Univerzita Palackého
v Olomouci

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Diplomová práce

Bc. Magdaléna Jagošová

ZAJÍMAVÉ GEOMETRICKÉ ÚLOHY ZE SOUTĚŽE
MATEMATICKÝ KLOKAN

V Olomouci 15.6.2017 vedoucí práce: Mgr. David Nocar, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a použila jen uvedenou literaturu a zdroje.

V Olomouci dne ________________ ________________________

Bc. Magdaléna Jagošová

Poděkování

Děkuji panu Mgr. Davidu Nocarovi, Ph.D. vedoucímu mé bakalářské práce.

Paní ředitelce Kateřině Glosové a paní učitelce Mileně Zapletalové za umožnění výzkumné části mé práce na ZŠ a MŠ Horká nad Moravou.

Obsah

Úvod

Ve své diplomové práci se zabývám zajímavými geometrickými příklady ze soutěže Matematický klokan. Geometrické příklady jsem si vybrala především proto, že žáci na základních školách nemají geometrii příliš v oblibě. Příklady z matematické soutěže Matematický klokan jsou pojaty zábavnou a neotřelou formou. Je tedy velká šance, že geometrie může nadchnout i žáky, pro které není tato disciplína v běžné výuce matematiky příliš atraktivní. Jakožto budoucí pedagog 2. stupně základních škol jsem se zaměřila na věkovou kategorii odpovídající žákům 2. stupně základních škol, šesté až deváté ročníky, jimž je věnována kategorie soutěže nazvaná Benjamín a Kadet.

Soutěž Matematický klokan pochází z Austrálie. Vznikla kolem roku 1980, kdy australský matematik Petera O´Hallorana, přišel s nápadem uspořádat matematickou soutěž, která není určena jen pro nejtalentovanější žáky, ale i pro žáky kteří matematiku nemají příliš v oblibě. Tato soutěž obsahuje především netradiční úlohy logického charakteru, k jejichž vyřešení není potřeba znát přesné matematické postupy. Dalším skvělým nápadem byla možnost srovnání výsledků s ostatními žáky v rámci třídy, školy, ale také na úrovni okresní a celostátní. Soutěž se rozšířila také do Evropy a v roce 1995 byla poprvé uspořádána v celé ČR.

V teoretické části práce se zabývám historií, vznikem, cíli soutěže, organizací soutěže, příslušnými kategoriemi, přípravou soutěžních příkladů a pravidly pro jednotlivé kategorie.

V praktické části vybírám a také řeším zajímavé geometrické příklady ze Sborníků Matematického klokana z předchozích ročníků pro kategorie Benjamín a Kadet. Následně z vybraných příkladů sestavuji testy.

Testy jsem aplikovala na škole ZŠ a MŠ Horká nad Moravou, kde probíhá výuka matematiky dle běžné metodiky i podle metody pana profesora Hejného. Srovnávám úspěšnost žáků vyučovaných těmito metodami, úspěšnost mezi jednotlivými verzemi v příslušných kategoriích a také úspěšnost v rámci ročníků a tříd jednotlivých kategorií. Zjišťuji, ve které verzi testu byli řešitelé úspěšnější a výsledky shrnuji.

V jedné kapitole mé práce seznamuji s Hejného metodou a s jejími hlavními principy ve výuce matematiky

1. Soutěž Matematický klokan

1.1 Historie soutěže

Tato soutěž pochází z Austrálie a vznikla kolem roku 1980, kdy australský matematik Petera O´Hallorana přišel s nápadem uspořádat matematickou soutěž. Jeho cílem bylo ukázat dětem, že matematika může být i zábavná. Tento matematik se snažil o vytvoření soutěže, která není určená jen pro nejtalentovanější žáky, ale i pro žáky, kteří matematiku nemají příliš v oblibě. Tato soutěž obsahuje především netradiční úlohy logického charakteru. Aby je děti vyřešily, nemusí znát přesné matematické postupy, postačí jim tzv. *obyčejný selský rozum*. Dále chtěl žákům dát možnost srovnat své výsledky s ostatními žáky, a to v rámci nejen jeho třídy či školy, ale i na úrovni okresní nebo celostátní.

V Evropě se tato soutěž poprvé konala ve Francii. Skupina francouzských matematiků, především André Deledicq, profesor matematiky na univerzitě v Paříži 7, a Jean-Pierre Boudine, profesor matematiky na Marseille, uspořádala v roce 1991 soutěž, jejímž symbolem se stal právě australský klokan. Za tuto soutěž dostali oba matematikové cenu *d'Alembert prize* Mathematical Society of France. Oceněna byla možnost výběru z více odpovědí, což bylo v té době pro oblast matematiky ve Francii neobvyklé. V následujících letech se Matematický klokan rozšířil do dalších zemí Evropy.

V České republice se poprvé pořádal Matematický klokan v roce 1994 na školách severní Moravy. O rok později, v roce 1995, byla soutěž poprvé uspořádána v celé České republice.

Mezinárodní asociace Klokan bez hranic (*Association Kangourou sans Frontières*) vznikla v roce 1993 se sídlem v Paříži. Členství již získalo 84 zemí, ale ne vždy se jedná o aktivní členství. Např. v roce 2016 se soutěže zúčastnilo jen 58 zemí. Prezidentem je Gregor Dolinar (Slovinsko), víceprezident Meike Akveld (Švýcarsko),

Andriy Dobisevych (Ukrajina) a Sussane Genow (Švédsko). Hlavním účelem asociace je projednání a příprava každoroční soutěže, která se koná ve všech zúčastněných zemích ve stejný den i čas. Mohou zde ale nastat drobné odlišnosti v termínech způsobené různými harmonogramy školního roku v jednotlivých zemích (např. prázdniny apod.).

Obrázek č. 1 - Přehledová mapa s vyznačenými sídly organizací států zapojených do AKSF.

V současné době soutěž u nás pořádá Jednota českých matematiků a fyziků ve spolupráci s Katedrou matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého v Olomouci [kategorie Klokánek (garant: dr. Martina Uhlířová), kategorie Benjamín (garant: dr. David Nocar), kategorie Kadet (garant: dr. Jitka Hodaňová)] a Katedrou algebry a geometrie Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci [(kategorie Junior (garant: dr. Vladimír Vaněk) a kategorie Student (garant: dr. Pavel Calábek)]. Pro žáky 2. a 3. třídy základní školy byla u nás zavedena kategorie Cvrček (garant: dr. Eva Nováková). Aktuálně (od roku 2017) je předsedou organizačního výboru soutěže v ČR doc. Jitka Laitochová z Katedry matematiky PdF UP a místopředsedou organizačního výboru soutěže, hospodářem a zástupcem České republiky v Association Kangourou sans Frontières je prof. Josef Molnár z Katedry algebry a geometrie PřF UP. Dlaší informace je možné získat na webových stránkách soutěže: http://www.matematickyklokan.net.

Matematický klokan je zařazen mezi soutěže, které jsou plně hrazeny z Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy. Počet řešitelů každým rokem roste, v tabulce uvedené níže se můžeme podívat na nárůst účastníků v letech 1995-2016.

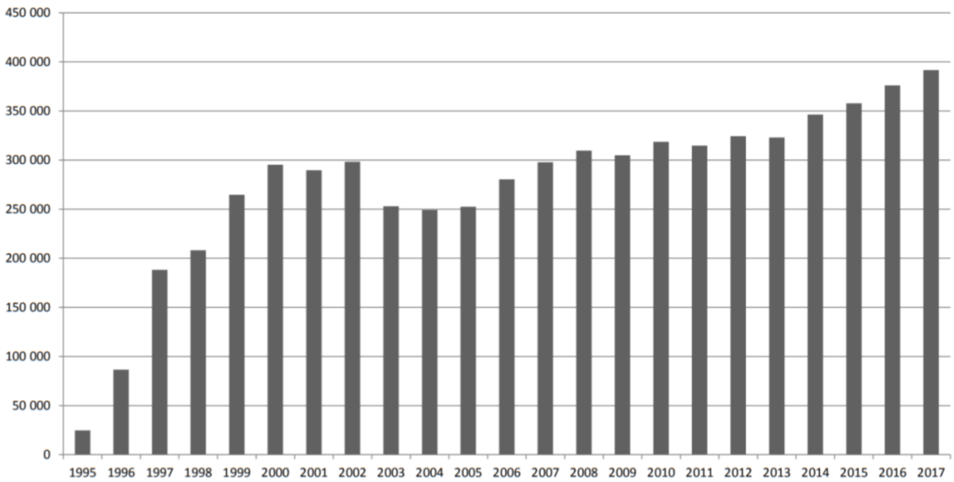
Vývoj počtu účastníků Matematického klokana v ČR v letech 1995-2017

	CVRČEK	KLOKÁNEK	BENJAMÍN	KADET	JUNIOR	STUDENT	CELKEM
1995		6 205	7 834	7 280	2 195	1 297	**24 811**
1996		18 522	30 819	27 262	6 148	3 938	**86 689**
1997		61 161	59 314	51 769	8 631	7 349	**188 224**
1998		62 963	67 417	57 653	11 580	8 484	**208 097**
1999		87 885	79 717	73 578	16 847	6 606	**264 633**
2000		95 426	87 304	81 893	20 384	10 319	**295 326**
2001		93 434	86 458	78 408	20 173	11 228	**289 701**
2002		99 204	86 785	81 440	20 479	10 428	**298 336**
2003		83 584	74 112	65 839	19 615	9 879	**253 029**
2004		78 275	75 609	68 324	17 345	9 729	**249 282**
2005	11 076*	70 886	72 090	69 425	18 333	10 690	**252 500**
2006	46 832	66 799	69 739	69 104	18 003	9 947	**280 424**
2007	60 744	70 705	66 840	71 491	17 804	10 274	**297 858**
2008	70 942	74 668	64 995	69 734	19 101	10 191	**309 631**
2009	70 084	75 624	64 258	65 694	18 711	10 599	**304 970**
2010	78 291	81 737	66 731	63 412	18 711	9 646	**318 528**
2011	79 758	84 031	65 461	60 404	16 326	8 721	**314 701**
2012	84 221	87 324	67 750	61 010	15 021	8 987	**324 313**
2013	86 011	86 065	67 794	59 408	15 503	8 243	**323 024**
2014	97 478	94 528	69 635	61 244	15 479	7 900	**346 264**
2015	102 346	96 763	71 120	64 074	15 559	7 894	**357 756**
2016	109 187	105 668	74 113	62 953	16 002	8 115	**376 038**
2017	115 925	111 013	75 330	65 443	16 326	7 568	**391 605**

* pouze experimentální ročník, výsledek nebyl zahrnut do celostátního sumáře

Tabulka č. 1- tabulka znázorňující vývoj počtu účastníků Matematického klokana v ČR v letech 1995-2017[1]

Vývoj matematického klokana v ČR



Graf znázorňuje výsledky z tabulky „Vývoj Matematického klokana“

Obrázek č. 2 – graf znázorňující vývoj matematického klokana v ČR[2]

[1] tabulka byla převzata z elektronické podoby sborníku Matematický klokan 2017

1.2 Cíle soutěže

Matematický klokan se snaží zvýšit zájem žáků o matematiku. Především chce soutěží poukázat na to, že matematika není žádná nuda a snaží se žákům navrátit *chuť* k přemýšlení a počítání. Tohoto chce dosáhnout prostřednictvím netradičních a zajímavých příkladů, které bychom v běžných učebnicích matematiky jen stěží hledali. Příklady se od těch klasických, se kterými se setkáváme v klasické výuce matematiky, liší především svým obsahem a formou zadání. A právě kvůli nedostatku takovýchto úloh se nemůžeme divit, že se matematika stává jako předmět pro žáky dosti neoblíbená až nudná, ve většině případů ji žáci doslova nesnáší, což je velká škoda. Tím, že žáci nemají potřebnou motivaci, postupně ztrácí zájem o studium matematiky, čemuž se dá vyvarovat zařazením právě úloh podobného charakteru jako jsou v soutěži Matematický klokan. Právě úlohy, které dokáží žáka zaujmout svým obsahem, vzbudit jeho aktivitu a tvůrčí činnost, jsou skvělým nástrojem k navrácení *chuti* žáků k matematice. Není proto divu, že se soutěž stala oblíbenou po celém světě.[3]

1.3 Příprava soutěžních úloh

Výsledný soubor úloh k soutěži pro daný ročník je připravován na mezinárodních pracovních seminářích (Annual meeting), kde se setkávají zástupci jednotlivých členských zemí. Tyto semináře se konají každoročně, vždy na podzim. Několik měsíců před vlastním mezinárodním meetingem vkládají do online systému KSF jednotliví garanti kategorií úlohy pro nadcházející ročník. Bezprostředně před vlastním meetingem mají všichni účastníci možnost vložené úlohy komentovat popř. navrhovat na vyřazení. Výsledný soubor úloh je sestaven na mezinárodním meetingu zástupců zúčastněných zemí. Při výběru se přihlíží k učebním osnovám, protože v každé zemi jsou osnovy poněkud odlišné. Jde o to, aby žáci stejného věku a stejného stupně vzdělání nedostali typy příkladů na učivo, které se ještě neučili. Žáci by tedy nebyli schopni takové příklady vyřešit a vůči vrstevníkům z jiných států by byli znevýhodněni.

[2] graf převzat z elektronické podoby sborníku Matematický klokan 2017
[3] Suma JČMF: Matematický klokan [online]. [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: http://www.suma.jcmf.cz/souteze/matematicky-klokan/

Proto má každá země možnost změnit maximálně 5 úloh, a tím se vyvarovat výše zmíněnému problému.

1.4 Kategorie soutěže

Matematický klokan se skládá z několika kategorií:

1. Kategorie se nazývá **Cvrček** a je pro žáky 2. a 3. třídy ZŠ.

2. Kategorie se nazývá **Klokánek** a je určená pro žáky 4. a 5. třídy ZŠ.

3. Kategorie se nazývá **Benjamín** a je určená pro žáky 6. a 7. třídy ZŠ a žáky primy a sekundy víceletých gymnázií.

4. Kategorie je nazvána **Kadet** a je určená pro žáky 8. a 9. tříd ZŠ a žáky tercie a kvarty víceletých gymnázií.

5. Kategorie s názvem **Junior** je určená pro žáky 1. a 2. ročníku SŠ a kvinty a sexty víceletých gymnázií.

6. Kategorie **Student**, je určena pro žáky 3. a 4. ročníku SŠ a septimy a oktávy víceletých gymnázií.

1.5 Organizace a pravidla soutěže

Z rozdělení žáků podle tříd do výše uvedených kategorií vyplývá, že je soutěž určena pro žáky ve věku od 7 do 19 let. Soutěž probíhá každý rok celorepublikově, a to vždy třetí týden v březnu. Žáci se soutěže účastní ve škole v rámci výuky. Jedná se o jednorázovou individuální soutěž, která dle možností probíhá ve všech zúčastněných zemích ve stejný den a ve stejnou hodinu. Tato skutečnost dává soutěži jedinečnou atmosféru, protože všichni žáci po celém světě řeší, až na drobné změny, tytéž příklady ve stejnou chvíli.

Nejnovější kategorií soutěže je kategorie Cvrček (2. - 3. třída ZŠ), která vznikla v ČR až deset let po zahájení soutěže. V rámci každé kategorie je v zadání 24 úloh (v kategorii Cvrček 18 úloh) a k nim 5 různých možností odpovědí. Příklady jsou rozděleny do skupin podle obtížnosti, tedy snadnější úkoly jsou ohodnoceny třemi body, středně obtížné čtyřmi body a nejobtížnější pěti body. V případě, kdy žák odpoví špatně, je mu jeden bod strháván, a aby se nestalo, že by se žák dostal do mínusových bodů, je mu uděleno před začátkem řešení soutěže 24 bodů (v kategorii Cvrček 18 bodů). V případě, kdy žák na danou úlohu neodpoví, dostává 0 bodů, tedy žádný bod neztrácí ani nezískává. Maximálně lze získat 120 bodů (v kategorii Cvrček 90 bodů) i se sečtením původních přidělených bodů, které žáci dostanou na začátku soutěže. Své odpovědi řešitelé zaškrtávají na kartu odpovědí, viz obrázek níže.

KARTA ODPOVĚDÍ

3 body

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

4 body

	A	B	C	D	E
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					

5 bodů

	A	B	C	D	E
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					

Kategorie: ___________________________________

Jméno: ___________________________________

Příjmení: ___________________________________

Třída: _____________

Získal(a) celkem ________ **bodů.**

Obrázek č. 2 - karta odpovědí matematického Klokana[4]

[4] Glouny: Klokan. *Glouny: Karta odpovědí* [online]. [cit. 2017-12-05]. Dostupné z: http://www.glouny.cz/klokan/

Časový limit je 60 minut pro kategorie na ZŠ, pro starší žáky na SŠ a víceletých gymnáziích je časová dotace 75 minut. Po ukončení soutěže učitelé opraví a vyhodnotí nejúspěšnější řešitele, a poté se jednotlivá řešení zašlou na celostátní vyhodnocení do Olomouce, kde jsou každoročně zveřejňovány spolu se zadáním a správnými odpověďmi na webu soutěže. Nejenom nejlepší řešitelé jsou odměněni knížkami a diplomy, myslí se také na ostatní řešitele, kde každý účastník této soutěže dostane osvědčení o účasti.

Obrázek č. 3 - osvědčení účastníka v soutěži[5]

1.6 Pravidla pro jednotlivé kategorie Matematického klokana

1.6.1 Kategorie Cvrček

Test obsahuje 18 úloh, na jejichž vypracování mají žáci časový limit 60 minut. Test obsahuje úlohy tří stupňů obtížnosti. První část je hodnocena 3 body za správně vypočítaný příklad, jedná se o nejjednodušší příklady. V této části je celkem šest úloh (úloha 1. – 6.). V druhé části, kde jsou úlohy hodnoceny 4 body, se jedná o úlohy

[5] Glouny: Klokan. *Glouny* [online]. [cit. 2017-12-05]. Dostupné z: http://www.glouny.cz/klokan/

střední obtížnosti, zde je rovněž 6 úloh (úloha 7. – 12.). Poslední část obsahuje úlohy hodnocené 5 body, zde jsou úlohy nejvyššího stupně obtížnosti s počtem 6 úloh (úloha 13. – 18.).

Řešitel získává body, za každou správnou odpověď v hodnotě bodové dotace dle příslušné části, ve které se úloha nachází (tedy 3 body, 4 body nebo 5 bodů). Za nezodpovězenou odpověď se neodčítá ani nepřičítá žádný bod. Pokud řešitel odpoví špatně, odčítá se vždy 1 bod, nezávisí na tom, v jaké bodové dotaci se úloha nachází. Soutěžícímu je na začátku soutěže přiděleno 18 bodů, aby se při všech špatných odpovědích nedostal do mínusu. Maximální počet bodů, které může řešitel získat je 90 (i s výše zmiňovanými 18 body, které jsou soutěžícím přiděleny na začátku soutěže).

Soutěžící si v každé kategorii vybírá z nabídnutých 5 odpovědí (a, b, c, d, e). Správná odpověď je pouze jedna a tu zaznamená přímo do testu (karty odpovědí se nepoužívají). Pořadí řešitelů je v této kategorii s dělenými místy, tedy na jednom místě se může umístit více soutěžících.

CVRČEK 2017

Tabulka uvádí počty soutěžících, kteří získali příslušný počet bodů.

90	51	**75**	260	**60**	651	**45**	1736	**30**	2987	**15**	1142
89	X	**74**	388	**59**	941	**44**	1996	**29**	3227	**14**	1380
88	X	**73**	237	**58**	1029	**43**	2250	**28**	3665	**13**	1112
87	9	**72**	100	**57**	1070	**42**	2436	**27**	3745	**12**	1048
86	12	**71**	141	**56**	812	**41**	2067	**26**	3156	**11**	478
85	119	**70**	314	**55**	927	**40**	2217	**25**	2982	**10**	516
84	64	**69**	587	**54**	1223	**39**	2580	**24**	3091	**9**	486
83	17	**68**	518	**53**	1435	**38**	2845	**23**	3316	**8**	485
82	22	**67**	244	**52**	1337	**37**	2877	**22**	3225	**7**	118
81	51	**66**	294	**51**	1278	**36**	2713	**21**	2766	**6**	159
80	171	**65**	482	**50**	1316	**35**	2709	**20**	2311	**5**	159
79	248	**64**	714	**49**	1609	**34**	3070	**19**	2240	**4**	178
78	79	**63**	816	**48**	1862	**33**	3461	**18**	2559	**3**	29
77	56	**62**	617	**47**	1827	**32**	3356	**17**	2005	**2**	19
76	113	**61**	448	**46**	1728	**31**	3079	**16**	1624	**1**	31
										0	77

Tabulka č. 2 – uvádí bodové zisky v kategorii Cvrček 2017[6]

1.6.2 Kategorie Klokánek, Benjamín a Kadet

Soutěžní test má 24 úloh. Řešitelé mají na zadání testu 15 min a na samotné řešení 60 minut. Při řešení úloh není dovoleno používání tabulek, kalkulaček a jakékoliv literatury.

[6] Tabulka převzata z elektronické podoby sborníku Matematický klokan 2017

Test se skládá rovněž z úloh o třech úrovních obtížnosti. První úroveň, ta nejjednodušší, za 3 body se skládá celkem z 8 úloh (úloha 1. – 8.). Druhá úroveň, středně těžká, za 4 body obsahuje rovněž 8 úloh (úloha 9. – 16.). A poslední třetí úroveň, nejtěžší, úlohy za 5 bodů, také obsahuje 8 úloh (úloha 17. – 24.).

Za každou správnou odpověď získává řešitel body podle toho, ve kterém stupni náročnosti se úloha nachází (může tedy získat 3 body, 4 body nebo 5 bodů). Za nezodpovězenou úlohu se neodčítá ani nepřičítá žádný bod. Pokud řešitel odpoví špatně, odčítá se vždy 1 bod, nezávisí na tom, v jaké bodové dotaci se úloha nachází. Soutěžícímu je na začátku soutěže přiděleno 24 bodů, aby se při všech špatných odpovědích nedostal do mínusu. Maximální počet bodů, které může řešitel získat je 120 (i s výše zmiňovanými 24 body, které jsou soutěžícím přiděleny na začátku soutěže).

Soutěžící si v každé kategorii vybírá z nabídnutých 5 odpovědí (a, b, c, d, e). Správná odpověď je pouze jedna a tu zaznamená do záznamového archu pro odpovědi. Pořadí řešitelů je v kategorii Klokánek s dělenými místy, tedy na jednom místě se může umístit více soutěžících. Pořadí řešitelů v kategoriích Benjamín a Kadet je bez dělených míst, tedy na jednom místě se může umístit pouze jeden soutěžící.

KLOKÁNEK 2017

Tabulka uvádí počty soutěžících, kteří získali příslušný počet bodů.

120	113	**100**	180	**80**	935	**60**	2106	**40**	1773	**20**	298
119	X	**99**	323	**79**	928	**59**	2093	**39**	1675	**19**	305
118	X	**98**	369	**78**	1008	**58**	2139	**38**	1704	**18**	285
117	9	**97**	442	**77**	1210	**57**	2259	**37**	1672	**17**	193
116	33	**96**	284	**76**	1245	**56**	2303	**36**	1513	**16**	148
115	94	**95**	295	**75**	1280	**55**	2155	**35**	1332	**15**	120
114	186	**94**	405	**74**	1265	**54**	2256	**34**	1351	**14**	158
113	5	**93**	524	**73**	1309	**53**	2282	**33**	1314	**13**	104
112	18	**92**	523	**72**	1512	**52**	2423	**32**	1365	**12**	90
111	26	**91**	498	**71**	1567	**51**	2307	**31**	1112	**11**	51
110	115	**90**	452	**70**	1583	**50**	2217	**30**	1000	**10**	43
109	198	**89**	512	**69**	1508	**49**	2180	**29**	880	**9**	52
108	208	**88**	643	**68**	1641	**48**	2247	**28**	904	**8**	39
107	24	**87**	673	**67**	1764	**47**	2295	**27**	817	**7**	13
106	57	**86**	747	**66**	1896	**46**	2160	**26** [7]	664	**6**	27
105	177	**85**	711	**65**	1888	**45**	2100	**25**	618	**5**	17
104	260	**84**	668	**64**	1814	**44**	2074	**24**	687	**4**	10
103	275	**83**	810	**63**	1908	**43**	2088	**23**	533	**3**	6
102	217	**82**	894	**62**	2139	**42**	2035	**22**	486	**2**	5
101	102	**81**	1032	**61**	2026	**41**	1901	**21**	401	**1**	3
										0	97

Tabulka č. 3- uvádí bodové zisky v kategorii Klokánek 2017[8]

[7] Tabulka převzata z elektronické podoby sborníku Matematický klokan 2017

BENJAMÍN 2017

Tabulka uvádí počty soutěžících, kteří získali příslušný počet bodů.

120	14	**100**	59	**80**	441	**60**	1215	**40**	1703	**20**	502
119	X	**99**	79	**79**	453	**59**	1311	**39**	1541	**19**	439
118	X	**98**	124	**78**	409	**58**	1241	**38**	1594	**18**	394
117	0	**97**	137	**77**	469	**57**	1289	**37**	1545	**17**	311
116	2	**96**	149	**76**	534	**56**	1343	**36**	1512	**16**	255
115	11	**95**	72	**75**	592	**55**	1402	**35**	1444	**15**	210
114	66	**94**	137	**74**	564	**54**	1424	**34**	1421	**14**	221
113	0	**93**	173	**73**	582	**53**	1424	**33**	1319	**13**	187
112	1	**92**	180	**72**	681	**52**	1456	**32**	1283	**12**	122
111	3	**91**	215	**71**	705	**51**	1536	**31**	1177	**11**	75
110	28	**90**	208	**70**	726	**50**	1581	**30**	1110	**10**	96
109	35	**89**	191	**69**	789	**49**	1552	**29**	1102	**9**	84
108	109	**88**	216	**68**	779	**48**	1572	**28**	1044	**8**	74
107	4	**87**	265	**67**	834	**47**	1626	**27**	958	**7**	13
106	7	**86**	306	**66**	899	**46**	1686	**26**	859	**6**	31
105	21	**85**	302	**65**	957	**45**	1629	**25**	792	**5**	25
104	64	**84**	289	**64**	1002	**44**	1658	**24**	854	**4**	29
103	97	**83**	274	**63**	1033	**43**	1609	**23**	650	**3**	8
102	145	**82**	337	**62**	1056	**42**	1644	**22**	618	**2**	9
101	21	**81**	432	**61**	1127	**41**	1586	**21**	493	**1**	7
										0	30

Tabulka č. 4 -uvádí bodové zisky v kategorii Benjamín 2017[9]

KADET 2017

Tabulka uvádí počty soutěžících, kteří získali příslušný počet bodů.

120	33	**100**	42	**80**	246	**60**	1171	**40**	1604	**20**	362
119	X	**99**	87	**79**	241	**59**	958	**39**	1647	**19**	355
118	X	**98**	80	**78**	291	**58**	920	**38**	1721	**18**	250
117	0	**97**	83	**77**	313	**57**	1042	**37**	1572	**17**	212
116	4	**96**	71	**76**	353	**56**	1093	**36**	1597	**16**	177
115	11	**95**	55	**75**	353	**55**	1166	**35**	1504	**15**	162
114	42	**94**	90	**74**	368	**54**	1176	**34**	1444	**14**	140
113	0	**93**	117	**73**	426	**53**	1211	**33**	1398	**13**	117
112	4	**92**	103	**72**	420	**52**	1270	**32**	1365	**12**	68
111	5	**91**	118	**71**	447	**51**	1404	**31**	1219	**11**	43
110	24	**90**	122	**70**	509	**50**	1454	**30**	1081	**10**	62
109	45	**89**	123	**69**	539	**49**	1425	**29**	1052	**9**	51
108	61	**88**	131	**68**	604	**48**	1512	**28**	959	**8**	50
107	2	**87**	173	**67**	587	**47**	1545	**27**	902	**7**	12
106	15	**86**	156	**66**	615	**46**	1597	**26**	829	**6**	22
105	29	**85**	207	**65**	660	**45**	1615	**25**	694	**5**	17
104	64	**84**	207	**64**	629	**44**	1654	**24**	720	**4**	15
103	75	**83**	236	**63**	777	**43**	1620	**23**	586	**3**	5
102	53	**82**	270	**62**	772	**42**	1784	**22**	518	**2**	6
101	26	**81**	226	**61**	862	**41**	1630	**21**	438	**1**	2
										0	16

Tabulka č. 5 - uvádí bodové zisky v kategorii Benjamín 2017[10]

---

[8] Tabulka převzata z elektronické podoby sborníku Matematický klokan 2017
[9] Tabulka převzata z elektronické podoby sborníku Matematický klokan 2017

1.6.3 Kategorie Junior a Student

Soutěžní test obsahuje 24 úloh. Řešitelé mají na zadání testu 15 minut a na vyřešení úloh 75 minut. Při řešení úloh není dovoleno používání tabulek, kalkulaček a jakékoliv literatury.

Test se skládá rovněž z úloh o třech úrovních obtížnosti. První úroveň, ta nejjednodušší, za 3 body se skládá celkem z 8 úloh (úloha 1. – 8.). Druhá úroveň, středně těžká, za 4 body obsahuje rovněž 8 úloh (úloha 9. – 16.). A poslední třetí úroveň, nejtěžší, úlohy za 5 bodů, také obsahuje 8 úloh (úloha 17. – 24.).

Za každou správnou odpověď získává řešitel body podle toho, ve kterém stupni náročnosti se úloha nachází (za správně vyřešenou úlohu může tedy získat 3 body, 4 body nebo 5 bodů). Za nezodpovězenou odpověď se neodčítá ani nepřičítá žádný bod. Pokud řešitel odpoví špatně, odčítá se vždy 1 bod, nezávisí na tom, v jaké bodové dotaci se úloha nachází. Soutěžícímu je na začátku soutěže přiděleno 24 bodů, aby se při všech špatných odpovědích nedostal do mínusu. Maximální počet bodů, které může řešitel získat je 120 (i s výše zmiňovanými 24 body, které jsou soutěžícím přiděleny na začátku soutěže).

Soutěžící si v každé kategorii vybírá z nabídnutých 5 odpovědí (a, b, c, d, e). Správná odpověď je pouze jedna a tu zaznamená do záznamového archu pro odpovědi. Pořadí řešitelů je v této kategorii bez dělených míst, tedy na jednom místě se může umístit pouze jeden soutěžící. Při stejném počtu bodů rozhodne o pořadí řešitelů jejich věk, v tomto případě mají mladší řešitelé výhodu, budou na lepší pozici než starší žáci.

---

[7] Tabulka převzata z elektronické podoby sborníku Matematický klokan 2017

JUNIOR 2017

Tabulka uvádí počty soutěžících, kteří získali příslušný počet bodů.

120	2	**100**	2	**80**	43	**60**	200	**40**	398	**20**	114
119	X	**99**	8	**79**	52	**59**	218	**39**	390	**19**	110
118	X	**98**	11	**78**	46	**58**	213	**38**	441	**18**	110
117	0	**97**	7	**77**	49	**57**	256	**37**	425	**17**	78
116	0	**96**	4	**76**	57	**56**	238	**36**	401	**16**	73
115	0	**95**	13	**75**	56	**55**	285	**35**	403	**15**	56
114	3	**94**	14	**74**	62	**54**	281	**34**	427	**14**	58
113	0	**93**	12	**73**	83	**53**	300	**33**	430	**13**	35
112	0	**92**	21	**72**	86	**52**	309	**32**	357	**12**	19
111	0	**91**	13	**71**	105	**51**	325	**31**	361	**11**	29
110	3	**90**	15	**70**	112	**50**	303	**30**	321	**10**	25
109	4	**89**	13	**69**	130	**49**	363	**29**	315	**9**	19
108	4	**88**	22	**68**	119	**48**	381	**28**	336	**8**	21
107	1	**87**	23	**67**	113	**47**	363	**27**	311	**7**	4
106	2	**86**	30	**66**	123	**46**	381	**26**	235	**6**	8
105	3	**85**	27	**65**	165	**45**	427	**25**	243	**5**	10
104	4	**84**	28	**64**	165	**44**	391	**24**	201	**4**	6
103	1	**83**	38	**63**	179	**43**	423	**23**	209	**3**	1
102	5	**82**	37	**62**	180	**42**	413	**22**	166	**2**	1
101	2	**81**	37	**61**	199	**41**	427	**21**	147	**1**	0
										0	2

Tabulka č. 6 - uvádí bodové zisky v kategorii Junior 2017[11]

STUDENT 2017

Tabulka uvádí počty soutěžících, kteří získali příslušný počet bodů.

120	5	**100**	4	**80**	12	**60**	89	**40**	191	**20**	41
119	X	**99**	3	**79**	14	**59**	122	**39**	187	**19**	47
118	X	**98**	7	**78**	21	**58**	134	**38**	213	**18**	35
117	0	**97**	5	**77**	28	**57**	100	**37**	227	**17**	25
116	3	**96**	2	**76**	26	**56**	126	**36**	176	**16**	20
115	9	**95**	7	**75**	42	**55**	141	**35**	180	**15**	19
114	8	**94**	8	**74**	37	**54**	127	**34**	165	**14**	21
113	0	**93**	8	**73**	31	**53**	146	**33**	187	**13**	14
112	0	**92**	9	**72**	24	**52**	161	**32**	157	**12**	15
111	1	**91**	8	**71**	53	**51**	152	**31**	166	**11**	22
110	2	**90**	3	**70**	44	**50**	152	**30**	167	**10**	11
109	4	**89**	9	**69**	46	**49**	173	**29**	123	**9**	7
108	5	**88**	10	**68**	55	**48**	177	**28**	128	**8**	6
107	0	**87**	16	**67**	51	**47**	186	**27**	150	**7**	1
106	2	**86**	9	**66**	64	**46**	192	**26**	93	**6**	1
105	2	**85**	6	**65**	66	**45**	210	**25**	96	**5**	0
104	5	**84**	7	**64**	87	**44**	190	**24**	133	**4**	0
103	6	**83**	15	**63**	72	**43**	180	**23**	84	**3**	0
102	3	**82**	31	**62**	84	**42**	215	**22**	78	**2**	0
101	2	**81**	16	**61**	78	**41**	183	**21**	49	**1**	0
										0	2

Tabulka č. 6 - uvádí bodové zisky v kategorii Student 2017[12]

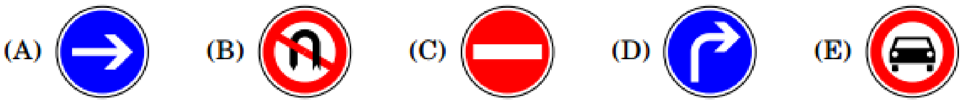
[11] Tabulka převzata z elektronické podoby sborníku Matematický klokan 2017
[12] Tabulka převzata z elektronické podoby sborníku Matematický klokan 2017

2. Zajímavé geometrické úlohy ze soutěže Matematický klokan

2.1 Kategorie Benjamín

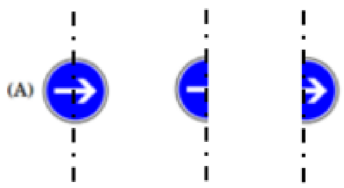
2.1.1 Úlohy za 3 body

1. Která z těchto dopravních značek má nejvíce os souměrnosti?

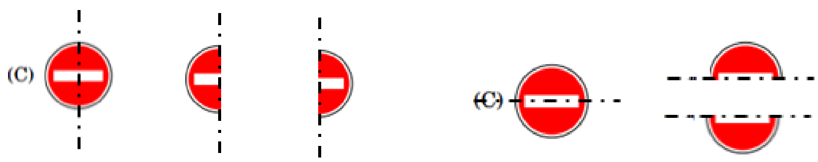


Řešení:

Do značek si vkreslíme svislou a vodorovnou osu souměrnosti, každá osa nám značku rozdělí na dvě části. Při jednotlivém vkreslování os do značek zjišťujeme, že pouze jedna značka je souměrná podle obou výše zmiňovaných os.

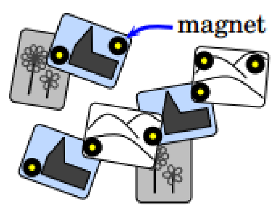


Příklad postupu u možnosti za (A), kde značka není souměrná podle svislé osy. Obdobně postupujeme u dalších značek, až dojdeme k možnosti za (C), kde zjišťujeme, že je značka souměrná jak podle svislé osy, tak podle osy vodorovné.



Správná odpověď je (C).

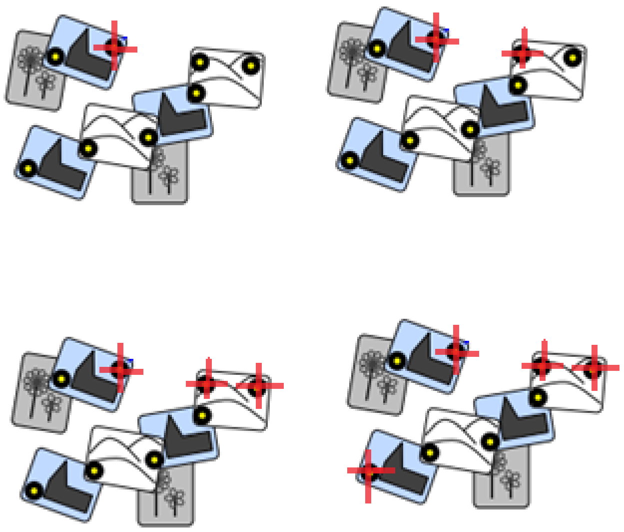
2. Linda má na ledničce silnými magnety připevněno sedm pohlednic. Podívej se na obrázek vpravo. Urči největší počet magnetů, které může Linda odstranit, aby žádná pohlednice nespadla.



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

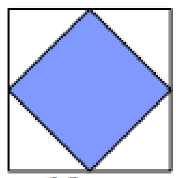
Řešení:

Vycházíme z faktu, že aby dvě pohlednice mezi sebou drželi, musí je spojovat jeden magnet. Z obrázků níže je červeným křížkem označeno odebrání magnetu. Postupným odebíráním docházíme k závěru, že můžeme odebrat 4 magnety.



Správná odpověď je (C).

3. Katka narýsovala čtverec o délce strana 10cm. Dále sestrojila menší čtverec s vrcholy ve středech stran původního čtverce (viz obr.). Vypočti obsah menšího čtverce.

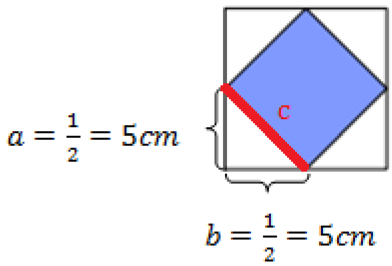


10 cm

(A) $10cm^2$ (B) $20cm^2$ (C) $25cm^2$ (D) $40cm^2$ (E) $50cm^2$

Řešení:

Pomocí Phytagorovy věty, vypočítáme délku jedné ze stran menšího čtverce, která je zároveň přeponou pravoúhlého trojúhelníka o délkách odvěsen 5cm (víme, že délka větší strany čtverce je 10 cm a vnitřní čtverec ji rozděluje přesně v polovině). Když známe délku strany menšího čtverce, pak už je jednoduché vypočítat jeho obsah.



