy logic and mathematics: A historical perspective*. New York, NY, United States of America: Oxford University Press, 2017. ISBN 978-0-19-020001-5.
- [5] Bede, Barnabas. *Mathematics of fuzzy sets and fuzzy logic*. New York: Springer, c2013. Studies in fuzziness and soft computing, v. 295. ISBN 978-3-642-35220-1.
- [6] L. A. Zadeh. *Fuzzy sets*. Information and control, vol. 8 (1965), pp. 338–353.
- [7] Novák, Vilém. *Fuzzy množiny a jejich aplikace. 2*. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1990. ISBN 80-03-00325-3.
- [8] Povodí Moravy, s.p., vodohospodářský dispečink, červen 2008. *Manipulační řád pro vodohospodářský uzel Olomouc*. Povodí Moravy, s.p. Dřevařská 11, Brno.
- [9] MathWorks [online]. Natick: The MathWorks, ©1994-2020 [cit. 2020-05-12]. Dostupné z: <https://ch.mathworks.com>.
- [10] Český hydrometeorologický ústav [online]. Praha: Český hydrometeorologický ústav [cit. 2020-02-03]. Dostupné z: <http://portal.chmi.cz>.
- [11] Povodí Moravy [online]. Media Age Digital, 2019 [cit. 2019-09-21]. Dostupné z: <http://www.pmo.cz>.
- [12] Wikipedia. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2020-01-30]. Dostupné z: <https://www.wikipedia.org>.