



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

**VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ DYNAMIKY ZÁBĚRU
ČELNÍHO OZUBENÉHO SOUKOLÍ V PROSTŘEDÍ MBS**

COMPUTATIONAL MODELING OF GEAR MESH ENGAGEMENT DYNAMICS BY MBS APPROACH

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Vojtěch Pykal

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Aleš Prokop, Ph.D.

BRNO 2021

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student:	Bc. Vojtěch Pykal
Studijní program:	Strojní inženýrství
Studijní obor:	Automobilní a dopravní inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Aleš Prokop, Ph.D.
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Výpočtové modelování dynamiky záběru čelního ozubeného soukolí v prostředí MBS

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce je zaměřena na sestavení výpočtového modelu pro simulaci dynamiky záběru čelního ozubeného soukolí v prostředí multi-body softwaru ADAMS. Vstupem bude konkrétní geometrie spoluzabírajících ozubených kol, provozní otáčky a zátěžný krouticí moment. Úkolem studenta je stanovení průběhu budících sil a odezvy na toto buzení na klíčových komponentech jednostupňové převodovky.

Cíle diplomové práce:

Provést rešerši dané problematiky (dynamika záběru ozubení, výpočtové přístupy).

Vyhotovit výpočtový model na bázi MBS.

Provést simulace pro stavy s různým charakterem zatěžování.

Zhodnotit výsledky.

Seznam doporučené literatury:

SHIGLEY, J.E., MISCHKE, CH.R., BUDYNAS, R.G. Konstruování strojních součástí. VUTIUM, 2010. ISBN 978-80-214-2629-0.

TŮMA, J. Vehicle gearbox noise and vibration: measurement, signal analysis, signal processing and noise reduction measures. Chichester: John Wiley, 2014, 243 s. ISBN 9781118359419.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Josef Štětina, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Tato diplomová práce je zaměřena na sestavení výpočtového modelu pro simulaci dynamiky záběru čelního ozubeného soukolí v prostředí multi-body softwaru MSC ADAMS. Vstupem je konkrétní geometrie spoluzabírajících ozubených kol, provozní otáčky a zátěžný krouticí moment. Výstupem je průběh sil v záběru ozubení a reakce sil v ložiscích kol v závislosti na změně tuhosti ozubení vlivem měnícího se počtu zubů v záběru a změně osové vzdálenosti. Tento model se vyznačuje rychlým a relativně přesným výpočtem v časové doméně. To znamená, že dokáže během simulace zareagovat na změnu parametru jako je např. osová vzdálenost, otáčky a krouticí moment.

KLÍČOVÁ SLOVA

MBS, zub, výpočtový model, dynamika záběru ozubení, chyba převodu, ozubené kolo s šikmými zuby, hluk, vibrace

ABSTRACT

This master's thesis is focused on the compilation of a computational modelling of gear mesh engagement dynamics of a spur gear by MBS approach. The user input is the specific geometry of gears, the operating speed, and the load torque. The output are the forces in the gear engagement and the reaction of the forces in the wheel bearings depending on the change in the stiffness of the gear due to the changing number of teeth in the engagement and the change in the axial distance. This model is characterized by a fast and relatively accurate calculation in the time domain. This means that it can react to changes in parameters during simulation such as axial distance, speed, and torque.

KEYWORDS

MBS approach, gear tooth Computational Model, Gear Engagement Dynamics, Transmission Error, Helical Gear, Noise, Vibration

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

PYKAL, V. *Výpočtové modelování dynamiky záběru čelního ozubeného soukolí v prostředí MBS*. Brno, 2021. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. 58 s. Vedoucí diplomové práce Aleš Prokop.



ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Ing. Aleše Prokopa, Ph.D. a s použitím informačních zdrojů uvedených v seznamu.

V Brně dne 21. května 2021

.....

Vojtěch Pykal

PODĚKOVÁNÍ

Touto cestou bych chtěl poděkovat Ing. Aleši Prokopovi, Ph.D. za cenné rady a připomínky, časté konzultace a pozitivní přístup v celém průběhu vedení této diplomové práce. Dále bych chtěl poděkovat své rodině, která mi byla oporou během celého mého prodlouženého studia.

OBSAH

Úvod	11
1 Teorie a výpočty ozubených kol	12
1.1 Rozdělení ozubených kol	12
1.2 Normalizace ozubení	13
1.3 Základní charakteristiky ozubeného soukolí	13
1.3.1 Převodový poměr	13
1.3.2 Úhel tlaku	14
1.3.3 Úhel sklonu zubu	14
1.3.4 Modul	14
1.3.5 Kružnice ozubených kol	15
1.4 Evolventa	15
1.5 Osová vzdálenost	16
1.6 Boční vůle	17
1.7 Mezní počet zubů	19
1.8 Poruchy ozubeného soukolí	21
1.9 Výpočet napětí v ohybu v patě zubu	21
1.10 Výpočet napětí v dotyku zubů	23
1.11 Chyba převodu	24
1.11.1 Statická chyba převodu	26
1.11.2 Dynamická chyba převodu	26
1.12 Silové poměry v ozubení	26
1.13 Deformace a tuhost záběru	28
2 Způsoby výpočtu dynamiky čelního ozubení	29
2.1 Analytický přístup	29
2.2 Modelování v ADAMS/View	30
2.2.1 Metody záběru v ADAMS/View	30
2.2.2 Integrované metody	30
2.2.3 Modelování ozubeného soukolí	31
2.2.4 Výsledky simulace	34
3 Vlastní výpočtový model v ADAMS/View	38
3.1 Výchozí soukolí	38
3.2 Základní princip funkce modelu	40
3.3 Tuhost záběru v závislosti na zátěžném momentu	41
3.4 Vliv osové vzdálenosti na tuhost záběru	43
3.5 Definice podmínek <i>GForce</i>	45

3.6	Simulace modelu.....	46
3.6.1	Výsledná tuhost ozubení	46
3.6.2	Výsledné otáčky kol.....	47
3.6.3	Výsledné síly v ozubení	47
3.6.4	Výsledné FFT průběhy	50
Závěr	51
Použité informační zdroje	52
Seznam použitých zkratk a symbolů	54
Seznam obrázků	57
Seznam tabulek	58

ÚVOD

Ozubené převody se řadí mezi nejpoužívanější převodníky mechanické energie (krouticího momentu a otáček) nejen v automobilovém průmyslu. Člověk s nimi přichází do styku takřka každý den.

V současné době stále více výrobců elektromobilů začíná používat nějaký typ převodového ústrojí (většinou dvoustupňové) ve svém vozidle. Převážně z důvodu zvýšení dojezdové vzdálenosti. Na druhou stranu se ale ukazuje, že převodovka má v elektromobilu, spolu s odvalujícími se pneumatikami, dominantní vliv na vzniku nežádoucího hluku. Z toho důvodu je zde stále větší snaha o zdokonalení chodu převodu a zároveň odhlučnění převodového aparátu. Jedním z největších faktorů vzniku hluku v převodovém soukolí je tzv. chyba převodu. Její vznik i průběh vzniku hluku je blíže popsán v rešeršní části této práce.

Cílem této práce je porovnat vybrané způsoby počítání dynamiky čelního ozubení a následně vytvořit vlastní dynamický model v MBS. K tomu budu používat software MSC.ADAMS, který je na ÚADI pro studenty dostupný. V tomto modelu si беру za cíl skloubit velice přesně stanovené výsledky dynamiky záběru čelního ozubení z modelu reálných kol z prostředí ANSYS s modelem ozubených kol na bázi MBS. Tím vznikne model, který se bude vyznačovat velice rychlým a relativně přesným výpočtem. Zároveň by mělo být možné měnit vstupní parametry ozubených kol (osová vzdálenost, zátěžný moment nebo otáčky kol) a model by na to měl být schopen během simulace reagovat.

1 TEORIE A VÝPOČTY OZUBENÝCH KOL

V první části této práce je důležité vysvětlit a definovat základní principy a problémy přenosu sil přes ozubené soukolí. Budou zde uvažovány pouze soukolí s konstantním převodovým poměrem.

Ozubené soukolí se řadí mezi tzv. tříčlenné mechanismy, které jsou tvořeny párem spoluzabírajících kol a nepohyblivým rámem s osami obou kol. Vzdálenost os je definovaná jako vzdálenost nejkratší příčky os kolmé k oběma osám.

Přes tento mechanismus dochází k rovnoměrnému přenosu otáčivého pohybu z jedné hřídele na druhou. Otáčivý pohyb lze zrychlovat nebo zpomalovat v závislosti na konfiguraci ozubených kol. To platí i o momentu sil. Převodové ustrojí se pak skládá z jednoho či více takových mechanismů.

1.1 ROZDĚLENÍ OZUBENÝCH KOL

Dle [1] je možné ozubená kola rozdělit podle:

- Tvaru boční čáry zubů na kola s:
 - přímými zuby
 - šikmými zuby
 - dvojitě šikmými zuby (šípovitými)
 - zakřivenými zuby
 - šroubovitými zuby
- Druhu čelní profilové křivky na:
 - evolventní
 - cykloidní
- Vzájemné polohy patní a hlavové plochy na kola s:
 - vnitřním ozubením
 - vnějším ozubením
- Vzájemné polohy os na:
 - rovnoběžné
 - různoběžné
 - mimoběžné

Soukolí pak lze rozdělit podle:

- Vzájemné polohy spoluzabírajících kol na soukolí s:
 - vnějším záběrem
 - vnitřním záběrem
- Velikosti obvodové rychlosti v na:
 - pomaloběžná ($v \leq 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$)
 - středně rychlá ($3 < v < 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$)
 - rychloběžná ($v \geq 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$)

1.2 NORMALIZACE OZUBENÍ

Ekonomická výroba a snadná vyměnitelnost ozubených kol byl důvod pro zavedení normalizace ozubení. Na základě určitého konsenzu vědy, techniky a praxe vznikly normy, které udávají pravidla, směrnice nebo charakteristiky činností nebo jejich výsledků pro dosažení optimálního stupně uspořádání a co největšího prospěchu v dané problematice.

V problematice ozubených kol se bere za základ rovinný útvar odpovídající ozubenému hřebenu s úhlem profilu $\alpha_y = 20^\circ$ a modulem $m = 1$ mm. To se označuje jako *základní profil ozubeného hřebene*. Pro jiné moduly je zapotřebí délkové rozměry tohoto profilu vynásobit modulem. Základní profily o různých hodnotách modulu jsou z tohoto důvodu geometricky podobné. [2]

V tabulce 1 jsou uvedeny rozměry základního profilu ozubeného hřebene pro čelní ozubená soukolí s evolventním ozubením a kuželová ozubená kola s přímými zuby podle norem ČSN 01 4607, ISO 53:1998 a ČSN ISO 678.

Tab. 1 Základní rozměry profilu ozubeného hřebene pro čelní a kuželová kola [2]

geometrická veličina	čelní ozubená kola	kuželová ozubená kola
úhel profilu	$\alpha_y = 20^\circ$	
výška hlavy zubu	$h_a = m$	
výška paty zubu	$h_f = 1,25 \cdot m$	$h_f = 1,2 \cdot m$
poloměr kružnice zaoblení profilové křivky	$\rho_f = 0,38 \cdot m$	$\rho_f = 0,3 \cdot m$
hlavová vůle	$c_a = 0,25 \cdot m$	$c_a = 0,5 \cdot m$
tloušťka zubu	$b = \frac{\pi m}{2}$	
šířka zubové mezery	$e = \frac{\pi m}{2}$	

1.3 ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKY OZUBENÉHO SOUKOLÍ

Mimo základní rozdělení a normování ozubených kol je potřeba uvést i základní charakteristiky ozubeného soukolí, které mají vliv na výsledný tvar, velikost a dynamiku ozubených kol.

1.3.1 PŘEVODOVÝ POMĚR

Převodový poměr je jeden z hlavních číselných charakteristik převodového ústrojí. Označuje se i a je definován dle [3] jako poměr počtu zubů jednotlivých zabírajících kol. Tento poměr udává, jak se zmenší/zvětší otáčky a moment. U složitých převodových ústrojí, skládajících se z několika soukolí, se převodový poměr zpravidla určuje jako poměr úhlových rychlostí

hnačího a hnaného hřídele. Jelikož se v praxi často snižují otáčky, rozumí se převodovým poměrem číslo udávající poměr otáček hnačího hřídele k počtu otáček hnaného hřídele. Tím dojde k tomu, že převodový poměr bude větší než jedna a platí, že větší převodový poměr = větší redukce.

1.3.2 ÚHEL TLAKU

Úhel tlaku záběru (někdy označován jako úhel tlaku) α je v libovolném bodě B na profilu evolventního zubu dle [4] definován jako úhel svíraný průvodičem bodu B a průvodičem dotyku tečny vedené z bodu B k základní kružnici. Tento úhel bývá v praxi z důvodu normování nejčastěji roven 20° (výjimečně 30° nebo 15°). To je důvod, proč je v kapitole 2.1 počítáno právě s úhlem 20° . [5]

1.3.3 ÚHEL SKLONU ZUBU

Označuje se β a jako nenulový vyskytuje se u kol s šikmým ozubením (zobrazen na obr. 9). Stejně jako úhel tlaku musí být na obou spoluzabírajících kolech stejný. Rozdílná je zde pouze jeho orientace. Jeho velikost přímo ovlivňuje velikost axiální síly v ozubení, což je patrné z rovnice (1.3). Podobně jako úhel záběru bývá úhel sklonu zubu volen v rozmezí 15° až 30° .

1.3.4 MODUL

Mezi hlavní charakteristiky ozubeného soukolí patří jeho *modul* (nejčastěji udávaný v milimetrech). Ten je definován jako poměr průměru roztečné kružnice a počtu zubů. Platí, že ozubená kola v určitém převodu musí mít stejný modul. Spočítá se jako:

$$m = \frac{p}{\pi}, \quad (1.1)$$

kde p je zubová rozteč, tj. obvodová vzdálenost dvou sousedních zubů na roztečné kružnici. V praxi se volí velikost modulu podle normy ČSN 01 4608 uvedené v tabulce 2.

Tab. 2 Přednostní moduly podle ČSN 01 4608 [6]

Modul [mm]						
0,05	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2	0,25
0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1	1,25
1,5	1,5	2	2,5	3	4	5
6	8	10	12	16	20	25
32	40	50	60	80	100	-

Rozlišuje se modul normální m_n (používaný pouze pro ozubení s přímými koly) a tečný m_t (používaný u šikmého ozubení).

1.3.5 KRUŽNICE OZUBENÝCH KOL

Mezi nejdůležitější kružnice z pohledu použití patří roztečná kružnice, v anglické literatuře označována jako *Pitch Diameter*. Ta rozděluje zub a mezeru stejným dílem. U běžného ozubení je totožná s kružnicí valivou, na rozdíl od korigovaného soukolí, kde tomu tak není. Běžně se počítá jako:

$$d = z \cdot m_n, \quad (1.2)$$

kde z je počet zubů a m_n jejich normální modul.

Ve výpočtech v kapitole 2.1 je z důvodu použití šikmého ozubení použit následující vztah zahrnující i úhel sklonu zubů:

$$d = \frac{z \cdot m_n}{\cos \beta}. \quad (1.3)$$

Hlavová a patní kružnice vymezuje výšku jednotlivých zubů. Vypočítají se podle vztahu:

$$d_a = d + 2h_a = m \cdot z + 2 \cdot m = m \cdot (z + 2), \quad (1.4)$$

$$d_f = d - 2h_f = m \cdot z - 2 \cdot 1,25 \cdot m = m \cdot (z + 2,5), \quad (1.5)$$

kde d_a a d_f je průměr hlavové a patní kružnice. Zde mohou být použity oba moduly (normální a tečný) v závislosti na počítaném typu ozubení.

Základní kružnice určuje trajektorii, po které se odvaluje přímka s bodem opisující evolventu. Tato kružnice se vypočítá jako:

$$d_b = d \cdot \cos \alpha. \quad (1.6)$$

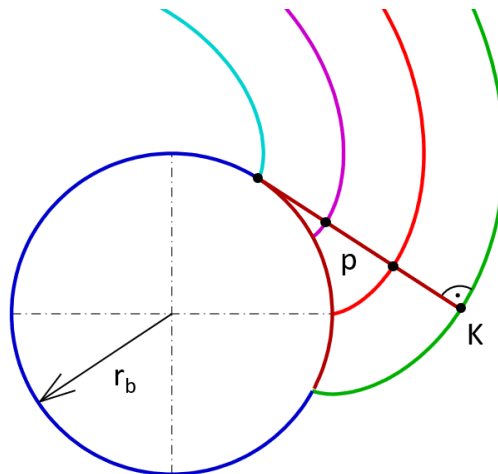
1.4 EVOLVENTA

V současné době je dle [3] v praxi nejrozšířenějším typem ozubení tzv. *evolventní ozubení*. Jedná se o takové ozubení, kde v čelním řezu (kolmé na osu rotace kola) jsou zubní profily evolventy kružnice a bok zubů tzv. relativní šroubové plochy. Je to rovinná přímka, protínající kolmo všechny tečny kružnice, jejíž množina středů křivosti (evoluta) je kružnice. Ta bývá nazývána v souvislosti s ozubením jako základní kružnice, a poloměr této kružnice je hlavní parametr evolvent.

Podle [1] ji lze získat:

- jako trajektorii bodů
- jako obálku, vytvořenou přímkovým úsekem
- jako obálku, vytvořenou jinou evolventou

Na obr. 1 je graficky znázorněný postup tvorby evolventy převzatý z [7]. V tomto případě se jedná o tvorbu evolventy za pomoci trajektorie bodů. V jiné literatuře [3] je označován jako trochoidní způsob tvorby evolventy. Samotná evolventa vznikne jako trajektorie bodu K , ležícího na přímce p při jejím odvalování po základní kružnici o poloměru r_b .



Obr. 1 Tvorba evolventy trajektorií bodů [7]

V polárních souřadnicích lze parametricky vyjádřit rovnice evolventy jako:

$$r_Y = \frac{r_b}{\cos \alpha_Y}, \quad (1.7)$$

$$\hat{\vartheta}_Y = \text{inv } \alpha_Y, \quad (1.8)$$

$$\text{inv } \alpha_Y = \tan \alpha_Y - \hat{\alpha}_Y. \quad (1.9)$$

1.5 OSOVÁ VZDÁLENOST

Osová vzdálenost (*Center Distance*) a je definována jako vzdálenost mezi středy hřídelů, na kterých jsou ozubená kola namontována. Je dána vztahem:

$$A = \frac{d_1 + d_2}{2}, \quad (1.10)$$

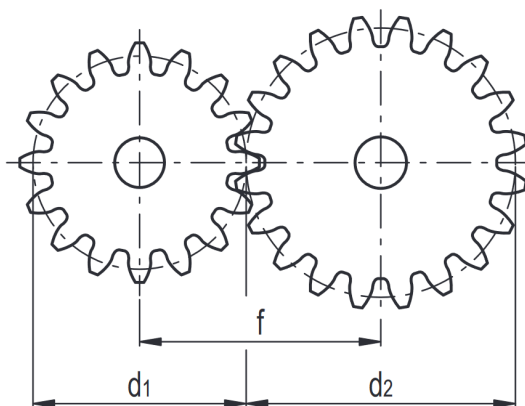
kde d_1 a d_2 jsou průměry roztečných kružnic jednotlivých kol.