Délka strany *c*:

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 5^2 + 5^2$

$c^2 = 25 + 25$

$c^2 = \sqrt{50}$

$c \doteq 7{,}07$

Obsah menšího čtverce:

$S = a^2$

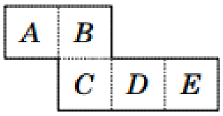
$S = 7{,}07^2$

$\underline{\underline{S \doteq 50cm^2}}$

Správná odpověď je (E).

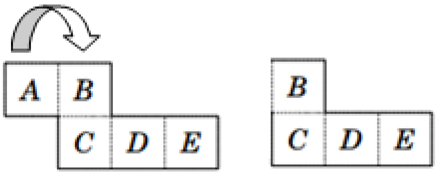
4. Z listu papíru byl vystřižen obrazec složený z pěti čtverců (podívej se na obrázek). Když přeložíš papír v tečkovaných čarách, můžeš sestavit otevřenou krabici. Představ si, že krabici postavíš otvorem vzhůru. Které písmeno je na dně krabice?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

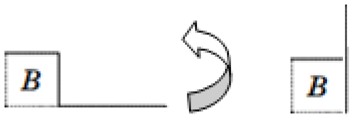


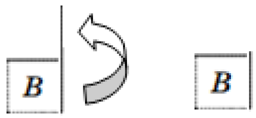
Řešení:

Úkol je na geometrickou představivost. Při postupném skládání jednotlivých čtverců zjišťujeme, že písmeno na dně krabice je písmeno B.

a)


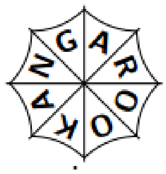
b)

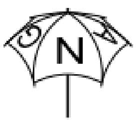

c)


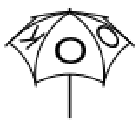
d)


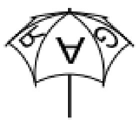
Správná odpověď je (B).

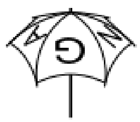
5. Na deštníku mám shora napsáno slovo KANGAROO tak, jak vidíš na obrázku. Na kterém z obrázků (A)-(E) není můj deštník?



(A)


(B)


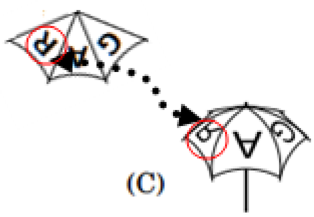
(C)


(D)


(E)

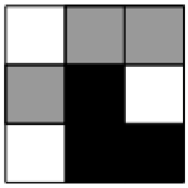

Řešení:

Při pozorném sledovávání deštníků zjistíme, že u možnosti za (C), je zrcadlově překlopené písmeno **R**. Tudíž můj deštník není na obrázku za C.



Správná odpověď je (C).

6. Daniel vybarvil 9 čtverečků černou, bílou a šedou barvou tak, jak vidíš na obrázku. Vyber nejmenší počet čtverečků, které musí Daniel přemalovat, aby žádné dva čtverečky se společnou stranou nebyly stejné barvy.

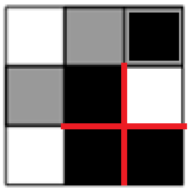


(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Řešení:

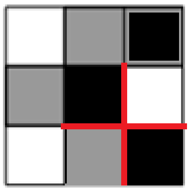
Postupujeme po řádcích, v každém musí být všechny tři barvy. V prvním řádku chybí černá barva, ve druhém jsou všechny tři obsažené a ve třetím chybí šedá barva. Viz. obrázek, stačí nám tedy přebarvit pouze 2 čtverečky.

a)



první přebarvíme poslední čtverec první řady na černo

b)

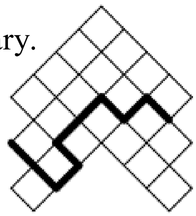


pak už jen přebarvíme v posledním řádku prostřední

čtvereček na šedou barvou

Správná odpověď je (A).

7. Každý čtvereček na obrázku má obsah 4cm^2. Urči délku zvýrazněné čáry.



(A) 16 cm (B) 18cm (C) 20 cm (D) 21 cm (E) 23cm

Řešení:

Jako první potřebujeme zjistit délku strany jednoho čtverečku, což vypočítáme ze vzorce pro obsah čtverce. A pak už jen spočítáme počet vyznačených stran a vynásobíme jej délkou zjištěné strany.

Délka strany *a*: Délka vyznačené čáry:

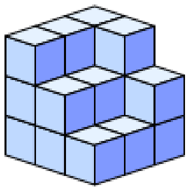
$S = a^2$ $\underline{9 * 2 = 18cm}$

$4 = a^2$

$\sqrt{4} = a$

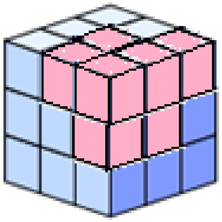
$a = 2cm$

Správná odpověď je (B).



8. Kolik malých krychlí musíš doplnit, aby ze stavby na obrázku vznikla krychle?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

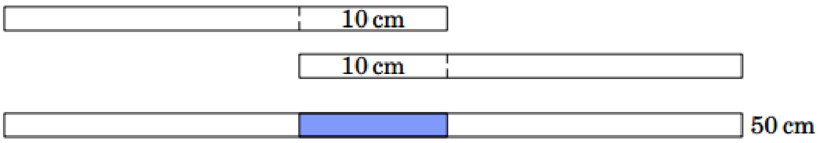


Řešení:

Příklad je řešen graficky, viz obrázek.

Správně odpověď je (C).

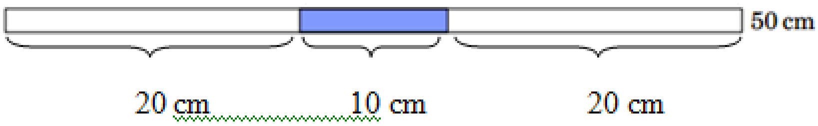
9. Evička má 4 papírové proužky stejné délky. Dva z nich slepila dohromady s 10cm přelepem a získala tak proužek o délce 50cm (viz.obrázek). Ze zbylých dvou proužků chce udělat proužek o délce 56cm. Jak dlouhý bude muset být přelep?



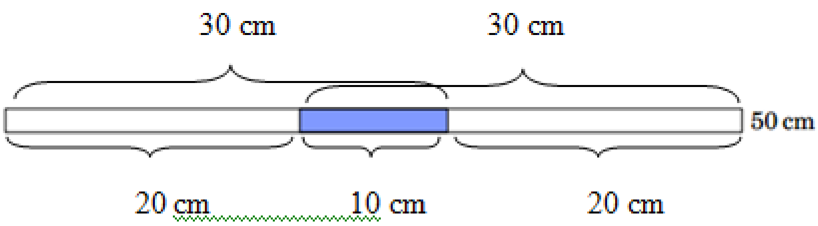
(A) 4cm (B) 6cm (C) 8cm (D) 10cm (E) 12 cm

Řešení:

Doplníme si velikosti jednotlivých proužků. Víme, že přelep je 10cm a délka nového proužku je 50cm, to znamená, že délka levé strany proužku k přelepu je 20cm a taktéž délka pravé strany k přelepu je 20cm.



Tedy délka jednoho proužku před přelepem je 30cm.



Když přiložíme dva proužky k sobě, tak aniž by se nepřekrývaly, ale byly těsně u sebe dostaneme délku 60cm. Požadovaná délka nového proužku má být 56cm. Rozdílem těchto dvou délek zjišťujeme délku přelepu.

$Délka\ dvou\ proužků\ položených\ těsně\ vedle\ sebe:$

$30 + 30 = 60\ cm$

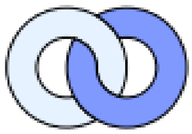
$Délka\ přelepu:$

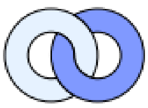
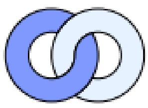
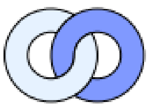
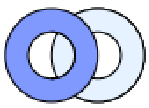
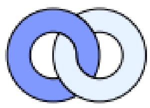
$60 - 56 = 4cm$

Délka přelepu je 4cm.

Správná odpověď je (A).

10. Petr a Marek se dívají na dva propletené kruhy- jeden tmavý a druhý světlý. Petr sedí před těmito kruhy a vidí je tak, jak je ukázáno na obrázku. Marek sedí naproti Petrovi a na kruhy se dívá z druhé strany. Jak vidí propletené kruhy Marek?



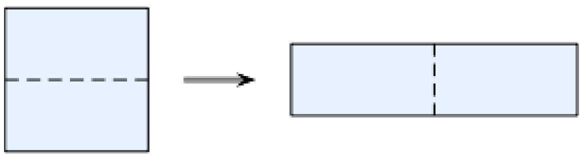
(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

Řešení:

Příklad na prostorovou představivost. Laicky řečeno to, co je na obrázku zobrazeno „v popředí“, musí být zobrazeno z druhé strany „v pozadí.“

Správná odpověď je (E).

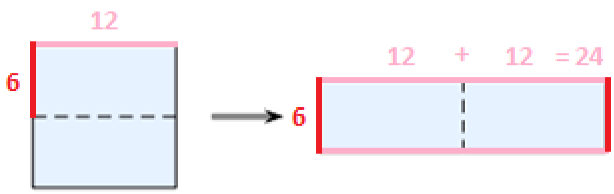
11. Čtverec o obvodu 48 cm jsme rozdělili na dvě shodné části a přiložili k sobě tak, že vznikl obdélník (podívej se na obrázek). Urči obvod obdélníku.



(A) 24 cm (B) 30 cm (C) 48 cm (D) 60 cm (E) 72 cm

Řešení:

Vycházíme se vzorečku pro obvod čtverce, kde si vyjádříme délku jedné strany čtverce. Při přeložení čtverce získáváme polovinu z jedné strany, tedy získáváme rozměry stran jednoho obdélníka. Pak je poskládáme do velkého obdélníka, který je složený z rozměrů předešlého obdélníka.



$Délka\ strany\ čtverce$:

$o = 4 \times a$

$48 = 4 \times a$

$a = 48 \div 4$

$a = 12\ cm$

$Rozměry\ po\ přeložení\ čtverce\ na\ obdelník$:

$a = 12$

$a_{\frac{1}{2}} = 6\ cm$

$Obvod\ výsledného\ obdélníku$:

$o = 2 \times (24 + 6)$

$o = 2\ \times 30$

$o = 60\ cm$

Obvod výsledného obdélníka je 60 cm.

Správná odpověď je (D).

12.. Na perlovém náhrdelníku, který vidíš na obrázku, jsou navlečeny šedé a bílé perly. Petra chce z náhrdelníku stáhnout 5 šedých perel. Perly může stahovat z obou konců náhrdelníku. Aby Petra šedé perly získala, musí současně stáhnout i některé bílé perly. Urči nejmenší počet bílých perel, které musí Petra z náhrdelníku stáhnout.

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Řešení:

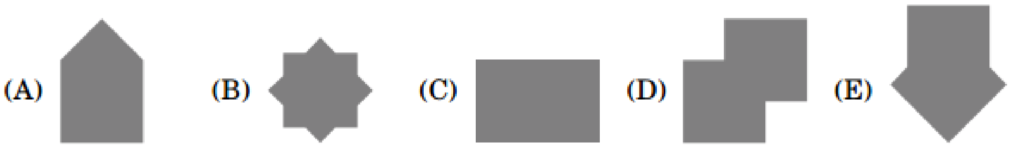
Řešení je znázorněno graficky, v prvním kroku odebereme z obou konců náhrdelníku jednu šedou perlu. V druhém kroku se nevyhneme odebírání bílých perel, z levého konce odebereme jednu bílou perlu a z pravého konce dvě bílé perly. Ve třetím kroku odebereme z levého konce jednu šedou perlu a z pravého konce dvě šedé perly. Tímto jsme získaly požadovaný počet šedých perel.

Nejmenší počet bílých perel, které musí Petra stáhnout z náhrdelníku je 3.

Správná odpověď je (B).

2.1.2 Úlohy za 4 body

1. Petr si vystřihnul z papíru dva shodné čtverce. Který z následujících obrazců nemůže vytvořit, pokud položí tyto dva čtverce na sebe?

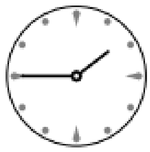


Řešení:

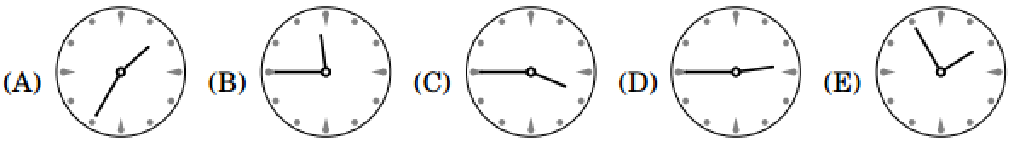
Při otáčení a skládání dvou čtverců, nemůže vzniknout možnost za A.

Správná odpověď je (A).

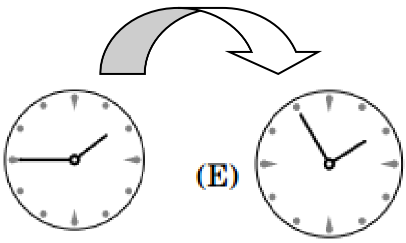
2. Bořek je u holiče. V zrcadle před sebou vidí obraz ciferníku hodin, které visí na zdi za jeho zády. Podívej se na obrázek vpravo. Který z ciferníků viděl Bořek v zrcadle před 10 minutami?



Řešení:

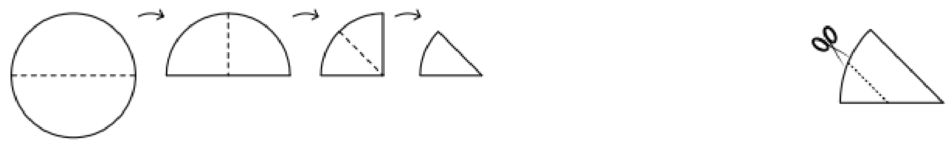


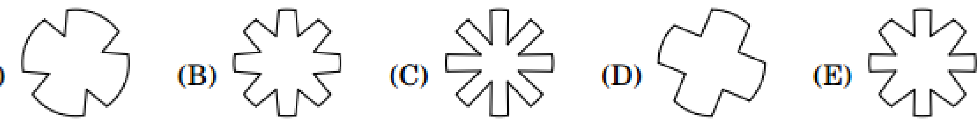
Před deseti minutami znamená v zrcadle o 10 minut více. Tedy:



Správná odpověď je (E).

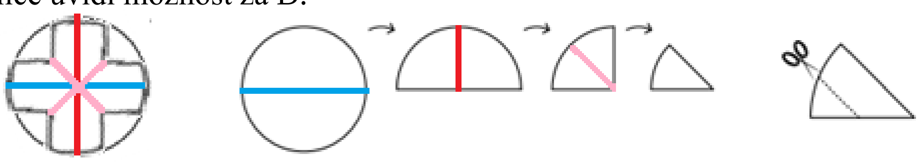
3. Alice předkládala papírový kruh na poloviny (podle obrázku vlevo). Nakonec Alice z přeloženého papíru odstřihla a vyhodila dílek tak, jak je vidět na obrázku vpravo. Který z tvarů Alice uvidí, když papír znovu rozloží?





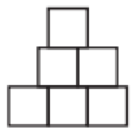
Řešení:

Řešení je zobrazeno obrázkem. Na papír nakreslíme kruh a pokračujeme podle zadání. Jednotlivé překlady jsou barevně vyznačeny. Zjišťujeme tedy, že po rozložení papíru Alice uvidí možnost za D.



Správná odpověď je (D).

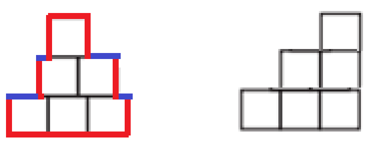
4. Tomáš použil 6 čtverců o délce strany 1 cm k vytvoření obrazce, který vidíš na obrázku. Vypočti jeho obvod.



(A) 9 cm (B) 10cm (C) 11 cm (D) 12cm (E) 13 cm

Řešení:

Červeně jsou vyznačeny délky stran 1cm, modře zbylé délky. Kdybychom čtverce ve druhém a čtverce ve třetím patře posunuli například do pravého kraje, získáme tak obrazec, u něhož nemáme problém s výpočtem obvodu. Rovněž vidíme, že délka modrých stran v každém patře, je délka jednoho čtverce tedy 1cm.



Teď už zbývá jen spočítat počet stran tvořících obvod a máme obvod hledaného obrazce.

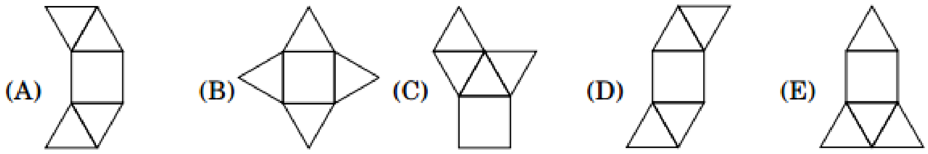
Tedy : $O = 12 \times 1$

$$O = 12\ cm$$

Obvod obrazce je 12 cm^2.

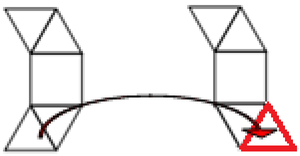
Správná odpověď je (D).

5. Na kterém z obrázků není síť pravidelného čtyřbokého jehlanu?



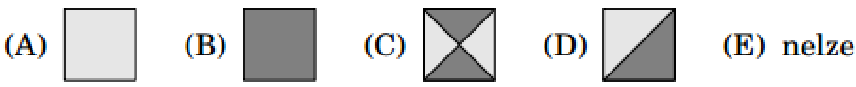
Řešení:

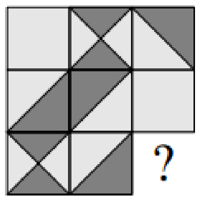
Je to příklad na geometrickou představivost. Na obrázku za (A) není síť pravidelného čtyřbokého jehlanu. Aby jím byl, musela by být síť nakreslena podle obrázku níže.



Správná odpověď je (A).

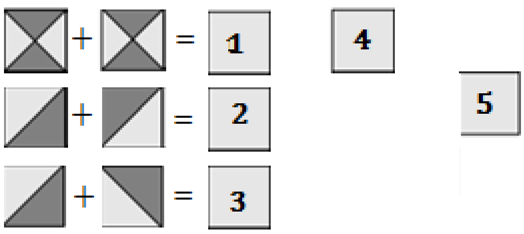
6. Kterou dlaždici musím doplnit do čtverce tak, aby se obsah jeho světlé části rovnal obsahu jeho tmavé části?



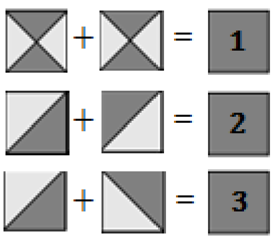


Řešení:

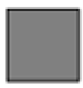
Řešení dle grafického znázornění, součet dvou stejných čtverců nám dává jednobarevný čtverec.



Zde zjišťujeme, že obsah světlé části je obsah 5 čtverců.

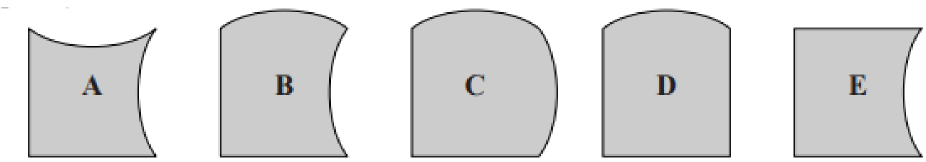


Abychom dosáhli stejného počtu světlých čtverců

a stejného počtu tmavých, chybí nám 2 x  což nelze.

Správná odpověď je (E).

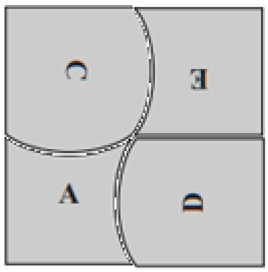
7. Ze čtyř dílů, které vidíš na obrázcích A až E, můžeš sestavit čtverec. Který díl nepoužiješ?



(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

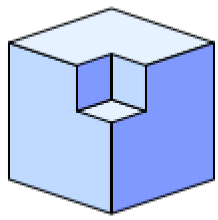
<u>Řešení:</u>

Řešení je znázorněno na obrázku, otáčením a skládáním jednotlivých dílů dojdeme k závěru, že nelze použít díl B.



Správná odpověď je (B).

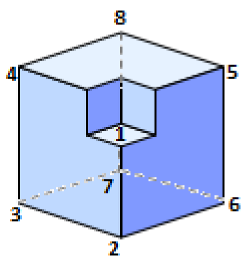
8. Z dřevěné krychle o hraně 3 cm jsme vyřízli krychličku o hraně 1 cm (podívej se na obrázek). Kolik stěn by mělo těleso, které by vzniklo odříznutím stejných krychliček u každého z vrcholů krychle?



(A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 30 (E) 36

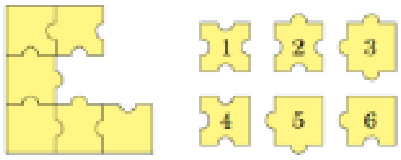
<u>Řešení:</u>

Při vyříznutí menší centimetrové krychle z rohů velké krychle vzniknou vždy 3 nové stěny. Krychle má 8 rohů, tj. $8 \times 3 = 24$ stěn, dále musíme připočíst 6 stěn velké krychle, tj $24 + 6 = 30$. Výsledné těleso bude mít celkem 30 stěn.



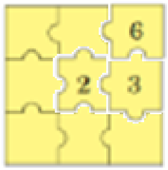
Správná odpověď je (D).

9. Které tři z očíslovaných dílků puzzle musíš přiložit k obrázku vlevo, abychom obdrželi čtverec?



(A) 1,2,3 (B) 1,3,6 (C) 2,3,5 (D) 2,3,6 (E)2,5,6

<u>Řešení:</u>

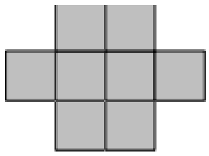


Úloha je řešená obrázkem.

Abychom obdrželi čtverec musíme do obrázku přidat puzzle z možnosti 2,3,6.

Správná odpověď je (D).

10. Obvod obrazce složeného ze shodných čtverců je roven 42cm. Urči jeho obsah.



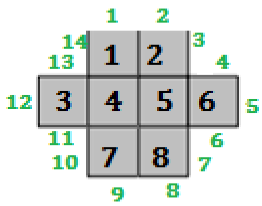
(A) 128cm^2 (B) 72cm^2 (C) 24cm^2 (D) 9cm^2 (E) 8cm^2

<u>Řešení:</u>

První si spočítáme kolik stran čtverců tvoří obrazec, je to 14 stran. Potom vydělíme obvod obrazce počtem stran čtverců. Získáme tak délku strany malého čtverce.

$Délka\ strany\ čtverce$:

$42 \div 14 = 3\ cm$



Dále pak víme že obrazec tvoří 8 čtverců. Vypočítáme obsah jednoho z nich a po té vynásobíme celkovým počtem čtverců, ze kterých se obrazec skládá, a máme hledaný obsah obrazce.

$Obsah\ čtverce$: $Obsah\ obrazce$:

$S = a^2$ $S = 8 \times 9$

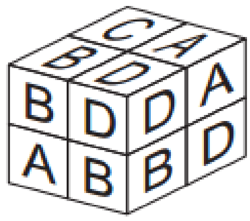
$S = 3^2$ $S = 72\ cm^2$

$S = 9\ cm^2$

Obsah obrazce je 72 cm^2.

Správná odpověď je (B).

11. Lenka má 8 krychlí. Každá krychle má na všech svých stěnách jedno z písmen A, B, C a D. Lenka z nich postavila stavbu na obrázku. Dvě sousední krychle mají na stěnách vždy různá písmena. Jaké písmeno je na krychli, kterou na obrázku nevidíme?

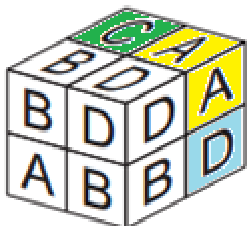


(A) A (B) B (C) C (D) D

(E) nelze říci

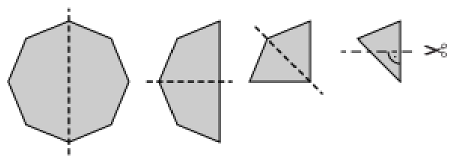
<u>Řešení:</u>

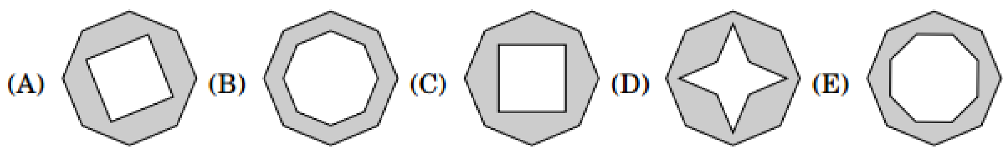
Jedna krychle obsahuje písmena: A, B, C a D. Na obrázku jsou barevně vyznačeny krychle, které mají společnou stranu s krychlí, kterou nevidíme. Dvě sousední krychle mají na stěnách vždy různá písmena, proto krychle, kterou nevidíme, nemůže obsahovat písmenka: A, C a D. Hledaná krychle tedy obsahuje písmeno B.



Správná odpověď je (B).

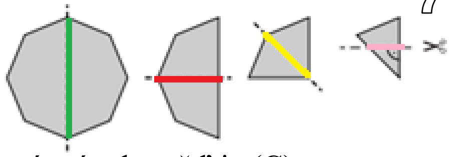
12. Papírový osmiúhelník jsme třikrát přeložili na poloviny, čímž jsme získali trojúhelník. Z něj jsme odstřihli jeden z vrcholů (viz. obrázek). Jak bude papír po rozložení vypadat?

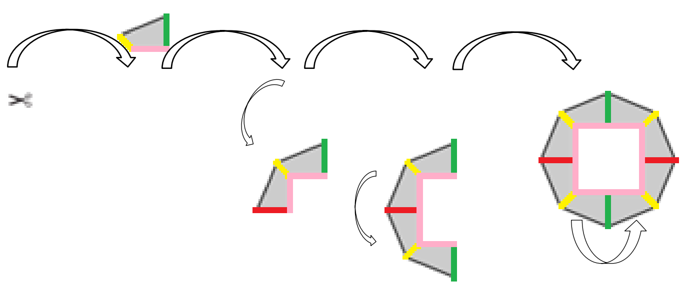




<u>Řešení:</u>

Řešení je zobrazeno obrázkem. Na papír nakreslíme osmiúhelník a pokračujeme podle zadání. Jednotlivé překlady jsou barevně vyznačeny. Zjišťujeme tedy, že po rozložení bude papír vypadat za jako na obrázku C.

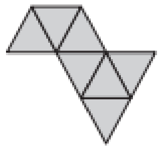




Správná odpověď je (C).

2.1.3 Úlohy za 5 bodů

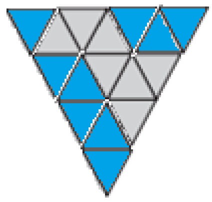
1. Klára má z malých trojúhelníkových dlaždic sestavit velký trojúhelník. Několik dlaždic už sestavila tak, jak je vidět na obrázku. Určete nejmenší počet dlaždic, které Klára ještě potřebuje k doplnění své sestavy na trojúhelník



(A) 5 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

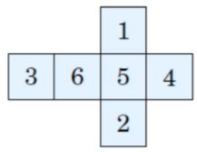
Řešení:

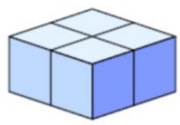
Řešení je znázorněno graficky. Klára potřebuje k doplnění kompletního trojúhelníku 9 menších trojúhelníků.



Správná odpověď je (B).

2. Alice má 4 speciální hrací kostky sčísli. (Rozmístění čísel na kostce vidíš na levém obrázku.) Z kostek Alice složila a slepila útvar, který je na pravém obrázku. Při skládání dodržovala následující pravidlo: lepidlem můžeš k sobě slepit jen stěny se stejnými čísly. Když byla Alice hotová, sečetla všechna čísla na povrchu útvaru. Vyberte nejvyšší součet, který mohla Alice takto získat.





(A) 66 (B) 68 (C) 72 (D) 74 (E) 76

Řešení:

Nejmenší čísla, která k sobě můžeme slepit jsou 1 a 3. Zbytek, který tvoří povrch krychle jsou čísla 2,4,5 a 6. Tedy povrch jedné krychle vychází

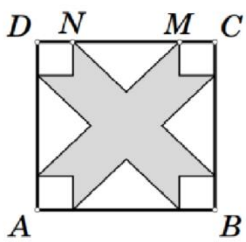
$$S_1 = 2 + 4 + 5 + 6 = 17$$

Povrch S_1 vynásobíme 4 a máme výsledek.

$$S = 17 * 4 = 68$$

Správná odpověď je (B).

3. Délka strany čtverce ABCD je rovna 10 cm. Vzdálenost bodů N a M je 6 cm. Bílé části čtverce ABCD jsou shodné rovnoramenné trojúhelníky nebo shodné čtverce. Vypočítej obsah vybarvené části čtverce ABCD.

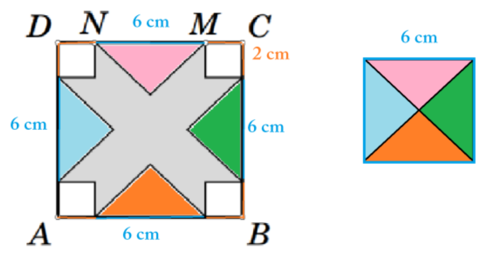


(A) 42 cm^2 (B) 46 cm^2 (C) 48 cm^2 (D) 52 cm^2 (E) 58 cm^2

Řešení:

Řešení je znázorněno graficky. Stačí si uvědomit, že pokud známe stranu čtverce a vzdálenost bodů N a M. Známe i vzdálenost bodů M a C (je 2 cm). Odtud vypočítáme obsah malých čtverců o straně délky 2cm. Pak si z rovnoramenných trojúhelníků vytvoříme čtverec o straně délky 6cm a vypočítáme jeho obsah. Nyní známe vše potřebné k vypočítání obsahu šedé části čtverce.

Tedy:



$S_1 = 2 * 2 = 4cm^2$

$4 * S_1 = 16cm^2$

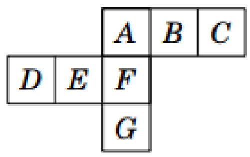
$S_2 = 6 * 6 = 36cm^2$

$S = 100 - 16 - 36 = 100 - 52 = 48cm^2$

Správná odpověď je (C).

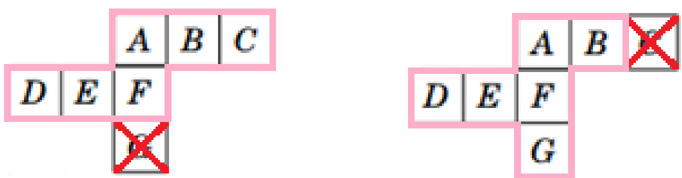
4. Karel má za domácí úkol vytvořit papírový model krychle. Nachystal si papírovou síť složenou ze 7 čtverců. Poraď mu, který ze čtverců má odstřihnout, aby získal síť krychle.

(A) jen D (B) jen G (C) jen C nebo D
(D) jen C nebo G (E) jen C nebo D nebo G



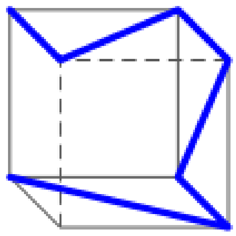
Řešení:

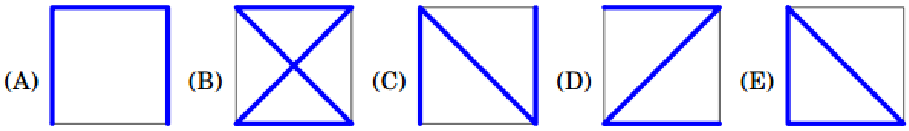
Řešení je znázorněno graficky.



Správná odpověď je (D).

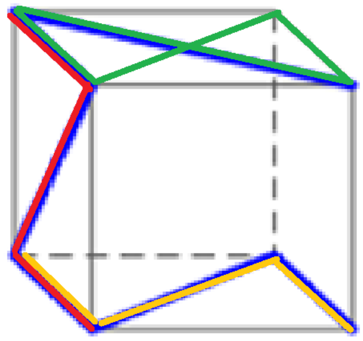
5. Na průhlednou plastovou krychli byla přichycena tenká barevná stuha tak, jak je znázorněno na obrázku. Prohlédl sis krychli ze všech stran. Kterou z možností (A) až (E) jsi nemohl vidět?





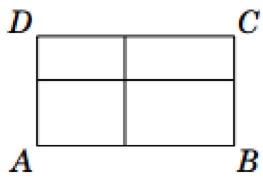
Řešení:

Příklad na prostorovou představivost. Při pohledu shora vidíme možnost za (B),vyznačená zeleně. Pokud si kostku otočíme levým bokem čelem k sobě vidíme možnost za (D), vyznačená červeně. Pokud si dolní podstavu otočíme úplně nahoru vidíme možnost za (C), vyznačena žlutou barvou. Zbývá nám jen na výběr mezi možností za (A) a za (E). Při hlubším pozorování zjišťujeme, že možnost za (E) nikdy nemůžeme na krychli spatřit.

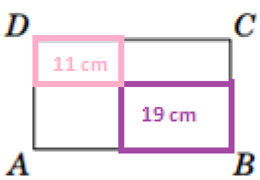


Správná odpověď je (E).

6. Obdélník ABCD jsme řezali na 4 menší obdélníky tak, jak je to znázorněno na obrázku. Obvody tří z „nařezaných" obdélníků jsou 11 cm, 16 cm a 19 cm. Obvod čtvrtého obdélníku neznáme, ale víme, že nebude ani nejmenší, ani největší. Jaký je obvod obdélníku ABCD?

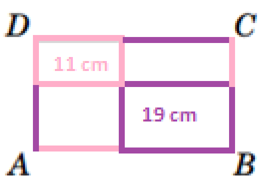


(A) 28 cm (B) 30 cm (C) 32 cm (D) 38 cm (E) 40 cm



Řešení:

Jelikož známe obvod největšího a nejmenšího obdélníka, dokážeme je označit v obrázku.

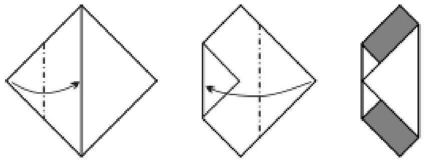


Součet obvodů těchto dvou obdélníků je stejný jako součet zbývajících dvou a zároveň jako obvod hledaného obdélníku. Pokud sečteme obvody nejmenšího a největšího obdélníku dostáváme 30 cm, tedy i obvod součtu zbývajících dvou obdélníků je 30 cm a délka hledaného obdélníka je rovněž 30 cm. (viz obrázek vlevo.)

Obvod obdélníka ABCD je 30 cm.

Správná odpověď je (B).

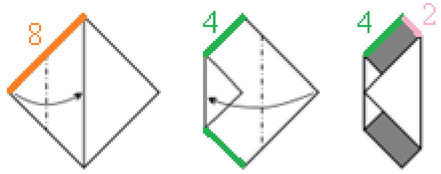
7. Čtverec vystřižený z listu papíru byl dvakrát přeložen tak, jak je znázorněno na obrázku. Určete součet obsahů zvýrazněných obdélníků, jestliže obsah původního čtverce byl 64 cm^2.



(A) 8 cm^2 (B) 10 cm^2 (C) 12 cm^2 (D) 14 cm^2 (E) 16 cm^2

Řešení:

Vycházíme ze znalosti obsahu původního čtverce, který je 64 cm^2. Není tedy problém dopočítat ze vzorce pro obsah čtverce délku jedné jeho strany. Abychom zjistili délky jednotlivých stran zvýrazněných obdélníků musíme si uvědomit, že delší strana obdélníku je o polovinu kratší než strana původního čtverce a druhá strana obdélníku je čtvrtinová oproti původní délce strany čtverce. Teď už jen jednotlivé délky stran obdélníku doplníme do vzorce pro jeho obsah, vynásobíme jej dvěma a máme výsledek.



Délka strany původního čtverce:

$S = a^2$

$64 = a^2$

$\sqrt{64} = a$

$a = 8\ cm$

Délka delší strany obdélníku:

$a_1 = 8 \times \frac{1}{2} = 4\ cm$

Délka kratší strany obdélníku:

$b = 8 \times \frac{1}{4} = 2\ cm$

Obsah jednoho obdélníku:

$S = a_1 \times b$

$S = 4 \times 2$

$S = 8\ cm^2$

Součet obsahů zvýrazněných obdélníků:

$S = 2 \times 8$

$S = 16 cm^2$

Součet obsahů zvýrazněných obdélníků je tedy 16 cm^2.

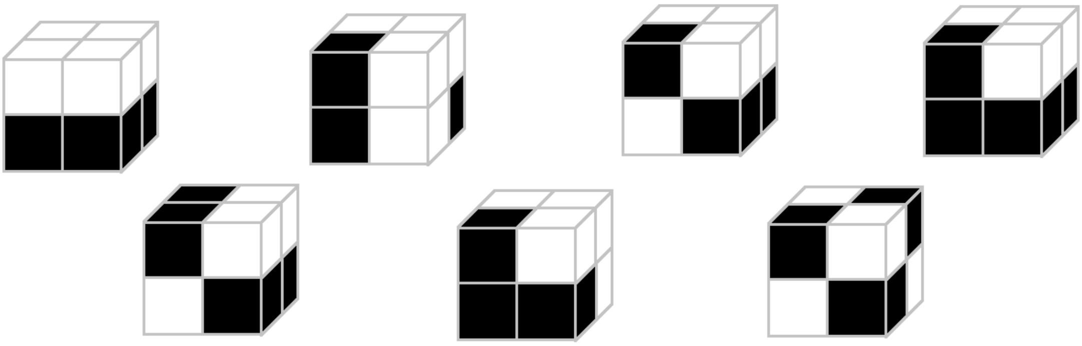
Správná odpověď je (E).

8. Ze 4 černých a 4 bílých krychlí o hraně 5 cm máš složit velkou krychli o hraně 10 cm. Kolik různých možností existuje? (Krychle nepovažujeme za rozdílné, pokud jednu můžeme získat otáčením druhé.)

