



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

NAPJATOSTNĚ DEFORMAČNÍ ANALÝZA STOŽÁRU OSVĚTLENÍ STADIONU

STRESS-STRAIN ANALYSIS OF STADIUM LIGHTING MAST

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Richard Tokoš

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

BRNO 2022

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Richard Tokoš**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Mechatronika
Vedoucí práce: **doc.Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.**
Akademický rok: 2021/22

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Napjatostně deformační analýza stožáru osvětlení stadionu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Prutové soustavy se běžně používají k modelování chování mostů, jeřábů, stožárů a ostatních technických objektů, které jsou vyrobeny z prutových těles a splňují předpoklady kladené na prutové soustavy. Ve Skalici na stadionu jsou čtyři stožáry, na kterých je připevněné osvětlení tohoto stadionu. Tento stožár bude v bakalářské práci řešen z hlediska napjatosti a deformace.

Cíle bakalářské práce:

1. Rešerše týkající se stožárů s osvětlením.
2. Získání vstupních údajů o konstrukci stožáru na stadionu ve Skalici.
3. Vytvoření modelu stožáru v ANSYSu a vyřešení napjatosti a deformace s využitím prvků beam.
4. Úprava topologie prutů konstrukce tak, aby byly splněny předpoklady kladené na prutovou soustavu.
5. Vytvoření 3D výpočtového modelu prutové soustavy (stožáru) a provedení napjatostnědeformační analýzy při různém statickém zatěžení.
6. Posouzení změny napjatosti a deformace konstrukce stožáru při změně míry statické neurčitosti uložení (vnější i vnitřní).
7. Verifikace vybraného analytického výpočtu numerickým řešením.

Seznam doporučené literatury:

JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a BURŠA, J. Mechanika těles: Pružnost a pevnost I, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, 2004, ISBN 80-214-2592-x.

FLORIAN, Z., PŘIKRYL, K., ONDRÁČEK, E. Mechanika těles - statika. Vyd. 3. Brno: PC-DIR, 1995, ISBN 80-214-0694-1.

Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně / Technická 2896/2 / 616 69 / Brno

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2021/22

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ústavu děkan fakulty

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D. ředitel

ABSTRAKT

Bakalárska práca obsahuje analýzu oceľovej konštrukcie ktorá slúži ako osvetlenie na futbalovom štadióne. Hlavným cieľom je vytvorenie prútovej sústavy, rovnice statickej rovnováhy a taktiež deformačnú podmienku a analyticky vyriešim napätie a deformáciu. Následne vytvorím model v programe ANSYS a numericky vypočítam napätie a deformáciu. V bakalárskej práci sa nachádza porovnanie výsledkov týchto metód.

Kľúčové slová

Prút, prútová sústava, ťah, tlak, deformácia, napätie, numerické riešenie, analytické riešenie, stožiar osvetlenia, styčník, statická určitosť, metóda konečných prvkov, normálové sily, redukované napätie

ABSTRACT

The bachelor thesis contains an analysis of a steel structure that serves as lighting in a football stadium. The main goal is to create a bar system, the equation of static equilibrium and the deformation condition and I will analytically solve the stress and strain. Then I will create a model in ANSYS and calculate the stress and strain numerically. The bachelor thesis contains a comparison of the results of these methods.

Key words

Bar, bar system, tension, pressure, deformation, stress, numerical solution, analytical solution, lighting pole, node, static certainty, finite element method, normal forces, reduced stress

BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA

TOKOŠ, Richard. *Napjatostně deformační analýza stožáru osvětlení stadionu* [online]. Brno, 2022 [cit. 2022-05-13]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/137227>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Vladimír Fuis.

ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že som bakalársku prácu na tému „Napjatostně deformační analýza stožáru osvětlení stadionu“ vypracoval samostatne s použitím prameňov a odbornej literatúry uvedených v zozname, ktorý tvorí prílohu na konci tejto práce.

10. mája 2022

Richard Tokoš

POĎAKOVANIE

Rád by som sa poďakoval doc. Ing. Vladimírovi Fuisovi, Ph.D. za ochotu a cenné rady s pomocou ktorých som mohol zrealizovať túto prácu. Tiež by som sa rád poďakoval mojej rodine, priateľom a SSÚS (spoločný stavebný úrad Skalica) za poskytnutie výkresovej dokumentácie.

Obsah

1 Úvod	10
2 Teoretický úvod	12
2.1 Prútové teleso	12
2.2 Prostý ťah a tlak	14
2.3 Výsledné vnútorné účinky	14
2.4 Prútové sústavy	15
2.5 Statická určitosť	16
2.6 Metódy riešenia prútovej sústavy	17
2.7 Castiglianova veta	18
2.8 Medzné stavy	18
2.9 Svetelné stožiare	21
3 Analytický výpočet	22
3.1 Statický rozbor	22
3.2 Výpočtový (upravený) model	24
3.3 Označenie modelu	25
3.4 Gravitačné účinky	27
3.5 Účinky vetra	29
3.6 Rovnice statickej rovnováhy	31
3.7 Postup v Matlabe	31
3.8 Postup v Maple	32
3.9 Vietor v smere osi Z (Analytika)	32
3.10 Vietor v smere osi Z+X (Analytika)	36
3.11 Vnútorne staticky neurčitá (Analytika)	38
3.12 Zvonka staticky neurčitá (Analytika)	41
4 Numerický riešenie	43
4.1 Postup v ANSYS	44
4.2 Numerické riešenie upravenej konštrukcie (Numerika/Upravená/Link)	46
4.2.1 Vietor v smere osi Z (Numerika/Upravená/Link)	47
4.2.2 Vietor v smere osi Z+X (Numerika/Upravená/Link)	49
4.2.3 Vnútorne staticky neurčitá (Numerika/Upravená/Link)	51
4.2.4 Zvonka staticky neurčitá (Numerika/Upravená/Link)	53
4.3 Numerické riešenie upravenej konštrukcie (Numerika/Upravená/Beam)	56
4.3.1 Vietor v smere osi Z (Numerika/Upravená/Beam)	57
4.3.2 Vietor v smere osi Z+X (Numerika/Upravená/Beam)	58
4.3.3 Vnútorne staticky neurčitá (Numerika/Upravená/Beam)	59
4.3.4 Zvonka staticky neurčitá (Numerika/Upravená/Beam)	60

4.4 Numerické riešenie reálnej konštrukcie	61
4.4.1 Postup v Ansy	62
4.4.2 Vietor v smere osi Z (Numerika/Reálna).....	62
4.4.3 Vietor v smere osi Z+X (Numerika/Reálna).....	63
5 Záver	64
6 Zoznam použitých zdrojov.....	66

1 Úvod

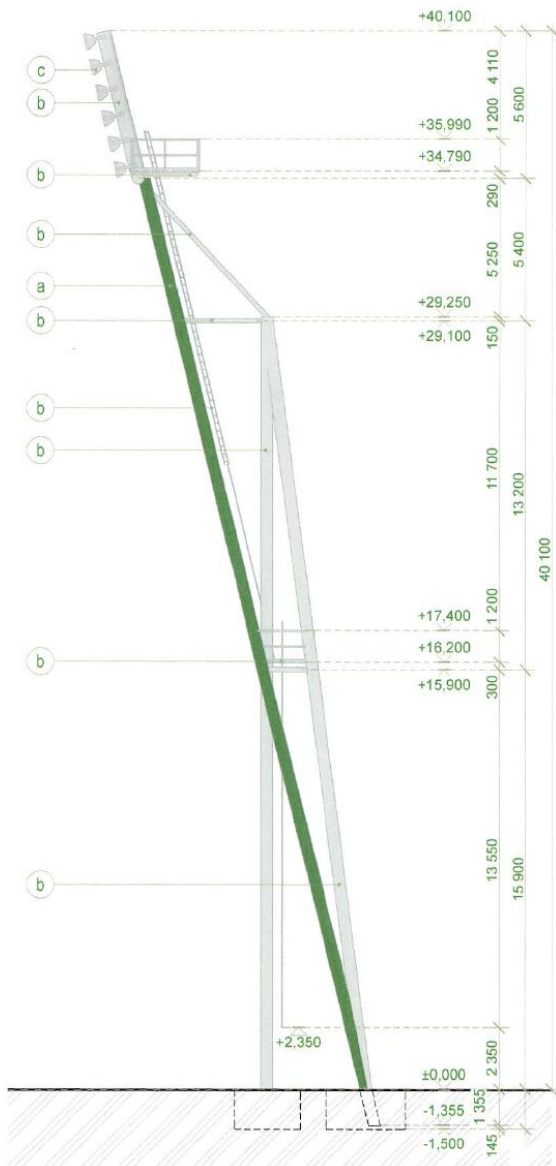
Prútové konštrukcie sú jedným zo stavebných prostriedkov. Sú tvorené jednoduchými prvkami - prútmi. Prúty majú len 1 významný dĺžkový rozmer, ostatné dva sú zanedbateľné. Miesto spoju prútov nazývame styčník.

Výhodou prútových konštrukcií je ich jednoduchosť na výrobu, cena a nízka hmotnosť.

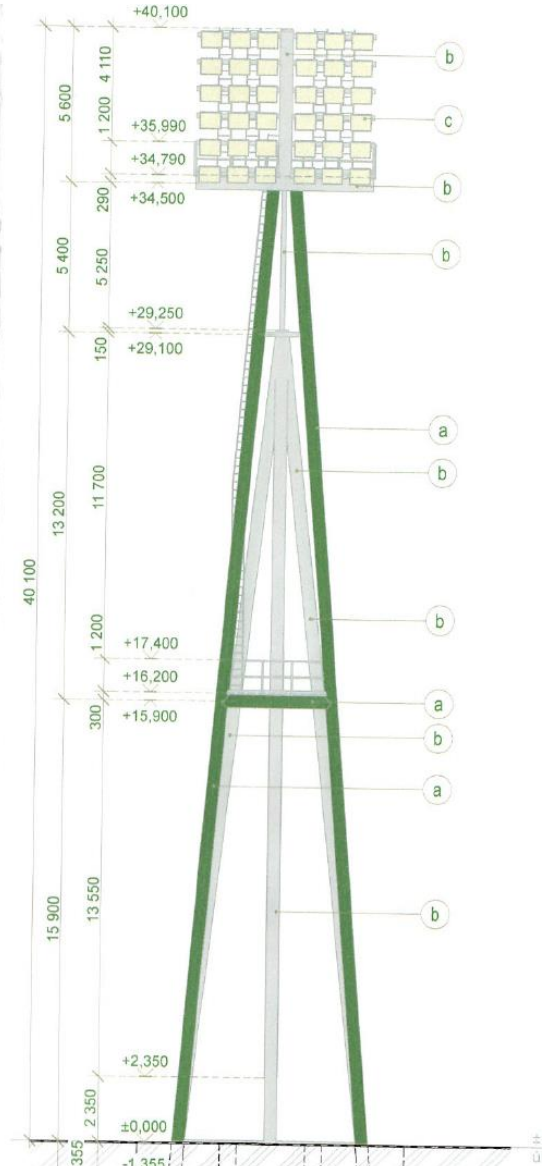
Príkladom prútovej konštrukcie je práve konštrukcia osvetlenia v štadióne, ktorá má výšku vyše 40 metrov. Preto konštrukcia sa nemôže skladať len z jedného prútu, musí byť sofistikovanejšia aby vydržala rôzne zaťaženie. Práve toto osvetlenie bude riešené v tejto práci. Ďalším príkladom je telekomunikačná veža ktorú som taktiež zvažoval na vyriešenie avšak kvôli nedostatku vstupných informácií ako priechy prierez prútov som to nakoniec zavrhol.

Na začiatku práce vysvetlím potrebnú teoretickú časť problematiky Statiky a Pružnosti a Pevnosti. Pri riešení tejto práce zostavím výpočtový model, gravitačné a veterné zaťaženie v programe Matlab a Maple. Model konštrukcie musím upraviť tak aby spĺňala podmienky prútovej sústavy.

Po stručnej analýze napätia a deformácie vytvorím model v programe ANSYS Workbench a implementujem tam rovnaké zaťaženia ako v analytickom riešení. Potom porovnam a analyzujem výsledky z numerického a analytického riešenia.



Obrázok 1- Nákres stožiaru s osvetlením z boku



Obrázok 2 - Nákres stožiaru s osvetlením spredu

2 Teoretický úvod

V tejto časti je základ teórie ktorý pomôže pochopiť podstatu tejto bakalárskej práce. Nasledujúci text je čerpaný zo zdrojov [1] a [2]

2.1 Prútové teleso

Prút je teoretickým modelom reálneho telesa z hľadiska napätosti a deformácie a je model najjednoduchšieho typu.

Prút splňuje nasledujúce prútové predpoklady: geometrické, väzbové, deformačné a napätostné.

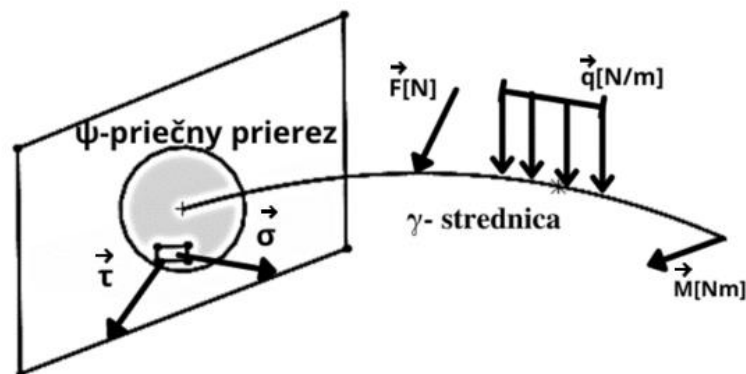
Prútové predpoklady

a. Geometrické

Prút je určený strednicou ktorá sa označuje γ a v každom bode strednice pričným prierezom ψ . Strednica γ je spojitá a hladká krivka.

Spojnice ťažísk pričných prierezov je strednica γ .

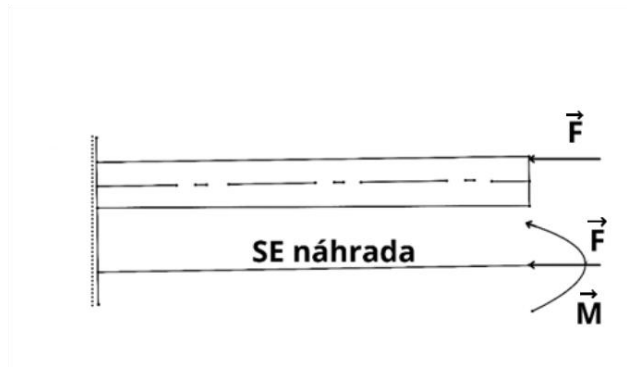
Pričný prierez je spojitá súvislá oblasť, ohraničená obrysom. Dĺžka strednice je podstatne väčšia ako najväčší rozmer pričného prierezu.



Obrázok 3- Zjednodušený a zatažený prút

b. Väzbové

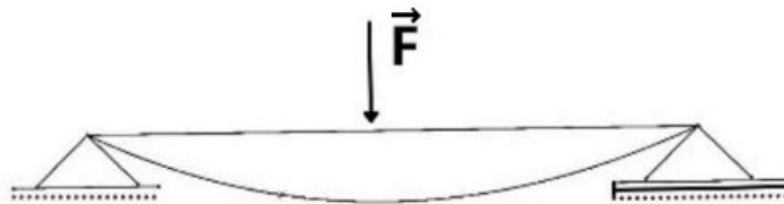
Väzby obmedzujú posuvy a uhly natočenia strednice. Sily a silové dvojice majú pôsobisko na strednici.



Obrázok 4 – Upravenie na strednicu prútu

c. Deformačné

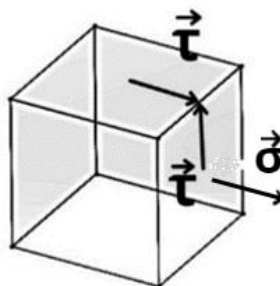
Strednica zostáva pri deformácii spojitá a hladká. Pričné prierezy si pri deformácii zachovávajú rovnosť a kolmosť k strednici



Obrázok 5 – Deformácia strednice prútu

d. Napätostné

Napätosť v prúte je určená normálovým a smykovým napätím. Označujeme ju ako prútovú napätosť. Špecifickým typom napätosti, ktorý sa používa u prútových telies je prútová napätosť. Je daná normálovým a smykovým napätím v priečnom priereze.