Z toho důvodu, aby bylo dosaženo optimálního propojení mezi dvěma koly, je žádoucí mít kladnou vůli mezi oběma hřídeli. Tato rozteč (zobrazena na obr. 2) bývá označována f a počítá se jako:

$$f = \frac{d_1 + d_2}{2} + t, \quad (1.11)$$

kde t je zmíněná vůle. Záběr s žádnou nebo zápornou vůlí vede k prudkému nárůstu tření mezi zuby, což má za následek snížení odolnosti vůči opotřebení a namáhání. Například firma *ELESA* ve svých technických dokumentech [8] doporučuje následující vůli:

- (+0,03 +0,1) u modulů 1,0 – 1,5
- (+0,08 +0,3) u modulů >1,5

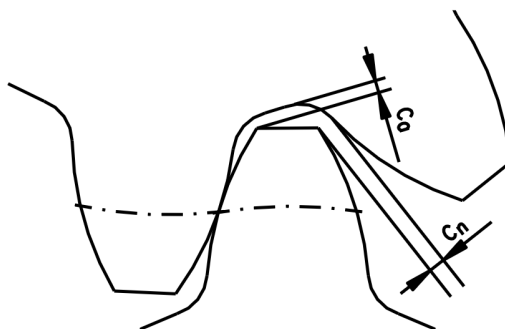


Obr. 2 Osová vzdálenost s vůlí dvou spoluzabírajících kol [8]

1.6 BOČNÍ VŮLE

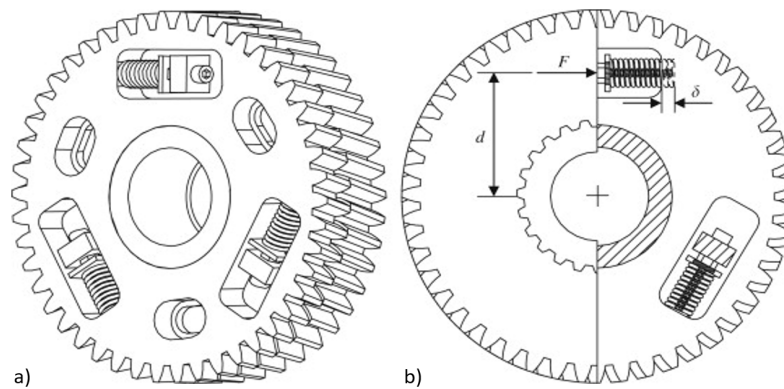
Boční vůle c_n je nejmenší vzdálenost nezabírajících boků zubů dvou kol v okamžiku záběru protilehlých boků a měří se na kolmici k bokům zubů (obr. 3). [9] Je v ozubeném soukolí nezbytná převážně z důvodu:

- nepřesnosti výroby (výrobních tolerancí)
- tepelné roztažnosti
- mazání



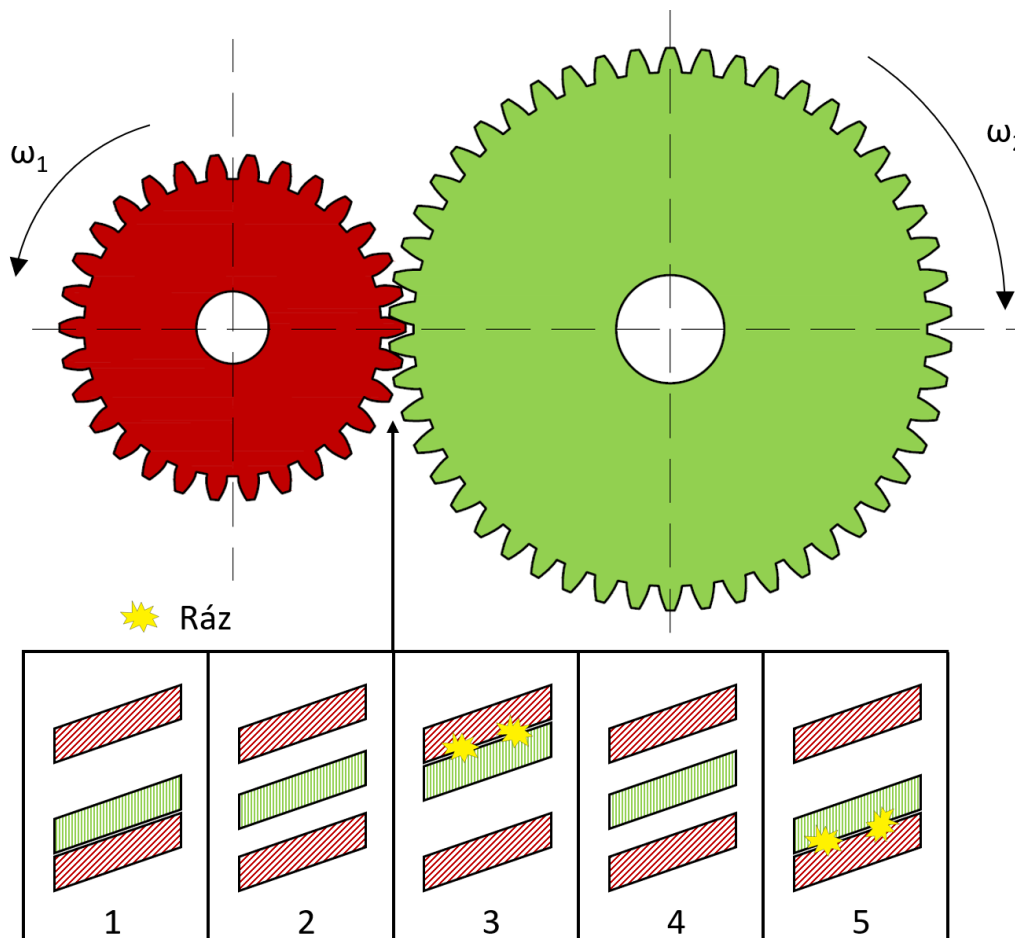
Obr. 3 Boční a hlavová vůle [20]

Vůle mezi zuby se zároveň podílí na vzniku hluku v převodovce. Toto charakteristické „zvonění, řinčení či klepání“ je způsobeno torzními vibracemi od nerovnoměrného chodu spalovacího motoru, přenášeného do převodovky. Zmíněné rázy vznikají pouze za předpokladu nezátíženého přenosu ozubenými koly, tj. dá se eliminovat např. použitím vhodného dvoumotového setrvačnicku, popř. použít kolo speciálně upravené proti zpětnému rázu, anglicky označované jako *Anti-Backlash gear*. (obr. 4). To se skládá ze dvou ozubených kol, která jsou na společném čepu a lze je vzájemně pootočit. Jedno kolo (odpružené) je zde pro vymezení vůle. Pružiny umístěné v prvním kole tlačí na výstupky v druhém kole silou F . To způsobí pootočení jednoho kola oproti druhému.



Obr. 4 Anti-Backlash gear a) konfigurace b) řez [21]

Princip vzniku rázu v převodovém ústrojí je principiálně znázorněn na obrázku 5, kde hnací je červené kolo a hnané je zelené.



Obr. 5 Vznik rázu v ozubeném soukolí

1.7 MEZNÍ POČET ZUBŮ

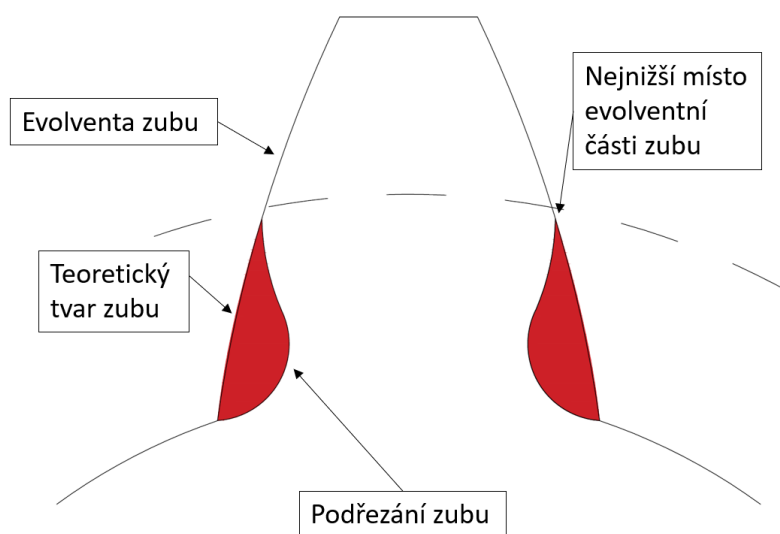
Se zmenšujícím se průměrem ozubených kol se při zachování modulu podle rovnice (1.2) zmenšuje počet zubů a celkový profil ozubení, až může dojít k tzv. podřezání zubu. To nastane, pokud bude počet zubů menší, než je *mezní počet zubů kola*. Ten se dělí na teoretický a praktický mezní počet zubů. Vypočítají se jako:

$$z_t = \frac{2}{(\sin \alpha)^2}, \quad (1.12)$$

$$z_p = \frac{5}{6} \cdot z_t. \quad (1.13)$$

Pro normovaný záběrový úhel $\alpha = 20^\circ$ je $z_t = 17$ a $z_p = 14$.

Při výrobě kola s menším počtem zubů, než je jeho minimální počet, dochází k tomu, že hlavový válec nástroje (tvaru ozubeného hřebene) zeslabí paty jeho zubů (obr. 6). Jelikož je zub v zásadě vetknutý nosník, projevuje se toto zeslabení v důsledku změny pevnostní charakteristiky poškozením a následným ulomením zubu.



Obr. 6 Nákres teoretického a podřezaného zubu

Pro zamezení podřezání zubu se zavádí tzv. *korekce ozubení*. Ta dle [10] spočívá v úmyslném posunutí výšky hlavy a paty zubu při zachování roztečné a základní kružnice kola. Výsledné kolo má změněný průměr hlavové a patní kružnice (obě zvětšené nebo naopak zmenšené). Pokud je žádoucí, aby byla zachována osová vzdálenost, je nutné korigovat jedno kolo za pomoci zvětšení průměru patní a hlavové kružnice, a druhé kolo naopak zmenšení obou těchto kružnic o stejnou hodnotu neboli:

$$x_2 = -x_1, \quad (1.14)$$

kde x_2 a x_1 jsou tzv. *jednotková posunutí*, ze kterých se podle vzorce (1.15) počítá korekce.

$$\text{korekce} = m \cdot x \quad (1.15)$$

Jak tedy z předchozího textu vyplývá, rozlišují se podle posunutí profilu zubu 2 druhy korekce, tj. kladná (označovaná $+V$) a záporná (označovaná $-V$). Podle typu použité korekce následně dochází k úpravě vzorců pro výpočet patní a hlavové kružnice. Při kladné korekci vypadají vztahy následovně:

$$d_a = m \cdot z + 2 \cdot (m + m \cdot x), \quad (1.16)$$

$$d_f = m \cdot z - 2 \cdot (1,25 \cdot m - m \cdot x). \quad (1.17)$$

Při záporné korekci pak vypadají takto:

$$d_a = m \cdot z + 2 \cdot (m - m \cdot x), \quad (1.18)$$

$$d_f = m \cdot z - 2 \cdot (1,25 \cdot m + m \cdot x). \quad (1.19)$$

Celá soukolí se podle použité korekce obou kol rozdělují do tří druhů:

- soukolí typu N – obě kola jsou bez korekce a pro osovou vzdálenost platí vztah (1.10).
- soukolí typu VN – obě kola jsou korigována takovým způsobem, aby osová vzdálenost zůstala zachována. Tudíž zde platí vztah (1.14).
- soukolí typu V – osová vzdálenost je při tomto typu změněna a roztečné kružnice obou kol se již nedotýkají. Pastorek má $+V$ korekci a kolo je buď nekorigováno, nebo má taktéž $+V$ korekci. Korigovaná osová vzdálenost se vypočítá jako:

$$A_r = A + y \cdot m, \quad (1.20)$$

kde y se stanoví z diagramu nebo vypočítá.

Pro určení velikosti jednotkového posunutí existuje několik metod. Mezi nejjednodušší patří *metoda nejmenší korekce*. Zde se pouze odstraní samotné podřezání zubů. Posunutí se podle této metody vypočítá jako [10]:

$$x = \frac{z_p - z_1}{z_t}. \quad (1.21)$$

Pro úhel $\alpha = 20^\circ$ s použitím vzorců (1.12) a (1.13) platí [10]:

$$x = \frac{14 - z_1}{17}. \quad (1.22)$$

Přesnější metodou, která bere ohled mimo jiné i na pevnost zubu, je metoda podle Merritta, blíže popsána v [10] nebo [11].

1.8 PORUCHY OZUBENÉHO SOUKOLÍ

Poruchám ozubených kol je dopodrobna věnována norma ČSN ISO 10825. Zde je pro každý jev uveden stručný popis vztažený k příslušnému druhu poškození zubu se zobrazením pozorovatelných znaků. Z těch je možno určit druh poškození a jejich příčinu. Poruchy vznikající v ozubeném soukolí lze podle ní rozdělit do dvou hlavních kategorií:

- poškození povrchu zubů
- poškození lomem zubů

Mezi poškození povrchu zubu se řadí opotřebení, zadírání, povrchová únava, trvalá deformace a výskyt trhlin a prasklin. Poškození lomem zubu se pak dále dělí na:

- lom v důsledku přetížení
- lom v důsledku plastické deformace
- únavový lom
- odstříhnutí zubu

Jelikož jsou ozubená kola zatěžovaná cyklicky, má největší význam výpočet únosnosti zubu související s jejich únavovým poškozením. Z toho důvodu se provádí převážně výpočet únosnosti boků zubů v dotyku a v ohybu.

Únosnost boků zubů v dotyku je dle [2] definovaná jako schopnost aktivních částí boků zubů zajistit dostatečnou bezpečnost proti tvorbě *pittingu*, projevující se vznikem jamek na kontaktních plochách v důsledku vylamování částic.

Únosnost boků zubů v ohybu je dle [2] definovaná jako schopnost zubů zajistit v oblasti jejich patního přechodu dostačující bezpečnost proti únavovému lomu, který je způsobený šířením trhlin v důsledku velkého počtu zátěžných cyklů.

1.9 VÝPOČET NAPĚTÍ V OHYBU V PATĚ ZUBU

Jak již bylo zmíněno v kapitole 1.6, zub je z pohledu výpočtu napětí v ohybu brán jako vetknutý nosník. Vlivem otáčení dochází navíc k cyklickému zatěžování na ohyb, které může vést v konečném důsledku až k únavovému lomu v patě zubů. Frekvence, s jakou dochází ke kontaktu jednotlivých zubů, se označuje jako *zubová frekvence* a vypočítá se jako:

$$f_z = z \cdot f_n, \quad (1.23)$$

kde z je počet zubů a f_n frekvence otáček v Hz.

Jako jeden z prvních popsal výpočet únosnosti zubu v ohybu Lewis [12] už v roce 1893. Ten vychází z několika následujících předpokladů:

- síla F působí na špičku zubu
- zatížení je přenášeno pouze přes jeden pár zubů

- body A a B jednoznačně určují nebezpečný průřez zubu (obr. 7)
- počítá se pouze s ohybovým zatížením od obvodové síly (F_t) v nebezpečném průřezu (smykové namáhání zubu od obvodové síly se zanedbává, stejně jako tlakové namáhání od radiální síly)
- nebere se v úvahu vliv koncentrace napětí v patě zubu

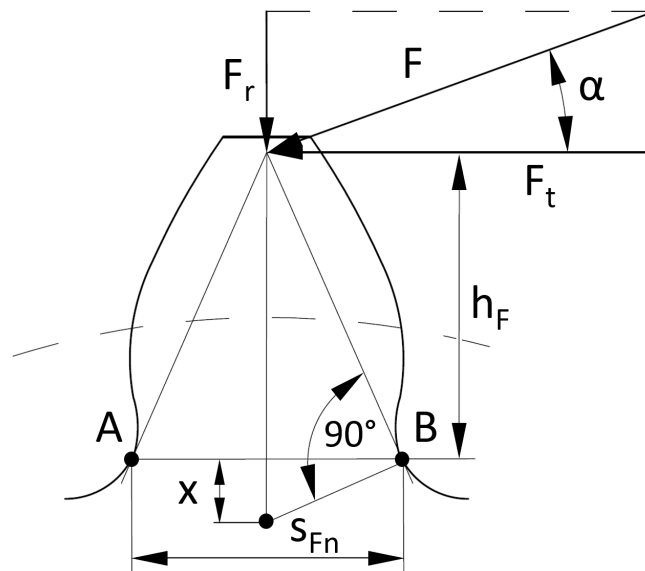
Napětí v ohybu v patě zubu pro čelní ozubené soukolí s přímými zuby se spočítá podle Lewise jako [2]:

$$\sigma_F = \frac{M_o}{W_o} = \frac{6F_t h_F}{b s_{Fn}^2}, \quad (1.24)$$

kde F_t je obvodová (tečná) síla, h_F rameno obvodové síly, b šířka ozubení a s_{Fn} tloušťka nebezpečného průřezu paty zubu.

Z podobnosti trojúhelníků na obr. 7 dále vyplývá, že:

$$\frac{\frac{s_{Fn}}{2}}{x} = \frac{h_F}{\frac{s_{Fn}}{2}}. \quad (1.25)$$



Obr. 7 Model zubu pro výpočet napětí podle Lewise

Kombinací rovnic (1.8) a (1.9) a následným vynásobením čitatele i jmenovatele roztečí p lze dostat tvar rovnice [2]:

$$\sigma_F = \frac{F_t p}{b \frac{2}{3} x p}. \quad (1.26)$$

Po zavedení Lewisova součinitele ve tvaru $y = 2x/3p$, který závisí pouze na tvaru ozubení je možné rovnici (1.26) přepsat do tvaru [2]:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{bpy} = \frac{F_t}{bmY'} \quad (1.27)$$

kde Y je tzv. upravený Lewisův součinitel tvaru. Jeho hodnoty pro základní profil ozubeného hřebene s úhlem profilu $\alpha = 20^\circ$ a výškou zubu $h_a = m$ jsou uvedeny např. v [2].

1.10 VÝPOČET NAPĚTÍ V DOTYKU ZUBŮ

Při kontaktu dvou zubů dochází po určité době ke kontaktní únavě. Ta se projevuje vznikem jamkové koroze neboli *pitting*. Jeho kritériem je tzv. *Hertzovo kontaktní napětí*. [2]

Pro výpočet únosnosti čelního ozubení s přímými zuby je bod dotyku zubu nahrazován dotykem dvou nepohybujících se válců s navzájem rovnoběžnými osami, jejichž poloměr je roven poloměru evolvent v bodě dotyku. Zanedbává se zde vliv třecích sil v kontaktu a vliv maziva na rozložení napětí v dotyku. Ve styku obou válců vzniká trojosá napjatost, přičemž za napětí v dotyku σ_H se běžně uvažuje hodnota σ_z . Napětí σ_H se běžně označuje jako maximální Hertzův tlak nebo maximální Hertzovo kontaktní napětí. Vypočítá se jako:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F}{\pi b} \cdot \frac{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}}{\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}}} \quad (1.28)$$

kde F je síla vyjadřující silové působení mezi boky spoluzabírajících kol, b pracovní šířka zubu, ρ poloměr křivosti evolventy v bodě dotyku, E modul pružnosti materiálu a μ Poissonova konstanta materiálu kola.

Při výpočtu napětí v dotyku bývají zpravidla nahrazeny poloměry křivosti evolvent v bodě dotyku poloměry oskulačních kružnic. Pro valivý bod ozubeného soukolí pak platí:

$$\rho_1 = \frac{d_1 \sin \alpha}{2}, \quad \rho_2 = \frac{d_2 \sin \alpha}{2}, \quad (1.29)$$

kde α je úhel záběru a d je průměr roztečné kružnice. Rovnici (1.28) je možné zjednodušit, zavede-li se redukovaný poloměr křivosti ρ_{red} . Tím se nahradí dotyk dvou válců dotykem válce o poloměru ρ_{red} s rovinou. Geometrická podmínka ekvivalence vychází z předpokladu, že v daném místě je vzdálenost povrchů válců totožná s vzdáleností ekvivalentního válce a roviny. Poloměr křivosti lze pro daný převodový poměr $i = d_2/d_1$ vyjádřit za pomoci rovnic (1.29) jako [2]:

$$\frac{1}{\rho_{red}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \cdot \rho_2} = \frac{4d_1 \sin \alpha (i + 1)}{2d_1^2 i \sin^2 \alpha} = \frac{2(i + 1)}{d_1 i \sin \alpha} = \frac{1}{d_1} \frac{1}{\cos \alpha} \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{i + 1}{i}. \quad (1.30)$$

Po zavedení součinitele vnitřních dynamických sil K_v a po dosazení $F = F_t / \cos \alpha$, je možné za pomoci vztahu (1.30) přepsat rovnici (1.28) do tvaru [2]:

$$\sigma_H = Z_E \frac{1}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{2}{\operatorname{tg} \alpha}} \sqrt{\frac{K_v F_t i + 1}{d_1 b} \frac{i + 1}{i}}, \quad (1.31)$$

kde Z_E je součinitel mechanických vlastností materiálu spoluzabírajících ozubených kol vyjádřený vztahem [2]:

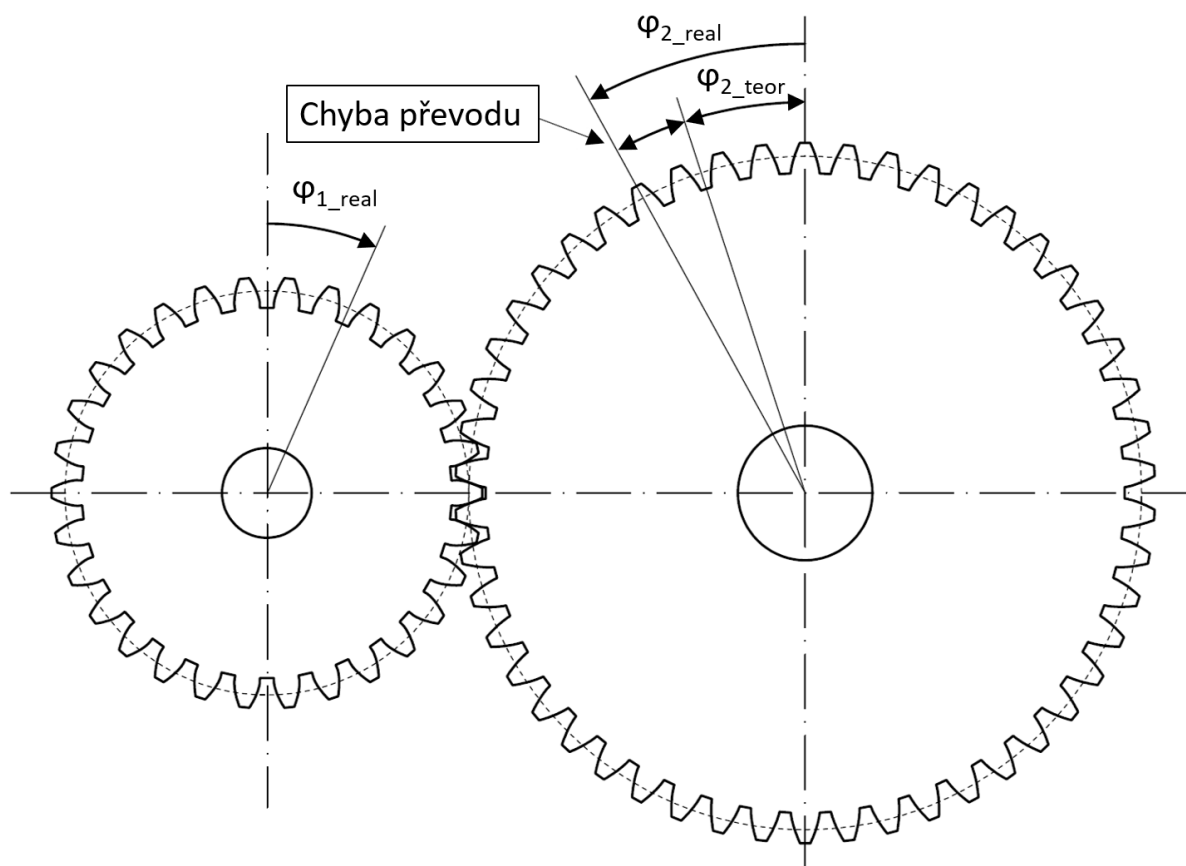
$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{1}{\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}}}. \quad (1.32)$$

1.11 CHYBA PŘEVODU

Důležitou roli v teorii ozubení hraje chyba převodu, v anglické literatuře označována jako *Transmission Error (TE)*. Ta je dle [13] definována jako rozdíl mezi reálnou a teoretickou pozicí hnaného ozubeného kola (znázorněno na obr. 8). Podle hodnoty této chyby se vyjadřuje měřítko kvality záběru. Bývá uváděna v úhlových jednotkách (vteřinách), jako rozdíl pootočení obou kol vůči osám rotace, nebo v délkových jednotkách (μm), jako pohyb ve směru tečny dotykové kružnice. [13]

Jak již bylo zmíněno v úvodu, chyba převodu má přímý vliv na tvorbu doprovodných nežádoucích jevů, tj. vibrace a hluk soukolí v převodovce. Ta je akusticky uzavřený systém, ze kterého se hluk šíří převážně vibracemi skříně. Sama obsahuje řadu komponent, které mohou být zdrojem hluku a vibrací, nebo je mohou alespoň vybudit, popřípadě přenášet a zesilovat. Mimo ozubená kola, která jsou hlavní příčinou vzniku hluku, jimi dále mohou být pomocné prvky převodovky (synchronizační kroužky, přesuvné objímky, řadicí vidlice, táhla apod.).