(A) 16 (B) 9 (C) 8 (D) 7 (E) 6

Řešení:

Řešení je znázorněno graficky, všechny možnosti ukazují krychle složené ze 4 bílých a 4 černých krychlí. Je zde 7 možností.



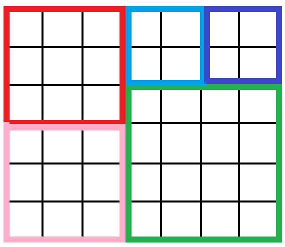
Správná odpověď je (D).

9. Pavel chtěl rozstříhat papír tvaru obdélníku se stranami 6 cm a 7 cm na menší čtverce tak, aby každá ze stran měla délku vyjádřenou celým číslem. Urči nejmenší počet čtverců, na který je možné obdélník rozstříhat.

(A) 4 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 42

Řešení:

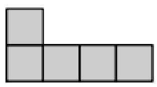
Řešení je znázorněno graficky. Obdélník si rozdělíme na menší čtverce o velikosti strany 1 cm, poté hledáme co nejmenší počet čtverců, tj. co největší čtverce v tomto obdélníku. Nejmenší počet čtverců, na který je možné obdélník rozstříhat je tedy 5.



Správná odpověď je (B).

10. Filip chce sestavit čtverec a to pouze s použitím dílků shodných s dílkem na obrázku. Urči nejmenší možný počet dílků, které bude potřebovat.

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 16 (E) 20



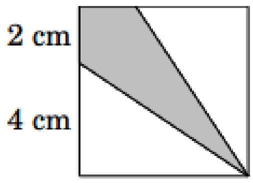
Řešení:

Dílek je složený z 5 čtverců, abychom dostali jeden velký čtverec, poskládaný z těchto dílků vlevo, musíme si představit jak dlouhá bude délka jedné strany, tedy kolik čtverců bude tvořit jednu stranu. Víme že hledáme násobky 5. Např:. pokud bychom zkusili možnost za (A) celkový obsah čtverce by byl tvořen 8*5= 40 čtverci, to je délka strany a ≐ 6,32 čtverce, tak to neodpovídá počtu čtverců v zadaném dílku.

Postupně takto dojdeme k možnosti za (E), kdy tedy počítáme 20*5=100, a =10, což je dvojnásobkem 5 tedy máme řešení.

Správná odpověď je (E).

11. Jaká část čtverce je vybarvena?



(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{2}{9}$

Řešení:

Obsah čtverce:

$S = 6^2$

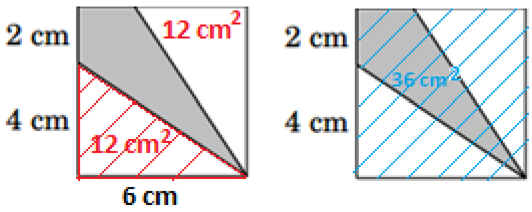
$S = 36\ cm^2$

Obsah trojúhelníku

$S = \frac{6 \times 4}{2}$

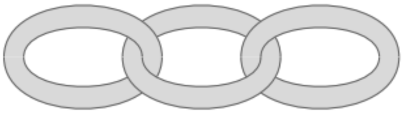
$S = 12\ cm^2$

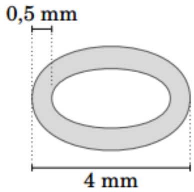
Při řešení příkladu musíme nejdřív spočítat obsah celého čtverce a vypočítat obsahy bílých pravoúhlých trojúhelníků. Protože ve čtverci jsou 2 shodné trojúhelníky, každý z nich o obsahu 12 cm2 to je 1/3 s celkového obsahu. Dohromady mají obsah 24 cm^2 což se rovná 2/3 s celkového obsahu čtverce, který představuje jeden celek o celkovém obsahu 36 cm^2.



Správná odpověď je (A) $\frac{1}{3}$.

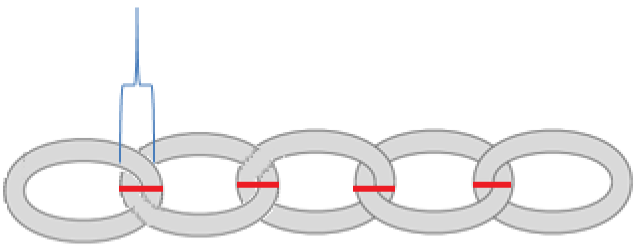
12. Klenotník vyrábí zlaté řetízky tak, že spojuje zlatá očka (obrázek vlevo). Rozměry jednoho zlatého očka vidíš na obrázku vpravo. Jak dlouhý bude řetízek, spojí-li zlatník dohromady 5 zlatých oček?





(A) 20 mm (B) 19 mm (C) 17, 5 mm (D) 16 mm (E) 15 mm

Řešení:



Celková délka 5 zlatých oček je 5 × 4 mm = 20 mm. Při spojení 5 zlatých oček do řetízku vytvoříme čtyři spoje délky 1 mm, které zkracují celkovou délku řetízku, proto je musíme odečíst, tj. 20 mm – 4 mm = 16 mm.

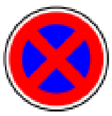
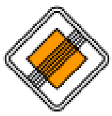
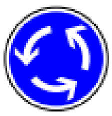
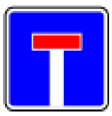
Spojí-li zlatník 5 zlatých oček do řetízku, bude mít délku 16 mm.

Správná odpověď je (D).

2.2 Kategorie Kadet

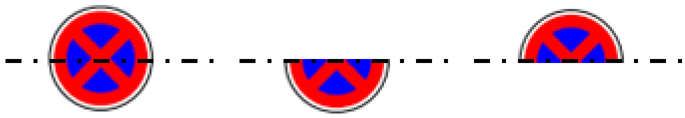
2.2.1 Úlohy za 3 body

1. Která z následujících dopravních značek má největší počet os souměrnosti?

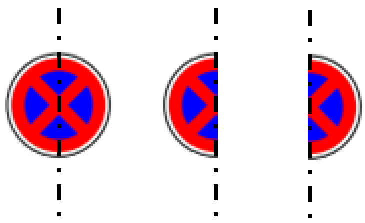
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Řešení:

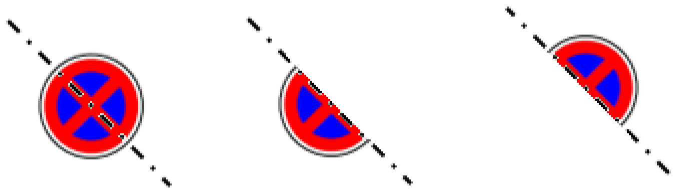
Do značek si vkreslíme svislou, vodorovnou, šikmou osu z leva i zprava, kde každá osa nám značku rozdělí na dvě části. Při jednotlivém vkreslování os do značek zjišťujeme, že pouze jedna značka je souměrná podle výše zmiňovaných os a to možnost za (A).



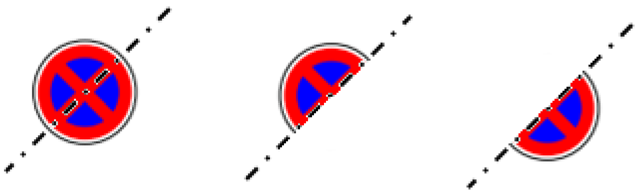
Zde vidíme, že je značka souměrná podle vodorovné osy.



Zde je značka rozdělena podle svislé osy souměrnosti.



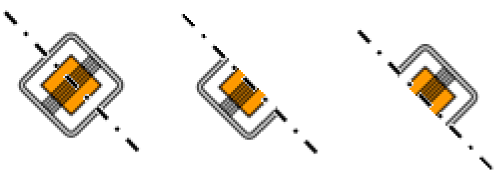
Zde je značka souměrná podle šikmé osy souměrnosti zleva.



Zde je značka souměrná podle šikmé osy zprava.

U dalších možností, zjišťujeme, že jsou značky souměrné jen podle některých os. Jako například zde u možnosti za (B), kdy je značka souměrná jen podle šikmých os zleva a zprava.

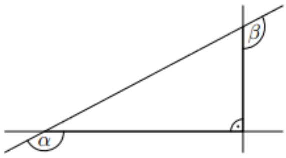
Značka souměrná podle šikmé osy zprava.



Značka souměrná podle šikmé osy zleva.

Správná odpověď je (A).

2. Vypočtěte hodnotu součtu α + β velikosti úhlů na obrázku.



A) 150° (B) 180° (C) 270° (D) 320° (E) 360°

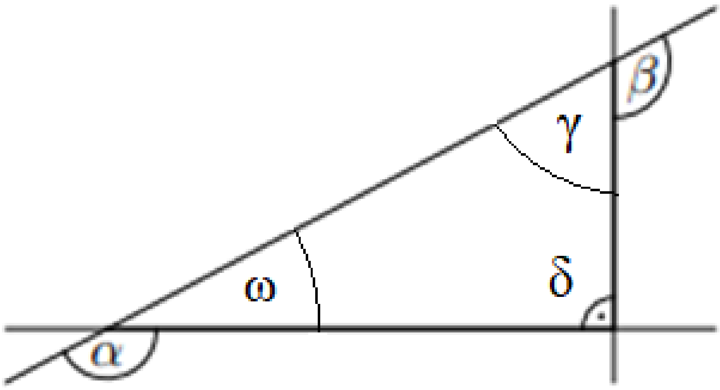
Řešení:

Vycházíme z toho, že součet úhlů v trojúhelníku je 180°. Označíme si vnitřní úhly trojúhelníku ω, γ, δ, kde δ = 90°.

$$\omega + \gamma + \delta = 180°$$

$$\omega + \gamma + 90° = 180°$$

$$\omega + \gamma = 90°$$



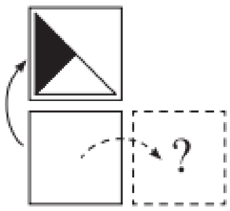
$$\alpha + \omega + \gamma + \beta = 360°$$

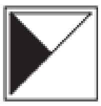
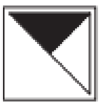
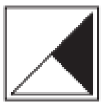
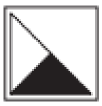
$$\alpha + \beta + 90° = 360°$$

$$\alpha + \beta = 270°$$

Správná odpověď je (C).

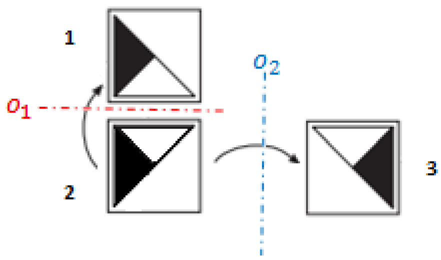
3. Na obrázku vpravo vidíte, co Hana dostala, když překlopila kartu kolem horní strany. Co by uviděla, kdyby ji překlopila kolem pravé strany?



(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

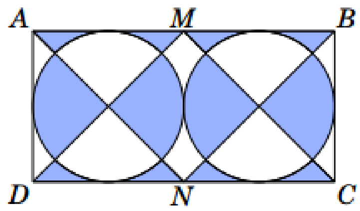
Řešení:

Řešení je znázorněno graficky. Je potřeba prostorová představivost. Nejprve si obrázek otočíme pomocí vodorovné osy, osy o_1, tím dostaneme obrázek do původní polohy, poté překlopíme obrázek podél svislé osy o_2 a dostáváme výsledný obrázek.



Správná odpověď je (B).

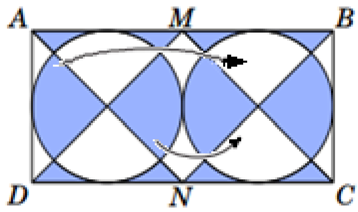
4. Na obrázku jsou dva kruhy o průměru 10 cm, které se navzájem dotýkají a současně dotýkají stran obdélníku ABCD; body M a N jsou středy jeho stran AB a CD. Vypočtěte součet obsahů tmavých ploch.



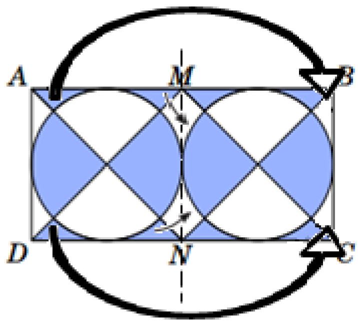
(A) 50 cm^2 (B) 80 cm^2 (C) 100cm^2 (D) 120 cm^2
(E) 150 cm^2

Řešení:

Krok č. 1 Uvědomíme si, že vyznačené čtvrtiny kruhu v levé polovině obdélníka mají stejnou velikost jako vyznačené čtvrtiny kruhu v pravé části obdélníka. Tedy můžeme dvě čtvrtiny z jednoho kruhu přenést do druhého a tím získáme obsah celého kruhu.



Krok č. 2 Podobně postupujeme při přenášení zbylých částí v obdélníku na pravé straně, které jsou rovněž shodné se zbývajícími částmi na druhé straně.



Zaplněním všech bílých míst v pravé části obdélníku vznikne čtverec o délce strany rovné průměru kružnice tj. 10 cm. Poté už jen dopočítáme obsah čtverce, který se rovná obsahu všech tmavých ploch v původním obdélníku.

$S = a^2$

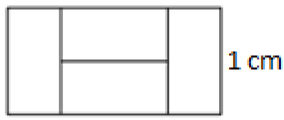
$S = 10^2$

$S = 100\ cm^2$

Obsah všech tmavých ploch je 100 cm^2.

Správná odpověď je (C).

5. Čtyři shodné malé obdélníky jsou spojeny tak, že dohromady tvoří jeden velký obdélník, jak je vidět na obrázku. Kratší strana velkého obdélníku má délku 1 cm. Kolik měří delší strana velkého obdélníku?



(A) 1cm (B) 2 cm (C) 3 cm (D) 4 cm (E) 5 cm

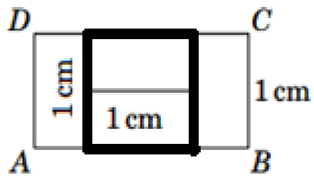
Řešení:

Vycházíme z vyznačeného čtverce o délce stran 1cm, ze kterého si vypočítáme obsah.

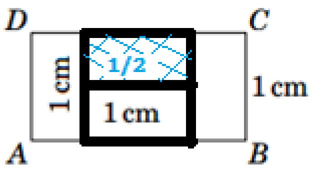
$S = a^2$

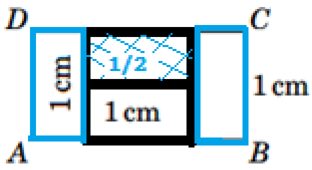
$S = 1^2$

$S = 1\ cm^2$



Dále vypočítáme obsah poloviny tohoto čtverce a tím získáme obsah obdélníka, který je shodný s obsahy obou modře vyznačených obdélníků.





$Obsah\ poloviny\ čtverce$:

$S_{\frac{1}{2}} = 1 \div 2$

$S_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\ cm^2$

Ze vzorce pro obsah obdélníka vyjádříme délku zbývající strany a poté jen sečteme jednotlivé délky stran tvořících délku strany AB.

$Délka\ strany\ \boldsymbol{b}$:

$S_{\frac{1}{2}} = a \times b$

$\frac{1}{2} = 1 \times b$

$b = \frac{1}{2} \div 1$

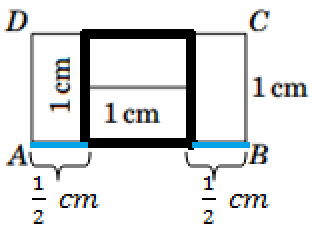
$b = \frac{1}{2} \times \frac{1}{1}$

$b = \frac{1}{2}\ cm$

$Délka\ strany\ |AB|$:

$|AB| = \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2}$

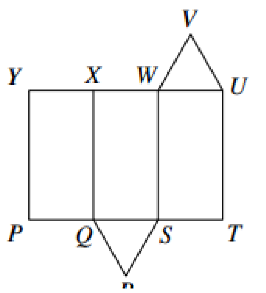
$|AB| = 2cm$



Délka strany $|AB|$ je 2cm.

Správná odpověď je (B).

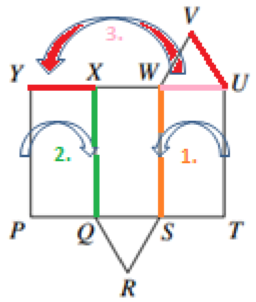
6. Na obrázku je síť trojbokého hranolu. Která z jeho hran se shoduje s hranou *UV*, když tento hranol složíme?



(A) VW (B) XW (C) XY (D) QR (E) RS

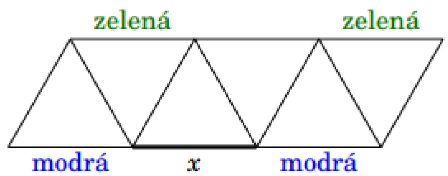
Řešení:

Řešení je znázorněno graficky. Postupné skládání hranolu je naznačeno šipkami. Barevně jsou vyznačeny ohyby. Červeně je znázorněn výsledek, tedy jak můžeme z obrázku vidět, s hranou UV, se shoduje hrana YX.



Správná odpověď je (C).

7. Na obrázku jsou slovy označeny barvy některých úseček ornamentu tvořeného trojúhelníky. Luis chce obarvit všechny ostatní úsečky buď červeně, nebo modře, nebo zeleně tak, aby všechny trojúhelníky měly každou ze stran jiné barvy. Kterou barvu použiješ úsečku *x*?

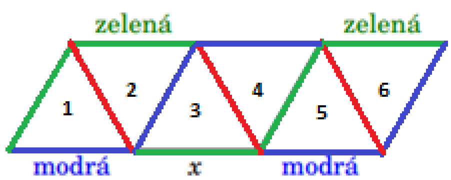


(A) pouze zelenou (B) pouze červenou
(C) pouze modrou (D) buď červenou, nebo modrou
(E) úloha nemá řešení

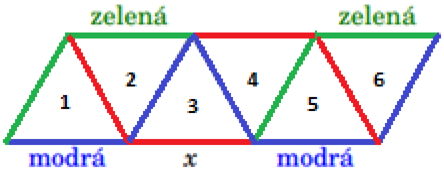
Řešení:

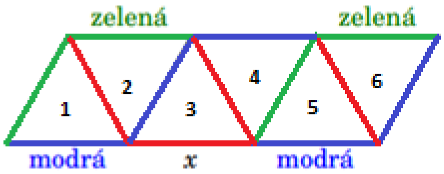
Jediným správným řešením je obarvit úsečku x na zeleno. V tomto případě je každá strana trojúhelníku vyznačena jinou barvou. Pokud bychom ale úsečku x obarvili modře nebo červeně, nebylo by dodrženo pravidlo o střídání barevnosti stran každého trojúhelníku, viz obrázky.

správné řešení při obarvení úsečky x nazeleno:



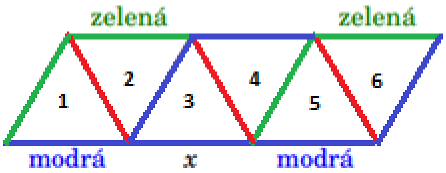
chybné řešení při obarvení úsečky načerveno:

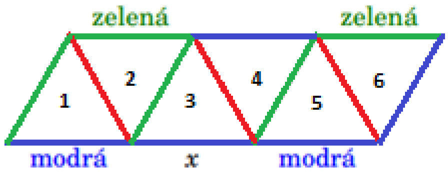




Při obarvení úsečky x červenou barvou nelze dodržet pravidlo různých barev na každém z trojúhelníků. Na obrázku vlevo vidíme u třetího trojúhelníku, že má dvě strany modré a u obrázku vpravo, má třetí trojúhelník dvě strany červené, což nesplňuje podmínku v zadání.

chybné řešení při obarvení úsečky namodro:

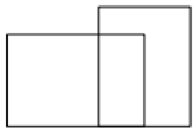




Opět není dodrženo pravidlo střídání barev na každém trojúhelníku. Na obrázku vlevo má třetí trojúhelník dvě strany modré a u obrázku vpravo má druhý trojúhelník dvě strany zelené.

Správná odpověď je (A).

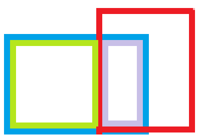
8. Kolik čtyřúhelníků jakékoli velikosti je na obrázku?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

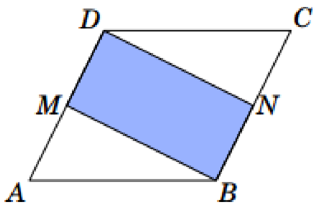
Řešení:

Všechny čtyřúhelníky, které se nacházejí na obrázku, jsou znázorněny graficky. Na obrázku vidíme 4 čtyřúhelníky.



Správná možnost je (D).

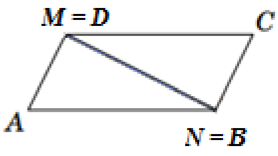
9. Obsah rovnoběžníku *ABCD* je 10 cm^2. Body *M* a *N* jsou středy stran *AD* a *BC*. Vypočítejte obsah čtyřúhelníku MBND.



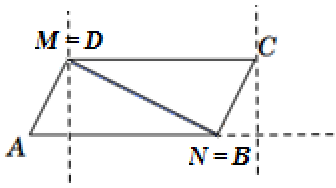
(A) 2,5 cm^2 (B) 5 cm^2 (C) 10 cm^2 (D) 12 cm^2
(E) nelze určit

Řešení:

Podle obrázků níže spojíme trojúhelník ABM a trojúhelník CBD a dostáváme rovnoběžník (viz obr č.1). Poté si rovnoběžník doplníme na obdélník (viz. obr. č.2) a zjistťujeme, že obdélník je shodný s obdélníkem MBND. Jelikož jsou oba obdélníky shodné, budou tvořit každý přesně $\frac{1}{2}$ obsahu rovnoběžníku ABCD. Tedy obsah čtyřúhelníku MBND bude 5 cm^2.



obr. č.1

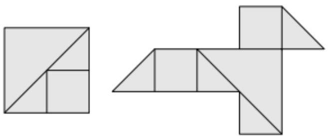


obr. č.2

obr. č.3

Správná odpověď je (B).

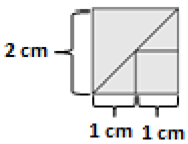
10. Monika rozstříhala několik stejných papírů tvaru čtverce o obsahu 4 cm^2 na menší čtverce a pravoúhlé trojúhelníky jak vidíš na obrázku vlevo. Z některých kousků papíru pak sestavila útvar znázorněný na obrázku vpravo. Určete jeho obsah.



(A) 3 cm^2 (B) 4 cm^2 (C) $\frac{9}{2}$ cm^2 (D) 5 cm^2 (E) 6 cm^2

Řešení:

Velký čtverec, výpočet strany a :



$S = a^2$

$4 = a^2$

$\sqrt{4} = a$

$2 = a$

Malý čtverec:

Dle obrázku zjišťujeme, že strana malého čtverce má délku 1 cm tj. $\frac{1}{2}$ strany a. Vypočítáme obsah malého trojúhelníku.

$S = a^2$

$S = 1^2$

$S = 1\ cm^2$

Malý trojúhelník:

Dle obrázku vidíme, že malý trojúhelník tvoří polovinu čtverce. Obsah malého trojúhelníku je tedy 0,5 cm^2.

Velký trojúhelník:

Dle obrázku vidíme, že velký trojúhelník tvoří polovinu velkého čtverce. Obsah velkého trojúhelníku je tedy 2 cm^2.

Nyní, když známe obsahy jednotlivých obrazců, které tvoří výsledný útvar, můžeme určit celkový obsah tohoto útvaru.

Útvar se skládá z:

1 x velký trojúhelník - $1 \times 2\ cm^2 = 2\ cm^2$

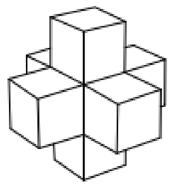
4 x malý trojúhelník - $4 \times 0{,}5\ cm^2 = 2\ cm^2$

2 x malý čtverec - $2 \times 1\ cm^2 = 2\ cm^2$

Obsah výsledného útvaru je tudíž $2 + 2 + 2 = 6\ cm^2$.

Správná odpověď je (E).

11. Jiří postavil model obrázku ze sedmi jednotkových krychlí. Kolik takových krychlí musí Jiří k tomuto modelu přidat, aby vytvořil krychli s hranami o délce 3 cm?



(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

Řešení:

Při řešení příkladu si musíme uvědomit, kolik malých jednotkových krychlí bude obsahovat výsledná velká krychle.

Objem výsledné krychle:

$V = a^3$

$V = 3^3$

$V = 27\ cm^3$

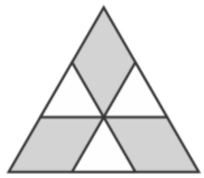
Objem jednotkové krychle: $V = 1\ cm^3$

Počet jednotkových krychlí ve výsledné velké krychli: $27 \div 1 = 27$

Jirka musí přidat ke svému modelu, který je složený ze 7 jednotkových krychlí ještě dalších 20 jednotkových krychlí.

Správná odpověď je (E).

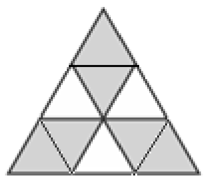
12. Velký trojúhelník na obrázku je rovnostranný a jeho obsah je 9 cm^2. Úsečky jsou rovnoběžné se stranami trojúhelníku a jejich krajní body rozdělují jeho strany na tři stejně dlouhé části. Vypočítejte obsah vybarvené části.



(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Řešení:

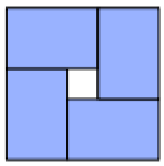
Po rozdělení 3 šedých kosočtverců ve velkém trojúhelníku vznikne 6 rovnostranných šedých trojúhelníků. Dále vidíme ve velkém trojúhelníku 3 malé bílé rovnostranné trojúhelníky . Celkově se ve velkém trojúhelníku nachází 9 malých trojúhelníků. Obsah velkého trojúhelníku je $9\ cm^2$, z tohoto vypočítáme obsah 1 malého trojúhelníku, tj. $9cm^2 \div 1 = 1\ cm^2$. Barevnou část tvoří 6 trojúhelníku, tj. $6 \times 1\ cm^2 = 6\ cm^2$.



Správná odpověď je (D).

2.2.2 Úlohy za 4 body

1. Na obrázku jsou čtyři shodné obdélníky s obvodem 16 cm umístěné do čtverce. Určete obvod tohoto čtverce.



(A) 16 cm (B) 20 cm (C) 24 cm (D) 28cm (E) 32cm

Řešení:

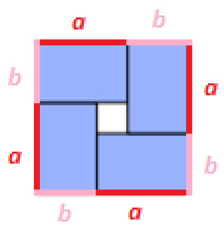
Výpočet délky strany (a + b) obdélníku:

$o = 2\ \times (a + b)$

$\frac{o}{2} = a + b$

$\frac{16}{2} = a + b$

$8 = a + b$

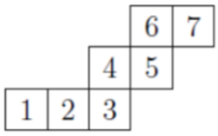


Výpočet obvodu čtverce:

Jak můžeme vidět z obrázku, obvod čtverce se skládá ze 4 stran (a + b), tj.
$4 \times 8 = 32\ cm$. Obvod čtverce je 32 cm.

Správná odpověď je (E).

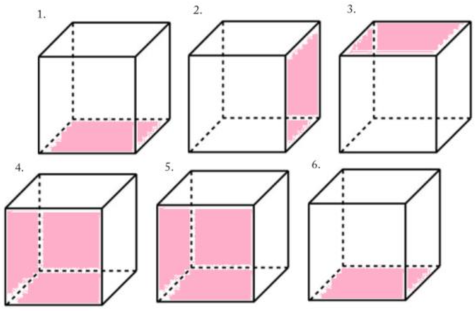
2. Kamil překlápí obarvenou krychli kolem jejích hran po bílém papíru. Krychle zanechá stopu znázorněnou na obrázku. Které dva čtverce jsou obtiskem téže stěny krychle?



(A) 1 a 7 (B) 1 a 6 (C) 1 a 5 (D) 2 a 7 (E) 2 a 6

Řešení:

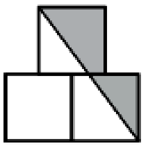
Budeme tedy otáčet krychli kolem jejích hran. Situace bude vypadat následovně:



Obtiskem téže strany krychle jsou čtverce za (B) 1 a 6.

Správná odpověď je (B).

3. Na obrázku jsou tři čtverce, přičemž přímka procházející společnými vrcholy spodních čtverců protíná střed horního čtverce. Délky stran všech čtverců jsou 1cm, Vypočítejte obsah tmavé oblasti.

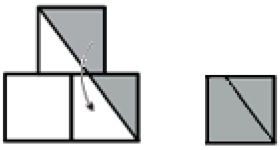


(A) $\frac{3}{4}\ cm^2$ (B) $\frac{7}{8}\ cm^2$ (C) $1cm^2$ (D) $1\frac{1}{4}cm^2$ (E) $1\frac{1}{2}cm^2$

Řešení:

Při řešení úlohy vycházíme z obrázku, uvědomíme si, že obě šedé části se navzájem doplňují a spolu vytváří čtverec. Pak už jen vypočítáme obsah čtverce.

Obsah čtverce:



$S = a^2$

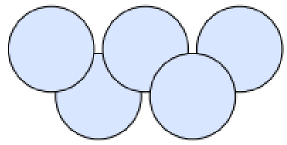
$S = 1^2$

$S = 1\ cm^2$

Obsah čtverce, tedy celkové tmavé části je 1 cm^2.

Správná odpověď je (C).

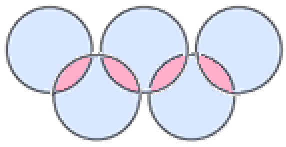
4. Obsah každého kruhu útvaru na obrázku je 1 cm^2. Oblast společná dvěma překrývajícím se kruhům má vždy obsah $\frac{1}{8}$ cm^2. Určete obsah tohoto útvaru.



(A) 4 cm^2 (B) $\frac{9}{2}$ cm^2 (C) $\frac{35}{8}$ cm^2 (D) $\frac{39}{8}$ cm^2 (E) $\frac{19}{4}$ cm^2

<u>Řešení:</u>

Řešení je znázorněno graficky. Na obrázku vidíme 4 oblasti společné dvěma překrývajícím se kruhům, tj. $4 \times \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} cm^2$.



V dalším kroku vypočítáme obsah 5 kruhů, tj. $5 \times 1 = 5\ cm^2$.

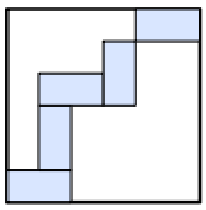
V posledním kroku odečteme obsah překrývajících se částí od celkového obsahu kruhů.

$$\frac{5}{1} - \frac{1}{2} = \frac{10 - 1}{2} = \frac{9}{2}\ cm^2$$

Obsah výsledného útvaru je $\frac{9}{2}$ cm^2.

Správná odpověď je (B).

5. Pět shodných obdélníků je umístěno ve čtverci s délkou strany 24 cm, jak je znázorněno na obrázku. Vypočítejte obsah jednoho obdélníku.

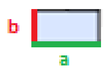


(A) 12 cm^2 (B) 16 cm^2 (C) 18 cm^2 (D) 24 cm^2
(E) 32 cm^2

<u>Řešení:</u>

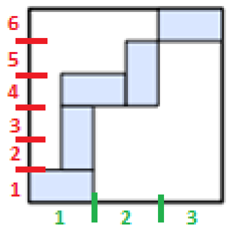
Řešení je znázorněno graficky.

Výpočet strany a obdélníku:



$24 \div 3 = 8\ cm$

Výpočet strany b obdélníku:



$24 \div 6 = 4\ cm$

Obsah obdélníku:

$S = a \times b$

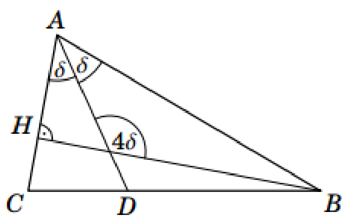
$S = 8 \times 4$

$S = 32\ cm^2$

Obsah obdélníku je 32 cm^2.

Správná odpověď je (E).

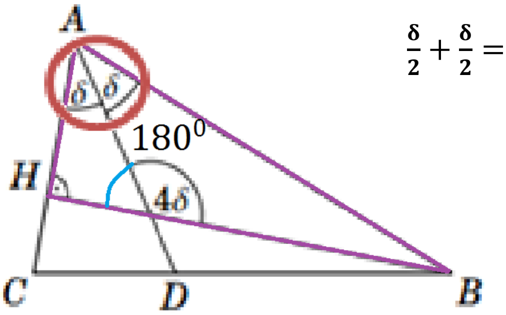
6. Nechť BH je výška a AD osa vnitřního úhlu při vrcholu A trojúhelníku ABC (viz obrázek). Velikost tupého úhlu, pod kterým se protínají úsečky BH a AD, je čtyřnásobkem velikosti úhlu DAB. Určete velikost vnitřního úhlu CAB.



(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75° (E) 90°

Řešení:

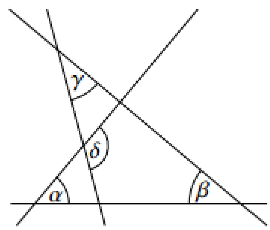
Vycházíme z trojúhelníku AHB. Při vrcholu H je pravý úhel a z obrázku je patrné, že $\frac{\boldsymbol{\delta}}{2}+\frac{\boldsymbol{\delta}}{2}=\mathbf{1}\boldsymbol{\delta}$. Vycházíme z vlastnosti 180° v trojúhelníku AHB, ve kterém známe pravý úhel při vrcholu H a úhel δ při vrcholu A, o kterém víme, že má vlastnost $\frac{\boldsymbol{\delta}}{2}+\frac{\boldsymbol{\delta}}{2}=\mathbf{1}\boldsymbol{\delta}$**,** a neznámý úhel při vrcholu B. Tedy 180°- 90° = 90°. Víme tak, že zbývajících 90° nám tvoří úhly $\boldsymbol{\delta}=\ (\frac{\boldsymbol{\delta}}{2}+\frac{\boldsymbol{\delta}}{2})$ a neznámý úhel při vrcholu B.



$$\frac{\boldsymbol{\delta}}{2}+\frac{\boldsymbol{\delta}}{2}=\mathbf{1}\boldsymbol{\delta}$$

Správná odpověď je (C).

7. Velikost úhlu na obrázku jsou $\alpha = 55°, \beta = 40°\ a\ \gamma = 35°$. Vypočítejte velikost úhlu δ.

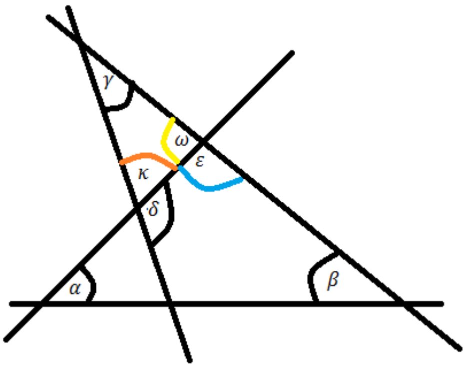


(A) 100° (B) 105° (C) 120° (D) 125° (E) 130°

Řešení:

Při řešení této úlohy vycházíme z pravidla o součtu vnitřních úhlů trojúhelníku, kdy součet vnitřních úhlů trojúhelníku je roven 180° a pravidla, že součet 2 sousedních úhlů v rovině je také roven 180°.

Označíme si zbylé úhly v obrázku, které potřebujeme k dopočítání velikosti úhlu δ. Označíme je jako úhly $\varepsilon, \omega, \kappa$.



$\alpha + \beta + \varepsilon = 180°$

$\varepsilon = 180° - (\alpha + \beta)$

$\varepsilon = 180° - (55° + 40°)$

$\varepsilon = 180° - 95°$

$\varepsilon = 85°$

$\varepsilon + \omega = 180°$

$\omega = 180° - \varepsilon$

$\omega = 180° - 85°$

$\omega = 95°$

$\gamma + \kappa + \omega = 180°$

$\kappa = 180° - (\gamma + \omega)$

$\kappa = 180° - (35° + 95°)$

$\kappa = 180° - 130°$

$\kappa = 50°$

$\delta + \kappa = 180°$

$\delta = 180° - \kappa$

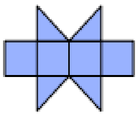
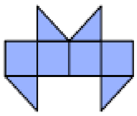
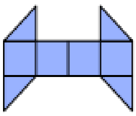
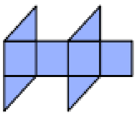
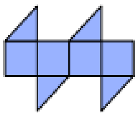
$\delta = 180° - 50°$

$\delta = 130°$

Velikost úhlu δ je 130°.

Správná odpověď je (E).

8. Jednu z následujících „sítí“ nelze poskládat do tvaru krychle. Která to je?

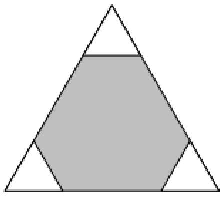
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Řešení:

Následující situaci můžeme řešit praktickým vystřiháním sítí a jejich následovným složením. Při skládání sítě za (C) zjišťujeme, že spodní trojúhelníky se vzájemně překrývají a tedy nevytvoří požadovanou podstavu čtverce.

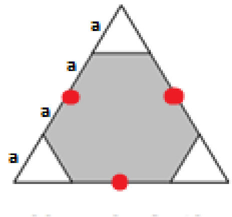
Správná odpověď je (C).

9. Z rovnostranného trojúhelníku o straně délky 6 cm oddělíme tři shodné malé rovnostranné trojúhelníky. Součet obvodů těchto tří trojúhelníků je stejný jako obvod vzniklého šestiúhelníku. Určete délku strany malého trojúhelníku.



A) 1 cm (B) 1,2 cm (C) 1,25 cm (D) 1,5 cm (E) 2 cm

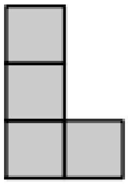
Řešení:



Řešení je znázorněno graficky.

Správná odpověď je (D).

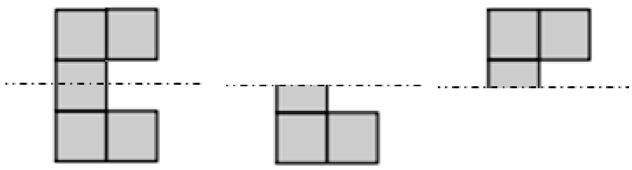
10. Na obrázku jsou čtyři čtverce poskládány do tvaru písmene L. Přidejte do obrázku další čtverec tak, aby vzniklý útvar byl osově souměrný. Kolika způsoby je to možné udělat?