Obrázok 6 – Prútové zaťaženie na elementárnej kocke

2.2 Prostý ťah a tlak

Keď chceme aby prostý ťah a tlak pôsobil na prizmatický prút musíme spĺňať tieto podmienky :

- sú splnené prútové predpoklady
- priečne prierezy sa oddávajú a následne deformujú
- jediná nenulová zložka VVÚ je normálová sila
- pri riešení statickej rovnováhy sa prvok prútu uvoľňuje v pôvodnom stave

Uvoľnením základného prvku Ω získame prierezy ψ_1 a ψ_2 ktoré sú vzdialené o dx . Tieto prierezy sa oddávajú a približujú o posuv du ktorý je rovnaký pre všetky body prierezu.

Normálové napätia sú v priečnom priereze rozložené rovnomerne a šmykové napätia sú nulové. U prostého ťahu a tlaku vzniká trojosí stav deformácie. To znamená že pri jednoosej napätosti sa teleso deformuje do všetkých 3 smerov.

Tensor pretvorenia má potom tvar:

$$T_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

kde pre ε_x platí :

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = konst. \quad (2)$$

a pre ε_y a ε_z platí :

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu \cdot \varepsilon_x \quad (3)$$

pre uhlové pretvorenie platí:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = 0 \quad (4)$$

Tensor napätia má potom tvar:

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

2.3 Výsledné vnútorné účinky

Výsledné vnútorné účinky sú zložky silovej a momentovej výslednice vnútorných síl v ťažisku priečného prierezu, ktoré spolu so sústavou vonkajších silových účinkov tvorí rovnovážnu silovú sústavu pôsobiacu na prvok prútu.

V priestorových úlohách (3D) máme 6 VVÚ:

N – normálová sila

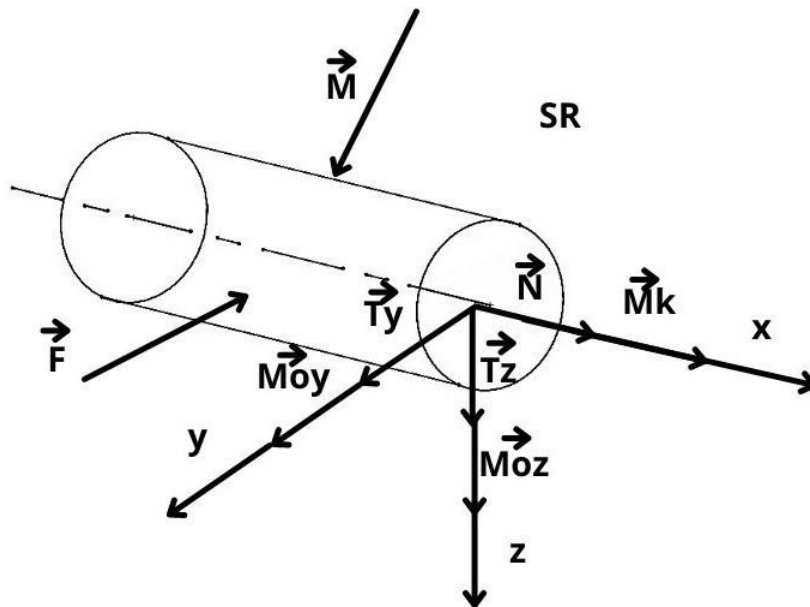
T_y, T_z – posúvajúca sila

M_k – krútiaci moment

M_{oy}, M_{oz} – ohybný moment

U rovinných (2D) úlohách máme 4 VVÚ: N, T, M_o, M_k . U prútových sústav máme jednoduché namáhanie s jednou nenulovou zložkou VVÚ, a to normálovou silou N .

Ťah ($N > 0$), Tlak ($N < 0$).



Obrázok 7 – Znáznornené výsledné vnútorné účinky

2.4 Prútové sústavy

Sú to najjednoduchšie modelové sústavy prútových konštrukcií. Budeme predpokladať že:

1. Jednotlivé telesá sú prúty alebo styčnickové telesá. Styčnickové teleso je rotačná kinematická dvojica (2D) alebo sférická kinematická dvojica (3D) ktorá spojuje 2 alebo viac prútov
2. Prúty sú len priame (strednica prútu je priamka)
3. Sily ktoré pôsobia na prútovú sústavu majú pôsobisko v styčníkoch.
4. Každý prút prútovej sústavy je viazaný k ostatným prútom tak že prúty sú nepohyblivé.

Rozlišujeme styčníky na:

vnútorné:

viaže prúty prútovej sústavy a pôsobí v ňom určená sila.

vonkajšie:

viaže prútovú sústavu k základnému telesu.

2.5 Statická určitost'

1. Vonkajšia statická určitost':

Podmienkou vonkajšej statickej určitosti je rovnosť vonkajších neznámych síl uvoľneného telesa s použiteľnými podmienkami statickej rovnováhy

Podmienku vyjadríme vzťahom:

$$v = \mu \cdot A \quad (6)$$

μ - počet neznámych parametrov vonkajších síl

v - počet použiteľných statických podmienok rovnováhy

Môžu nastať tieto 3 prípady:

$$v = \mu \cdot A \quad (7)$$

Sústava je staticky určitá

$$v < \mu \cdot A \quad (8)$$

Sústava je staticky neurčitá. Na vyriešenie prútovej sústavy potrebujeme deformačnú podmienku.

$$v > \mu \cdot A \quad (9)$$

Sústava je staticky preurčená tzn. že je pohyblivá (má aspoň 1 stupeň voľnosti)

2. Vnútoraná statická určitost':

Pomocou nej riešime sily v prútoch. Pri prútovej sústave pôsobí na uvoľnený styčník sústava síl s jedným pôsobiskom tzn. nepôsobí tam žiadny moment.

Z toho môžeme určiť vzťahy:

$$3 \cdot k - 6 = p \quad (10)$$

Podmienka pre priestorovú prútovú sústavu

$$2 \cdot k - 3 = p \quad (11)$$

Podmienka pre rovinnú prútovú sústavu

k – počet styčníc

p – počet prútov

$3k, 2k$ – počet použiteľných podmienok statickej rovnováhy

Stupeň vnútornej statickej neurčitosti:

$$s = p - (3 \cdot k - 6) \quad (12)$$

alebo

$$s = p - (2 \cdot k - 3) \quad (13)$$

Môžu nastať 3 prípady:

$$s = 0 \quad (14)$$

Sústava je staticky určitá tzn. počet použiteľných rovníc sa rovná počtu neznámych.

$$s < 0 \quad (15)$$

Sústava je vnútorne pohyblivá.

$$s > 0 \quad (16)$$

Sústava je vnútorne neurčitá tzn. nemáme dostatok použiteľných rovníc na vyriešenie sústavy.

2.6 Metódy riešenia prútovej sústavy

- Všeobecná styčnicková metóda

V tejto metóde sa uvoľnia všetky styčníky a zostavia sa použiteľné rovnice statickej rovnováhy. Vyjadríme to vzťahom:

$$A \cdot x = b \quad (17)$$

A – je matica sústavy, ktorá popisuje prútovú sústavu geometricky

x – matica neznámych parametrov (síl)

b – matica zadaných síl

V praxi a teda aj v tejto práci sa táto metóda rieši pomocou software konkrétne Maple.

- Postupná styčnicková metóda

Táto metóda sa zakladá na postupnom uvoľňovaní staticky určitých styčníc.

Podmienkou pri výbere styčníc, ktoré chceme vyriešiť, je že na uvoľnený styčník pôsobí okrem úplne určených síl aj neúplne určené silové prvky len s 3 (3D) alebo 2 (2D) neznámymi parametrami.

2.7 Castiglianova veta

Castiglianova veta je veta lineárnej pružnosti a z praktického hľadiska je najdôležitejšia pretože umožňuje počítať deformačné charakteristiky lineárneho pružného telesa.

Ak na lineárne pružné teleso pôsobí silová sústava, potom posuv u pôsobiska sily F po jej nositeľke je daný parciálnou deriváciou celkovej energie napätosti telesa W (alebo sústavy) podľa tejto sily.

Pri pôsobení silovej sústavy na teleso posuv u pôsobiska sily F po jej nositeľke je daný parciálnou deriváciou celkovej energie napätosti telesa W podľa sily F .

$$u = \frac{\partial W}{\partial F} \quad (18)$$

Uhol natočenia φ priamky spojenej s pôsobiskom silovej dvojice M v rovine jej pôsobenia je daný parciálnou deriváciou celkovej energie napätosti telesa W podľa silovej dvojice M .

$$\varphi = \frac{\partial W}{\partial M} \quad (19)$$

Konvencia znamienok:

V prípade ak $u > 0$, tak posuv pôsobiska sily je v smere pôsobenia sily F . Rovnakým princípom tak platí aj pre natočenie v mieste pôsobenia silovej dvojice. Bude potrebné vyšetriť posuvy a natočenia v miestach, kde nepôsobí žiadne vonkajšie zaťaženie. V takýchto prípadoch je nutné zaviesť tzv. doplnkovú silu respektíve moment kde veľkosť bude rovná nulová. Pomocou tejto metódy môžeme použiť Castiglianovu vetu tak, že zderivujeme podľa sily ktorá má pôsobisko v danom mieste, kde je vyšetrovaný posuv, či natočenie v prípade silovej dvojice.

2.8 Medzné stavy

Medzný stav (MS) je taký stav keď sa deformácie alebo porušenie telesa sa menia z funkčne prístupných na funkčne neprístupné. Delíme ich na 2 kategórie:

- Medzné stavy súvisiace s deformáciou
 - MS deformácie: deformácia môže byť funkčne prístupná tzn., že neprekáča v konaní konštrukcie. Avšak keď deformácia nadobudne určitú hraničnú hodnotu konštrukcia bude nefunkčná.
 - MS pružnosti: je taký stav, že pri jeho prekročení vznikajú plastické deformácie
 - MS deformačnej stability: je stav kedy sa geometria konštrukcie mení zo stabilnej na labilnú
- Medzné stavy súvisiace s porušením telesa:

Pri zaťažovaní telesa, po prekročení tohto MS vznikajú poruchy spojitosti, a teda sa vytvárajú nové povrchy telesa. Po úplnom oddelení vzniká lom.

- MS porušenia: je taký stav, pri ktorom spozorujeme porušenie v spojitosti telesa
- MS stability trhliny: je taký stav, keď sa šírenie trhliny mení zo stabilného na nestabilný

- MS trhliny : je stav, keď sa z funkčne prístupného telesa mení na funkčne neprístupný
- MS lomu: je taký stav, keď pri zaťažovaní telesa vzniká viac telies

Pri tejto práci budeme rozoberať MS pružnosti a MS deformačnej (vzpernej) stability.

Medzný stav pružnosti

Pri zaťažovaní telesa a nasledovnom odľahčení môžu nastať 2 prípady:

- Teleso sa vráti do takmer pôvodného tvaru. Deformácia bola pružná.
- Je možné u telesa namerať určitú deformáciu. Vznikla deformácia trvalá alebo aj plastická.

Práve hraničná veľkosť medzi pružnou a plastickou deformáciou je MS pružnosti.

Bezpečnosť vzhľadom k MS pružnosti ktorú budeme používať sa vypočíta takto

$$k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma} \quad (20)$$

Kde σ_k [MPa] je medza pružnosti ktorú označujeme aj R_e .

σ [MPa] je konkrétna hodnota napätia.

Môžu nastať 2 prípady:

$$k_k < 1 \quad (21)$$

Nastala plastická deformácia a bol prekročený MS pružnosti

$$k_k \geq 1 \quad (22)$$

Nastala len pružná deformácia čiže nebol prekročený medzný stav pružnosti.

Medzný stav vzpernej stability

Pri tlakovom zaťažovaní štíhlych prútov sa môže teleso zdeformovať tak, že sa prút „vybočí“ a začne byť namáhaný ohybom. Nastáva zmena typu hlavnej deformácie.

Takáto deformácia má výrazný vplyv na integritu konštrukcie a môže sa zrútiť.

Kritická sila pri ktorej tento stav nastane je vyjadrená takto:

$$F_{krit} = \frac{\alpha^2 \cdot E \cdot J_2}{l^2} \quad (23)$$

α - koeficient uloženia prútu

E - Youngov modul pružnosti

J_2 - minimálny hlavný kvadratický moment

l - dĺžka prútu

Môžu nastať tieto 3 prípady:

$$F < F_{krit} \quad (24)$$

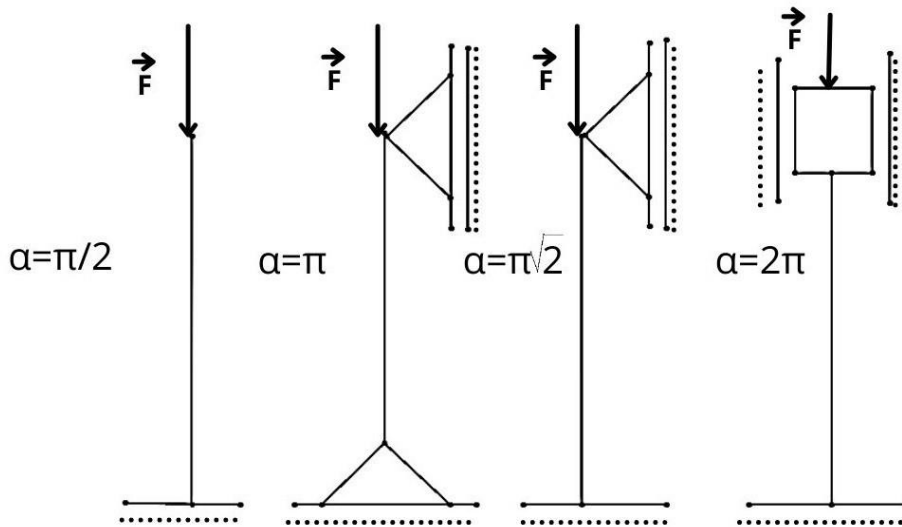
Prút je namáhaný len tlakom.

$$F = F_{krit} \quad (25)$$

Nastáva bifurkácia. Tlak sa mení zo stabilného na labilný a taktiež nastáva stabilný ohyb.

$$F > F_{krit} \quad (26)$$

Prút je zaťažený ohybom.



Obrázok 8 - Možnosti uloženia prútu

Pre výpočet bezpečnosti vzhľadom k medznému stavu vzpernej stability je potrebné určiť šťahosť prútu takto:

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{S}} \quad (27)$$

l je dĺžka prútu

J je minimálny hlavný kvadratický moment

S je obsah priečneho prierezu.

Táto hodnota sa musí porovnať s kritickou hodnotou šťahlosti prútu, ktorá sa určí takto:

$$\lambda_K = \alpha \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} \quad (28)$$

Ak platí

$$\lambda_K > \lambda \quad (29)$$

nastane skôr MS pružnosti,

Ak platí

$$\lambda_K < \lambda \quad (30)$$

nastane MS vzpernej stability.

Bezpečnosť k MS vzpernej stability je určený takto:

$$k_v = \frac{F_{krit}}{F} \quad (21)$$

2.9 Svetelné stožiare

Nasledujúci text je čerpaný zo zdrojov [6], [7] a [8].

Existuje veľa typov osvetlení. Svetelné stožiare sa často používajú na osvetlenie veľkej plochy ako napríklad diaľnice. Často sa používajú na osvetlenie vonkajších ihrísk, keď sa konajú vonkajšie športové akcie za zhoršených svetelných podmienok. Zameranejšie druhy sa často používajú ako javiskový osvetľovací nástroj pri živých vystúpeniach, ako sú koncerty a hry. Táto práca sa zaoberá svetelným stožiarom na štadióne. Je to teda stožiar so svetlometmi na vrcholku.

V najvyšších úrovniach mnohých profesionálnych športov je požiadavka, aby mali štadióny reflektory, ktoré umožňujú plánovať zápasy mimo denného svetla. Niektoré športoviská, na ktorých nie sú nainštalované trvalé svetlomety, môžu namiesto toho využívať prenosné svetlomety.

Prvým športom, ktorý sa hral pod reflektormi, bolo pólo, 18. júla 1878.

V roku 1878 sa konali futbalové podujatia kedy sa počas tmavých zimných popoludní konali experimentálne zápasy na štadióne v Sheffielde. Bez elektrickej siete boli svetlá napájané batériami a dynamami a boli nespoľahlivé.