Hřídele, které vibrace a hluk neprodukují, mohou vlivem jejich průhybu a zkroucení pod zatížením mít na hluk podstatný vliv. Na eliminaci hluků z převodovky jsou v dnešní době kladeny vysoké nároky, vzhledem k čím dál více se zvyšujícím zastoupením elektromobilů na trhu. U elektromobilů typu *BEV (Battery Electric Vehicle)* chybí zdroj hluku od spalovacího motoru. Do popředí se tak dostává hluk od převodovky (dominující převážně v nízkých rychlostech elektromobilu) a hluk od elektromotoru a kontaktu pneumatiky s vozovkou (převládající ve vyšších rychlostech).



Obr. 8 Grafické znázornění chyby převodu

U evolventního ozubení dochází při otáčení k periodické skokové změně počtu zubu v záběru společně s pohybem bodu dotyku po výšce zubu. Tím se mění působíště i rameno síly. To má za následek periodickou změnu tuhosti ozubení. Počet zubů v záběru během otáčení ozubených kol je zohledněn v celkovém součiniteli záběru ozubených kol ε_γ . Vlivem deformace zubu při zatížení dochází ke změně rozteče. Tento zatížený (ohnutý) zub hnacího kola způsobí jeho předčasné natočení vůči kolu hnanému. Následující zub hnacího kola tedy vstupuje do záběru předčasně, a ke kontaktu dvou zubů nedochází na záběrové přímce. Tím nastává nežádoucí zvukový jev (ráz) mezi dalšími spoluzabírajícími zuby obou kol. [13]

Chybu převodu může dále způsobovat například nepřesnost výroby ozubených kol nebo nepřesná montáž do převodové skříně. Za předpokladu ideálního evolventního profilu kola s pastorkem a nulového zátěžného momentu, by měla být kola provozována s nulovou chybou převodu. Pokud však dojde k zatížení kola točivým momentem, dojde k periodické změně tuhosti ozubených kol v průběhu záběru (zuby se budou od sebe odchylovat) a začne kolísat úhlové natočení ozubeného kola. Pokud bychom měli pár ozubených kol s dokonale tuhými a dokonale evolventními zuby, pak by teoreticky mohlo docházet k tomu, že kola budou přenášet teoretické úhlové natočení obou kol bez chyby převodu.

Dle složitosti řešeného problému lze rozdělit chybu převodu na *statickou* a *dynamickou*.

1.11.1 STATICKÁ CHYBA PŘEVODU

Tato chyba bývá způsobena zpravidla statickými silami při aplikovaném momentu v záběru ozubení, které vznikají z důvodu střídání počtu zubů v záběru a nepřesností výroby (opotřebení, chyba profilu zubu atd.). Zuby páru ozubených kol jsou v kontaktu ohybově deformované v důsledku zatížení. Měří se při nízkých rychlostech z důvodu zamezení vzniku dynamické chyby převodu. Statické chybě převodu a její aproximaci se podrobněji věnuje např. [14] nebo [15].

1.11.2 DYNAMICKÁ CHYBA PŘEVODU

Dynamickou chybu převodu ovlivňuje celý systém převodového strojí, včetně ozubených kol, hřídelů, ložisek a pouzdra. Z toho důvodu se jeví jako více komplexní typ chyby než statická. Vzniká při zatížení za rotace například od deformace zubů nebo ohybu hřídelů. Proto je důležité brát v úvahu vliv momentů setrvačnosti ozubených kol a jejich hmotnosti. Pro zjištění dynamické chyby převodu bývá často vytvořen model ozubeného soukolí. Pro vytvoření dynamického modelu soukolí je zapotřebí správně namodelovat styk jednotlivých zubů. Takové modely se mohou výrazně lišit. Ten nejjednodušší je zobrazen na obr. 22 na straně 40. Jedná se o model ozubeného soukolí s jedním stupněm volnosti. Naopak o složitějším modelu pojednává např. [16].

1.12 SILOVÉ POMĚRY V OZUBENÍ

Analytický výpočet silových poměrů v ozubení se zjednodušuje výpočtem bez vlivu tření. Zároveň zde dochází k nahrazení spojitého zatížení osamělými silami. Toho lze využít při pevnostním výpočtu ozubení a pro zjištění reakcí v uložení. S třecími silami se počítá až při zjišťování energetických ztrát. [3]

Síla v ozubení se nejčastěji rozkládá na 3 složky: radiální, tangenciální a axiální. Tangenciální (tečná) síla se pak počítá jako:

$$F_t = \frac{M}{r}, \quad (1.33)$$

kde M je silový moment na daném kole a r je poloměr jeho roztečné kružnice.

Radiální síla (na obr. 9 značená jako F_r) se počítá z tečné síly jako:

$$F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (1.34)$$

a axiální síla jako:

$$F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta, \quad (1.35)$$

kde β je úhel sklonu zubu (obr. 9). V případě, že se počítá přímé ozubení s čelními zuby, je tato axiální složka nulová.

Výpočet reakčních sil vznikajících v ložiscích od přímého čelního ozubení je možný realizovat za pomoci momentové rovnováhy přímo v jednom z ložisek. Předpokládejme, že osa x kolmo

protíná obě osy rotace a osa z je s nimi naopak rovnoběžná. Pak momentová rovnováha ve směru y bude vypadat následovně:

$$F_r l_R = R_{xL} \cdot (l_R + l_L), \quad (1.36)$$

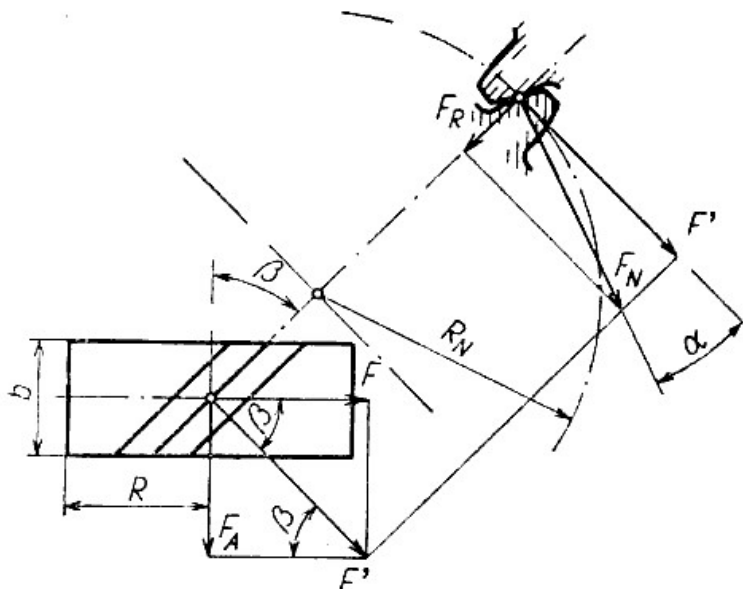
$$F_r l_L = R_{xR} \cdot (l_R + l_L), \quad (1.37)$$

kde l_R a l_L jsou vzdálenosti středu kola od pravého, respektive levého ložiska. R_{xR} a R_{xL} je reakční síla v pravém, respektive levém ložisku ve směru x . Obdobně se spočítá reakční síly z momentové rovnováhy ve směru x :

$$F_t l_R = R_{yL} \cdot (l_R + l_L), \quad (1.38)$$

$$F_t l_L = R_{yR} \cdot (l_R + l_L). \quad (1.39)$$

Pro výpočet reakcí v ložiscích od předlohové hřídele (nejedná se ani o vstupní ani výstupní hřídel) je postup podobný. V rovnici bude nacházet více členů a výpočet bude o to složitější. Pro výpočet reakčních sil od šikmého ozubení bude do výpočtu vstupovat navíc axiální síla F_a .



Obr. 9 Schéma šikmého ozubení [5]

1.13 DEFORMACE A TUHOST ZÁBĚRU

Každý zub v ozubení se pod zatížením deformuje v závislosti na jeho tuhosti a na přenášeném momentu. To má za následek převážně negativní jevy. Deformace zubů se vyjadřuje tuhostí ozubení, která je dle [3] definovaná, jako poměr zatížení (délkového nebo šířkového) vůči deformaci. Pro určení tuhosti ozubení existuje několik způsobů. Hlavní jsou:

- Analytický
- Experimentální
- MKP

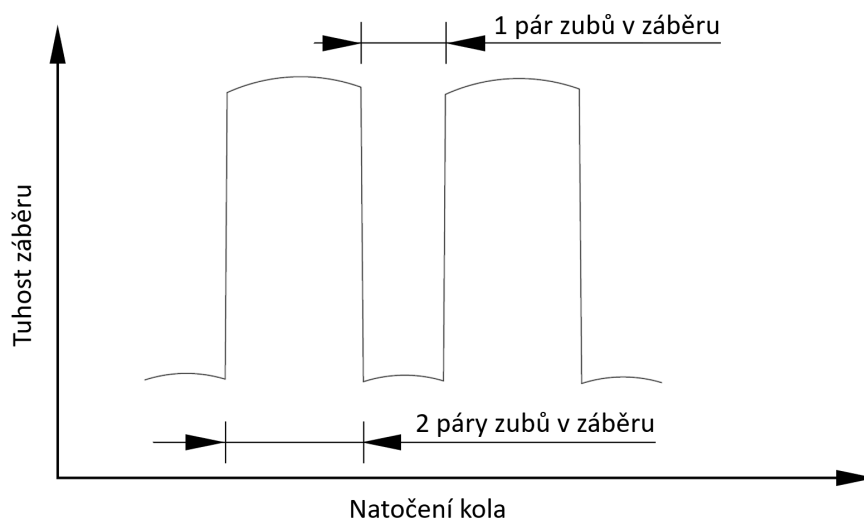
Analytický přístup je v praxi velice náročný z důvodu složitého tvaru zubu. Jednodušší, a v praxi používanější způsob, je zjištění tuhosti experimentálně. To je realizováno tak, že se jedno kolo upevní (zamezí se otáčení) a na druhé se aplikuje zátěžný moment. Následně se vyhodnotí míra natočení zatíženého kola a přepočítá na tuhost ozubení.

K tomu se používá vztah:

$$k = \frac{M}{\varphi}, \quad (1.40)$$

kde k je tuhost, M je zátěžný moment a φ natočení (deformace) zatíženého kola.

Tuhost záběru se během otáčení kola periodicky mění se zubovou frekvencí (obr. 10). To je způsobeno měnícím se počtem zubů v záběru, ale i změnou působíště síly, pohybující se po boku zubu. Největší deformace zubu nastává v okamžiku, kdy působí síla na jeho vrcholu, následkem velké deformace v ohybu.



Obr. 10 Teoretický průběh tuhosti v závislosti na natočení kola

2 ZPŮSOBY VÝPOČTU DYNAMIKY ČELNÍHO OZUBENÍ

2.1 ANALYTICKÝ PŘÍSTUP

Tato podkapitola se bude zaměřovat na analytický přístup řešení dynamiky reálného přímého čelního soukolí za pomoci vztahů z předchozích kapitol. Pro provedení výpočtu byl použit software Mathcad, dostupný pro studenty na ÚADÍ. Kola byla vybrána z katalogu výrobce ozubených kol [17], kde jsou uvedeny jak jejich základní parametry (počet zubů, modul, rozměry, váha), tak i maximální dovolený přenášený moment. Vstupní parametry do výpočtu se nachází v tabulce 3.

Tab. 3 Vstupní parametry ozubeného soukolí

Název	Jednotka	Označení	Hodnota
Moment na výstupu	[Nm]	M_2	100
Otáčky na vstupu	$[\text{min}^{-1}]$	n_1	600
Normální modul	[mm]	m_n	3
Vzdálenost kol od ložisek	[mm]	l_1	50
		l_2	50
Počet zubů	[-]	z_1	30
		z_2	70
Úhel záběru	$[\text{°}]$	α	20
Úhel sklonu zubu	$[\text{°}]$	β	0

Výsledky uvedené v tabulce 4 v sobě nezahrnují tření ani zpětné rázy a nepočítají ani s tuhostmi jednotlivých zubů. Pro základní informace o dynamice ozubení je to dostačující, avšak pro výpočet detailního průběhu sil v záběru ozubení je potřeba použít vhodnější přístup. K výpočtu byly použity vztahy z předchozích kapitol. Z toho důvodu zde není uveden celý výpočet.

Tab. 4 Výsledky analytického výpočtu

Název	Jednotka	Označení	Hodnota
Tečná síla	[N]	F_t	952,4
Radiální síla	[N]	F_r	346,6
Celková síla	[N]	F_c	1014
Moment na kole 1	[Nm]	M_1	42,8
Otáčky na výstupu	$[\text{min}^{-1}]$	n_2	257,1
Síla v ložisku	[N]	F_x	173,3
		F_y	476,2
		F_c	506,8

2.2 MODELOVÁNÍ V ADAMS/VIEW

MSC.ADAMS se řadí mezi tzv. *Multi-body systémy* (MBS), který využívá *FORTTRAN* a *C++*. V praxi se pak nejčastěji používá jeho preprocessor *ADAMS/View* v kombinaci s modulem *ADAMS/Solver*. Tvorba modelu zde probíhá jako soubor tuhých nebo flexibilních těles spojenými vazbami. Každé těleso je definováno základními parametry jako jsou hmotnost, poloha v globálním souřadnicovém systému a moment setrvačnosti. Těmto tělesům lze předepsat pohyb či definovat počáteční podmínky.

2.2.1 METODY ZÁBĚRU V ADAMS/VIEW

Software *ADAMS/View* má několik zakomponovaných metod pro výpočet dynamiky ozubení, např. *Simplified* nebo *Detailed*.

Zjednodušená metoda (*Simplified*) je velice efektivní na výpočet a hodí se na komplexní převodová ústrojí, jako jsou kompletní manuální a automatické převodovky. Je rychlá z důvodu analytického přístupu. Síly v ozubení zde jsou modelovány jako síly o třech složkách (*GForce*). Tato metoda do určité míry počítá i s elastickým zpětným rázem. Nevýhodou je, že nebere v úvahu tření mezi zuby. [18] Zjednodušená metoda je velice podobná analytickému přístupu, blíže probraném v jedné z předchozích kapitol.

Detailní metoda (*Detailed*) počítá kontaktní síly pomocí evolventní funkce a uživatelem zadaných kontaktních vlastností. V jeden okamžik počítá s kontaktem až tří párů zubů. Měřením relativního posunutí a rychlosti mezi dvěma protilehlými ozubenými koly, společně s informacemi o profilu zubu, je možné vypočítat polohu a čas kdy dojde ke kontaktu mezi ozubenými koly. Počet, poloha a úhel kontaktů je odvozen z relativní polohy středů ozubených kol. [18] Z těchto důvodů bude nadále počítáno právě s touto metodou.

2.2.2 INTEGRAČNÍ METODY

Software *ADAMS/View* využívá sedm různých metod pro řešení dynamických simulací. Jednotlivé metody jsou uvedeny v tabulce 5.

Tab. 5 Řešiče v *ADAMS/View*

Řešič	Metoda
GSTIFF	Zpětné derivace
WSTIFF	Zpětné derivace
Constant BDF	Zpětné derivace
ABAM	Adams-Bashforth
RKF45	Jednokroková
HHT	α -metoda
Newmark	α -metoda

V nastavení řešiče je následně možné upravit některé parametry jednotlivých metod. Konkrétně se jedná o:

- Maximální počet iterací během jednoho kroku
- Celková doba simulace a počet kroků
- Maximální chyba v každém kroku
- Maximální řád metody
- Koeficienty metod (α , β , γ)

Integrační metoda HHT

Metoda *HHT* neboli tzv. α -metoda je implicitní metoda vycházející z Newmarkova algoritmu. Z důvodu jejího častého použití pro ozubená soukolí se bude dále počítat právě s touto metodou. Pohybová rovnice metody *HHT* lze zapsat jako:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_{t+\Delta t})\ddot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t} + (1 + \alpha)\mathbf{P}(\mathbf{q}_{t+\Delta t}, \dot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t}) - \alpha\mathbf{P}(\mathbf{q}_t, \dot{\mathbf{q}}_t) = \mathbf{Q}_t(t_\alpha), \quad (2.1)$$

$$t_\alpha = (1 + \alpha)(t + \Delta t) - \alpha t. \quad (2.2)$$

Vztah (2.1) je funkcí zrychlení $\ddot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t}$. V případě $\alpha = 0$ se z *HHT* metody stává Newmarkova metoda. Hodnota součinitele α se nachází v intervalu $[-\frac{1}{3}, 0]$.

2.2.3 MODELOVÁNÍ OZUBENÉHO SOUKOLÍ

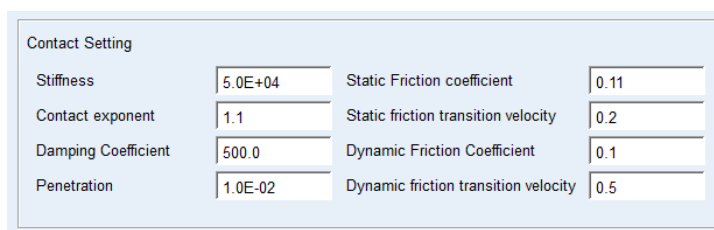
Existuje několik způsobů modelování ozubeného soukolí v programu *ADAMS/View*. Tato kapitola se věnuje modelování za pomoci přednastavených metod, jehož vstupní parametry odpovídají reálnému ozubení. Výsledky budou srovnány v závěru této práce s vlastním dynamickým modelem ozubení.

Materiálem ozubení byla nastavena ocel s charakteristikami uvedenými v tabulce 6.