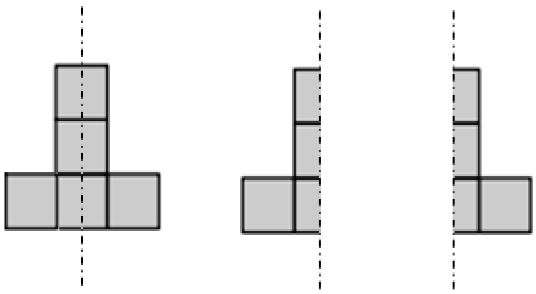
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 6

Řešení:

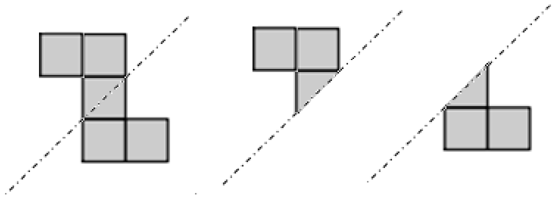
Řešení je znázorněno graficky.



Aby byl útvar osově souměrný, podle vodorovné osy, musíme přidat čtverec ke čtverci v prvním patře shora.



Aby byl útvar osově souměrný podle svislé osy, musíme přidat čtverec do posledního patra ke čtverci vlevo.

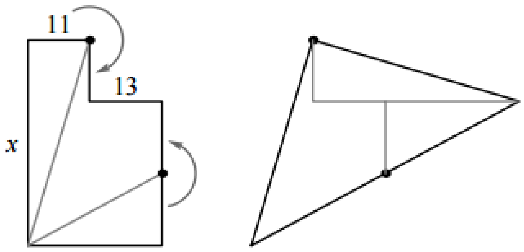


Aby byl útvar souměrný podle šikmé osy, musíme přidat čtverec do prvního patra shora nalevo.

Celkově lze tedy útvar rozdělit třemi způsoby.

Správná odpověď je (C).

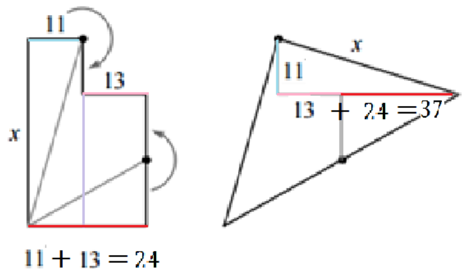
11. Útvar vlevo se skládá ze dvou obdélníků. Délky dvou jejich stran jsou označeny: 11 a 13. Útvar můžeme rozdělit na tři části a díly přeskupit do trojúhelníku vpravo. Stanovte délku strany *x*.



(A) 36 (B) 37 (C) 38 (D) 39 (E) 40

<u>Řešení:</u>

Pokud si přeneseme vyznačené délky stran na protilehlou stranu, zjistíme celou její délku. Tudíž máme další rozměr. Při přemístění jednotlivých dílů na trojúhelník, zjišťujeme, že známe délku odvěsny (viz obrázek vpravo), ve vyznačeném malém trojúhelníčku, díky které už jsme schopni dopočítat délku přepony x.



$Délka\ přepony\ x$:

$x^2 = 37^2 + 11^2$

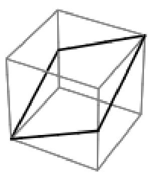
$x = \sqrt{1369}$

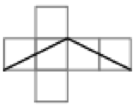
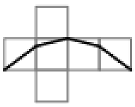
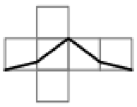
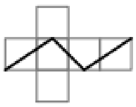
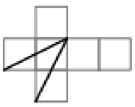
$x = 37$

Délka strany x, je tedy 37.

Správná odpověď je (B).

12. Na obrázku je krychle. Nakreslená lomená čára ji rozděluje na dvě shodné části. Který z obrázků znázorňuje některou síť této krychle?



(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

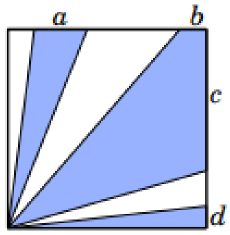
Řešení:

Příklad na prostorovou představivost. Nebo si dané sítě mohou žáci narýsovat a poté vystřihnout a poskládat si krychli.

Správná odpověď je (A).

2.2.3 Úlohy za 5 bodů

1. Uvnitř čtverce jsou tři vybarvené oblasti podobně, jak vidíte na obrázku vpravo. Obsah čtverce je 36 cm^2, celkový obsah vybarvených oblastí je 27 cm^2. Vypočítejte součet délek úseček $a + b + c + d$.



(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

Řešení:

Pokud bychom si představili 27 cm^2 jako výsledek vzorce obsahu obdélníku. Tedy

$$S = a * b$$

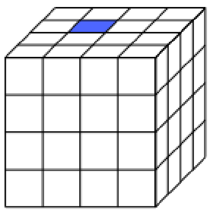
$$27 = a * b$$

$$27 = 3 * 9$$

strany tohoto pomyslného obdélníku jsou 3 cm a 9 cm. Jak je z obrázku patrné, strana čtverce je délky 6 cm a tedy a + b + c + d, je větší než délka strany 6 cm. Proto vybíráme z našeho obdélníka délku strany 9 cm.

Správná odpověď je (D).

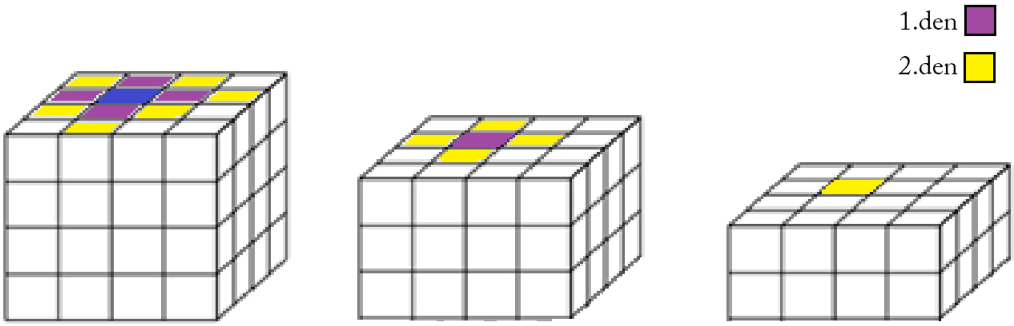
2. Velká krychle je složena z 64 malých krychlí, z nichž jedna je barevná; která to je, vidíte na obrázku. První den obarví tato krychle všechny své sousední krychle (dvě krychle nazveme *sousední*, pokud mají společnou stěnu). Druhý den udělají totéž všechny barevné krychle. Kolik je na konci druhého dne barevných krychlí?



(A) 11 (B) 13 (C) 15 (D) 16 (E) 17

Řešení:

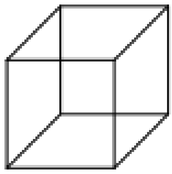
Řešení je znázorněno graficky:



Na konci druhého dne je celkem 17 barevných krychlí.

Správná odpověď je (E).

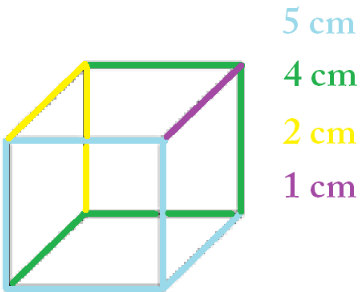
3. Kamil má sedm kousků drátu o délkách 1cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm a 7 cm. Některé z těchto kousků použije k vytvoření drátěného modelu krychle o hranách délky 1 cm bez jakýchkoli překrytí. Určete nejmenší počet kousků, které může Kamil použít.



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Řešení:

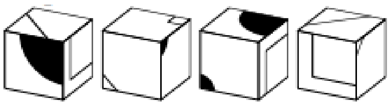
Řešení je znázorněno graficky:

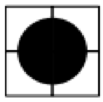


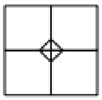
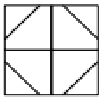
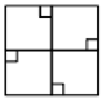
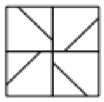
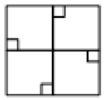
Kamil může nejméně použít 4 kousky drátu.

Správná odpověď je (D).

4. Máme čtyři shodné krychle jako na obrázku vlevo. Krychle k sobě přiložíme tak, že se na jedné stěně objeví velký černý kruh (viz obrázek vpravo). Co můžeme vidět na protilehlé stěně?

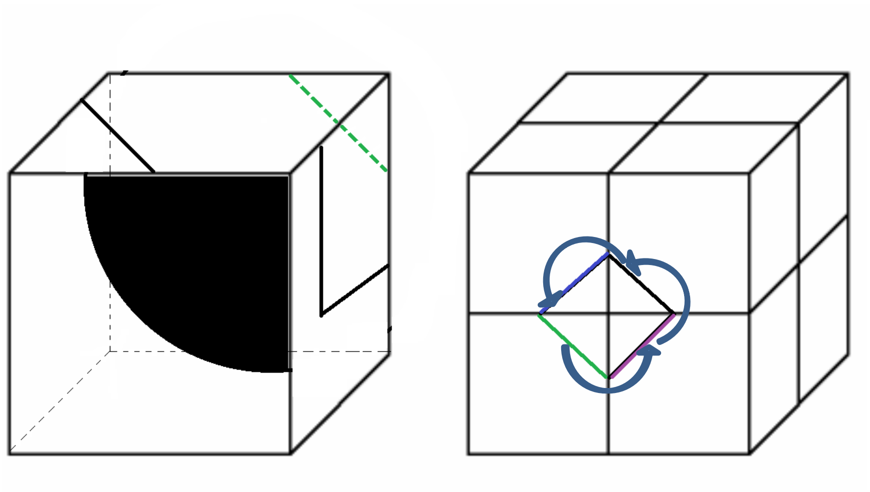




(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

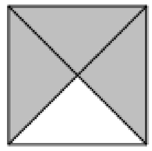
Řešení:

Ze znázorněných 4 krychlí, které jsou shodné, jsme si představili protější stranu čtvrtiny kruhu, která je znázorněna zelenou barvou na obrázku vlevo. Dále jsme touto krychlí otáčeli proti směru hodinových ručiček, vždy o 90^0 až jsme vytvořili obrazec za (A).



Správná odpověď je (A).

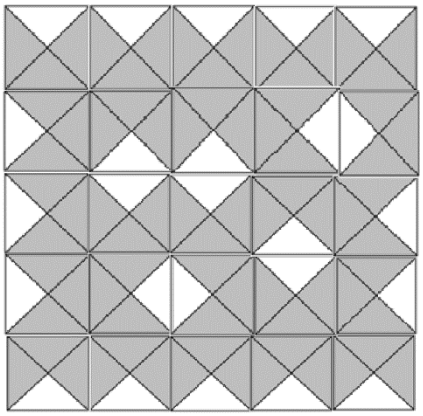
5. Čtverec o velikosti 5x5 je sestaven z kachliček o velikosti 1x1, které mají všechny stejný vzor, jak znázorňuje obrázek. Kterékoli dvě sousedící kachličky čtverce mají stejnou barvu podél společné strany. Obvod velkého čtverce se skládá z černých a bílých úseček o délce 1. Určete nejmenší možný počet černých úseček na obvodu.



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

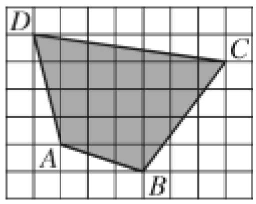
Řešení:

Řešení je znázorněno graficky.



Jak lze z obrázku vidět, správná odpověď je (B).

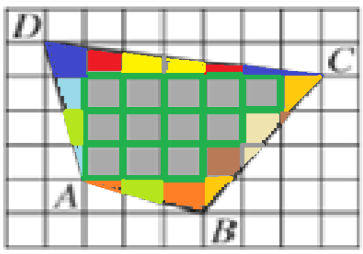
6. Ve čtvercové síti na obrázku je vybarvený čtyřúhelník ABCD. Délka strany čtverečku je 2 cm. Vypočítejte obsah čtyřúhelníku ABCD.



(A) 76 cm^2 (B) 84 cm^2 (C) $88cm^2$ (D) $96cm^2$ (E) 104 cm^2

Řešení:

Řešení je znázorněno graficky na obrázku. Hledali jsme v obrázku celé čtverce, a poté jsme si dílky, které nebyly čtverce, doplnili na čtverce, tak abychom mohli snadno vypočítat obsah daného čtyřúhelníku.

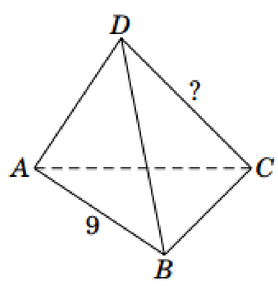


Sečtením všech barev, zjišťujeme, že čtyřúhelník tvoří 21 čtverců. Jeden čtverec má obsah $S = 2 * 2 = 4cm^2$.

Tedy obsah čtyřúhelníku je $21 * 4 = 84cm^2$.

Správná odpověď je (B).

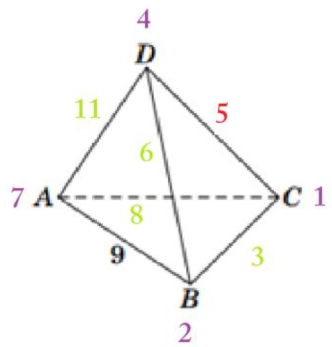
7. Každý ze čtyř vrcholů a každá ze šesti hran čtyřstěnu jsou označeny jedním z deseti čísel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 a 11 (číslo 10 je vynecháno). Každé číslo je užito právě jednou. Součet čísel, která označují kterékoli dva vrcholy čtyřstěnu se rovná číslu, které označuje hranu spojující tyto dva vrcholy. Hrana AB je označena číslem 9. Které číslo označuje hranu CD?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 11

Řešení:

Řešení je znázorněno graficky:

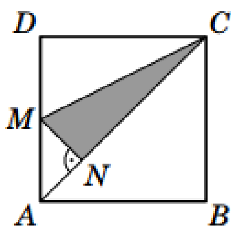


Postup byl v tomto případě „pokus x omyl".

Hranu CD označuje v tomto případě číslo 5.

Správná odpověď je (B).

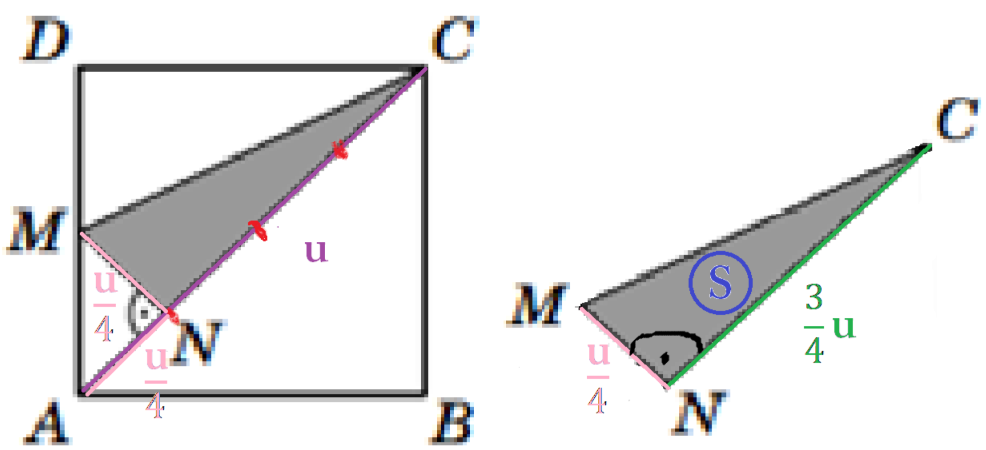
8. Určete poměr obsahu šedého obrazce (trojúhelníku MNC) k obsahu čtverce ABCD, jestliže bod M je středem strany AD a úsečka MN je kolmá k úhlopříčce AC.



(A) 1:6 (B) 1:5 (C) 7:36 (D) 3:16 (E) 7:40

Řešení:

Při řešení tohoto příkladu vycházíme z níže upraveného obrázku. Strana $\boldsymbol{u}$ se dá rozdělit na $\mathbf{4} * \frac{\boldsymbol{u}}{\mathbf{4}}$ a strana NM = $\frac{\boldsymbol{u}}{\mathbf{4}}$**.** Dále tedy: délka strany trojúhelníka NC je tedy $\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\boldsymbol{u}$.



Nyní již není problém dopočítat chybějící údaje pro výpočet obsahu čtverce a trojúhelníku.

Nejprve si vyjádříme $\boldsymbol{u}$:

$$u^2 = a^2 + a^2$$

$$u^2 = 2a^2$$

$$u = a\sqrt{2}$$

Doplníme:

$$\frac{3}{4}u = \frac{3}{4}a\sqrt{2}$$

$$\frac{u}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

Obsah trojúhelníku:

$$S_1 = \frac{\frac{u}{4} * \frac{3}{4}u}{2}$$

$$S_1 = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4} * \frac{3}{4}a\sqrt{2}}{2} = \frac{\frac{3}{16}a^2 * 2}{2} = \frac{3}{16}a^2$$

Obsah čtverce:

$$S_2 = a^2$$

Poměr obsahu trojúhelníku a čtverce:

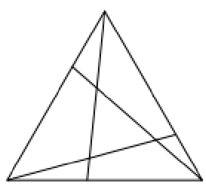
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{3}{16}a^2}{a^2} = \boldsymbol{\frac{3}{16}}$$

Tedy $\mathbf{3 : 16}$

Obsah poměru šedého obrazce (tedy trojúhelníku MNC) k obsahu čtverce ABCD je 3:16.

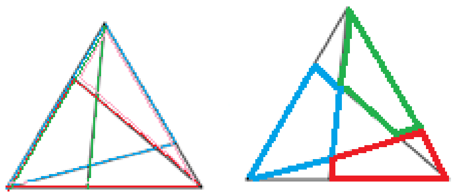
Správná odpověď je (D).

9. Velký trojúhelník je rozdělen třemi úsečkami na čtyři trojúhelníky a tři čtyřúhelníky (viz obrázek). Součet obvodů čtyřúhelníků je 25 cm a součet obvodů čtyř malých trojúhelníků je 20cm. Obvod velkého trojúhelníku je 19 cm. Určete součet délek tří úseček.



(A) 11 cm (B) 12 cm (C) 13 cm (D) 15 cm (E) 16 cm

Řešení:



Odečteme li od součtu obvodů čtyřúhelníků a trojúhelníků obvod velkého trojúhelníku, dostáváme tak dvojnásobnou délku součtu hledaných tří úseček. Pak už stačí tuto délku jen vydělit dvěma a máme hledanou délku tří úseček.

$\textit{Dvojnásobná délka součtu hledaných úseček}$:

$2X = (25 + 20) - 19$

$2X = 45 - 19$

$2X = 26$

$\textit{Součet délek hledaných úseček}$:

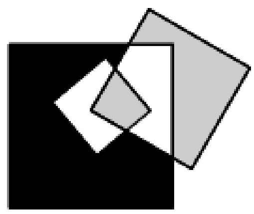
$X = 26 \div 2$

$X = 13$

Součet délky tří úseček je 13 cm.

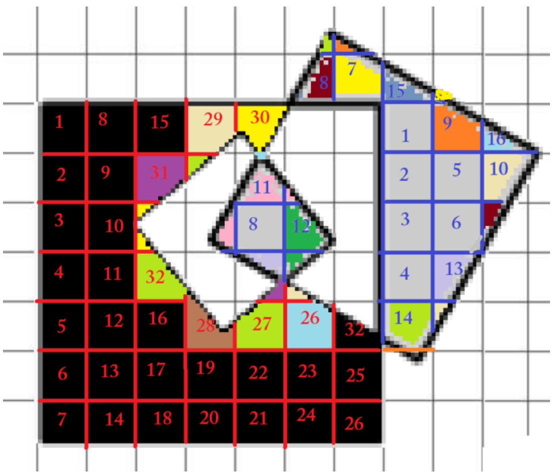
Správná odpověď je (C).

10. Katka narýsovala čtverec o straně 3 cm uvnitř čtverce o straně 7cm.Pak narýsovala další čtverec o straně 5 cm, který protíná první dva čtverce. O kolik se liší obsah černého útvaru od součtu obsahů šedých útvarů?



(A) 0 cm^2 (B) 10 cm^2 (C) 11 cm^2 (D) 15 cm^2
(E) není možné jednoznačně určit

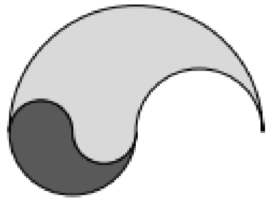
Řešení:



Řešení je znázorněno graficky. 32 černých dílků – 17 šedých dílků = 15 dílků rozdíl.

Správná odpověď je (D).

11. Hranice loga je tvořena půlkružnicemi o poloměru 2 cm, 4 cm a 8 cm. Jak velká část loga je vybarvena tmavě?



(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

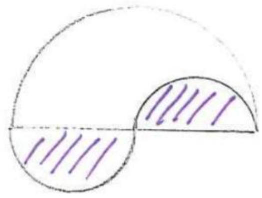
<u>Řešení:</u>

1)Vyjádříme si obsah největší půlkružnice:

$$S_1 = \frac{\pi * 8^2}{2} = 32\pi$$

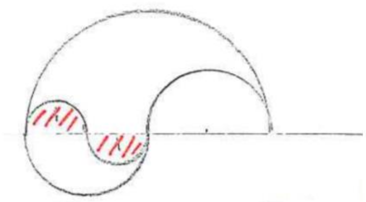
2)Vyjádříme si obsah středně velké půlkružnice:

$$S_2 = \frac{\pi * 4^2}{2} = 8\pi$$



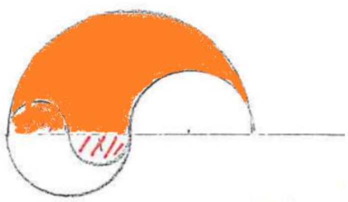
3) Vyjádříme si obsah nejmenší půlkružnice:

$$S_3 = \frac{\pi * 2^2}{2} = 2\pi$$



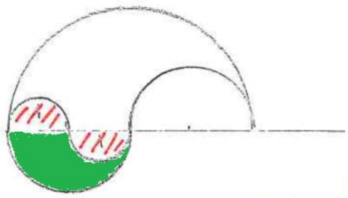
4) Obsah oranžové části tedy bude:

$$S_4 = \frac{\pi * 8^2}{2} - \frac{\pi * 4^2}{2} = 32\pi - 8\pi = 24\pi$$



5) Obsah zelené části tedy bude:

$S_5 = \frac{\pi * 4^2}{2} - \frac{\pi * 2^2}{2} = 8\pi - 2\pi = 6\pi$



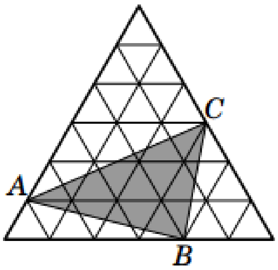
Tmavě vybarvená část loga potom je:

$$S = \frac{6\pi}{24\pi} = \mathbf{\frac{1}{4}}$$

Správná odpověď je (B).

12. Větší rovnostranný trojúhelník se skládá z 36 menších rovnostranných trojúhelníčků, každý o obsahu 1 cm^2. Určete obsah trojúhelníku ABC.

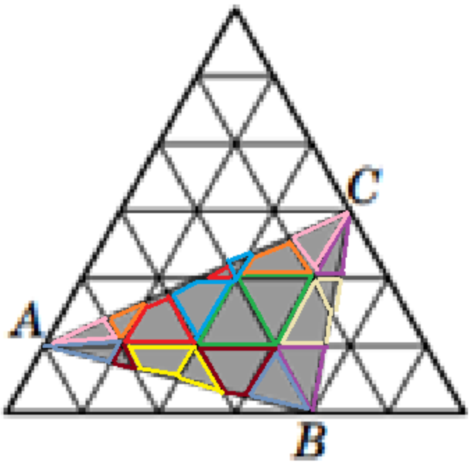
(A) 11 cm^2 (B) 12 cm^2 (C) 15cm^2 (D) 9 cm^2 (E) 10 cm^2



Řešení:

Řešení je znázorněno graficky. V obrázku jsme nejprve vyznačili celé trojúhelníčky a poté jsme ke každému díku hledali zbývající dílek, který by nám jej doplnil na jednotkový trojúhelníček sítě.

Když poscítáme všechny dílky do jednotlivých trojúhelníčků, získáme tak 11. Tedy $S = 11 * 1cm^2 = 11cm^2$.



Správná odpověď je (A).

3. Výzkumná část

3.1 Vytvoření testů

Z příkladů, kterým jsem se věnovala v předchozí části, jsem vytvořila testové listy viz. *Příloha 1, Příloha 2, Příloha 3 a Příloha 4*. Jedná se tedy o zajímavé geometrické příklady z Matematického Klokana pro kategorie Benjamín a Kadet. Pravidla jsem se snažila zachovat, tak aby odpovídala klasickým pravidlům soutěže. Pouze jsem upravila počet příkladů tak, aby byli žáci schopni test vyřešit v rámci jedné vyučovací jednotky. Maximální počet dosažených bodů vychází na 90, kde je připočítáno počátečních 18 bodů, které získává každý žák na začátku testu. Za špatnou odpověď se rovněž odečítá 1 bod, za nezodpovězení se žádný bod neodečítá ani nepřičítá. Na vyřešení mají žáci 45 min, tedy 2,5 min na jeden příklad, což odpovídá stejné časové dotaci na jeden příklad u klasické verze Matematického klokana. Pouze jsem navíc vytvořila pro každou kategorii dvě verze testu stejné obtížnosti. Jednak jsem chtěla zamezit možnosti opisování a také jsem chtěla použít větší množství příkladů.

Z každé kategorie jsem vybrala 18 příkladů (18 příkladů za kategorii Benjamín a 18 příkladů za kategorii Kadet). Příklady jsou děleny podle náročnosti. Nejjednodušších 6 příkladů je bodováno po 3 bodech za správně vyřešený příklad. Následujících 6 příkladů je stupně střední obtížnosti. Za správně vyřešený příklad žák dostane 4 bodů. A posledních 6 příkladů reprezentuje nejvyšší stupeň obtížnosti. Za správné řešení žák získá 5 bodů.

3.2 Metoda Hejného

Jedná se o netradiční způsob výuky matematiky. Touto metodou učí již přes 750 z 4 100 základních škol v ČR a má využití i v alternativních školských systémech. Rovněž tak ji využívají rodiče při domácí výuce svých dětí. O metodu profesora Milana Hejného se zajímají i za hranicemi ČR. A to sice v Itálii, Řecku, Finsku, Švédsku, Polsku (kde se již pilotují učební materiály) či v Kanadě. V ČR jsou učebnice pro první stupeň schváleny již od roku 2007 a také se podle nich učí. Dále pak došlo v posledních letech k velkému rozvoji a jsou schválené rovněž učebnice pro druhý stupeň ZŠ a nižší ročníky víceletých gymnázií.

Hejného metoda je založena na tvorbě schémat a prostředí, se kterými žák pracuje a ve kterých si dokáže představit matematické souvislosti. Učitel dětem nepředkládá fakta, která si mají zapamatovat, ale vede je k objevování matematiky na skutečném světě. Tím jsou děti jednak vedeny k samostatnému myšlení, ale také si takto získané poznatky mnohem lépe osvojí a zapamatují.

„Hejného metoda je založena na respektování 12 základních principů, které geniálně skládá do uceleného konceptu tak, aby dítě objevovalo matematiku samo a s radostí. Vychází ze 40 let experimentů a prakticky využívá historické poznatky, které se v dějinách matematiky objevují od starověkého Egypta až do dnešních dnů.“[13]

12 základních principů:

1. Budování schémat – založené na faktu, že zákonitosti vztahující se ke schématům každodenního života se vztahují i k schématům matematickým[14]

2. Práce v prostředích – *„Prostředí obsahuje série na sebe navazujících úloh se stejným námětem, vychází ze zkušeností dětí a z běžného života – například krokování, schody, rodina, autobus. Jiná využívají u dětí oblíbenou činnost – řešení rébusů, hlavolamů, doplňovaček, hraní her.“* [15]

3. Prolínání témat – *„Jednotlivá témata si dáváme do souvislostí, které navíc odpovídají našim vlastním zkušenostem, jsme schopni si kdykoli jednotlivý poznatek odvodit či lehce vybavit. Naopak naučíme-li se jednotlivá fakta či pravidla izolovaně bez skutečného pochopení, nemusíme být schopni si na ně časem vůbec vzpomenout.*“[16]

4. Rozvoj osobnosti – *„Výuka matematiky Hejného metodou tak plnohodnotně využívá potenciál osobnosti žáka a zároveň podporuje, motivuje a usměrňuje její růst.“*[17]

---

[13] Hejného metoda: 12 klíčových principů. *Hejného metoda: 12 klíčových principů* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz

[14] Hejného metoda: Budování schémat. *Hejného metoda: Prostředí* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/budovani-schemat

[15] Hejného metoda: Prostředí. *Hejného metoda: Prostředí* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/prostredi

[16] Hejného metoda: Prolínání témat. *Hejného metoda: Prolínání témat* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/prolinani-temat

[17] Hejného metoda: Rozvoj osobnosti. *Hejného metoda: Rozvoj osobnosti* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/rozvoj-osobnosti

5. Skutečná motivace – *„Motivace dává poznávacímu procesu energii i orientaci, a proto hraje klíčovou roli v kvalitě celého procesu učení. Dítě s vnitřní potřebou poznávat poznává intenzivněji, hlouběji a komplexněji než to, které je k poznávání donuceno.“*[18]

6. Reálné zkušenosti – Vychází z principu naší vlastní důvěrně známé zkušenosti, díky které jsme schopni vstoupit i do světa naprosté abstrakce.[19]

7. Radost z matematiky – *„Nejúčinnější motivace přichází z pocitu úspěchu, z upřímné radosti dítěte, jak dobře vyřešilo přiměřeně náročný úkol.“*[20]

8. Vlastní poznatek – *„Poznatek získaný vlastní úvahou je kvalitnější než poznatek převzatý. Matematiku podle nich žák objevuje. Cesta k objevu jde od zkušenosti k pojmu.“*[21]

9. Role učitele – *„Učitel je ten, kdo organizuje hodinu, pobízí žáky k práci, zadává vhodné úlohy, raduje se s žáky z jejich objevů a řídí jejich diskuse.“*[22]

10. Práce s chybou – *„Chyba u jakékoli lidské činnosti je přirozený jev, zejména když se člověk tuto činnost teprve učí. Je-li s chybou dobře naloženo, je vítaným společníkem na cestě k porozumění. Jestliže si člověk uvědomí, že se chyby dopustil, a jestliže navíc zjistí, proč k tomu došlo, zdokonalí se jeho schopnost dělat příště danou činnost lépe.“*[23]

11. Přiměřené výzvy - *„Úlohy v Hejného učebnicích jsou často odstupňovány podle obtížnosti. Má-li úloha části a) až f), tedy část za a) vyřeší bez pomoci spolužáků*

[18] Hejného metoda: Rozvoj osobnosti. *Hejného metoda: Skutečná motivace* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/motivace
[19] Hejného metoda: Reálné zkušenosti. *Hejného metoda: Reálné zkušenosti* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/realne-zkusenosti
[20] Hejného metoda: Radost z matematiky. *Hejného metoda: Radost z matematiky* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/radost
[21] Hejného metoda: Vlastní poznatek. *Hejného metoda: Vlastní poznatek* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/vlastni-poznatek
[22] Hejného metoda: Role učitele. *Hejného metoda: Role učitele* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/role-ucitele
[23] Hejného metoda: Práce s chybou. *Hejného metoda: Práce s chybou* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/prace-s-chybou

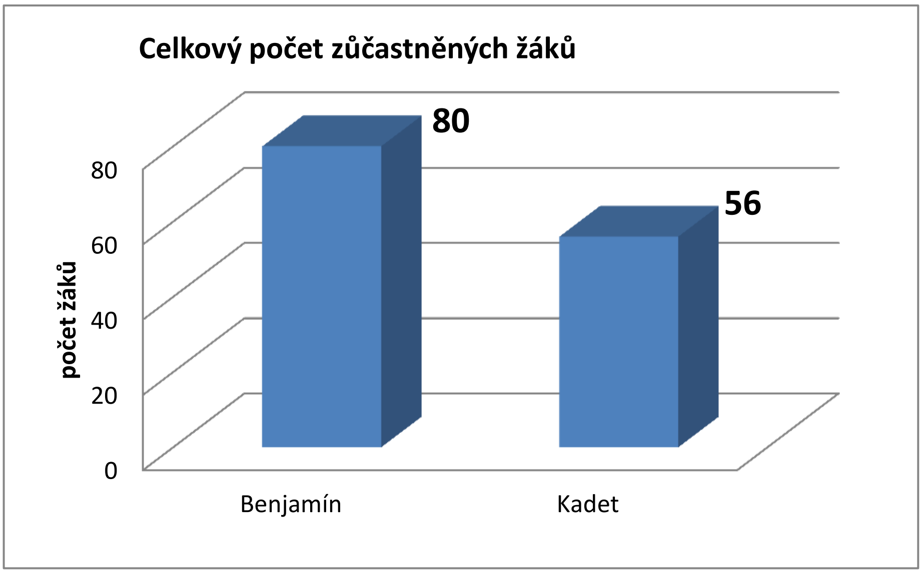
všichni, část b) vyřeší třeba 90 % třídy, c) 75 %, d) 50 %, e) 25 % a f) možná jen 10 % nebo jediné dítě ve třídě. Podstatné je, že každý má před sebou přiměřené výzvy.“[24]

12. Podpora spolupráce – *„Děti potřebují mít prostor ke vzájemné spolupráci a diskusím přímo v hodinách. Tato komunikace se totiž ukazuje jako vysoce efektivní.“*[25]

3.3 Celkové výsledky testů

Průzkumu se zúčastnilo celkem 136 žáků 6. - 9. tříd ZŠ a MŠ Horka nad Moravou. Na této základní škole se matematika vyučuje oběma způsoby. Ve třídách 6. A, 7. A, 8. A, 9. A probíhá výuka matematiky běžným způsobem. Výuka metodou Hejného probíhá ve třídách 6. B, 7. B, 8. B, 9. B. Kategorii Benjamín počítalo 80žáků, žáci 6. a 7. ročníků. Kategorii Kadet počítalo 56 žáků, tedy žáci 8. a 9. ročníků.

Graf udává počet všech žáků, kteří se zúčastnili testu, v příslušných kategoriích (dohromady 136 žáků)



Obrázek č. 5 - počet všech žáků v příslušných kategoriích

[24] Hejného metoda: Přiměřené výzvy. *Hejného metoda: Přiměřené výzvy* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/primerenost
[25] Hejného metoda: Podpora spolupráce. *Hejného metoda: Podpora spolupráce* [online]. [cit. 2017-12-03]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/principy/spoluprace

Celkový bodový zisk žáků ve všech třídách

90	0	**69**	0	**48**	1	**27**	3	**6**	0
89	0	**68**	0	**47**	4	**26**	5	**5**	0
88	0	**67**	0	**46**	3	**25**	2	**4**	0
87	0	**66**	0	**45**	0	**24**	4	**3**	0
86	0	**65**	0	**44**	0	**23**	7	**2**	0
85	0	**64**	0	**43**	2	**22**	3	**1**	0
84	0	**63**	2	**42**	5	**21**	2	**0**	0
83	0	**62**	1	**41**	5	**20**	4		
82	0	**61**	0	**40**	8	**19**	1		
81	0	**60**	2	**39**	5	**18**	0		
80	0	**59**	1	**38**	7	**17**	1		
79	0	**58**	0	**37**	3	**16**	0		
78	0	**57**	1	**36**	5	**15**	0		
77	0	**56**	0	**35**	5	**14**	1		
76	0	**55**	1	**34**	2	**13**	1		
75	0	**54**	1	**33**	5	**12**	1		
74	0	**53**	1	**32**	4	**11**	0		
73	0	**52**	1	**31**	5	**10**	0		
72	1	**51**	0	**30**	5	**9**	0		
71	0	**50**	3	**29**	4	**8**	0		
70	0	**49**	2	**28**	5	**7**	0		

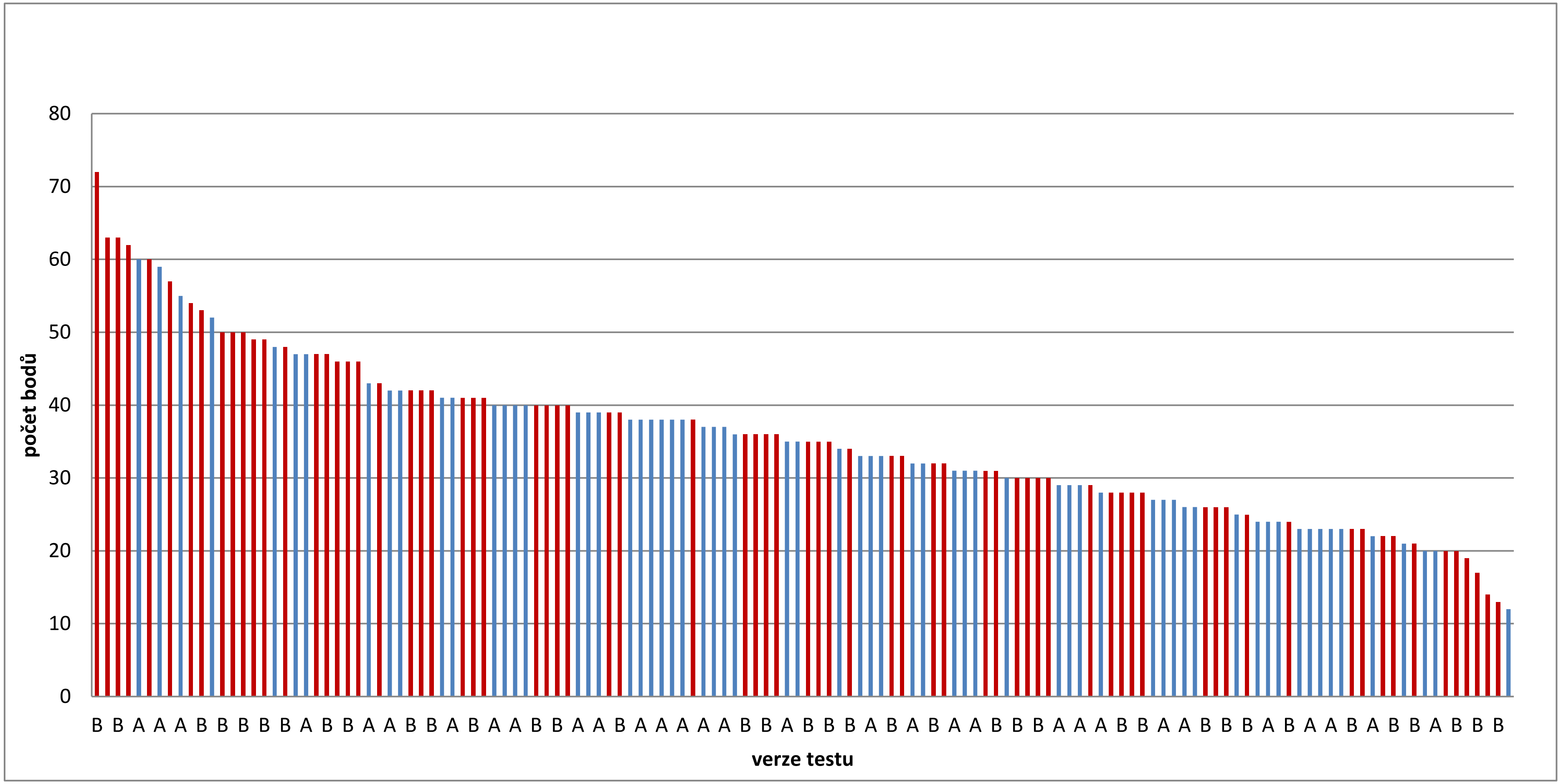
Tabulka č. 6 -celkový bodový zisk za obě kategorie ve všech třídách a ročnících

Průměrný počet bodů	**35,52206**
Modus	40
Medián	35
Maximální počet dosažených bodů	72
Minimální počet dosažených bodů	12

Tabulka č. 7 – statistické údaje všechny třídy

Dle Tabulky č.6 plného počtu 90 bodů nedosáhl nikdo. Nejlepší bodové skóre bylo 72 bodů, kterého dosáhl pouze jeden žák. Minimální počet bodů bylo 12 a to pouze u jednoho žáka. Nejčetnější počet bodů, který se v bodování vyskytnul, byl 40 a to u 8 žáků.

