

**Česká zemědělská univerzita v Praze**  
**Provozně ekonomická fakulta**  
Katedra statistiky



## **BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

**Statistický přehled vývoje mobilních komunikací  
v České republice**

Autor práce: Olga Brandtová  
Vedoucí práce: Ing. Pavla Hošková, PhD.  
© 2006

## **ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně a použila pouze literaturu uvedenou v příloženém seznamu. Nemám námitek proti půjčení práce se souhlasem katedry ani proti zveřejnění práce či její části.

---

Olga Brandtová

Praha 30. červen 2006

## **PODĚKOVÁNÍ**

Tímto bych ráda poděkovala vedoucí bakalářské práce paní ing. Pavle Hoškové, PhD. za pomoc při jejím vzniku, za ochotu, cenné rady, odborné připomínky, podněty a hlavně trpělivost, kterou v průběhu tvorby práce projevila.

**Statistický přehled vývoje mobilních komunikací  
v České republice**  
**Statistical survey about development mobile communications  
in Czech Republic**

**SOUHRN**

Tato práce je zaměřena na zpracování statistického přehledu o vývoji mobilních komunikací v České republice.

Cílem je nejen analýza časových řad počtu zákazníků jednotlivých operátorů, ale i nastínění očekávaného budoucího vývoje. Obecný přehled o časových řadách je proveden pomocí elementárních statistik a samotná analýza je výsledkem programu SAS. Jednotlivé výstupy jsou doplněny komentáři.

**SUMMARY**

This thesis is orientation to processing of statistical survey about development mobile communications in Czech Republic.

The target of this thesis is time series analysis number of customers mobile communication provider`s and expected customers growth. Public summary about time series is conceived through the elementary statistics and self analysis is result from program SAS. Individual output is completed for a comments.

**KLÍČOVÁ SLOVA:**

Časová řada, interpolace, extrapolace, diference, koeficient růstu, základní index, průměr, trend, periodická složka, náhodná složka, index korelace, index determinace, reziduální směrodatná odchylka, test významnosti lineárního trendu, sezónní index, klouzavé průměry, programový paket SAS.

**KEY WORDS:**

Time series, interpolation, extrapolation, differential, coefficient of growth, basic index, average, trend, periodic component, variate component, index of correlation, index of determination, residual standard deviation, test of significance linear trend, seasonal index, running average, program packet SAS.

## **OBSAH:**

<b><u>1</u></b>	<b><u>ÚVOD.....</u></b>	<b><u>5</u></b>
<b><u>2</u></b>	<b><u>CÍL PRÁCE A METODIKA .....</u></b>	<b><u>7</u></b>
<b><u>3</u></b>	<b><u>HISTORIE MOBILNÍCH KOMUNIKACÍ V ČR .....</u></b>	<b><u>8</u></b>
<b>3.1</b>	<b>Historie mobilní techniky .....</b>	<b>8</b>
<b>3.2</b>	<b>Historie z hlediska mobilních operátorů České republiky.....</b>	<b>10</b>
3.2.1	Eurotel.....	10
3.2.2	T-Mobile .....	11
3.2.3	Vodafone.....	12
<b>3.3</b>	<b>Očekávaný budoucí vývoj .....</b>	<b>14</b>
<b><u>4</u></b>	<b><u>METODIKA PRÁCE .....</u></b>	<b><u>16</u></b>
<b>4.1</b>	<b>Časová řada .....</b>	<b>16</b>
<b>4.2</b>	<b>Dělení časových řad .....</b>	<b>16</b>
4.2.1	Zjištění srovnatelnosti u časových řad intervalových a okamžikových.....	17
<b>4.3</b>	<b>Elementární statistiky časových řad .....</b>	<b>18</b>
<b>4.4</b>	<b>Modely časových řad .....</b>	<b>20</b>
4.4.1	Popis trendové složky .....	23
4.4.2	Volba vhodného modelu trendu.....	25
4.4.3	Statistické ověřování lineárního trendu .....	27
4.4.4	Popis sezónní složky .....	29
<b>4.5</b>	<b>Vyrovnaní časových řad metodou klouzavých průměrů .....</b>	<b>30</b>
<b>4.6</b>	<b>Adaptivní přístupy k modelu časové řady .....</b>	<b>31</b>
4.6.1	Exponenciální vyrovnávání .....	32
<b>4.7</b>	<b>Statistický program SAS .....</b>	<b>34</b>
<b><u>5</u></b>	<b><u>ANALÝZA VYBRANÝCH DAT S VYUŽITÍM STATISTICKÝCH METOD .....</u></b>	<b><u>35</u></b>
<b>5.1</b>	<b>Základní charakteristiky získaných dat .....</b>	<b>35</b>
5.1.1	Eurotel.....	35
5.1.2	T-Mobile .....	38
5.1.3	Vodafone.....	42
<b>5.2</b>	<b>Zkoumání jednotlivých proměnných pomocí programu SAS.....</b>	<b>44</b>
5.2.1	Eurotel.....	44
5.2.2	T-Mobile .....	48
5.2.3	Vodafone.....	52

<b>5.3</b>	<b>Analýza časových řad pomocí programu SAS .....</b>	<b>55</b>
5.3.1	Eurotel.....	55
5.3.2	T-Mobile .....	59
5.3.3	Vodafone.....	63
<b>6</b>	<b><u>ZÁVĚR.....</u></b>	<b>67</b>
<b>7</b>	<b><u>SEZNAM LITERATURY.....</u></b>	<b>68</b>

# 1 Úvod

Kdyby někdo v České republice před deseti lety pronesl, že mobilní technika ovládne svět, byl by jeho výrok považován za nadnesený. V dnešní době ale můžeme s určitostí konstatovat, že mobilní technika svět již ovládla. Podle posledních statistik najdeme v České republice více mobilních telefonů než obyvatel. A vzhledem k tomu, že nemluvňata a staří lidé se s mobily příliš nekamarádí, svědčí to o faktu, že spousta Čechů vlastní více než jeden mobilní telefon. A s jistým přesvědčením se dá i prohlásit, že telefon již neslouží jen pro telefonování a posílání textových zpráv. Telefon se pro lidi stává kalendářem, organizérem, přehrávačem hudby a rádií, fotoaparátem, pomáhá krátit volnou chvíli hraním her a v neposlední řadě slouží k přenosu dat, přístupu na Internet nebo přijímání a odesílání emailů.

A o počtu lidí, kteří se stali součástí mobilního světa nesvědčí jen údaj o počtu mobilních telefonů v naší republice. I počty zákazníků jednotlivých operátorů hovoří za vše. Součet počtů zákazníků všech třech mobilních operátorů přesahuje počet obyvatel téměř o dva miliony. A opět se naskytá otázka, kde jsou nemluvňata a senioři. I když není výjimkou potkat na ulici osmdesátiletou dámu s mobilem v ruce. Sice ho nejspíš využívá jen na volání, ale dnešní doba si podmanila opravdu každého.

Zajímavý je i poměr zákazníků vlastních paušál a zákazníků využívajících předplacené služby. Zatímco u Eurotelu a T-Mobilu využívá předplacených služeb Go a Twist zhruba 70 procent zákazníků, u Vodafonu více než polovina zákazníků dává přednost paušálu před Vodafone kartou. Dalo by se říci, že lidé se nechtějí vázat, obávají se měsíčních vyúčtování a raději si kupují kredit dle své potřeby a finančních možností, ale čísla Vodafonu to vyvracejí. Spíše by se dalo přiklonit k myšlence, že Vodafone dodržel to, co sliboval. Na začátku totiž tvrdil, že se stane operátorem pro lidi, nikoliv jen pro firmy. Této ideji tedy přizpůsobil i své paušály - jsou výhodné a cenově dostupné téměř každému. To vyplývá i z různých porovnávání paušálů jednotlivých operátorů - Eurotel a T-Mobile mají své paušály uzpůsobené spíše větším firmám a podnikatelům. Nejen vyšší měsíčního paušálu, ale i cenami ostatních služeb. A v neposlední řadě jistě lidi odrazuje i fakt, že se musí společnosti „upsat“ na 24 měsíců. Zatímco u Vodafonu může zákazník smlouvu vypovědět prakticky kdykoliv. Eurotel a T-Mobile však vyšli vstříc nepodnikatelské



sféře jiným způsobem - zavedli několik druhů předplacených služeb. Zatímco u T-Mobilu si lidé mohou vybrat ze tří forem služeb Twist a u Eurotelu dokonce ze sedmi forem Go, Vodafone nabízí pouze jeden typ Vodafone karty, kterou obměňuje různými balíčky zvýhodněných služeb.

Co nás ve směru mobilní techniky ještě čeká, je jen otázkou času. Ale je více než jasné, že překvapení pro nás nechystají nejen výrobci mobilních telefonů a stávající mobilní operátoři, ale jistě i operátoři uvažující o vstupu na český trh.

## 2 Cíl práce a metodika

Cílem této bakalářské práce je zpracovat přehled o počtu zákazníků jednotlivých mobilních operátorů a zpracování odhadu budoucího očekávaného vývoje. Samozřejmostí je i seznámení se s historií mobilní techniky nejen z hlediska poskytovatelů služeb, ale i z hlediska ryze technického.

Ke splnění vytyčeného cíle je potřeba se nejprve seznámit s problematikou časových řad. To zahrnuje i provedení elementárních statistik, které nám napoví o vlastnostech souboru pozorování. Důležité je seznámení se s tradičním modelem časových řad, kterým je model jednorozměrný. Takový model vychází z dekompozice řady na čtyři složky časového pohybu - trendovou, sezónní, cyklickou a náhodnou složku. S tím souvisí i problematika jednotlivých tvarů trendů. Neopominutelnou součástí je pak posouzení statistické významnosti zkonstruovaného modelu trendu. K tomu nám napomůže test hypotézy.

Výsledky budou interpretovány pomocí programu SAS, který je patrně nejrozsáhlejším statistickým programovým paketem. Nebudou využívány zdaleka všechny jeho moduly - k vyřešení dané problematiky nám plně postačí moduly SAS/INSIGHT a Time Series Forecasting System.

Daná problematika bude řešena s použitím odborné literatury, článků na Internetu a na základě teoretických a praktických zkušeností.

## 3 Historie mobilních komunikací v ČR

### 3.1 Historie mobilní techniky

Je to jen několik málo let zpátky, kdy se u nás začala mobilní komunikace rozvíjet. Zpočátku byla spíše zábavou pro bohaté, ale postupem času se telefony i služby staly dostupné všem. Úplné počátky mobilních komunikací spadají do roku 1991, kdy vstoupil na český trh mobilní operátor Eurotel. Začíná provozovat mobilní síť NMT a nabízí první radiotelefony (označení mobil se vžilo až postupem doby). Tyto telefony mají pevně přidělená čísla, SIM karty byly v té době neznámé. Ceny telefonů se pohybují okolo několika desítek tisíc, aktivace a měsíční paušály řádově v tisících korun. Přestože bylo pokryto 50 % území České republiky, byly služby tohoto typu finančně dostupné zhruba 27 500 obyvatel.

V roce 1996 se v telefonech již objevují SIM karty. V září stejného roku vstupuje na český trh společnost Radiomobil, která své služby provozuje pod značkou Paegas. Na místo sítě NMT nastupuje síť GSM, jejíž hlavní výhodou oproti původní je kvalitnější přenos zvuku a nemožnost odposlechu. I mobilní telefony se již začínají podobat současným - alespoň svou velikostí. Objevují se telefony značek Alcatel, Dancall, Ericsson, Motorola, Nokia, Sagem a Siemens. V roce 1997 operátoři zavádějí předplacené služby - Paegas vybral pro svou předplacenou kartu označení Twist, Eurotel si zvolil název Go. V roce 1999 zákazníci mohli poslat první SMS zprávy. Na konci téhož roku se objevuje i první telefon podporující wap a infraport.

V roce 2000 vstoupil na český trh prozatím poslední operátor - Český mobil, který své služby provozoval pod názvem Oskar. V té samé době již telefon začínal plnit i jiné funkce než jen volání a psaní textových zpráv. Na určitých typech telefonů se již dalo pomocí sluchátek poslouchat rádio a Siemens představuje první mobil, na kterém je možno přehrávat formát mp3. Rok 2000 byl plný novinek - například Eurotel uskutečnil první videohovor nebo zprovoznil GPRS. Zároveň vznikl nejznámější server zabývající se problematikou mobilních komunikací [www.mobilmania.cz](http://www.mobilmania.cz). Dokazuje to, že mobily již dobyly svět a stávají se denní součástí každého z nás. Na sklonku roku 2000 představuje firma Benefon Q první český slovník T9, který se stal poměrně běžnou součástí všech telefonů.

V roce 2001 končí Ericsson s výrobou telefonů a s firmou Sony se dohodl na vzájemné spolupráci. Vzniká tak základ pro budoucí Sony Ericsson, který začíná

působit od října téhož roku. Z českého trhu se stahuje i další společnost - Sagem, která tak učinila po velké kauze s poruchovostí svých výrobků. Hlavní problém vznikl díky nezávislému distributorovi a špatnému servisu. Oficiální zastoupení Sagemu se v České republice objevuje až v roce 2002, kdy svojí špatnou pověst úspěšně napravuje.

V roce 2002 se na mobilních telefonech objevuje Java a poprvé se setkáváme s technologií Bluetooth. Ve výraznějším zastoupení se začínají objevovat telefony bez antény a výrobci se předhánějí v představování telefonů s barevným displejem. Displeje v té době obsahovaly 256 barev. V srpnu operátoři T-Mobile a Eurotel zároveň začínají provozovat MMS. Současně s tím se na trh dostává dlouho očekávaná Nokia s integrovaným VGA fotoaparátem. Je nejen prvním telefonem s vestavěným fotoaparátem v Evropě, ale i prvním telefonem s operačním systémem Symbian.

O rok později - v roce 2003 - již i Oskar začíná podporovat MMS zprávy. Koncem roku byl zahájen prodej prvního vyklápěcího telefonu bez antény. Pro tento typ telefonů se vžilo označení „věčko“. V říjnu téhož roku se na trhu také objevuje první „herní mobil“, což je herní konzole a mobil v jednom - Nokia N-Gage.

Následující rok byl plný milníků. 1. leden 2004 přináší navýšení cen telekomunikačních služeb - sazba DPH se zvyšuje ze snížené na základní. Na český trh vstupuje se svými telefony firma LG Electronics. Nokia začíná prodávat první megapixelový fotomobil a na povrch vyplývá zajímavá informace - a to ta, že každý druhý telefon v České republice nese značku Nokia. V září počet SIM karet překročil 10 milionů. V listopadu Alcatel ukončil své zastoupení v České republice. V prosinci zprovožňuje T-Mobile v několika větších městech EDGE, v březnu dalšího roku tak činí i zbylí dva operátoři.

Zatímco Oskar se zavázal ke spuštění UMTS nejpozději v lednu 2008, Eurotel a T-Mobile tak činí již koncem roku 2005. Zatímco u T-Mobile se zatím nejednalo o plnohodnotnou síť třetí generace, jelikož je optimalizována pouze pro rychlý přenos dat a hlasové služby v ní není možné provozovat, Eurotel spouští síť třetí generace v pravém slova smyslu. Je tedy možné začít využívat videohovory.

Poté, co na povrch vplynuly informace o problémech mobilní divize Siemensu, hlásí se o slovo Asie - Siemens záhy patří asijskému Benqu. Stejný osud již dříve postihl Alcatel a Sagem, které vlastní další asijské výrobce. Nokia tak zůstává posledním velkým evropským výrobcem.

## **3.2 Historie z hlediska mobilních operátorů České republiky**

### **3.2.1 Eurotel**

Společnost Eurotel Praha, spol. s r. o. si udržuje své vedoucí postavení na českém mobilním telekomunikačním trhu. Současně byla i prvním českým mobilním operátorem.

V roce 2003 vyhrál Eurotel ocenění Zaměstnavatel roku 2003. Jednalo se o první ročník soutěže hodnotící personální politiku firem působících v České republice. V roce 2004 se umístil ve stejné soutěži na druhém místě, nicméně jako mobilní operátor si stále udržel své prvenství. Ve stejném roce se stává i vítězem Národní ceny České republiky za jakost, jelikož poskytuje své telekomunikační služby v nejvyšší kvalitě. Jako jediný telekomunikační operátor v České republice získal také dva certifikáty v oblasti ochrany životního prostředí, bezpečnosti a ochrany zdraví při práci a bezpečnosti informací.

Eurotel je členem aliance mobilních operátorů Starmap, ve které je nyní sdruženo 11 mobilních operátorů, kteří poskytují své mobilní hlasové a datové služby více než 53 milionům zákazníků.

V roce 2005 získal Eurotel zároveň s Českým Telefonem nového vlastníka, kterým je španělská Telefónica. Dlouho se předpokládalo, že Eurotel přijme její název, ale koncem roku se vše změnilo - Španělé koupili také britského operátora O2. A jelikož jeho název jim připadá originálnější, přejmenuje se Eurotel v průběhu roku 2006 na Telefónica O2 Czech Republic a logo zůstane shodné s britským - O2. Telefonicu O2 bude čekat tříleté integrační období. V prvním roce dokončí změnu značky, ve druhém roce by se měla zaměřit na vytvoření nové skladby produktů a v posledním roce chystá integraci sítí a kompletní sloučení procesů. Španělská Telefónica působí v 19 státech a poskytuje své služby více než 180 milionům zákazníků

Tab.1: Počet zákazníků mobilního operátora Eurotel.

Rok	Počet zákazníků
1995	45.800
1996	168.424
1997	354.452
1998	587.509
1999	1.069.514
2000	2.171.116
2001	3.238.369
2002	3.891.473
2003	4.214.517
2004	4.591.471
2005	4.676.000

Zdroj: Tiskové oddělení společnosti Eurotel Praha spol. s r. o.

Obr. 1: Logo společnosti Eurotel.



### 3.2.2 T-Mobile

Dne 14. března 1996 se stalo vítězem nabídkového řízení Ministerstva hospodářství na mezinárodního partnera Českým radiokomunikačním konsorcium CMobil. Jedenáct dnů poté - 25. března 1996 - byla slavnostně předána Pověření k provozování sítě mobilních telefonů GSM. Přibližně za čtvrt roku - 23. června 1996 - byla u obchodního soudu registrována nová společnost RadioMobil, která 30. září stejného roku zahájila provoz sítě mobilních telefonů Paegas. V roce 2002 společnost přejmenovala síť na T-Mobile a o rok později přijala T-Mobile i jako obchodní název.

V současné době je signálem T-Mobile pokryto přes 99 % populace a 99,98 % silnic třídy E na území České republiky. Roamingovou smlouvu má T-Mobile uzavřenou téměř se 400 operátory ve více než 150 zemích světa.

Tab.2: Počet zákazníků mobilního operátora T-Mobile.

Rok	Počet zákazníků
1997	173.268
1998	373.906
1999	875.672
2000	1.850.648
2001	2.851.583
2002	3.512.403
2003	3.947.027
2004	4.074.861
2005	4.630.000

Zdroj: Tiskové oddělení společnosti T-Mobile Czech Republic a. s.

Obr. 2: Logo společnosti T-Mobile.



### 3.2.3 Vodafone

Po získání licence na provozování duální mobilní sítě GSM 900/1800 v říjnu roku 1999 se Oskar Mobil a. s. stal prvním duálním mobilním operátorem v České republice. Komerční provoz GSM sítě v naší republice zahájil pod značkou Oskar.

Na trh Oskar vstoupil 1. března 2000 jako třetí a nejrychleji se rozvíjející mobilní operátor v České republice - rychlostí výstavby své sítě vytvořil nový rekord v historii GSM - během 9 měsíců bylo signálem pokryto 98 % obyvatelstva. Zasadil se o radikální změny na českém mobilním komunikačním trhu a mobilní telefony cenově zpřístupnil každému spotřebiteli.

Během necelého roku Oskar vybudoval síť srovnatelnou s konkurencí. Jako první zavedl možnost platebního styku prostřednictvím široké sítě bankomatů Komerční banky. Oskar rychle získal uznání i v mezinárodním měřítku a v letech 2001 a 2002 byl nominován na prestižní ocenění World Communication Award jako nejlepší mobilní operátor.

Zavedením Tarifů nové generace v roce 2002 si udržuje cenové vůdcovství na českém mobilním trhu a 17. dubna téhož roku se Oskarovým zákazníkem stává miliontý Čech. K 30. září 2002 měl Oskar více než 1,1 mil. zákazníků a jeho tržní podíl přesáhl 14 %. Své licenční požadavky tak splnil s dvouletým předstihem.

V roce 2001 zajišťuje Oskar úplné pokrytí všech stanic pražského metra. Současně v témže roce představuje novou generaci Hlasové samoobsluhy, o rok později Internetové samoobsluhy.

Oskar ale nečiní pokroky jen v oblasti telekomunikací - v roce 2003 je také vyhodnocen jako jeden z deseti nejlepších zaměstnavatelů v České republice. Téhož roku je již potřetí nominován na Nejlepšího mobilního operátora Evropy v prestižní soutěži World Communication Awards v Londýně. Na serveru [www.mobilmania.cz](http://www.mobilmania.cz) je vyhlášen Mobilním operátorem roku 2003 v České republice a zvítězil i v soutěži Nejlepší firemní image. Rok 2003 je plný prvenství - uvedl službu MMS, představil novou SIM kartu 2 v 1, představil novou službu VPN Firma, což je zlevněné volání mezi firemními telefony pro malé a středně velké firmy a otevřel první 3D kino v České republice - IMAX.

Na přelomu let 2004 a 2005 byl Oskar jmenován sdružením Czech Top 100 nejdynamičtější firmou roku.

Oskar vstoupil na trh s jasně vymezenou strategií přímého styku se zákazníkem, která se stala základem úspěchů firmy. Tyto úspěchy odrážejí i odhodlání měnit tvář českého mobilního trhu a jeho zaběhnuté zvyklosti.