Tab. 6 Použité materiálové charakteristiky

Název	Jednotky	Hodnota
Hustota	$[kg \cdot m^{-3}]$	7801
Youngův modul pružnosti	$[Pa]$	$2,7 \cdot 10^{11}$
Poissonovo číslo	$[-]$	0,29

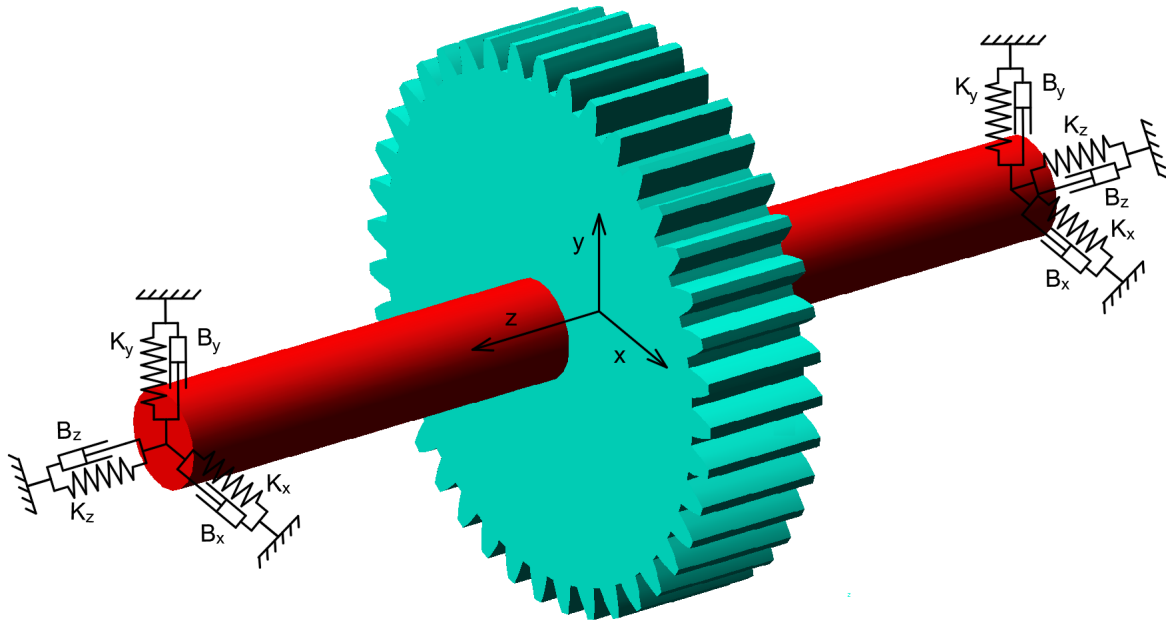
Tuhost a tlumení ozubení se v modelu zadává v definování ozubených kol. Na obr. 11 je zobrazena použitá tuhost společně s ostatními koeficienty.



Contact Setting			
Stiffness	5.0E+04	Static Friction coefficient	0.11
Contact exponent	1.1	Static friction transition velocity	0.2
Damping Coefficient	500.0	Dynamic Friction Coefficient	0.1
Penetration	1.0E-02	Dynamic friction transition velocity	0.5

Obr. 11 Vstupní koeficienty ozubeného soukolí

Aby bylo možné se co nejvíce přiblížit reálnému případu ozubeného soukolí, je nutné vložit na konce hřídelů neideální vazby, v tomto případě silový prvek *Bushing*, která bude simulovat uložení hřídele v ložiscích. Tato vazba vyžaduje od uživatele zadat translační a torzní tuhosti a tlumení ve všech třech směrech (obr. 12).



Obr. 12 Modelování ložisek v ADAMS

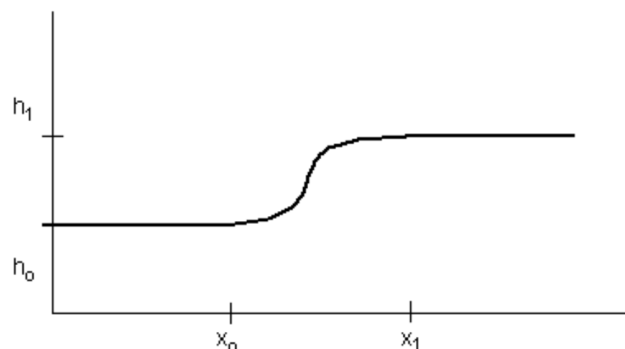
Spolu s tím je důležité brát ohled i na to, že se v praxi mezi hřídelem a kolem vyskytuje např. pero, tedy spoj s určitou tuhostí a tlumením. To lze vyřešit přidáním dalšího hřídele. Ten bude mít téměř nulovou hmotnost z důvodu minimálního ovlivnění setrvačných hmot, a zároveň osu rotace totožnou s původním hřídelem. Kolo bude připojeno pevnou vazbou (*Fixed Joint*) na novou hřídel. Mezi oběma hřídeli bude opět silový prvek *Bushing*, ze které se bude vyčítat pouze torzní tuhost a tlumení ve směru z (orientace podle obr. 12). V ostatních dvou směrech se bude chovat jako ideální vazba. Vstupní parametry jsou zadány podle tabulky 3, přičemž jejich časová závislost je definována pomocí funkce *STEP*, konkrétně v čase 0-5 sekund rostou otáčky z 0 na 600 otáček za minutu (*RPM*) a v čase 5-10 sekund krouticí moment z 0 na 100 Nm. Řešení přes funkci *STEP* je zde z toho důvodu, aby nedocházelo k nežádoucí skokové změně otáček a momentu při startu simulace. Ta je obecně zobrazena na obr. 13 a její obecný zápis je:

$$\text{STEP}(A, x_0, h_0, x_1, h_1), \quad (2.3)$$

kde A je veličina na ose x , x_0 a h_0 jsou počáteční hodnoty funkce a x_1 a h_1 její koncové hodnoty. Pro tento model lze tedy funkci (2.3) pro otáčky napsat ve tvaru:

$$\text{STEP}(\text{TIME}, 0, 0, 5, DV_1_RPM / 30 \cdot \pi) \quad (2.4)$$

kde DV_1_RPM je proměnná veličina vstupních otáček (600 RPM) pře počítaná na radiány za vteřinu.



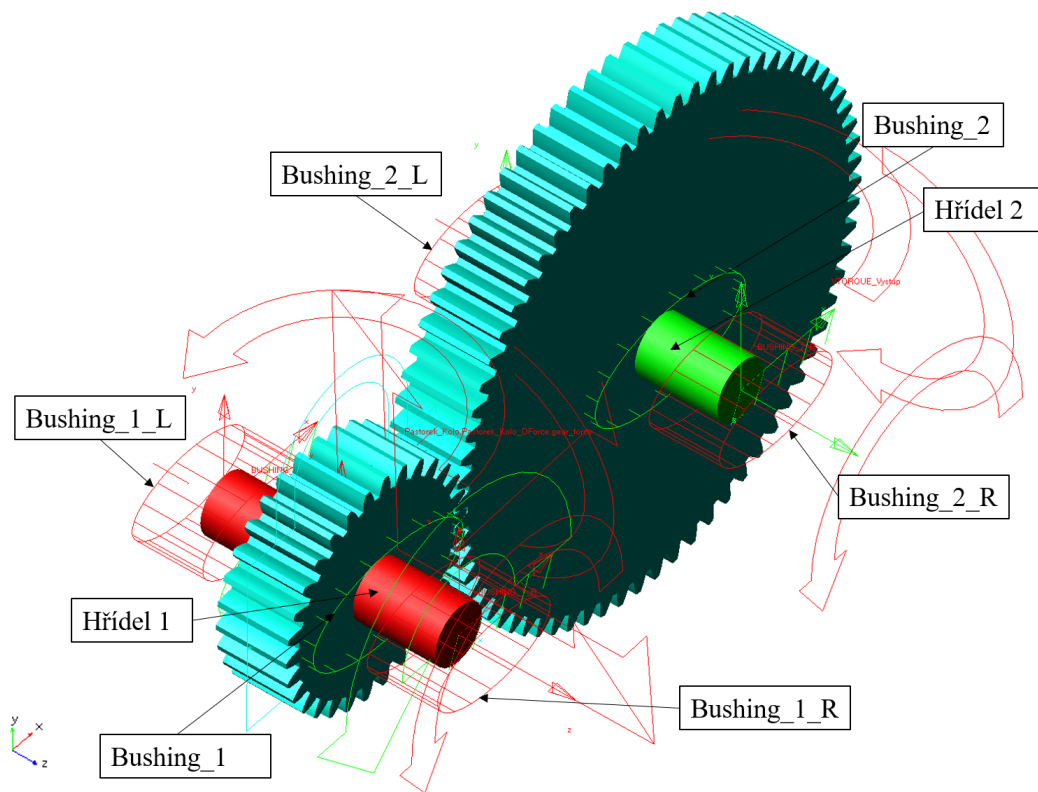
Obr. 13 Obecné zobrazení funkce STEP [18]

V tabulce 7 jsou uvedeny torzní tuhosti a tlumení pro jednotlivá ložiska typu *Bushing* v modelu zobrazených na obr. 14, kde je znázorněn výsledný model ozubeného soukolí se čtyřmi ložisky držící hřídele (znázorněny červenými prvky *Bushing*) a dvěma vazbami simulující reálný styk kola a hřídele (znázorněny zelenými prvky *Bushing*). Vstupní otáčky byly přivedeny na hřídel 1 a výstupní torzní moment na hřídel 2. Měření momentu bylo realizováno na zelených prvcích *Bushing*.

K simulaci byl použit výše zmíněný integrační řešič *HHT*. Doba této simulace (*End Time*) byla nastavena na 12 sekund a k řešení bylo použito 98 000 kroků (*Steps*).

Tab. 7 Torzní tuhosti a tlumení jednotlivých ložisek

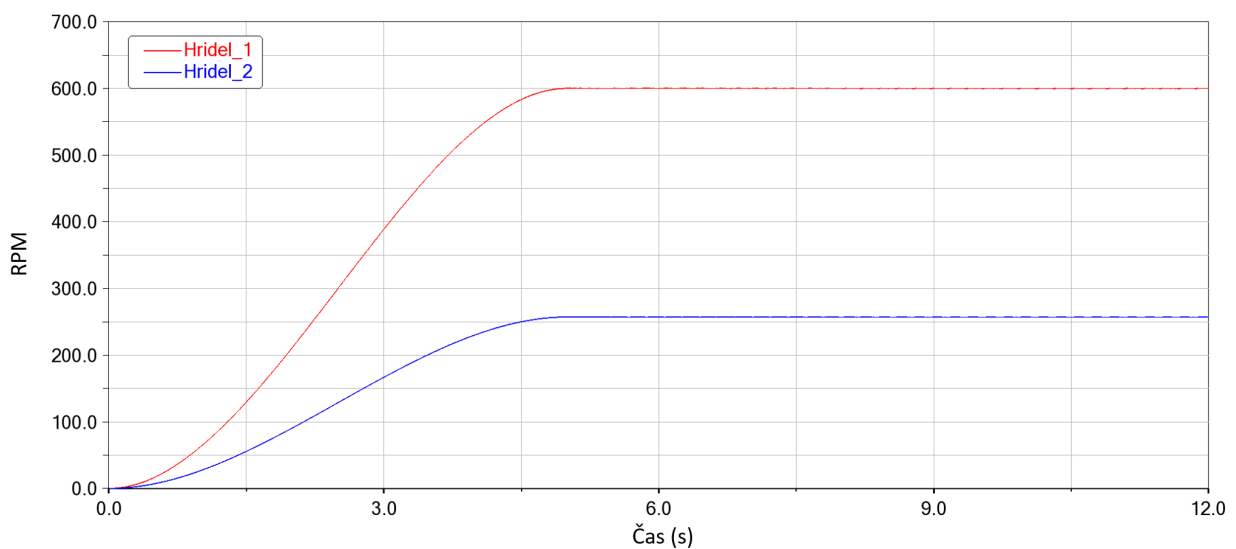
Vazba	Torzní tuhost [Nmm/deg]			Torzní tlumení [Nmm·s/deg]		
	x	y	z	x	y	z
Bushing_1_R	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	0	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	0
Bushing_1_L	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	0	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	0
Bushing_1	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$
Bushing_2_R	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	0	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	0
Bushing_2_L	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	0	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	0
Bushing_2	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$



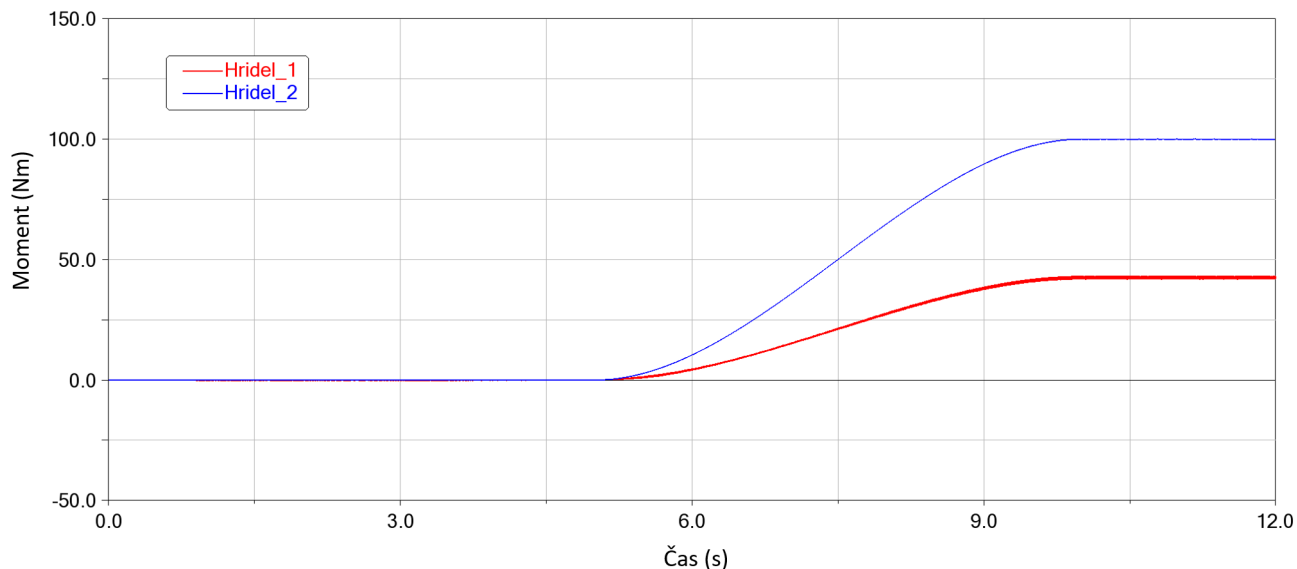
Obr. 14 Výsledný model ozubeného soukolí v programu ADAMS

2.2.4 VÝSLEDKY SIMULACE

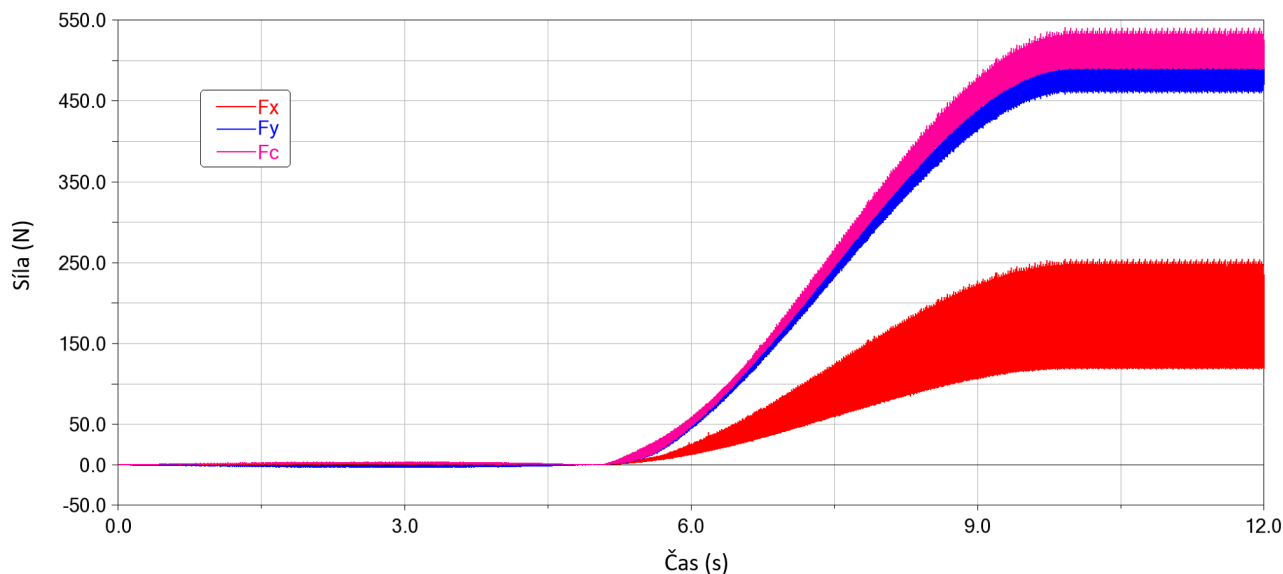
Výsledky simulace jsou znázorněny na obr. 15, 16, 17, 18. Konkrétně se jedná o závislost otáček, momentu, sil v ložiscích a sil v ozubení na čase. Na první pohled je z výsledku patrný odpovídající tvar zadaný pomocí funkce *STEP*. Výsledné hodnoty jsou uváděny v absolutních hodnotách.



Obr. 15 Závislost otáček na čase



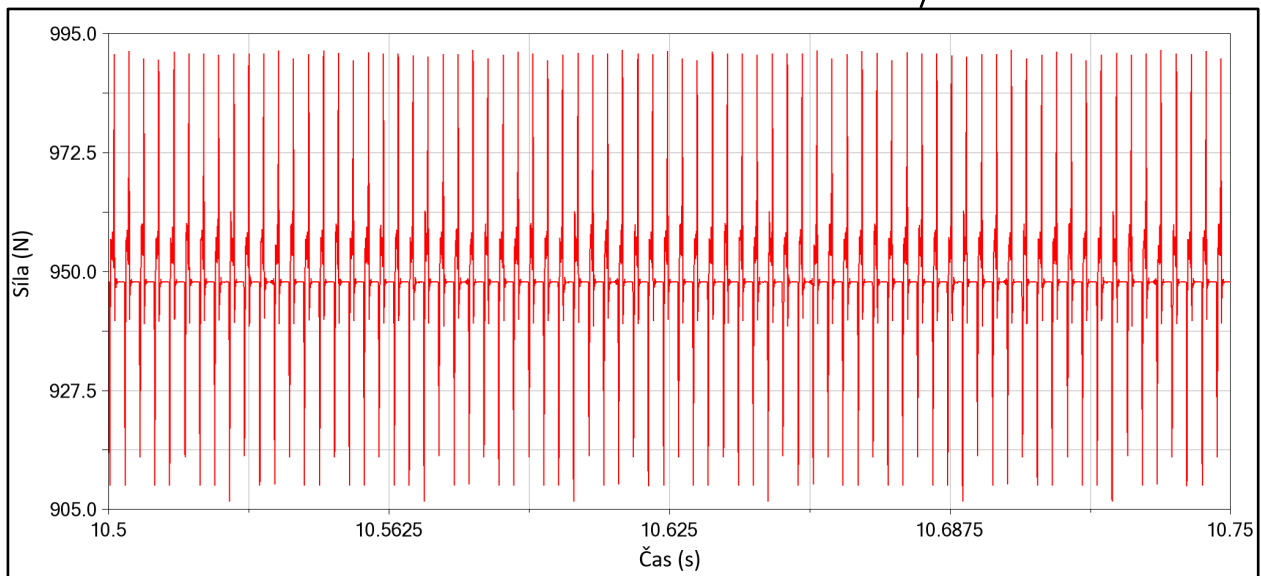
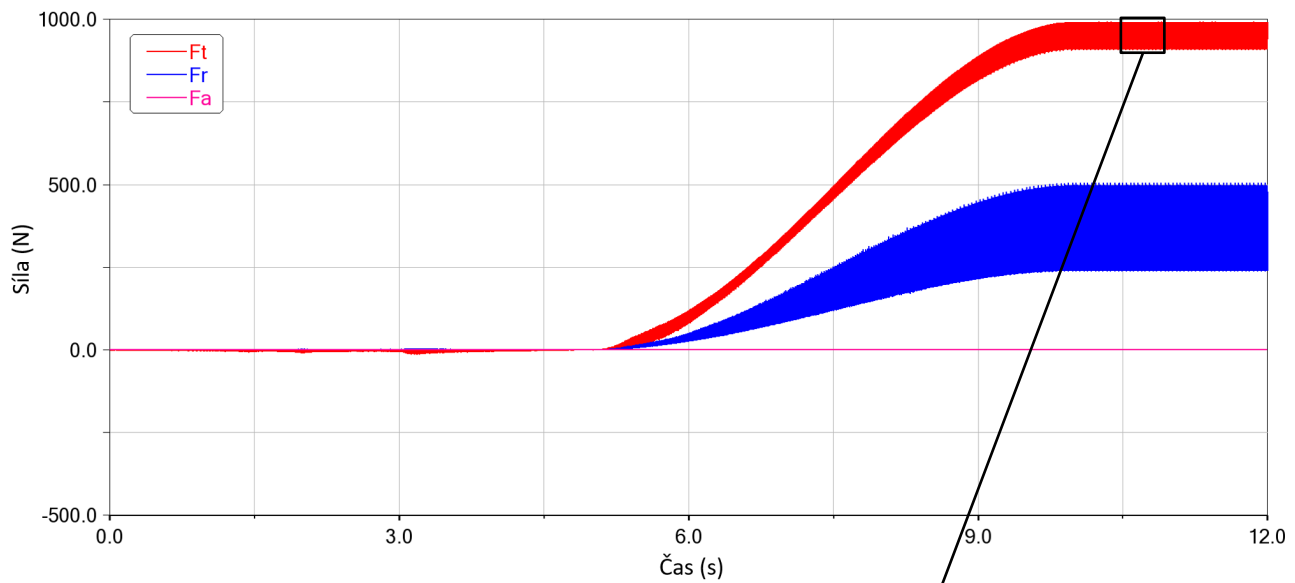
Obr. 16 Závislost krouticího momentu na čase



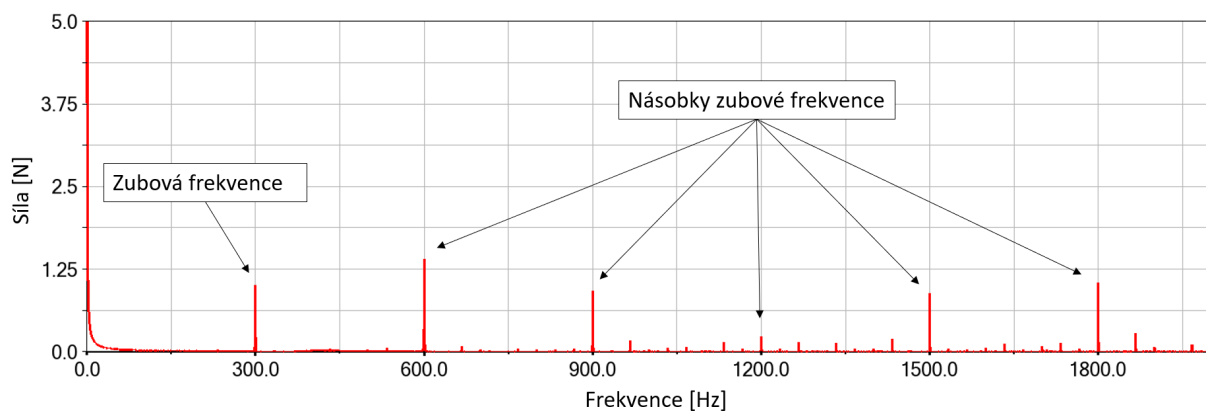
Obr. 17 Závislost sil v ložiscích na čase

Na grafech závislosti sil v ložiscích a sil v ozubení nejsou z důvodu vyšších vstupních otáček zřetelně vidět průběhy jednotlivých simulací. Z toho důvodu je na obr. 18 znázorněn detailní pohled na tečnou sílu v ozubení, kde je patrná mimo jiné zubová frekvence kol. Zároveň je zde ilustrována jedna z hlavních výhod této metody, tj. metoda počítá s více zuby v záběru. To je příčinou skokové změny tuhosti při vstupu a výstupu jednotlivých dvojic zubů do záběru, jak je to popsáno v kapitole 1.13. Střední hodnota těchto sil odpovídá analyticky vypočítaným hodnotám v kapitole 2.1.