3.3.1 Srovnání úspěšnosti všech řešitelů ve verzích A a B



Obrázek č 6 – srovnání úspěšnosti ve verzích A a B

Obrázek č. 6 znázorňuje úspěšnost řešitelů v rámci verzí A a B. Verzi za B řešilo 72 žáků a verzi za A 64 žáků. Můžeme vidět, že řešitelé s verzí B byli úspěšnější nežli řešitelé s verzí A. Dle tabulky níže můžeme vidět, že nejvyššího počtu bodů bylo dosaženo ve verzi B a to 72 bodů, další nejvyšší bodové skoré bylo 63 bodů a 62 bodů (oboje získané v rámci verze B). Nejlepšího výsledku za verzi A bylo u 60 bodů, tedy u 4. místa skupiny B. Nejnižšího počtu bodů bylo dosaženo ve skupině A, a to 12 bodů. Což bylo o jeden bod méně než u nejnižšího bodového zisku u skupiny B. Celkově byla úspěšnost žáků ve skupině B znatelně vyšší nežli u žáků ve skupině A.

Tabulka znázorňuje konkrétní bodové zisky ve verzích testu A a B

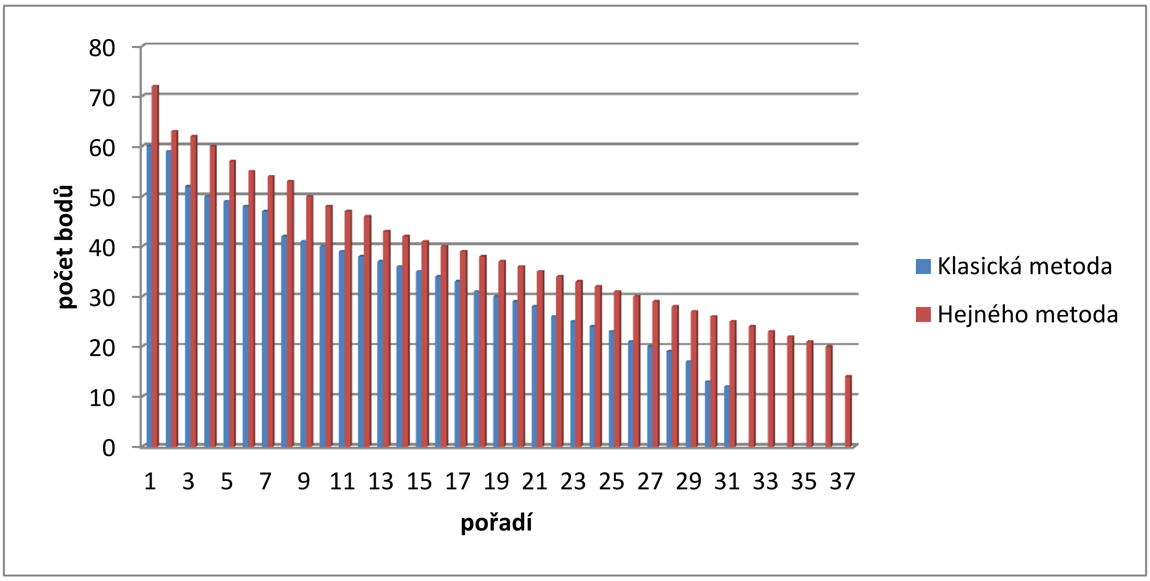
72	B	**42**	B	**38**	A	**31**	A	**24**	A
63	B	**42**	B	**38**	A	**31**	A	**24**	A
63	B	**42**	A	**37**	A	**31**	B	**24**	B
62	B	**42**	A	**37**	A	**30**	B	**23**	A
60	B	**42**	B	**37**	A	**30**	B	**23**	B
60	A	**41**	A	**36**	A	**30**	B	**23**	A
59	A	**41**	B	**36**	B	**30**	B	**23**	B
57	B	**41**	A	**36**	B	**30**	A	**23**	A
55	A	**41**	B	**36**	B	**29**	A	**23**	A
54	B	**41**	B	**36**	B	**29**	A	**23**	A
53	B	**40**	A	**35**	A	**29**	B	**22**	A
52	A	**40**	B	**35**	A	**29**	A	**22**	B
50	B	**40**	A	**35**	B	**28**	B	**22**	B
50	B	**40**	B	**35**	B	**28**	B	**21**	B
50	B	**40**	A	**35**	B	**28**	A	**21**	A
49	B	**40**	B	**34**	A	**28**	B	**20**	B
49	B	**40**	A	**34**	B	**28**	B	**20**	A
48	A	**40**	B	**33**	B	**27**	A	**20**	A
48	B	**39**	A	**33**	A	**27**	A	**20**	B
47	B	**39**	A	**33**	A	**27**	A	**19**	B
47	A	**39**	A	**33**	A	**26**	A	**17**	B
47	B	**39**	B	**33**	B	**26**	B	**14**	B
47	A	**39**	B	**32**	A	**26**	B	**13**	B
46	B	**38**	A	**32**	B	**26**	B	**12**	A
46	B	**38**	A	**32**	A	**26**	A		
46	B	**38**	A	**32**	B	**25**	A		
43	B	**38**	B	**31**	A	**25**	B		
43	A	**38**	A	**31**	B	**24**	A		

Tabulka č. 8 – bodové zisky ve verzích testu A a B

Průměrný bodový zisk verze A: 33, 556

Průměrný bodový zisk verze B: 36, 903

3.3.2 Srovnání úspěšnosti Hejného metoda x bez Hejného



Obrázek č. 7 – Hejného metoda x bez Hejného metody

Obrázek č. 7 znázorňuje úspěšnost žáků v rámci způsobu výuky. Z grafu je patrné, že žáci vyučovaní metodou Hejného dosáhli lepších výsledků nežli žáci vyučovaní běžnou metodikou. Testu se zúčastnilo 72 žáků reprezentující běžnou výuku a 64 žáků vyučovaných metodou Hejného. Na prvním místě se umístil žák vyučovaný metodou Hejného se 72 body. Oproti tomu nejlepším výkonem za běžnou výuku byl žák se 60 body, tedy o 12 bodů méně. Nejméně bodů bylo dosaženo v běžné výuce matematiky a to 12 bodů, za metodu Hejného bylo dosaženo nejméně 14 bodů.

Tabulka označující srovnání bodových zisků v rámci pořadí za metodu Hejného x bez Hejného metody

Umístění	Klasic.	Hejný	Umístění	Klasic.	Hejný	Umístění	Klasika	Hejný
1.	60	72	**14.**	36	42	**27.**	20	29
2.	59	63	**15.**	35	41	**28.**	19	28
3.	52	62	**16.**	34	40	**29.**	17	27
4.	50	60	**17.**	33	39	**30.**	13	26
5.	49	57	**18.**	31	38	**31.**	12	25
6.	48	55	**19.**	30	37	**32.**	x	24
7.	47	54	**20.**	29	36	**33.**	x	23
8.	42	53	**21.**	28	35	**34.**	x	22
9.	41	50	**22.**	26	34	**35.**	x	21
10.	40	48	**23.**	25	33	**36.**	x	20
11.	39	47	**24.**	24	32	**37.**	x	14
12.	38	46	**25.**	23	31			
13.	37	43	**26.**	21	30			

Tabulka č. 9 – bodové zisky Hejného metoda x bez Hejného metody

3.4 Výsledky za Benjamín

3.4.1 Výsledky za kategorii Benjamín v 6. třídách

3.4.1.1 Výsledky ve třídě 6. A –bez výuky Hejného

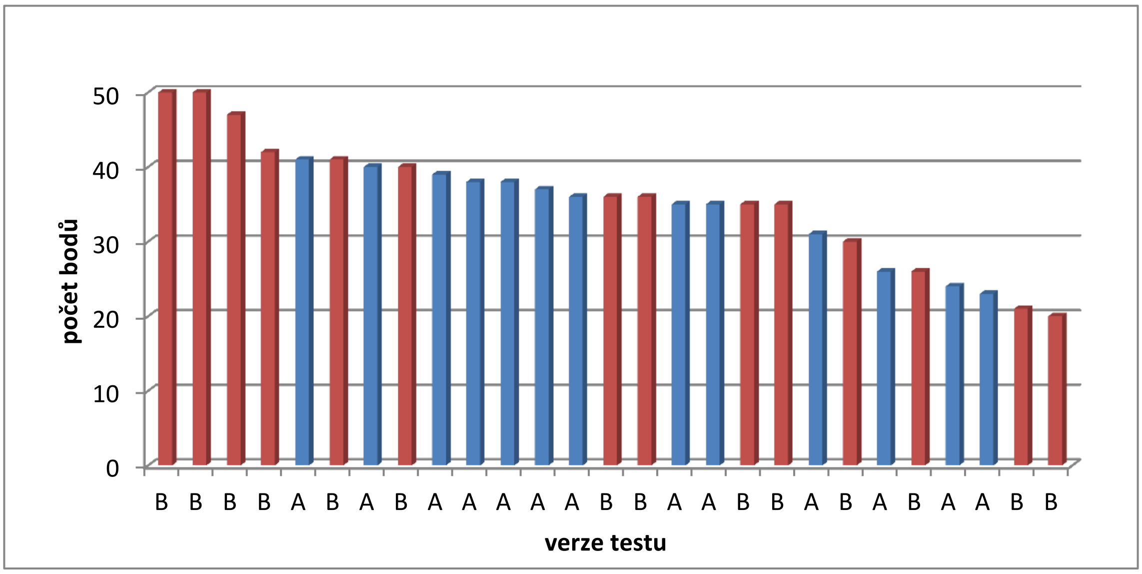
1.	50	B	**9.**	36	B
1.	50	B	**10.**	35	A
2.	47	B	**10.**	35	A
3.	42	B	**10.**	35	B
4.	41	A	**10.**	35	B
4.	41	B	**11.**	31	A
5.	40	A	**12.**	30	B
5.	40	B	**13.**	26	A
6.	39	A	**13.**	26	B
7.	38	A	**14.**	24	A
7.	38	A	**15.**	23	A
8.	37	A	**16.**	21	B
9.	36	A	**17.**	20	B
9.	36	B			

Tabulka č.10 – výsledky ve třídě 6. A

Průměrný počet bodů	**35,26**
Modus	35
Medián	36
Maximální počet dosažených bodů	50
Minimální počet dosažených bodů	20

Tabulka č. 11 – statistické údaje 6. A

Ve třídě 6. A se účastnilo testu 27 žáků. 13 žáků řešilo verzi za A a 14 žáků řešilo verzi za B. Maximální počet dosažených bodů byl 50 a získali jej 2 žáci. Nejnižší počet bodů bylo 20, reprezentovaných jedním žákem. Průměrně se třída pohybovala kolem 35 bodů. Nejvíce frekventovaným se stal počet 35 bodů, kterého dosáhli 4 žáci.



Obrázek č. 8 – výsledky Benjamín 6. A

Z Obrázku č. 8 je patrné, že verze testu za B byla pro žáky snadnější, jelikož dosáhli lepších výsledků nežli žáci, kteří řešili verzi za A. Dále pak vidíme, že rovněž nejvyššího počtu bodů 50, dosáhli právě žáci řešící verzi za B. Nejlepšího bodového zisku u verze za A bylo dosaženo 41 bodů, což bylo o 9 bodů méně než u verze za A. Zajímavé však je, že i nejnižšího počtu bodů dosáhli rovněž žáci řešící verzi za B a to 20 bodů, což bylo o 3 body méně než u nejnižšího bodového zisku u verze A.

3.4.1.2 Výsledky ve třídě 6. B - Metoda Hejného

Tabulka znázorňuje bodové zisky třídy 6. B

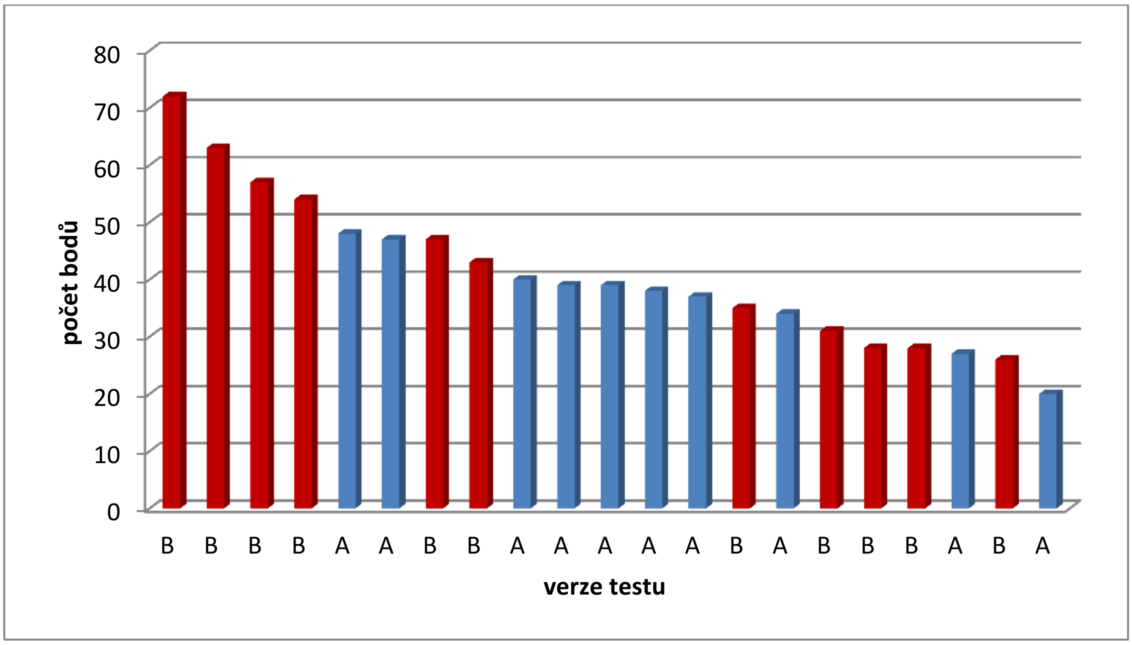
1.	72	B	**11.**	37	A
2.	63	B	**12.**	35	B
3.	57	B	**13.**	34	A
4.	54	B	**14.**	31	B
5.	48	A	**15.**	28	B
6.	47	A	**15.**	28	B
6.	47	B	**16.**	27	A
7.	43	B	**17.**	26	B
8.	40	A	**18.**	20	A
9.	39	A			
9.	39	A			
10.	38	A			

Tabulka č. 12 – výsledky ve třídě 6. B

Průměrný počet bodů	40,61905
Modus	47
Medián	39
Maximální počet dosažených bodů	72
Minimální počet dosažených bodů	20

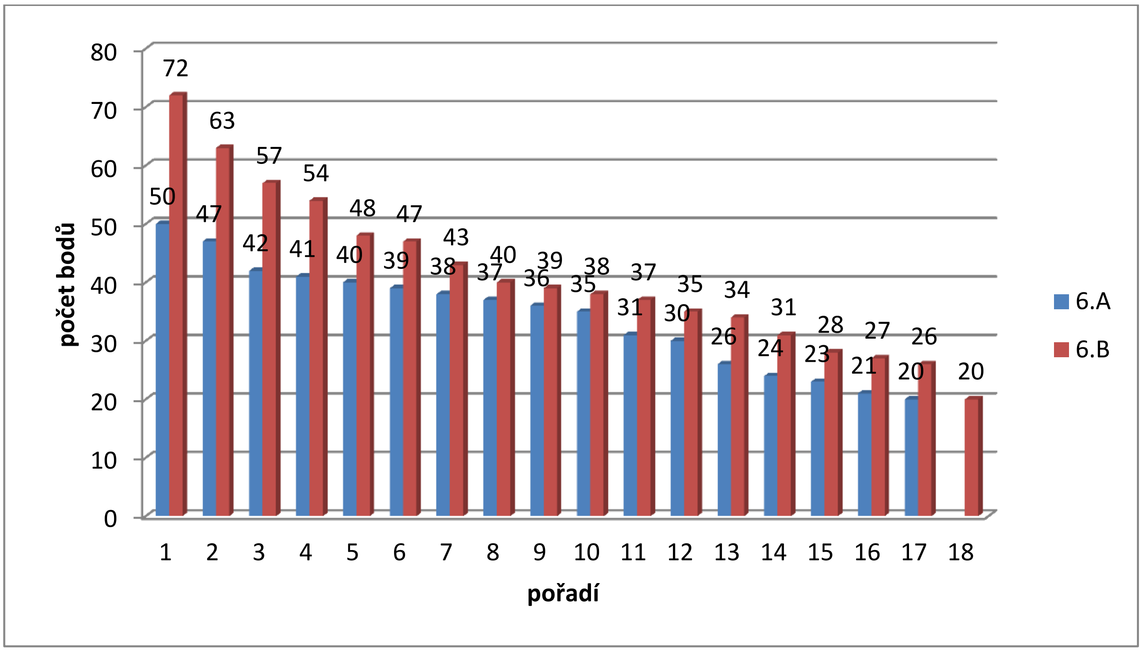
Tabulka č. 13 – statistické údaje 6. B

V třídě 6.B se zúčastnilo testu 21 žáků. 10 žáků řešilo verzi A a 11 žáků řešilo verzi B. Z tabulky č. 12 lze vyčíst, že nejvyšší počet bodů byl 72 a to u verze za B, dosáhl jej jeden žák. V této třídě byl zároveň dosažen nejlepší bodový zisk ze všech tříd a všech ročníků, a to je 72 bodů. Průměrný bodový zisk byl v této třídě 40,61905. Nejnižší dosažený počet bodů bylo 20 u verze A. Nejlepší, nejvíce frekventovaný výkon byl u dvou žáků a to sice v počtu 47 bodů. Z obrázku č. 9 je patrné, že řešitelé s verzí B byli mnohem úspěšnější nežli řešitelé s verzí A.



Obrázek č. 9 – výsledky Benjamín 6. B

3.4.1.3 Srovnání úspěšnosti žáků 6. A a 6. B



Obrázek č. 10 – srovnání Benjamín 6. A a 6. B

Obrázek č. 10 znázorňuje úspěšnost řešitelů v šestých třídách (6. A běžnou metodikou a 6. B vyučována metodou Hejného od 3.třídy). Z obrázku č. 10 je zřejmé, že lepších výsledků dosáhla třída 6. B vyučována metodou Hejného. V rozdílu prvního umístění bylo celých 22 bodů. Nejnižší počet bodů u obou tříd bylo 20. U průměrného počtu bodů dosáhli žáci vyučováni metodou Hejného o 5, 35 lepšího průměru než žáci vyučováni běžnou metodikou.

Celkové výsledky tříd 6. A a 6. B

1.	72	B	**13.**	38	A	**24.**	23	A
2.	63	B	**14.**	37	A	**25.**	21	B
3.	57	B	**14.**	37	A	**26.**	20	B
4.	54	B	**15.**	36	A	**26.**	20	A
5.	50	B	**15.**	36	B			
5.	50	B	**15.**	36	B			
6.	48	A	**16.**	35	A			
7.	47	B	**16.**	35	A			
7.	47	A	**16.**	35	B			
7.	47	B	**16.**	35	B			
8.	43	B	**16.**	35	B			
9.	42	B	**17.**	34	A			
10.	41	A	**18.**	31	A			
10.	41	B	**18.**	31	B			
11.	40	A	**19.**	30	B			
11.	40	B	**20.**	28	B			
11.	40	A	**20.**	28	B			
12.	39	A	**21.**	27	A			

12.	39	A	**22.**	26	A
12.	39	A	**22.**	26	B
13.	38	A	**22.**	26	B
13.	38	A	**23.**	24	A

Tabulka č. 13- srovnání výsledků 6. A a 6.B

Průměrný počet bodů	**37,60417**
Modus	35
Medián	37
Maximální počet dosažených bodů	72
Minimální počet dosažených bodů	20

Tabulka č. 14 – statistické údaje 6. A a 6. B

Za obě třídy šestého ročníku se zúčastnilo 48 žáků. Nejlepší výsledek byl 72 bodů, nejnižší počet bodů byl 20. Průměrný počet bodů obou tříd byl 37,60417. Nejfrekventovanější a nejlepší bodový zisk bylo 37 bodů, kterého dosáhli 3 žáci.

3.4.2 Výsledky v kategorii Benjamín v 7. ročnících

3.4.2.1 Výsledky ve třídě 7. A – bez výuky Hejného

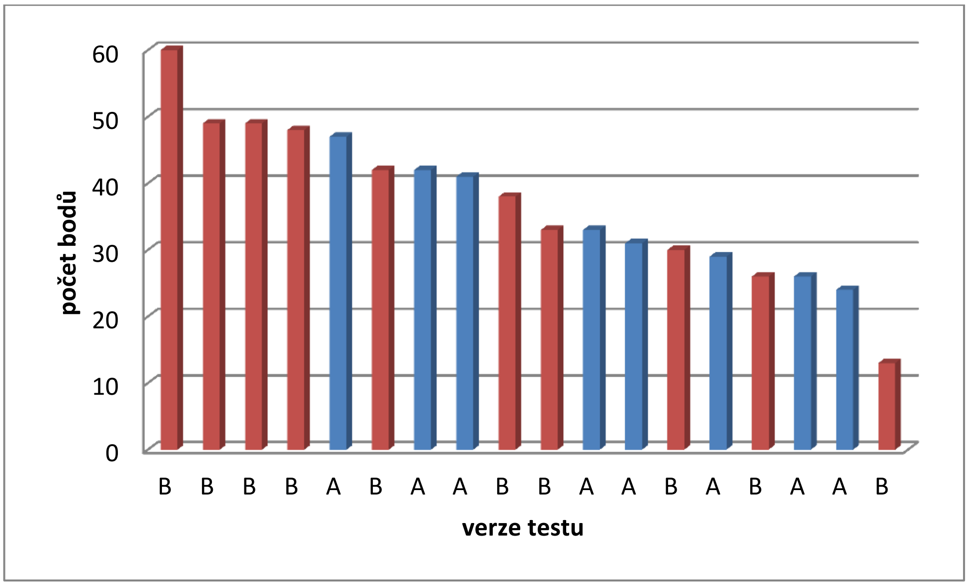
1.	60	B	**8.**	33	B
2.	49	B	**8.**	33	A
2.	49	B	**9.**	31	A
3.	48	B	**10.**	30	B
4.	47	A	**11.**	29	A
5.	42	B	**12.**	26	B
5.	42	A	**12.**	26	A
6.	41	A	**13.**	24	A
7.	38	B	**14.**	13	B

Tabulka č. 15 – výsledky ve třídě 7. A

Průměrný počet bodů	**36,72222**
Modus	49
Medián	35,5
Maximální počet dosažených bodů	60
Minimální počet dosažených bodů	13

Tabulka č. 16 – statistické údaje 7. A

Testu se v této třídě zúčastnilo 18 žáků. 8 žáků řešilo verzi A a 10 žáků řešilo verzi B. Tabulka č. 15 ukazuje, že třída dosáhla nejvyššího počtu bodů ve verzi B a to 60 bodů, kterých dosáhl jeden žák. Nejnižší počet bodů byl rovněž dosažen ve verzi B a to 13bodů. Nejvíce frekventovaným se stalo 49 bodů, kterých dosáhli 2 žáci. Průměrný počet bodů v této třídě byl 36,72222. Z obrázku č. 11 je patrné, že i v této třídě dopadla verze B lépe nežli verze A. Rozdíl nejlepšího bodového umístění ve verzi B od verze A bylo 12 bodů.



Obrázek č. 11 – výsledky Benjamín 7. A

3.4.2.2 Výsledky ve třídě 7. B – Hejného metoda

1.	63	B	**8.**	38	A
2.	60	A	**9.**	37	A
3.	50	B	**10.**	36	B
4.	46	B	**11.**	33	A
5.	42	A	**12.**	25	A
6.	41	B	**13.**	20	A
7.	40	B	**13.**	20	B

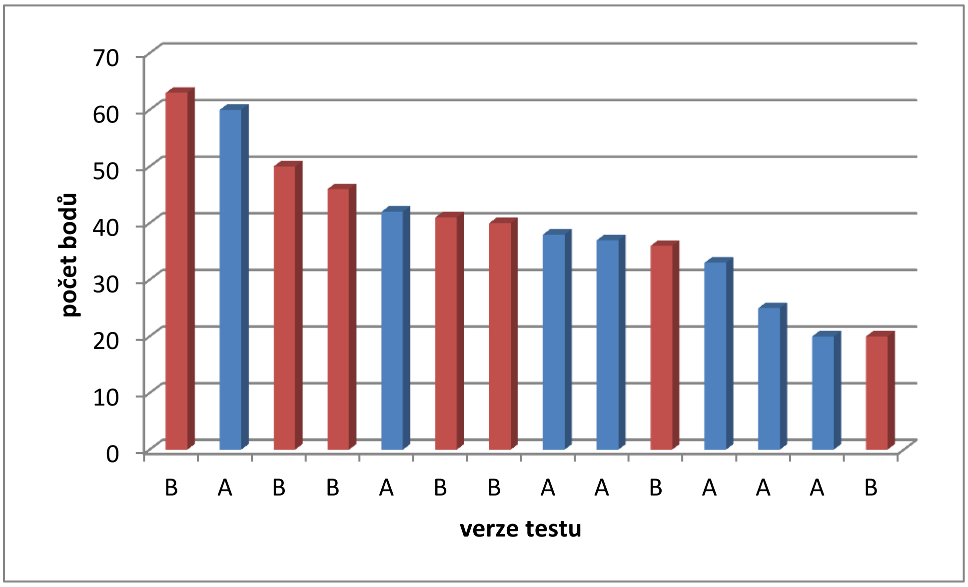
Tabulka č. 17 – výsledky ve třídě 7. B

Průměrný počet bodů	**39,35714**
Modus	20
Medián	39
Maximální počet dosažených bodů	63
Minimální počet dosažených bodů	20

Tabulka č. 18 – statistické údaje 7. B

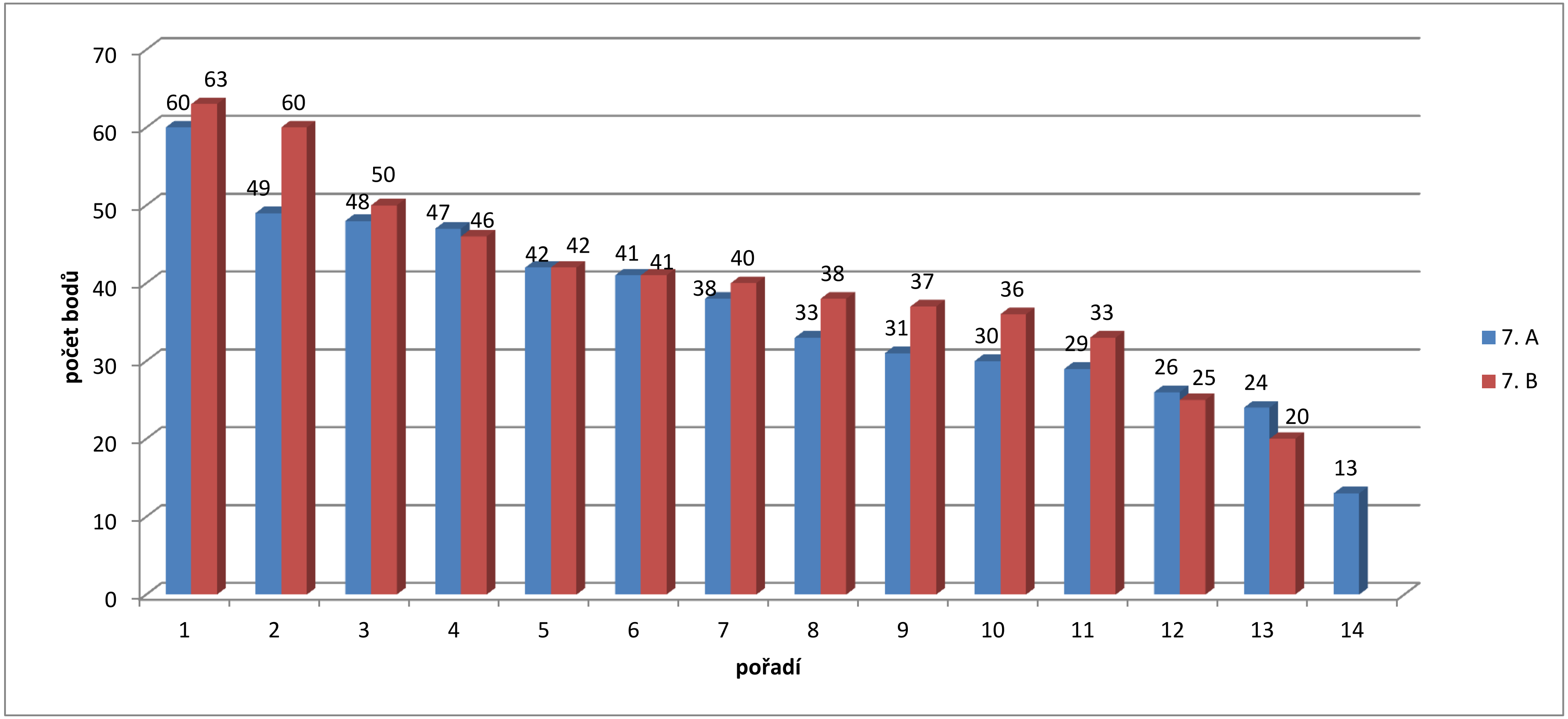
Ve třídě 7. B se testu zúčastnilo 14 žáků. Verzi A řešilo 7 žáků a verzi B řešilo rovněž 7 žáků. Nejvyššího počtu bodů bylo dosaženo ve verzi B a to 63 bodů. Nejnižšího počtu bodů tedy 20, bylo dosaženo u obou verzí A i B. Průměrný počet bodů na třídu vychází

39,35714. Nejvíce frekventovaný bodový zisk byl 20B, který se vyskytnul v této třídě dvakrát. Jak je z obrázku č. 12 níže patrné, verze B vyšla lépe než verze A. Ale zde není rozdíl tak patrný jako u předchozích tříd. Rozdíl v nejlepším výsledku obou verzí byl pouze o 3 body. I další průběh grafu, co se týče obou verzí testu, je více plynulý než v předchozích případech.



Obrázek č. 12 – výsledky Benjamín 7. B

3.4.2.3 Srovnání úspěšnosti žáků 7. A a 7. B



Obrázek č. 13- srovnání Benjamín 7. A a 7. B

Z obrázku č. 13 můžeme vyčíst, že třída 7. B, vyučována Hejného metodou si vedla o trochu lépe nežli třída 7. A vyučována běžnou metodikou. Ovšem rozdíl zde nebyl tolik patrný jako v případě 6. tříd. Nejlepšího výsledku bylo dosaženo v 7. B 63 bodů což bylo jen o 3 body méně než u třídy 7. A. Nejnižšího počtu bodů dosáhla třída 7. A a to s 13 body. Což se od nejnižšího bodového umístění třídy 7. B lišilo o 11 bodů. Průměrný počet bodů ve třídě 7.A byl 36,72 což bylo o 2, 64 méně než ve třídě 7. B.

Celkové výsledky tříd 7. A a 7. B

1.	63	B	**11.**	38	B	**21.**	20	B
2.	60	B	**11.**	38	A	**22.**	13	B
2.	60	A	**12.**	37	A			
3.	50	B	**13.**	36	B			
4.	49	B	**14.**	33	B			
4.	49	B	**14.**	33	A			
5.	48	B	**14.**	33	A			
6.	47	A	**15.**	31	A			
7.	46	B	**16.**	30	B			
8.	42	B	**17.**	29	A			
8.	42	A	**18.**	26	B			
8.	42	A	**18.**	26	A			
9.	41	A	**19.**	25	A			
9.	41	B	**20.**	24	A			
10.	40	B	**21.**	20	A			

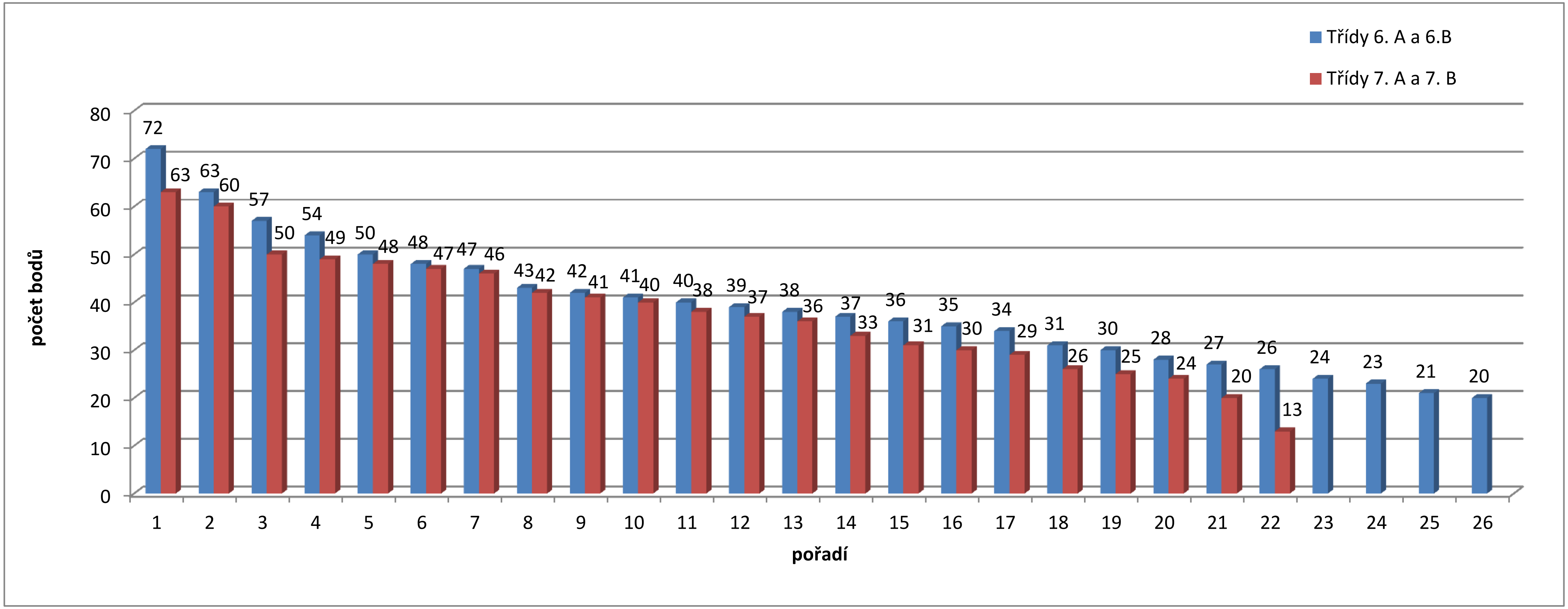
Tabulka č. 19 – výsledky tříd 7. A a 7. B

Průměrný počet bodů	**37,875**
Modus	42
Medián	38
Maximální počet dosažených bodů	63
Minimální počet dosažených bodů	13

Tabulka č. 20 – statistické údaje 7. A a 7. B

Za obě třídy sedmého ročníku, se zúčastnilo 32 žáků. Nejlepší výsledek byl 63 bodů, nejnižší počet bodů byl 13 bodů. Průměrný počet bodů obou tříd byl 37,875. Nejvyšší nejfrekventovanější bodový zisk bylo 42 bodů, kterého dosáhli 3 žáci.

3.4.3 Srovnání výsledků v kategorii Benjamín

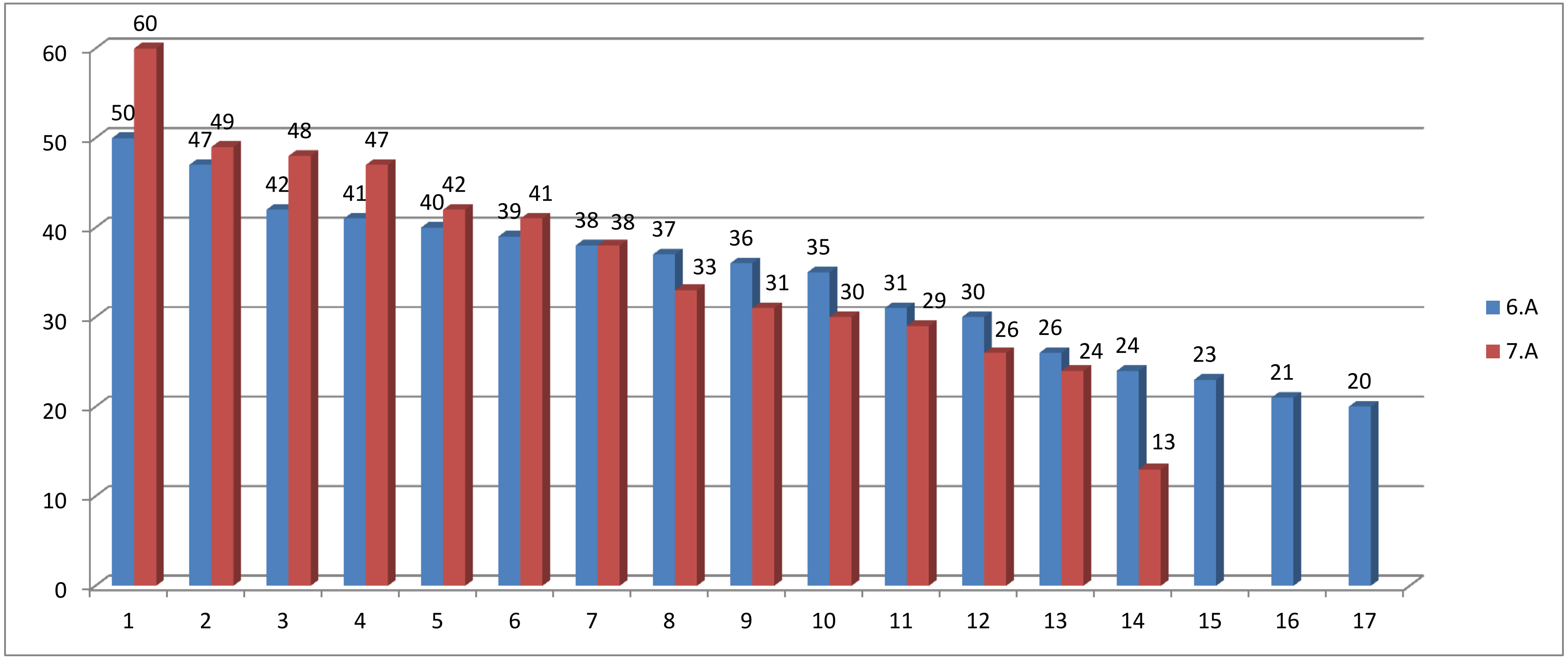


Obrázek č. 14 – Benjamín výsledky

Obrázek č. 14 udává výsledky za kategorii Benjamín v 6 .A a 6 .B ve srovnání s výsledky tříd 7. A a 7. B. Z obrázku č. 14 vidíme, že šesté třídy si vedly o lépe než sedmé ročníky. Nejvyšší počet bodů byl dosažen v šesté třídě, a to 72 bodů, což bylo o 9 bodů více než nejlepší výsledek, který byl dosažen v sedmých třídách. Nejnižší výsledek byl dosažen v sedmých třídách a bylo to 13bodů což bylo o 7 bodů méně než nejnižší výsledek v šestých třídách.