V roce 2005 se stal členem světové mobilní rodiny Vodafone, což je globální mobilní operátor se základnou ve Velké Británii, který působí ve 28 zemích, pokrývá 99 % populace a poskytuje své služby více než 165 milionům zákazníků.

1. února roku 2006 se Oskar Mobil a. s. stává společností Vodafone Czech Republic a. s. Průběžně v měsících leden a únor roku 2006 aktualizuje SIM karty svých více než 2 milionů zákazníků, kterým se později na mobilním telefonu namísto starého loga Oskar objevuje nové logo Vodafone CZ.

Tab.3: Počet zákazníků mobilního operátora Vodafone.

Rok	Počet zákazníků
2000	301.687
2001	858.437
2002	1.179.752
2003	1.546.751
2004	1.831.116
2005	2.141.713

Zdroj: Tiskový mluvčí společnosti Vodafone Czech Republic a. s.



Obr. 3: Logo společnosti Vodafone.



### 3.3 Očekávaný budoucí vývoj

V zahraničí se v posledních letech začali mimo klasických operátorů objevovat tzv. virtuální mobilní operátoři. Smysl jejich vzniku spočívá v tom, že provozovatel mobilní sítě může stejně jako každý jiný obchodník nabízet své služby také velkoobchodně. Takový operátor pak nabídne svůj systém a své služby další straně.

Každý mobilní operátor mimo toho, že provozuje mobilní síť, vlastní antény, stožáry a veškeré technické zázemí, které je pro provozování služeb nutné. Virtuální mobilní operátor naopak nevlastní nic takového. Je to společnost, která hostuje na zařízení klasických provozovatelů mobilních služeb, ale je to právě ona, kdo má se zákazníky sepsané smlouvy a na displeji jejich telefonů se objevuje její logo. Je tedy logické, že virtuální operátor nemusel vydat ani korunu na výstavbu sítě, nemusí mít speciálně vyškolený personál, dokonce nemusí mít ani žádné kamenné obchody. Může tak své podnikání řídit například i ze zahraničí. Takovýto operátor se tak dostane na místní trh s levnější nabídkou na klasické volání a posílání textových zpráv, ale většinou s omezenými či neexistujícími doplňkovými službami, kterými jsou například přístup na internet, MMS, nonstop bezplatná infolinka nebo roaming.

V pozadí virtuálních operátorů stojí zpravidla dvě skupiny investorů. První skupinou jsou velké distribuční sítě (např. síť obchodních domů nebo čerpacích stanic) a druhou skupinu tvoří klasičtí operátoři, kteří se ucházeli o udělení licence pro provoz sítě v dané zemi, která jim nakonec nebyla udělena.

Jedním takovým operátorem je EasyMobile, který se možná objeví i na českém trhu. Začátkem roku se usadil ve Velké Británii a doslova tam rozpoutal cenovou válku. Představuje model dokonalého virtuálního operátora. Jeho služby se dají objednat pouze na internetu, neexistují kamenné obchody, neexistují brožury či letáky, neexistují žádné reklamy ani reklamní předměty. Pro pomoc zákazníkům je

k dispozici především internetový portál s diskusním fórem a operátor se věnuje zákazníkům především prostřednictvím emailu. Náklady na provoz takovéto sítě jsou tedy v porovnání s konkurencí, která musela vybudovat drahé technické zázemí, takřka nulové. Funguje na bázi předplacených služeb, přičemž se nákup kreditu provádí na webových stránkách a platit se dá pouze bankovní kartou.

EasyMobile poskytuje své služby na infrastruktuře britského operátora T-Mobile UK, který patří do nadnárodní skupiny T-Mobile. Spekuluje se, že EasyMobile chce své služby v blízké době nabízet i v několika zemích střední a východní Evropy. V pomyslném seznamu je i Česká republika.

T-Mobile je jedním z výše zmíněných skupin investorů. Druhou skupinou je společnost Easy, za kterou stojí konsorcium investorů EasyGroup. Z tohoto celku je asi nejznámější nízkorozpočtová letecká společnost EasyJet. Dále se jedná o síť internetových kaváren, internetové obchodní domy, on-line rezervace hotelů nebo autobusů ve vybraných zemích, nabídku práce a mnoho dalších služeb. Téměř všechny služby mají jedno společné - jsou k nalezení pouze na internetu.

## 4 Metodika práce

Zkoumání změn jevů v čase je jednou z nejdůležitějších statistických úloh. Základním prostředkem statistické analýzy dynamiky hromadných jevů je časová řada, což je posloupnost hodnot sledovaného ukazatele uspořádaných v čase ve sledu od minulosti do přítomnosti.

### 4.1 Časová řada

Časová řada je obvykle definována jako množina pozorování kvantitativní charakteristiky uspořádaná v čase. Tuto množinu pozorování nazýváme ukazateli.

Časové řady v zásadě vytvářejí spojení mezi stejnorodými údaji (zjištěními, výpověďmi) z různých dob, avšak věcného obsahu. Může jít nejen o plynulá porovnávání, ale i o porovnávání jednotlivých vybraných údajů. Plynulá porovnání nejsou však často vůbec možná - například časová řada z výsledků hromadných sčítání lidu nejenže přeskakuje desetiletá období, nýbrž poskytuje mimoto jen bodové údaje.

Cílem analýzy časových řad je jednak **interpolace**, což je pochopení minulého vývoje a nalezení takové matematické funkce, která dokáže časový vývoj popsat. Dalším cílem je **extrapolace**, což je prodloužení časové řady, při které se prognózuje budoucí vývoj.

### 4.2 Dělení časových řad

Existuje několik druhů časových řad, které dělíme z různých hledisek. Nejde ale o pouhé definiční vymezení druhů časových řad, ale především o vyjádření rozdílnosti v obsahu sledovaných ukazatelů, jež je mnohdy provázeno i specifickými statistickými vlastnostmi.

Podle charakteru ukazatele můžeme časové řady dělit na **okamžikové** a **intervalové**. Okamžikové časové řady jsou takové, které jsou představovány hodnotami zaznamenávanými k určitému časovému okamžiku nebo datu. Naopak intervalové řady vyjadřují, kolik případů, věcí nebo událostí vzniklo či naopak zaniklo, nahromadilo se nebo se spotřebovalo za určitý časový interval.

Dále dělíme časové řady podle periodicity sledované množiny pozorování. V tomto směru hovoříme o časových řadách **krátkodobých**, kdy je periodicitu ukazatele

kratší než jeden rok (údaje jsou většinou zaznamenávány ve čtvrtletních, měsíčních, týdenních aj. periodách), a časových řadách **dlohodobých**, kdy je periodičita ukazatele minimálně roční.

Pracujeme-li s řadami neupravených hodnot ukazatelů, hovoříme o časových řadách **původních (primárních) hodnot**. Můžeme u nich jednoznačně určit typ charakteristiky, statistické jednotky i statistického znaku. Napočteme-li z jedné nebo více časových řad primárních hodnot určité statistické charakteristiky (např. součet, průměr, poměr...), nazýváme takto vzniklou časovou řadu řadou **odvozených (sekundárních) charakteristik**.

Dalším hlediskem členění časových řad je podle způsobu vyjádření údajů. Takto jsou časové řady členěny na časové řady **naturálních ukazatelů**, kdy jsou hodnoty ukazatele vyjadřovány v naturálních jednotkách, a na časové řady **peněžních ukazatelů**.

#### 4.2.1 Zjištění srovnatelnosti u časových řad intervalových a okamžikových

Intervalovou časovou řadou se rozumí řada **intervalového ukazatele**, tj. ukazatele, jehož velikost závisí na délce intervalu, za který je sledován. Jedná-li se o časovou řadu se stejně dlouhými intervaly, je možné pro ukazatele tohoto typu tvořit součty. V opačném případě by došlo o srovnání zkreslená - takový problém nastává hlavně u krátkodobých časových řad (např. měsíc leden, který má 31 pracovních dnů, není srovnatelný s únorem, který má o 3 pracovní dny méně). Abychom docílili srovnatelnosti, přepočítáváme často všechna období na jednotkový časový interval. Tato operace se nazývá očišťování časových řad od důsledků **kalendářních variací** (nebo také kalendářní očišťování). Údaje očištěné na kalendářní dny dostaneme jako

$$y_t^{(0)} = y_t \cdot \frac{\bar{k}_t}{k_t}, \quad (4.1)$$

kde  $y_t$  je hodnota očišťovaného ukazatele v příslušném dílčím období roku (měsíce či čtvrtletí),

$k_t$  je počet kalendářních dnů v příslušném dílčím období roku a

$\bar{k}_t$  je průměrný počet kalendářních dní v dílčím období roku.

Obdobným způsobem získáme údaje očištěné na pracovní dny:

$$y_t^{(0)} = y_t \cdot \frac{\overline{p_t}}{p_t}, \quad (4.2)$$

kde  $y_t$  je hodnota očišťovaného ukazatele v příslušném dílčím období roku (měsíce či čtvrtletí),

$p_t$  je počet pracovních dní v příslušném dílčím období roku (např. v určitém měsíci) a

$\overline{p_t}$  je průměrný počet pracovních dní v příslušném období roku.

### 4.3 Elementární statistiky časových řad

Obvykle prvním úkolem při analýze časové řady je získat rychlou a orientační představu o charakteru procesu, který tato řada reprezentuje. Mezi základní metody patří vizuální analýza chování ukazatele využívající grafů spolu s určováním elementárních statistických charakteristik.

Pomocí vizuálního rozboru grafického záznamu průběhu časové řady můžeme rozpoznat např. dlouhodobou tendenci v průběhu řady či některé periodicky se opakující vývojové změny apod. Tato analýza však nepostačí k poznání hlubších souvislostí a mechanismů studovaného procesu.

K elementárním statistikám řadíme **diference** různého řádu a **průměry hodnot** časové řady, což jsou charakteristiky absolutní a **tempa růstu** časové řady, které jsou charakteristikami relativními.

**Diference prvního řádu** se též nazývají absolutní přírůstky - charakterizují absolutní přírůstek nebo úbytek zkoumaného ukazatele v určitém okamžiku proti okamžiku bezprostředně předcházejícímu. Prvních absolutních diferencí je celkem  $n-1$ .

$$\Delta_t^1 = y_t - y_{t-1}, \quad t = 2, 3, \dots, n \quad (4.3)$$

Rozdílem dvou sousedních absolutních přírůstků lze získat **druhé absolutní diference**. Ty charakterizují absolutní zrychlení (resp. zpomalení) vývoje ve

zkoumané časové řadě. Udávají, o kolik byl následující přírůstek větší (resp. menší) než předcházející. Druhých absolutních diferencí je celkem  $n-2$ .

$$\Delta_t^2 = \Delta_t^1 - \Delta_{t-1}^1, \quad t = 3, 4, \dots, n \quad (4.4)$$

Analogicky lze stanovit absolutní **diference vyšších stupňů** (třetího, čtvrtého atd.), jejichž řady se vždy postupně zkracují o jeden člen.

Vedle absolutních charakteristik se často užívají také relativní charakteristiky růstu (resp. poklesu). Jejich představiteli jsou například **koeficienty růstu**, které charakterizují relativní postupnou rychlost změn hodnot v časové řadě.

$$k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}, \quad t = 2, 3, \dots, n \quad (4.5)$$

Vyjádříme-li koeficient růstu v procentech, hovoříme o **tempu růstu**.

Za celou časovou řadu lze určit **průměrný koeficient růstu**, definovaný nejčastěji jako geometrický průměr jednotlivých koeficientů  $k_t$ . Počítá se v případech, kdy časová řada vykazuje v podstatě monotónní vývoj (hodnoty ukazatele stále rostou nebo stále klesají).

$$\bar{k} = (k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n)^{\frac{1}{n-1}} = \sqrt[n-1]{k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n} \quad (4.6)$$

Ize ho také zapsat:

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \dots \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \quad (4.7)$$

Zatímco koeficient růstu je index s proměnlivým základem, **bázický index** má základ stálý. Index báze ukazuje vývoj daného jevu ke zvolenému základu.

Vypočítá se dle vzorce:

$$BI = \frac{y_t}{y_0} \cdot 100, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (4.8)$$

$y_t$  ve všech výše uvedených vzorcích představuje hodnotu ukazatele.

Pracujeme-li s intervalovou řadou, považuje se za obvyklý **průměr aritmetický**. Jsou-li všechny intervaly stejně dlouhé, určí se prostý aritmetický průměr, při nestejně dlouhodobých intervalech je nutno počítat aritmetický průměr vážený.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n} \quad (4.9)$$

Časové řady **ukazatelů okamžikových** jsou sestavovány z ukazatelů, které se vztahují k určitému okamžiku (nejčastěji dni). Protože prostý součet několika za sebou jdoucích hodnot okamžikových ukazatelů nedává reálný smysl, shrnují se řady toho typu pomocí speciálního průměru, nazývaného **chronologický průměr**.

Je-li délka mezi jednotlivými časovými okamžiky stejná, vzorec chronologického průměru bude

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \dots + \frac{y_{k-1} + y_k}{2}}{k-1} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + y_{k-1} + \frac{1}{2}y_k}{k-1}, \quad (4.10)$$

kde  $y_1, y_2, \dots, y_k$  jsou hodnoty okamžikových ukazatelů pro  $k$  časových okamžiků.

V tomto případě se jedná o prostý chronologický průměr.

Nebude-li délka mezi jednotlivými časovými okamžiky konstantní, je nutné jednotlivé dílčí průměry vážit délkami příslušných intervalů. Vzorec váženého chronologického průměru bude tvaru:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} \cdot d_1 + \frac{y_2 + y_3}{2} \cdot d_2 + \dots + \frac{y_{k-1} + y_k}{2} \cdot d_{k-1}}{d_1 + d_2 + \dots + d_{k-1}}, \quad (4.11)$$

kde  $y_1, y_2, \dots, y_k$  jsou hodnoty okamžikových ukazatelů pro  $k$  časových okamžiků a  $d_i$  jsou délky jednotlivých intervalů.

#### 4.4 Modely časových řad

Tradičním výchozím principem modelování časových řad je jednorozměrný model

$$y_t = f(t, \varepsilon_t), \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (4.12)$$

kde:  $y_t$  je hodnota modelovaného ukazatele v čase  $t$  a

$\varepsilon_t$  je hodnota náhodné složky (poruchy) v čase  $t$

Tento model vychází z dekompozice řady na čtyři složky časového pohybu. První tři tvoří v podstatě systematickou část průběhu časové řady. Souběžná existence všech čtyř forem však není nutná a je podmíněna charakterem zkoumaného ukazatele. Běžně může u určitých procesů například chybět sezónní složka apod. Časovou řadu lze dekomponovat na:

- trendovou složku  $T_t$ ,
  - sezónní složku  $S_t$ ,
  - cyklickou složku  $C_t$  a
  - náhodnou složku  $\varepsilon_t$ .
- } tyto dvě složky tvoří  
} periodickou složku

Trendem rozumíme hlavní tendenci dlouhodobého vývoje hodnot analyzovaného ukazatele v čase. Trend může být rostoucí, klesající nebo konstantní, kdy hodnoty ukazatele dané časové řady v průběhu sledovaného období mohou kolísat kolem určité, v podstatě neměnné, úrovně. Dá se tedy konstatovat, že trend charakterizuje dlouhodobou celkovou a hlavní tendenci vývoje časové řady.

Periodická složka je důsledkem působení periodicky se opakujících faktorů na sledovaný jev. Projevuje se periodickými výkyvy ukazatelů časové řady okolo trendu, jelikož hodnoty v časové řadě mohou střídavě růst nebo klesat. Podle délky jedné periody rozlišujeme tyto druhy kolísání:

- **cyklické kolísání**, což je perioda pravidelně se opakujících výkyvů ukazatelů přesahující období delší než jeden rok,
- **krátkodobé kolísání**, u něž se periodické výkyvy časové řady opakují v rámci období kratšího než jeden rok (mezi krátkodobá kolísání řadíme i **sezónní kolísání**).

Náhodná složka je taková veličina, kterou nelze popsat žádnou funkcí času. Zbývá po vyloučení trendu, sezónní a cyklické složky.

Náhodné kolísání je vyvoláno působením pro daný případ vedlejších faktorů náhodného charakteru. Projevuje se drobnými, nepravidelnými nebo ojedinělými výkyvy časové řady, které není možno předvídat.



Proces utváření hodnoty daného ukazatele v čase je tedy možno vyjádřit pomocí následujícího modelu:

$$y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t = Y_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (4.13)$$

kde  $T_t$  je trendovou složkou,

$S_t$  sezónní složkou,

$C_t$  cyklickou složkou a

$\varepsilon_t$  náhodnou složkou.

$Y_t$  se často označuje souhrnně jako teoretická (modelová, systematická, deterministická) složka ve tvaru  $T_t + S_t + C_t$

nebo:

$$y_t = m_t + p_t + \varepsilon_t, \quad (4.14)$$

kde  $m_t$  je trendová složka,

$p_t$  je periodickou složkou (součet sezónního a cyklického kolísání) a

$\varepsilon_t$  je náhodná (reziduální) složka.

Tento model nazýváme **aditivní**. Vztah mezi složkami časové řady však může také být charakterizován vzájemným násobením těchto složek a tento vztah lze vyjádřit **multiplikativním** modelem

$$y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (4.15)$$

kde  $T_t$  je trendovou složkou,

$S_t$  sezónní složkou,

$C_t$  cyklickou složkou a

$\varepsilon_t$  náhodnou složkou.

nebo:

$$y_t = m_t \cdot p_t \cdot \varepsilon_t, \quad (4.16)$$

kde  $m_t$  je trendová složka,

$p_t$  je periodickou složkou (součet sezónního a cyklického kolísání) a

$\varepsilon_t$  je náhodná (reziduální) složka.

Časové řady, které obsahují pouze trend a náhodné kolísání, nazýváme **neperiodickými** časovými řadami. Naopak **periodické** časové řady jsou takové, které obsahují trendovou, periodickou i náhodnou složku. Časové řady, které nevykazují trend, nazýváme **stacionárními** řadami.

#### 4.4.1 Popis trendové složky

Popis tendence vývoje analyzované řady je jedním z nejdůležitějších úkolů analýzy časových řad. Z velkého okruhu trendových funkcí jsou v praktických aplikacích v oblasti analýzy a prognózy časových řad používány: lineární trend, parabolický (kvadratický) trend a exponenciální trend. Patří jak z hlediska jejich průběhu, tak z hlediska odhadu parametrů mezi funkce jednoduché. Charakteristické pro tyto funkce je, že zpravidla nemají asymptotu a jejich růst tedy není ničím omezen.

Součástí rovnice každé křivky trendu je neznámý parametr, který je potřeba odhadnout. Nejužívanější metodou odhadu parametrů trendových funkcí je **metoda nejmenších čtverců**, která je použitelná v případě, že zvolená trendová funkce je lineární. Tato metoda má řadu výhod - minimalizuje rozptyl reziduální složky, je poměrně jednoduchá a numericky snadná.

##### 4.4.1.1 Lineární trend

Lineární trend je nejčastěji používaným typem trendové funkce. Jeho značný význam spočívá jednak v tom, že jej můžeme použít vždy, chceme-li alespoň orientačně určit základní směr vývoje analyzované časové řady, a jednak v tom, že v určitém omezeném časovém intervalu může sloužit jako vhodná aproximace jiných trendových funkcí. Lineární trend (neboli trendovou přímkou) vyjadřujeme ve tvaru:

$$T_t = a + bt, \quad (4.17)$$

kde:  $a$  a  $b$  jsou neznámé parametry a

$t$  je časová proměnná ( $t = 1, 2, \dots, n$ ).

K odhadu parametrů  $a$  a  $b$  používáme (s ohledem na to, že funkce (4.17) je lineární z hlediska parametrů) metodu nejmenších čtverců, která dává nejlepší nevychýlené odhady. Je tedy nutno vyřešit dvě rovnice:

$$\begin{aligned}\sum_{t=1}^n y_t &= n \cdot a + b \sum_{t=1}^n t \\ \sum_{t=1}^n ty_t &= a \sum_{t=1}^n t + b \sum_{t=1}^n t^2 ,\end{aligned}\tag{4.18}$$

Řešením této soustavy jsou odhady parametrů:

$$a = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n} - b \frac{\sum_{t=1}^n t}{n} = \bar{y} - b \cdot \bar{t}\tag{4.19}$$

$$b = \frac{n \sum_{t=1}^n ty_t - \sum_{t=1}^n t \sum_{t=1}^n y_t}{n \sum_{t=1}^n t^2 - \left( \sum_{t=1}^n t \right)^2},\tag{4.20}$$

kde:  $a$  a  $b$  jsou odhady parametrů,

$t$  je časová proměnná,

$y$  jsou pozorované hodnoty a

$n$  je počet pozorování.

#### 4.4.1.2 Tvary ostatních modelů trendu

Parabolická křivka:

$$T_t = a + bt + ct^2\tag{4.21}$$

Exponenciální křivka:

$$T_t = ab^t\tag{4.22}$$

Logaritmická křivka:

$$T_t = a + b \cdot \log t\tag{4.23}$$

Mocninná křivka:

$$T_t = at^b \quad (4.24)$$

Odmocninná křivka:

$$T_t = a + b\sqrt{t} \quad (4.25)$$

kde:  $a$ ,  $b$  a  $c$  jsou neznámé parametry a

$t$  je časová proměnná ( $t = 1, 2, \dots, n$ ).

#### 4.4.2 Volba vhodného modelu trendu

Trendová funkce by měla být volena na základě věcné analýzy zkoumaného ekonomického jevu. Při věcné analýze lze v některých případech posoudit, zda jde o funkci rostoucí nebo klesající, přichází-li v úvahu inflexní bod, zda jde o funkci nekonečně rostoucí nebo s růstem jen ke konečné limitě apod.

Druhou jednoduchou možností volby je analýza grafu zobrazené časové řady. Nebezpečí volby na základě vizuálního výběru spočívá však v jeho subjektivitě. Tvar grafu je do značné míry závislý na volbě použitého měřítka.