Typy

Halogénová výbojka

Najbežnejším typom svetlometu je halogénová žiarovka, ktorá vyžaruje jasné biele svetlo, typicky 75-100 lúmen/watt čo je skoro dvojnásobne viac ako ortuťová výbojka a 3 až 5-krát viac ako obyčajné žiarovky

Halogénová výbojka alebo metalhalogenidová výbojka je výbojka, v ktorej sa svetlo tvorí elektrickým oblúkom v ortuti a kovových halogénov (zlúčenina kovov s brómom alebo jódom) ktoré sú v plynnej zmesi. Vyvinutá bola v 60. rokoch a je podobná ortuťovým výbojkám, ale obsahuje ďalšie zmesi kovov v oblúčkovej rúrke na zlepšenie efektívnosti a farby svetla.

Životnosť sa stanovuje na 6000 až 15000 hodín, čo je podobné ortuťovým výbojkám. Podobne ako ostatné výbojky pracuje aj halogénová výbojka pod vysokým tlakom a vyžaduje si špeciálne príslušenstvo na bezpečnú prevádzku. Okrem toho pri nej trvanie predžeravenia dosahuje niekoľko minút, kým nedosiahne úplný svetelný výkon.

Sodné žiarovky

Sodné žiarovky sa taktiež bežne používajú aj pri športových udalostiach, pretože majú veľmi vysoký pomer lúmenov k wattu (typicky 80-140 lúmen/watt), čo z nich robí cenovo výhodnú voľbu.

Existujú dva typy takýchto žiaroviek: nízko a vysoko tlaková. Nízkotlakové sodíkové výbojky sú vysoko účinné elektrické svetelné zdroje, ale ich žlté svetlo je vhodné najmä v otvorených vonkajších priestoroch, ako sú pouličné lampy. Vysokotlakové sodíkové výbojky vyžarujú širšie spektrum svetla ako nízkotlakové žiarovky, ale napriek tomu majú horšie podanie farieb ako ostatné typy žiaroviek. Nízkotlakové sodíkové výbojky poskytujú iba monochromatické žlté svetlo.

Nízkotlaková výbojka bola prvýkrát použitá v praxi okolo roku 1920 vďaka vývoju druhu skla, ktoré odoláva korozívnym účinkom sodíkových pár. Pracovali pri tlakoch nižších ako 1 Pa a produkovali takmer monochromatické svetelné Avšak žlté svetlo ktoré je produkované obmedzuje rozsah aplikácií. Sú užitočné len tam kde nie je potrebné farebné videnie.

LED

LED (light-emitting diode) reflektory sú dostatočne jasné na to, aby sa dali použiť na osvetlenie veľkých športových ihrísk. Hlavnými výhodami diód LED v tejto aplikácii je ich nižšia spotreba energie a teda aj financií, dlhšia životnosť a okamžité spustenie.

To znamená že pri výpadku prúdu sa môže okamžite pokračovať bez toho aby sa muselo čakať na „zohriatie“ lampy. Ale tiež aj nastavenie intenzity svetla.

Svetelná dióda (LED) je polovodičový svetelný zdroj, ktorý vyžaruje svetlo, keď ním preteká prúd. Elektróny v polovodiči sa pohybujú a uvoľňujú energiu vo forme fotónov. Farba svetla je daná energiou potrebnou na to, aby elektróny prekročili medzeru v pásme polovodiča. Biele svetlo sa získava použitím viacerých polovodičov.

3 Analytický výpočet

V tejto kapitole analyticky vyriešim konštrukciu osvetlenia. Analytické riešenie rámových konštrukcií je prácne a zdĺhavé, preto ich vyriešim len numericky pomocou prvku Beam. Aby som vyriešil konštrukciu analyticky upravím ju na prútovú sústavu.

Aby som vytvoril prútovú sústavu musí konštrukcia spĺňať podmienky prútovej sústavy. Podrobnosti sú v podkapitole 2.4.

3.1 Statický rozbor

Pomocou vnútorne statického rozboru zistíme či sa jedná o staticky určitú prútovú sústavu. Celkový počet prútov je 23, celkový počet styčníc je 12.

$$p = 23 \tag{32}$$

$$k = 12 \tag{33}$$

Výpočet vnútornej statickej určítosti:

$$s = (p + 6) - 3k \quad (34)$$

$$s = (23 + 6) - 3 \cdot 12 \quad (35)$$

$$s = 29 - 36 \quad (36)$$

$$s = -7 \quad (37)$$



Obrázok 9 - Reálna konštrukcia



Obrázok 10 - Upravený model konštrukcie

Podľa obrázku 9 hneď zistím že konštrukcia osvetlenia nie je prútová sústava pretože na spodku sú styčníky spojené len s 1 prútom.

Konštrukcia nespĺňa podmienky prútovej sústavy takže bude riešená ako rámová sústava pomocou ANSYS Workbench.

Vyšlo že sústava je staticky preurčená kde $s = -7$, čo znamená že je vnútorne pohyblivá. Aby som konštrukciu mohol vyriešiť jednoducho a analyticky potrebujem staticky určitú prútovú sústavu a teda musím doplniť 7 prútov.

Prúty som doplnil tak aby každý prút bol spojený aspoň s jedným ďalším. Ako prvé som vypočítal statickú určitosť menších častí a doplnením prútov som ich spravil staticky určité. Nasledovne som menšie časti spojil do jednej a znovu vypočítal statickú určitosť a zároveň som konštrukcie overoval aj v ANSYSe či nie sú vnútorne pohyblivé. Po pár pokusoch pri pridávaní 7 prútov do rozličných styčníc som dospel k verzii ktorá spĺňala podmienky statickej rovnováhy a zároveň bola aj vnútorne nepohyblivá.



Obrázok 11 - prvé, 2. a 3. poschodie ktoré je staticky určité



Obrázok 12 - tretie, 4. a 5. poschodie ktoré je staticky určité

Tie prúty ktoré som pridal nazvem pomocné a označil som ich pomocou malého písmena p na konci názvu, napr.: P42_p.

3.2 Výpočtový (upravený) model

Výpočtový model je upravený reálny model. Jedna z úprav je zanedbanie svetiel a konštrukcie ktorou sú priamo podporené. Analýzou tejto konštrukcie sa nebudem zaoberať pretože to nie je staticky určitá prútová sústava a to nie je cieľom tejto práce. Samozrejme gravitačné účinky tejto konštrukcie nie sú zanedbané.

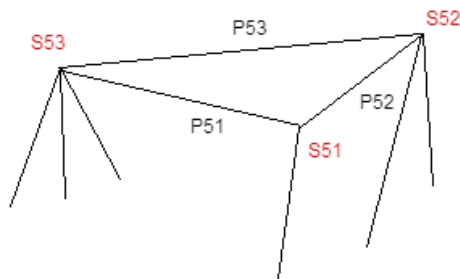
Taktiež analýza plošín nie je predmetom tejto práce ale gravitačné účinky plošín sú vo výpočtoch.

Ďalšou úpravou je zanedbanie vrcholku konštrukcie z dôvodu chýb v analytickom výpočte.

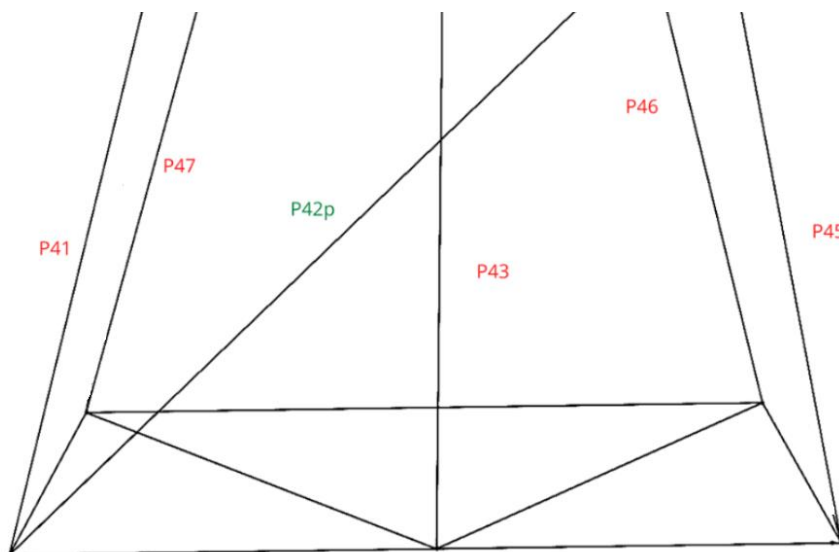
3.3 Označenie modelu

Pre jednoduchšie pochopenie označím prúty a styčníky. Stanovím si 6 poschodí a prúty označím takto: PXYZ, kde
X je číslo poschodia,
Y je číslo poradia v danom poschodí,
z je písmeno ktoré určuje pomocný prút.

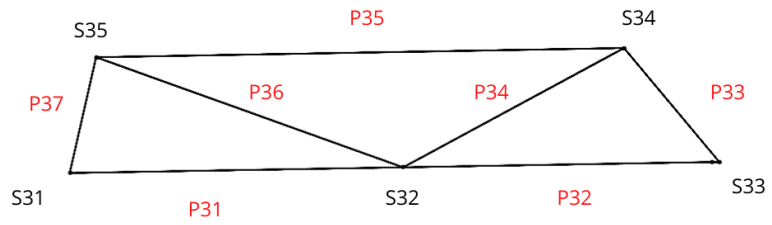
Podobne to je aj so styčníkmi, ktoré označujeme takto: SXY, kde
X je číslo poschodia v ktorom sa nachádza,
Y je číslo poradia v danom poschodí.



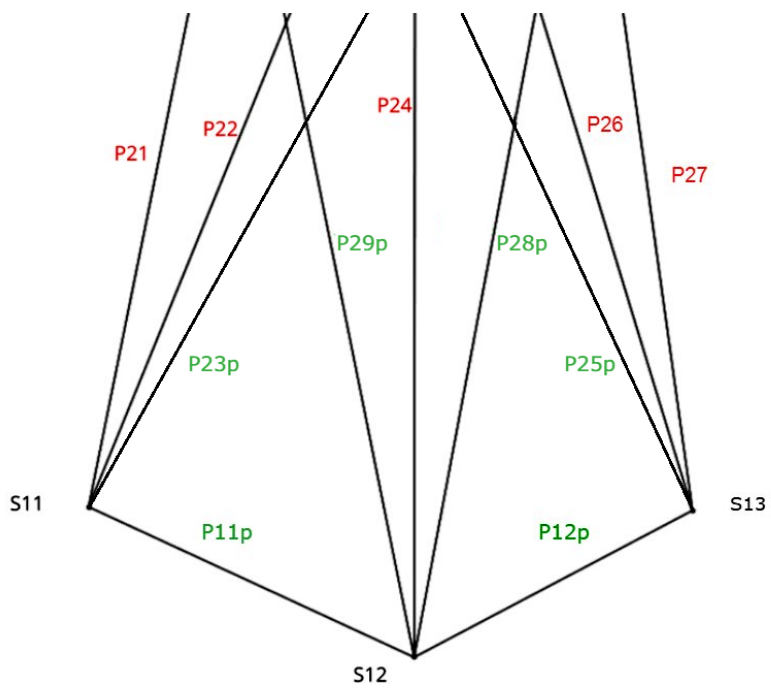
Obrázok 13 - 5. poschodie konštrukcie



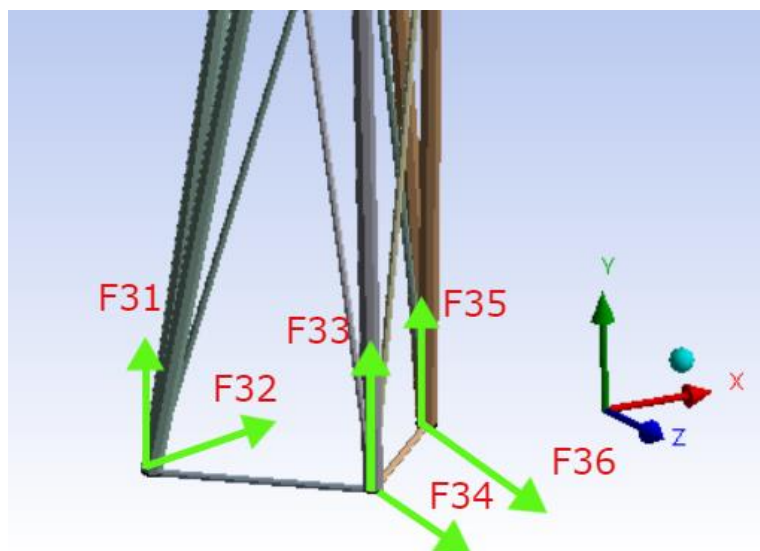
Obrázok 14 - 4. poschodie konštrukcie



Obrázok 15 - 3.poschodie konštrukcie



Obrázok 16 - 1. a 2. poschodie konštrukcie



Obrázok 17 - Väzbové sily v styčníkoch

Tabuľka 1 - Prúty s priradenými priečnymi prierezmi.

Názov prútu	Priečny prierez [m ²]	Názov prútu	Priečny prierez [m ²]
P52	0,0175	P24	0,0175
P51	0,0031	P32	0,0175
P41	0,0175	P34	0,0031
P29p	0,0031	P36	0,0031
P53	0,0031	P33	0,0031
P45	0,0175	P26	0,0175
P42p	0,0031	P35	0,0031
P46	0,0175	P27	0,0175
P43	0,0175	P25p	0,0031
P47	0,0175	P21	0,0175
P28p	0,0031	P23p	0,0031
P31	0,0175	P11p	0,0031
P37	0,0031	P12p	0,0031
P22	0,0175	Pdop2	0,0031

3.4 Gravitačné účinky

Je zrejmé že na konštrukciu pôsobia gravitačné sily ktoré výrazne ovplyvnia jej napätie a deformáciu. Všetky sily musia pôsobiť v styčníkoch aby bola splnená podmienka prútovej sústavy. Je teda nutné vypočítať gravitačnú silu pre každý styčník.

Postup je nasledovný:

U každého styčníku určím všetky prúty ktoré sú s ním spojené a priradím im prierez. Rovnicu vynásobím 0,5 aby sa aplikovala len polovica prútu.

Gravitačnú silu určím zo vzorca:

$$GS_{51} = \rho \cdot g \cdot 0,5 \cdot (S_1 \cdot (l_{P21} + l_{P31}) + S_2 \cdot (l_{P42} + l_{P43}) \dots) \quad (38)$$

Kde:

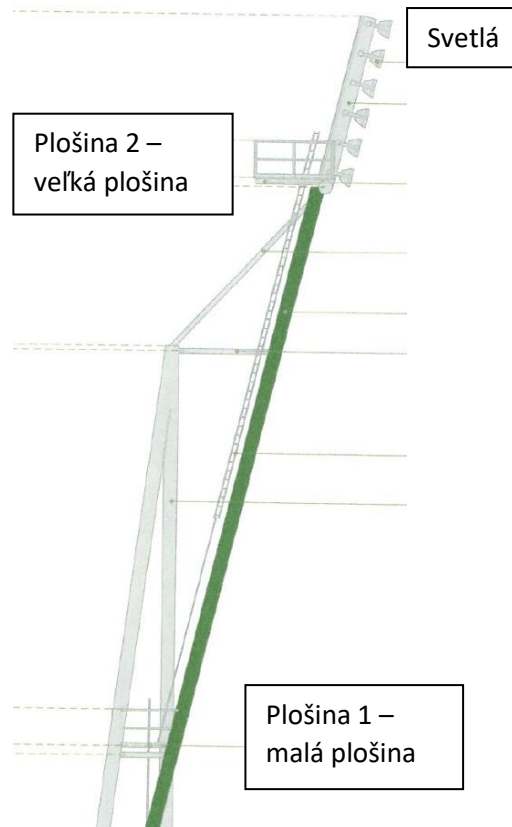
ρ – je hustota ocele, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$

g – je gravitačná konštanta, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

S_1 – je 1 druh priečného prierezu prútov ktoré sú spojené s daným styčným

S_2 – je 2 druh priečného prierezu prútov ktoré sú spojené s daným styčným

l – sú dĺžky prútu ktoré sú spojené s daným styčným



Obrázok 18 - Umiestnenie plošín a svetiel

Zaťaženie od plošín je 200 kg/m^2 .

Na 3. poschodie pôsobí gravitačná sila z plošiny 1 ktorá má rozmery $6,10238 \text{ m}^2$. Jej hmotnosť je $M_1 = 200 \cdot 6,10238 = 1220,5 \text{ kg}$.

Gravitačná sila od plošiny v 3. poschodí je:

$$F_{\text{plošina1}} = M_1 \cdot g = 1220,5 \cdot 9,81 = 11\,972,9 \text{ N} \quad (39)$$

Na 3 poschodí je 5 styčnikov S31, S32, S33, S34 a S35. Hodnotu sily

$F_{\text{plošina1}}$ vydělím 5, tak že hodnota sily pôsobiaca na 1 styčník v 3. poschodí je

$F_{g_{S1}} = 2394,6 \text{ N}$.