Velikost těchto skokových změn lze upravovat změnou tuhosti a tlumení zubů (např. vhodnou volbou materiálu), ale i vhodnou volbou ložisek.

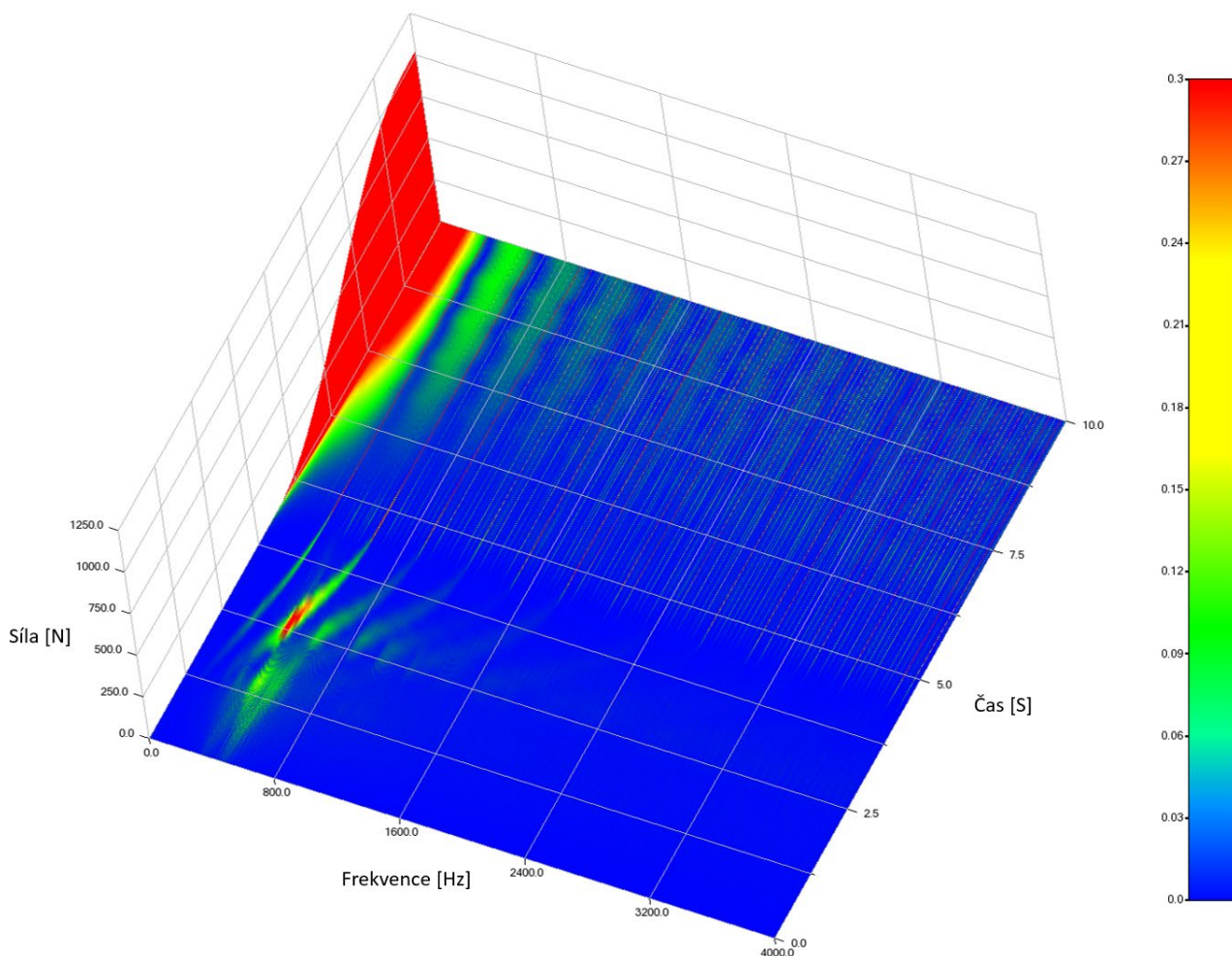


Obr. 18 Síly v ozubení s detailem v ustáleném stavu



Obr. 19 FFT pro tečnou sílu v ozubení

Na obr. 19 je vykreslena rychlá Fourierova transformace, kde je možné si všimnout zubové frekvence dopovídající 300 Hz a jejích násobků. Dle [19] je to z toho důvodu, jelikož se jedná o signál ze strojní součásti s cyklickým rytmem činnosti, a tudíž obsahuje frekvence, které jsou přesnými násobky otáček.



Obr. 20 3D FFT pro tečnou sílu v ozubení

Na obr. 20 je pro doplnění vykreslena 3D FFT, kde je možné pozorovat závislost tečné síly na frekvenci v průběhu času.

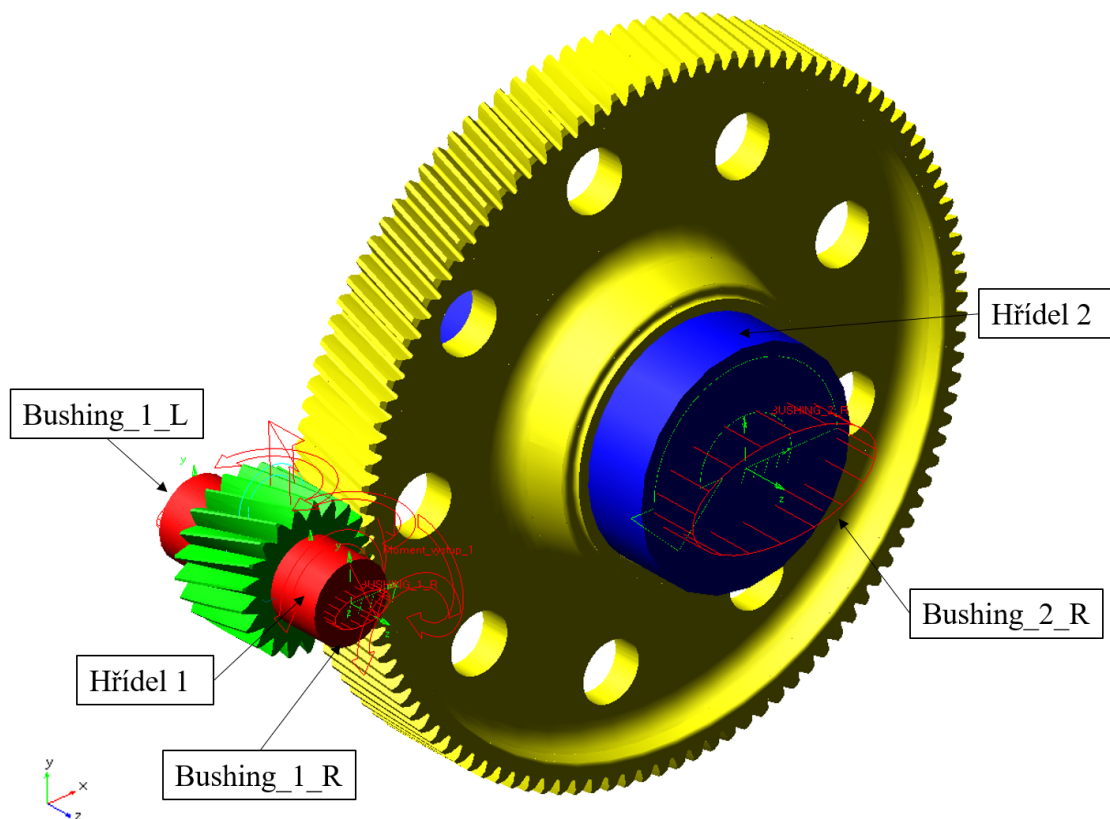
3 VLASTNÍ VÝPOČTOVÝ MODEL V ADAMS/VIEW

Jak již bylo zmíněno v úvodu této práce, cílem je vytvořit dynamický model v prostředí *ADAMS/View*, který bude vycházet z hodnot z konečně-prvkového modelu (*ANSYS*), a tudíž by měl poskytovat relativně přesné výsledky průběhů sil v ozubení, momentů atd. Zároveň by náročnost výpočtu neměla být nijak vysoká. Tento model bude obsahovat obdobné prvky jako ten v kapitole 2. Ozubená kola jsou zde nahrazena modely reálných kol vytvořených v prostředí *CAD* z důvodu názornější vizualizace modelu. Hmotnosti a momenty setrvačnosti jsou zadány na základě hodnot z programu *Creo Parametric*.

3.1 VÝCHOZÍ SOUKOLÍ

Výchozí soukolí, které bylo použito pro tento model, je tvořeno dvěma ozubenými koly, které podle teorie ozubení musí mít stejný modul, úhel záběru a úhel sklonu. Smysl stoupání šroubovice musí být naopak opačný. Obdobně jako v kapitole 2 jsou ložiska nahrazena v *ADAMS/View* silovým prvkem *Bushing*. Moment a otáčky jsou taktéž zadány pomocí funkce *STEP*. Importovaný model včetně vazeb je zobrazen na obr. 21.

Podrobnější charakteristiky jednotlivých ozubených kol jsou uvedeny v tabulce 8. Jedná se o soukolí modelované podle reálné převodovky a dimenzované na velké krouticí momenty.



Obr. 21 Model ozubených kol v *ADAMS/View*

Tab. 8 Specifika modelů ozubených kol

Parametr	Jednotka	Pastorek	Kolo
Typ ozubení	[-]	Vnější, čelní se šikmými zuby	
Normální modul	[mm]	5,75	
Počet zubů	[-]	21	110
Normální úhel záběru	[°]	20	
Úhel sklonu zubu	[°]	14	
Smysl stoupání šroubovice	[-]	levý	pravý
Průměr roztečené kružnice	[mm]	124,447	651,863
Průměr patové kružnice	[mm]	111,32	634,23
Průměr základní kružnice	[mm]	116,519	610,336
Hmotnost	[kg]	5,5	114,5

Výsledné momenty setrvačnosti jsou vztaženy ke středům obou kol a souřadnicový systém je totožný, jako na obr. 21. Výsledné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 9.

Tab. 9 Momenty setrvačnosti pastorku, kola a obou hřídelů z programu CREO Parametric

Moment setrvačnosti	Jednotka	Pastorek	Kolo	Hřídel 1	Hřídel 2
I_{xx}	[kg·mm ²]	$1,162 \cdot 10^4$	$3,417 \cdot 10^6$	$2,928 \cdot 10^4$	$1,027 \cdot 10^6$
I_{yy}	[kg·mm ²]	$1,162 \cdot 10^4$	$3,415 \cdot 10^6$	$2,928 \cdot 10^4$	$1,027 \cdot 10^6$
I_{zz}	[kg·mm ²]	$1,605 \cdot 10^4$	$6,662 \cdot 10^6$	$6,274 \cdot 10^3$	$6,209 \cdot 10^5$

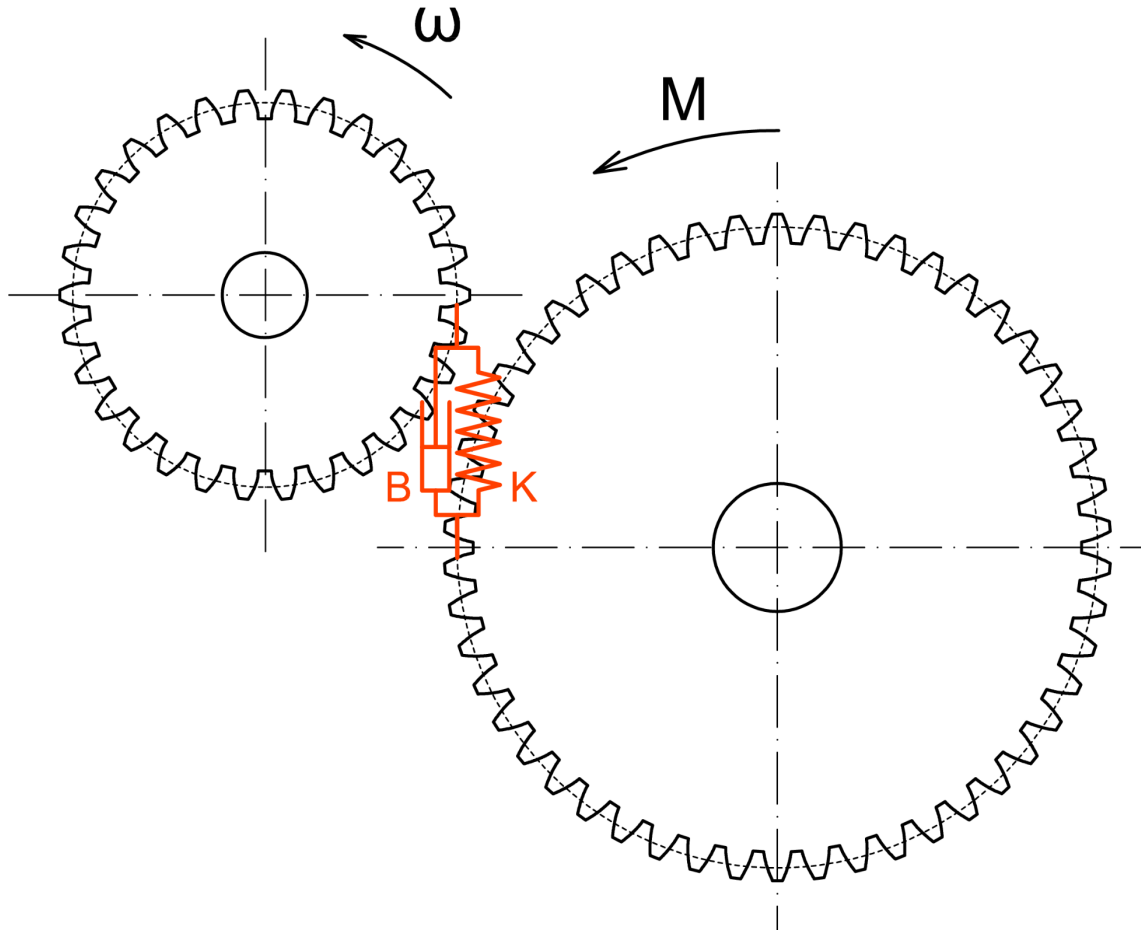
Tuhosti všech čtyř krajních ložisek jsou totožné. Zadané jsou pomocí vstupní proměnné (*Design Variable*) a jejich hodnota je uvedena v tabulce 10.

Tab. 10 Vstupní hodnoty pro tuhosti ložisek

Parametr	Jednotka	Směr		
		X	Y	Z
Translační tuhost	[N/mm]	$1,6 \cdot 10^4$		
Translační tlumení	[N·s/mm]	500		
Torzní tuhost	[Nmm/deg]	$5 \cdot 10^7$		$5 \cdot 10^9$
Torzní tlumení	[Nmm·s/deg]	$5 \cdot 10^4$		$5 \cdot 10^6$

3.2 ZÁKLADNÍ PRINCIP FUNKCE MODELU

Základní premisa pro vytvoření tohoto modelu spočívá v pomyslném vložení členu mezi kontakt spoluzabírajících kol zahrnujícím lineární tuhost a tlumení, tj. pružinu s tuhostí K a tlumič s tlumením B (zobrazeno na schématickém obrázku 22).



Obr. 22 Schéma nahrazení kontaktu zubů pružinou a tlumičem

Tento kontakt je realizován v *ADAMS/View* za pomoci *GForce* o šesti složkách (síly ve směru x , y , z a krouticí momenty ve směru x , y , z) působící ve středu obou kol (podrobněji popsány v kapitole 3.5). Jedná se tedy o jakýsi matematický model. Z toho důvodu je důležité při vytváření tohoto modelu klást důraz na použití správných znamének při vytváření jednotlivých podmínek (narozdíl od modelu v kapitole 2.2, kde se to staral sám *ADAMS*). Stejně jako v předchozím modelu je na jedno kolo (libovolné) přiváděn krouticí moment a druhé je roztáčeno.

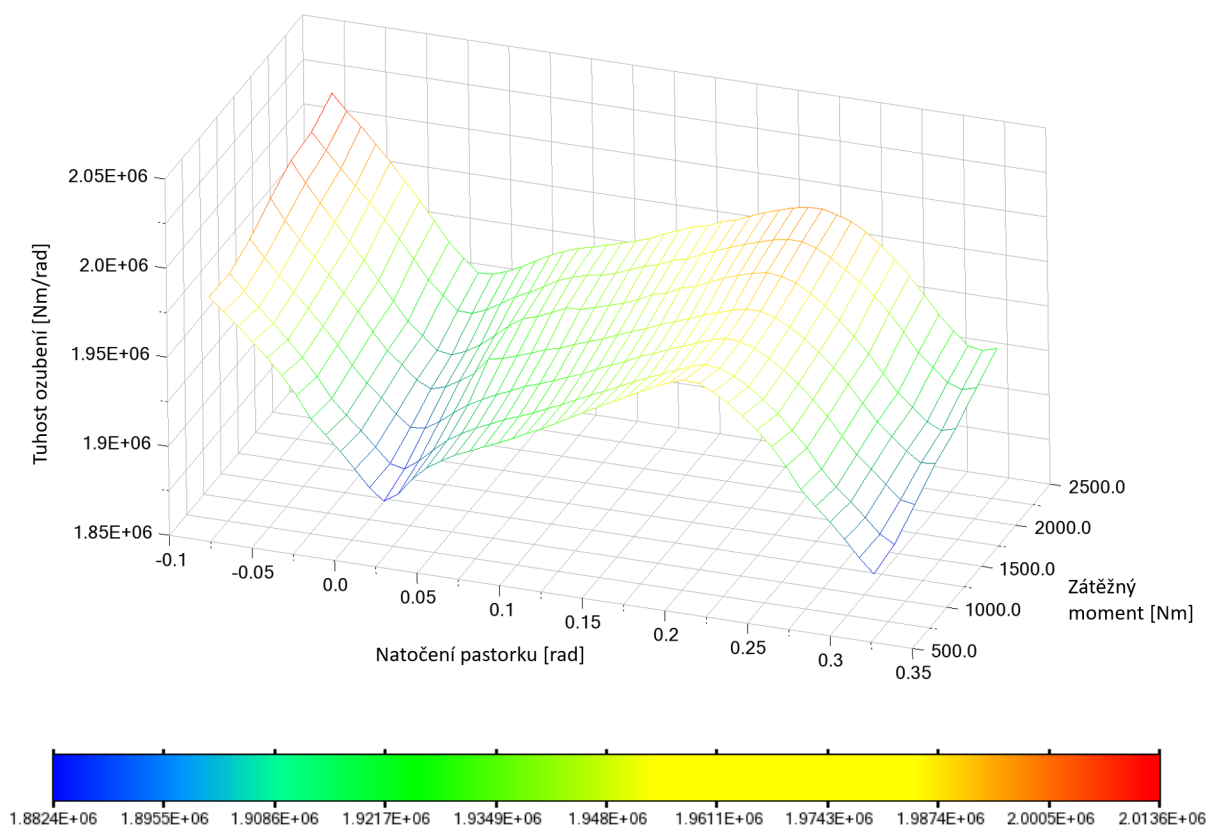
Podmínky pro natočení jednoho kola v závislosti na druhém vychází z rovnic pro výpočet chyby převodu:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - i\varphi_1, \quad (3.1)$$

kde φ_1 a φ_2 je natočení kola 1 a 2 a i je převodový poměr. Tyto podmínky jsou pak použity dále v definici *GForce*.