Proto se při hledání vhodného typu trendové funkce opíráme především o rozbor empirických údajů. Do této skupiny metod patří např. metody používané často v regresní analýze, kdy volíme nejvhodnější typ křivky na základě minimalizace hodnot přijatého kritéria. Nejčastěji se za toto kritérium bere součet čtverců odchylek empirických hodnot od hodnot vyrovnaných (reziduální součet čtverců):

$$Q_e = \sum_{t=1}^n (y_t - y_t')^2, \quad (4.26)$$

kde:  $y_t$  jsou empirické hodnoty a

$y_t'$  jsou vyrovnané hodnoty (hodnoty odhadnutého trendu) analyzované časové řady.

Jiným často používaným kritériem tohoto typu je **index korelace**, sloužící k syntetickému popisu stupně shody modelu s empirickými údaji, který lze ve výpočetním tvaru zapsat jako:

$$I = \sqrt{1 - \frac{Q_e}{Q}} = \sqrt{1 - \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - y_t')^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}}, \quad (4.27)$$

kde:  $y_t$  jsou empirické hodnoty,

$\bar{y}$  je aritmetický průměr empirických hodnot časové řady  $y_1, \dots, y_n$  a

$y_t'$  jsou vyrovnané hodnoty (hodnoty odhadnutého trendu) analyzované časové řady.

Za nejvhodnější trendovou funkci je pak pokládána ta, která vede k největší hodnotě indexu korelace. Lze tedy konstatovat, že čím bude hodnota indexu korelace  $I$  bližší jedné, tím lépe tento model vystihuje zákonitosti vývoje příslušné řady.

Druhá mocnina indexu korelace je **index determinace**  $I^2$ . Ten ukazuje míru vystižení celkové variability vysvětlované veličiny zvoleným modelem. Čím je hodnota  $I^2$  bližší jedné, tím model lépe popisuje zkoumaný jev. Jestliže se hodnoty  $I^2$  blíží nule, signalizuje to stále menší soulad modelu s časovou řadou. Za nejvhodnější trendovou funkci pro popis dynamiky časové řady budeme považovat tu, která z daného seznamu funkcí vede k maximální hodnotě indexu determinace  $I^2$ . Taková funkce totiž nejlépe a nejpřesněji vystihuje reálný vývoj zkoumaného jevu v minulosti a je tedy možno předpokládat, že podobným způsobem bude vystihovat i skutečnost, která nastane v budoucnosti. Index determinace je bezrozměrné číslo splňující relaci  $0 \leq I^2 \leq 1$ .

Kvalitu vyrovnaní časové řady je popřípadě možné posuzovat též pomocí tzv. **reziduální směrodatné odchylky**:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - y_t')^2}{n - k}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n - k}}, \quad (4.28)$$

kde:  $e_t = y_t - y_t'$  jsou rezidua a

$k$  je počet odhadovaných strukturálních parametrů dané trendové funkce.

Mimo výše zmíněných charakteristik se ve statistické metodologii stále významněji prosazují některá další kritéria volby vhodného modelu trendu, která jsou standardně implementována v nejrozšířenějším statistickém softwaru. Mezi ně patří:

- M.E. = Mean Error = střední chyba odhadu

$$M.E. = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - y_t')}{n} \quad (4.29)$$

- M.S.E. = Mean Squared Error = střední čtvercová chyba odhadu

$$M.S.E. = \sum_{t=1}^n \frac{(y_t - y'_t)^2}{n-k} = \sum_{t=1}^n \frac{e_t^2}{n-k} \quad (4.30)$$

- M.A.E. = Mean Absolute Error = střední absolutní chyba odhadu

$$M.A.E. = \frac{\sum_{t=1}^n |y_t - y'_t|}{n} \quad (4.31)$$

- M.A.P.E. = Mean Absolute Percentage Error = střední absolutní procentní chyba odhadu

$$M.A.P.E. = \frac{100}{n} \cdot \sum \left| \frac{y_t - y'_t}{y_t} \right| \quad (4.32)$$

- M.P.E. = Mean Percentage Error = střední procentní chyba odhadu

$$M.P.E. = \frac{100}{n} \cdot \left( \frac{y_t - y'_t}{y_t} \right) \quad (4.33)$$

Obecně dáváme přednost modelu s nejnižšími hodnotami uvedených ukazatelů. Neexistuje žádná obecně přijatá stupnice, který by určovala, jaké hodnoty chyb odhadu jsou v analytické praxi přijatelné. Orientačně se však za dostatečně kvalitní modely pokládají ty, jejichž hodnoty nepřesahují 10 %.

Žádný z těchto ukazatelů nemá univerzální charakter, ale podává pouze dílčí informaci o kvalitě hodnoceného modelu.

#### 4.4.3 Statistické ověřování lineárního trendu

Na časovou řadu  $y_1, y_2, \dots, y_n$  lze pohlížet jako na náhodný výběr o rozsahu  $n$  z nekonečného základního souboru. Na trend, jehož strukturální parametry byly odhadnuty metodou nejmenších čtverců, lze potom pohlížet jako na odhad trendu ve zmíněném nekonečném základním souboru. Důležité je v tomto směru posoudit statistickou významnost strukturálních parametrů zkonstruovaného modelu lineárního trendu. Pro testování významnosti lineárního trendu  $T_t = a + bt$  je nutné testovat hypotézy  $H_0: \alpha = 0$  a  $H_0: \beta = 0$ .

Důležitý je zejména test hypotézy:  $H_0: \beta = 0$ , který se provádí pomocí testového kritéria:

$$t = \frac{b}{s_b}, \quad (4.34)$$

kde  $b$  může být interpretován jako průměrný absolutní přírůstek sledovaného ukazatele a

$$s_b = \frac{s}{\sqrt{\sum_{t=1}^n t^2 - n \cdot \bar{t}^2}}, \quad (4.35)$$

kde  $s$  je směrodatná reziduální odchylka definovaná vztahem (4.28).

V souladu s obecným postupem testování statistických hypotéz, lze kritické obory pro test hypotézy  $H_0: \beta = \beta_0$  proti různým alternativám provést takto:

Tab. 4: Kritické obory testu hypotézy.

Nulová hypotéza	Alternativní hypotéza	Kritický obor
$H_0: \beta = \beta_0$	$H_1: \beta \neq \beta_0$	$K = \{ t  > t_{\alpha(n-2)}\}$
	$H_1: \beta > \beta_0$	$K = \{t > t_{2\alpha(n-2)}\}$
	$H_1: \beta < \beta_0$	$K = \{t < -t_{2\alpha(n-2)}\}$

Položíme-li  $\beta_0 = 0$ , přejde hypotéza na tvar  $H_0: \beta = 0$ . Statistika má dle Tab. 4 Studentovo t-rozdělení o  $f=n-2$  stupních volnosti. Jestliže bude platit relace  $|t| > t_{\alpha(n-2)}$ , budeme zamítat nulovou hypotézu  $H_0: \beta = 0$  ve prospěch alternativní hypotézy  $H_1: \beta \neq 0$ . Koeficient  $b$  je statisticky významný a je tedy možno použít rovnici lineárního trendu (4.17) ke konstrukci prognóz na základě extrapolace trendu, což je přibližný výpočet hodnot funkce v bodě ležícím vně intervalu hodnot funkce v krajních, případně i některých vnitřních bodech intervalu.

Pro test hypotézy  $H_0: \alpha = 0$  se užívá testového kritéria:

$$t = \frac{a}{s_a}, \quad (4.36)$$

kde:

$$s_a = s \cdot \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n t^2}{n \cdot \sum_{t=1}^n t^2 - (n\bar{t})^2}} \quad (4.37)$$

Za platnosti  $H_0: \alpha = 0$  má statistika Studentovo rozdělení o  $f=n-2$  stupních volnosti a test hypotézy  $H_0: \alpha = 0$  se provede analogicky jako test hypotézy  $H_0: \beta = 0$ . Posoudí se statistická významnost a určí se, zda lze příslušný lineární trend považovat za adekvátní a prakticky využitelný model analyzované časové řady.

#### 4.4.4 Popis sezónní složky

Při analýze časových řad s periodicitou zjišťování kratší než jeden rok se setkáváme téměř vždy s existencí sezónních vlivů, reprezentovaných v modelu časové řady sezónní složkou. Sezónními vlivy rozumíme soubor přímých či nepřímých příčin, které se rok co rok pravidelně opakují. Výsledkem působení sezónních vlivů na analyzovanou časovou řadu jsou tzv. sezónní výkyvy, tj. pravidelné výkyvy zkoumané řady nahoru či dolů vůči určitému nesezónnímu vývoji časové řady v průběhu let.

Je tedy nutné identifikovat, zda tyto výkyvy jsou skutečně statisticky významné. Prokážeme-li reálně existenci sezónní složky v časové řadě, přichází ke slovu kvantifikace sezónních výkyvů. Protože periodické kolísání zakrývá do značné míry dynamiku ekonomických jevů a tím znemožňuje srovnávat hodnoty uvnitř daného roku, provádí se tzv. sezónní očišťování, jehož úkolem je vyloučit sezónní složku z analyzované řady. Úkolem je tedy jednak kvantifikace sezónní složky za účelem analýzy sezónnosti a jednak výpočet sezónně očištěné časové řady.

Pro měření intenzity sezónních vlivů se užívají tzv. sezónní indexy, tj. poměrná čísla typu

$$s_t = \frac{\text{skutečná hodnota řady } y_t}{\text{vyrovnaná hodnota řady } y'_t} \quad (4.38)$$

Vyrovnanou hodnotou může být:

- a) aritmetický průměr skutečných hodnot za období celé periody sezónního cyklu (průměrný údaj připadající na jedno období v rámci zkoumaného roku). Sezónní



index  $s_t$  má tedy tvar:

$$s_t = \frac{y_t}{y} \quad (4.39)$$

nebo

$$s_t = \frac{\sum y_t}{12} \quad (4.40)$$

v případě měsíčních údajů.

Tento způsob výpočtu sezónních indexů se používá v těch případech, kdy časová řada nemá žádný nebo jen velmi malý trend, tedy kdy časová řada stagnuje.

- b) vyrovnané hodnoty stanovené buď pomocí klouzavých průměrů nebo některou metodou analytického vyrovnávání.

$$s_t = \frac{y_t}{y'_t}, \quad (4.41)$$

kde  $y'_t$  jsou hodnoty vyrovnané.

Uvedený způsob výpočtu sezónních indexů aplikujeme u řad s výraznějším trendem.

## 4.5 Vyrovnání časových řad metodou klouzavých průměrů

Podstata vyrovnání pomocí klouzavých průměrů spočívá v tom, že posloupnost empirických pozorování nahradíme řadou bez periodického a náhodného kolísání, tedy řadou průměrů vypočítaných z těchto pozorování. Každý z těchto průměrů reprezentuje určitou skupinu pozorování. Název klouzavý průměr vznikl z toho, že při postupném výpočtu průměru postupujeme vždy o jedno pozorování dopředu, přičemž nejstarší pozorování z té skupiny, z níž je průměr počítán, vypouštíme.

Při tomto způsobu vyrovnání je nutné stanovit počet pozorování, z nichž jsou jednotlivé klouzavé průměry počítány. Tento počet pozorování se nazývá klouzavá část období interpolace a značí se symbolem  $m = 2p + 1$  pro  $m < n$ , kde  $n$  je celkový počet pozorování časové řady. Klouzavou částí období interpolace tedy rozumíme časový interval určité délky, který se posunuje po časové ose vždy o jednotku. Volba délky klouzavé části je obtížná a nelze jí stanovit exaktními statistickými postupy. V praxi se volí většinou klouzavé části menší délky, např.  $p = 2, 3, 4$ , tj.  $m = 5, 7, 9$ . Při velkém počtu hodnot zahrnutých do výpočtu klouzavého průměru zůstává počet nevyrovnaných hodnot neúměrně vysoký.

Máme-li dānu časovou řadu  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , budeme klouzavými průměry rozumět posloupnost aritmetických průměrů:

$$\frac{y_1 + y_2 + \dots + y_k}{k}, \frac{y_2 + y_3 + \dots + y_{k+1}}{k}, \frac{y_3 + y_4 + \dots + y_{k+2}}{k}, \dots \text{ atd.}, \quad (4.42)$$

kde:  $k$  je počet členů klouzavého průměru.

Ve srovnání s výchozí časovou řadou vykazuje řada klouzavých průměrů pravidelnější průběh. Zdůvodnění této skutečnosti vyplývá z faktu, že v jednotlivých časových obdobích existuje v časových řadách určitá tendence ke koncentraci jejich hodnot okolo jedné střední hodnoty. Řada klouzavých průměrů je do značné míry od náhodných a periodických kolísání očištěna.

Jednou z nevýhod této metody je to, že se nehodí k odhadům budoucího vývoje. Vhodnější metodou než mechanické vyrovnávání pomocí klouzavých průměrů je analytické vyrovnání časových řad, které spočívá ve vystižení trendu.

## 4.6 Adaptivní přístupy k modelu časové řady

Analýza časových řad slouží nejen k popisu zákonitostí vývoje příslušného ukazatele v minulosti, ale zejména k prognózování budoucího vývoje tohoto ukazatele. Základem statistického prognózování je metoda extrapolace, která spočívá v určení základní tendence (trendu) ve vývoji sledované veličiny v rámci zvoleného časového období. Předpověď je pak extrapolovaný trend.

U dosavadních modelů se vycházelo z předpokladu, že v průběhu celé popisované minulé doby se parametry modelu nemění (jedná se o tzv. **modely s konstantními parametry**). Pokud by se u těchto modelů však chtěla konstruovat předpověď budoucího vývoje, půjde o předpověď vycházející ze situace, že ani v budoucnu nedojde ke změnám systému. Vycházelo by se tedy ze situace, že informativní hodnota údajů pocházejících z počátku i z konce zkoumaného období je stejná. To vystihuje pojem *ceteris paribus*, což znamená, že budoucí naváže na minulé za jinak nezměněných okolností. Bude-li se tedy takto extrapolovat například trend, bude předpověď jen kopií minulosti.

Při předvídání budoucího vývoje je však předpoklad neměnnosti analytického tvaru modelu a jeho parametrů dost omezující a někdy dokonce neudržitelný. Často se

stává, že během analyzovaného období se hodnoty strukturálních parametrů v čase mění. Tyto změny pak vedou k desaktualizaci modelu s konstantními parametry. Znamená to, že jeho strukturální parametry již neodrážejí skutečné kvantitativní relace mezi proměnnou a časem a jeho použití k prognózám v takové situaci může vést k systematickým chybám. Důvody byly podnětem pro konstrukci **adaptivních modelů** (hovoříme o nich jako o **modelech s měnlivými parametry**). Z teoretického a poznávacího aspektu jsou klasickým modelům s konstantními parametry blízké tím, že neobjasňují kauzální mechanismus vývoje analyzované proměnné, ale pouze popisují její průběh v čase. Od klasických modelů s konstantními parametry se však liší tím, že nepředpokládají stabilitu analytického tvaru ani strukturálních parametrů v čase a nepředpokládají ani spojitost trendové funkce. V zásadě jediným předpokladem nutným pro konkrétní užívání adaptivních metod v procesu předvídání je časová stacionarita (tedy neměnnost) rozdělení chyb prognózy. Modely tohoto typu rychle reagují na strukturální změny, k nimž dochází v čase, a jsou velmi vhodné při prognózování průběhu časových řad, které se vyznačují nepravidelností a zlomy v trendu.

Tyto modely vycházejí tedy z předpokladu, že pro konstrukci extrapolační prognózy budoucího vývoje jsou nejcennější nejnovější pozorování časové řady. Proto jsou těmto nejaktuálnějším pozorováním přiřazeny největší váhy a dřívější pozorování se buď úplně vyřazují ze zkoumání nebo se jim přiřazují menší váhy ve srovnání s později pozorovanými hodnotami.

Důležitou podtřídu adaptivních modelů tvoří Brownovy modely exponenciálního vyrovnávání, které pomocí vhodného systému diskontních vah berou v úvahu „stárnutí“ informací. Odhad trendu je získáván ve formě lineární kombinace všech dosavadních pozorování časové řady, přičemž váhy dřívějších pozorování exponenciálně klesají.

#### **4.6.1 Exponenciální vyrovnávání**

V rámci Brownova exponenciálního vyrovnávání lze rozlišit tři základní varianty:

- jednoduché exponenciální vyrovnávání, kdy je reálné předpokládat, že v průběhu časové řady existují krátká období, v nichž lze trend považovat za konstantní,

- dvojité exponenciální vyrovnávání, kdy lze předpokládat, že v krátkých úsecích řady lze její trendovou složku považovat za lineární,
- trojitě exponenciální vyrovnávání, v němž je trend v krátkých úsecích řady modelován kvadratickou funkcí.

Model jednoduchého exponenciálního vyrovnávání vychází z představy, že každé pozorování analyzované časové řady může být představeno ve tvaru součtu konstantní složky a náhodné komponenty. O konstantní složce se předpokládá, že v každém úseku řady zůstává relativně stabilní, ale vše v čase může procházet pomalými změnami. Lze odvodit, že vyrovnaná hodnota analyzované časové řady v čase  $t$  může být vyjádřena jistou formou váženého součtu hodnot dané řady až do času  $t$  s exponenciálně klesajícími vahami - nejnovějším hodnotám časové řady jsou přiřazeny větší váhy ve srovnání s dříve sledovanými hodnotami. Odhad trendu (vyrovnanou hodnotu řady v čase  $t$ ) lze zapsat pomocí vzorce

$$y'_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot y'_{t-1}, \quad (4.43)$$

kde:  $y'_t$  jsou vyrovnané hodnoty analyzované časové řady v čase  $t$ ,

$y'_{t-1}$  vyrovnané hodnoty analyzované časové řady v čase  $t-1$ ,

$y_t$  je hodnota řady v čase  $t$  a

číslo  $0 < \alpha < 1$  je tzv. vyrovnávací konstanta, která definuje zmíněný systém vah v metodě exponenciálního vyrovnávání.

Určení vyrovnávací konstanty je zásadním problémem aplikace modelu exponenciálního vyrovnávání. Její velikost je závislá na charakteru změn analyzované veličiny. Bere-li se v úvahu možnost rychlých a nepravidelných změn trendu v čase, je logické připisovat větší váhu nejnovějším pozorováním a menší váhu odhadu trendu v předchozím časovém období. Proto se tedy volí vyrovnávací konstanta blízká hodnotě 1 (tlumení vlivu minulých pozorování bude rychlé). Jestliže se naopak předpokládá pokračování dosavadního vývoje (tzn. že ke změnám trendu bude docházet pozvolna), je vhodné volit vyrovnávací konstantu blízkou hodnotě 0 (tlumení vlivu minulých pozorování bude relativně pomalé). Za nejvhodnější hodnotu vyrovnávací konstanty se vybírá ta, která minimalizuje střední kvadratickou chybu odhadu M.S.E. definovanou vztahem (4.30).

Výpočet vyrovnaných hodnot řady pomocí vzorce (4.43) vyžaduje zadat určitou počáteční hodnotu. Pro její stanovení existují různá doporučení - např. aritmetický

průměr prvních čtyř nebo pěti pozorování, případně se jako počáteční hodnota používá první pozorovaná hodnota dané řady.

Při tvorbě předpovědí pomocí modelu jednoduchého exponenciálního vyrovnávání se vychází z relace  $y'_{t+h} = y'_t$  pro libovolný horizont prognózy  $h > 0$ . V uvedené relaci  $y'_{t+h}$  představuje předpověď hodnoty  $y_{t+h}$  konstruovanou v čase  $t$ .

## 4.7 Statistický program SAS

V současné době je program SAS patrně nejrozsáhlejším statistickým programovým paketem. Zejména pokud jde o množství implementovaných metod a šíře pokrytí nejrůznějších oblastí statistiky. Jeho název vznikl před dvaceti lety a vyvíjí ho firma SAS v USA, která má své zastoupení i v České republice. Jeho výhoda spočívá v tom, že uživatelské prostředí je téměř stejné pro různé operační systémy.

Je považován za velice rozsáhlý program pro manipulaci s daty, jejich analýzu a prezentaci. Hlavní předností je, že se nejedná pouze o úzce specializovaný statistický software, nýbrž o programový balík, který má velice široké využití i v nejrůznějších oblastech národního hospodářství. Neobsahuje pouze statistické metody, ale i metody operační a systémové analýzy, metody vhodné pro řízení podniků, bankovní a finanční služby, metody využívané v oblasti pojišťovnictví, ve zpracovatelském průmyslu, medicíně apod.

Samotný systém SAS se skládá z několika modulů různých funkcí a možností pro kvalitní zpracování dat. Moduly můžeme rozdělit dle účelu jejich použití do několika skupin. K modulům pro základní operace (tedy manipulaci s daty a přípravy výstupů) patří Base SAS Software, jež umožňuje víceuživatelský přístup k datovým souborům SASu. Při statistické analýze a prognózování hovoříme o SAS/STAT Softwaru, SAS/QC Softwaru pro řízení jakosti a navrhování experimentů a SAS/INSIGHT Softwaru pro interaktivní grafickou analýzu dat. Dále do této skupiny patří modul SAS/CALC pro finanční plánování a přípravu výstupů. Pro řízení projektů a operační výzkum máme k dispozici SAS/OR Software. Pro laboratorní výzkum slouží SAS/LAB a ke grafické prezentaci SAS/GRAPH Software. Pro vývoj nových procedur, funkcí a vstupních a výstupních formátů, které mohou být přidány do systému SAS, můžeme využít SAS/TOOLKIT Software.