Na vrcholku stožiaru pôsobí gravitačná sila plošiny 2 o ploche 16,6725 m². Jej hmotnosť je $M_2 = 200 \cdot 16,6725 = 3334,5$ kg.
Gravitačná sila od plošiny na vrcholku je:

$$F_{plošina2} = M_2 \cdot g = 3334,5 \cdot 9,81 = 32\,711,5\,N \quad (40)$$

$F_{plošina2}$ ktorá pôsobí v styčnisku S51, S52 a S53.

Na vrcholku modelu taktiež pôsobí gravitačná sila od svetiel a ich konštrukcie. Konštrukcia prierezu P₁ má objem $V_1 = 0,2172$ m³, konštrukcia s menším prierezom P₂ má objem $V_2 = 0,3046$ m³. Na vrcholku je 36 svetiel pričom každé váži 18 kg. Vynásobením hustotou oceli ρ a pričítaním hmotnosti svetiel získame hmotnosť $M_3 = 4738$ kg.

Gravitačná sila od svetiel a konštrukcie je:

$$F_{svetlo} = M_3 \cdot g = 4738 \cdot 9,81 = 46\,480\,N \quad (41)$$

Táto sila pôsobí v styčnisku S51, S52 a S53.

3.5 Účinky vetra

V tejto kapitole použijem zdroje [3], [4], a [5].

Osvetlenie na štadióne musí byť schopné odolávať poveternostným podmienkam.

Norma STN EN 1991-1-4 sa zaoberá týmto zaťažením. Skalica sa nachádza v oblasti s veľkosťou základného vetra $v_{b,0} = 26$ m·s⁻¹

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b,0} \quad (42)$$

Kde v_b je základná rýchlosť vetra, c_{dir} je súčiniteľ smeru vetra, ktoré je zvyčajne $c_{dir} = 1$ a c_{season} je súčiniteľ ročného obdobia $c_{season} = 1$

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_0(z) \cdot v_b \quad (43)$$

kde $v_m(z)$ je charakteristická stredná rýchlosť vetra, $c_r(z)$ je súčiniteľ drsnosti terénu a $c_0(z)$ je súčiniteľ ortografie, zvyčajne $c_0(z) = 1$.

$$c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \text{ pre } z_{min} \leq z \leq z_{max} \quad (44)$$

$$c_r(z) = c_r(z_{min}), \quad z \leq z_{min} \quad (45)$$

kde k_r je súčiniteľ terénu, z_{min} je minimálna výška (bola určená ako $z_{min} = 0,3$ m pre kategóriu terénu III – Oblasť rovnomerne pokrytá vegetáciou alebo budovami) a z_{max} je maximálna výška (určím sa 200 m).

$$k_r = 0,19 \cdot \ln \left(\frac{z}{z_{0,II}} \right)^{0,07} \quad (46)$$

kde z_0 je parameter drsnosti terénu $z_{0,II}$ je parameter drsnosti terénu pre kategóriu terénu II (určím $z_{0,II}=0,05\text{m}$) a z je výška nad terénom.

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot 0,5 \cdot \rho \cdot v_m^2(z) \quad (47)$$

kde $q_p(z)$ je maximálny dynamický tlak, $I_v(z)$ je intenzita turbulencií a ρ je hustota vzduchu ($\rho = 1,25 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$).

$$I_v(z) = \frac{k_1}{c_0(z) \cdot \ln \left(\frac{z}{z_0} \right)} \quad (48)$$

Kde k_1 je súčiniteľ turbulencie

Sila vetra je určená vzťahom:

$$FV = q_p(z) \cdot S_v \quad (49)$$

kde $q_p(z)$ je maximálny dynamický tlak a S_v je plocha prútu vystavená vetru. Výška z je stanovená v ťažisku každého z prútov. Máme celkovo 6 výškových hladín

Tabuľka 2 – konkrétna hodnota výškových hladín

Výška[-]	z[m]
1	7,64
2	15,28
3	22,19
4	29,1
5	31,83

Plocha prútov S_v na ktorú pôsobí vietor sa spočíta takto:

$$S_{vz,P21} = l_{P21} \cdot D \cdot \sqrt{V60_y^2 + V60_x^2} \quad (50)$$

Silu od vetra pôsobiacu v styčníkoch potom vypočítam a označím takto:

$$SV_{S12z} = 0,5 \cdot (FV_{28z} + FV_{24z} + FV_{29z}) \quad (51)$$

3.6 Rovnice statickej rovnováhy

Aby som zistil sily pôsobiace v prútoch potrebujem ich vyjadriť do rovníc. To urobím tak že uvoľním každý styčnik v konštrukcii a z toho napíšem rovnice statickej rovnováhy. Keďže styčnik uvoľním ako centrálnu silovú sústavu mám nula momentových a tri silové rovnice pre každý styčnik.

Príklady rovníc statickej rovnováhy pre vietor v smere osi X:

Styčnik 51:

$$V4_x \cdot F4 + V6_x \cdot F5 + V7_x \cdot F6 + SV51_x = 0 \quad (52)$$

$$V4_y \cdot F4 + V6_y \cdot F5 + V7_y \cdot F6 - F_{\text{svetlo}} - F_{\text{plošina2}} - GS51 = 0 \quad (53)$$

$$V4_z \cdot F4 + V6_z \cdot F5 + V7_z \cdot F6 = 0 \quad (54)$$

Styčnik 12:

$$V53_x \cdot F29 + V54_x \cdot F30 + V56 \cdot F18 + V64 \cdot F7 + V65 \cdot F14 + SV12_x = 0 \quad (55)$$

$$V53_y \cdot F29 + V54_y \cdot F30 + V56_y \cdot F18 + V64_y \cdot F7 + V65_y \cdot F14 + F33 - GS12 = 0 \quad (56)$$

$$V53_z \cdot F29 + V54_z \cdot F30 + V56_z \cdot F18 + V64_z \cdot F7 + V65_z \cdot F14 + F34 = 0 \quad (57)$$

VX_y - jednotkový vektor pre osu Y

FX – Normálová sila

F_{svetlo} - gravitačné zaťaženie od svetiel

$F_{\text{plošina2}}$ -je gravitačné zaťaženie od veľkej plošiny

$GSXY$ -je gravitačné zaťaženie styčnika 51 od priliehajúcich prútov

$SV51_x$ -je zaťaženie od vetra pre styčnik 51

$F34$ - je väzbová sila

Zvyšok rovníc sa nachádza v Prílohe 3 - Matlab.

Potrebujem zistiť sily pôsobiace v prútoch.

Pri riešení v Matlabe som narazil na problém pri vytváraní matic. Matlab nedokáže s takýmito maticami pracovať. Keďže viem pracovať hlavne s Matlabom použil som postup podobný ako v inej práci kde výpočty boli uskutočnené v Matlabe a v Maple. [9].

3.7 Postup v Matlabe

Ako prvé potrebujem definovať konštrukciu pomocou dĺžky prútov, ich uhol, geometriu jednotlivých prútov a materiál.

Dĺžky prútov určím z prvotných dokumentov dostupných v Prílohe 5 – Nákresy stožiaru . Taktiež si dĺžky môžem overiť v Ansyse.

Uhly medzi prútmi a osami súradnicového systému sa nedajú jednoducho zistiť pomocou Ansysu takže som podľa dokumentov vytvoril model v programe Solidworks a funkciou Measure som zmeral potrebné uhle.

Geometria jednotlivých prútov sa nachádza v dokumentoch čiže priečne prierezy určím z nich.

Materiál je klasická oceľ Structural steel pôvodne nastavená v ANSYS.

Vytvorenie vektorov:

Je nutné vytvoriť vektory v smere osi prútov pretože potrebujem vedieť smery síl ktoré pôsobia v daných prútoch. Vektory budú mať 3 zložky. 1. je kosínus uhla medzi osou X a smerom prútu, 2. je kosínus uhla medzi osou Y a smerom prútu a 3. je kosínus uhla medzi osou Z a smerom prútu.

Prepíšem rovnice statickej rovnováhy do Matlabu.

Všetko nechám programom v Matlabe vypísať do textového dokumentu aby som to mohol jednoducho skopírovať do Maple.

3.8 Postup v Maple

Z textových dokumentov postupne nakopírujem do Maple vektory, veľkosti veterných a gravitačných síl, pomocné vektory a rovnice rovnováhy.

Pri staticky neurčitom riešení navyiac pridám konštantu E a deformačnú podmienku.

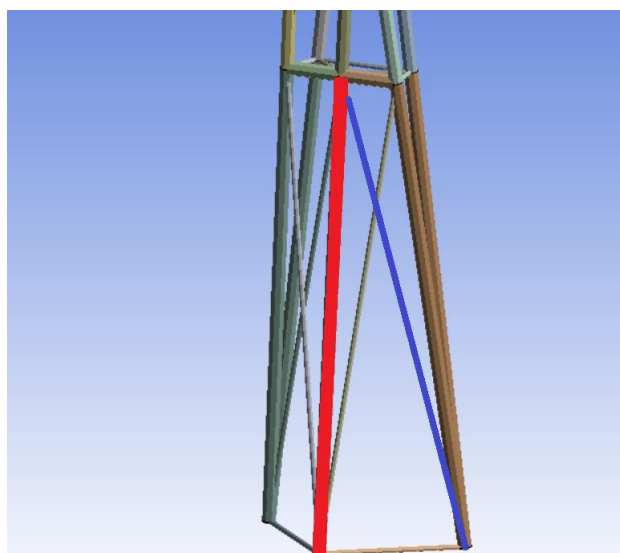
3.9 Vietor v smere osi Z (Analytika)

Pôsobí tu vietor v smere osi Z tak že vypočítané veterné sily sú vložené do príslušných styčníc. Gravitačné sily od plošín, osvetlenia a prútov sú taktiež vložené do príslušných styčníc.

Výsledky sú v tabuľke č. 3.

Tabuľka 3 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre vietor v smere osi Z

Názov prútu	Názov sily	Veľkosť sily[N]	Napätie[Pa]
P52	F4	-7 897,1	-0,5
P51	F5	24 519,7	7,9
P41	F6	-44 428,0	-2,5
P29p	F7	-34 093,9	-11,0
P53	F8	24 943,1	8,1
P45	F9	-45 284,1	-2,6
P42p	F10	-924,3	-3,0
P46	F11	263 975,1	15,1
P43	F12	-576 276,6	-33,0
P48p	F13	264 548,4	15,2
P28p	F14	-29 428,4	-9,5



P31	F15	3 539,9	0,2
P37	F16	6 734,5	2,2
P22	F17	-41 186,5	-2,4
P24	F18	-774 142,0	-44,4
P32	F19	2 467,9	0,1
P34	F20	-22 021,3	-7,1
P36	F21	-22 021,3	-7,1
P33	F22	6 734,5	2,2
P26	F23	-45 856,8	-2,6
P35	F24	12 813,8	4,2
P27	F25	238 287,1	13,7
P25p	F26	90 357,8	29,3
P21	F27	238 860,4	13,7
P23p	F28	85 193,4	27,6
P11p	F29	-61 249,9	-19,8
P12p	F30	-62 095,0	-20,1

Bezpečnosť voči MSVS:

Najskôr sa zistím šťíhlosť prútu zo vzťahu napr. pre prút P21:

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J}{S}}} = \frac{15,5}{\sqrt{\frac{4,314 \cdot 10^{-4}}{0,01746}}} = 98,61 \quad (58)$$

Potom zistím kritickú šťíhlosť prútu napr. znovu pre prút P21:

$$\lambda_K = \alpha \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9}{250 \cdot 10^6}} = 91,05 \quad (59)$$

Bezpečnosť voči MSVS vypočítam len pre prúty u ktorých platí: $\lambda > \lambda_K$. U týchto prútov príde skôr k MSVS ako k MSP.

Kritická sila napr. pre prút P21 sa určí :

$$F_{kritP21} = \frac{\alpha^2 \cdot E \cdot J}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 4,314 \cdot 10^{-4}}{15,5^2} = 3,72 \cdot 10^6 N \quad (60)$$

Bezpečnosť k MSVS napr. pre prút P21 sa určí takto:

$$k_{vP21} = \frac{F_{krit}}{F_{P21}} = \frac{3,72 \cdot 10^6}{-44 428} = 83,7 \quad (61)$$

Pre ostatné prúty v iných variáciách zaťaženia sa bezpečnosť k MSVS vypočíta podobným spôsobom a sú zobrazené v tabuľke 4.

Tabuľka 4 – Niektoré výsledné hodnoty pre MSVS pre vietor v smere osi Z

Názov prútov	Štíhlosť	Kritická ští.	$\lambda_{krit} < \lambda$	Krit. sila	Statically určitá	Bezpečnosť k_v
					Link vietor Z analytika	
P22	100,48	91,05	1	3 582 971	-34 093,9	105,09
P23p	285,21	91,05	1	78 618	24 943,1	3,15
P25p	285,21	91,05	1	78 618	-924,3	85,06
P27	98,61	91,05	1	3 720 146	-576 276,6	6,46
P28p	273,03	91,05	1	85 790	264 548,4	0,32
P29p	273,03	91,05	1	85 790	-29 428,4	2,92
P42p	255,83	91,05	1	97 710	-45 856,8	2,13

Overenie MSP:

Medzný stav pružnosti je $\sigma_k = 250$ MPa. Je to materiálová konštanta pre oceľ. Z celej konštrukcie vyberiem prút s najvyššou absolútnou hodnotou napätia. To je prút P24 s hodnotou o 44,4 MPa.

$$k_{kP24} = \frac{\sigma_k}{\sigma_{P24}} = \frac{250}{|-44,4|} = 5,6 \quad (62)$$

Bezpečnosť k_k vyšla väčšia ako 1 čo znamená že MSP nenastane a po potenciálnom odľahčení od zaťaženia sa prút vráti do pôvodnej dĺžky. Prút sa taktiež nepoškodí pretože medza sklzu je menšia ako medza pevnosti. Keďže som vybral prút s najvyššou hodnotou napätia znamená to že ostatné prúty taktiež neprekročia hranicu pružnosti.

Deformácia v smere osi Z:

V styčníku S53 vypočítam posuv v smere osi Z. Výpočet uskutočním v programe Maple za pomoci doplnkovej sily F_{dzz} o veľkosti 0N a Castiglianovej vety.

$$w = \sum_{i=1}^{27} \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_{dzz}} \quad (63)$$

n- celkový počet prútov

N_i - sily pôsobiace v prútoch, sú uvedené vyššie

l_i - dĺžka prútu

E_i - Youngov model pružnosti, pre oceľ

S_r- priečny prierez prútu

F_{dzz}- doplnková sila ktorá pôsobí v smere osi Z a vietor pôsobí v smere osi Z, je rovná nule

Deformácia sa vypočíta sumou všetkých prírastkov od konkrétnych prútov. V tabuľke 5 môžeme vidieť u ktorého prútu a o koľko mm sa konkrétna deformácia zväčšila.

Tabuľka 5 – Prírastok deformácie

Názov prútu	Prírastok deformácie [mm]	Názov prútu	Prírastok deformácie [mm]
P52	0	P24	50,12160
P51	0	P32	50,12160
P41	0	P34	50,12166
P29p	-0,00178	P36	50,12171
P53	-0,00178	P33	50,12172
P45	-0,00178	P26	50,12217
P42p	-0,00178	P35	50,12221
P46	3,99383	P27	54,10992
P43	20,93788	P25p	54,11508
P47	24,94217	P21	58,11239
P28p	24,94063	P23p	58,11725
P31	24,94063	P11p	58,43440
P37	24,94064	P12p	58,75594
P22	24,94104		

Posuv v S53 v smere osi Z vyšiel:

$$w_{S53} = 58,8 \text{ mm} \quad (64)$$

Čo znamená že bod S53 sa po zaťažení vetrom v smere osi Z, posunul v kladnom smere osi Z o 58,8 mm.

Deformácia v smere osi X:

V styčniku S53 vypočítam posuv v smere osi X. Výpočet uskutočním v programe Maple za pomoci doplnkovej sily F_{dzx} o veľkosti 0N a Castiglianovej vety identicky ako v predchádzajúcom príklade.

Posuv v S53 v smere osi X vyšiel:

$$u_{S53} = 82,5 \text{ mm} \quad (65)$$

Čo znamená že bod S53 sa po zaťažení vetrom v smere osi Z, posunul v kladnom smere osi X o 82,5 mm.