Srovnání výsledků všech tříd v kategorii Benjamín

3.4.3.1 Benjamín 6. A a 7. A



Obrázek č. 15 – srovnání Benjamín 6. A a 7. A

Obrázek č. 15 udává výsledky řešitelů v kategorii Benjamín, ve srovnání mezi třídami 6. A a 7.A, obě třídy jsou vyučovány běžnou metodikou výuky matematiky.. Jak můžeme vidět, sedmáci si vedli lépe nežli šesťáci. Nejvyšší bodové skóre bylo 60 bodů, kterého bylo dosaženo v 7.A. Nejvyšší bodové skóre ve třídě 6. A bylo 50 bodů tedy o 10 bodů méně než v 7.A. Nejnižší bodové skoré bylo dosaženo v 7. A a to 13 bodů, což bylo o 7 bodů méně než v 6.A, kde bylo dosaženo 20 bodů, jakožto nejnižšího bodového skóre.

Průměrný počet bodů	35,26
Modus	35
Medián	36
Maximální počet dosažených bodů	50
Minimální počet dosažených bodů	20

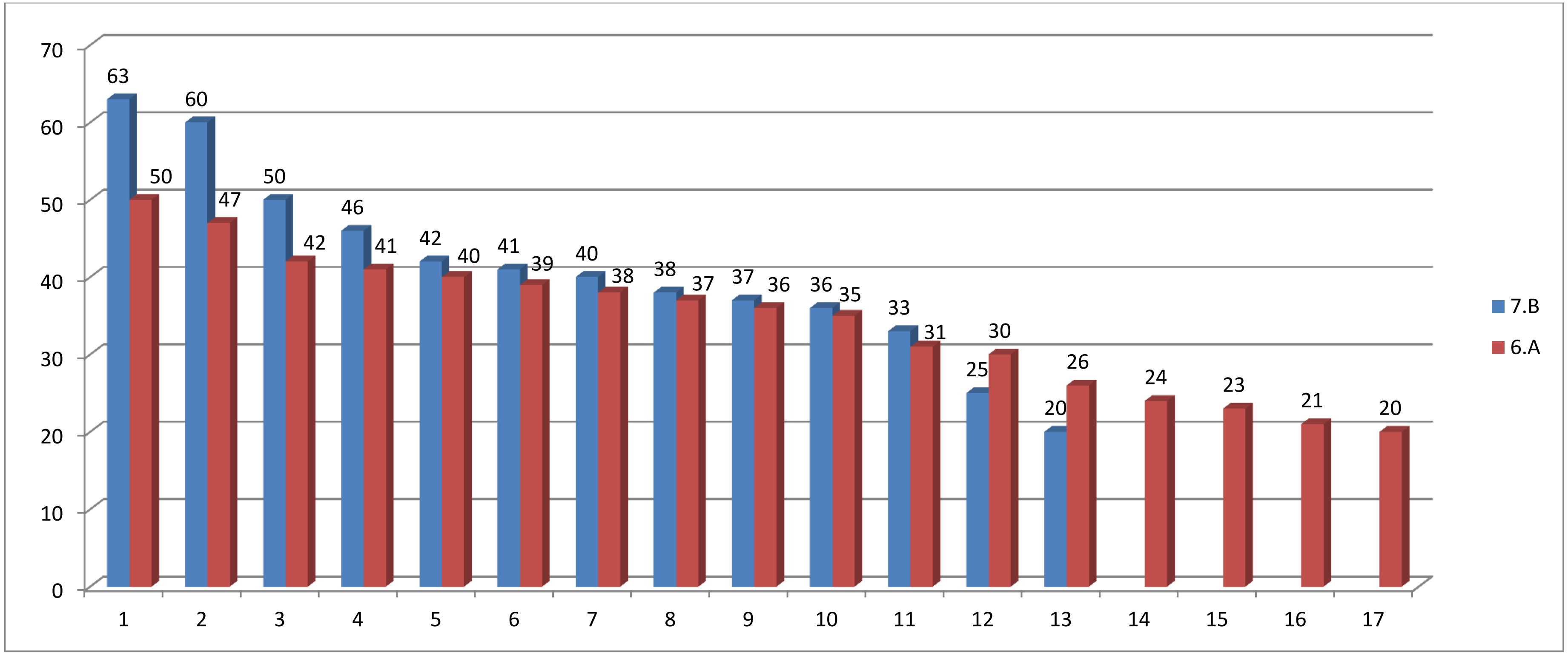
Tabulka č. 11 – statistické údaje 6. A

Průměrný počet bodů	36,72222
Modus	49
Medián	35,5
Maximální počet dosažených bodů	60
Minimální počet dosažených bodů	13

Tabulka č. 16 – statistické údaje 7. A

Dle tabulek č. 11 a č. 16 vidíme, že průměrný počet dosažených bodů byl u 7.A jen o 1,4622 vyšší než u třídy 6. A. Nejvyšší nejfrekventovanější výsledek byl u třídy 6. A. 35 bodů, který se ve třídě vyskytl 2x a u třídy 7. A to bylo 49 bodů, rovněž u 2 žáků.

3.4.3.2 Benjamín 6. A a 7. B



Obrázek č. 16- srovnání Benjamín 6. A a 7. A

Obrázek č.16 udává výsledky řešitelů v kategorii Benjamín ve srovnání mezi třídami 6. A a 7. B, kdy třída 6. A byla vyučována běžnou metodikou a třída 7. B metodou Hejného. Jak můžeme vidět, sedmá třída si vedla lépe nežli šestá. Nejvyšší bodové skóre bylo 63 bodů a bylo dosaženo v 7. A. Nejvyšší bodové skóre ve třídě 6. A bylo 50 bodů tedy o 13 bodů méně než ve třídě 7.B. Nejnižší bodové skóre bylo v obou třídách stejné a to 20 bodů.

Průměrný počet bodů	35,26
Modus	35
Medián	36
Maximální počet dosažených bodů	50
Minimální počet dosažených bodů	20

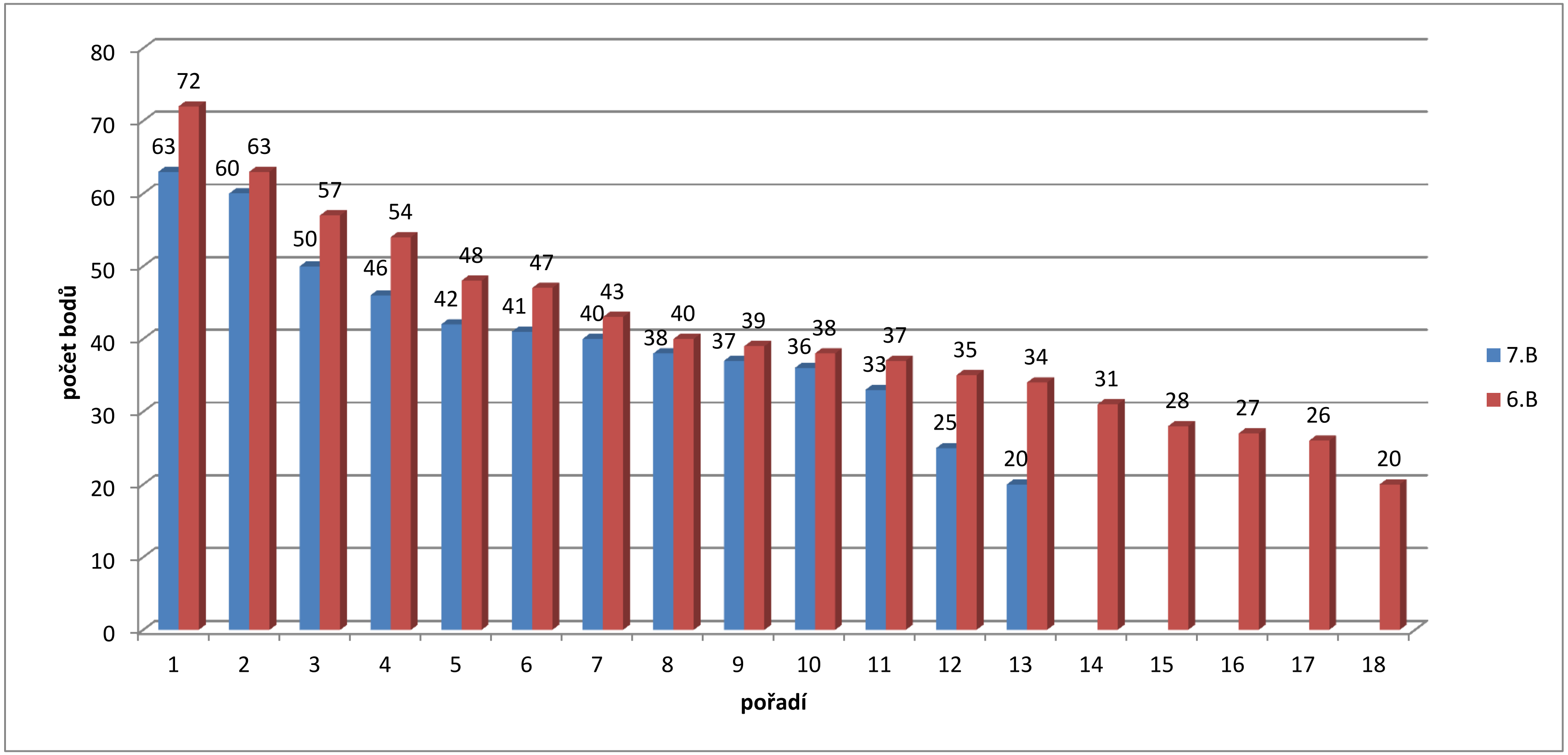
Tabulka č. 11 – statistické údaje 6. A

Průměrný počet bodů	39,35714
Modus	20
Medián	39
Maximální počet dosažených bodů	63
Minimální počet dosažených bodů	20

Tabulka č. 18 – statistické údaje 7. B

Dle tabulek č. 11 a č. 18 vidíme, že průměrný počet dosažených bodů byl u třídy 7. B o 4, 096 vyšší než u třídy 6. A. Nejvyšší nejfrekventovanější výsledek byl u třídy 6. A. 35 bodů, který se ve třídě vyskytl 2x a u třídy 7. B to bylo 20 bodů, rovněž u 2 žáků.

3.4.3.3 Benjamín 6. B a 7. B



Obrázek č. 17 – srovnání Benjamín 6. B a 7. B

Obrázek č. 17 udává výsledky řešitelů v kategorii Benjamín, ve srovnání mezi třídami 6. B a 7. B, obě třídy vyučovány metodou Hejného. Jak můžeme vidět, v tomto případě si vedla lépe šestá třída nežli sedmá. Nejvyšší bodové skóre bylo 72bodů a bylo dosaženo v 6. B. Nejvyšší bodové skóre ve třídě 7.B bylo 63 bodů, tedy o 9 bodů méně než ve třídě 6.B. Nejnižší bodové skóre bylo v obou třídách stejné, a to 20 bodů.

Průměrný počet bodů	40,61905
Modus	47
Medián	39
Maximální počet dosažených bodů	72
Minimální počet dosažených bodů	20

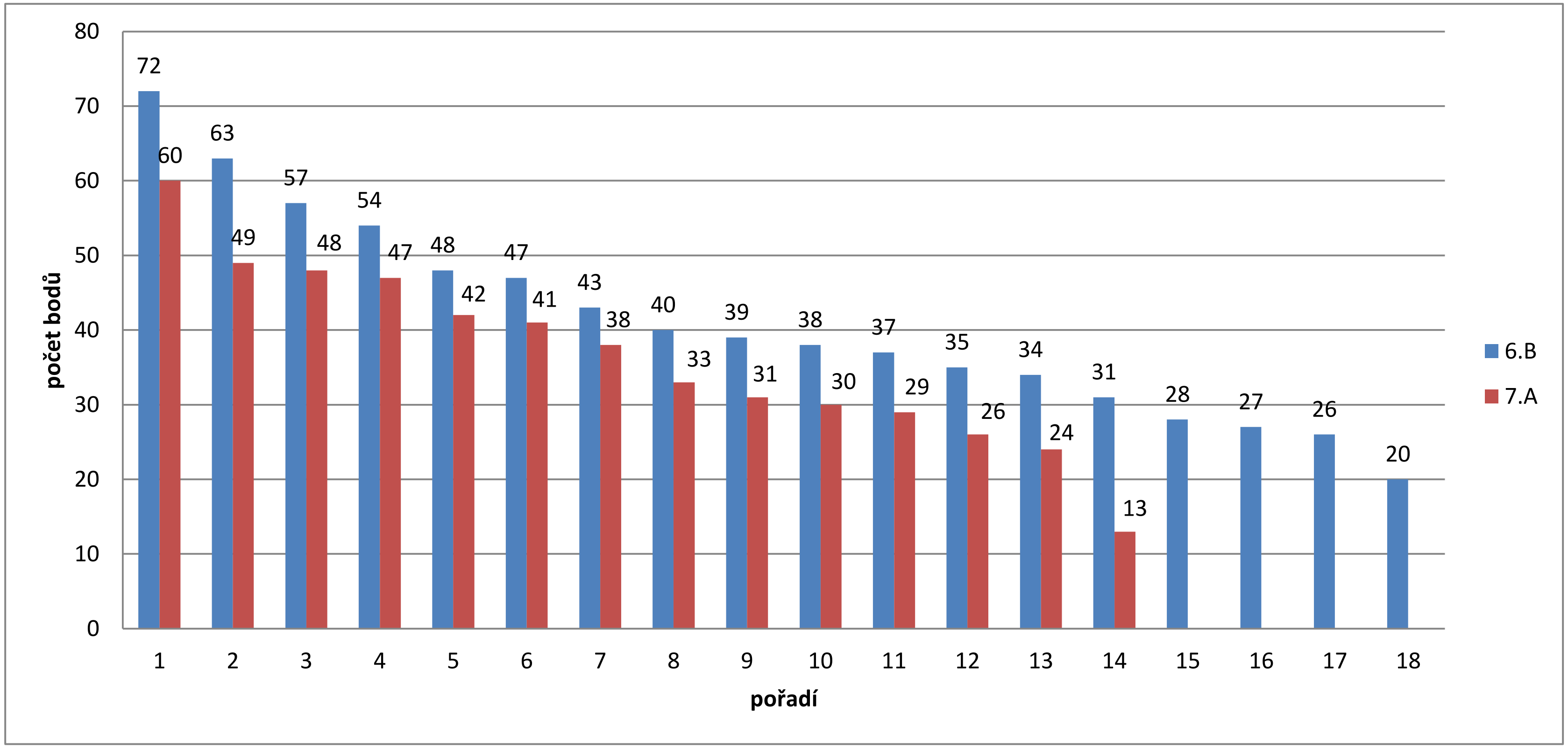
Tabulka č. 13 – statistické údaje 6. B

Průměrný počet bodů	39,35714
Modus	20
Medián	39
Maximální počet dosažených bodů	63
Minimální počet dosažených bodů	20

Tabulka č. 18 – statistické údaje 7. B

Z tabulek č. 13 a č. 18. vidíme, že průměrný počet dosažených bodů byl u 6. B o 1,262 vyšší než u třídy 7. B. Nejvyšší nejfrekventovanější výsledek byl u třídy 6. B a to 47 bodů, který se ve třídě vyskytl 2x a u třídy 7. B bylo dosaženo 20 bodů, rovněž u 2 žáků.

3.4.3.4 Benjamín 6. B a 7. A



Obrázek č. 18- srovnání Benjamín 6. B a 7. A

Obrázek č.18 znázorňuje výsledky řešitelů v kategorii Benjamín ve srovnání mezi třídami 6. B a 7. A, kde třída 6. B je vyučována metodou Hejného a třída 7. A vyučována běžnou metodikou vyučování matematiky. Jak můžeme vidět, v tomto případě si vedla lépe šestá třída nežli sedmá. Nejvyšší bodové skóre bylo 72bodů a bylo dosaženo v 6. B. Nejvyšší bodové skóre ve třídě 7. A bylo 60 bodů, tedy o 12bodů méně než ve třídě 6. B. Nejnižší bodové skóre bylo ve třídě 7. A a to 13bodů, ve třídě 6.B bylo dosaženo 20 bodů.

Průměrný počet bodů	40,61905
Modus	47
Medián	39
Maximální počet dosažených bodů	72
Minimální počet dosažených bodů	20

Tabulka č. 13 – statistické údaje 6. B

Průměrný počet bodů	36,72222
Modus	49
Medián	35,5
Maximální počet dosažených bodů	60
Minimální počet dosažených bodů	13

Tabulka č. 16 – statistické údaje 7. A

Dle tabulek č. 13 a č. 16 vidíme, že průměrný počet dosažených bodů byl u třídy 6. B o 3, 897 vyšší než u třídy 7. A. Nejvyšší nejfrekventovanější výsledek byl u třídy 7. A, a to 49 bodů, který získali 2 žáci. U třídy 6. B byl modus 47 bodů a získali jej 2 žáci.

3.5 Výsledky Kadet

3.5.1. Výsledky Kadet v 8. třídách

3.5.1.1 Výsledky ve třídě 8.A - bez Hejného metody

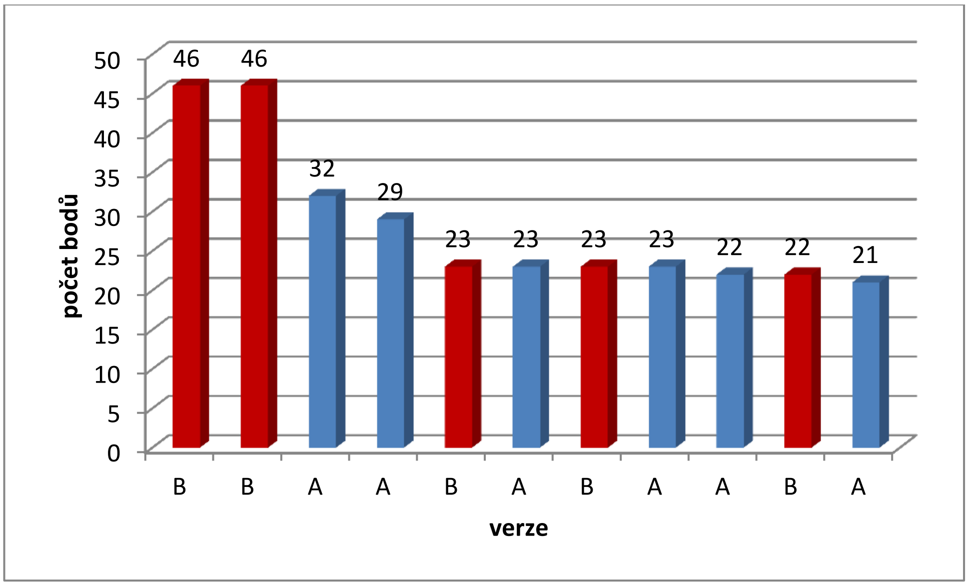
1.	46	B	**4.**	23	B
1.	46	B	**4.**	23	A
2.	32	A	**5.**	22	A
3.	29	A	**5.**	22	B
4.	23	B	**6.**	21	A
4.	23	A			

Tabulka č. 21 –výsledky ve třídě 8. A

Průměrný počet bodů	**28,18182**
Modus	23
Medián	23
Maximální počet dosažených bodů	46
Minimální počet dosažených bodů	21

Tabulka č. 22 – statistické údaje 8. A

V této třídě se testu zúčastnilo 14 žáků. Verzi A řešilo 6 žáků a verzi B řešilo 8 žáků. Nejvyššího počtu bodů bylo dosaženo ve verzi B a to 46 bodů. Oproti tomu nejnižšího počtu bodů, tedy 21 bodů bylo dosaženo u verze A. Průměrný počet bodů na třídu vychází 28,181. Nejvíce frekventovaný bodový zisk byl 23 bodů, který se vyskytnul v této třídě 4x.



Obrázek č. 19 – výsledky Kadet 8. A

Jak je z obrázku č.19 patrné, verze B vyšla lépe než verze A. Rozdíl v nejlepším výsledku v rámci verzí B a A byl o 14 bodů. Podstatný rozdíl je vidět hlavně mezi prvními nejlepšími výsledky. Zde je znatelný skok. Dále pak jsou výsledky těsné a graf je plynulý.

3.5.1.2 Výsledky ve třídě 8. B - Hejného metoda

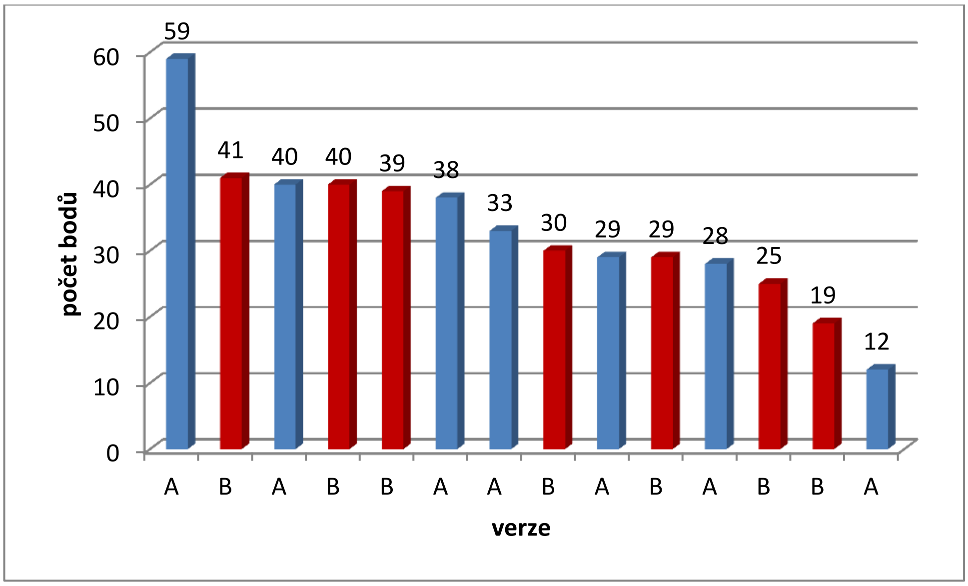
1.	59	A	**8.**	29	A
2.	41	B	**8.**	29	B
3.	40	A	**9.**	28	A
3.	40	B	**10.**	25	B
4.	39	B	**11.**	19	B
5.	38	A	**12.**	12	A
6.	33	A			
7.	30	B			

Tabulka č. 23 –výsledky ve třídě 8. B

Průměrný počet bodů	**33**
Modus	40
Medián	31,5
Maximální počet dosažených bodů	59
Minimální počet dosažených bodů	12

Tabulka č. 24 – statistické údaje 8. B

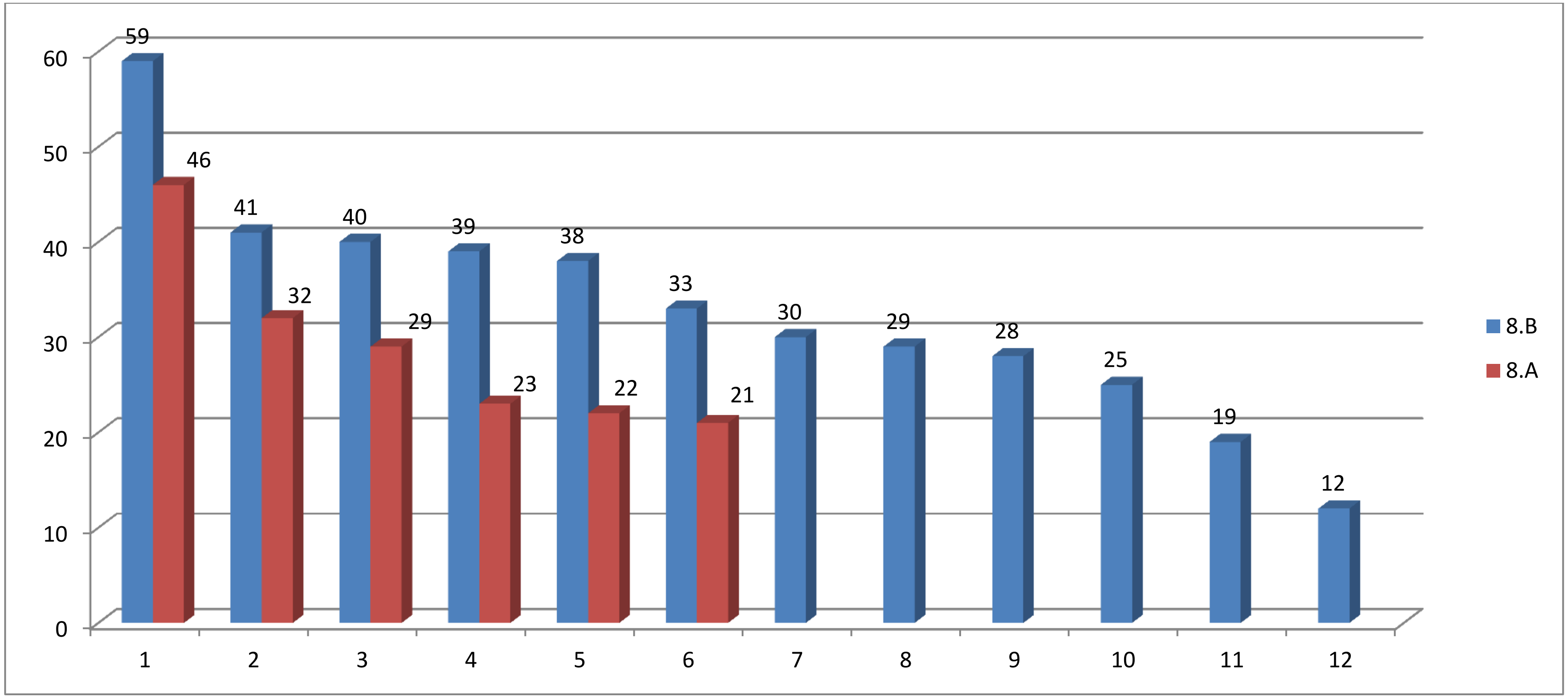
V této třídě se testu zúčastnilo 14 žáků. Verzi A řešilo 7 žáků a verzi B řešilo také 7 žáků. Nejvyššího počtu bodů bylo dosaženo ve verzi A, a to 59 bodů. Nejnižšího počtu bodů, tedy 12 bodů, bylo dosaženo rovněž u verze A. Průměrný počet bodů na třídu vychází 33. Nejvyšší frekventovaný bodový zisk byl 40 bodů, který se vyskytnul v této třídě 2x.



Obrázek č. 20 – výsledky Kadet 8. B

Jak je z obrázku č. 20 patrné, řešitelé verze A byli úspěšnější nežli řešitelé verze B. Rozdíl v nejlepším výsledku v rámci verzí A a B byl 18 bodů. Podstatný rozdíl je vidět hlavně mezi prvními nejlepšími výsledky, zde je znatelný skok, dále jsou již výsledky těsné a graf je téměř plynulý.

3.5.1.2 Srovnání úspěšnosti žáků 8. A a 8. B



Obrázek č. 21 – srovnání Kadet 8. A a 8. B

Obrázek č. 21 představuje výsledky řešitelů v kategorii Kadet ve srovnání mezi třídami 8. A a 8. B, kde třída 8. B je vyučována metodou Hejného a třída 8. A vyučována běžnou metodikou vyučování matematiky. Jak můžeme vidět, v tomto případě si vedla lépe třída 8. B (vyučována metodou Hejného) nežli třída 8. A(vyučována běžnou metodikou). Nejvyšší bodové skóre bylo 59 bodů, které bylo dosaženo ve třídě 8. B. Nejvyšší bodové skóre ve třídě 8. A bylo 46 bodů, tedy o 13bodů méně než ve třídě 8. B. Nejnižší bodové skóre bylo ve třídě 8. B, a to 12 bodů, ve třídě 8. A bylo dosaženo 21 bodů.

Celkové výsledky tříd 8. A a 8. B

1.	59	A	**10.**	29	B
2.	46	B	**11.**	28	A
2.	46	B	**12.**	25	B
3.	41	B	**13.**	23	B
4.	40	A	**13.**	23	A
4.	40	B	**13.**	23	B
5.	39	B	**13.**	23	A
6.	38	A	**14.**	22	A
7.	33	A	**14.**	22	B
8.	32	A	**15.**	21	A
9.	30	B	**16.**	19	B
10.	29	A	**17.**	12	A
10.	29	A			

Tabulka č. 25 – výsledky tříd 8. A a 8. B

Průměrný počet bodů	**30,88**
Modus	23
Medián	29
Maximální počet dosažených bodů	59
Minimální počet dosažených bodů	12

Tabulka č. 26 – statistické údaje 8. A a 8. B

Za obě třídy osmého ročníku se zúčastnilo celkem 25 žáků. Nejlepší výsledek byl 59 bodů, nejnižší počet bodů byl 12. Průměrný počet bodů u obou tříd byl 30,88. Nejvyšší nejfrekventovanější bodový zisk byl 23 bodů, kterého dosáhli 4 žáci.

3.5.2. Výsledky v kategorii Kadet v 9. třídách

3.5.2.1 Výsledky za třídu 9. A – bez Hejného metody

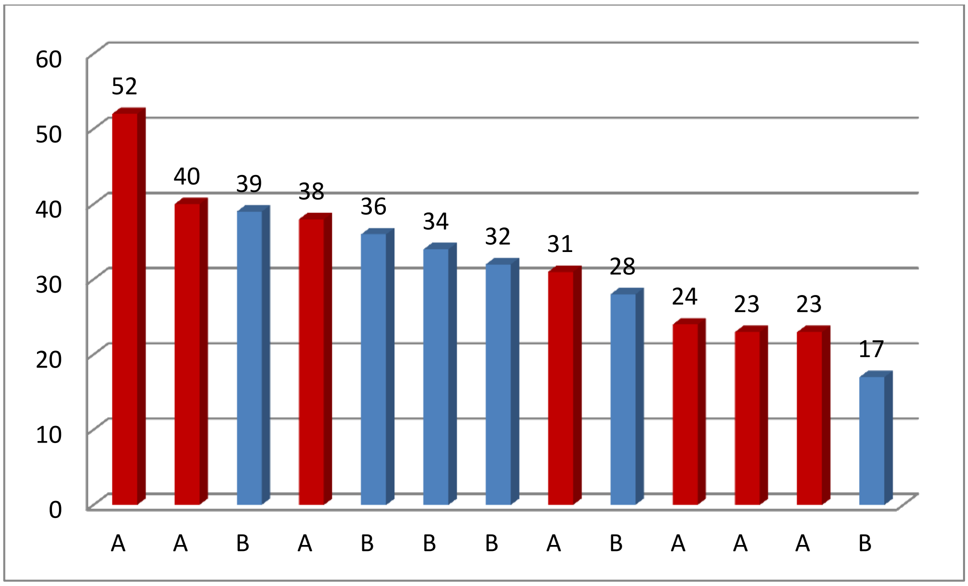
1.	52	A	**8.**	31	A
2.	40	A	**9.**	28	B
3.	39	B	**10.**	24	A
4.	38	A	**11.**	23	A
5.	36	B	**11.**	23	A
6.	34	B	**12.**	17	B
7.	32	B			

Tabulka č. 27 – výsledky ve třídě 9. A

Průměrný počet bodů	**32,07692**
Modus	23
Medián	32
Maximální počet dosažených bodů	52
Minimální počet dosažených bodů	17

Tabulka č. 28 – statistické údaje 9. A

V této třídě se testu zúčastnilo 13 žáků. Verzi A řešilo 7 žáků a verzi B řešilo 6 žáků. Nejvyššího počtu bodů bylo dosaženo ve verzi A, a to 52 bodů. Nejnižšího počtu bodů, tedy 17 bodů bylo dosaženo u verze B. Průměrný počet bodů na třídu vychází 32,07692. Nejvyšší frekventovaný bodový zisk byl 23 bodů, který se vyskytnul v této třídě 2x.



Obrázek č. 22 – výsledky Kadet 9. A

Jak je z obrázku č. 22 patrné, řešitelé verze A byli úspěšnější nežli řešitelé verze B. Rozdíl v nejlepším výsledku v rámci verzí A a B byl o 12 bodů. Podstatný rozdíl je vidět hlavně mezi prvními nejlepšími výsledky. Zde je mírný skok. Dále jsou výsledky lineární.

3.5.2.2 Výsledky ve třídě 9. B - Hejného metoda

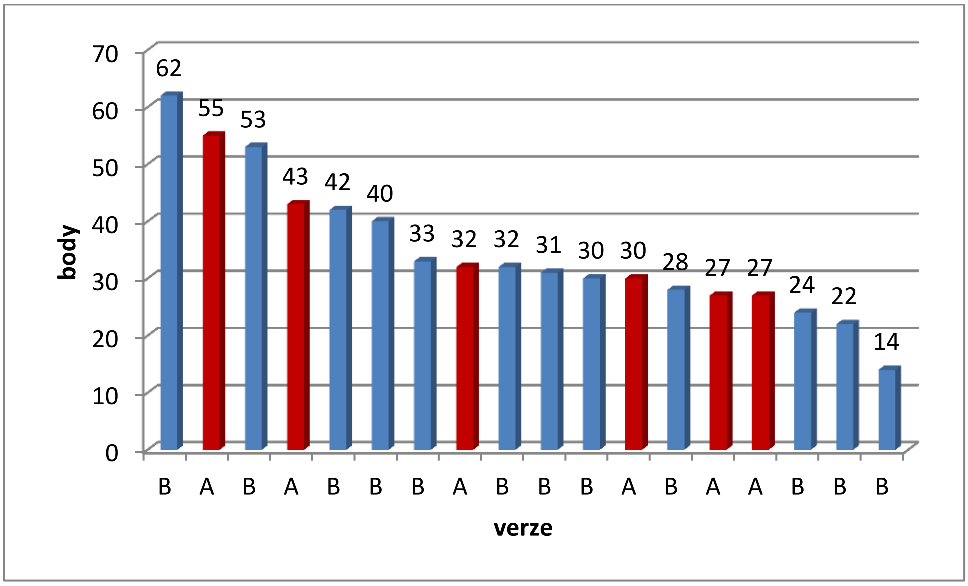
1.	62	B	**10.**	30	B
2.	55	A	**10.**	30	A
3.	53	B	**11.**	28	B
4.	43	A	**12.**	27	A
5.	42	B	**12.**	27	A
6.	40	B	**13.**	24	B
7.	33	B	**14.**	22	B
8.	32	A	**15.**	14	B
8.	32	B			
9.	31	B			

Tabulka č. 29 – výsledky ve třídě 9. B

Průměrný počet bodů	34,72222
Modus	32
Medián	31,5
Maximální počet dosažených bodů	62
Minimální počet dosažených bodů	14

Tabulka č. 30 – statistické údaje 9. B

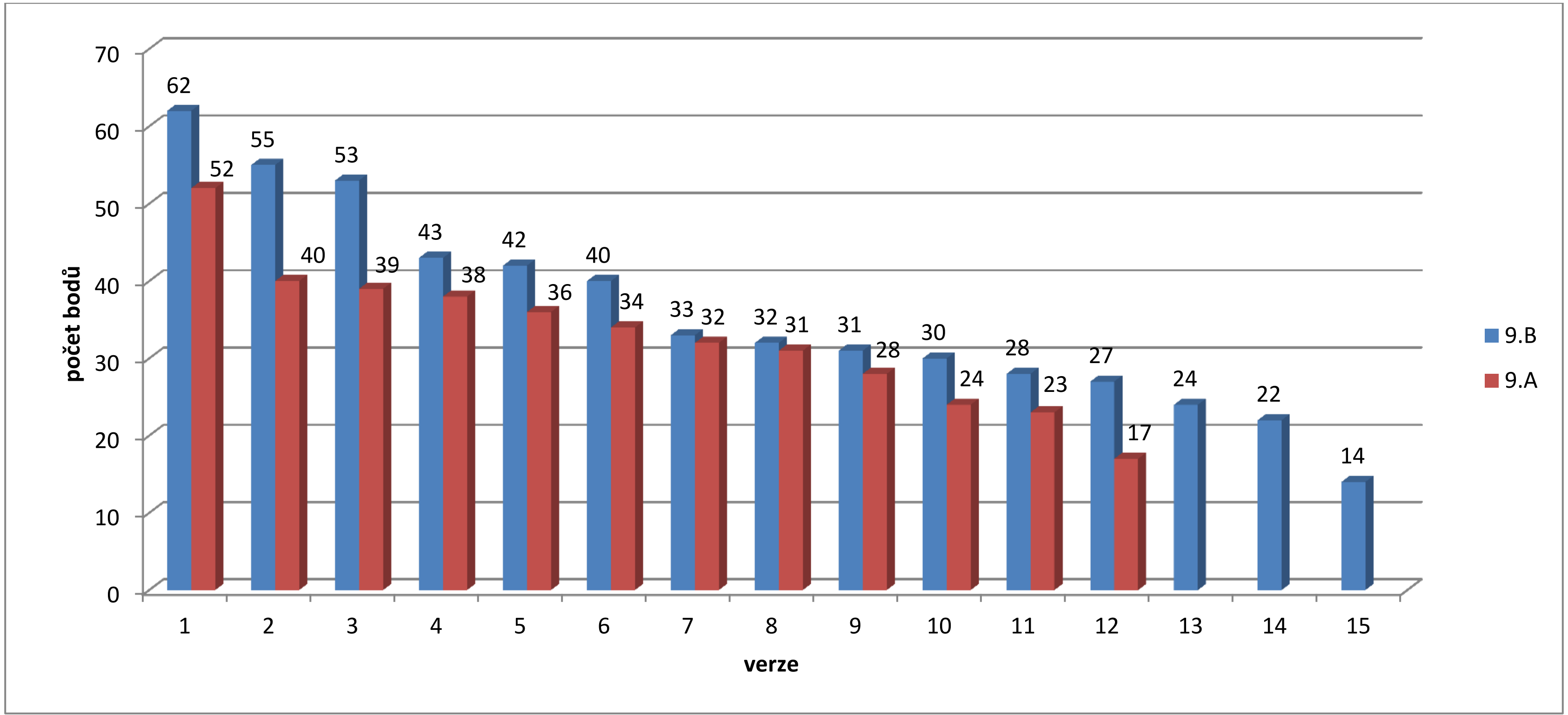
V této třídě se testu zúčastnilo 18 žáků. Verzi A řešilo 6 žáků a verzi B řešilo 12 žáků. Nejvyššího počtu bodů bylo dosaženo ve verzi B a to 62 bodů. Nejnižšího počtu bodů, tedy 14 bodů bylo dosaženo rovněž u verze B. Průměrný počet bodů na třídu vychází 34,722. Nejvyšší frekventovaný bodový zisk byl 32 bodů, který se vyskytnul v této třídě 2x.