## 5 Analýza vybraných dat s využitím statistických metod

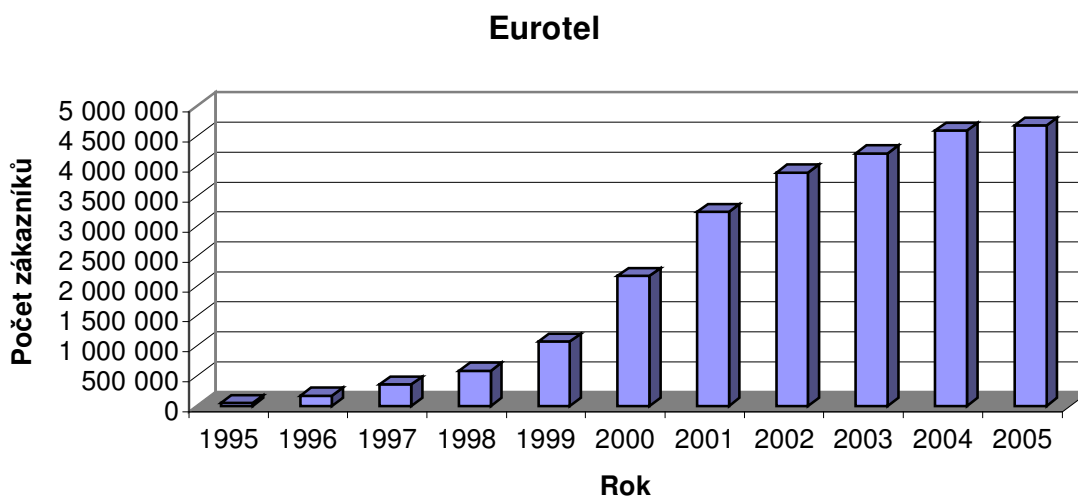
### 5.1 Základní charakteristiky získaných dat

Prvním úkolem při analýze časové řady je získat rychlou a orientační představu o charakteru procesu, který jednotlivé časové řady prezentují. K tomu nám slouží statistiky časových řad. Mezi základní metody patří vizuální analýza chování ukazatele využívající grafů spolu s určováním elementárních statistických charakteristik.

#### 5.1.1 Eurotel

K vizuální představě o počtu zákazníků Eurotel poslouží Graf č. 1. Z něj je patrné že časová řada má stoupající tendenci. Zatímco v roce 1995 byl počet zákazníků 45 800, v roce 2005 dosahuje již téměř hranice pěti milionů.

Graf 1: Počet zákazníků Eurotelu.



Zdroj: Tiskové oddělení společnosti Eurotel Praha spol. s r. o.

Vizuální analýza však nepostačí k poznání hlubších souvislostí a mechanismů, proto je důležité vypočítat elementární charakteristiky. Jelikož se jedná o časovou řadu ukazatelů okamžikových, je třeba spočítat **chronologický průměr**. Zároveň se pro orientační představu vypočítávají základní elementární statistiky, mezi něž patří

**diference a tempa růstu.** Vedle absolutních charakteristik, kterými jsou diference, se často užívají také relativní charakteristiky - **koeficienty růstu a tempa růstu.**

Pro určení absolutních charakteristik použijeme vzorce první (4.3) a druhé diference (4.4), jejichž výsledky shrneme do Tab. 5.

Tab. 5: První a druhé diference proměnné Eurotel.

Rok	t	Počet zákazníků	1. diference	2. diference
1995	1	45 800	.	.
1996	2	168 424	122 624	.
1997	3	354 452	186 028	63 404
1998	4	587 509	233 057	47 029
1999	5	1 069 514	482 005	248 948
2000	6	2 171 116	1 101 602	619 597
2001	7	3 238 369	1 067 253	-34 349
2002	8	3 891 473	653 104	-414 149
2003	9	4 214 517	323 044	-330 060
2004	10	4 591 471	376 954	53 910
2005	11	4 676 000	84 259	-292 425

Největší hodnoty 1. diference vykazuje časová řada v letech 2000 a 2001, což je patrné i z Grafu 1. V každém z těchto roků zaznamenala společnost příliv více než milionu zákazníků. Naopak nejnižší diference, tedy nejméně nových zákazníků, zaznamenala společnost Eurotel v roce 2005, kdy získala pouze 84 259 nových zákazníků.

Hodnoty druhé diference představují rozdíly mezi přílivy nových zákazníků. Nejvíce nových zákazníků zaznamenala společnost v roce 2000, kdy se příliv nových zákazníků oproti roku 1999 zvýšil o 619 597. Záporné 2. diference dosahuje časová řada poprvé v roce 2001, což znamená, že počet nových zákazníků byl nižší než v roce předcházejícím. Časová řada tedy vykazuje zpomalení vývoje. Největšího rozdílu mezi přílivy nových zákazníků zaznamenala firma Eurotel v roce 2002, kdy společnost získala o 414 149 nových zákazníků méně.

Další absolutní charakteristikou je chronologický průměr. Jelikož je délka mezi jednotlivými časovými okamžiky stejná, použije se vzorec prostého chronologického průměru (4.10). Dosazením získáme:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 45800 + 168424 + 354452 + 587509 + 1069514 + 2171116 + 3238369 + 3891473}{11-1} +$$

$$+ \frac{4214517 + 4591471 + \frac{1}{2} \cdot 4676000}{11-1} = \underline{\underline{2\,264\,774,5}}$$

Z výpočtu chronologického průměru jsme zjistili, že průměrně za období od roku 1995 až 2005 bylo zákazníky Eurotelu 2 264 774,5 obyvatel České republiky.

Pro určení charakteristik relativních použijeme vzorce koeficientu růstu (4.5), který převedeme i na procenta, čímž dostaneme tempo růstu. Výsledky shrneme do Tab. 6.

Tab.6: Relativní charakteristiky proměnné Eurotel.

Rok	t	Počet zákazníků	Koeficient růstu	Tempo růstu
1995	1	45 800	.	.
1996	2	168 424	3,677	367,7
1997	3	354 452	2,105	210,5
1998	4	587 509	1,658	165,8
1999	5	1 069 514	1,820	182,0
2000	6	2 171 116	2,030	203,0
2001	7	3 238 369	1,492	149,2
2002	8	3 891 473	1,202	120,2
2003	9	4 214 517	1,083	108,3
2004	10	4 591 471	1,089	108,9
2005	11	4 676 000	1,018	101,8

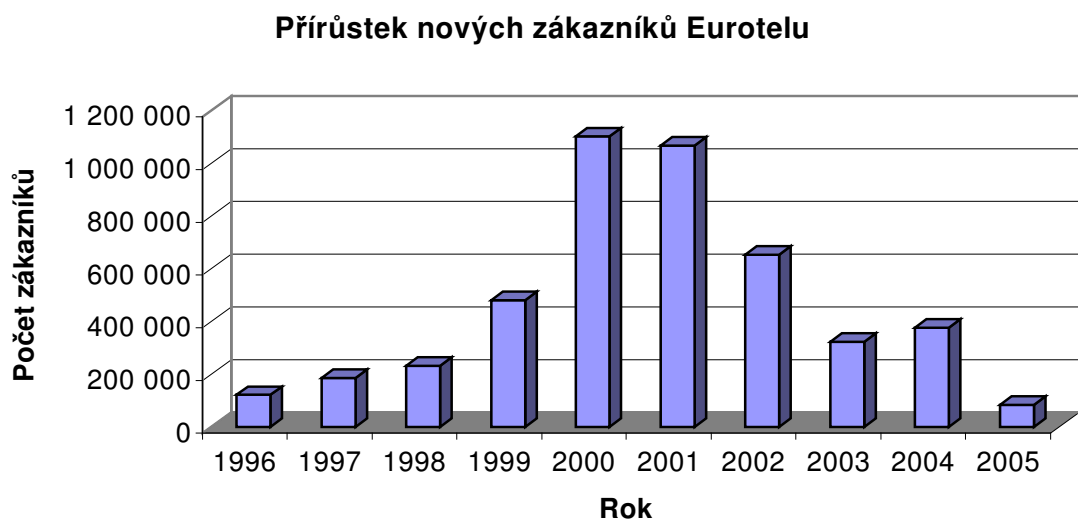
Z provedených výpočtů je patrné, že největší navýšení časová řada zaznamenala v roce 1996, kdy se počet zákazníků zvýšil o 267,7 %. V letech 1997 a 2000 zaznamenala společnost o více než 100 % zákazníků více než v roce předchozím. V roce 2001 to bylo již jen o 49,2 % a v letech 2003 a 2004 se zvýšení počtu zákazníků pohybovalo pouze kolem osmi procent. V roce 2005 se počet zákazníků navýšil jen nepatrně, a to o 1,8 %.

Z Grafu 1, kde je zachycen počet zákazníků Eurotelu, je patrné, že počet zákazníků každým rokem stoupá, avšak počet nových zákazníků se rok od roku snižuje. To bylo již dokázáno předcházejícími výpočty a je to lépe vidět v Grafu 2 - grafu



prvních diferencí. Z Grafu 2 lze také snadno vyčíst, že největší příliv zákazníků zaznamenal Eurotel v roce 2000, kdy mobilní komunikace zaznamenaly určitý „boom“. Od té doby přibývá společnosti stále méně zákazníků. V roce 2001 se sice hranice nových zákazníků pohybovala stále okolo jednoho milionu, avšak v následujícím roce lehce překonala hranici 600 000 a v roce 2003 už jen hranici 300 000. Z Grafu 2 je dále patrné, že v roce 2004 se počet nových zákazníků oproti předcházejícímu roku nepatrně navýšil. V roce 2005 však nebyla překonána ani hranice 100 000 a společnost Eurotel tak zaznamenala nejmenší příliv zákazníků.

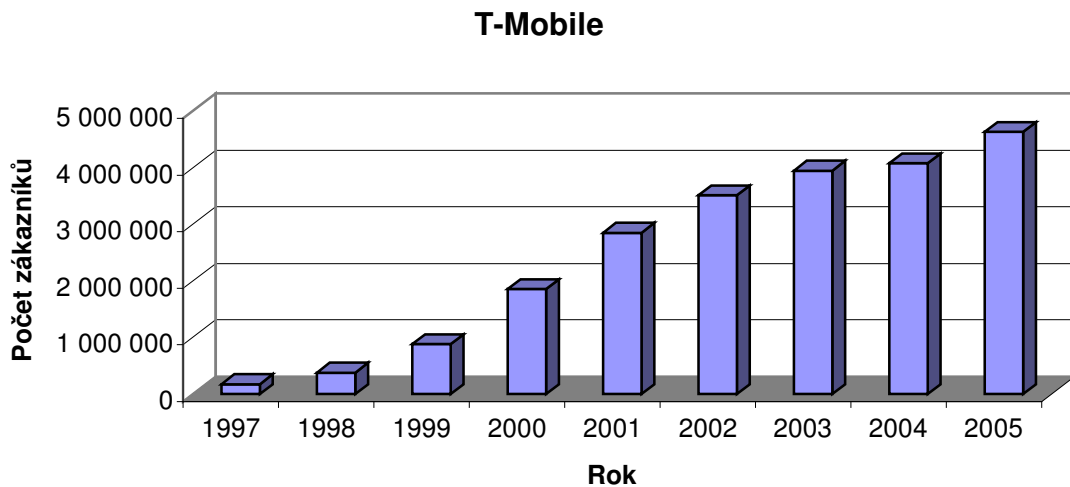
Graf 2: Roční přírůstek nových zákazníků Eurotelu (1. diference).



### 5.1.2 T-Mobile

K vizuální představě o počtu zákazníků T-Mobile poslouží Graf č. 3. Je z něj patrné, že časová řada má stoupající tendenci, což svědčí o tom, že každý rok se počet zákazníků společnosti T-Mobile zvyšuje. Zatímco co v roce 1997 bylo zákazníky T-Mobilu necelých 200 tisíc lidí, v roce 1999 již téměř milion. V roce 2004 pokořil počet zákazníků hranici čtyř milionů a v posledním pozorovaném roce 2005 zaznamenala společnost T-Mobile více než 4 600 000 zákazníků.

Graf 3: Počet zákazníků T-Mobile.



Zdroj: Tiskové oddělení společnosti T-Mobile Czech Republic a. s.

Pro určení absolutních charakteristik použijeme vzorce první (4.3) a druhé diference (4.4). Výsledky absolutních charakteristik jsou shrnuty do Tab. 7:

Tab. 7: Diference proměnné T-Mobile.

Rok	t	Počet zákazníků	1. diference	2. diference
1997	1	173 268	.	.
1998	2	373 906	200 638	.
1999	3	875 672	501 766	301 128
2000	4	1 850 648	974 876	473 110
2001	5	2 851 583	1 000 935	26 059
2002	6	3 512 403	660 820	-340 115
2003	7	3 947 027	434 624	-226 196
2004	8	4 074 861	127 834	-306 790
2005	9	4 630 000	555 139	427 305

Největší hodnotu diference vykazuje časová řada v roce 2001, kdy se počet nových zákazníků T-Mobilu zvýšil o více než jeden milion. Naopak nejméně nových zákazníků společnosti přibylo v roce 2004, kdy hodnota 1. diference dosahuje hodnoty pouhých 127 834. V posledním pozorovaném roce - roce 2005 - přibylo společnosti více než půl milionu nových zákazníků.

Druhé diference, tedy rozdíly mezi přílivy nových zákazníků vykazuje časová řada až do roku 2001 kladné. Nejvíce nových zákazníků oproti předchozímu roku, zaznamenal T-Mobile v roce 2002, kdy společnosti přibylo o 473 110 zákazníků

více než v roce 2001. V letech 2002 až 2004 časová řada vykazuje záporné difference. Znamená to, že počet nových zákazníků je oproti předchozímu roku nižší. Nejmenšího přílivu zákazníků oproti předchozímu roku zaznamenal T-Mobile v roce 2002, kdy získal o 340 115 nových zákazníků méně než v předcházejícím roce. V roce 2005 již hodnota 2. difference dosahuje kladné hodnoty, což svědčí o tom, že T-Mobilu přibylo o 427 305 zákazníků více než v předešlém roce.

Další absolutní charakteristikou je chronologický průměr. Dosazením do vzorce prostého chronologického průměru (4.10) získáme:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 173268 + 373906 + 875672 + 1850648 + 2851583 + 3512403 + 3947027}{9-1} + \frac{4074861 + \frac{1}{2} \cdot 4630000}{9-1} = \underline{\underline{2\,485\,966,75}}$$

Výsledek chronologického průměru nás informuje o tom, že průměrně společnost T-Mobile zaznamenala 2 485 966,75 zákazníků ročně.

Pro určení charakteristik relativních použijeme vzorce koeficientu růstu (4.5). Koeficient růstu převedený na procenta představuje tempo růstu. Výsledky relativních charakteristik jsou shrnuty v Tab. 8:

Tab. 8: Relativní charakteristiky proměnné T-Mobile.

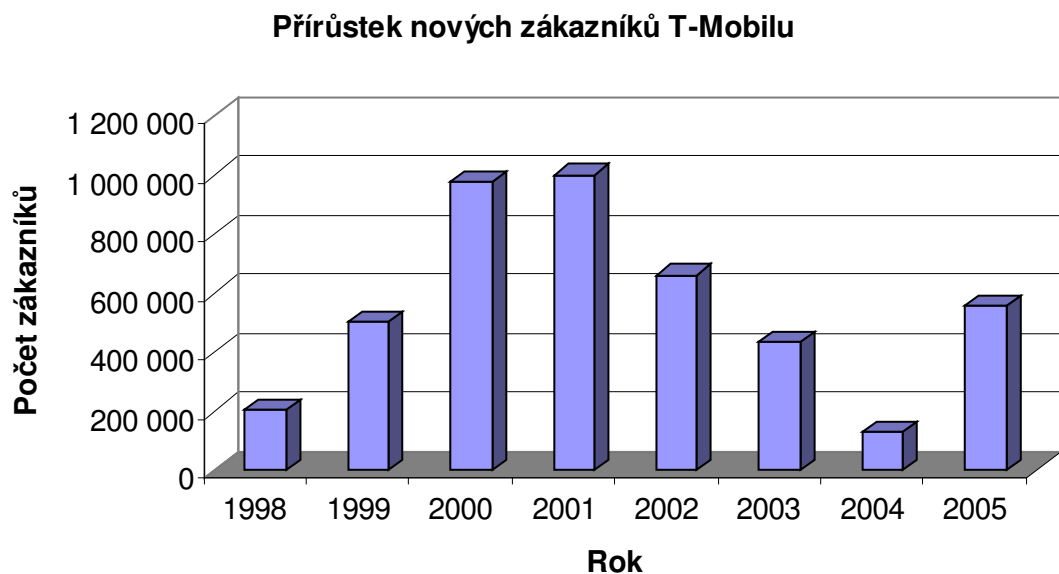
Rok	t	Počet zákazníků	Koeficient růstu	Tempo růstu
1997	1	173 268	.	.
1998	2	373 906	2,158	215,8
1999	3	875 672	2,342	234,2
2000	4	1 850 648	2,113	211,3
2001	5	2 851 583	1,541	154,1
2002	6	3 512 403	1,232	123,2
2003	7	3 947 027	1,124	112,4
2004	8	4 074 861	1,032	103,2
2005	9	4 630 000	1,136	113,6

Z provedených výpočtů je patrné, že největšího navýšení počtu zákazníků společnost zaznamenala v roce 1999, kdy se počet zákazníků zvýšil oproti roku

1998 o 134,2 %. Vyšší navýšení oproti předchozímu roku než stoprocentní zaznamenala společnost ještě v letech 1998 a 2000. V roce 2001 přibylo T-Mobilu 54,1 % zákazníků v porovnání s rokem 2000. Nejmenší navýšení počtu zaznamenala společnost v roce 2004, kdy jí přibylo pouhých 3,2 % zákazníků. V posledním pozorovaném roce 2005 bylo navýšení počtu zákazníků o 13,6 % oproti předchozímu roku.

Z grafu 1. diferencí - Grafu 4 - lze snadno vyčíst, že až do roku 2001 přibývalo společnosti T-Mobile každým rokem více nových zákazníků. Dále je z Grafu 4 patrné, že největší příliv zákazníků byl v letech 2000 a 2001, kdy mobilní komunikace zaznamenaly určitý „boom“. V těchto letech se počet nových zákazníků pohybuje kolem hranice jednoho milionu. Od roku 2001 do roku 2004 vykazuje časová řada klesající hodnoty prvních diferencí, což svědčí o menším počtu nových zákazníků společnosti. V roce 2005 pak T-Mobile zaznamenal zvýšení počtu nových zákazníků - zhruba okolo půl milionu. Společnost T-Mobile se v tomto roce snažila stát mobilním operátorem s nejvyšším počtem zákazníků v České republice.

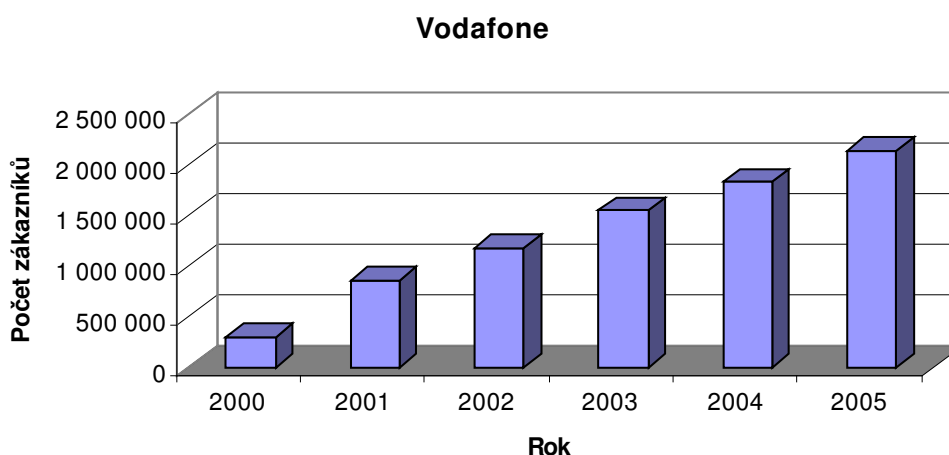
Graf 4: Roční přírůstek nových zákazníků T-Mobile (1. diference).



### 5.1.3 Vodafone

Pro vizuální analýzu poslouží Graf 5, z kterého je patrné, že počet zákazníků má stoupající tendenci. Zatímco se v prvním pozorovaném roce 2000 pohybuje počet zákazníků kolem hranice 300 000, v posledním pozorovaném roce 2005 překročil počet zákazníků hranici dvou milionů.

Graf 5: Počet zákazníků Vodafone.



Zdroj: Tiskový mluvčí společnosti Vodafone Czech Republic a. s.

Pro určení absolutních charakteristik použijeme vzorce první (4.3) a druhé diference (4.4), jejichž výsledky shrneme do Tab. 5:

Tab. 9: Diference proměnné Vodafone.

Rok	t	Počet zákazníků	1. diference	2. diference
2000	1	301 687	.	.
2001	2	858 437	556 750	.
2002	3	1 179 752	321 315	-235 435
2003	4	1 546 751	366 999	45 684
2004	5	1 831 116	284 365	-82 634
2005	6	2 141 713	310 597	26 232

Výpočty uvedené v Tab. 5 nás informují o přílivu nových zákazníků v jednotlivých letech a rozdíly těchto hodnot. Nejvyšších hodnot první diference vykazuje časová řada v roce 2001, kdy se počet zákazníků Vodafone oproti roku 2000 zvýšil o 556 750. V následujících letech, tedy od roku 2001 až do posledního sledovaného

roku 2005, se počet nových zákazníků společnosti Vodafone pohybuje kolem hranice 300 tisíc.

Nejnižší hodnotu 2. diference vykazuje časová řada v roce 2002, kdy nás výsledek informuje o tom, že počet nových zákazníků byl nižší o 235 435 než v roce 2001. V roce 2003 společnost Vodafone zaznamenává zvýšení počtu nových zákazníků oproti počtu nových zákazníků v předcházejícím roku o 45 684. V roce 2004 byl opět příliv nových zákazníků menší (o 82 634) a v posledním roce - roce 2005 - se příliv nových zákazníků zvýšil oproti předchozímu roku o 26 232.