Zhrnutie:

Prút ktorý je pod najväčším zaťažením a zároveň je aj pôvodný prút (nie je pomocný) je prút P24. Pôsobí naň tlak o veľkosti 44,4 MPa. Najväčší ťah pôsobí na prút P25p,

$p = 29,3 \text{ MPa}$. Ako u jediného prútu P28p nastal MSVS a k MSP nenastalo u žiadneho prútu.

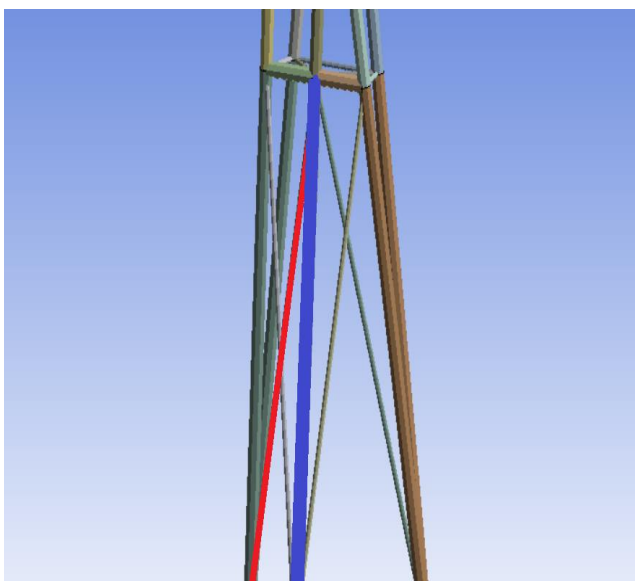
3.10 Vietor v smere osi Z+X (Analytika)

Pôsobí tu vietor v smere osi Z a X tak že vypočítané veterné sily sú vložené do príslušných styčníc. Gravitačné sily od plošín, osvetlenia a prútov sú vložené do príslušných rovníc.

Výsledky sú v tabuľke 6.

Tabuľka 6 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre vietor v smere osi Z+X

Názov prútu	Názov sily	Veľkosť sily[N]	Napätie[Pa]
P52	F4	-13 999,6	-0,8
P51	F5	24 519,7	7,9
P41	F6	-44 428,0	-2,5
P29p	F7	561 543,6	182,0
P53	F8	24 942,9	8,1
P45	F9	-92 191,4	-5,3
P42p	F10	46 426,4	15,0
P46	F11	215 450,4	12,3
P43	F12	-576 274,6	-33,0
P48p	F13	313 071,1	17,9
P28p	F14	515 606,6	167,1
P31	F15	-158 726,8	-9,1
P37	F16	152 827,3	49,5
P22	F17	-605 630,2	-34,7
P24	F18	-1 905 413,8	-109,2
P32	F19	-129 780,6	-7,4
P34	F20	-199 155,5	-64,5
P36	F21	-215 601,4	-69,9
P33	F22	140 415,7	-69,9
P26	F23	-652 177,6	-37,4
P35	F24	157 785,1	51,1
P27	F25	189 762,4	10,9
P25p	F26	569 397,9	184,5
P21	F27	287 383,2	16,5
P23p	F28	796 593,0	258,1
P11p	F29	-112 305,2	-36,4
P12p	F30	-109 892,9	-35,6



Obrázok 19 - Označené prúty s vysokým napätím

Bezpečnosť voči MSVS:

Tabuľka 7 – Výsledné hodnoty pre MSVS pre vietor v smere osi Z+X

Názov prútov	Štíhlosť	Kritická ští.	$\lambda_{krit} < \lambda$	Krit. sila	Statically určitá	Bezpečnosť k_v
					Link vietor Z+X analytika	
P22	100,48	91,05	1	3 582 971	561 543,6	6,38
P23p	285,21	91,05	1	78 618	24 942,9	3,15
P25p	285,21	91,05	1	78 618	46 426,4	1,69
P27	98,61	91,05	1	3 720 146	-576 274,6	6,46
P28p	273,03	91,05	1	85 790	313 071,1	0,27
P29p	273,03	91,05	1	85 790	515 606,6	0,17
P42p	255,83	91,05	1	97 710	-652 177,6	0,15

Overenie MSP:

Medzný stav pružnosti je $\sigma_k = 250$ MPa. Je to materiálová konštanta pre oceľ. Z celej konštrukcie vyberiem prút s najvyššou absolútnou hodnotou napätia. To je prút P23p s hodnotou 258,1 MPa.

$$k_{kP23p} = \frac{\sigma_k}{\sigma_{P23p}} = \frac{250}{|258,1|} = 0,97 \quad (66)$$

Bezpečnosť k vyšla menšia ako 1 čo znamená že MSP nastane a prút sa deformuje. Jedná sa o prút pomocný tzn. že nie je súčasťou pôvodnej konštrukcie.

Jednou možnosťou ako tento problém vyriešiť je pridaním prúta tak aby podporil prút P23p a „preniesol“ napätie do zbytku konštrukcie. Alebo môžem zväčšiť priečny prierez prútu.

Druhé najväčšie napätie má prút P29p.

$$k_{kP29p} = \frac{\sigma_k}{\sigma_{P29p}} = \frac{250}{|191,9|} = 1,37 \quad (67)$$

Bezpečnosť k_k vyšla väčšia ako 1 čo znamená že MSP nenastane. Keďže som vybral prút s 2. najvyššou hodnotou napätia znamená to že ostatné prúty taktiež neprekročia hranicu pružnosti až na prút P23p.

Deformácia v smere osi Z:

V styčniku S53 vypočítam posuv v smere osi Z. Výpočet uskutočním v programe Maple za pomoci doplnkovej sily F_{dzxz} o veľkosti 0N a Castiglianovej vety identicky ako v predchádzajúcom príklade.

Posuv v S53 v smere osi Z vyšiel:

$$w_{53} = 96,2 \text{ mm} \quad (68)$$

Čo znamená že bod S53 sa po zaťažení vetrom v smere osi Z +X, posunul v kladnom smere osi Z o 96,2 mm.

Deformácia v smere osi X:

V styčniku S53 vypočítam posuv v smere osi X. Výpočet uskutočním v programe Maple za pomoci doplnkovej sily F_{dzxx} o veľkosti 0N a Castiglianovej vety identicky ako v predchádzajúcom príklade.

Posuv v S53 v smere osi X vyšiel:

$$u_{53} = 691,9 \text{ mm} \quad (69)$$

Čo znamená že bod S53 sa po zaťažení vetrom v smere osi Z+X, posunul v kladnom smere osi X o 691,9 mm.

Zhrnutie:

Pod najväčším zaťažením je prút P23p, konkrétne 258 MPa v ťahu. Prút ktorý je v pôvodnej konštrukcii (nie je pomocný) a zároveň je pod najväčším zaťažením je prút P24 s tlakom 109,2 MPa. K MSVS prišlo hneď u niekoľkých prútoch zobrazených v tabuľke 7 a sú to: P28p, P29p a P42p. K MSP prišlo len u prútu P23p.

Pri variante s vetrom Z+X je napätie nepochybne väčšie ako pri variante s vetrom Z. Prút P24 zostáva najviac zaťaženým pôvodným prútom avšak po pridaní vetru X sa ťahové zaťaženie zväčší a premiestni na prút P23p.

3.11 Vnútorne staticky neurčitá (Analytika)

Môžem zmenšiť napätie na kritickom prúte P23p z predchádzajúcej kapitole 3.10 pridaním prútu P_{dop2} na 2. poschodí aby podporil konštrukciu. Tak vznikne jedenkrát staticky neurčitá sústava. Pridám ho do styčnikov S11 a S34.

V tejto variante taktiež pôsobí vietor v smere osi X a Z tak že vypočítané sily sú vložené do príslušných styčnikov. Gravitačné sily od plošín, osvetlenia a prútoch sú vložené do príslušných rovníc.

Postup v Maple:

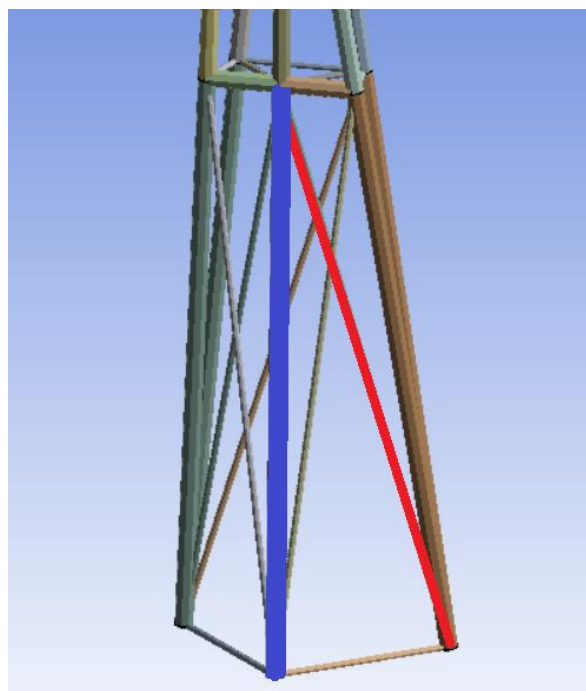
Predchádzajúci postup nezmením len pridám rovnicu deformačnej podmienky a k nej konštanty E. Tým vypočítam neznámu silu pridaného prútu F_{vn} .

Potom vyriešim sústavu rovníc znovu pretože sila F_{vn} bola neznáma a ostatné rovnice na nej boli závislé. Takto dostanem vypočítané všetky sily.

Výsledky sú v tabuľke č.8

Tabuľka 8 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre vnútorne staticky neurčitú

Názov prútu	Názov sily	Veľkosť sily[N]	Napätie[Pa]
P52	F4	-13 999,6	-0,8
P51	F5	24 519,7	7,9
P41	F6	-44 428,0	-2,5
P29p	F7	163 129,3	52,9
P53	F8	24 942,9	8,1
P45	F9	-92 191,4	-5,3
P42p	F10	46 426,4	15,0
P46	F11	215 450,4	12,3
P43	F12	-576 274,6	-33,0
P48p	F13	313 071,1	17,9
P28p	F14	522 692,7	169,4
P31	F15	-57 523,7	-3,2
P37	F16	55 107,9	17,9
P22	F17	-196 705,4	-11,2
P24	F18	-1 521 887,5	-87,2
P32	F19	-131 583,1	-7,5
P34	F20	-202 958,3	-65,8
P36	F21	-86 118,4	-27,9
P33	F22	142 153,7	46,0
P26	F23	-659 450,7	-37,8
P35	F24	56 514,0	18,3
P27	F25	-55 582,0	-3,1
P25p	F26	829 810,5	268,9
P21	F27	287 383,2	16,4
P23p	F28	132 595,6	42,9
P11p	F29	-77 416,8	-25,0
P12p	F30	-148 452,0	-48,1
Pdop2	Fvn	253 861,8	82,3



Obrázok 20 - Označené prúty s vysokým napätím

Bezpečnosť voči MSVS:

Tabuľka 9 – Výsledné hodnoty pre MSVS pre vnútorne staticky neurčitú

					Staticky vnútorne neurčitá	
					Link vietor X+Z analytika	
Názov prútov	Štíhlosť	Kritická ští.	$\lambda_{krit} < \lambda$	Krit. sila	Sila[N]	Bezpečnosť k_v
P22	100,48	91,05	1	3 582 971	163 129,3	21,96
P23p	285,21	91,05	1	78 618	24 942,9	3,15
P25p	285,21	91,05	1	78 618	46 426,4	1,69
P27	98,61	91,05	1	3 720 146	-576 274,6	6,46
P28p	273,03	91,05	1	85 790	313 071,1	0,27
P29p	273,03	91,05	1	85 790	522 692,7	0,16
P42p	255,83	91,05	1	97 710	-652 177,6	0,15

Overenie MSP:

Medzný stav pružnosti je $\sigma_k = 250$ MPa. Je to materiálová konštanta pre oceľ. Z celej konštrukcie vyberiem prút s najvyššou absolútnou hodnotou napätia. To je prút P25p s hodnotou 268,9 MPa.

$$k_{kP25p} = \frac{\sigma_k}{\sigma_{P25p}} = \frac{250}{|268,9|} = 0,92 \quad (70)$$

Bezpečnosť k_k vyšla menšia ako 1 čo znamená že MSP nastane a prút sa elasticky deformuje. Jedná sa o prút pomocný tzn. že nie je súčasťou pôvodnej konštrukcie.

Druhé najväčšie napätie má prút P28p.

$$k_{kP28p} = \frac{\sigma_k}{\sigma_{P28p}} = \frac{250}{|169,4|} = 1,48 \quad (71)$$

Bezpečnosť k_k vyšla väčšia ako 1 čo znamená že MSP nenastane. Keďže som vybral prút s 2. najvyššou hodnotou napätia znamená to že ostatné prúty taktiež neprekročia hranicu pružnosti až na prút P25p.

Zhodnotenie:

Najväčšie napätie je ťahové na prúte P25p s hodnotou 258,1 MPa u ktorého ako jediného došlo k MSP. K MSVS došlo rovnako ako v predchádzajúcej podkapitole 3.10 a vidieť ich môžeme v tabuľke 9. Pôvodný prút pod najväčším napätím je opäť

P24 s hodnotou $p = -87,2$ MPa čo je menšie ako v minulej podkapitole 3.10. Na pomocnom prúte P20p2 je ťah o hodnote 82,3.

Ako je vidno z tabuľky č.6 napätie na prúte P23p sa zmenšilo z kritického napätia na 42,9 MPa, čo znamená že MSP nenastane. Avšak k MSP príde u prútu P25p tzn. že napätie sa mi podarilo transformovať z prútu P23p na úkor prútu P25p. Existuje možnosť prídania ďalšieho prútu na to však už nezostáva veľa miesta v konštrukcii bez toho aby sa prúty neprekrížili a vytvorili tak ďalší styčník.

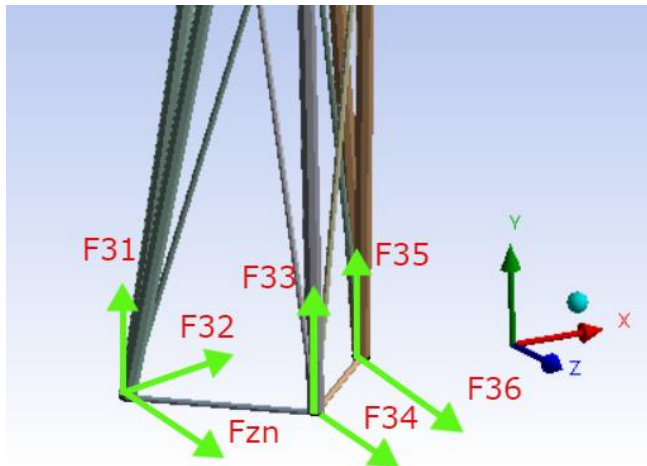
Druhý spôsob riešenia je zväčšenie prierehového prierezu kritických prútov.

3.12 Zvonka staticky neurčitá (Analytika)

Žiadny pomocný prút nebol pridaný do tejto konštrukcie, takže sústava je vnútorne staticky určitá. Sústava je staticky zvonka neurčitá pretože v styčníku S11 bol zamedzený pohyb aj v smere osi Z. Po uvoľnení vznikne sila F_{zn} .

V tejto variante taktiež pôsobí vietor v smere osi Z+X tak že vypočítané sily sú vložené do príslušných rovníc. Gravitačné sily od plošín, osvetlenia a prútov sú vložené do príslušných rovníc a styčníkov.

Postup v Maple je podobný postup ako u vnútorne staticky neurčitej úlohe.

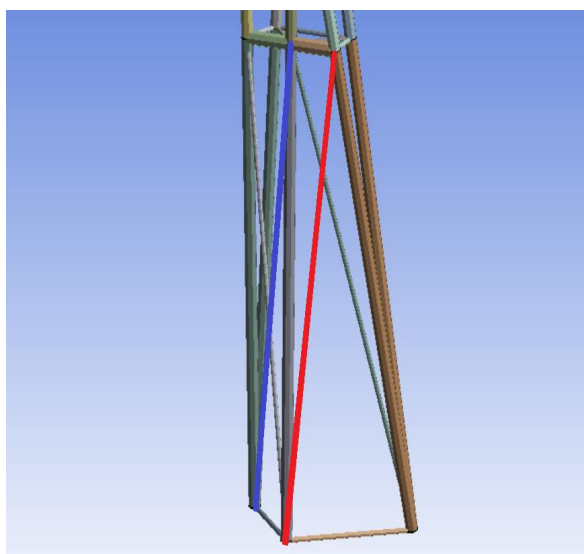


Obrázok 21 - Väzbové sily s pridanou silou F_{zn}

Výsledky sú v tabuľke č 10.