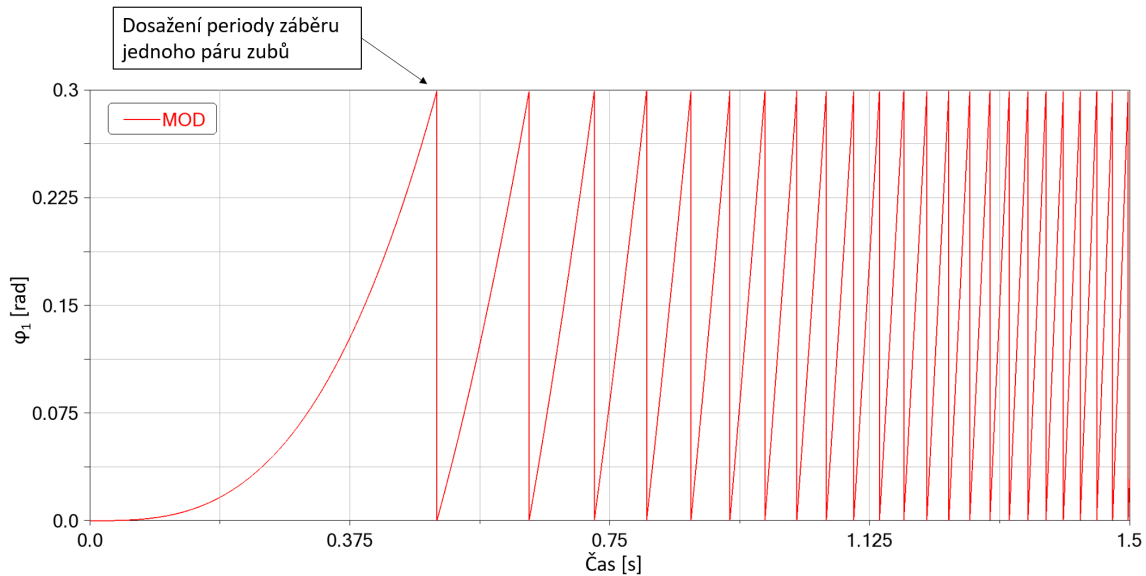
3.3 TUHOST ZÁBĚRU V ZÁVISLOSTI NA ZÁTĚŽNÉM MOMENTU

Tuhost záběru ozubeného soukolí závisí na několika faktorech. Tím základním z nich je zátěžný moment. Data tuhosti záběru jedné periody zubu byla poskytnuta vedoucím této práce. Vychází z reálného soukolí modelované v prostředí MKP. Konkrétně se jednalo o měření chyby převodu pro 7 různých zátěžných momentů v rozmezí 600 Nm – 2400 Nm. Následně bylo nutné chybu převodu převést na tuhost a vytvořit 3D spline spojením těchto 7 výsledných závislostí, ze které se na základě natočení pastorku a zátěžném momentu bude vypočítávat tuhost záběru. Výsledná 3D spline křivka je zobrazena na obr. 23. Z naměřených dat vyplývá, že tuhost záběru roste se zvyšujícím se zátěžným momentem.



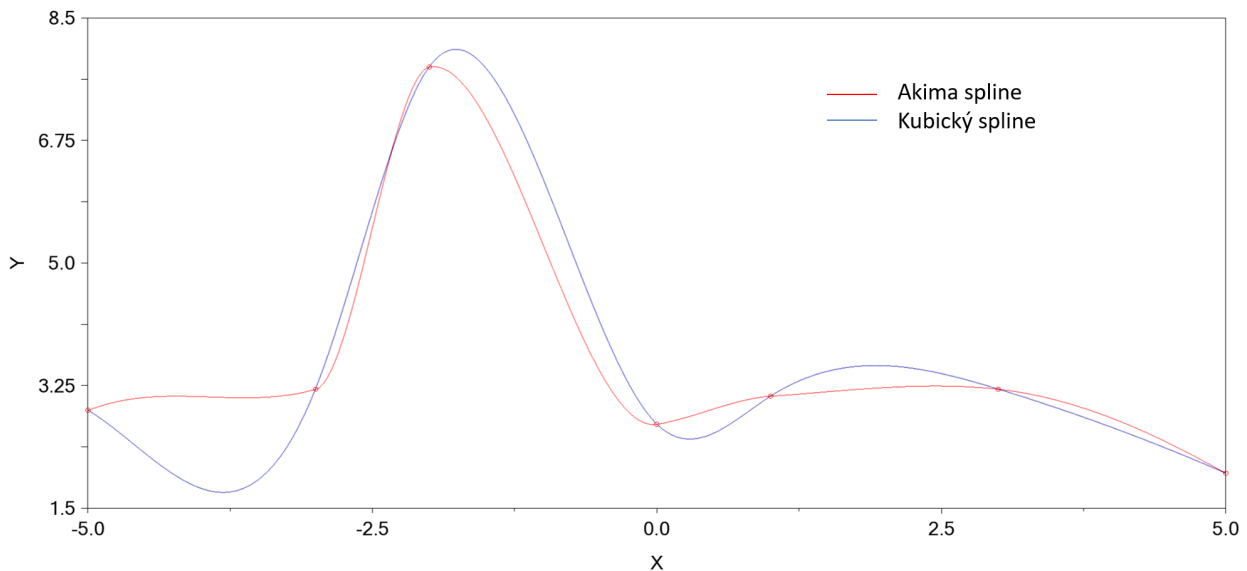
Obr. 23 3D spline tuhosti ozubení v závislosti na natočení pastorku a zátěžném momentu

Jak je patrné z obr. 23, tato tuhost je vztažená vůči natočení jednoho zubu ($\approx 0,299$ rad). Aby bylo možné tuto křivku použít pro libovolný počet těchto periodicky se opakujících jevů, je potřeba po každém otočení o úhel jednoho zubu resetovat hodnoty natočení pastorku vstupující do výpočtu tuhosti ozubení ze křivky. To bylo provedeno za pomoci funkce *MOD*, která vrací zbytek po dělení jednoho čísla druhým, přičemž výsledná hodnota má stejné znaménko jako dělitel. Do této funkce tedy vstupuje natočení pastorku. Dělitelem je úhel natočení o jeden zub. Výsledný průběh natočení v závislosti na čase po použití funkce *MOD*, vstupující jako jedna z nezávislých proměnných do výpočtu tuhosti ozubení, je zobrazen na obr. 24.



Obr. 24 Natočení pastorku vstupující do výpočtu tuhosti

Zde je také patrný postupně zvyšující se počet těchto „obnovení“ natočení. To je zapříčiněno nárůstem rychlosti otáčení kol a s tím rostoucí se zubová frekvence kol. K interpolaci hodnot tuhosti ozubení z naměřených dat byla použita Akima spline interpolace (*Akima fitting method*). Adams umožňuje požití dvou interpolačních metod – Kubický a Akima spline. Jejich porovnání je zobrazeno na obr. 25. Hlavní výhoda Akima interpolace je stabilita poblíž výrazně vzdáleného bodu. Dále je to samotný výpočet interpolovaných hodnot mezi body v intervalu $[x_i, x_{i+1}]$. Ty jsou totiž závislé pouze na f_{i-2} , f_{i-1} , f_i , f_{i+1} , f_{i+2} a f_{i+3} . To jsou hlavní důvody volby právě této metody.

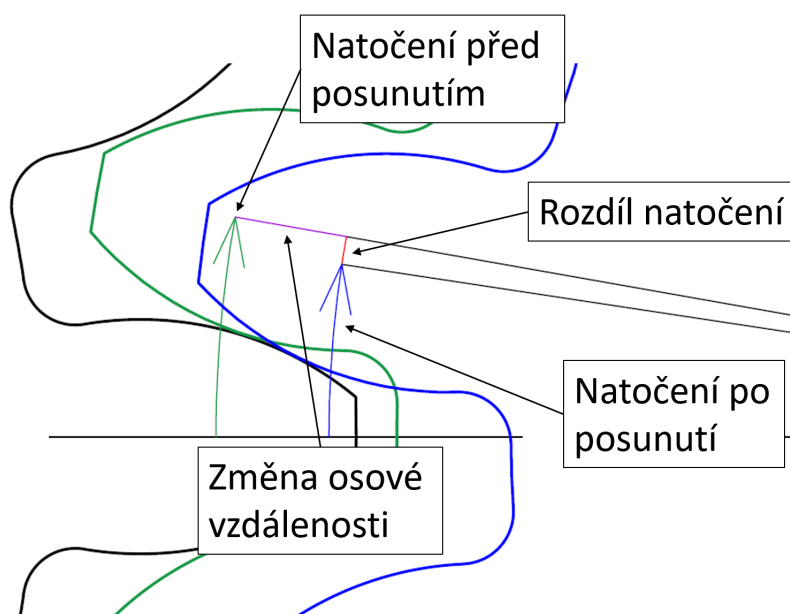


Obr. 25 Porovnání dvou interpolačních metod v ADAMS/View

3.4 VLIV OSOVÉ VZDÁLENOSTI NA TUHOST ZÁBĚRU

Nezanedbatelný vliv na tuhost záběru ozubení má změna osové vzdálenosti. Z toho důvodu je důležité ji do modelu zakomponovat. Opět jako v předchozím případě se bude vycházet z programu ANSYS poskytnutými vedoucím této práce. Jedná se o stejný model ozubených kol jako v předchozím případě, ale změnila se zde osová vzdálenost kol. Měřená tuhost ozubení je pro změnu osové vzdálenosti: -0,5; -0,2; -0,1; +0,1; +0,2 a +0,5 mm.

Je důležité si uvědomit, že změna osové vzdálenosti u kola, zatíženého krouticím momentem, bude mít za následek dodatečné natočení zatíženého kola vůči nezatíženému. Znázorněno je to na obr. 26, kde zelené kolo představuje zatížené kolo s nulovou změnou osové vzdálenosti a modré kolo je zatížené kolo s určitou kladnou změnou osovou vzdáleností. Fialově je znázorněna změna osové vzdálenosti a červeně rozdíl v natočení kol. Tento rozdíl bude buď kladný nebo záporný, v závislosti na směru posunutí kol vůči sobě a na směru působení zátěžného momentu.

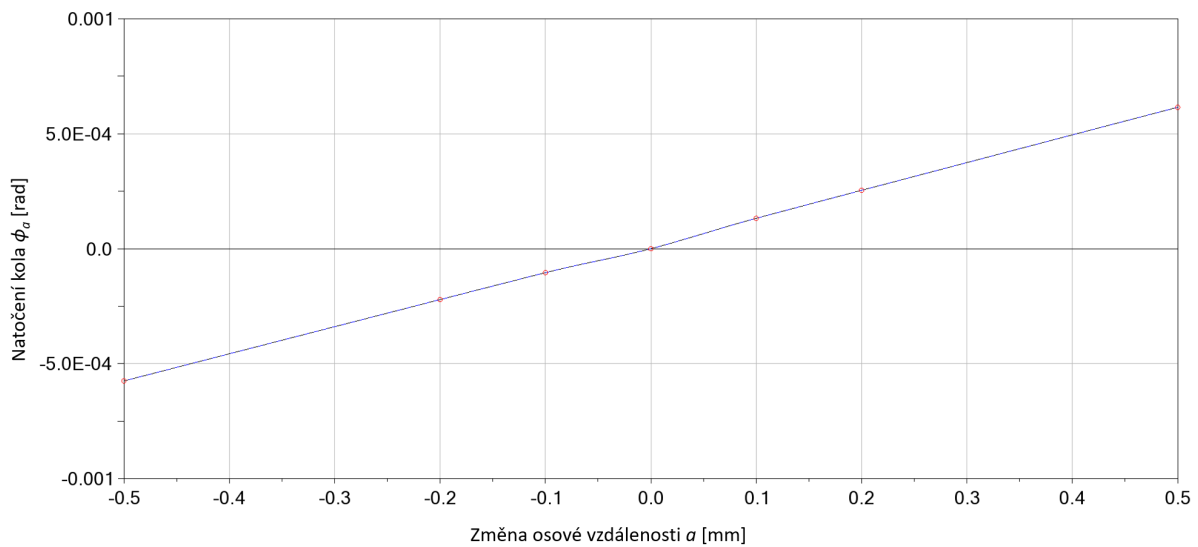


Obr. 26 Ukázka vlivu změny osové vzdálenosti na počátečním úhlu natočení

Aby byl tento jev v modelu zohledněn, nachází se zde určitý korekční faktor ve formě konstanty vstupující do výpočtu $\Delta\varphi$, který vychází z naměřených hodnot. Toto dodatečné natočení označeno jako φ_a je závislé pouze na změně osové vzdálenosti. Závislost tohoto korekčního natočení na osové vzdálenosti je zobrazen na obr. 28. Upravená rovnice pro výpočet rozdílu natočení kol (chyby převodu) bude vypadat:

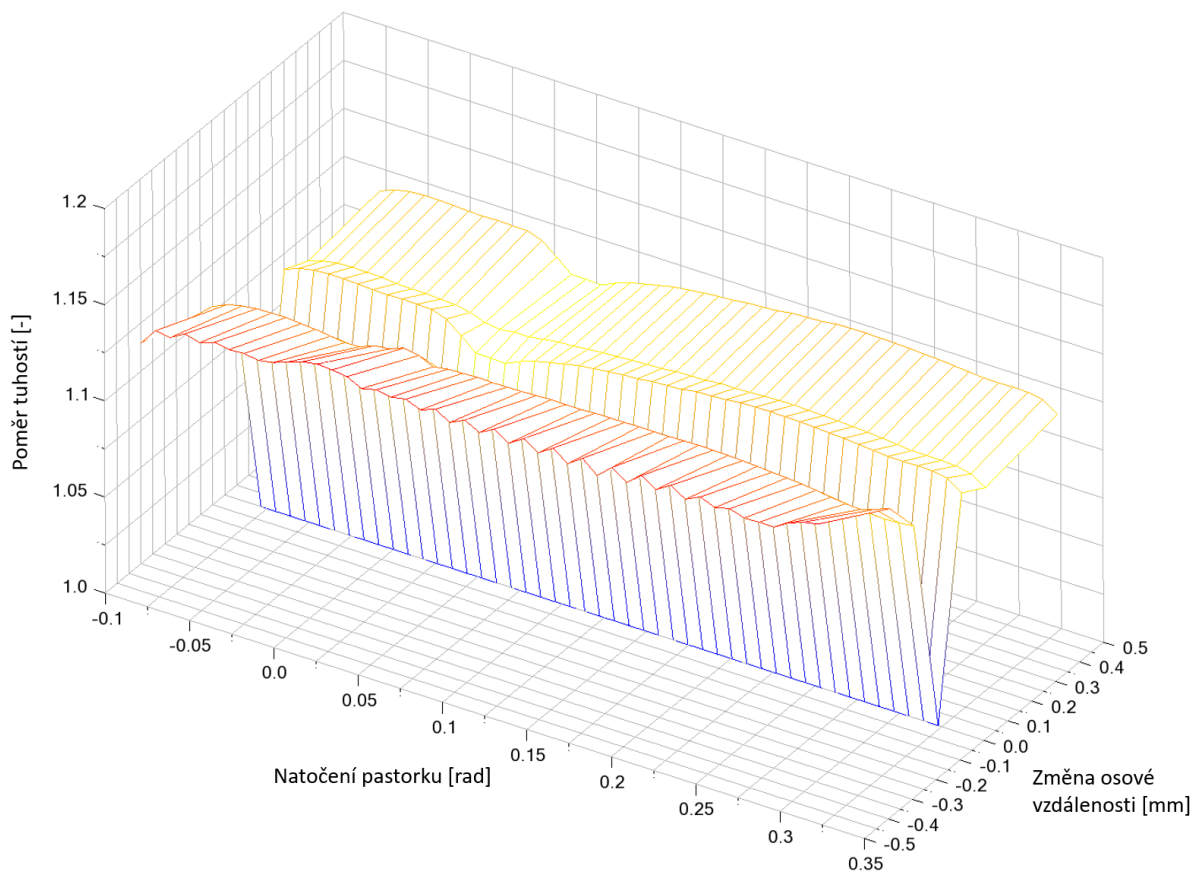
$$\Delta\varphi = \varphi_2 - i\varphi_1 + \varphi_{2a}. \quad (3.2)$$

Pokud bude osová vzdálenost rovna nule, bude i natočení φ_{2a} nulové a dál bude platit vzorec (3.1).



Obr. 27 Závislost natočení kola na změně osové vzdálenosti

Jelikož je v modelu už zakomponovaná tuhost z předchozí kapitoly, bylo nutné vytvořit poměr tuhosti v závislosti na zátěžném momentu při nulové změně osové vzdálenosti a tuhosti při nenulové změně osové vzdálenosti. V této práci je tento poměr označován jako c_{CD} . Tímto poměrem byla následně tuhost záběru vynásobena. Pro interpolaci hodnot prostorové spline byl použit typ Akima spline. Výsledná závislost poměru tuhostí na natočení pastorku a změně osové



Obr. 28 Poměr tuhostí v závislosti na natočení pastorku a změně osové vzdálenosti

vzdálenosti je zobrazena na obr. 27. Lze si zde také všimnout, že pokud bude hodnota změny osové vzdálenosti rovna nule, bude tento poměr roven jedné. Celková tuhost ozubení bude tudíž počítána pouze z tuhosti z kapitoly 3.3. Výsledný výpočet tuhosti ozubení, s přihlédnutím ke změně osové vzdálenosti, se vypočítá jako:

$$k_{CD} = k \cdot c_{CD}, \quad (3.3)$$

kde k je tuhost ozubení bez vlivu osové vzdálenosti a c_{CD} je poměr tuhostí.

3.5 DEFINICE PODMÍNEK *GFORCE*

Jak již bylo zmíněno v jedné z předchozích kapitol, každé z kol má ve svém středu tzv. *GForce*, tedy obecný vektor síly o šesti složkách (síly ve směru x , y , z a krouticí momenty ve směru x , y , z). Ten zde složí k nahrazení reálného kontaktu mezi jednotlivými páry zubů. Jelikož se tento vektor síly nachází právě ve středu kola, je nutné mít mimo sil (tečná, radiální a axiální) také definované momenty, které kompenzují posunutí těchto sil do středu. Vstupní parametry momentu jsou definovány jako:

$$T_x = (\Delta\varphi \cdot k_{CD} + \Delta\omega \cdot b) \cdot \tan \beta \cdot \sin \gamma, \quad (3.4)$$

$$T_y = (\Delta\varphi \cdot k_{CD} + \Delta\omega \cdot b) \cdot \tan \beta \cdot \cos \gamma, \quad (3.5)$$

$$T_z = \Delta\varphi \cdot k_{CD} + \Delta\omega \cdot b, \quad (3.6)$$

kde T_x, T_y, T_z jsou krouticí momenty rozdělené do tří směrů, $\Delta\varphi$ je rozdíl natočení obou kol, k_{CD} je hodnota tuhosti s přihlédnutím na změnu osové vzdálenosti, $\Delta\omega$ je rozdíl úhlových rychlostí, b je tlumení ozubení, β je úhel sklonu zubu a γ je úhel spojnice středu kola s pastorkem a osy x .

Nejdůležitější je zde krouticí moment T_z , který roztáčí kola. Ten je přímo závislý na rozdílu natočení kol. Natočí-li se pastorek o úhel φ_1 a kolo bude stát, pak $\Delta\varphi$ bude roven φ_1 a na kolo se vyvodí takový krouticí moment, aby roztočil kolo a aby $\Delta\varphi$ se zmenšilo, ideálně na nulu.

Momenty T_x a T_y jsou krouticí momenty, které vznikají vlivem axiální síly na kolo, ale jejich velikost je přímo závislá na úhlu γ . Z toho vyplývá, že lze měnit polohu kola vůči pastorku v rovině XY a od toho se bude odvíjet i poměr mezi T_x a T_y .