Další zjišťovanou absolutní charakteristikou je chronologický průměr. Dosazením do vzorce prostého chronologického průměru (4.5) získáme:

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 301687 + 858437 + 1179752 + 1546751 + 1831116 + \frac{1}{2} \cdot 2141713}{6-1} = \underline{\underline{1\,327\,551,2}}$$

Dle výsledku chronologického průměru můžeme konstatovat, že průměrný roční počet zákazníků společnosti Vodafone v letech 2000 až 2005 je 1 327 551,2.

Pro určení charakteristik relativních použijeme vzorce koeficientu růstu (4.5), jehož převedením na procenta získáme tempo růstu. Výsledky shrneme do Tab. 10.

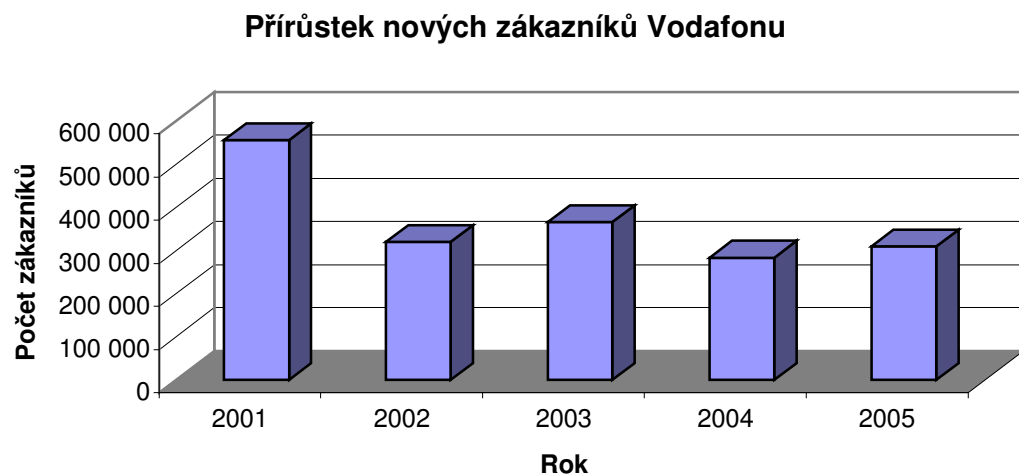
Tab. 10: Relativní charakteristiky pro proměnnou Vodafone.

Rok	t	Počet zákazníků	Koeficient růstu	Tempo růstu
2000	1	301 687	.	.
2001	2	858 437	2,845	284,5
2002	3	1 179 752	1,374	137,4
2003	4	1 546 751	1,311	131,1
2004	5	1 831 116	1,184	118,4
2005	6	2 141 713	1,170	117,0

Výsledky relativních charakteristik nás informují o tom, že v roce 2001 společnost Vodafone zaznamenala o 184,5 % více zákazníků než v předešlém roce. V roce 2002 se počet zákazníků navýšil o 37,4 % oproti roku 2001. V roce 2003 zaznamenal Vodafone o 31,1 % zákazníků než v předešlém roce a v letech 2004 a 2005 se počet nových zákazníků společnosti pohybuje pod hranicí dvaceti procent.

Z Grafu 5 - grafu počtu zákazníků společnosti Vodafone - je patrné, že počet zákazníků mobilního operátora Vodafone se každým rokem zvyšuje. Graf 6 - graf 1. diferencí - ukazuje, kolik nových zákazníků každý rok operátorovi přibude. Je patrné, že v roce 2001 byl přírůstek nových zákazníků Vodafone nejvyšší - překročil hranici půl milionu. Dále nás Graf 6 informuje o tom, že od roku 2002 přibývá společnosti každý rok přibližně stejný počet zákazníků - pohybující se okolo hranice 300 tisíc.

Graf 6: Roční přírůstek nových zákazníků Vodafone (1. diference).



## 5.2 Zkoumání jednotlivých proměnných pomocí programu SAS

### 5.2.1 Eurotel

Výstup ze statistické souboru SAS ukazuje, že zkoumaný soubor obsahuje 11 pozorování, jejichž průměr je 2 273 513,18. Směrodatná odchylka je vzhledem k poměrně rozdílným hodnotám vysoká (1 893 164,53). Hodnota rozptylu je také vysoká (3 584 070 000 000). Koeficient šikmosti udává, zda jsou hodnoty kolem zvoleného středu rozloženy souměrně nebo je-li rozdělení hodnot zešikmeno na jednu stranu. V případě, že nabývá kladných hodnot, je rozdělení protáhlejší doprava a záporná hodnota poukazuje na levostrannou asymetrii. Jelikož je v našem případě kladný (0,0861), určujeme, že se jedná o soubor s pravostrannou asymetrií. Koeficient špičatosti udává, jaký průběh má rozdělení hodnot kolem zvoleného

středu. Jelikož je v našem případě záporný (-1,9958), určujeme, že se jedná o soubor s lehkými konci.

Druhý výstup nás seznamuje s maximální (4 676 000) a minimální (45 800) hodnotou, hodnotou variačního rozpětí (4 630 200), mediánem (2 171 116), hodnotami v horním (4 214 517) a dolním (354 452) kvartilu a jejich rozdílem (3 860 065).

Ve třetí části níže uvedeného výstupu jsou výsledky testů normality rozdělení. Modul SAS/INSIGHT nabízí 4 druhy testů. Nulová hypotéza  $H_0$ : je definována, že soubor má normální rozdělení. Hladina významnosti  $\alpha$  je zvolena na nejobvyklejší hranici 0,05. Na základě výsledku Shapiro-Wilk testu, který je uváděn jako nejpřesnější test pro výběrové soubory, nulovou hypotézu přijímáme (hodnota p-value je vyšší než  $\alpha = 0,05$ ) a konstatujeme, že soubor má normální rozdělení.

Obr. 4: Výstup statistického programu SAS pro proměnnou Eurotel.

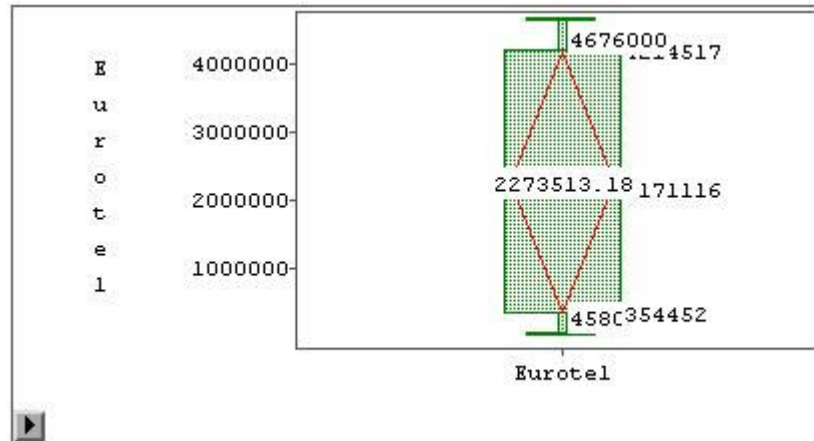
Moments				
N	11.0000	Sum Wgts	11.0000	
Mean	2273513.18	Sum	25008645.0	
Std Dev	1893164.53	Variance	3.58407E12	
Skewness	0.0861	Kurtosis	-1.9958	
USS	9.26982E13	CSS	3.58407E13	
CV	83.2704	Std Mean	570810.584	
Quantiles				
100% Max	4676000.00	99.0%	4676000.00	
75% Q3	4214517.00	97.5%	4676000.00	
50% Med	2171116.00	95.0%	4676000.00	
25% Q1	354452.000	90.0%	4591471.00	
0% Min	45800.0000	10.0%	168424.000	
Range	4630200.00	5.0%	45800.0000	
Q3-Q1	3860065.00	2.5%	45800.0000	
Mode	.	1.0%	45800.0000	
Tests for Normality				
	Test Statistic	Value	p-value	
	Shapiro-Wilk	0.861416	0.0601	
	Kolmogorov-Smirnov	0.192148	>.1500	
	Cramer-von Mises	0.092676	0.1274	
	Anderson-Darling	0.594768	0.0936	

Dalším výstupem statistického programu SAS je Box-and-whisker-plot. Zkráceně se nazývá Boxplot a je tvořen na základě druhé části výše uvedeného výstupu - důležitými hodnotami jsou minimální a maximální hodnota, horní a dolní kvartil, medián a průměr. Z Grafu 7 je patrné, že medián má přibližně stejnou hodnotu jako průměr, což je důkazem normálního rozdělení souboru. Normální



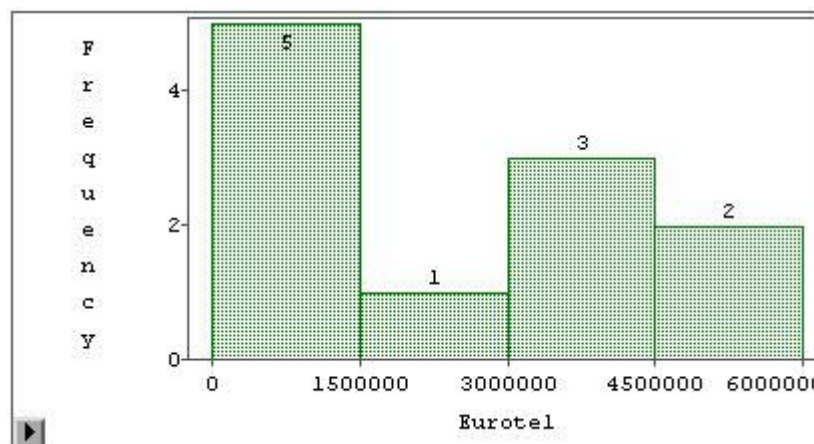
rozdělení souboru nám bylo dokázáno i výše uvedeným testem normality. Graf neobsahuje žádná odlehlá pozorování.

Graf 7: Boxplot pro proměnnou Eurotel.



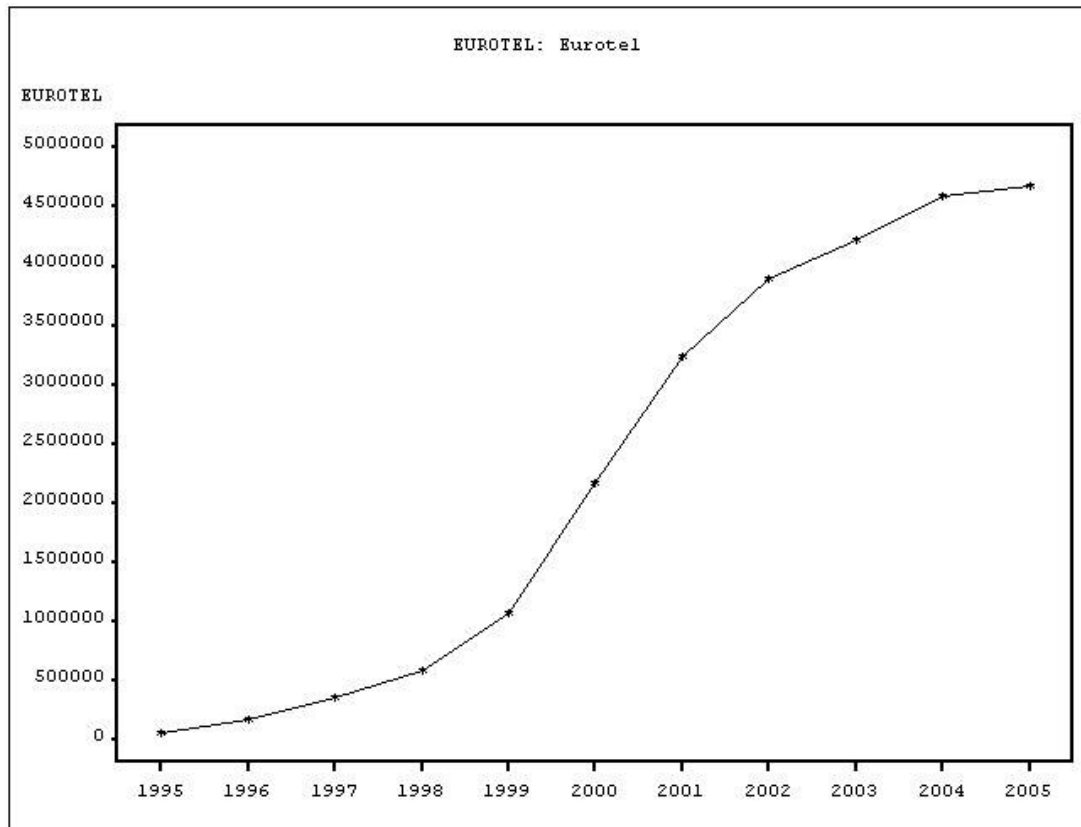
Následujícím výstupem je Histogram (zobrazený na Grafu 8), což je graf zobrazující rozdělení četností dané proměnné. Z histogramu je patrné, že počet zákazníků se nejdéle udržoval v intervalu do 1 500 000 (konkrétně pět let), zatímco v intervalu  $<1\,500\,000 ; 2\,000\,000>$  se počet zákazníků udržel jen v jednom z pozorovaných období.

Graf 8: Graf rozdělení četností proměnné Eurotel.



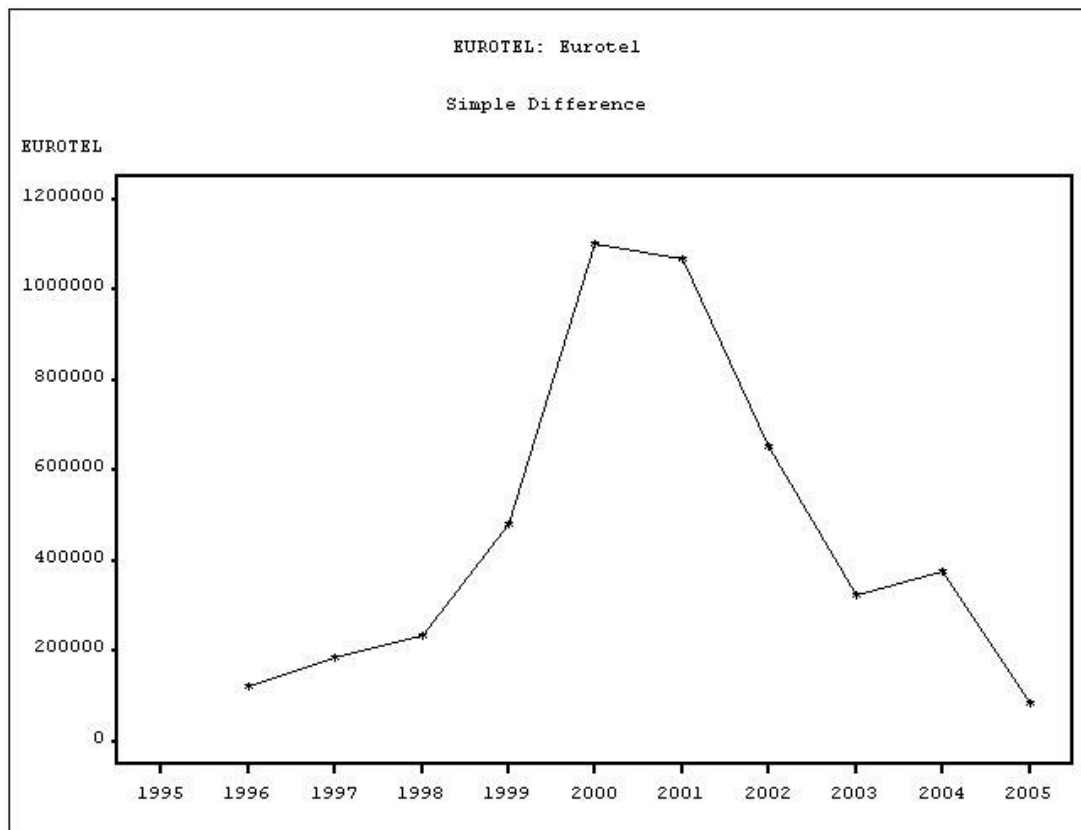
Další výstup programu SAS, tentokrát modulu Time Series Forecasting System, Graf 9 zobrazuje rozvržení počtu zákazníků Eurotelu na časové ose. Je patrné, že časová řada vykazuje pravidelný průběh (rostoucí).

Graf 9: Počet zákazníků Eurotelu.



Na Grafu 10, který je dalším výstupem modulu Time Series Forecasting System, je vyobrazeno rozdělení 1. diferencí, což je roční přírůstek nových zákazníků. Největší příliv zákazníků společnost Eurotel zaznamenala 2000, zatímco v roce 2005 byl přírůstek nejmenší.

Graf 10: Graf prvních diferencí proměnné Eurotel.



## 5.2.2 T-Mobile

Výstup modulu SAS/INSIGHT programu SAS ukazuje, že zkoumaný soubor obsahuje 9 pozorování, jejichž aritmetický průměr je 2 475 888,89. Směrodatná odchylka je vzhledem k poměrně rozdílným hodnotám vysoká (1 704 805,15), stejně jako hodnota rozptylu (2 906 360 000 000). Koeficient šikmosti je záporný (-0,2411), což značí, že se jedná o soubor s levostrannou asymetrií. Koeficient špičatosti nabývá též záporné hodnoty (-1,7708), z čehož určujeme, že se jedná o soubor s lehkými konci.

Druhá část výstupu nás seznamuje s maximální (4 630 000) a minimální (173 000) hodnotou, hodnotou variačního rozpětí (4 457 000), mediánem (2 850 000), hodnotami v horním (3 947 000) a dolním (875 000) kvartilu a jejich rozdílem (3 072 000).

V poslední části níže uvedeného výstupu jsou výsledky testů normality rozdělení. Modul nabízí čtyři druhy testů. Nulová hypotéza  $H_0$  je definována, že soubor má

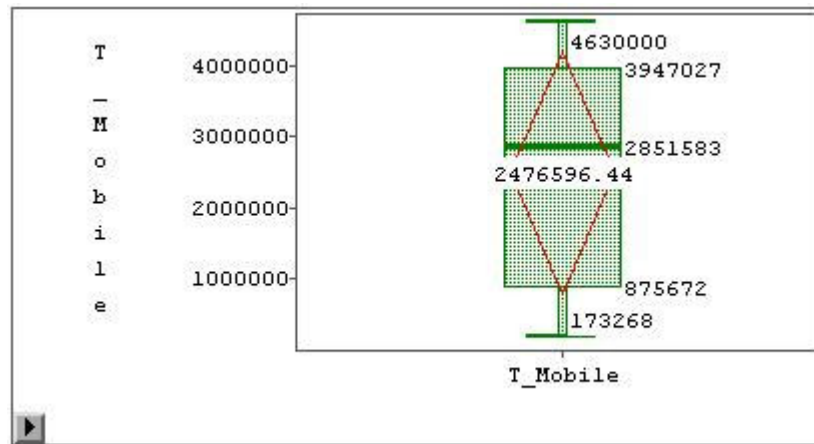
normální rozdělení. Hladina významnosti  $\alpha$  je zvolena na nejobvyklejší hranici 0,05. Na základě výsledku Shapiro-Wilk testu, který je uváděn jako nejpřesnější test pro výběrové soubory, nulovou hypotézu přijímáme (hodnota p-value je vyšší než 0,05) a můžeme konstatovat, že soubor má normální rozdělení.

Obr. 5: Výstup modulu SAS/INSIGHT pro proměnnou T-Mobile.

Moments				
N	9.0000	Sum Wgts	9.0000	
Mean	2475888.89	Sum	22283000.0	
Std Dev	1704805.15	Variance	2.90636E12	
Skewness	-0.2411	Kurtosis	-1.7708	
USS	7.84211E13	CSS	2.32509E13	
CV	68.8563	Std Mean	568268.384	
Quantiles				
100% Max	4630000.00	99.0%	4630000.00	
75% Q3	3947000.00	97.5%	4630000.00	
50% Med	2850000.00	95.0%	4630000.00	
25% Q1	875000.000	90.0%	4630000.00	
0% Min	173000.000	10.0%	173000.000	
Range	4457000.00	5.0%	173000.000	
Q3-Q1	3072000.00	2.5%	173000.000	
Mode	.	1.0%	173000.000	
Tests for Normality				
	Test Statistic	Value	p-value	
	Shapiro-Wilk	0.906440	0.2917	
	Kolmogorov-Smirnov	0.172382	>.1500	
	Cramer-von Mises	0.056049	>.2500	
	Anderson-Darling	0.364200	>.2500	

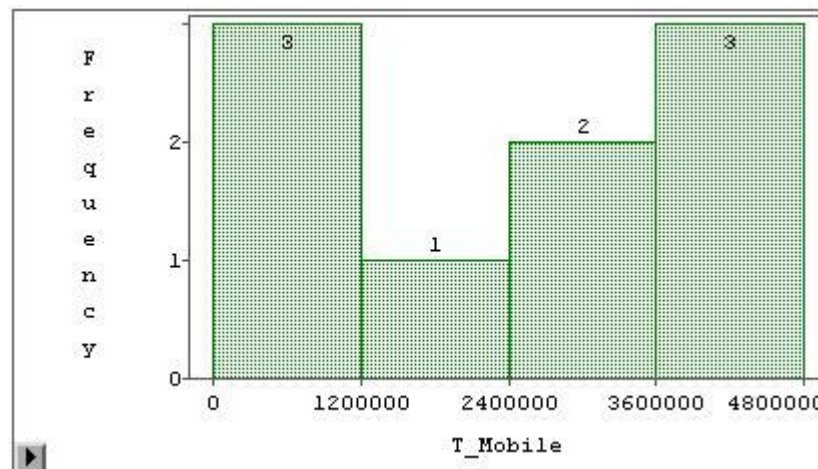
V následujících, tentokrát grafických, výstupech modulu SAS/INSIGHT můžeme dle Boxplotu (zobrazeném na Grafu 11) vypořadovat, že medián je vyšší než aritmetický průměr. Rozdíl mezi těmito dvěma hodnotami nastal v důsledku rozdílného určování těchto hodnot. Aritmetický průměr se počítá ze všech hodnot znaku v souboru a medián je definován jako prostřední hodnota řady pozorování uspořádané podle velikosti. Aritmetický průměr může doznat dosti značného zkreslení vzhledem k jeho citlivosti na extrémní hodnoty znaku. Medián je charakteristika polohy, na kterou extrémní pozorování nemají tak velký vliv. Z Boxplotu taktéž nejsou patrná žádná odlehlá pozorování.