Tabuľka 10 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre zvonka staticky neurčitú

Názov prútu	Názov sily	Veľkosť sily[N]	Napätie[Pa]
P52	F4	-13 999,6	-0,8
P51	F5	24 519,7	7,9
P41	F6	-44 428,0	-2,5
P29p	F7	-85 648,4	-27,8
P53	F8	24 942,9	8,1
P45	F9	-92 191,4	-5,3
P42p	F10	46 426,4	15,0
P46	F11	215 450,4	12,3
P43	F12	-576 274,6	-33,0
P48p	F13	313 071,1	17,9
P28p	F14	-131 585,5	-42,6
P31	F15	5 669,6	0,3
P37	F16	-5 910,0	-1,9
P22	F17	58 635,3	3,4
P24	F18	-621 696,2	-35,6
P32	F19	34 847,0	2,0
P34	F20	11 179,3	3,6
P36	F21	-5 266,7	-1,7
P33	F22	-18 321,6	-5,9
P26	F23	12 087,9	0,7
P35	F24	-6 721,7	-2,2
P27	F25	189 762,4	10,9
P25p	F26	-106 587,2	-34,5
P21	F27	287 383,2	16,5
P23p	F28	121 721,6	39,4
P11p	F29	5 182,1	1,7
P12p	F30	7 594,4	2,5
-	Fzn	-87 713,3	-



Obrázok 22 - Označený prút s vysokým napätím

Bezpečnosť voči MSVS:

Tabuľka 11 – Výsledné hodnoty pre MSVS pre zvonka staticky neurčitú

Názov prútov	Štíhlosť	Kritická ští.	$\lambda_{krit} < \lambda$	Krit. sila	Statically zvonka aneurčitá	Bezpečnosť k_v
					Link vietor Z analytika	
P22	100,48	91,05	1	3 582 971	-85 690,0	41,81
P23p	285,21	91,05	1	78 618	24 938,0	3,15
P25p	285,21	91,05	1	78 618	46 511,0	1,69
P27	98,61	91,05	1	3 720 146	-576 390,0	6,45
P28p	273,03	91,05	1	85 790	313 050,0	0,27
P29p	273,03	91,05	1	85 790	-131 720,0	0,65
P42p	255,83	91,05	1	97 710	12 142,0	8,05

Overenie MSP:

Medzný stav pružnosti je $\sigma_k = 250$ MPa. Je to materiálová konštanta pre oceľ. Z celej konštrukcie vyberiem prút s najvyššou absolútnou hodnotou napätia. To je prút P28p s hodnotou -35,0 MPa.

$$k_{kP28p} = \frac{\sigma_k}{\sigma_{P28p}} = \frac{250}{|-42,6|} = 5,87 \quad (72)$$

Bezpečnosť k_k vyšla väčšia ako 1 čo znamená že MSP nenastane. Keďže som vybral prút s najvyššou hodnotou napätia znamená to že ostatné prúty taktiež neprekročia hranicu pružnosti.

Zhodnotenie:

Najväčšie napätie je na prúte P28p o hodnote $p = -42,6$ MPa. Navyiac zaťažený pôvodný prút je opäť P24 o hodnote $p = -35,6$ MPa. K MSVS došlo len u prútov P28p, P29p a môžeme ich vidieť v tabuľke 11. U tejto varianty príde jasne k najväčšiemu poklesu napätia.

4 Numerické riešenie

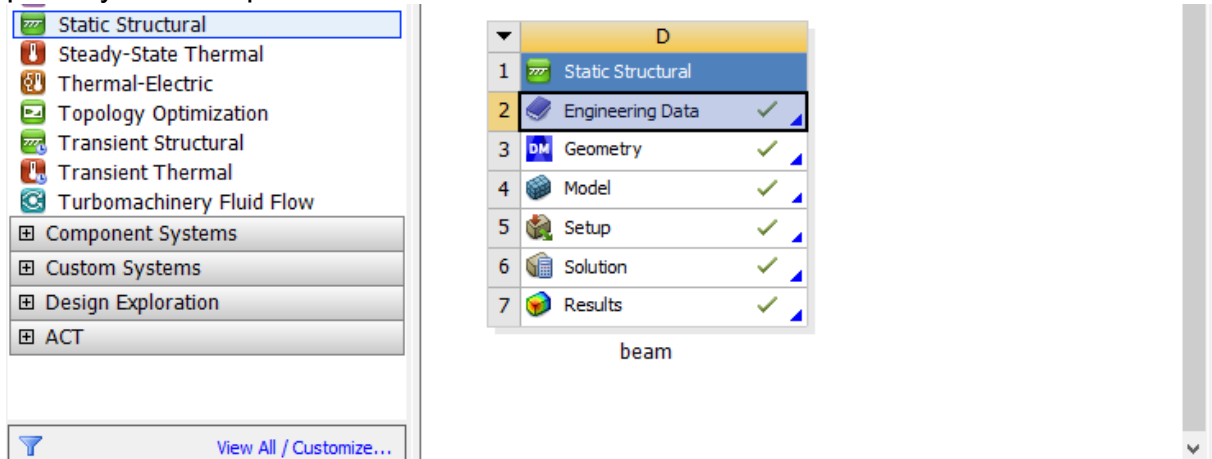
V tomto riešení sa zistí numerické riešenie v programe ANSYS Workbench, kde budem riešiť reálnu konštrukciu a upravenú konštrukciu.

Rozdiel medzi upravenou a reálnou konštrukciou je že upravená konštrukcia je staticky určitá prútová sústava, splňuje podmienky prútovej sústavy a nemá vršok zatiaľ čo reálna konštrukcia nespĺňa podmienky prútovej sústavy, je staticky preurčitá a má vršok. Z toho vyplýva že upravenú sústavu môžeme riešiť typom Link a zároveň aj Beam. Reálnu konštrukciu môžeme riešiť len s prvkom Beam.

4.1 Postup v Ansys

Engineering Data:

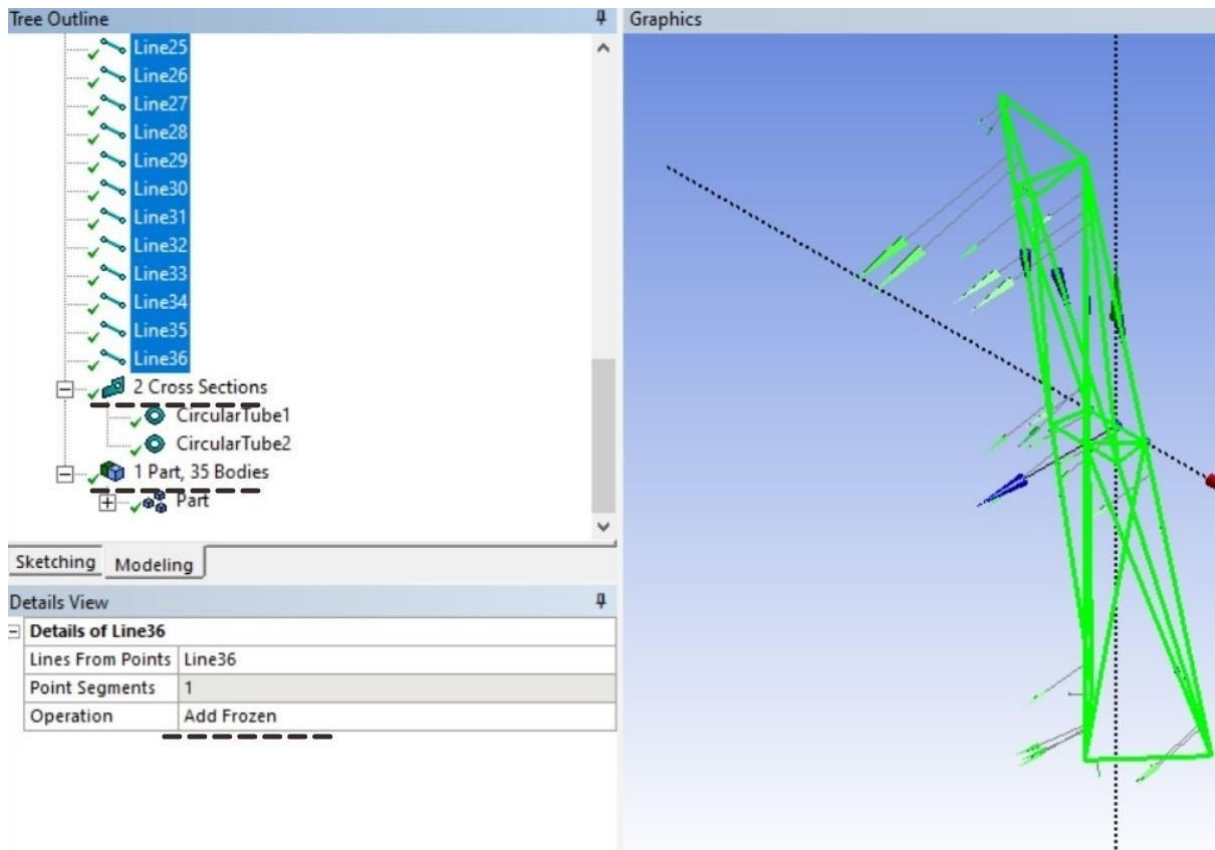
Ako prvé po otvorení programu bolo vybrané Static structural, kde potom bolo vybraté Engineering Data. Youngov modul som nastavil na 210 GPa a ostatné položky zostali v pôvodnom stave.



Obrázok 23 - Popis ANSYSu hneď po otvorení

Geometry:

Po zatvorení Engineering data som otvoril záložku Geometry ktorá otvorí Design Modeler kde je vytvorený samotný model. Najprv som načrtnol 1. poschodie a potom zvyšok som nakreslil aj pomocou nových rovín (New Plane). Použitím Lines from points vytvorím prúty. Je potrebné oddeliť prúty aby sa k nim mohli priradiť odlišné priečne prierezy, to sa uskutoční pomocou operácie Add Frozen namiesto Add Material. Tým vznikne viacero Line body ktoré reprezentujú prúty. Operáciou Form New Part spojíme dohromady tieto prúty. V záložke Cross Section boli vytvorené priečne prierezy v tvare Circular Tube.



Obrázok 24 - ANSYS - geometry

Model:

K výpočtu bol použitý program Ansys Mechanical. Ako prvé sa priradí materiál k prútom, zvolením záložky Model – Geometry – Part – Line Body a priradiť materiál Structural Steel ktorý som už vytvoril. V tejto záložke zvolím aj Model type – Link. Ďalším krokom je vytvorenie mriežky Mesh. Je dôležité vytvoriť pre Link a Beam inú mriežku. Pre Link mriežku vytvorím takto: V záložke Mesh vytvorím Edge Sizing, kde zvolím Number Of Divisions a priradím 1. Týmto zabezpečím že 1 prút bude 1 prvok mriežky.

Gravitačné zaťaženie od plošín, pomocnej svetelnej konštrukcie a prútov pôsobí v styčníkoch tak ako v analytickom riešení.

4.2 Numerické riešenie upravenej konštrukcie (Numerika/Upravená/Link)



Obrázok 25 - Upravená konštrukcia stožiaru

V ANSYS Workbench použijem položku Link.

Už som zistil že statická určitost' reálnej konštrukcie je:

$$s = -7 \quad (73)$$

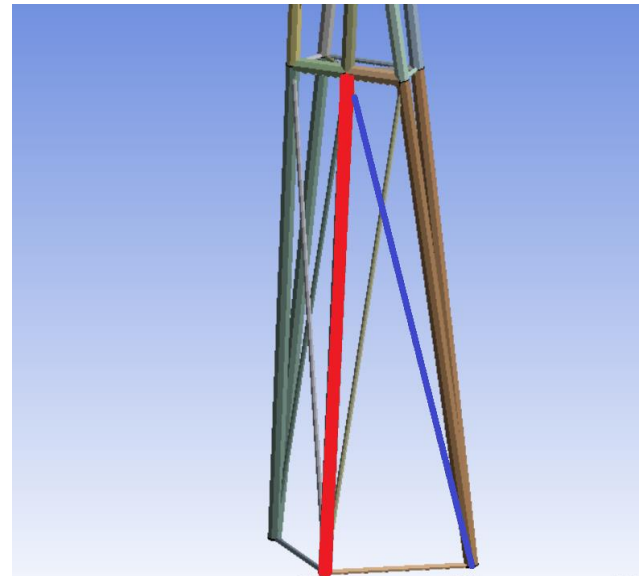
Aby som konštrukciu mohol vyriešiť ako prútovú sústavu s pomocou prvku Link potrebujem staticky určitú alebo neurčitú prútovú sústavu a teda musím doplniť aspoň 7 prútov. Prúty doplním do špecifických styčníc tak aby každá menšia časť konštrukcie bola staticky určitá. Táto upravená konštrukcia je rovnaká ako pri analytickom výpočte. Presnejší postup je vysvetlený v kapitole 3.1.

4.2.1 Vietor v smere osi Z (Numerika/Upravená/Link)

Pôsobí tu vietor v smere osi Z tak že vypočítané sily sú vložené do príslušných styčníc. Gravitačné účinky od váhy prútov a gravitačné zaťaženie od plošín a osvetlenia sú vložené taktiež do príslušných styčníc. Výsledné napätia a sily sú v tabuľke 12.

Tabuľka 12 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre vietor v smere osi Z

Názov prútov	Názov sily	Veľkosť sily[N]	Napätie[Pa]
P52	F4	-7 903,6	-0,5
P51	F5	24 516,0	7,9
P41	F6	-44 426,0	-2,5
P29p	F7	-34 045,0	-11,0
P53	F8	24 938,0	8,1
P45	F9	-45 331,0	-2,6
P42p	F10	-874,6	-0,3
P46	F11	264 060,0	15,1
P43	F12	-576 390,0	-33,0
P48p	F13	264 570,0	15,2
P28p	F14	-29 393,0	-9,5
P31	F15	3 526,2	0,2
P37	F16	6 748,9	2,2
P22	F17	-41 186,0	-2,4
P24	F18	-774 560,0	-44,4
P32	F19	2 457,0	0,1
P34	F20	-22 045,0	-7,1
P36	F21	-22 051,0	-7,1
P33	F22	6 744,9	2,2
P26	F23	-45 941,0	-2,6
P35	F24	12 820,0	4,2
P27	F25	238 380,0	13,7
P25p	F26	90 496,0	29,3
P21	F27	238 880,0	13,7
P23p	F28	85 368,0	27,7
P11p	F29	-61 260,0	-19,9
P12p	F30	-62 105,0	-20,1



Obrázok 26 - Prúty s vysokým napätím

Výsledky:

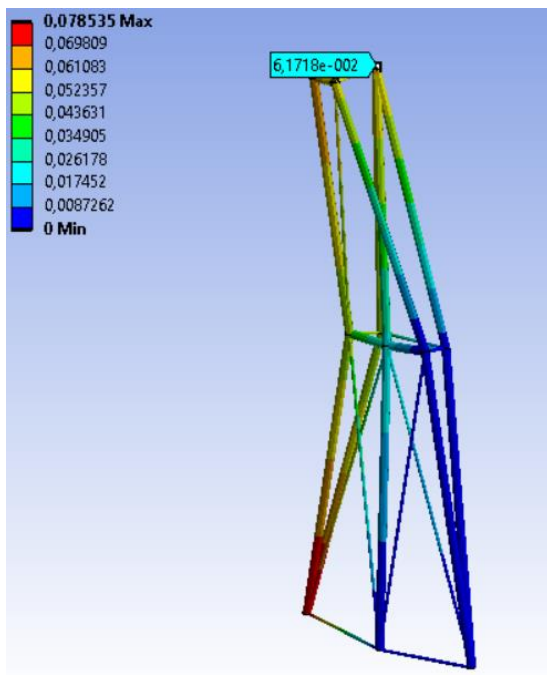
Najväčšie napätie a zároveň aj najväčšia sila je sila F18 čiže prút P24. Na prút P24 pôsobí tlak. 2. najväčšie napätie ktoré je ťahové, pôsobí na prútu P25p, čiže sila F26.