Síly zde slouží převážně pro vznik reakcí v ložiscích a následné posunutí kol a vytvoření změny osové vzdálenosti. Jejich podmínky lze zapsat jako:

$$F_x = \frac{T_z}{r} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \gamma + \frac{T_z}{r} \cdot \sin \gamma, \quad (3.7)$$

$$F_y = \frac{T_z}{r} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \gamma + \frac{T_z}{r} \cdot \cos \gamma, \quad (3.8)$$

$$F_z = \frac{T_z}{r} \cdot \tan \beta, \quad (3.9)$$

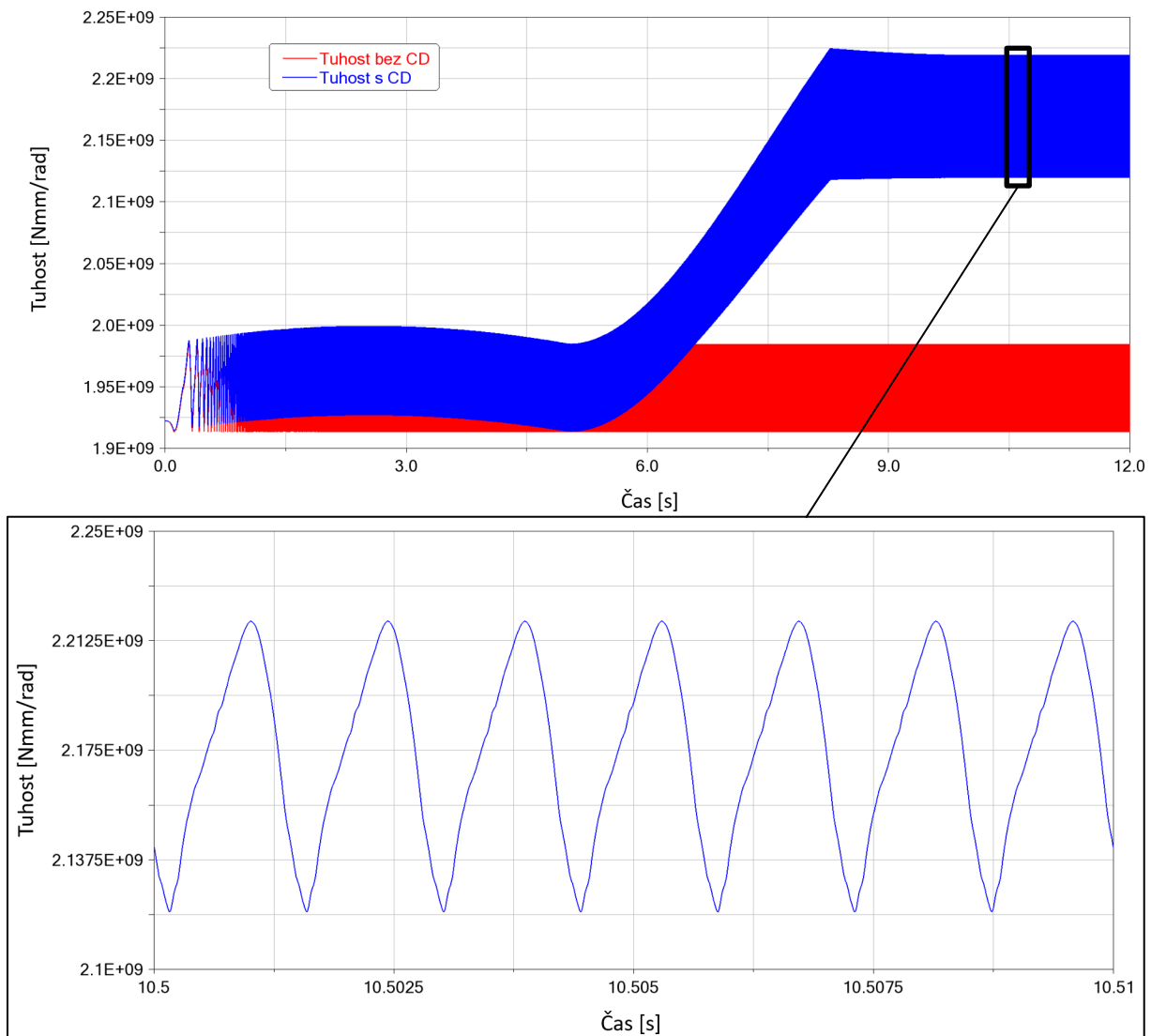
kde r je poloměr roztečné kružnice a α úhel záběru. Stejně jako v definicích momentů se zde objevuje vliv polohy kola vůči pastorku.

3.6 SIMULACE MODELU

K provedení simulace bylo použito $1,2 \cdot 10^6$ kroků (*Steps*), tj. 100 kHz, a délka byla stanovena na 12 s. Poloha kol je totožná s polohou na obr. 21. Roztáčen je pastorek až na stabilní rychlost 2000 otáček za minutu (*RPM*) a krouticí moment o velikosti 2000 Nm je přiváděn na kolo (hřídel 2).

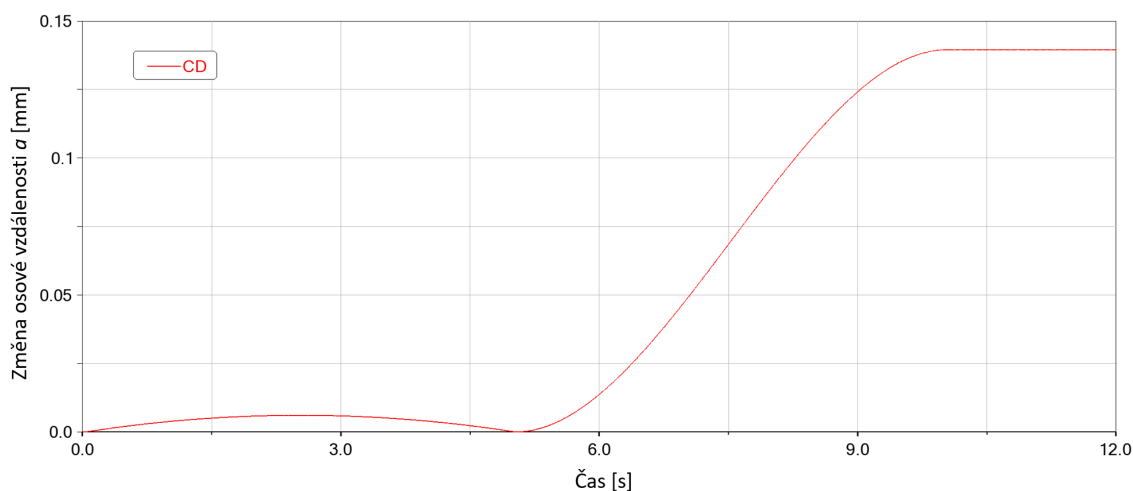
3.6.1 VÝSLEDNÁ TUHOST OZUBENÍ

Na obr. 29 je zobrazeno porovnání tuhosti ovlivněnou změnou osové vzdálenosti (modrá křivka) a tuhosti bez vlivu změny osové vzdálenosti (červená křivka). Ve spodní části je přiblížení průběhu jedné z tuhostí, kde je zřetelně patrný průběh daný 3D spline z obr. 23.



Obr. 29 Porovnání průběhu tuhostí s vlivem změny osové vzdálenosti a bez ní

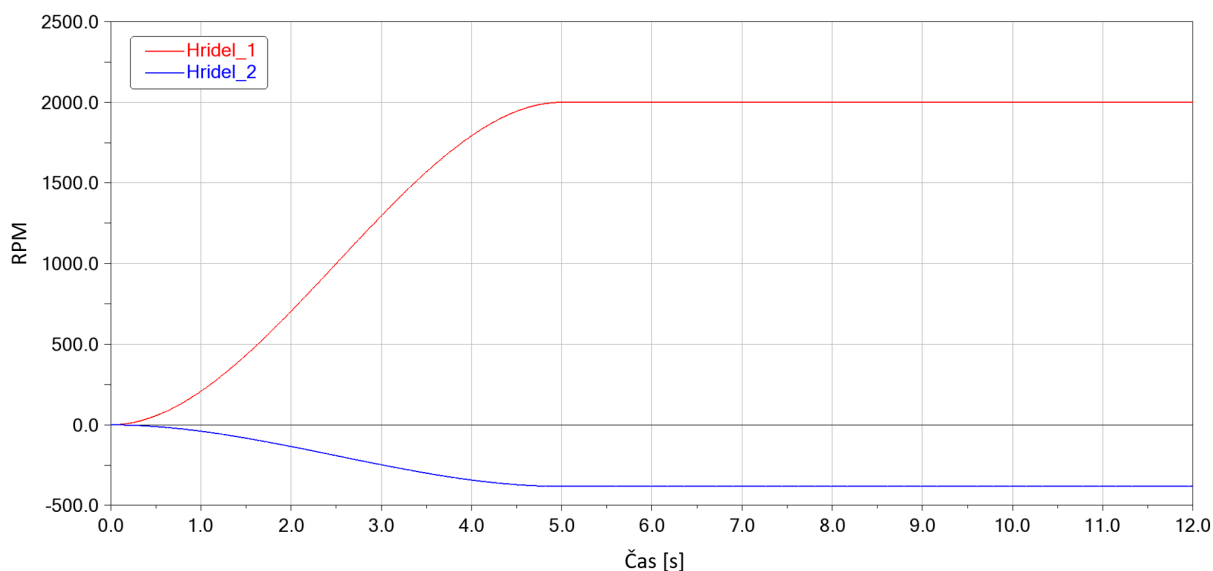
Na obr. 30 je znázorněný průběh změny osové vzdálenosti v závislosti na čase. Je zde patrná souvislost mezi tímto průběhem a průběhem tuhosti na obr. 29, kde se zvětšujících se změnou osové vzdálenosti roste i tuhost ozubení.



Obr. 30 Průběh změny osové vzdálenosti v závislosti na čase

3.6.2 VÝSLEDNÉ OTÁČKY KOL

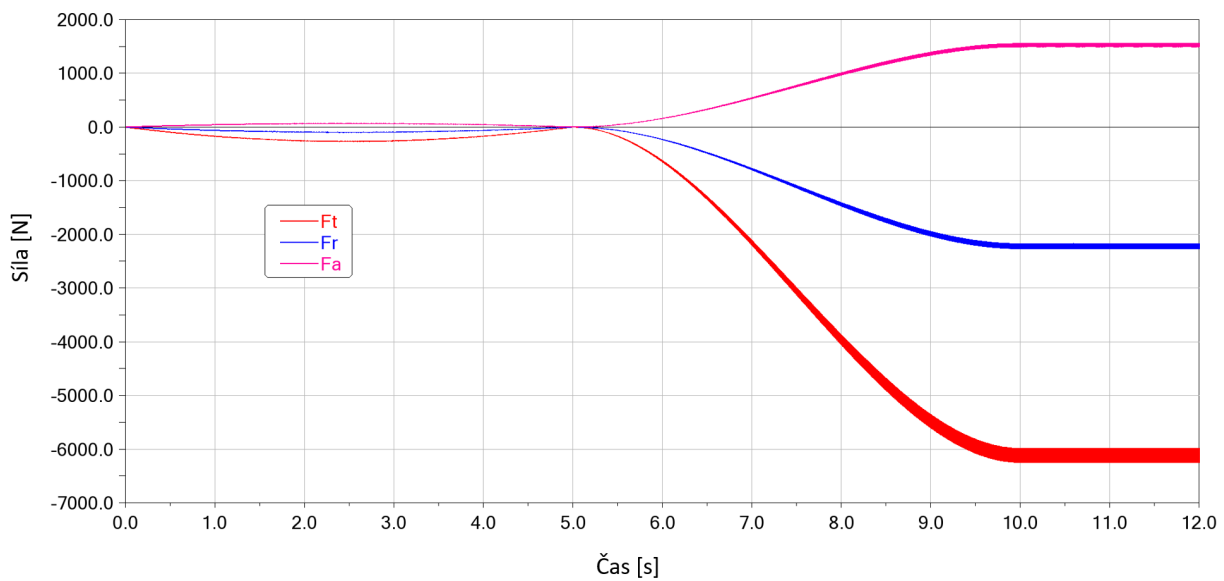
Na obr. 31 je znázorněn průběh otáček obou hřídelů v závislosti na čase. Na rozdíl od modelu v kapitole 2 se jeví v tomto případě „hladší“. To může být způsobeno rozdílným typem ozubení, kdy šikmé ozubení se projevuje právě hladším průběhem.



Obr. 31 Průběh otáček vstupní a výstupní hřídele v závislosti na čase

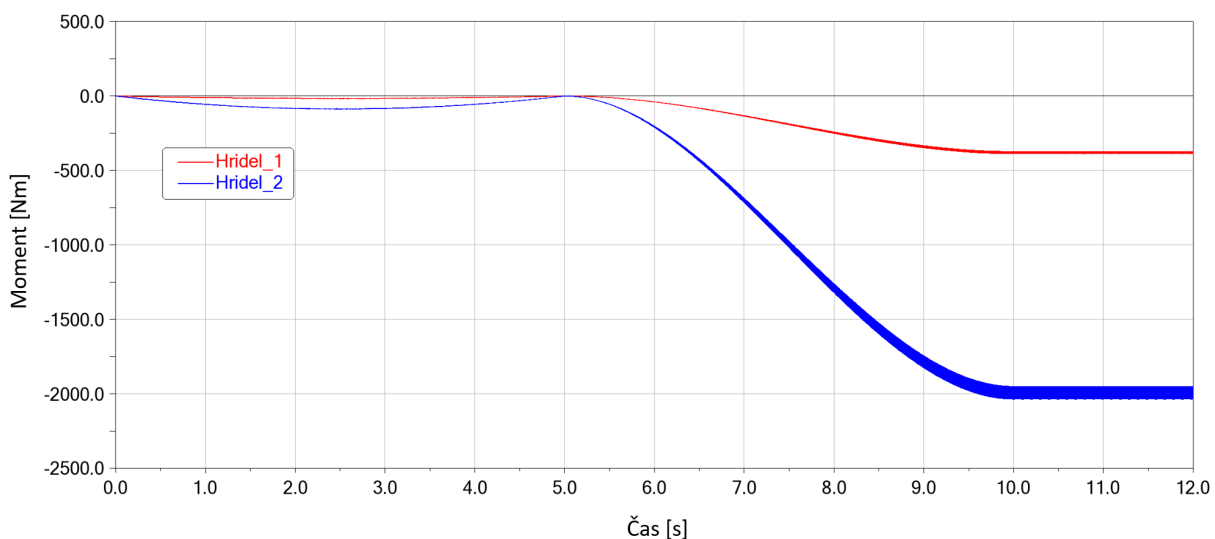
3.6.3 VÝSLEDNÉ SILY V OZUBENÍ

Na obr. 32 jsou znázorněny průběhy sil působící v ozubení v závislosti na čase. Orientace sil je vztažena na pastorek. V časovém rozmezí od 0–5 s je možné pozorovat výrazný nenulový průběh sil v ozubení. To je způsobeno roztáčením setrvačných hmot. Do 2,5 sekund je směrnice derivace kladná od 2,5 do 5 sekund je záporná.



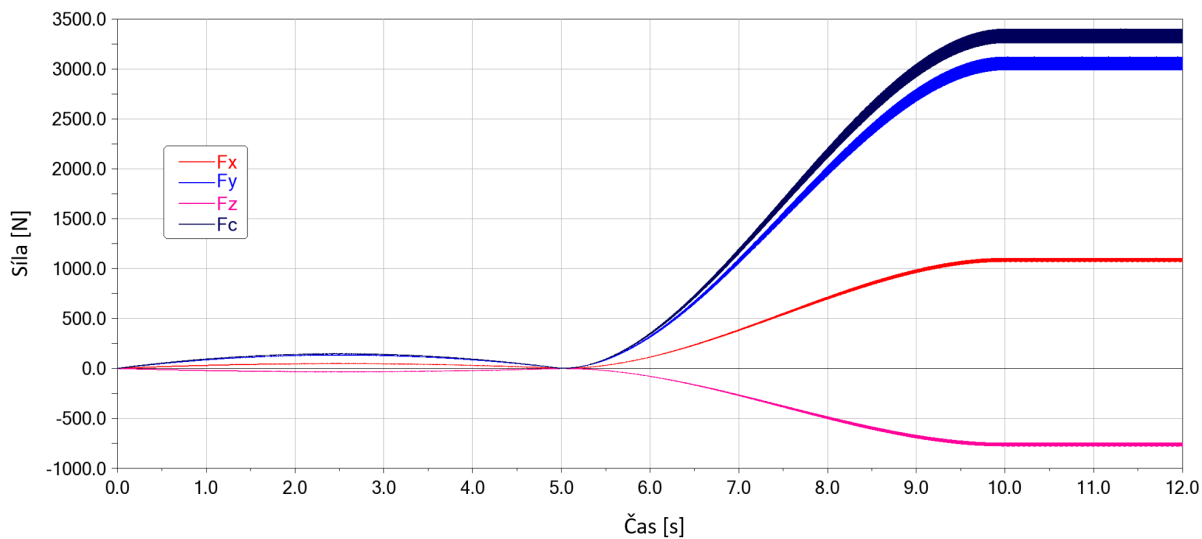
Obr. 33 Průběh sil v ozubení v závislosti na čase

Průběhy krouticích momentů měřené na výstupním (Hridel_2) a vstupním (Hridel_1) hřídeli jsou zobrazeny na obr. 33. Na obr. 35 jsou následně zobrazeny reakční síly v ložisku pastorku. Konkrétně se jedná o levé ložisko na hřídeli 1. Nachází se zde i celková síla označená F_c , která je pouze vektorovým součtem ostatních tří sil.

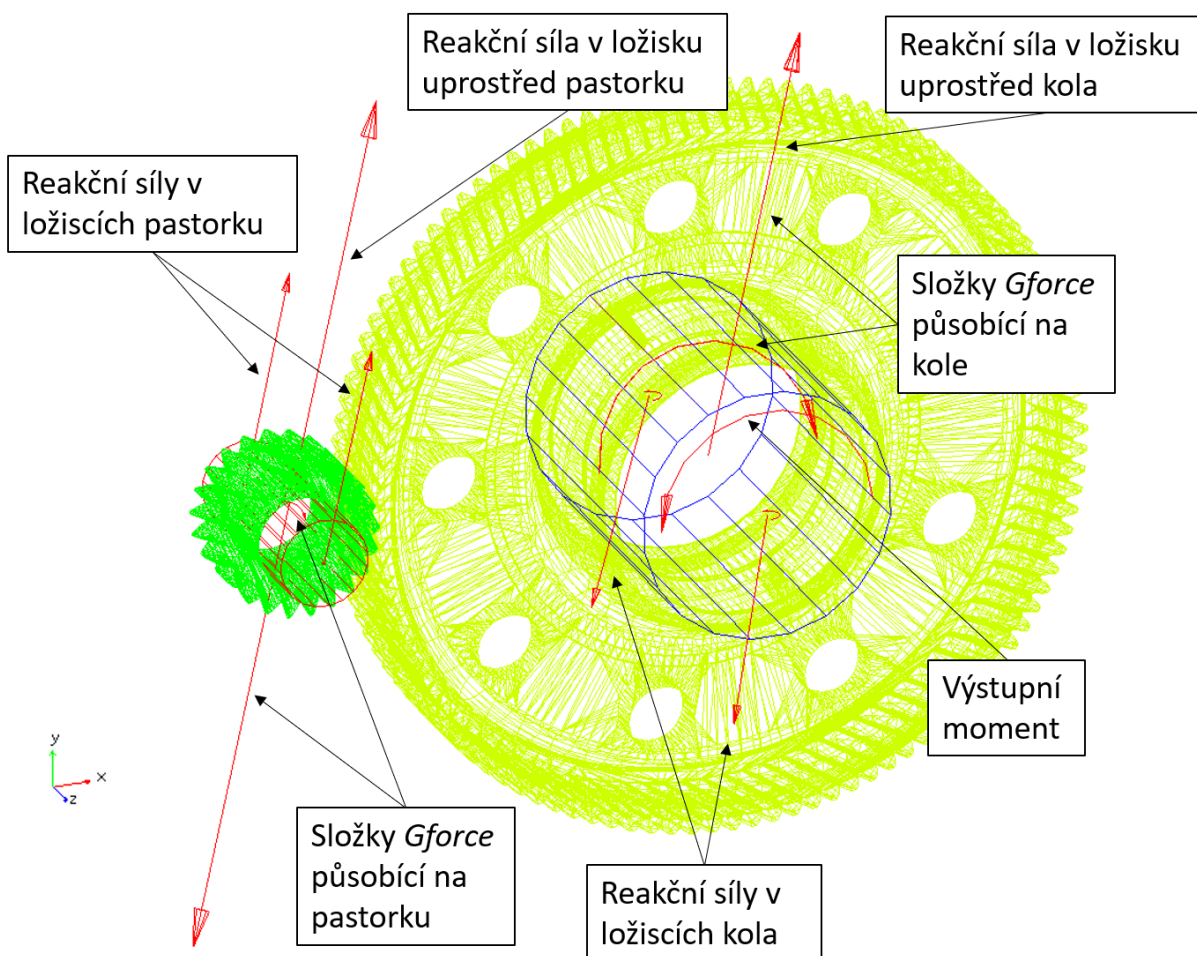


Obr. 32 Průběh krouticích momentů na obou hřídelích

Na obr. 34 jsou ukázány směry všech sil a momentů, které vznikají v modelu, nebo působí na model. Reakční síly v ložisku uprostřed kola a silové složky $GForce$ se v modelu navzájem překrývají.