Graf 11: Boxplot pro proměnnou T-Mobile.



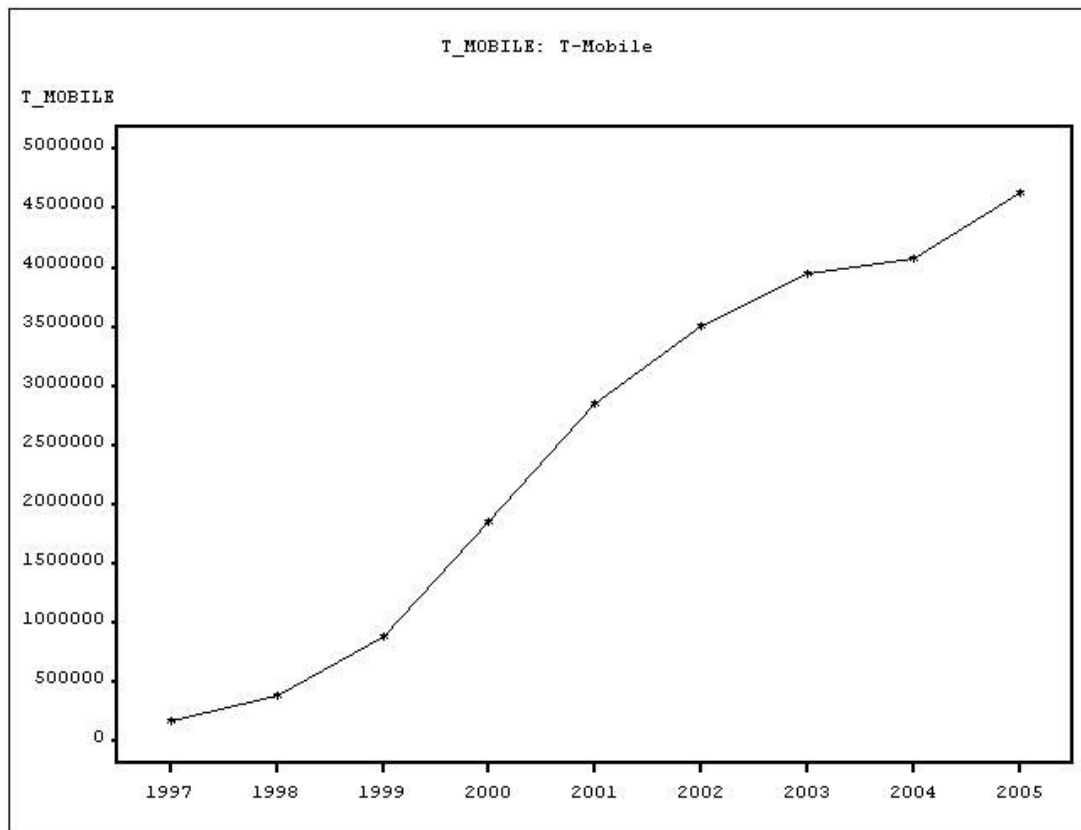
Graf rozdělení četností proměnné je znázorněn na Grafu 12 a informuje nás o tom, že v prvních třech letech se počet zákazníků pohyboval pod hranicí 1 200 000 a v posledních třech předcházejících obdobích se pohybuje v intervalu <3 600 000 ; 4 800 000>.

Graf 12: Histogram proměnné T-Mobile.

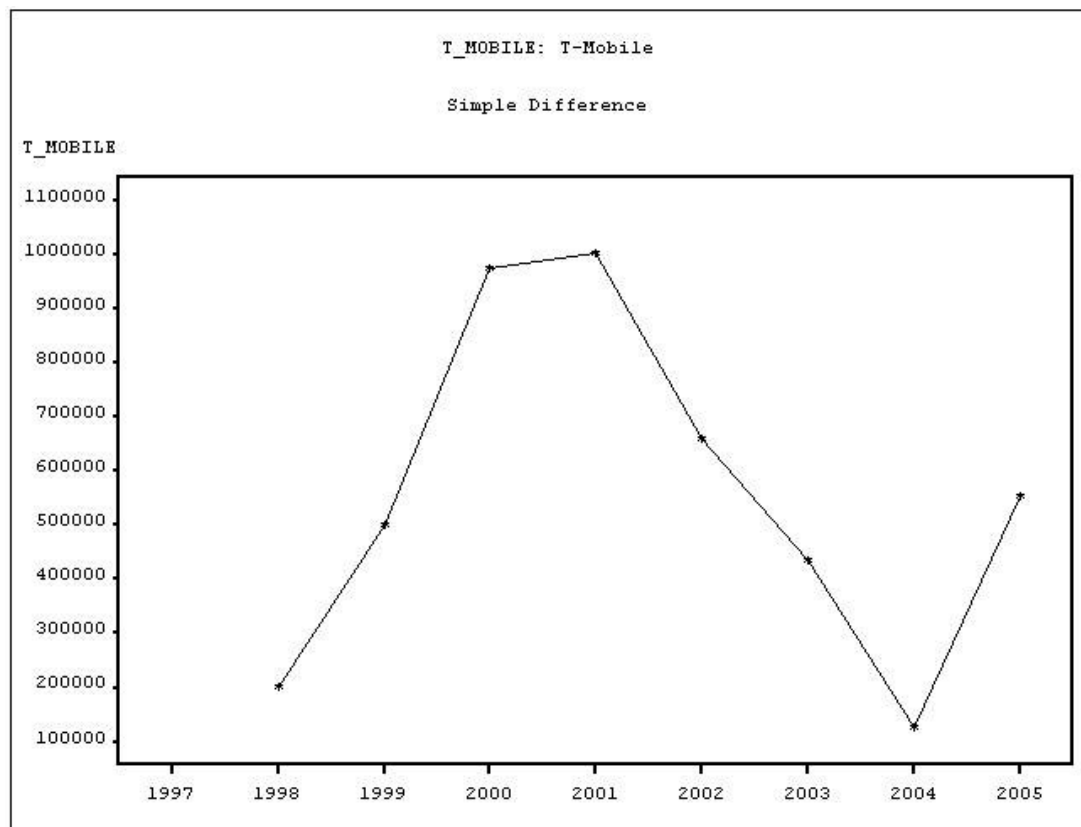


Výstupy modulu Time Series Forecasting System zobrazují průběh časové řady. Z Grafu 13 je zřejmé, že má časová řada rostoucí charakter, tedy že počet zákazníků se každým rokem navyšuje. Na Grafu 14 je vidět, že největší příliv zaznamenal T-Mobile v roce 2001 a naopak nejmenší v roce 2004. V posledním sledovaném roce 2005 se počet nových zákazníků navýšil, patrně v důsledku reklamní kampaně společnosti.

Graf 13: Časový vývoj proměnné T-Mobile.



Graf 14: Graf 1. diferencí proměnné T-Mobile.



### 5.2.3 Vodafone

Při zkoumání proměnné Vodafone nás modul SAS/INSIGHT informuje o tom, že soubor obsahuje 6 pozorování, jejichž aritmetický průměr je 1 309 909,33. Hodnota směrodatné odchylky je 671 852,39 a hodnota rozptylu 451 386 000 000, což jsou nižší hodnoty než u předchozích souborů. Koeficienty šikmosti (-0,3845) a špičatosti (-0,6472) jsou záporné, což svědčí o tom, že se jedná o soubor s levostrannou asymetrií a o soubor s lehkými konci.

Druhá část výstupu nás seznamuje s maximální (2 141 713) a minimální (301 687) hodnotou, mediánem (1 363 251,5), hodnotami v horním (1 831 116) a dolním (858 437) kvartilu a jejich rozdílem (972 679). Tyto hodnoty se stanou podkladem pro grafický výstup Boxplot.

Poslední částí výstupu jsou opět výsledky testů normality rozdělení. Nulová hypotéza  $H_0$  je definována, že soubor má normální rozdělení a hladina významnosti  $\alpha$  je rovna nejobvyklejší hodnotě 0,05. Na základě výsledku Shapiro-Wilk testu nulovou hypotézu přijímáme (jelikož je hodnota p-value vyšší než  $\alpha = 0,05$ ) a konstatujeme, že soubor má normální rozdělení.

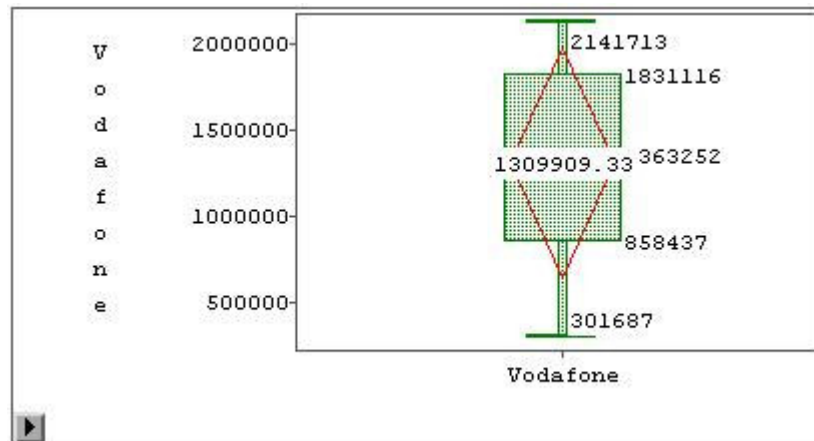
Obr. 6: Výstup statistického programu SAS pro proměnnou Vodafone

Moments			
N	6.0000	Sum Wgts	6.0000
Mean	1309909.33	Sum	7859456.00
Std Dev	671852.391	Variance	4.51386E11
Skewness	-0.3845	Kurtosis	-0.6472
USS	1.25521E13	CSS	2.25693E12
CV	51.2900	Std Mean	274282.590
Quantiles			
100% Max	2141713.00	99.0%	2141713.00
75% Q3	1831116.00	97.5%	2141713.00
50% Med	1363251.50	95.0%	2141713.00
25% Q1	858437.000	90.0%	2141713.00
0% Min	301687.000	10.0%	301687.000
Range	1840026.00	5.0%	301687.000
Q3-Q1	972679.000	2.5%	301687.000
Mode	.	1.0%	301687.000
Tests for Normality			
	Test Statistic	Value	p-value
	Shapiro-Wilk	0.981723	0.9598
	Kolmogorov-Smirnov	0.137776	>.1500
	Cramer-von Mises	0.018738	>.2500
	Anderson-Darling	0.142529	>.2500

Výsledkem grafického výstupu modulu SAS/INSIGHT jsou opět Boxplot a Histogram. Z Boxplotu zobrazeném na Grafu 15 je patrné, že hodnoty

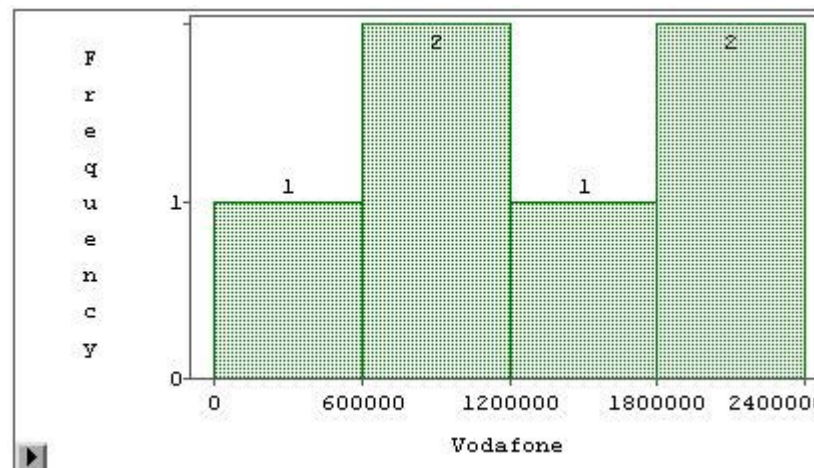
aritmetického průměru a mediánu se pohybují okolo stejné hranice 130 000, což také svědčí o normálním rozdělení souboru. Je tomu tak proto, že se v souboru neobjevují žádná extrémní pozorování.

Graf 15: Boxplot pro proměnnou Vodafone.



Z Grafu 16 - Histogramu - lze konstatovat, že počet zákazníků společnosti Vodafone se v posledních dvou letech držel v intervalu <1 800 000 ; 2 400 000>. Stejnou dobu, tedy dva roky se počet zákazníků udržel i v rozmezí <600 000 ; 1 200 000>.

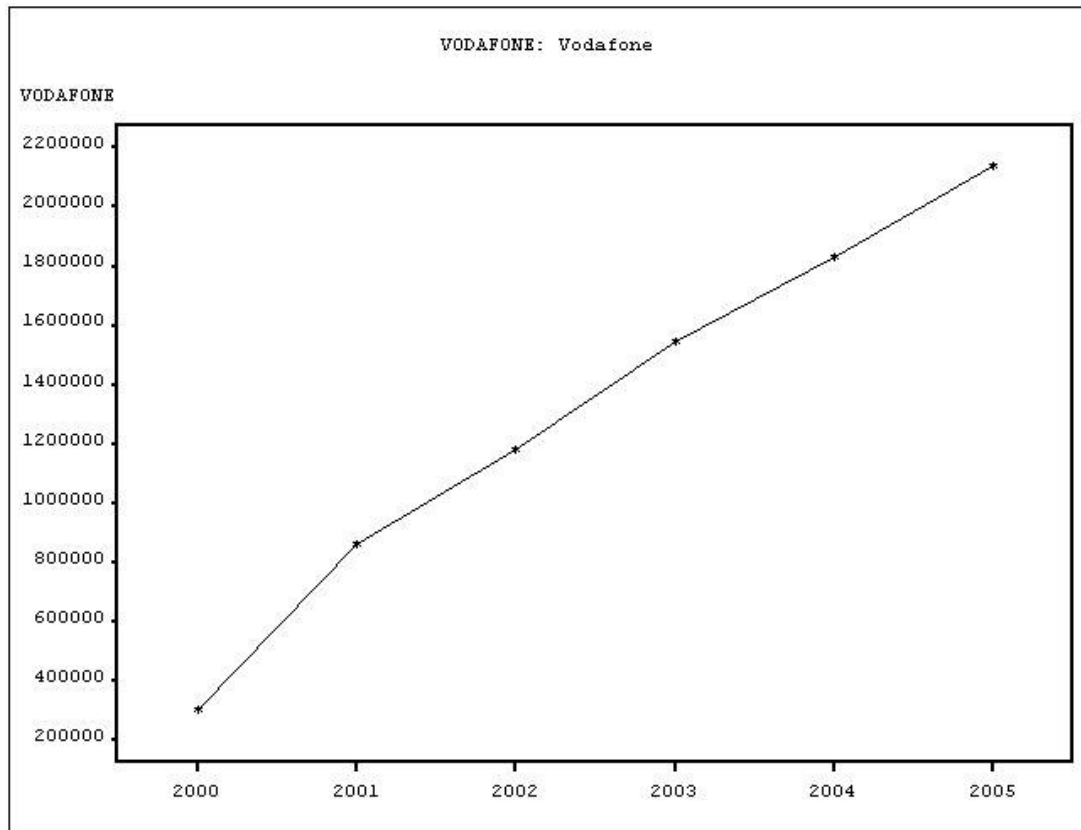
Graf 16: Graf četností rozdělení proměnné Vodafone.



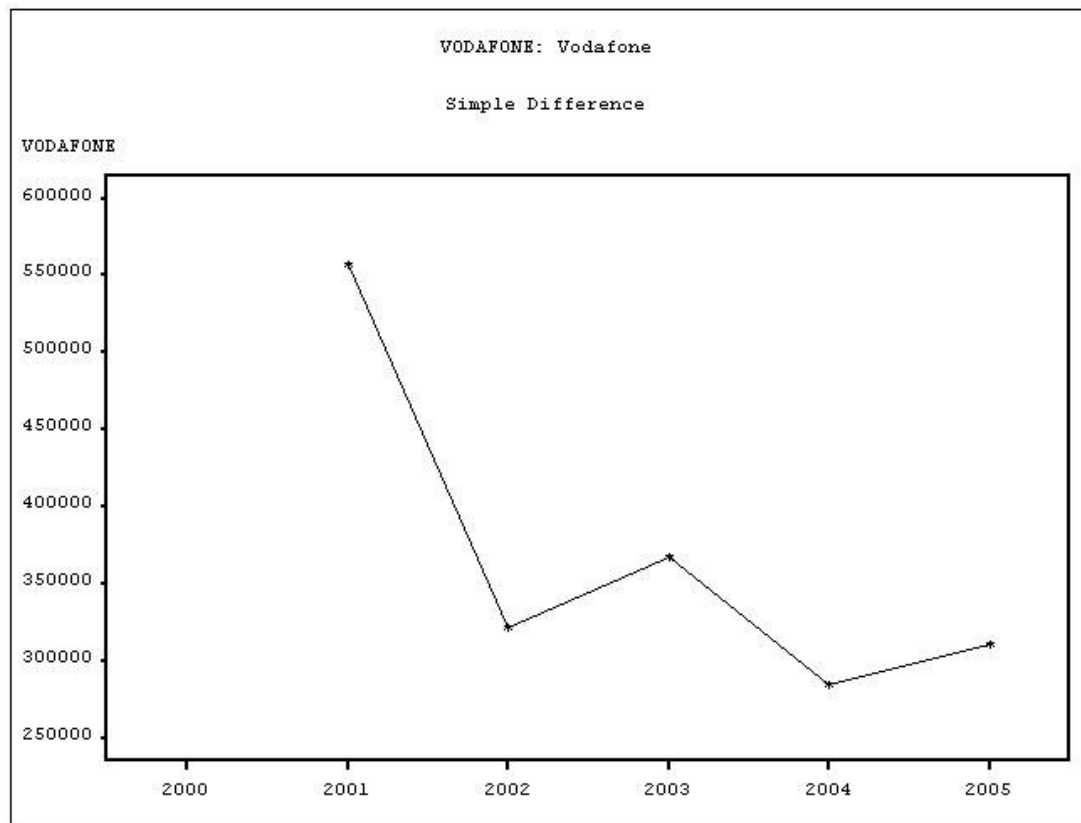
První z grafických výstupů modulu Time Series Forecasting System - Graf 17 - zobrazuje poměrně strmě stoupající počet zákazníků. Graf 18 - graf 1. diferencí napovídá o tom, že nejvyšší příliv zákazníků zaznamenala společnost Vodafone ihned po vstupu na český trh. Dále Graf 18 vypovídá o tom, že v posledních letech se přírůstek nových zákazníků příliš nemění a pohybuje se okolo hranice 300 000.



Graf 17: Vývoj počtu zákazníků Vodafone.



Graf 18: Graf 1. diferencí proměnné Vodafone.



## 5.3 Analýza časových řad pomocí programu SAS

Program SAS nabízí pro analýzu časových řad dva moduly. Prvním je Time Series Forecasting System, kde je možnost předpovědi a pseudoprognozy, což je určení počtu hodnot, z kterého se budou kritéria kvality modelu počítat. Druhým je Time Series Viewer, který nabízí pouze pohled na danou časovou řadu a je tedy omezenější než modul předchozí.

### 5.3.1 Eurotel

Prvním výstupem je tabulka skutečných a vyrovnaných hodnot, která zahrnuje i intervaly spolehlivosti a chyby odhadu.

V prvním sloupci jsou uvedeny skutečné hodnoty, ve druhém hodnoty vyrovnané, ve třetím a čtvrtém sloupci intervaly spolehlivosti, v předposledním sloupci skutečná chyba a ve sloupci posledním hodnota očekávané chyby v jednotlivých letech.

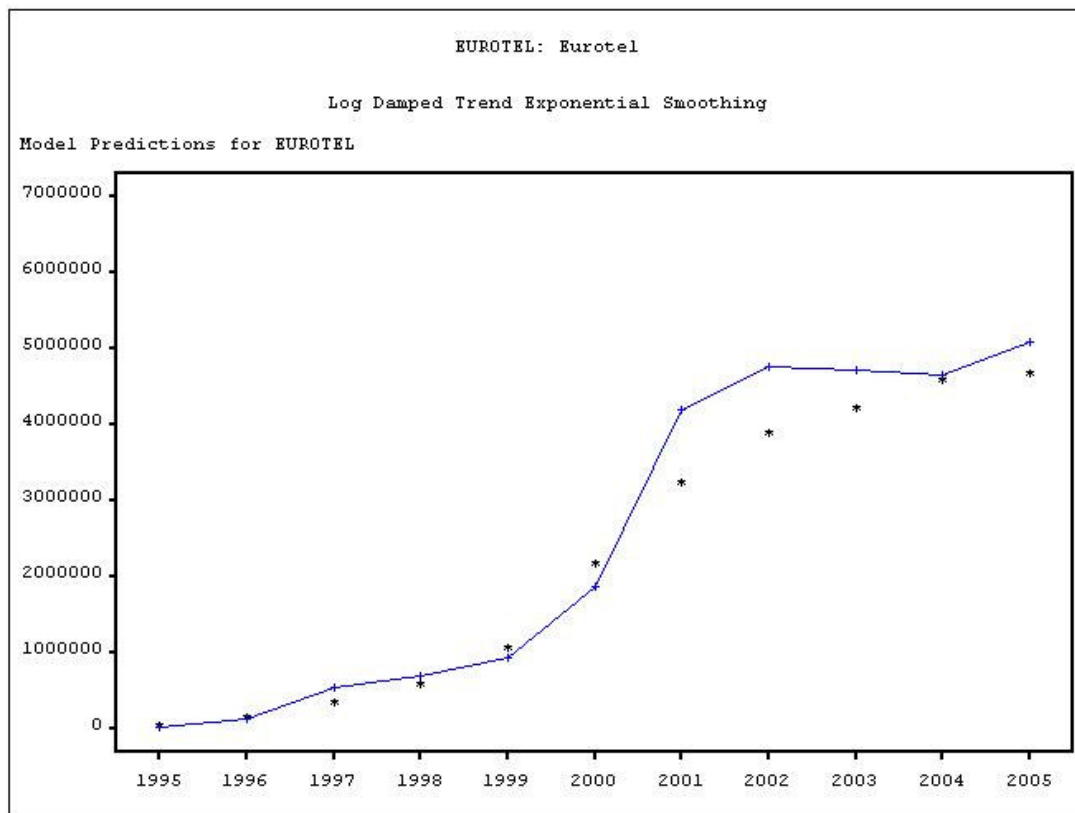
Tab. 11: Tabulka skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Eurotel.