Deformácia:

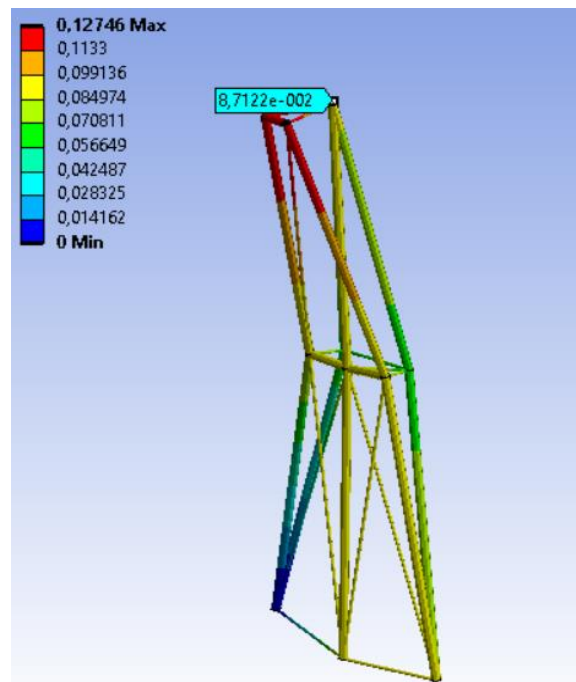
Deformácia v smere osi Z kde je vyznačený styčník S53 je na obr.15. Vietor tu pôsobí v smere osi Z. Deformácia vyšla 61,7 mm pri numerickom riešení a pri analytickom riešení bola 58,8 mm. Rozdiel je 4,9 %.

Deformácia v smere osi X kde je vyznačený styčník S53 je na obr.16. Vietor tu pôsobí v smere osi Z. Deformácia vyšla 87,1 mm pri numerike a pri analytike bola 82,5 mm. Rozdiel vyšiel 5,57%.

Jednotky na obrázku sú v metroch.



Obrázok 27 - Deformácia prútov v smere osi Z



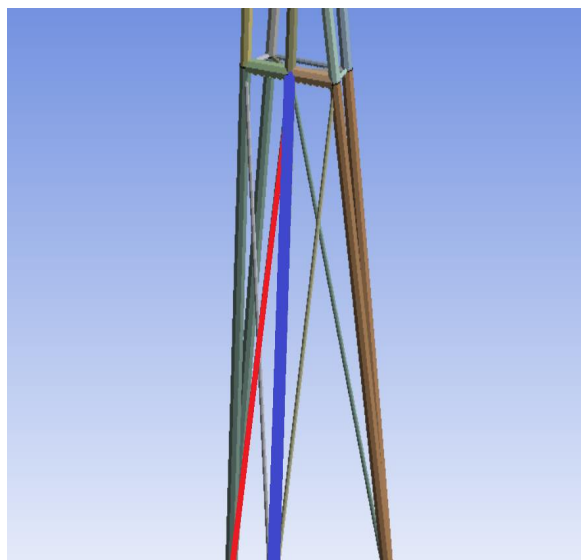
Obrázok 28 - Deformácia prútov v smere osi X

4.2.2 Vietor v smere osi Z+X (Numerika/Upravená/Link)

Pôsobí tu vietor v smere osi X a Z tak že vypočítané sily sú vložené do príslušných styčníc. Gravitačné účinky od váhy prútov a gravitačné zaťaženie od plošín a osvetlenia sú vložené taktiež do príslušných styčníc. Výsledné napätia a sily sú v tabuľke 13.

Tabuľka 13 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre vietor v smere osi Z+X

Názov prútu	Názov sily	Veľkosť sily[N]	Napätie[Pa]
P52	F4	-14 006,0	-0,8
P51	F5	24 516,0	7,9
P41	F6	-44 426,0	-2,5
P29p	F7	563 500,0	182,6
P53	F8	24 938,0	8,1
P45	F9	-92 273,0	-5,3
P42p	F10	46 511,0	15,1
P46	F11	215 580,0	12,4
P43	F12	-576 390,0	-32,4
P48p	F13	313 050,0	17,9
P28p	F14	517 830,0	167,8
P31	F15	-159 290,0	-9,1
P37	F16	153 270,0	49,7
P22	F17	-607 530,0	-34,8
P24	F18	-1 911 000,0	-108,9
P32	F19	-130 160,0	-7,5
P34	F20	-199 910,0	-64,8
P36	F21	-216 290,0	-70,1
P33	F22	140 920,0	45,7
P26	F23	-654 520,0	-37,5
P35	F24	158 260,0	51,3
P27	F25	189 890,0	10,9
P25p	F26	571 780,0	185,3
P21	F27	287 370,0	16,5
P23p	F28	799 860,0	259,2
P11p	F29	-112 450,0	-36,4
P12p	F30	-110 030,0	-35,7



Obrázok 29 - Označenie prútov s vysokým napätím

Výsledky:

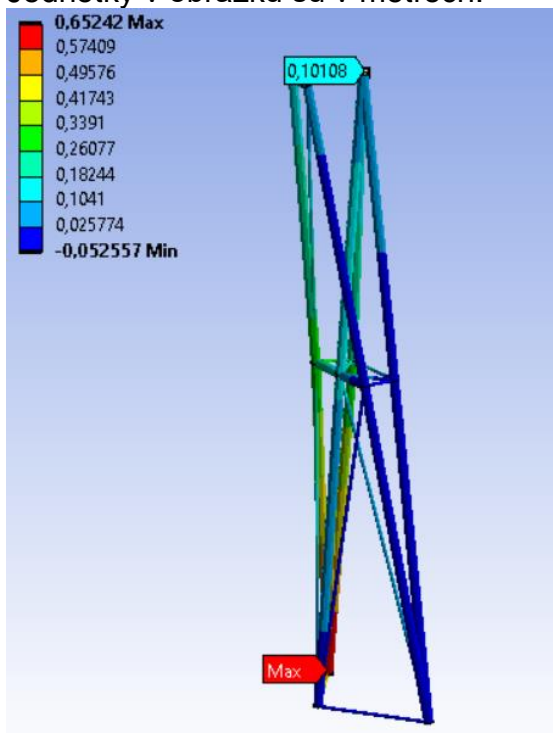
Najväčšie napätie produkuje sila F28 čiže prút P23p . Na prút P23p pôsobí ťah. Najväčšia sila ktorá je tlaková, pôsobí na prútu P24, čiže sila F18. Po pridaní vetra do osi X sa zaťaženie zväčšilo niekoľkonásobne.

Deformácia:

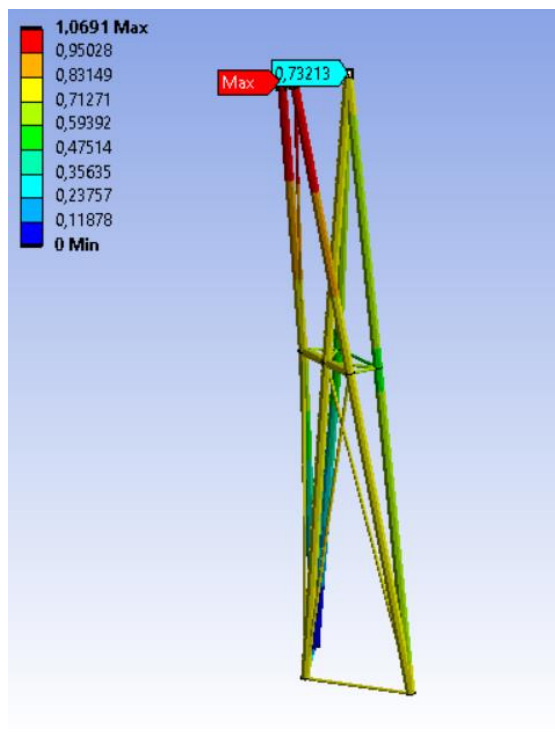
Deformácia v smere osi Z kde je vyznačený styčnik S53 je na obr.29. Vietor tu pôsobí v smere osi Z+X a deformácia vyšla pri numerickom riešení 101,1 mm. Pri analytickom riešení vyšla 96,2 mm. Rozdiel je 5,09 %. Po pridaní vetra v smere osi X deformácia v smere osi Z výrazne vzrástla. Maximálna hodnota je viac ako pol metra zatiaľ čo pri vetre v smere Z je max. hodnota 0,078 m. Na niektorých miestach pri vetre X+Z je deformácia v zápornom smere osi Z, avšak pri vetre Z je deformácia v smere Z len kladná.

Deformácia v smere osi X kde je vyznačený styčnik S53 je na obr.30. Vietor tu pôsobí v smere osi Z+X. Deformácia pri numerickom riešení vyšla 732,1 mm. Pri analytickom riešení vyšla 691,9 mm. Rozdiel je 5,8 %. S porovnaním s vetrom Z deformácie vyšli znovu oveľa väčšie. Najväčšia deformácia pri vetre Z je 0,12 m a pri vetre X+Z je deformácia v smere osi X až 1,07 m. Tok deformácií v jednotlivých prútoch však zostal zachovaný.

Jednotky v obrázku sú v metroch.



Obrázok 30 - Deformácia v smere osi Z



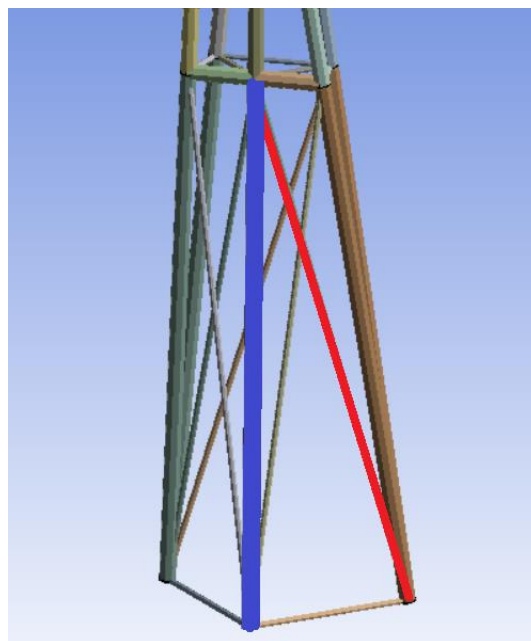
Obrázok 31 - Deformácia v smere osi X

4.2.3 Vnútorne staticky neurčitá (Numerika/Upravená/Link)

V tejto variante taktiež pôsobí vietor v smere osi X a Z tak že vypočítané sily sú vložené do príslušných styčníc. Gravitačné účinky od váhy prútov a gravitačné zaťaženie od plošín a osvetlenia sú vložené taktiež do príslušných styčníc. Je to jedenkrát staticky neurčitá sústava pretože je tam pridaný prút P25p na 2. poschodí. Výsledné napätia a sily sú v tabuľke 14.

Tabuľka 14 – Výsledné hodnoty napätí a síl vnútorne staticky neurčitú

Názov prútu	Názov sily	Veľkosť sily[N]	Napätie[Pa]
P52	F4	-14 179,0	-0,8
P51	F5	25 649,0	8,3
P41	F6	-44 426,0	-2,5
P29p	F7	159 920,0	51,8
P53	F8	24 938,0	8,1
P45	F9	-92 939,0	-5,3
P42p	F10	47 184,0	15,3
P46	F11	220 780,0	12,6
P43	F12	-585 120,0	-33,5
P48p	F13	316 720,0	18,1
P28p	F14	518 210,0	168,0
P31	F15	-56 778,0	-3,3
P37	F16	54 308,0	17,6
P22	F17	-192 650,0	-11,0
P24	F18	-1 525 000,0	-87,4
P32	F19	-130 260,0	-7,5
P34	F20	-201 540,0	-65,3
P36	F21	-85 428,0	-27,7
P33	F22	141 020,0	45,7
P26	F23	-655 580,0	-37,6
P35	F24	55 683,0	18,0
P27	F25	-47 887,0	-2,7
P25p	F26	824 410,0	267,2
P21	F27	289 080,0	16,6
P23p	F28	131 940,0	42,8
P11p	F29	-77 460,0	-25,1
P12p	F30	-148 200,0	-48,0
P25p	Fvn	253 420,0	82,1



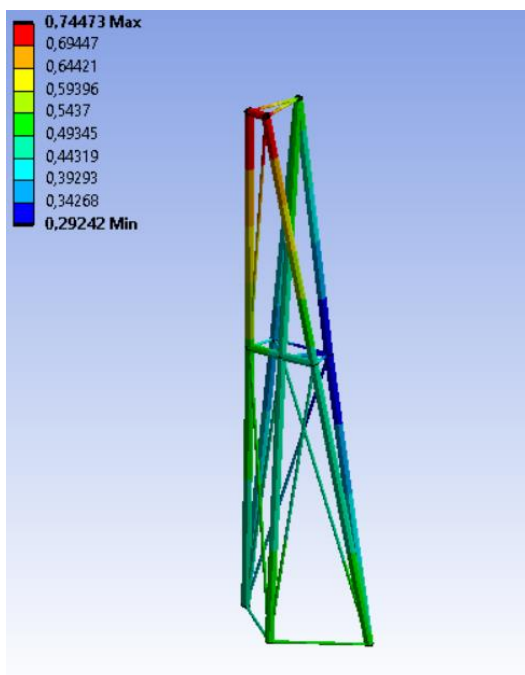
Obrázok 32 označenie prútov s vysokým napätím

Výsledky:

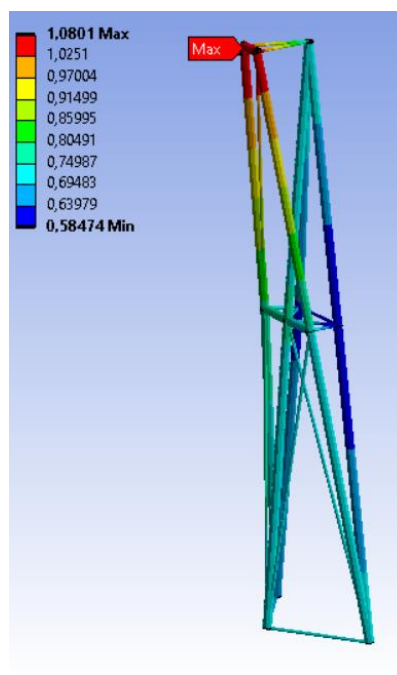
Najväčšie napätie produkuje sila F26 čiže prút P25p . Na prút P25p pôsobí ťah. Najväčšia sila ktorá je tlaková, pôsobí na prútu P24, čiže sila F18.

Deformácia:

Na obr. 32 je celková deformácia vnútorne staticky neurčitej konštrukcie s vetrom v smere osi X+Z. S porovnaním s konštrukciou bez prútu Pdop2s vetrom v smere X+Z sa celková deformácia znížila. Max hodnota s pomocným prútom je 0,74 m zatiaľ čo pri verzii bez pomocného prútu Pdop2 je max. deformácia 1,08 m. Tok deformácií sa zdá byť podobný medzi týmito dvomi konštrukciami. Jednotky v obrázku sú v metroch.



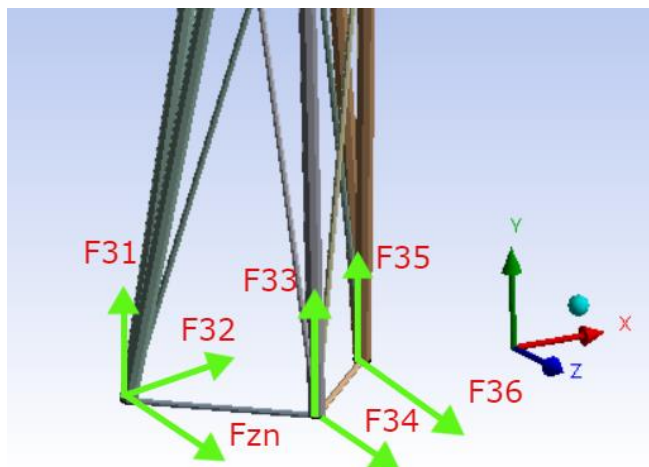
Obrázok 33 – Celková deformácia S prútom Pdop2



Obrázok 34 - Celková deformácia upravenej konštrukcie BEZ prútu Pdop2

4.2.4 Zvonka staticky neurčitá (Numerika/Upravená/Link)

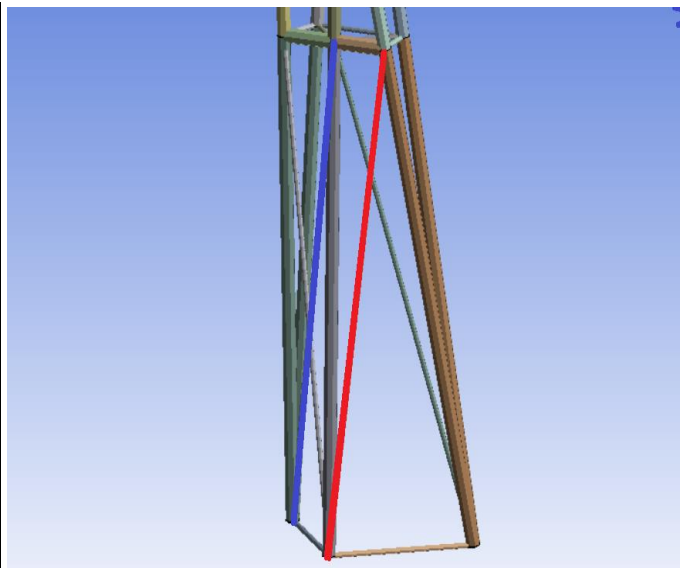
V tejto variante taktiež pôsobí vietor v smere osi X a Z tak že vypočítané sily sú vložené do príslušných styčníc. Gravitačné účinky od váhy prútov a gravitačné zaťaženie od plošín a osvetlenia sú vložené taktiež do príslušných styčníc. Žiadny pomocný prút nebol pridaný do konštrukcie, takže sústava je vnútorne staticky určitá. Sústava je staticky zvonka neurčitá pretože v styčníku S11 bol zamedzený posuv v smere osi Z a pri uvoľnení vznikne sila F_{zn} . Výsledné napätia a sily sú v tabuľke 15.