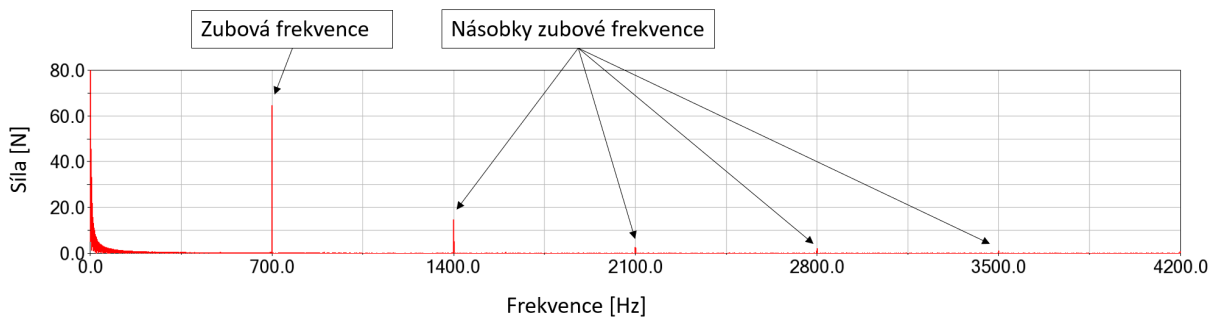
Obr. 34 Průběh reakčních sil v ložisku



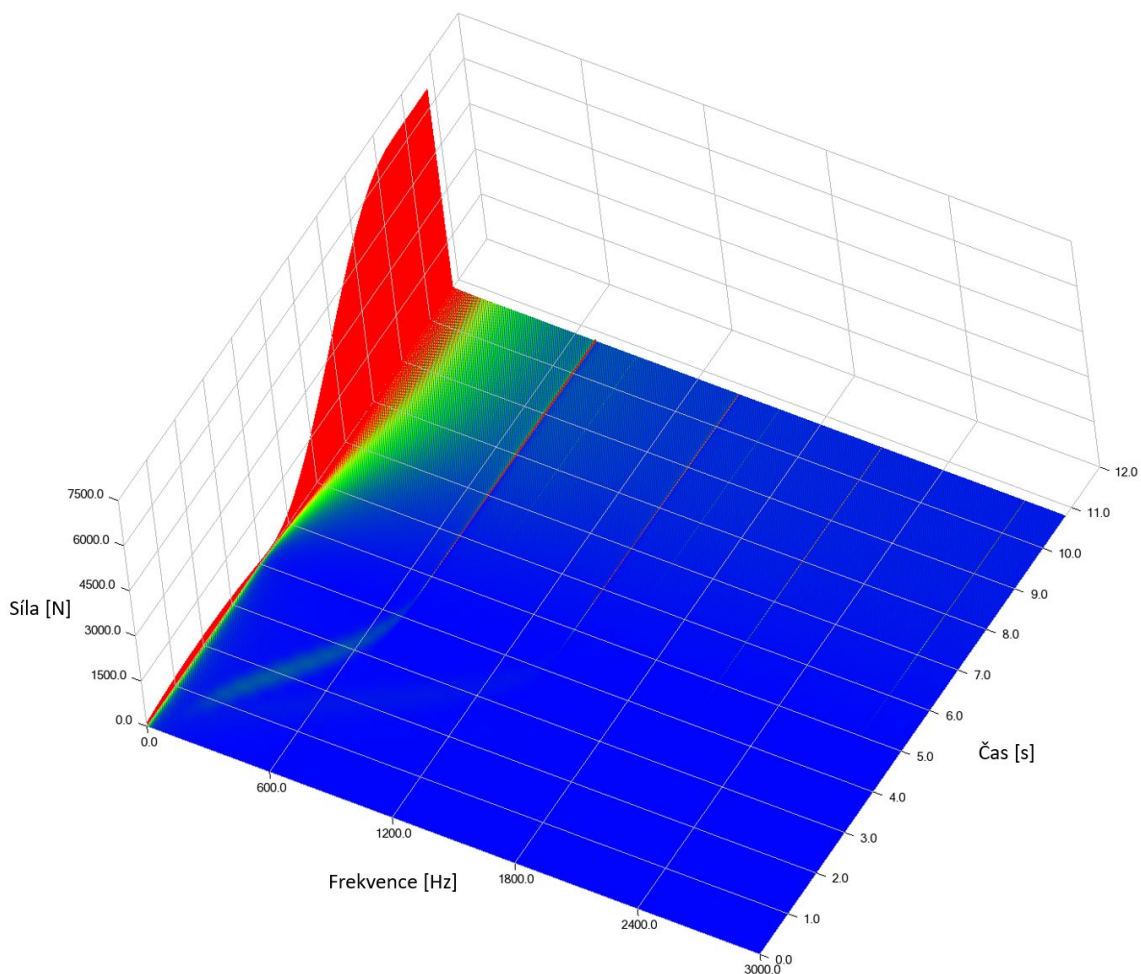
Obr. 35 Zobrazení jednotlivých sil a momentů na model

3.6.4 VÝSLEDNÉ FFT PRŮBĚHY

Na obr. 36 a 37 jsou znázorněny rychlé Fourierovy transformace (*FFT*). Je zde vidět zubová frekvence kol a její násobky. Na *3D FFT* jsou pak ještě vidět průběhy sil nejen v závislosti na frekvenci, ale i na čase. Proto je možné zde pozorovat postupnou zvyšující se zubovou frekvenci v čase 0-5 sekund. Analyticky spočítaná zubová frekvence je rovna 700 Hz, což odpovídá i naměřeným hodnotám *FFT*.



Obr. 36 FFT tečné síly



Obr. 37 3D FFT tečné síly

ZÁVĚR

Cílem této práce bylo provést rešerši problematiky týkající se dynamiky záběru ozubení a jejich jednotlivých výpočtových přístupů. Vybrané přístupy porovnat a následně vytvořit vlastní výpočtový model na bázi MBS.

Jako první způsob výpočtu dynamiky ozubení byl zvolen ten nejjednodušší přístup – Analytický. Tento přístup nezohledňuje tření zubů, mění se tuhost ozubení, ani zpětné rázy kola. Počítá se zde tedy místo s ozubenými koly pouze s válci o poloměrech roztečných kružnic. Výhodou je bezesporu jednoduchost. Je vhodný na vypočítání orientačních hodnot sil v ozubení. Z toho důvodu je vhodný i na složité převodové ústrojí. Další obrovskou výhodou je jeho lehké zautomatizování např. v programu Mathcad. Uživatel do předem nastaveného programu pouze zadá vstupní hodnoty a Mathcad mu vypíše výsledky.

Druhý ze způsobů ukázaný v této práci je modelování za použití přednastavených funkcí v MBS ADAMS pro vytvoření ozubeného soukolí. Zde už se složitost a délka výpočtu odvíjí od úrovně detailu a od způsobu výpočtu, kterou nastavuje uživatel. Ty nejpokročilejší a nejnáročnější metody výpočtu počítají metodou konečných prvků. Míra reálnosti výstupních hodnot závisí na správnosti vstupních dat do modelu (např. tuhost ozubení, ložisek aj.). Tato data může být obtížné získat, pokud nejsou změřeny na fyzické převodovce. Výhodou oproti předchozímu přístupu je počítáním s třením zubů, tuhostí ozubení a zpětnými rázy.

V poslední části byl představen vlastní výpočtový model dynamiky záběru čelního ozubeného soukolí. Na rozdíl od obou předchozích způsobů výpočtu do tohoto modelu vstupují data z MKP. Konkrétně se jedná o tuhost ozubení v závislosti na krouticím momentu a tuhost ozubení v závislosti na změně osové vzdálenosti. Výhodou této metody je relativní přesnost a jednoduchost výpočtu. Tuhost je zde zadána pomocí jedné 3D spline. To umožňuje jako hodnotu vstupní proměnné do této spline použít i kterékoliv hodnoty, které nebyly přímo měřeny. Výsledná tuhost je pak dopočítána pomocí Akima interpolační metody. Zároveň model umožňuje řešení v časové doméně. To znamená, že vyhodnocuje změnu parametrů (osové vzdálenosti, zátěžného momentu nebo otáček) přímo při provádění simulace.

Tento model je primárně určen k modelování dynamiky záběru čelního ozubení, ale je zde prostor pro případné další rozvíjení modelu. Už teď je možné libovolně polohovat kolo vůči pastorku. Nabízí se zde tedy možnost dalšího rozvoje modelu směrem k vytvoření např. planetového soukolí.

POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] BOLEK, Alfred a Josef KOCHMAN. *Části strojů* [online]. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1990 [cit. 2021-03-20]. Dostupné z: <https://dnnt.mzk.cz/uuid/uuid:f8562360-2eaf-11e9-844c-005056827e51>
- [2] SHYGLEY, Joseph E., Charles R. MISCHKE a Richard G. BUDYNAS. *Konstruování strojních součástí*. 7th edition. Brno: VUTIUM, 2010. ISBN 978-80-214-2629-0.
- [3] ŠALAMOUN, Čestmír a Miloš SUCHÝ. *Čelní a šroubová soukolí s evolentním ozubením*. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1990. ISBN 80-03-00532-9.
- [4] ŠEJVL, Miroslav. *Theorie a výpočty ozubených kol: určeno pro inženýry, techniky a posluchače vysokých škol*. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1957, 555 s. Řada strojnické literatury. C 27.681/1.
- [5] Ozubené kolo. *Wikipedia.org* [online]. [cit. 2021-02-02]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Ozubené_kolo
- [6] SVOBODA, Pavel a Jan BRANDEJS. *Výběry z norem pro konstrukční cvičení*. Vyd. 5. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2013. ISBN 978-80-7204-838-0.
- [7] Involute. *Wikipedia* [online]. 2020 [cit. 2021-03-21]. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Involute>
- [8] Přehled technických údajů prvků převodových ústrojí. In: *Elesa-ganter.cz* [online]. [cit. 2021-04-16]. Dostupné z: https://www.elesa-ganter.cz/static/technicaldata/files/transmission-elements_CZ.pdf
- [9] Montáž a demontáž ozubených kol. *Eluc.kr-olomoucky* [online]. [cit. 2021-03-27]. Dostupné z: <https://eluc.kr-olomoucky.cz/verejne/lekce/1839>
- [10] PALÁT, Hynek. *Podřezání zubů a korekce ozubení* [online]. SŠPU Opava, 2012 [cit. 2021-04-20]. CZ.1.07/1.5.00/34.0129. Dostupné z: https://www.sspu-opava.cz/static/UserFiles/File/_sablon/SPS_III/VY_32_INOVACE_C-08-07.pdf
- [11] KŘÍŽ, Rudolf. *Stavba a provoz strojů II.: Převody*. Praha: SNTL, 1978.
- [12] LEWIS, Wilfred. *Investigation of the Strength of Gear Teeth*. Processing of Engineers Club of Philadelphia, 1983. Vol. 10.
- [13] PROKOP, Aleš. *Modelování vibrací pohonných jednotek aplikací virtuálních prototypů*. [online]. Brno, 2016 [cit. 2021-02-16]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=137723

- Dizertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství. Vedoucí práce Doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.
- [14] BLANKENSHIP, G. Wesley a Rajendra SINGH. *A Comparative Study of Selected Gear Mesh Interface Dynamic Models*. 1992, 137 s. ISBN 978-0-7918-0937-2. Dostupné z: doi:10.1115/DETC1992-0017
- [15] MARK, William D. *Analysis of the vibratory excitation of gear systems: Basic theory*. Journal of the Acoustical Society of America, 1978. Dostupné z: doi:10.1121/1.381876
- [16] ÇELIK, M. Comparison of three teeth and whole body models in spur gear analysis. *Mechanism and Machine Theory*. 1999, **34**(8), 1227-1235. ISSN 0094-114X. Dostupné z: doi:doi.org/10.1016/S0094-114X(98)00058-5
- [17] *Spur gears. Katalog výrobků* [online]. In: . [cit. 2021-02-21]. Dostupné z: <https://khkgears.net/pdf/3015/spur-gears.pdf>
- [18] *ADAMS: ADAMS Help*. California, 2019.
- [19] TŮMA, Jiří. *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*. Praha: Sdělovací technika, 1997. ISBN 80-901-9361-7.
- [20] PALÁT, Hynek. *Čelní soukolí spřímými zuby* [online]. SŠPU Opava, 2012 [cit. 2021-04-27]. CZ.1.07/1.5.00/34.0129. Dostupné z: https://www.sspu-opava.cz/static/UserFiles/File/_sablony/SPS_III/VY_32_INOVACE_C-08-06.pdf
- [21] SHIM, S.B., Y.J. PARK a K.U. KIM. Reduction of PTO rattle noise of an agricultural tractor using an anti-backlash gear. *Biosystems Engineering*. 2008, **100**(3), 346-354. ISSN 1537-5110. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2008.04.002>

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

Zkratka	Jednotka	Popis
ABAM		Adams-Bashford-Adams-Moulton
BDF		Backward differentiation formula
BEV		Battery Electric Vehicle
Bushing_1		Ložisko simulující spoj pera na vstupní hřídeli
Bushing_1_L		Levé ložisko na vstupní hřídeli
Bushing_1_R		Pravé ložisko na vstupní hřídeli
Bushing_2		Ložisko simulující spoj pera na výstupní hřídeli
Bushing_2_L		Levé ložisko na výstupní hřídeli
Bushing_2_R		Pravé ložisko na výstupní hřídeli
CAD		Computer Aided Design
ČSN		Československá norma
FFT		Fast Fourier Transform
GSTIFF		Gear stiff
HHT		Hilber, Hughes, Taylor
MBS		Multi-Body System
MKP		Metoda konečných prvků
RKF45		Runge-Kutta-Fehlberg
TE		Transmission Error
ÚADI		Ústav automobilového a dopravního inženýrství
WSTIFF		Wielenga stiff
A	[mm]	Osová vzdálenost
b	[mm]	Tloušťka zubu
b	[mm]	Šířka ozubení
ca	[mm]	Hlavová vůle
ccd	[-]	Poměr tuhostí se změnou osových vzdáleností a bez ní
c _n	[mm]	Boční vůle
d	[mm]	Průměr roztečné kružnice
d _a	[mm]	Průměr hlavové kružnice
d _b	[mm]	Průměr základní kružnice
d _f	[mm]	Průměr patní kružnice
e	[mm]	Šířka zubové mezery
E	[Pa]	Youngův modul pružnosti v tahu
E ₁	[Pa]	Youngův modul pružnosti v tahu prvního tělesa
E ₂	[Pa]	Youngův modul pružnosti v tahu druhého tělesa
f	[mm]	Osová vzdálenost s vůlí
F	[N]	Síla
F _a	[N]	Axiální síla
F _c	[N]	Celková síla
f _{i+x}	[-]	X-tý sousední bod bodu i
f _n	[Hz]	Frekvence otáčení
F _r	[N]	Radiální síla
F _t	[N]	Tečná (tangenciální) síla

F_x	[N]	Síla ve směru x
F_y	[N]	Síla ve směru y
f_z	[Hz]	Zubová frekvence
F_z	[N]	Síla ve směru z
h_a	[mm]	Výška hlavy zubu
h_f	[mm]	Výška paty zubu
h_F	[mm]	Rameno obvodové síly
i	[-]	Převodový poměr
k	[Nm/rad]	Tuhost ozubení
K_v	[-]	Součinitel vnitřních dynamických sil
l_L	[mm]	Vzdálenost středu kola od levého ložiska
l_R	[mm]	Vzdálenost středu kola od pravého ložiska
m	[mm]	Modul
M	[Nm]	Zátěžný moment
\mathbf{M}	[-]	Matice hmotností
M_1	[Nm]	Krouticí moment na vstupním hřídeli
M_2	[Nm]	Krouticí moment na výstupním hřídeli
m_n	[mm]	Normální modul
M_o	[Nm]	Ohybový moment
m_t	[mm]	Tečný modul
n_1	[min ⁻¹]	Otáčky na vstupu
n_2	[min ⁻¹]	Otáčky na výstupu
p	[mm]	Zubová rozteč
p	[mm]	Rozteč
\mathbf{Q}	[-]	Matice vnějších sil
\mathbf{q}	[-]	Vektor posunutí
$\dot{\mathbf{q}}$	[-]	Vektor rychlosti
$\ddot{\mathbf{q}}$	[-]	Vektor zrychlení
r	[mm]	Poloměr roztečné kružnice
r_b	[mm]	Rádus špičky nástroje
R_{xL}	[N]	Reakční síla ve směru x na levém ložisku
R_{xR}	[N]	Reakční síla ve směru x na pravém ložisku
r_y	[-]	Souřadnice cylindrického souřadného systému
R_{yL}	[N]	Reakční síla ve směru y na levém ložisku
R_{yR}	[N]	Reakční síla ve směru y na pravém ložisku
s_{Fn}	[mm]	Tloušťka nebezpečného průřezu
t	[s]	Čas
T_x	[Nm]	Krouticí moment ve směru x
T_y	[Nm]	Krouticí moment ve směru y
T_z	[Nm]	Krouticí moment ve směru z
v	[m/s]	Obvodová rychlost kola
W_o	[mm ³]	Průřezový modul v ohybu
x	[mm]	Vzdálenost při výpočtu napětí v ohybu v patě zubu
x_1	[-]	Jednotkové posunutí kola 1
x_2	[-]	Jednotkové posunutí kola 2

Y	[-]	Upravený Lewisův součinitel tvaru
y	[-]	Lewisův součinitel tvaru
z	[-]	Počet zubů
Z_e	[-]	Součinitel mechanických vlastností materiálu
Z_p	[-]	Praktický mezní počet zubů
Z_t	[-]	Teoretický mezní počet zubů
α	[°]	Úhel záběru
α_y	[°]	Úhel profilu
β	[°]	Úhel sklonu zubu
γ	[rad]	Úhel středu kola s pastorkem a osy x
$\Delta\varphi$	[rad]	Chyba převodu
$\Delta\omega$	[rad/s]	Změna úhlové rychlosti kol
ε_γ	[-]	Celkový součinitel záběru
μ_1	[-]	Poissonova konstanta prvního tělesa
μ_2	[-]	Poissonova konstanta druhého tělesa
ρ	[mm]	Poloměr křivosti
ρ_f	[mm]	Poloměr kružnice zaoblení profilové křivky
ρ_1	[mm]	Poloměr křivosti prvního tělesa
ρ_2	[mm]	Poloměr křivosti druhého tělesa
ρ_{red}	[mm]	Redukovaný poloměr křivosti
σ_F	[Pa]	Napětí v ohybu v patě zubu
σ_H	[Pa]	Hertzův tlak
σ_Z	[Pa]	Složka trojosé napjatosti ve směru Z
φ	[rad]	Natočení kola
φ_a	[rad]	Natočení kola v důsledku změny osové vzdálenosti
ω	[rad/s]	Úhlová rychlost
ϑ_y	[°]	Souřadnice cylindrického souřadného systému

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 Tvorba evolventy trajektorií bodů [7]	16
Obr. 2 Osová vzdálenost s vůlí dvou spoluzabírajících kol [8].....	17
Obr. 3 Boční a hlavová vůle [20]	17
Obr. 4 Anti-Backlash gear a) konfigurace b) řez [21].....	18
Obr. 5 Vznik rázu v ozubeném soukolí	18
Obr. 6 Nákras teoretického a podřezaného zubu	19
Obr. 7 Model zubu pro výpočet napětí podle Lewise	22
Obr. 8 Grafické znázornění chyby převodu.....	25
Obr. 9 Schéma šikmého ozubení [5]	27
Obr. 10 Teoretický průběh tuhosti v závislosti na natočení kola	28
Obr. 11 Vstupní koeficienty ozubeného soukolí	31
Obr. 12 Modelování ložisek v ADAMS.....	32
Obr. 13 Obecné zobrazení funkce STEP [18]	33
Obr. 14 Výsledný model ozubeného soukolí v programu ADAMS.....	34
Obr. 15 Závislost otáček na čase	34
Obr. 16 Závislost krouticího momentu na čase	35
Obr. 17 Závislost sil v ložiscích na čase.....	35
Obr. 18 Síly v ozubení s detailem v ustáleném stavu.....	36
Obr. 19 FFT pro tečnou sílu v ozubení.....	36
Obr. 20 3D FFT pro tečnou sílu v ozubení.....	37
Obr. 21 Model ozubených kol v ADAMS/View	38
Obr. 22 Schéma nahrazení kontaktu zubů pružinou a tlumičem.....	40
Obr. 23 3D spline tuhosti ozubení v závislosti na natočení pastorku a zátěžném momentu....	41
Obr. 24 Natočení pastorku vstupující do výpočtu tuhosti	42
Obr. 25 Porovnání dvou interpolačních metod v ADAMS/View	42
Obr. 26 Ukázka vlivu změny osové vzdálenosti na počátečním úhlu natočení	43
Obr. 27 Závislost natočení kola na změně osové vzdálenosti	44
Obr. 28 Poměr tuhostí v závislosti na natočení pastorku a změně osové vzdálenosti.....	44
Obr. 29 Porovnání průběhu tuhostí s vlivem změny osové vzdálenosti a bez ní	46
Obr. 30 Průběh změny osové vzdálenosti v závislosti na čase.....	47
Obr. 31 Průběh otáček vstupní a výstupní hřídele v závislosti na čase	47
Obr. 32 Průběh krouticích momentů na obou hřídelích	48
Obr. 33 Průběh sil v ozubení v závislosti na čase	48
Obr. 34 Průběh reakčních sil v ložisku.....	49
Obr. 35 Zobrazení jednotlivých sil a momentů na model	49
Obr. 36 FFT tečné síly.....	50
Obr. 37 3D FFT tečné síly	50

SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Základní rozměry profilu ozubeného hřebene pro čelní a kuželová kola [2]	13
Tab. 2 Přednostní moduly podle ČSN 01 4608 [6].....	14
Tab. 3 Vstupní parametry ozubeného soukolí	29
Tab. 4 Výsledky analytického výpočtu.....	29
Tab. 5 Řešiče v ADAMS/View.....	30
Tab. 6 Použité materiálové charakteristiky.....	31
Tab. 7 Torzní tuhosti a tlumení jednotlivých ložisek.....	33
Tab. 8 Specifika modelů ozubených kol.....	39
Tab. 9 Momenty setrvačnosti pastorku, kola a obou hřídelů z programu CREO Parametric..	39
Tab. 10 Vstupní hodnoty pro tuhosti ložisek	39