Obrázek č. 23 – výsledky Kadet 9. B

Jak je z obrázku č.23 patrné, řešitelé verze B byli úspěšnější nežli řešitelé verze A. Rozdíl v nejlepším výsledku v rámci verzí B a A byl o 7 bodů.

3.5.2.3 Srovnání úspěšností žáků 9. A a 9. B.



Obrázek č. 24 – srovnání Kadet 9. A a 9. B

Obrázek č. 24 udává výsledky řešitelů v kategorii Kadet ve srovnání mezi třídami 9. A a 9. B, kde třída 9. B je vyučována metodou Hejného a třída 9. A vyučována běžnou metodikou vyučování matematiky. Jak můžeme vidět, v tomto případě si vedla lépe třída 9. B(vyučována metodou Hejného) nežli třída 9. A(vyučována běžnou metodikou). Nejvyšší bodové skóre bylo 62 bodů a bylo dosaženo ve třídě 9. B. Nejvyšší bodové skóre ve třídě 9. A bylo 52 bodů, tedy o 10 bodů méně než ve třídě 9. B. Nejnižší bodové skóre bylo ve třídě 9. B a to 14 bodů, ve třídě 9. A bylo dosaženo 17 bodů.

Celkové výsledky za obě třídy 9. A a 9. B

1.	62	B	**15.**	30	A
2.	55	A	**16.**	28	B
3.	53	B	**16.**	28	B
4.	52	A	**17.**	27	A
5.	43	A	**17.**	27	A
6.	42	B	**18.**	24	A
7.	40	A	**18.**	24	B
7.	40	B	**19.**	23	A
8.	39	B	**19.**	23	A
9.	38	A	**20.**	22	B
10.	36	B	**21.**	17	B
11.	34	B	**22.**	14	B
12.	33	B			
13.	32	B			
13.	32	A			
13.	32	B			
14.	31	A			
14.	31	B			
15.	30	B			

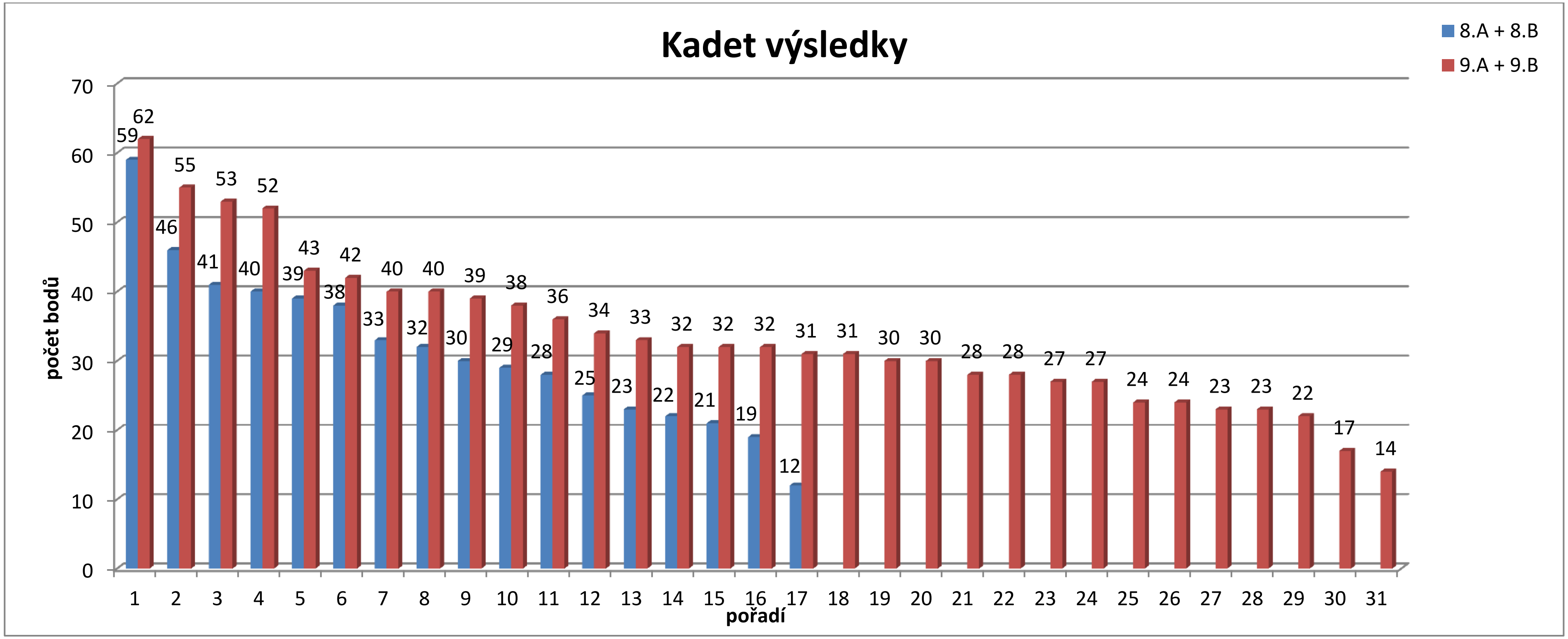
Tabulka č. 31- výsledky tříd 9. A a 9. B

Průměrný počet bodů	**33,613**
Modus	32
Medián	32
Maximální počet dosažených bodů	62
Minimální počet dosažených bodů	14

Tabulka č.32 – statistické údaje 9. A a 9. B

Za obě třídy devátého ročníku se zúčastnilo celkem 31 žáků. Nejlepší výsledek byl 62 bodů, nejnižší počet bodů byl 14 . Průměrný počet bodů u obou tříd byl 33,613. Nejvyšší nejfrekventovanější bodový zisk byl 32 bodů, kterého dosáhli 3 žáci.

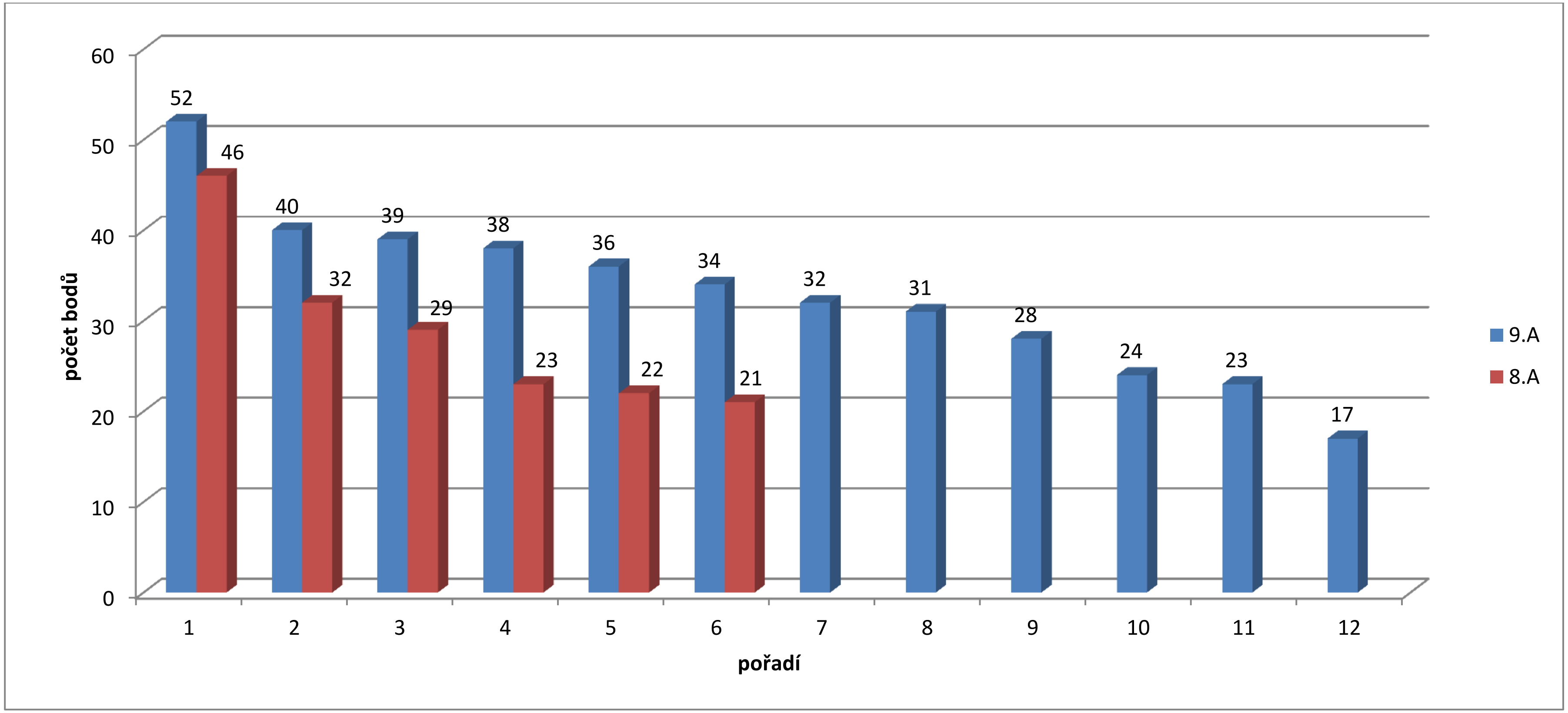
3.5.3 Srovnání výsledků v kategorii Kadet



Obrázek č. 25 – Kadet výsledky

Obrázek č. 25 udává výsledky za kategorii Kadet v 8. A a 8. B ve srovnání s výsledky tříd 9. A a 9. B. Dle grafu vidíme, že deváté ročníky dosáhly vyšších výsledků nežli osmé ročníky. Nejvyšší počet bodů byl dosažen v devátém ročníku a to 62 bodů, což bylo o 3 body více než nejlepší výsledek, který byl dosažen v osmých ročnících. Nejnižší výsledek byl dosažen v osmých ročnících. Bylo to 12 bodů, což bylo o 2 body méně než nejnižší výsledek v devátých třídách, který byl 14 bodů.

3.5.3.1Kadet 8. A s 9. A



Obrázek č. 26 – srovnání Kadet 8. A a 9. A

Obrázek č. 26 udává výsledky řešitelů v kategorii Kadet ve srovnání mezi třídami 8. A a 9. A, přičemž obě třídy jsou vyučovány klasickou metodou výuky matematiky. Jak můžeme vidět, v tomto případě si vedla lépe devátá třída nežli osmá. Nejvyšší bodové skóre bylo 52 bodů a bylo dosaženo v 9. A. Nejvyšší bodové skóre ve třídě 8. A bylo 46 bodů tedy o 6 bodů méně než ve třídě 8. A. Nejnižší bodové skóre bylo ve třídě 9. A a to 17 bodů, ve třídě 8. A bylo dosaženo 21 bodů.

Celkové výsledky tříd 8. A a 9. A

Průměrný počet bodů	28,18182
Modus	23
Medián	23
Maximální počet dosažených bodů	46
Minimální počet dosažených bodů	21

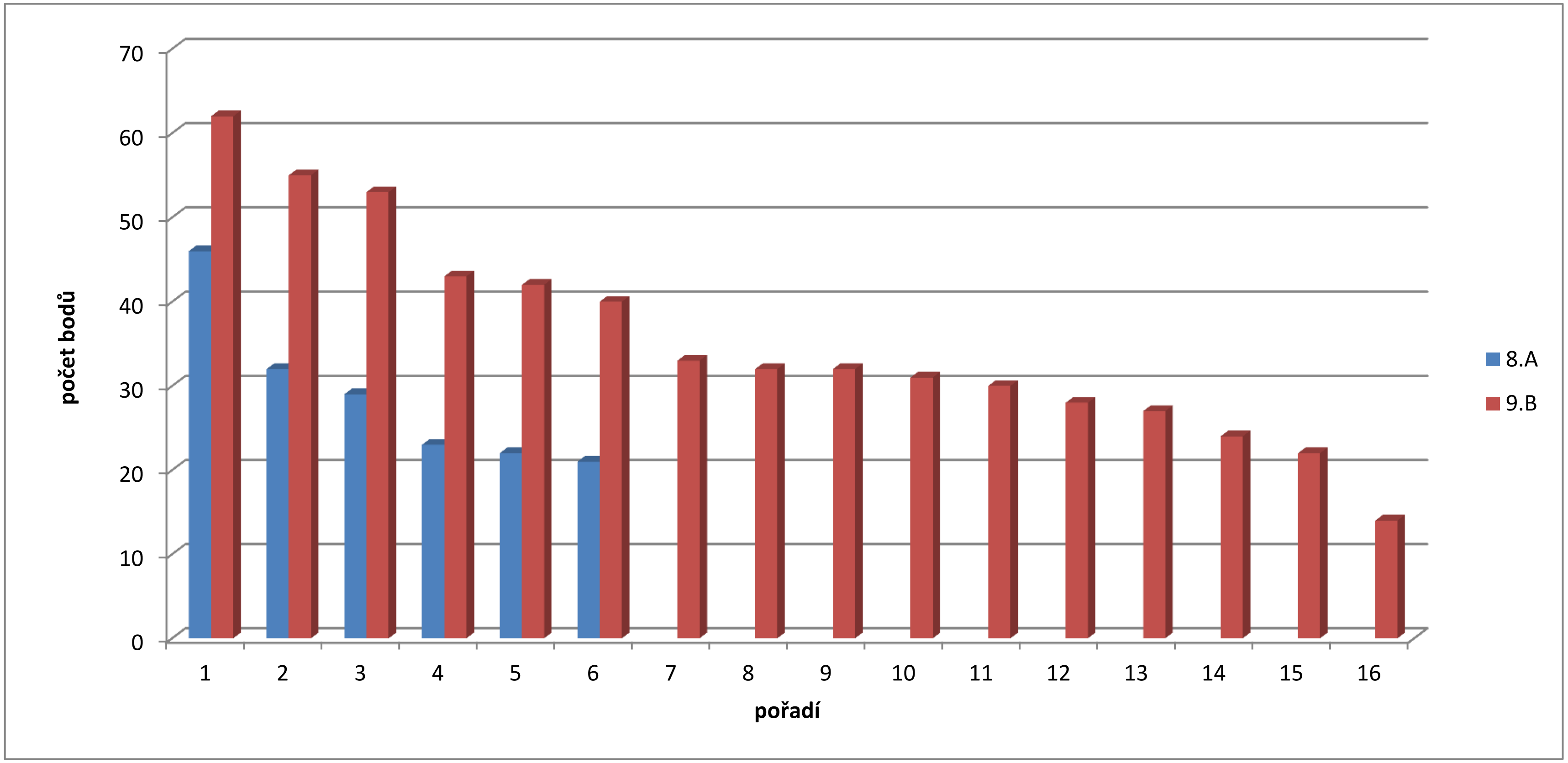
Tabulka č. 21 –výsledky ve 8. A

Průměrný počet bodů	32,07692
Modus	23
Medián	32
Maximální počet dosažených bodů	52
Minimální počet dosažených bodů	17

Tabulka č. 28 – statistické údaje 9. A

Dle tabulek č. 21 a č. 28 vidíme, že průměrný počet dosažených bodů byl ve třídě 9. A o 3, 895 lepší než ve třídě 8. A. Nejvyšší nejfrekventovanější výsledek byl ve třídě 8. A, a to 23 bodů, který získali 2 žáci. Ve třídě 9. A byl modus rovněž 23 bodů a získali jej 4 žáci.

3.5.3.2 Kadet 8. A a 9. B



Obrázek č. 27 – srovnání Kadet 8. A a 9. B

Obrázek č. 27 udává výsledky řešitelů v kategorii Kadet ve srovnání mezi třídami 8. A a 9. A, přičemž obě třídy jsou vyučovány běžnou metodikou výuky matematiky. Jak můžeme vidět, v tomto případě si vedla lépe devátá třída nežli osmá. Nejvyšší bodové skóre bylo 52 bodů a bylo dosaženo v 9. A. Nejvyšší bodové skóre ve třídě 8. A bylo 46 bodů tedy o 6 bodů méně než ve třídě 8. A. Nejnižší bodové skóre bylo ve třídě 9. A, a to 17 bodů, ve třídě 8. A bylo dosaženo 21 bodů.

Celkové výsledky tříd 8. A a 9. B

Průměrný počet bodů	28,18182
Modus	23
Medián	23
Maximální počet dosažených bodů	46
Minimální počet dosažených bodů	21

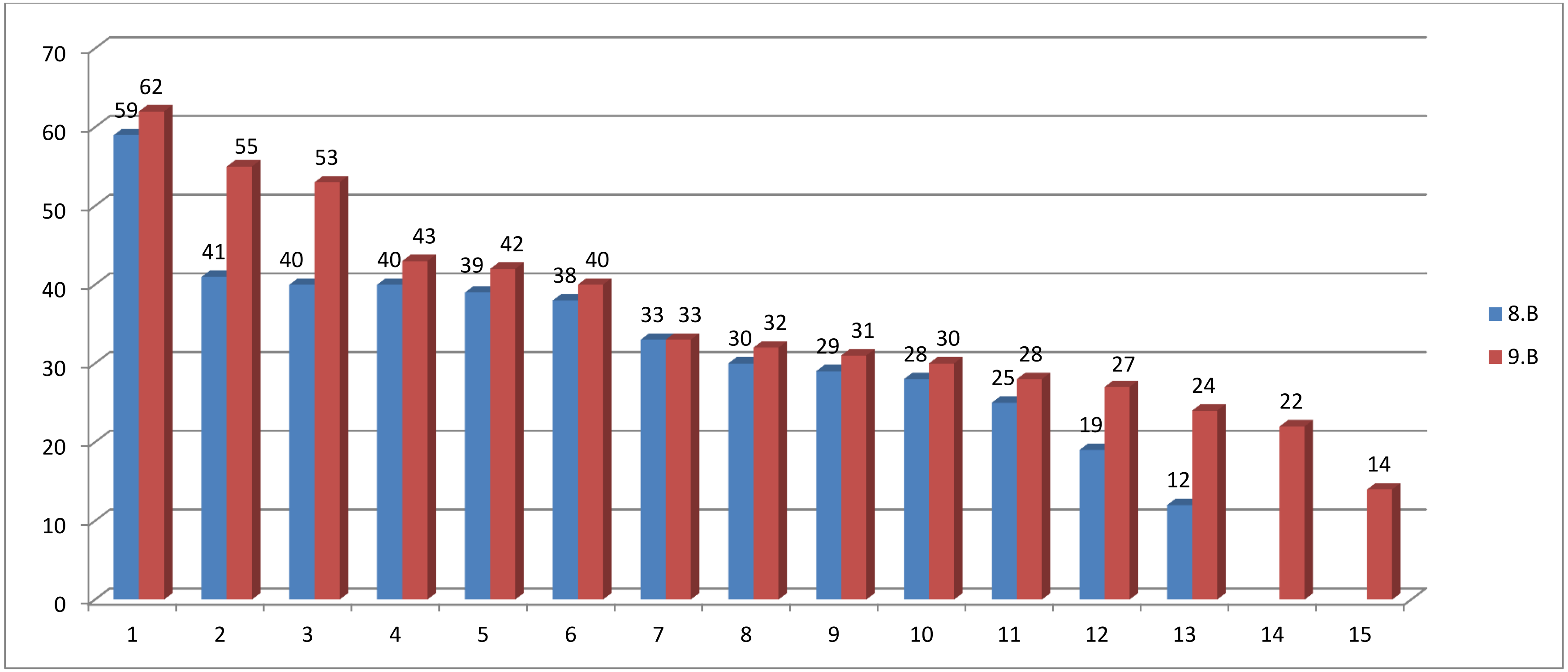
Tabulka č. 21 –výsledky ve 8. A

Průměrný počet bodů	34,72222
Modus	32
Medián	31,5
Maximální počet dosažených bodů	62
Minimální počet dosažených bodů	14

Tabulka č.29 – výsledky ve třídě 9. B

Dle tabulek č. 21 a č. 29 vidíme, že průměrný počet dosažených bodů byl ve třídě 9. B o 6, 540 lepší než ve třídě 8. A. Nejvyšší nejfrekventovanější výsledek byl ve třídě 9. B a to 32 bodů, který získali 2 žáci. Ve třídě 8. A byl modus rovněž 23 bodů a získali jej 2 žáci.

3.5.3.3 Kadet 8. B a 9. B



Obrázek č. 28 – srovnání Kadet 8. B a 9. B

Obrázek č. 28 udává výsledky řešitelů v kategorii Kadet ve srovnání mezi třídami 8. B a 9. B, přičemž obě třídy jsou vyučovány metodou Hejného. Jak můžeme vidět, v tomto případě si vedla lépe devátá třída nežli osmá. Nejvyšší bodové skóre bylo 62 bodů a bylo dosaženo v 9. B. Nejvyšší bodové skóre ve třídě 8. B bylo 59 bodů, tedy jen o 3 body méně než ve třídě 9. B. Nejnižší bodové skóre bylo ve třídě 8. B, a to 12 bodů, ve třídě 8. B bylo dosaženo 14 bodů.

Celkové výsledky tříd 8. B a 9. B

Průměrný počet bodů	33
Modus	40
Medián	31,5
Maximální počet dosažených bodů	59
Minimální počet dosažených bodů	12

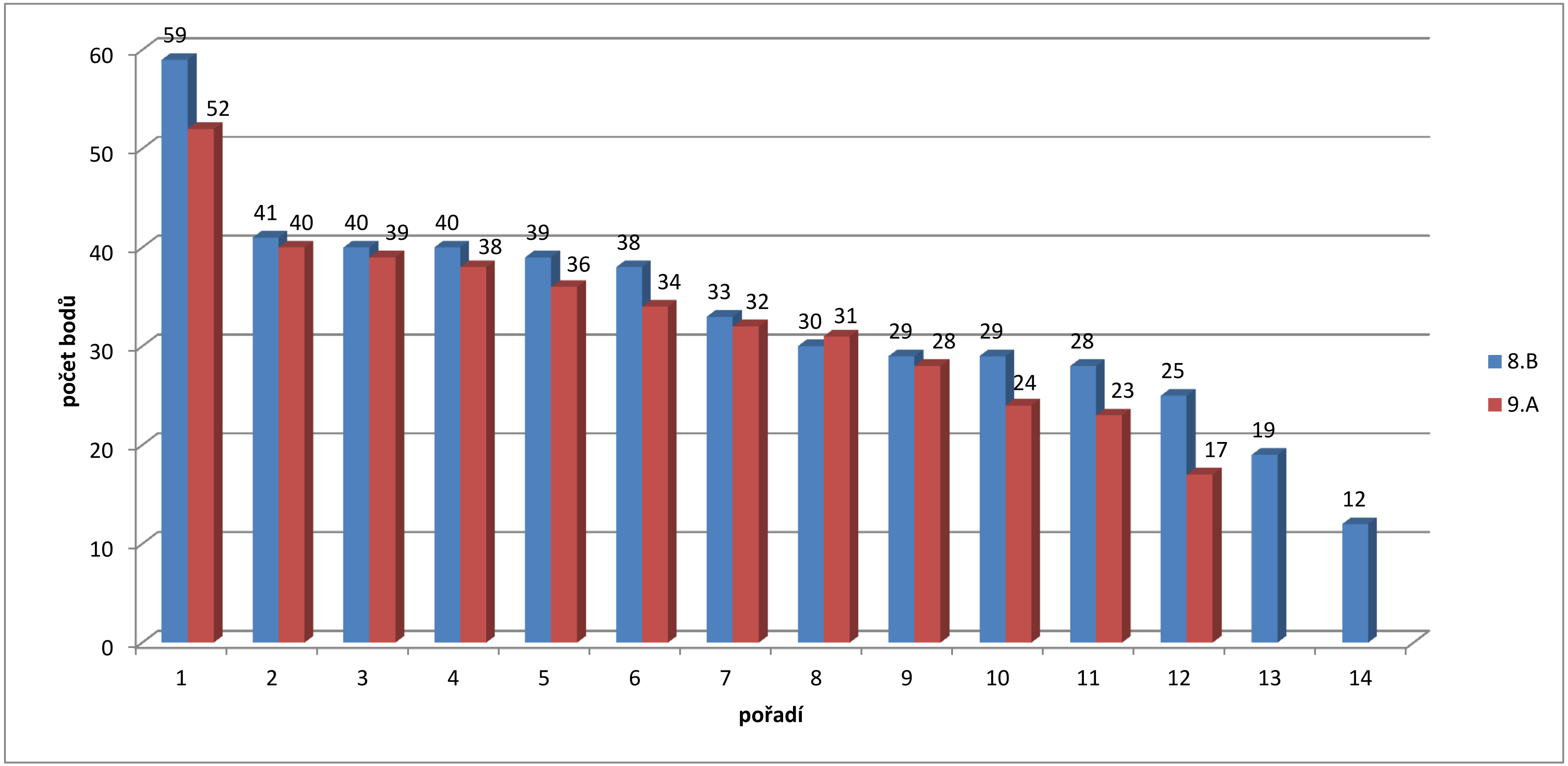
Tabulka č. 24 – statistické údaje 8. B

Průměrný počet bodů	34,72222
Modus	32
Medián	31,5
Maximální počet dosažených bodů	62
Minimální počet dosažených bodů	14

Tabulka č.29 – výsledky ve třídě 9. B

Dle tabulek č. 24 a č. 29 vidíme, že průměrný počet dosažených bodů byl ve třídě 9. B o 1, 722 vyšší než ve třídě 8. B. Nejvyšší nejfrekventovanější výsledek byl ve třídě 8. B a to 32 bodů, který získali 2 žáci. Ve třídě 9. B byl modus rovněž 40 bodů a získali jej 2 žáci.

3.5.3.4 Kadet 8. B a 9. A



Obrázek č. 29 – srovnání Kadet 8. B a 9. A

Obrázek č. 29 znázorňuje výsledky řešitelů v kategorii Kadet ve srovnání mezi třídami 8. B a 9. A, přičemž třída 8. B je vyučována metodou Hejného a třída 9. A vyučována běžnou metodikou výuky matematiky. Jak můžeme z grafu vidět, v tomto případě si vedla lépe osmá třída nežli devátá. Nejvyšší bodové skóre bylo 59 bodů a bylo dosaženo v 8. B. Nejvyšší bodové skóre ve třídě 9. A bylo 52 bodů, tedy o 7 bodů méně nežli ve třídě 9. B. Nejnižší bodové skóre bylo ve třídě 8. B, a to 12 bodů, ve třídě 9. A bylo dosaženo 17 bodů.

Celkové výsledky tříd 8. B a 9. A

Průměrný počet bodů	33
Modus	40
Medián	31,5
Maximální počet dosažených bodů	59
Minimální počet dosažených bodů	12

Tabulka č. 24 – statistické údaje 8. B

Průměrný počet bodů	32,07692
Modus	23
Medián	32
Maximální počet dosažených bodů	52
Minimální počet dosažených bodů	17

Tabulka č. 28 – statistické údaje 9. A

Dle tabulek č. 24 a č.28 vidíme, že průměrný počet dosažených bodů byl ve třídě 8 .B o 0, 923 vyšší než ve třídě 9. A. Nejvyšší nejfrekventovanější výsledek byl ve třídě 8. B a to 40 bodů, který získali 2 žáci. Ve třídě 9. A byl modus 23 bodů a získali jej také 2 žáci.

Z předešlých výsledků tedy vyplývá:

Průzkumu se zúčastnilo 136 žáků 6. - 9. tříd ZŠ a MŠ Horka nad Moravou. Třídy 6. A, 7. A, 8. A, 9. A jsou vyučované běžnou metodikou výuky matematiky. Třídy 6. B, 7. B, 8. B, 9. B jsou vyučovány metodou Hejného. Přičemž Kategorii Benjamín počítalo 80 žáků, žáci 6. a 7. tříd. Kategorii Kadet počítalo 56 žáků, tedy žáci 8. a 9. tříd.

V celkovém hodnocení všech tříd byl nejvyšší dosažený počet bodů 72 a získal jej jeden žák 6. B vyučován metodou Hejného. Řešil verzi B. Nejlepší výsledek u verze za A byl 48 bodů, tedy o 24 bodů méně než ve verzi za B. Srovnáním průměrných počtů bodů za obě verze vychází verze B o 3,347 lépe nežli verze za A. Tedy *řešitelé verze B byli více úspěšnější nežli řešitelé verze A.*

Plného počtu bodů, tedy 90, nedosáhl nikdo. Nejlepší výsledek byl 72 bodů, tedy nejlepší řešitel dosáhl úspěšnosti na *64,8 %.*

Žáci vyučovaní metodou Hejného dosáhli lepších výsledků nežli žáci vyučovaní běžnou metodikou výuky matematiky. Testu se zúčastnilo 72 žáků vyučovaných běžnou metodikou a 64 žáků vyučovaných metodou Hejného. Na prvním místě se umístil žák vyučovaný metodou Hejného se 72 body, oproti tomu nejlepším výkonem za běžnou metodu výuky byl žák se 60 body, tedy o 12 bodů méně. Celkový rozdíl v průměrném výsledku obou metod byl o 4,709 vyšší u žáků vyučovaných metodou pana profesora Hejného.

V Kategorii Benjamín si vedli lépe šesté ročníky nežli sedmé ročníky a to v průměru o 0,271.

V šestých ročnících dosáhli lepších výsledků žáci 6. B (vyučováni metodou Hejného), a to v průměru o 5,359 více (vyučováni klasickou metodou výuky matematiky).

V sedmých ročnících si vedla lépe třída 7. B (vyučována metodou Hejného), a to v průměru o 2, 635 více *nežli třída 7. A* (vyučována běžnou metodikou výuky matematiky).

V podrobnějších srovnáních v rámci kategorie Benjamín byly výsledky mezi jednotlivými třídami následující:

a) 6. A x 7. A - průměrný počet dosažených bodů byl u 7. A jen o 1,4622 vyšší než u třídy 6. A. Obě třídy jsou vyučovány běžnou metodikou výuky matematiky, v tomto případě byly *výsledky v 7. A lepší než 6. A*)

b) 6. A x 7. B - průměrný počet dosažených bodů byl u třídy 7. B o 4, 096 vyšší než u třídy 6. A. Třída *7. B* vyučována metodou Hejného *byla úspěšnější nežli třída 6. A* vyučována běžnou metodikou výuky matematiky.

c) 6. B x 7. B - průměrný počet dosažených bodů byl u 6. B o 1,262 vyšší než u třídy 7. B. Obě třídy byly vyučovány metodou Hejného, přičemž *6. B si vedla lépe nežli 7. B.*

d) 6. B x 7. A - průměrný počet dosažených bodů byl u třídy 6. B o 3, 897 vyšší než u třídy 7. A Třída *6. B*, vyučována metodou Hejného, *byla úspěšnější nežli třída 7.A*, která byla vyučována běžnou metodikou výuky matematiky.

V kategorii Kadet dosáhli lepších výsledků deváté ročníky nežli osmé. A to v průměru o 2,733.

V osmých ročnících dosáhli lepších výsledků žáci 8. B vyučováni metodou Hejného, a to v průměru o 4,819 více nežli žáci 8. A vyučováni běžnou metodikou výuky matematiky.

V devátých ročnících si vedla lépe třída 9. B vyučována metodou Hejného, a to v průměru o 2, 645 více nežli třída 9. A vyučována běžnou metodikou výuky matematiky.

V podrobnějších srovnáních v rámci kategorie Kadet byly výsledky mezi jednotlivými třídami následující:

a) 8. A x 9. A - průměrný počet dosažených bodů byl ve třídě 9. A o 3, 895 vyšší než ve třídě 8. A. Obě třídy byly vyučovány běžnou metodikou výuky matematiky, přičemž v tomto případě byla třída 9. A úspěšnější nežli třída 8. A.

b) 8. A x 9. B - průměrný počet dosažených bodů byl ve třídě 9. B o 6, 540 vyšší než ve třídě 8. A Třída 9. B vyučována metodou Hejného, byla úspěšnější nežli třída 8. A vyučována běžnou metodikou výuky matematiky.

c) 8. B x 9. B - průměrný počet dosažených bodů byl ve třídě 9. B o 1, 722 vyšší než ve třídě 8. B Obě třídy byly vyučovány metodou Hejného, přičemž 9. B si vedla lépe nežli 8. B.

d) 8. B x 9. A - průměrný počet dosažených bodů byl ve třídě 8. B o 0, 923 vyšší než ve třídě 9. A. Třída 8. B, vyučována metodou Hejného, byla úspěšnější nežli třída 9. A, která byla vyučována běžnou metodikou výuky matematiky.

Průměrný bodový zisk řešitelů kategorie Benjamín byl 37, 74, což bylo o 11,61 méně než průměrný bodový zisk v klasické verzi soutěže Matematického klokana pro kategorii Benjamín v roce 2017.

Průměrný bodový zisk řešitelů kategorie Kadet byl 32, 25, což bylo o 15,14 méně než průměrný bodový zisk v klasické verzi Matematického klokana pro kategorii Kadet v roce 2017.

Závěr

Tato práce byla zaměřena na zajímavé geometrické úlohy ze soutěže Matematický klokan. Soustředila jsem se podrobněji na příklady v kategoriích Benjamín a Kadet, jakožto budoucí pedagog 2. stupně ZŠ, se tato věková kategorie shoduje s věkem žáků, které bych měla ve své budoucí praxi vyučovat.

Skutečnost, že je geometrie u žáků méně oblíbená, jsem si ověřila sama při své pedagogické praxi na ZŠ a MŠ Horká nad Moravou. Na této základní škole se matematika vyučuje dle běžné metodiky i podle metody pana profesora Hejného. Při výuce matematiky ve třídách vyučovaných Hejného metodou jsem se přesvědčila, že žáci jsou aktivnější a bystřejší oproti žákům vyučovaným běžnou metodikou. Proto jsem se rozhodla ve své diplomové práci ověřit, budou-li žáci ze tříd vyučovaných Hejného metodou v řešení geometrických příkladů ze soutěže Matematický klokan úspěšnější, než jejich spolužáci touto metodou nevyučovaní.

V praktické části jsem vybrala a vyřešila zajímavé geometrické příklady ze Sborníků Matematického klokana z předchozích ročníků pro kategorie Benjamín a Kadet. Následně z vybraných příkladů jsem sestavila testy. K příkladům jsem se snažila najít co nejjednodušší řešení, zejména jsem dávala přednost grafickým řešením před početními, která i pro žáky samotné bývají mnohdy více zajímavá a jednodušší.

Testování žáků jsem provedla na výše zmiňované ZŠ a MŠ Horká nad Moravou. Testovala jsem všechny třídy 2. stupně této školy. Z reakcí žáků při zadávání testů jsem pozorovala obavy až zděšení, že je test složen pouze z geometrických úloh. Po zahájení testu se však žáci rychle zabrali do řešení úloh a atmosféra se znatelně uvolnila.

V testech byli úspěšnější žáci vyučovaní Hejného metodou nežli žáci vyučovaní běžnou metodikou výuky matematiky.

Řešitelé verze B dosáhli lepších výsledků nežli řešitelé verze A. Dá se tedy říci, že verze A byla pro žáky složitější nežli verze B.

V Kategorii Benjamín si vedli lépe šesté ročníky nežli sedmé ročníky. V kategorii Kadet dosáhli lepších výsledků deváté ročníky nežli osmé.

Dle diagnostik uvedených v celkovém shrnutí výsledků můžeme říci, že verze Matematického klokana vytvořená pouze z geometrických úloh byla pro žáky více obtížná nežli klasická soutěž Matematický klokana.

Seznam použité literatury

1. HODAŇOVÁ, Jitka, VANĚK, Vladimír, HORENSKÝ, Radek. *Počítejte s Klokanem: kategorie "Kadet"* : Sbírka úloh s řešením pro 8. A 9. Ročník ZŠ z mezinárodní soutěže Matematický klokan 2000-2004. Olomouc: Prodos, 2007. ISBN 978-80-7230-178- 2.

2. RŮŽIČKOVÁ, Bronislava, Milan KOPECKÝ, Josef MOLNÁR. *Počítejte s Klokanem, kategorie "Benjamín"*, sbírka úloh s řešením pro 6. a 7. ročník ZŠ z mezinárodní soutěže Matematický klokan 1995-1999. Olomouc: PRODOS, 2000. ISBN 8072300687.

3. *Matematický klokan: Matematický klokan 2017* [online]. [cit. 2017-12-05]. Dostupné z:http://matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2017.pdf

4.*Matematický klokan: Matematický klokan 2016* [online]. [cit. 2017-12-05]. Dostupné z: http://matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2016.pdf

5. *Matematický klokan: Matematický klokan 2015* [online]. [cit. 2017-12-05]. Dostupné z: http://matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2015.pdf

6.*Matematický klokan 2014*, Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 2014. ISBN 978-80-244-4306-5.

7.*Matematický klokan 2013*, Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 2013. ISBN 978-80-244-3881-8.

8.*Matematický klokan 2012*, Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 2012. ISBN 978-80-244-3231-1.

9.*Matematický klokan 2011*, Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 2011. ISBN 978-80-244-2914-4.

10.*Matematický klokan 2010*, Olomouc: Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Olomouc, 2010. ISBN 978-80-244-2666-2.

11. *Matematický klokan: Matematický klokan 2009* [online]. [cit. 2017-12-05]. Dostupné z: http://matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2009.pdf

12. UHLÍŘOVÁ, Martina. *Počítejte s Klokanem: sbírka úloh s řešením pro 6. a 7. ročník ZŠ z mezinárodní soutěže Matematický klokan 2000-2004*. Olomouc: Prodos, 2007, Počítejte s Klokanem. ISBN 978-80-7230-177-5.