DATE	Eurotel	Predicted value for EUROTEL	Upper 95% Confidence Limit	Lower 95% Confidence Limit	Prediction error for EUROTEL	Prediction standard error
1995	45800	41594	63880	25655	4206	9813
1996	168424	132788	203937	81903	35636	31327
1997	354452	553447	849989	341362	-198995	130567
1998	587509	708914	1088758	437253	-121405	167244
1999	1069514	948078	1456068	584768	121436	223667
2000	2171116	1875481	2880384	1156784	295635	442456
2001	3238369	4197315	6446282	2588876	-958946	990213
2002	3891473	4759350	7309461	2935536	-867877	1122806
2003	4214517	4712686	7237795	2906754	-498169	1111797
2004	4591471	4650305	7141989	2868278	-58834	1097081
2005	4676000	5092094	7820494	3140770	-416094	1201306
2006	.	4884148	7501128	3012511	.	1152248
2007	.	5459970	12795740	1818545	.	2894937
2008	.	6726418	23408583	1020445	.	6360293

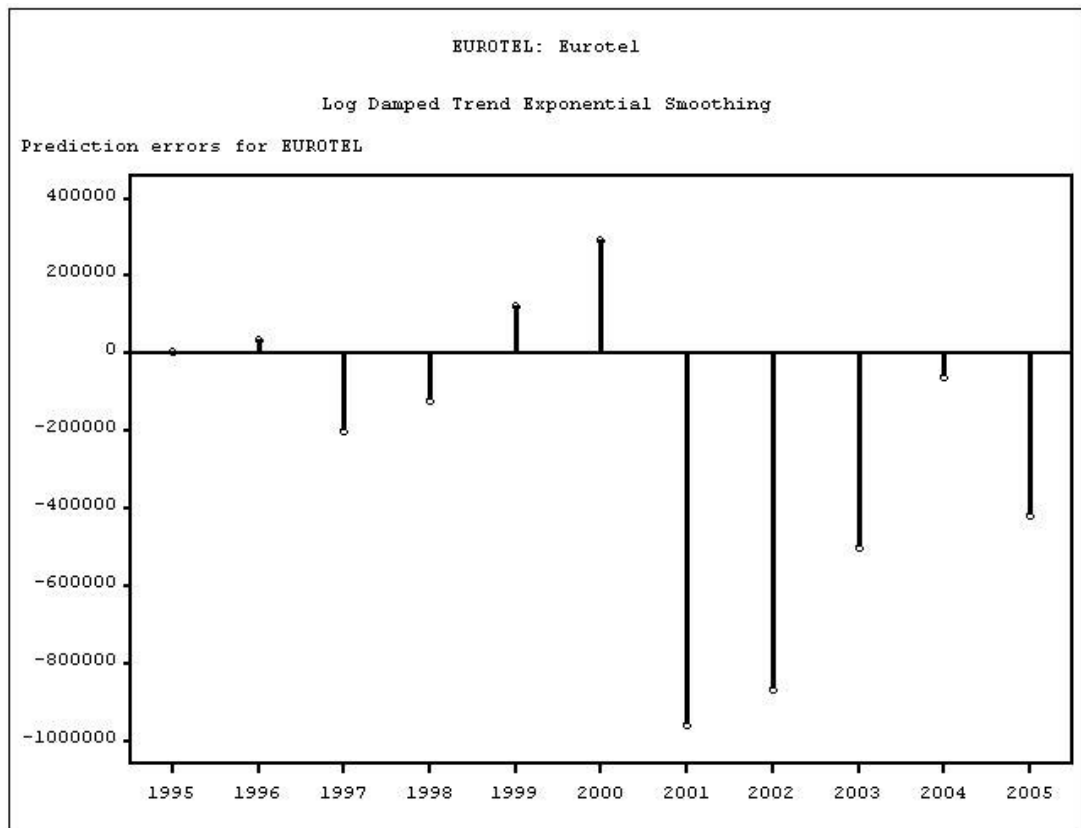
V následujícím Grafu 19 jsou čarou zobrazeny skutečné hodnoty a hvězdičkami hodnoty vyrovnané. To, jak se hodnoty skutečné od vyrovnaných liší, je zachyceno na dalším Grafu 20, který zobrazuje hodnoty jejich rozdílů. Nejméně se hodnoty skutečné od hodnot vyrovnaných liší v letech 1995 a 1996. Naopak největší rozdíl mezi těmito hodnotami byl v roce 2001, kdy skutečná hodnota byla téměř o 900 000

nižší než hodnota vyrovnaná. Podobně tomu bylo i v roce 2002. V roce 2003 se již hodnota skutečná přiblížila k hodnotě vyrovnané - byla o necelých 100 000 nižší. To je přehledně zachycené i na Grafu 19, kdy vyrovnaná hodnota označená hvězdičkou leží velmi blízko hodnoty skutečné.

Graf 19: Graf skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Eurotel.



Graf 20: Graf odchylek skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Eurotel.



Dle výpočtů modulu Time Series Forecasting System je nejvhodnější trendovou funkcí Log Damped Trend Exponential Smoothing. Pro tento tvar trendu totiž dosahují charakteristiky M.A.P.E., M.S.E. a M.A.E. nejnižších hodnot. Hodnoty těchto charakteristik zobrazuje následující výstup - Obr. 7. Na dalším výstupu - Obr. 8 - jsou uvedeny typy dalších tvarů trendů a je zřejmé, že hodnota M.A.P.E. rovna 18,73 je nejnižší a tvar trendu Log Damped Trend Exponential Smoothing je tedy považován za nejvhodnější.

Obr. 7 : Přehled hodnot kritérií pro proměnnou Eurotel.

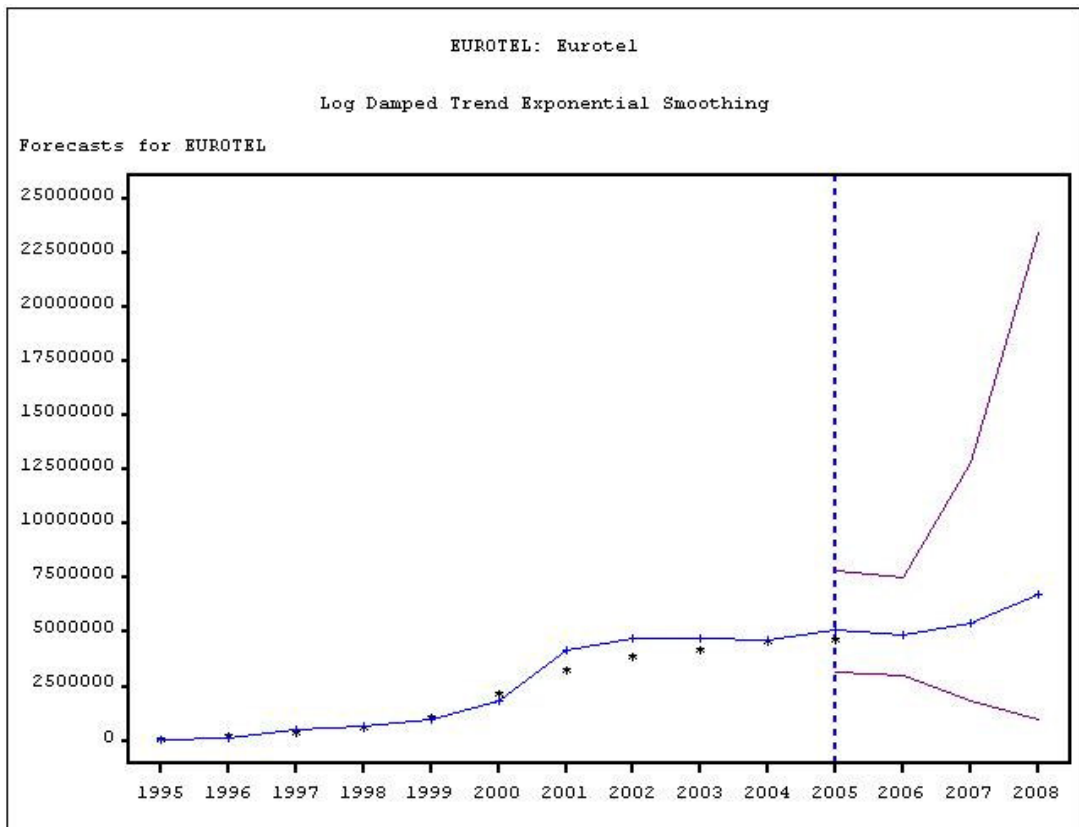
EUROTEL: Eurotel	
Log Damped Trend Exponential Smoothing	
Statistic of Fit	Value
Mean Square Error	2.0503E11
Root Mean Square Error	452802.2
Mean Absolute Percent Error	18.73030
Mean Absolute Error	325203.1
R-Square	0.937

Obr. 8: Hodnoty M.A.P.E. vybraných tvarů trendů pro proměnnou Eurotel.

Model Title	Mean Absolute Percent Error
Log Damped Trend Exponential Smoothing	18.73030
Log Linear Trend	56.88572
Simple Exponential Smoothing	29.87799

Následující Graf 21 zobrazuje opět časovou řadu zahrnující skutečné a vyrovnané hodnoty, tentokrát již s předpovědí budoucího vývoje. Z Grafu 21 je patrné, že se hodnoty v následujících letech budou pravděpodobně vyvíjet tak, jak je navrženo v hlavní linii nebo v rozmezí daném vedlejšími čarami.

Graf 21: Graf časové řady proměnné Eurotel včetně předpovědi.



### 5.3.2 T-Mobile

Prvním výstupem modulu Time Series Forecasting System je tabulka skutečných hodnot, která zahrnuje i intervaly spolehlivosti a chyby odhadu.

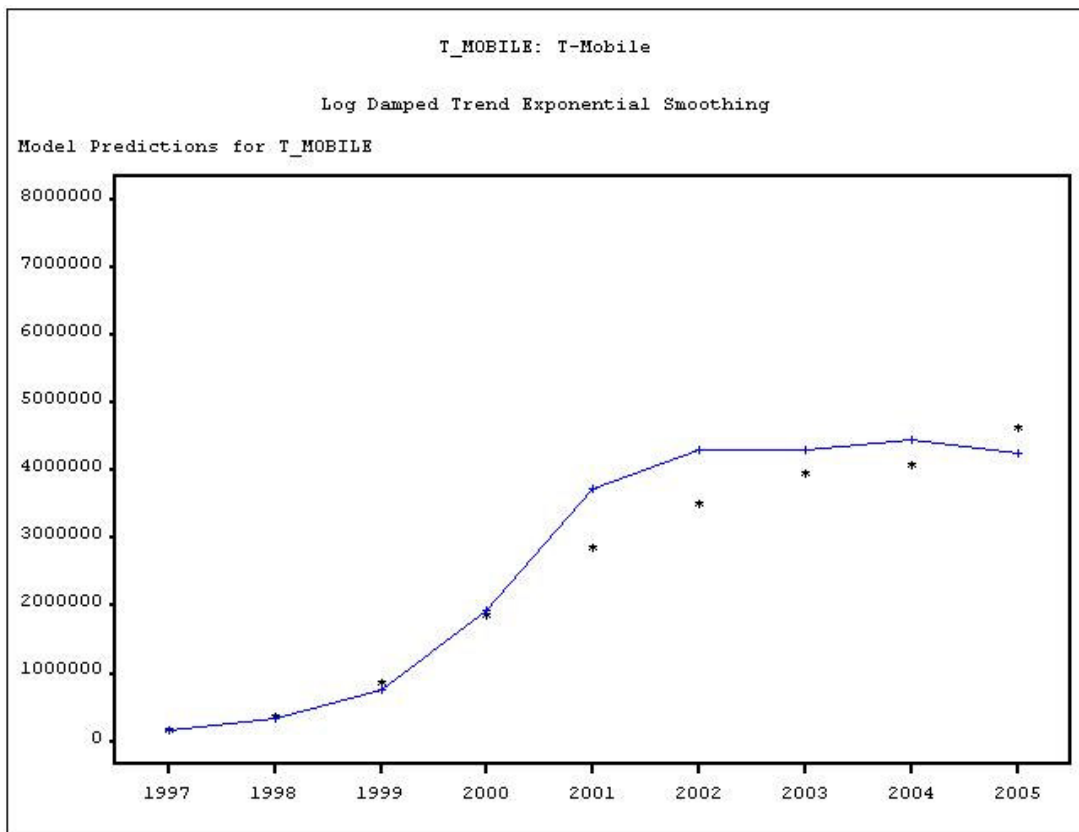
V prvním sloupci jsou uvedeny skutečné hodnoty a ve druhém sloupci hodnoty vyrovnané. V dalších dvou sloupcích jsou uvedeny intervaly spolehlivosti, v předposledním sloupci skutečná chyba a v posledním sloupci hodnota očekávané chyby.

Tab. 12: Tabulka skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné T-Mobile.

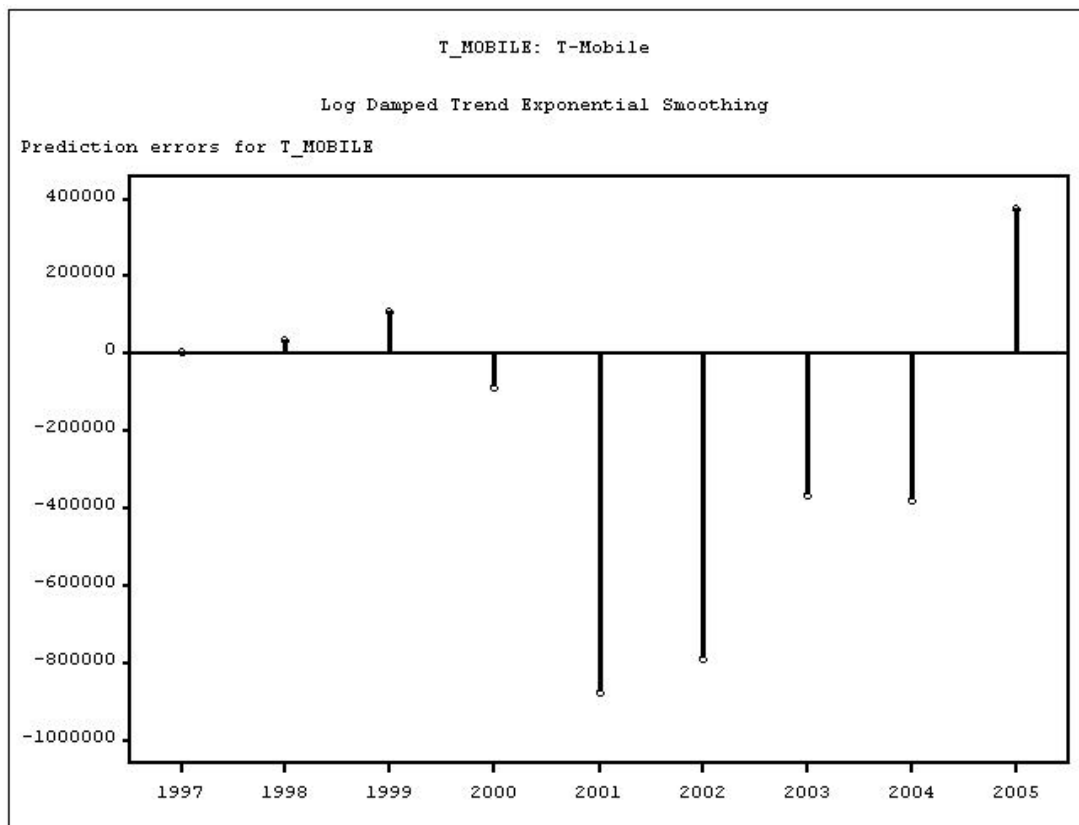
DATE	T-Mobile	Predicted value for T_MOBILE	Upper 95% Confidence Limit	Lower 95% Confidence Limit	Prediction error for T_MOBILE	Prediction standard error
1997	173268	165691	225538	118485	7577	27393
1998	373906	335599	456818	239986	38307	55483
1999	875672	767363	1044537	548741	108309	126865
2000	1850648	1937232	2636966	1385313	-86584	320275
2001	2851583	3727964	5074515	2665863	-876381	616330
2002	3512403	4300583	5853965	3075342	-788180	710999
2003	3947027	4311696	5869092	3083289	-364669	712837
2004	4074861	4452788	6061147	3184184	-377927	736163
2005	4630000	4253366	5789693	3041577	376634	703193
2006	.	5274504	7179669	3771792	.	872014
2007	.	6169513	11610978	2890588	.	2259155
2008	.	7541448	19725853	2071760	.	4719666

V dalším výstupu - Grafu 22 - jsou čarou zobrazeny skutečné hodnoty a hvězdičkami hodnoty vyrovnané. To, jak se hodnoty skutečné od vyrovnaných liší, je zachyceno na Grafu 23, který zobrazuje hodnoty jejich rozdílů. Nejméně se hodnota skutečné od hodnoty vyrovnané liší v roce 1997. Naopak největší rozdíl těchto dvou hodnot byl v roce 2001, kdy je skutečná hodnota zhruba o 900 000 nižší než hodnota vyrovnaná. Podobně tomu bylo i v roce 2002 a v letech 2003 a 2004 jsou rozdíly těchto hodnot nižší. V posledním pozorovaném roce - roce 2005 - byla skutečná hodnota zhruba o 300 000 vyšší než hodnota vyrovnaná. To je velmi dobře vidět i na Grafu 22 - v letech 1997 až 2000 se hodnoty vyrovnané hodnotám skutečným velmi blíží, v letech 2001 až 2004 leží hodnoty vyrovnané pod spojnicí hodnot skutečných a v roce 2005 leží hodnota vyrovnané hodnoty nad spojnicí skutečných hodnot. Hodnoty vyrovnané jsou na Grafu 22 zobrazeny hvězdičkami.

Graf 22: Graf skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné T-Mobile.



Graf 23: Graf odchylek skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné T-Mobile.



Dle výpočtů modulu Time Series Forecasting System je nejvhodnější trendovou funkcí Log Damped Trend Exponential Smoothing. Pro tento tvar trendu totiž charakteristiky M.S.E., M.A.P.E. a M.A.E. dosahují nejnižších hodnot. Hodnoty těchto charakteristik zobrazuje následující výstup - Obr. 9. Na dalším výstupu - Obr. 10 - jsou uvedeny typy dalších tvarů trendů a jejich hodnoty M.A.P.E. a je zřejmé, že hodnota M.A.P.E. rovna 12,38745 je nejnižší a trend Log Damped Trend Exponential Smoothing je tedy považován za nejvhodnější.

Obr. 9: Přehled hodnot kritérií pro proměnnou T-Mobile.

T_MOBILE: T-Mobile	
Log Damped Trend Exponential Smoothing	
Statistic of Fit	Value
Mean Square Error	2.03077E11
Root Mean Square Error	450640.3
Mean Absolute Percent Error	12.38745
Mean Absolute Error	336063.3
R-Square	0.921

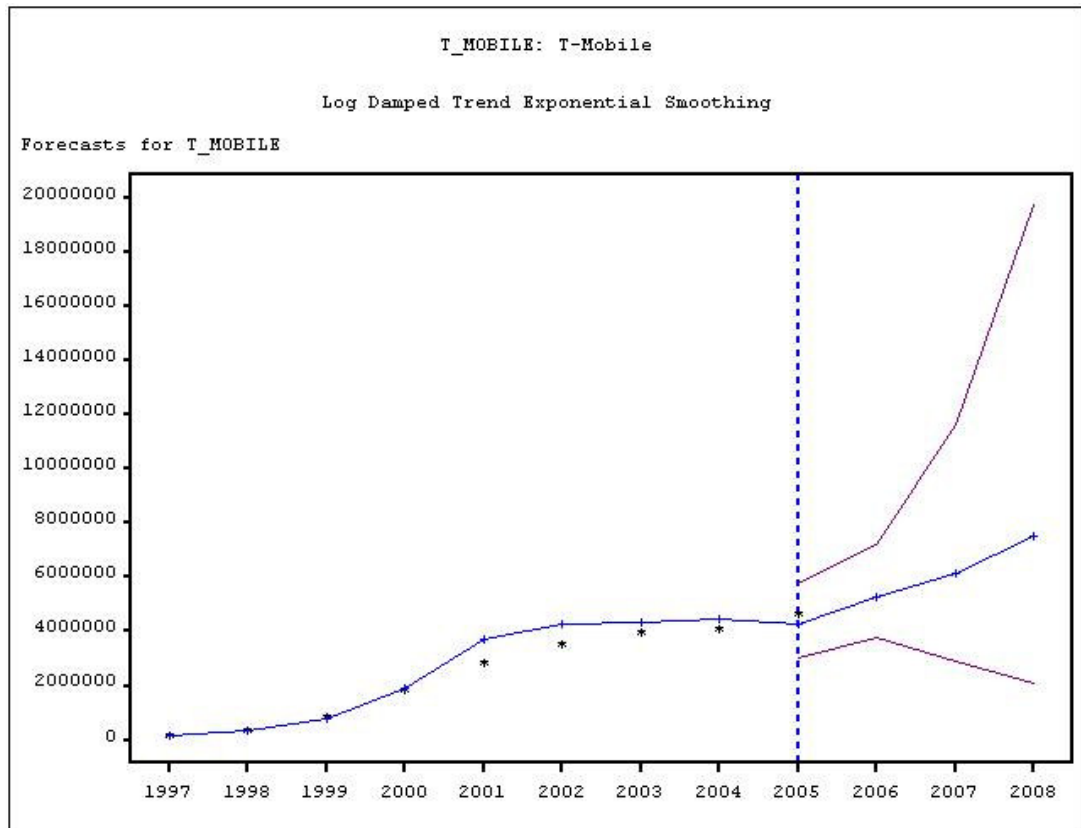
Obr. 10: Hodnoty M.A.P.E. vybraných tvarů trendů pro proměnnou T-Mobile.

Model Title	Mean Absolute Percent Error
Log Damped Trend Exponential Smoothing	12.38745
Log Linear Trend	45.00700
Simple Exponential Smoothing	27.10624

Posledním výstupem pro proměnnou T-Mobile je Graf 24, který zobrazuje opět časovou řadu zahrnující skutečné a vyrovnané hodnoty, tentokrát doplněnou o předpověď budoucího vývoje. Z Grafu 24 je patrné, že se hodnoty v následujících letech budou pravděpodobně vyvíjet tak, jak je navrženo v hlavní linii nebo v rozmezí daném vedlejšími čarami.



Graf 24: Graf časové řady proměnné T-Mobile včetně předpovědi.



### 5.3.3 Vodafone

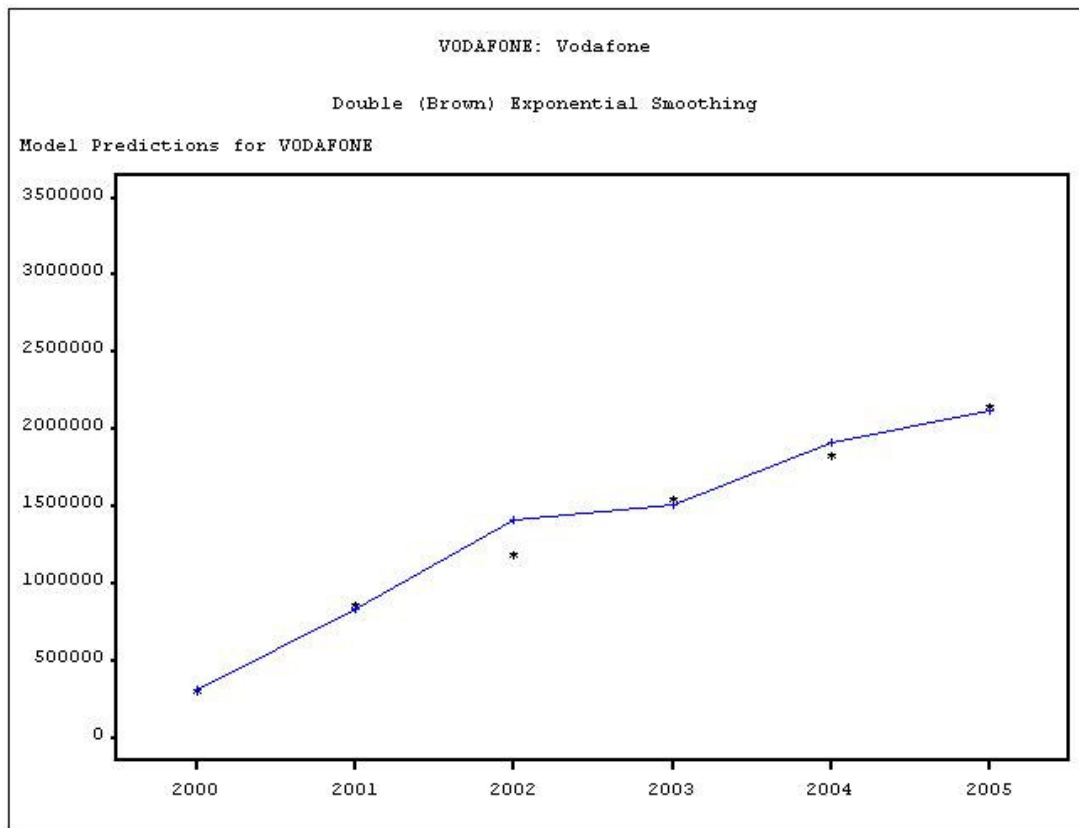
Prvním výstupem modulu Time Series Forecasting System pro proměnnou Vodafone je tabulka skutečných a vyrovnaných hodnot. Kromě skutečných hodnot uvedených v prvním sloupci a vyrovnaných hodnot ve sloupci druhém, obsahuje tabulka intervaly spolehlivosti. Tyto intervaly jsou uvedené ve třetím a čtvrtém sloupci. V pátém sloupci je uvedena skutečná chyba a v šestém sloupci hodnota očekávané chyby. Všechny tyto hodnoty jsou v jednotlivých letech.

Tab. 13: Tabulka skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Vodafone.

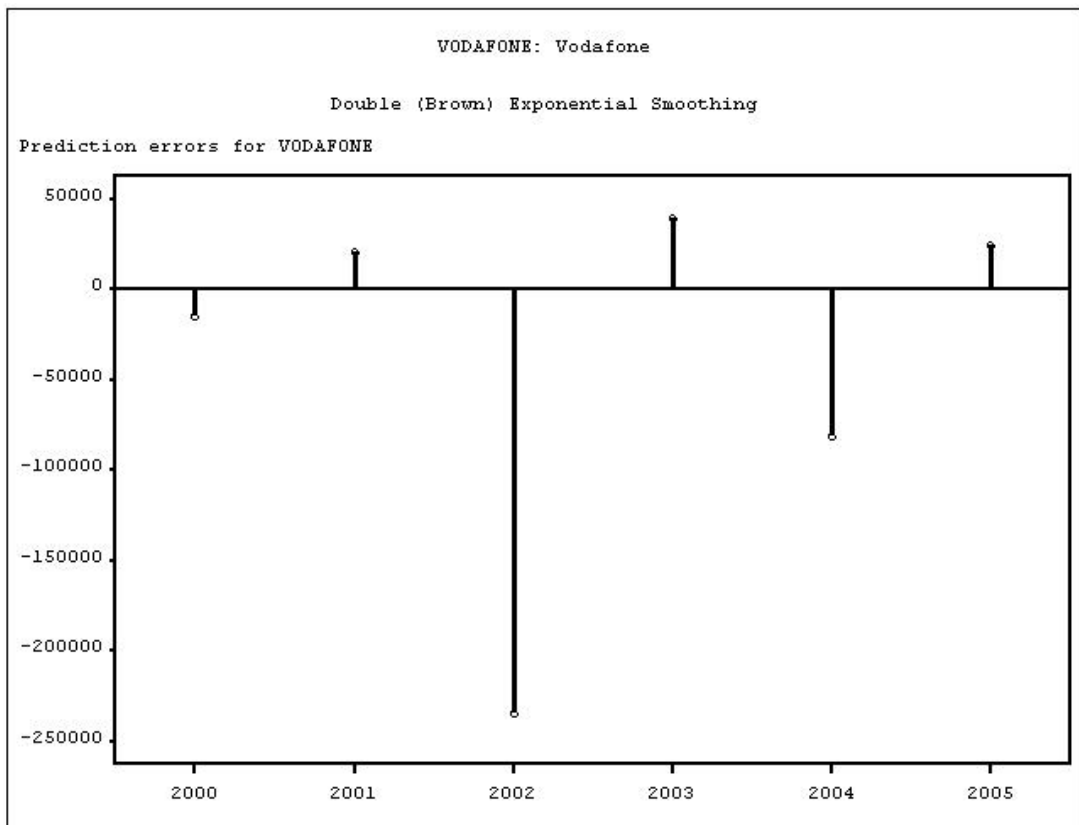
DATE	Vodafone	Predicted value for VODAFONE	Upper 95% Confidence Limit	Lower 95% Confidence Limit	Prediction error for VODAFONE	Prediction standard error
2000	301687	316267	539052	93482	-14580	113668
2001	858437	838163	1060948	615379	20274	113668
2002	1179752	1414656	1637441	1191871	-234904	113668
2003	1546751	1507192	1729977	1284407	39559	113668
2004	1831116	1912679	2135464	1689894	-81563	113668
2005	2141713	2117613	2340398	1894829	24100	113668
2006	.	2451668	2674453	2228883	.	113668
2007	.	2761627	3254603	2268652	.	251523
2008	.	3071586	3892796	2250377	.	418992

V následujícím Grafu 25 jsou čarou zobrazeny hodnoty skutečné a hvězdičkami hodnoty vyrovnané. Je patrné, že hodnoty vyrovnané se od hodnot skutečných příliš neliší. To je lépe viditelné na dalším výstupu - Grafu 26. Největší rozdíl mezi skutečnou a vyrovnanou hodnotou je v roce 2002, kdy je skutečná hodnota zhruba o 230 000 nižší než hodnota vyrovnaná. Naopak nejmenší rozdíl byl mezi těmito hodnotami v roce 2000 - hodnota skutečná byla nižší jen asi o 15 000 než hodnota vyrovnaná. V posledním pozorovaném roce 2005 byla skutečná hodnota naopak vyšší než vyrovnaná, a to zhruba o 20 000.

Graf 25: Graf skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Vodafone.



Graf 26: Graf odchylek skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Vodafone.



Modul Time Series Forecasting System určuje za nejvhodnější tvar trendu Double (Brown) Exponential Smoothing. Tento model je za nejvhodnější považován proto, že charakteristiky M.S.E., M.A.P.E. a M.A.E. dosahují nejnižších hodnot. Hodnoty těchto charakteristik jsou zobrazeny v následujícím výstupu - Obr. 11. Na dalším výstupu - Obr. 12 - jsou uvedeny hodnoty M.A.P.E. několika vybraných trendů. Je zřejmé, že hodnota M.A.P.E. rovna 5,87383 je nejnižší a trend Double (Brown) Exponential Smoothing je tedy považován za nejvhodnější.

Obr. 11: Přehled hodnot kritérií pro proměnnou Vodafone.

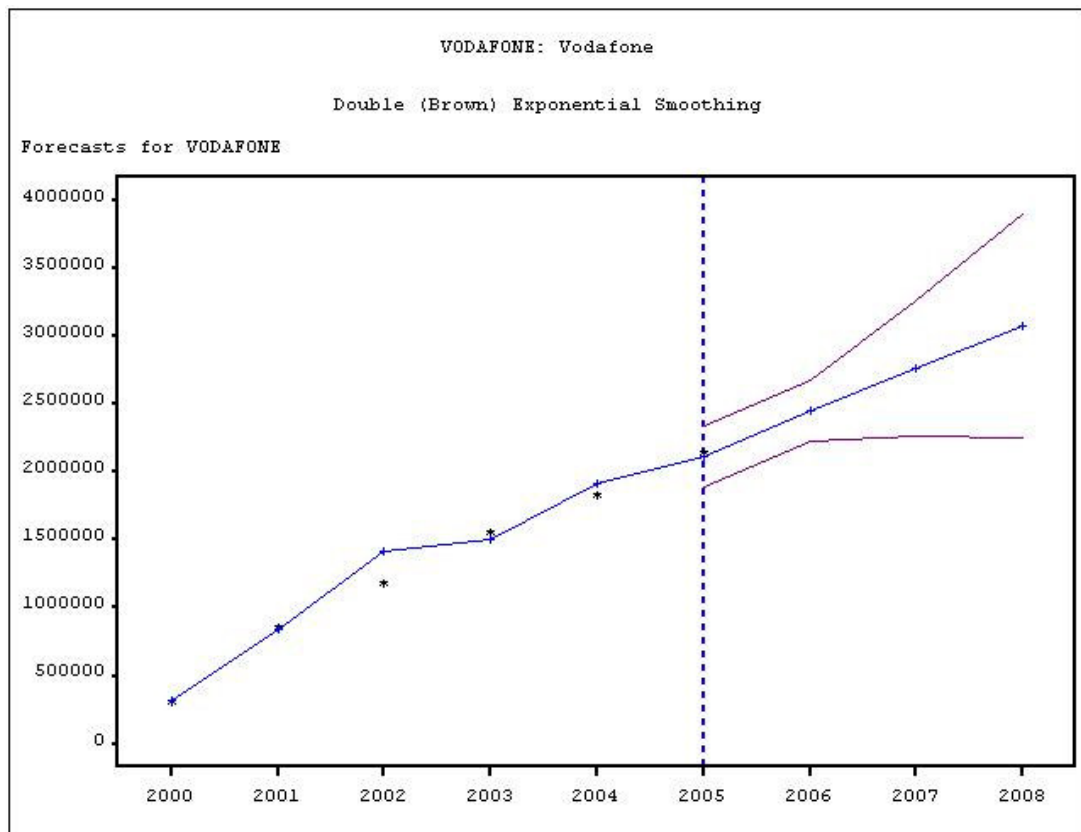
VODAFONE: Vodafone	
Double (Brown) Exponential Smoothing	
Statistic of Fit	Value
Mean Square Error	1.0767E10
Root Mean Square Error	103764.0
Mean Absolute Percent Error	5.87383
Mean Absolute Error	69163.3
R-Square	0.971

Obr. 12: Hodnoty M.A.P.E. vybraných tvarů trendů pro proměnnou Vodafone.

Model Title	Mean Absolute Percent Error
Double (Brown) Exponential Smoothing	5.87383
Linear Trend	9.95935
Simple Exponential Smoothing	24.35616

Posledním výstupem je Graf 27, který zobrazuje časovou řadu zahrnující skutečné a vyrovnané hodnoty doplněnou o předpověď budoucího vývoje. Je pravděpodobné, že počet zákazníků se v příštích letech bude pohybovat zhruba v hodnotách, které představuje hlavní linie nebo v rozmezí ohraničeném postranními čarami.

Graf 27: Graf časové řady pro proměnnou Vodafone včetně předpovědi.



## 6 Závěr

Cílem této bakalářské bylo zpracovat přehled o počtu zákazníků jednotlivých mobilních operátorů a zpracování odhadu budoucího očekávaného vývoje. Část práce byla věnována shrnutí historie mobilní techniky - a to jak z hlediska poskytovatelů mobilních služeb, tak z hlediska technického.

Nejprve byly provedeny elementární statistiky časových řad, mezi které patří diference, chronologické průměry, koeficienty růstu a tempa růstu.

V další části byly jednotlivé časové řady zkoumány pomocí programu SAS. Byly použity moduly SAS/INSIGHT a Time Series Forecasting System. Výstupem prvního jmenovaného modulu byly jak výpočty, tak grafické výstupy - Boxplot a Histogram. Na základě těchto výpočtů a grafických výstupů se u všech třech časových řad dalo konstatovat, že soubor má normální rozdělení. Výstupy druhého jmenovaného modulu zobrazují rozvržení počtu zákazníků jednotlivých operátorů a přírůstky nových zákazníků, což je zachyceno na grafu prvních diferencí.

Samotná analýza časových řad byla provedena s použitím modulu Time Series Forecasting System. Byly porovnány skutečné a vyrovnané hodnoty jednotlivých proměnných, nalezeny nejvhodnější tvary trendů jednotlivých proměnných a v neposlední řadě byl navržen budoucí možný vývoj každé časové řady.

Ač na první pohled Vodafone za Eurotelem a T-Mobilem značně pokulhává, jelikož má nejméně zákazníků, zjišťujeme po provedení elementárních statistik, že si ze všech třech výše zmíněných firem vede v posledních letech nejdynamičtěji. Zatímco v posledním sledovaném roce dosáhl koeficient růstu u Eurotelu hodnoty 1,018 a u T-Mobilu 1,136, Vodafone dosáhl hodnoty rovné 1,170. I hodnoty prvních diferencí, které hovoří o přírůstku nových zákazníků, jsou nejvyšší u časové řady třetí proměnné - Vodafonu.

Prognózovaný budoucí vývoj hovoří o tom, že v roce 2008 se bude počet zákazníků společnosti Eurotel pohybovat okolo hranice pěti milionů, T-Mobile dle prognózy pokoří hranici šesti milionů, zatímco u Vodafonu se ve stejném roce dají očekávat pouze zhruba tři miliony zákazníků.

## 7 Seznam literatury

[1] SWOBODA, Helmut *Moderní statistika*. Praha: Nakladatelství Svoboda, 1977.

[2] SVATOŠOVÁ, Libuše; KÁBA, Bohumil; PRÁŠILOVÁ Marie *Zdroje a zpracování sociálních a ekonomických dat - učební texty*. Praha: Česká zemědělská univerzita. ISBN 80-213-1189-4

[3] MACHÁČEK, Otakar; BRABENEC, Vladimír; KÁBA, Bohumil; ZEIPALT, Rudolf *Matematická statistika II*. Praha: ETE MON, 1986.

[4] MACHÁČEK, Otakar; MAJER, František a kol. *Statistika II*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1981.

[5] GROFÍK, Rudolf a kol. *Štatistika*. Bratislava: Príroda, 1987.

[6] SVATOŠOVÁ, Libuše; HŘÍBAL, Jan; VOLMA, Marián *Systém SAS, příručka pro uživatele*. Praha: Provozně ekonomická fakulta ČZU v Praze, 2000.

[7] HINDLS, Richard; HRONOVÁ, Stanislava; SEGER, Jan *Statistika pro ekonomy*. Praha: Professional Publishing, 2003.

[8] Časové řady

URL: <<http://homen.vsb.cz/~oti73/cdpast1/soubory/KAP10/KAP10.HTM>>

[9] Mobilmania.cz - Easymobile: virtuální operátor na vlastní kůži

URL: <<http://mobilmania.cz/Operatori/AR.asp?ARI=109773>>

[10] Mobilmania.cz - Mobilní historie: milníky ve vývoji mobilní komunikace

URL: <<http://mobilmania.cz/Operatori/AR.asp?ARI=109773>>

[11] E-learning

URL: <[http://e-learning.vslib.cz/cgi-bin/elearning/elearning.fcgi?ID\\_tema=10&ID\\_obsah=65&stranka=publ\\_tema&akce=polozka\\_vstup](http://e-learning.vslib.cz/cgi-bin/elearning/elearning.fcgi?ID_tema=10&ID_obsah=65&stranka=publ_tema&akce=polozka_vstup)>

[12] Kateřina Oborná: Využití SAS

URL: <[www.agris.cz/etc/textforwarder.php?iType=2&iId=137523&PHPSESSID=71](http://www.agris.cz/etc/textforwarder.php?iType=2&iId=137523&PHPSESSID=71)>

[13] MINAŘÍK, Bohumil: *Elementární statistické metody v obchodě*. Brno, 1999

## 8 Seznam tabulek

Tab. 1: Počet zákazníků mobilního operátora Eurotel

Tab. 2: Počet zákazníků mobilního operátora T-Mobile

Tab. 3: Počet zákazníků mobilního operátora Vodafone

Tab. 4: Kritické obory testu hypotézy

Tab. 5: První a druhé diference proměnné Eurotel

Tab. 6: Relativní charakteristiky proměnné Eurotel

Tab. 7: Diference proměnné T-Mobile

Tab. 8: Relativní charakteristiky proměnné T-Mobile

Tab. 9: Diference proměnné Vodafone

Tab. 10: Relativní charakteristiky pro proměnnou Vodafone

Tab. 11: Tabulka skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Eurotel

Tab. 12: Tabulka skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné T-Mobile

Tab. 13: Tabulka skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Vodafone



## 9 Seznam grafů

Graf 1: Počet zákazníků Eurotelu

Graf 2: Roční přírůstek nových zákazníků Eurotelu (1. diference)

Graf 3: Počet zákazníků T-Mobile

Graf 4: Roční přírůstek nových zákazníků T-Mobile (1. diference)

Graf 5: Počet zákazníků Vodafonu

Graf 6: Roční přírůstek nových zákazníků Vodafonu (1. diference)

Graf 7: Boxplot pro proměnnou Eurotel

Graf 8: Graf rozdělení četností proměnné Eurotel

Graf 9: Počet zákazníků Eurotelu

Graf 10: Graf prvních diferencí proměnné Eurotel

Graf 11: Boxplot pro proměnnou T-Mobile

Graf 12: Histogram proměnné T-Mobile

Graf 13: Časový vývoj proměnné T-Mobile

Graf 14: Graf 1. diferencí proměnné T-Mobile

Graf 15: Boxplot pro proměnnou Vodafone

Graf 16: Graf četností rozdělení proměnné Vodafone

Graf 17: Vývoj počtu zákazníků Vodafone

Graf 18: Graf 1. diferencí proměnné Vodafone

Graf 19: Graf skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Eurotel

Graf 20: Graf odchylek skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Eurotel

Graf 21: Graf časové řady proměnné Eurotel včetně předpovědi

Graf 22: Graf skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné T-Mobile

Graf 23: Graf odchylek skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné T-Mobile

Graf 24: Graf časové řady proměnné T-Mobile včetně předpovědi

Graf 25: Graf skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Vodafone

Graf 26: Graf odchylek skutečných a vyrovnaných hodnot proměnné Vodafone

Graf 27: Graf časové řady pro proměnnou Vodafone včetně předpovědi

## 10 Seznam obrázků

Obr. 1: Logo společnosti Eurotel

Obr. 2: Logo společnosti T-Mobile

Obr. 3: Logo společnosti Vodafone

Obr. 4: Výstup statistického programu SAS pro proměnnou Eurotel

Obr. 5: Výstup modulu SAS/INSIGHT pro proměnnou T-Mobile

Obr. 6: Výstup statistického programu SAS pro proměnnou Vodafone

Obr. 7: Přehled hodnot kritérií pro proměnnou Eurotel

Obr. 8: Hodnoty M.A.P.E. ostatních tvarů trendů pro proměnnou Eurotel.

Obr. 9: Přehled hodnot kritérií pro proměnnou T-Mobile

Obr. 10: Hodnoty M.A.P.E. vybraných tvarů trendů pro proměnnou T-Mobile

Obr. 11: Přehled hodnot kritérií pro proměnnou Vodafone

Obr. 12: Hodnoty M.A.P.E. vybraných tvarů trendů pro proměnnou Vodafone