13. NOVÁK, B., MOLNÁR, J., KUBÁTOVÁ, E., NAVRÁTILOVÁ, E. *Deset let s Matematickým klokanem. Olomouc*: UP, 2005. ISBN 80-2441179-2.

14. NOVÁK, B. *O úlohách ze soutěže Matematický klokan. In Matematika 3, Matematické vzdělávání z pohledu žáka a učitele primární školy,* Sborník příspěvků z konference s mezinárodní účastí. Olomouc: UP, 2008, ISBN 80-244-1963-3.

15. EMANOVSKÝ, Petr. Kadet: *Sbírka úloh s řešením pro 8. a 9. ročník ZŠ. Olomouc*: Prodos, 2001. 62 s. IBSN 80-7230-077-6.

16. Glouny: Klokan. *Glouny* [online]. [cit. 2017-12-05]. Dostupné z: http://www.glouny.cz/klokan

17. *Hejného metoda* [online]. [cit. 2017-12-05]. Dostupné z: https://www.h-mat.cz/hejneho-metoda

Seznam obrázků

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Bc. Magdaléna Jagošová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. David Nocar, Ph.D.
Rok obhajoby:	2018

Název práce:	Zajímavé geometrické úlohy ze soutěže Matematický klokan pro 2. stupeň ZŠ
Název v angličtině:	Interesting geometric exercises from the competition Matematický klokan for the second level of elementary school
Anotace práce:	Diplomová práce se zabývá matematickou soutěží Matematický klokan. Práce je zaměřena na zajímavé geometrické úlohy v kategoriích Benjamín a Kadet. Ve druhé části této práce je jejich řešení, ve třetí části jsou předchozí příklady sestaveny do testů, které byly rozdány na Základní škole, která kromě běžné výuky matematiky vyučuje také Hejného metodou.
Klíčová slova:	Matematický klokan, soutěž, geometrické příklady, Benjamín, Kadet, Hejného metoda
Anotace v angličtině:	The diploma thesis deals with mathematical competition the Mathematical kangaroo. The work is focused on interesting geometric tasks in the Benjamin and Kadet categories. In the second part of this thesis is their solution, in the third part the previous examples are assembled into tests, which were aplication at the elementary school, which besides the regular teaching of mathematics also teaches the method of Hejný.
Klíčová slova v angličtině:	Mathematical kangaroo, competition, geometric tasks, Benjamín, Kadet, the method of Hejný
Přílohy vázané v práci:	16 stran
Rozsah práce:	140 stran
Jazyk práce:	Český jazyk

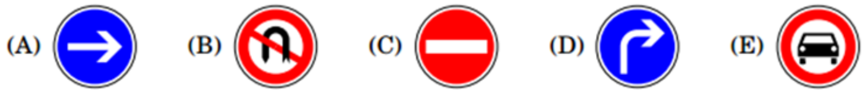
Příloha 1

Vybrané geometrické úlohy z Matematického klokana

Benjamín A

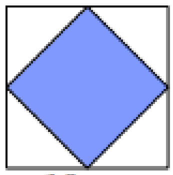
Úlohy za 3 body

1. Která z těchto dopravních značek má nejvíce os souměrnosti?



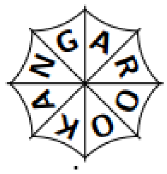
2. Katka narýsovala čtverec o délce strana 10cm. Dále sestrojila menší čtverec s vrcholy ve středech stran původního čtverce (viz obr.). Vypočti obsah menšího čtverce.

(A) 10cm^2 (B) 20cm^2 (C) 25cm^2 (D) 40cm^2 (E) 50cm^2



10 cm

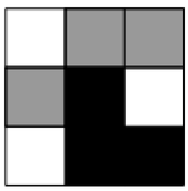
3. Na deštníku mám shora napsáno slovo KANGAROO tak, jak vidíš na obrázku. Na kterém z obrázků (A)-(E) není můj deštník?



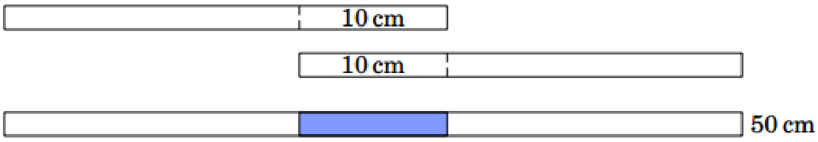
4.

Daniel vybarvil 9 čtverečků černou, bílou a šedou barvou tak, jak vidíš na obrázku. Vyber nejmenší počet čtverečků, které musí Daniel přemalovat, aby žádné dva čtverečky se společnou stranou nebyly stejné barvy.

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

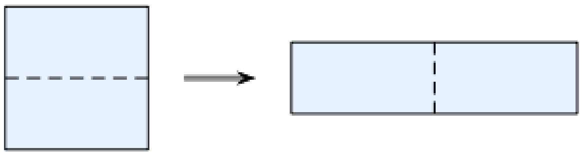


5. Evička má 4 papírové proužky stejné délky. Dva z nich slepila dohromady s 10cm přelepem a získala tak proužek o délce 50cm (viz.obrázek). Ze zbylých dvou proužků chce udělat proužek o délce 56cm. Jak dlouhý bude muset být přelep?



(A) 4cm (B) 6cm (C) 8cm (D) 10cm (E) 12 cm

6. Čtverec o obvodu 48cm jsme rozdělili na dvě shodné části a přiložili k sobě tak, že vznikl obdélník (podívej se na obrázek). Urči obvod obdélníku.

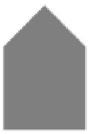
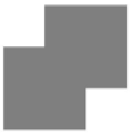
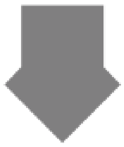


(A) 24 cm (B) 30 cm (C) 48 cm (D) 60 cm

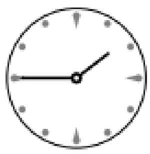
(E) 72 cm

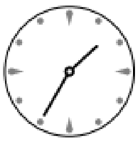
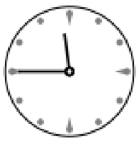
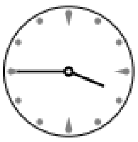
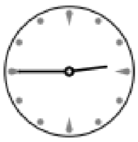
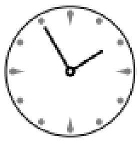
Úlohy za 4 body

1. Petr si vystřihnul z papíru dva shodné čtverce. Který z následujících obrazců nemůže vytvořit, pokud položí tyto dva čtverce na sebe?

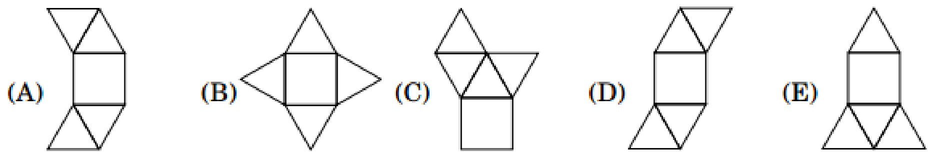
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

2. Bořek je u holiče. V zrcadle před sebou vidí obraz ciferníku hodin, které visí na zdi za jeho zády. Podívej se na obrázek vpravo. Který z ciferníků viděl Bořek v zrcadle před 10 minutami?

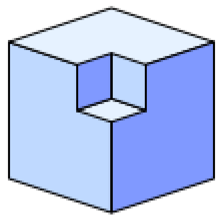


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

3. Na kterém z obrázku není síť pravidelného čtyřbokého jehlanu?



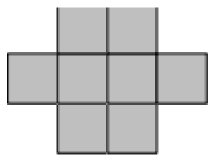
4. Z dřevěné krychle o hraně 3 cm jsme vyřízli krychličku o hraně 1 cm (podívej se na obrázek). Kolik stěn by mělo těleso, které by vzniklo odříznutím stejných krychliček u každého z vrcholů krychle?



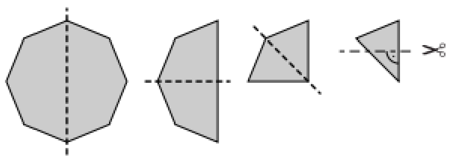
(A) 16 (B) 20 (C) 24 (D) 30 (E) 36

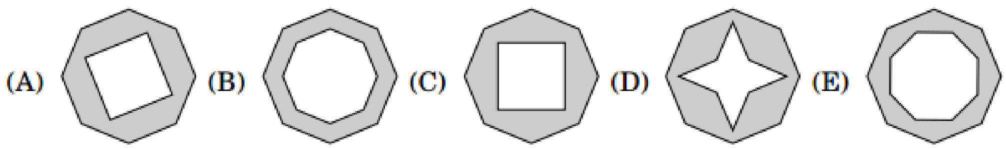
5. Obvod obrazce složeného ze shodných čtverců je roven 42cm. Urči jeho obsah. (2012)

(A) 128cm^2 (B) 72cm^2 (C) 24cm^2 (D) 9cm^2 (E) 8cm^2



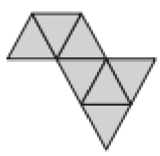
6. Papírový osmiúhelník jsme třikrát přeložili na poloviny, čímž jsme získali trojúhelník. Z něj jsme odstřihli jeden z vrcholů (viz. obrázek). Jak bude papír po rozložení vypadat?





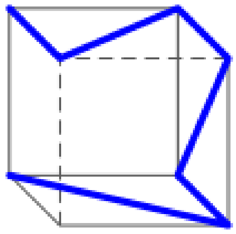
Úlohy za 5 bodů

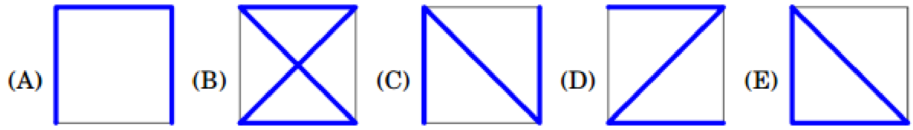
1. Klára má z malých trojúhelníkových dlaždic sestavit velký trojúhelník. Několik dlaždic už sestavila tak, jak je vidět na obrázku. Určete nejmenší počet dlaždic, které Klára ještě potřebuje k doplnění své sestavy na trojúhelník.



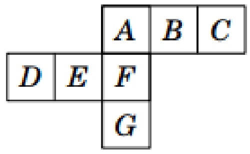
(A) 5 (B) 9 (C) 12 (D) 15 (E) 18

2. Na průhlednou plastovou krychli byla přichycena tenká barevná stuha tak, jak neznázorněno na obrázku, Prohlédl sis krychli ze všech stran. Kterou z možností (A) až (E) jsi nemohl vidět?



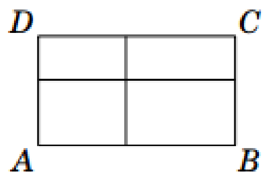


3. Karel má za domácí úkol vytvořit papírový model krychle. Nachystal si papírovou síť složenou ze 7 čtverců. Poraď mu, který ze čtverců má odstřihnout, aby získal síť krychle. (2015)



(A) jen D (B) jen G (C) jen C nebo D
(D) jen C nebo G (E) jen C nebo D nebo G

4. Obdélník ABCD jsme řezali na 4 menší obdélníky tak, jak je to znázorněno na obrázku. Obvody tří z “ nařezaných” obdélníků jsou 11cm, 16 cm a 19cm. Obvod čtvrtého obdélníku neznáme, ale víme, že nebude ani nejmenší, ani největší. Jaký je obvod obdélníku ABCD?(2012)

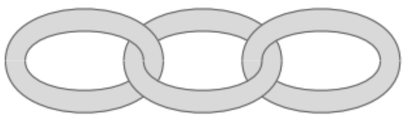


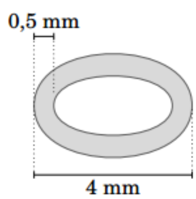
(A) 28 cm (B) 30 cm (C) 32 cm (D) 38 cm (E) 40cm

5. Pavel chtěl rozstříhat papír tvaru obdélníku se stranami 6 cm a 7 cm na menší čtverce tak, aby každá ze stran měla délku vyjádřenou celým číslem. Urči nejmenší počet čtverců, na který je možné obdélník rozstříhat.

(A) 4 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 42

6. Klenotník vyrábí zlaté řetízky tak, že spojuje zlatá očka (obrázek vlevo). Rozměry jednoho zlatého očka vidíš na obrázku vpravo. Jak dlouhý bude řetízek, spojí-li zlatník dohromady 5 zlatých oček?





(A) 20 mm (B) 19 mm (C) 17, 5 mm (D) 16 mm (E) 15 mm

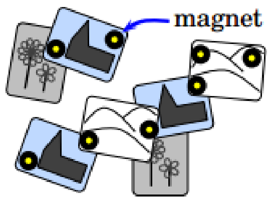
Příloha 2

Vybrané geometrické úlohy z Matematického klokana

Úlohy za 3 body

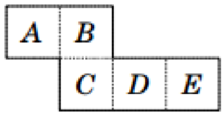
Benjamín B

1. Linda má na ledničce silnými magnety připevněno sedm pohlednic. Podívej se na obrázek vpravo. Urči největší počet magnetů, které může Linda odstranit, aby žádná pohlednice nespadla.



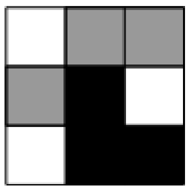
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2. Z listu papíru byl vystřižen obrazec složený z pěti čtverců (podívej se na obrázek). Když přeložíš papír v tečkovaných čarách, můžeš sestavit otevřenou krabici. Představ si, že krabici postavíš otvorem vzhůru. Které písmeno je na dně krabice?



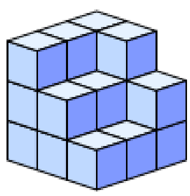
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

3. Daniel vybarvil 9 čtverečků černou, bílou a šedou barvou tak, jak vidíš na obrázku.Vyber nejmenší počet čtverečků, které musí Daniel přemalovat, aby žádné dva čtverečky se společnou stranou nebyly stejné barvy.



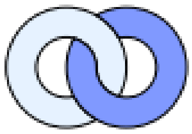
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

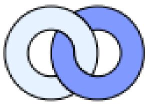
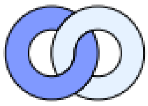
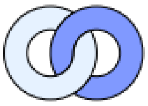
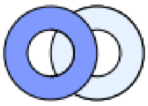
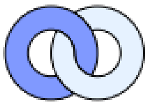
4. Kolik malých krychlí musíš doplnit, aby ze stavby na obrázku vznikla krychle?



(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

5. Petr a Marek se dívají na dva propletené kruhy- jeden tmavý a druhý světlý. Petr sedí před těmito kruhy a vidí je tak, jak je ukázáno na obrázku. Marek sedí naproti Petrovi a na kruhy se dívá z druhé strany. Jak vidí propletené kruhy Marek?



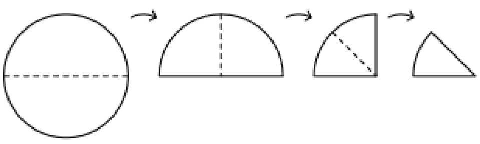
(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

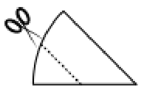
6. Na perlovém náhrdelníku, který vidíš na obrázku, jsou navlečeny šedé a bílé perly. Petra chce z náhrdelníku stáhnout 5 šedých perel. Perly může stahovat z obou konců náhrdelníku. Aby Petra šedé perly získala, musí současně stáhnout i některé bílé perly. Urči nejmenší počet bílých perel, které musí Petra z náhrdelníku stáhnout.

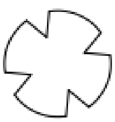
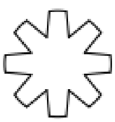
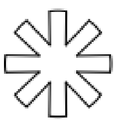
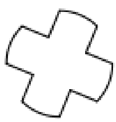
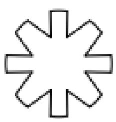
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Úlohy za 4 body

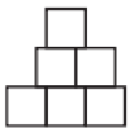
1. Alice předkládala papírový kruh na poloviny (podle obrázku vlevo). Nakonec Alice z přeloženého papíru odstřihla a vyhodila dílek tak, jak je vidět na obrázku vpravo. Který z tvarů Alice uvidí, když papír znovu rozloží?





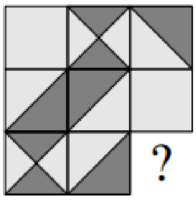
(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

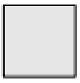
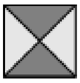
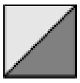
2. Tomáš použil 6 čtverců o délce strany 1 cm k vytvoření obrazce, který vidíš na obrázku. Vypočti jeho obvod.



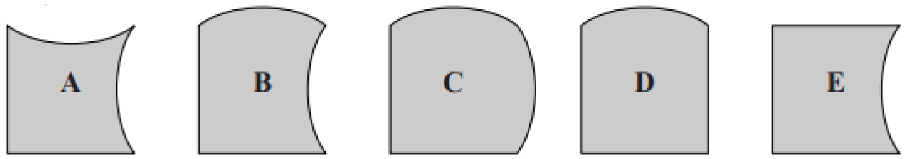
(A) 9 cm (B) 10cm (C) 11 cm (D) 12cm (E) 13 cm

3. Kterou dlaždici musím doplnit do čtverce tak, aby se obsah jeho světlé části rovnal obsahu jeho tmavé části?



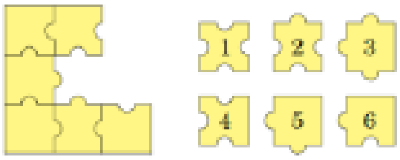
(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E) nelze**

4. Ze čtyř dílů, které vidíš na obrázcích A až E, můžeš sestavit čtverec. Který díl nepoužiješ?



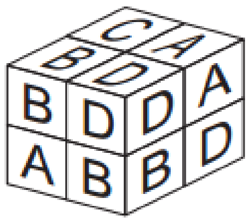
(A) A
(B) B
(C) C
(D) D
(E) E

5. Které tři z očíslovaných dílků puzzle musíš přiložit k obrázku vlevo, abychom obdrželi čtverec? (2012)



(A) 1,2,3 (B) 1,3,6 (C) 2,3,5 (D) 2,3,6 (E)2,5,6

6. Lenka má 8 krychlí. Každá krychle má na všech svých stěnách jedno z písmen A, B, C a D. Lenka z nich postavila stavbu na obrázku. Dvě sousední krychle mají na stěnách vždy různá písmena. Jaké písmeno je na krychli, kterou na obrázku nevidíme?

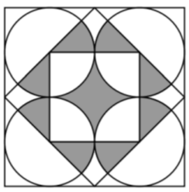


(A) A (B) B (C) C (D) D (E) nelze říci

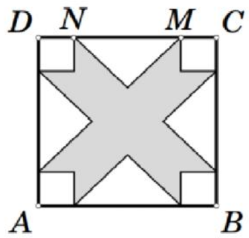
Úlohy za 5 bodů

1. Největší čtverec na obrázku má obsah 4. Určete obsah jeho vybarvené části.

(A) 1 (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi+2}{4}$ (D) π (E) $\frac{4}{3}$

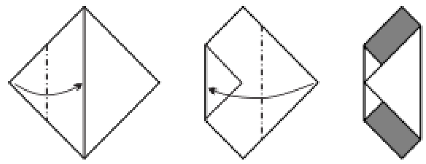


2. Délka strany čtverce ABCD je rovna 10 cm. Vzdálenost bodů N a M je 6 cm. Bílé části čtverce ABCD jsou shodné rovnoramenné trojúhelníky nebo shodné čtverce. Vypočítej obsah vybarvené části čtverce ABCD.



(A) 42 cm2 (B) 46 cm2 (C) 48 cm2 (D) 52 cm^2 (E) 58 cm^2

3. Čtverec vystřižený z listu papíru byl dvakrát přeložen tak, jak je znázorněno na obrázku. Určete součet obsahů zvýrazněných obdélníků, jestliže obsah původního čtverce byl $64cm^2$. (2012)



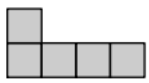
(A) 8 cm^2 (B) 10 cm^2 (C) 12 cm^2 (D) 14 cm^2 (E) $16cm^2$

4. Ze 4 červených a 4 bílých krychlí o hraně 5cm máš složit velkou krychli o hraně 10cm.Kolik různých možností existuje? (Krychle nepovažujeme za rozdílné, pokud jednu můžeme získat otáčením druhé.) (2013)

(A) 16 (B) 9 (C) 8 (D) 7 (E) 6

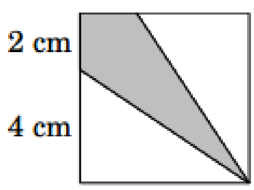
5. Filip chce sestavit čtverec a to pouze s použitím dílků shodných s dílkem na obrázku. Urči nejmenší možný počet dílků, které bude potřebovat.(2011)

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 16 (E) 20



6. Jaká část čtverce je vybarvena? (2010)

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{2}{9}$



Příloha 3

Vybrané geometrické úlohy

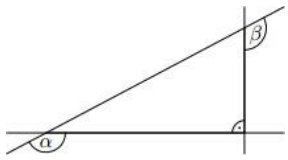
z Matematického klokana

Úlohy za 3 body

Kadet A

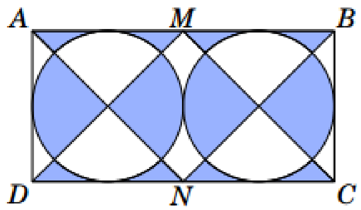
1. Která z následujících dopravních značek má největší počet os souměrnosti?(2016)

2. Vypočtěte hodnotu součtu α + β velikosti úhlů na obrázku.(2016)



A) 150° (B) 180° (C) 270° (D) 320° (E) 360°

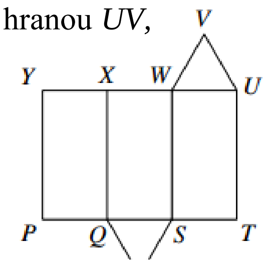
3. Na obrázku jsou dva kruhy o průměru 10cm, které se navzájem dotýkají a současně dotýkají a současně se dotýkají stran obdélníku ABCD; body M a N jsou středy jeho stran AB a CD. Vypočtěte součet obsahů tmavých ploch.(2016)



(A) 50 cm^2 (B) 80 cm^2 (C) 100cm^2 (D) 120 cm^2 (E)

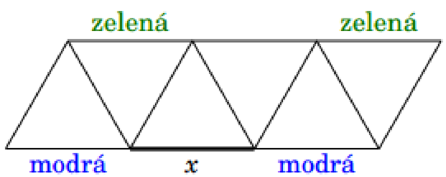
150 cm^2

4. Na obrázku je síť trojbokého hranolu. Která z jeho hran se shoduje s hranou *UV*, když tento hranol složíme?(2015)



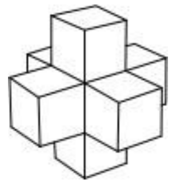
(A) VW (B) XW (C) XY (D) QR (E) RS

5. Na obrázku jsou slovy označeny barvy některých úseček ornamentu tvořeného trojúhelníky. Luis chce obarvit všechny ostatní úsečky buď červeně, nebo
modře, nebo zeleně tak, aby všechny trojúhelníky měly každou ze stran jiné barvy. Kterou barvu použiješ úsečku *x*?



(A) pouze zelenou (B) pouze červenou
(C) pouze modrou (D) buď červenou, nebo modrou
(E) úloha nemá řešení

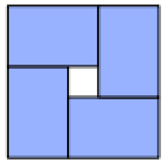
6. Jiří postavil model obrázku ze sedmi jednotkových krychlí. Kolik takových krychlí musí Jiří k tomuto modelu přidat, aby vytvořil krychli s hranami o délce 3 cm?



(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

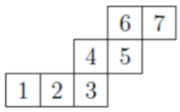
Úlohy za 4 body

1. Na obrázku jsou čtyři shodné obdélníky s obvodem 16 cm umístěné do čtverce. Určete obvod tohoto čtverce.



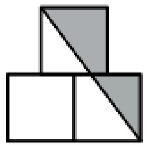
(A) 16 cm (B) 20 cm (C) 24 cm (D) 28cm (E) 32cm

2. Kamil překlápí obarvenou krychli kolem jejích hran po bílém papíru. Krychle zanechá stopu znázorněnou na obrázku. Které dva čtverce jsou obtiskem téže stěny krychle?



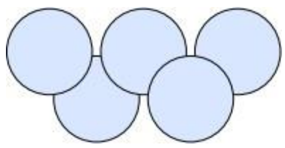
(A) 1 a 7 (B) 1 a 6 (C) 1 a 5 (D) 2 a 7 (E) 2 a 6

3. Na obrázku jsou tři čtverce, přičemž přímka procházející společnými vrcholy spodních čtverců protíná střed horního čtverce. Délky stran všech čtverců jsou 1cm, Vypočítejte obsah tmavé oblasti.



(A) $\frac{3}{4}\,cm^2$ (B) $\frac{7}{8}\,cm^2$ (C) $1cm^2$ (D) $1\frac{1}{4}\,cm^2$ (E) $1\frac{1}{2}\,cm^2$

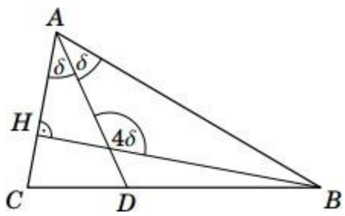
4. Obsah každého kruhu útvaru na obrázku je 1 cm^2. Oblast společná dvěma překrývajícím se kruhům má vždy obsah $\frac{1}{8}cm^2$.



Určete obsah tohoto útvaru. (2014)

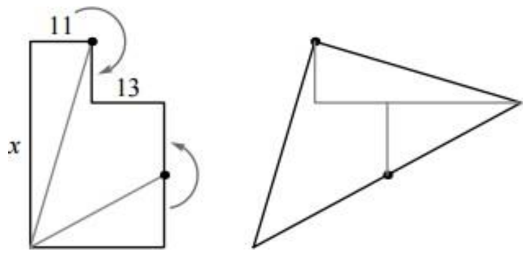
(A) $4\,cm^2$ (B) $\frac{9}{2}\,cm^2$ (C) $\frac{35}{8}\,cm^2$ (D) $\frac{39}{8}cm^2$ (E) $\frac{19}{4}\,cm^2$

5. Nechť BH je výška a AD osa vnitřního úhlu při vrcholu A trojúhelníku ABC (viz obrázek). Velikost tupého úhlu, pod kterým se protínají úsečky BH a AD, je čtyřnásobkem velikosti úhlu DAB. Určete velikost vnitřního úhlu CAB. (2014)



(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75° (E) 90°

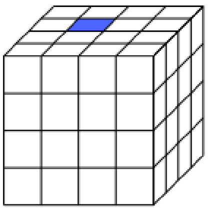
6. Útvar vlevo se skládá ze dvou obdélníků. Délky dvou jejich stran jsou označeny: 11 a 13. Útvar
můžeme rozdělit na tři části a díly přeskupit do trojúhelníku vpravo. Stanovte délku strany *x*.



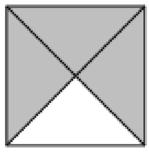
(A) 36 (B) 37 (C) 38 (D) 39 (E) 40

Úlohy za 5 bodů

1. Velká krychle je složena z 64 malých krychlí, z nichž jedna je barevná; která to je, vidíte na obrázku. První den obarví tato krychle všechny své sousední krychle (dvě krychle nazveme *sousední*, pokud mají společnou stěnu. Druhý den udělají totéž všechny barevné krychle. Kolik je na konci druhého dne barevných krychlí?



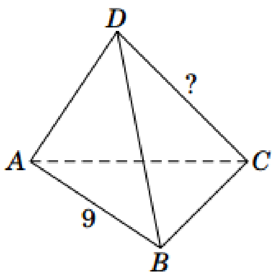
(A) 11 (B) 13 (C) 15 (D) 16 (E) 17



2. Čtverec o velikosti 5x5 je sestaven z kachliček o velikosti 1x1, které mají všechny stejný vzor, jak znázorňuje obrázek. Kterékoli dvě sousedící kachličky čtverce mají stejnou barvu podél společné strany. Obvod velkého čtverce se skládá z černých a bílých úseček o délce 1. Určete nejmenší možný počet černých úseček na obvodu.

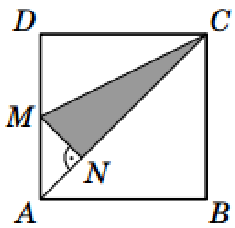
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

3. Každý ze čtyř vrcholů a každá ze šesti hran čtyřstěnu jsou označeny jedním z deseti čísel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 a 11(číslo 10 je vynecháno). Každé číslo je užito právě jednou. Součet čísel, která označují kterékoli dva vrcholy čtyřstěnu se rovná číslu, které označuje hranu spojující tyto dva vrcholy. Hrana AB je označena číslem 9. Které číslo označuje hranu CD.



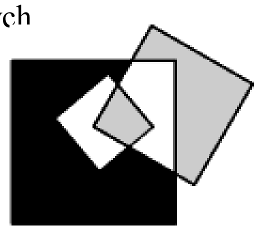
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 11

4. Určete poměr obsahu šedého obrazce (trojúhelníku MNC) k obsahu čtverce ABCD, jestliže bod M je středem strany AD a úsečka MN je kolmá k úhlopříčce AC. (2012)

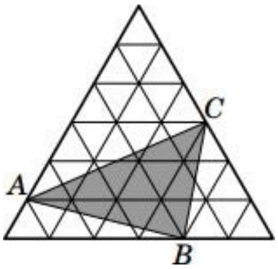


(A) 1:6 (B) 1:5 (C) 7:36 (D) 3:16 (E) 7:40

5. Katka narýsovala čtverec o straně 3 cm uvnitř čtverce o straně 7cm.Pak narýsovala další čtverec o straně 5 cm, který protíná první dva čtverce. O kolik se liší obsah černého útvaru od součtu obsahů šedých útvarů?(2011)



(A) 0 cm^2 (B) 10 cm^2 (C) 11 cm^2 (D) 15 cm^2 (E) není možné jednoznačně určit



6. Větší rovnostranný trojúhelník se skládá z 36 menších rovnostranných trojúhelníčků, každý o obsahu 1 cm^2. Určete obsah trojúhelníku ABC.(2010)

(A) 11 cm^2 (B) 12 cm^2 (C) 15cm^2 (D) 9 cm^2 (E) 10 cm^2

Příloha 3

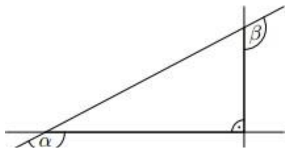
Vybrané geometrické úlohy

z Matematického klokana

Kadet B

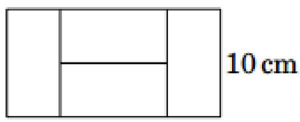
Úlohy za 3 body

1. Vypočtěte hodnotu součtu α + β velikosti úhlů na obrázku.



A) 150° (B) 180° (C) 270° (D) 320° (E) 360°

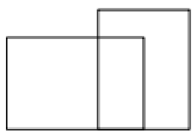
2. Čtyři shodné malé obdélníky jsou spojeny tak, že dohromady tvoří jeden velký obdélník, jak je vidět na obrázku. Kratší strana velkého obdélníku má délku 10 cm. Kolik měří delší strana velkého obdélníku?



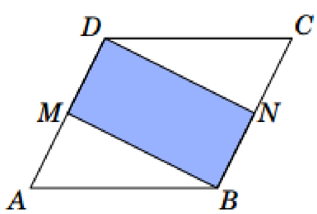
(A) 10cm (B) 20 cm (C) 30 cm (D) 40 cm (E) 50 cm

3. Kolik čtyřúhelníků jakékoli velikosti je na obrázku?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



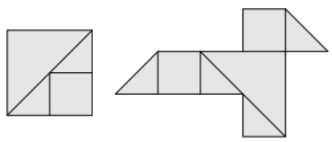
4.Obsah rovnoběžníku *ABCD* je 10 cm^2. Body *M* a *N* jsou středy stran *AD* a *BC*. Vypočítejte obsah čtyřúhelníku MBND.



(A) 2,5 cm^2 (B) 5 cm^2 (C) 10 cm^2 (D) 12 cm^2 (E) nelze určit

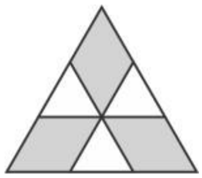
5. Monika rozstříhala několik stejných papírů tvaru čtverce o obsahu 4 cm^2 na menší čtverce a pravoúhlé trojúhelníky jak vidíš na obrázku vlevo. Z některých kousků papíru pak sestavila útvar znázorněný na obrázku vpravo. Určete jeho obsah.

(A) 3 cm^2 (B) 4 cm^2 (C) $\frac{9}{2}$ cm^2 (D) 5 cm^2 (E) 6 cm^2



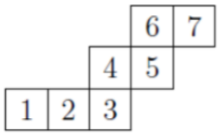
6. Velký trojúhelník na obrázku je rovnostranný a jeho obsah je 9 cm^2. Úsečky jsou rovnoběžné se stranami trojúhelníku a jejich krajní body rozdělují jeho strany na tři stejně dlouhé části. Vypočítejte obsah vybarvené části.

(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7



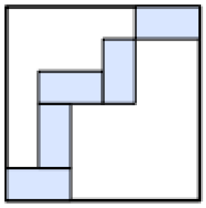
Úlohy za 4 body

1. . Kamil překlápí obarvenou krychli kolem jejích hran po bílém papíru. Krychle zanechá stopu znázorněnou na obrázku. Které dva čtverce jsou obtiskem téže stěny krychle?(2012)



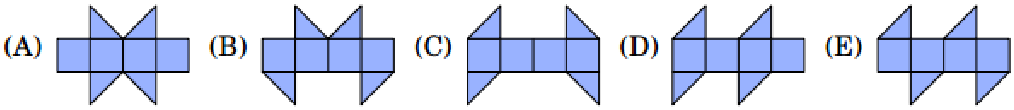
(A) 1 a 7 (B) 1 a 6 (C) 1 a 5 (D) 2 a 7 (E) 2 a 6

1. Pět shodných obdélníků je umístěno ve čtverci s délkou strany 24 cm, jak je znázorněno na obrázku. Vypočítejte obsah jednoho obdélníku.



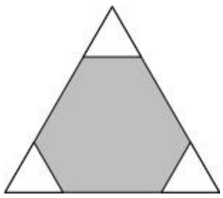
(A) 12 cm^2 (B) 16 cm^2 (C) 18 cm^2 (D) 24 cm^2
(E) 32 cm^2

2. Jednu z následujících „sítí“ nelze poskládat do tvaru krychle. Která to je?

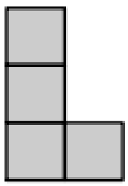


3. Z rovnostranného trojúhelníku o straně délky 6 cm oddělíme tři shodné malé rovnostranné trojúhelníky. Součet obvodů těchto tří trojúhelníků je stejný jako obvod vzniklého šestiúhelníku. Určete délku strany malého trojúhelníku.

(A) 1 cm (B) 1,2 cm (C) 1,25 cm (D) 1,5 cm (E) 2 cm

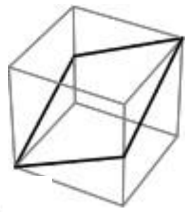


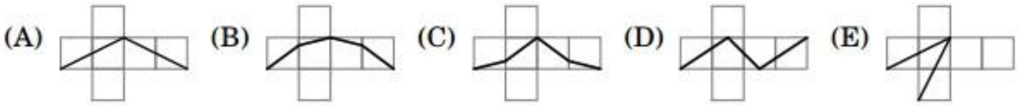
4. Na obrázku jsou čtyři čtverce poskládány do tvaru písmene L. Přidejte do obrázku další čtverec tak, aby vzniklý útvar byl osově souměrný. Kolika způsoby je to možné udělat?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 6

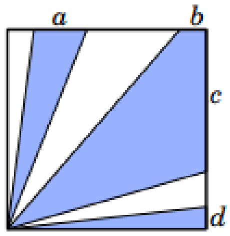
5. Na obrázku je krychle. Nakreslená lomená čára ji rozděluje na dvě shodné části. Který z obrázků znázorňuje některou síť této krychle?





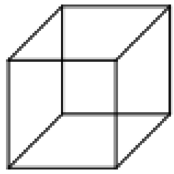
Úlohy za 5 bodů

1.Uvnitř čtverce jsou tři vybarvené oblasti podobně, jak vidíte na obrázku vpravo. Obsah čtverce je 36 cm^2, celkový obsah vybarvených oblastí je 27cm^2. Vypočítejte součet délek úseček $a + b + c + d$.



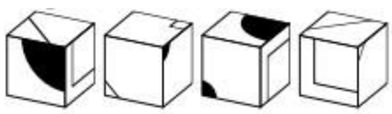
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

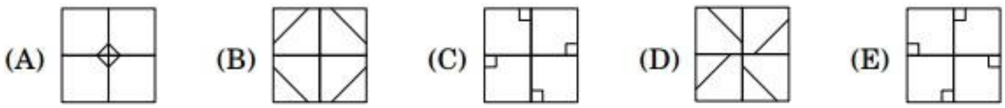
2. Kamil má sedm kousků drátu o délkách 1cm, 2 cm, 3 cm,4 cm, 5 cm, 6 cm a 7cm. Některé z těchto kousků použije k vytvoření drátěného modelu krychle o hranách délky 1 cm bez jakýchkoli překrytí. Určete nejmenší počet kousků, které může Kamil použít.



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

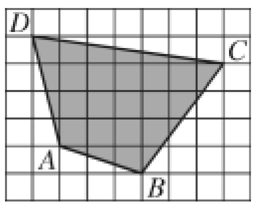
3. Máme čtyři shodné krychle jako na obrázku vlevo. Krychle k sobě přiložíme tak, že se na jedné stěně objeví velký černý kruh (viz obrázek vpravo). Co můžeme vidět na protilehlé stěně?



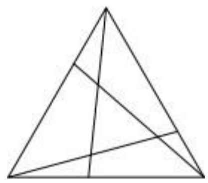


4.Ve čtvercové síti na obrázku je vybarvený čtyřúhelník ABCD. Délka strany čtverečku je 2cm. Vypočítejte obsah čtyřúhelníku ABCD.

(A) 76 cm^2 (B) 84 cm^2 (C) 88cm^2 (D) 96cm^2 (E) 104 cm^2

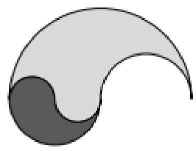


5. Velký trojúhelník je rozdělen třemi úsečkami na čtyři trojúhelníky a tři čtyřúhelníky (viz obrázek). Součet obvodů čtyřúhelníků je 25 cm a součet obvodů čtyř malých trojúhelníků je 20cm. Obvod velkého trojúhelníku je 19 cm. Určete součet délek tří úseček.



(A) 11 cm (B) 12 cm (C) 13 cm (D) 15 cm (E) 16 cm

6. Hranice loga je tvořena půlkružnicemi o poloměru 2 cm, 4 cm a 8 cm. Jak velká část loga je vybarvena tmavě?(2010)



(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$