Obrázok 35 - Uvoľnené väzbové sily v styčníkoch

Tabuľka 15 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre zvonka staticky neurčitú

Názov prútu	Názov sily	Veľkosť sily[N]	Napätie[Pa]
P52	F4	-14 006,0	-0,8
P51	F5	24 516,0	7,9
P41	F6	-44 426,0	-2,5
P29p	F7	-85 690,0	-27,8
P53	F8	24 938,0	8,1
P45	F9	-92 273,0	-5,3
P42p	F10	46 511,0	15,1
P46	F11	215 580,0	12,4
P43	F12	-576 390,0	-33,0
P48p	F13	313 050,0	17,9
P28p	F14	-131 720,0	-42,7
P31	F15	5 687,9	0,3
P37	F16	-5 916,8	-1,9
P22	F17	58 761,0	3,4
P24	F18	-621 710,0	-35,6
P32	F19	34 841,0	2,0
P34	F20	11 214,0	3,6



Obrázok 36 - Označený prút s vysokým napätím

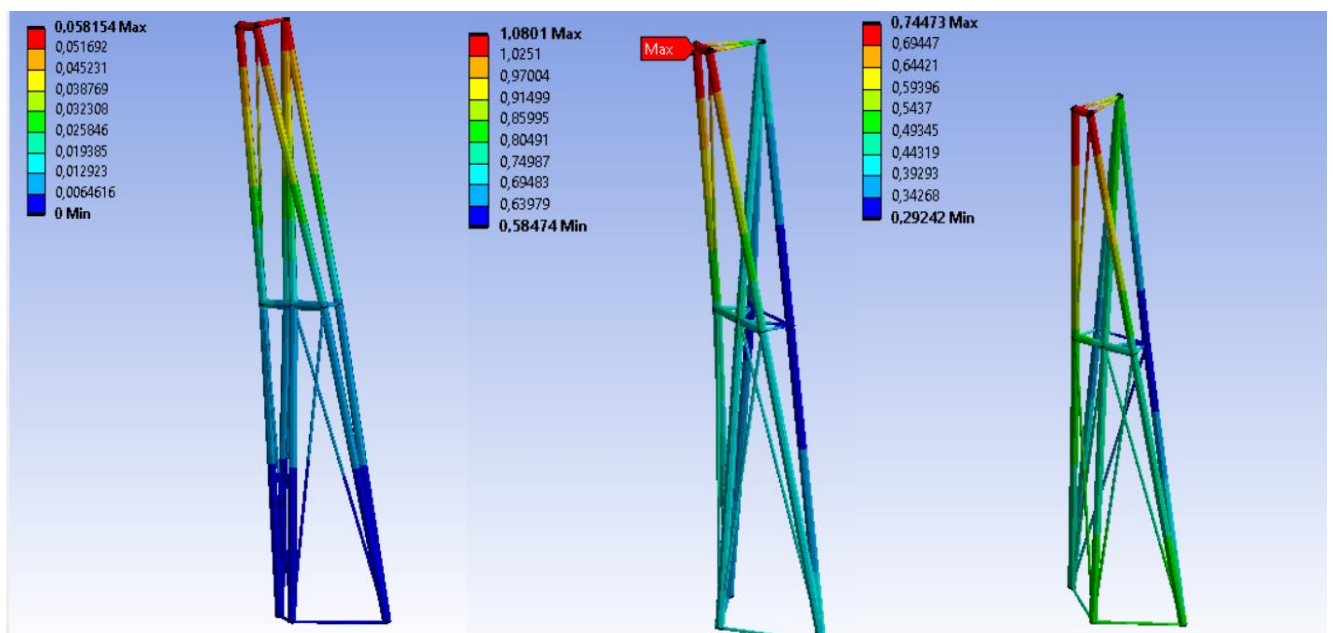
P36	F21	-5 261,4	-1,7
P33	F22	-18 344,0	-5,9
P26	F23	12 142,0	0,7
P35	F24	-6 740,8	-2,2
P27	F25	189 890,0	10,9
P25p	F26	-106 720,0	-34,6
P21	F27	287 370,0	16,5
P23p	F28	121 740,0	39,5
P11p	F29	5 130,7	1,7
P12p	F30	7 549,4	2,4
-	Fzn	-87 658,0	-

Výsledky:

Najväčšie napätie produkuje sila F14 čiže prút P28p. Na prút P28p pôsobí tlak. Ťahové napätie je najväčšie na prúte P23p, ktoré je takmer tak vysoké ako maximálna hodnota napätia.

Deformácia:

Na obr. 35 je celková deformácia zvonka staticky neurčitej konštrukcie s vetrom v smere osi X+Z. S porovnaním s konštrukciou bez prútu P28p (obr. 36) sa deformácia zmenšila enormne. Maximálna hodnota je len 0,05 m zatiaľ čo pri staticky určitej sústave je max. hodnota deformácie až 1,08 m. Tok deformácií sa však podstatne zmenil. Pri zvonku staticky neurčitej sústave najväčšie napätie je na vršku konštrukcie a sporadicky klesá s výškou až skončí na nule úplne na spodku. Taktiež porovnaním s konštrukciou s podporným prútom P28p je deformácia podstatne nižšia.



Obrázok 37 - Deformácia upravenej konštrukcie s extra väzbovou silou Fzn

Obrázok 38 - Celková deformácia upravenej konštrukcie BEZ prútu P28p

Obrázok 39 – Celková deformácia S prútom P28p

Porovnanie analytického a numerického riešenia upravenej konštrukcie:

V tejto časti zistím aký veľký rozdiel je medzi numerickým a analytickým riešením upravenej konštrukcie. To ako sa od seba líšia určím vzťahom:

$$\text{Rozdiel} = \left(\frac{\text{Numerický výsledok}}{\text{Analytický výsledok}} - 1 \right) \cdot 100 \quad (74)$$

Keď výsledok bude 0 tak medzi analytickým a numerickým riešením nie je žiadny rozdiel. Na druhú stranu keď rozdiel bude viac vzdialený od nuly tak medzi nimi bude väčší rozdiel.

Je predpokladané že výsledky budú veľmi podobné, čiže Rozdiel bude najbližší 0. Výsledky nebudú presne 0 kvôli zaokrúhľovaniu pri analytickom výpočte. Takmer všetky Rozdiely vyšli od -1 po 1, čo je prijateľné.

V tabuľke 16 sú najväčšie rozdiely.

Zvyšok výsledkov je v prílohe 2.

Tabuľka 16 – Výsledky s vysokým rozdielom

Názov prútu	Názov sily	Veľkosť sily [N]	Napätie [MPa]	Veľkosť sily [N]	Napätie [MPa]	Rozdiel
		<i>Numerika</i>		<i>Analytika</i>		
Link vietor Z						
<i>P42p</i>	F10	-874,6	-0,3	-924,3	-3,0	-5,40
Link vietor X+Z Vnútorne st. neurčitá						
<i>P51</i>	F5	25 649,0	8,3	24 519,7	7,9	4,6
<i>P22</i>	F17	-192 650,0	-11,0	-196 705,4	-11,2	-2,1
<i>P27</i>	F25	-47 887,0	-2,7	-55 582,0	-3,1	-13,8
Link vietor Z Zvonka st. neurčitá						
<i>P11p</i>	F29	5 130,7	1,7	5 182,1	1,7	-1,0

Keďže Rozdiel medzi numerickým a analytickým riešením vyšiel takmer rovnako, tak aj zhrnutie pri numerickom riešení je rovnaké ako pri analytickom riešení.

4.3 Numerické riešenie upravenej konštrukcie (Numerika/Upravená/Beam)

V tejto kapitole numericky vypočítam a analyzujem rovnakú konštrukciu ako v predchádzajúcej kapitole, teraz ale s použitím prvku Beam. To znamená že budem počítať s upravenou konštrukciou a veterné zaťaženie nebude aplikované v styčníkoch ale bude rozložené po celej dĺžke každého prútu.

Vietor:

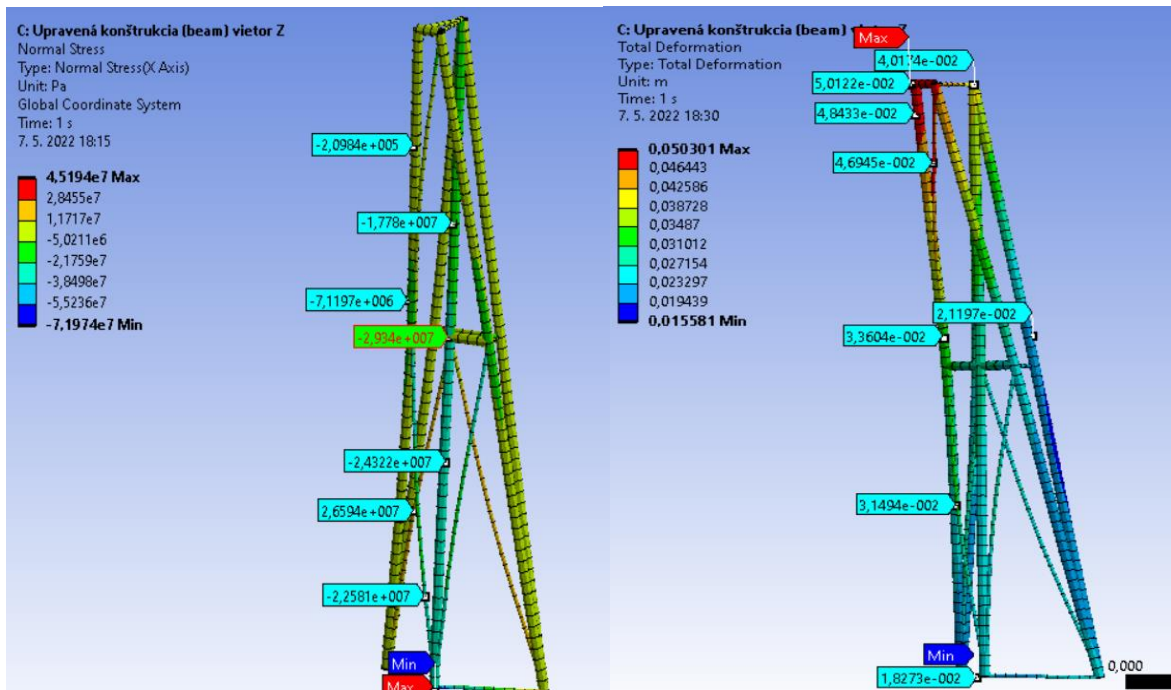
Vietor ako líniové zaťaženie vypočítam takto:

$$F_{vietor-liniové} = q_p(i) \cdot S(i) \quad (75)$$

Kde $q_p(i)$ [Pa] je maximálny dynamický tlak [Pa] a jeho hodnoty mám z tabuľky 2. Druhou veličinou je $S(i)$ [m²] čo je priečny prierez prútov.

4.3.1 Vietor v smere osi Z (Numerika/Upravená/Beam)

Podmienky sú tu identické ako pri riešení typom Link. Zaťaženie od vetra je líniové. Je to staticky určitá prúťová sústava.



Obrázok 40 – Normálové napätie

Obrázok 41 Celková deformácia

Normálové napätie:

Najväčšie tlakové napätie je na prúte P24. Najväčšie ťahové napätie je na prúte P25p. Napätie si zachovalo svoj tok ale je menšie až na extrémny.

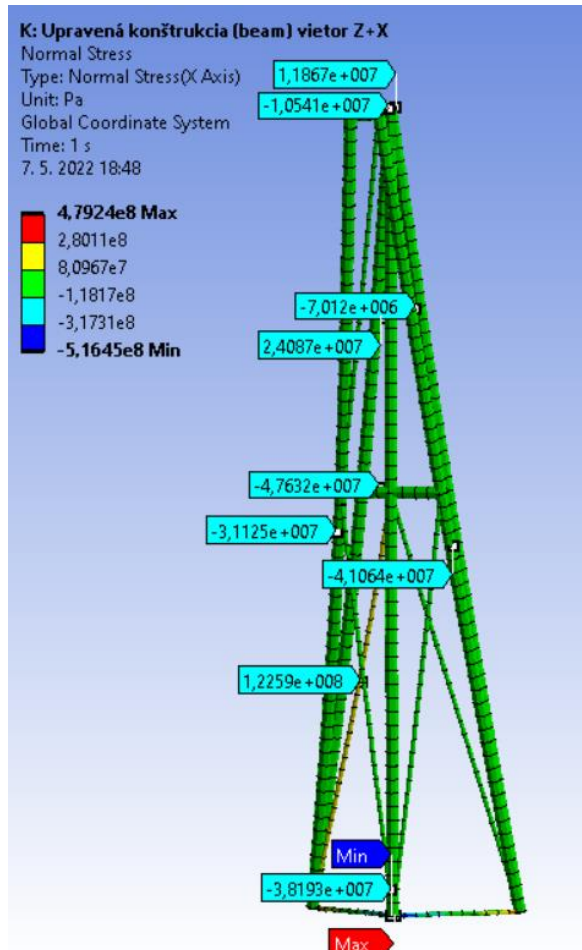
Deformácia:

Deformácia pri použití prvku Beam je podstatne menšia ako pri prvku Link, ale tok deformácií je zachovaný.

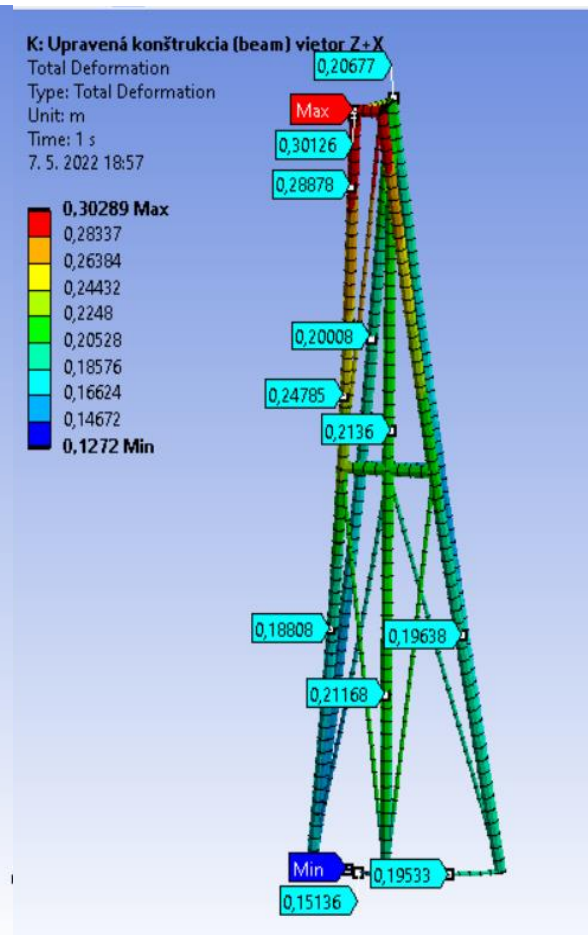
Najväčšia deformácia je na prúte P52

4.3.2 Vietor v smere osi Z+X (Numerika/Upravená/Beam)

Podmienky sú tu identické ako pri riešení typom Link. Zaťaženie od vetra je líniové. Je to staticky určitá prúťová sústava.



Obrázok 42 – Normálové napätie



Obrázok 43 – Celková deformácia

Normálové napätie:

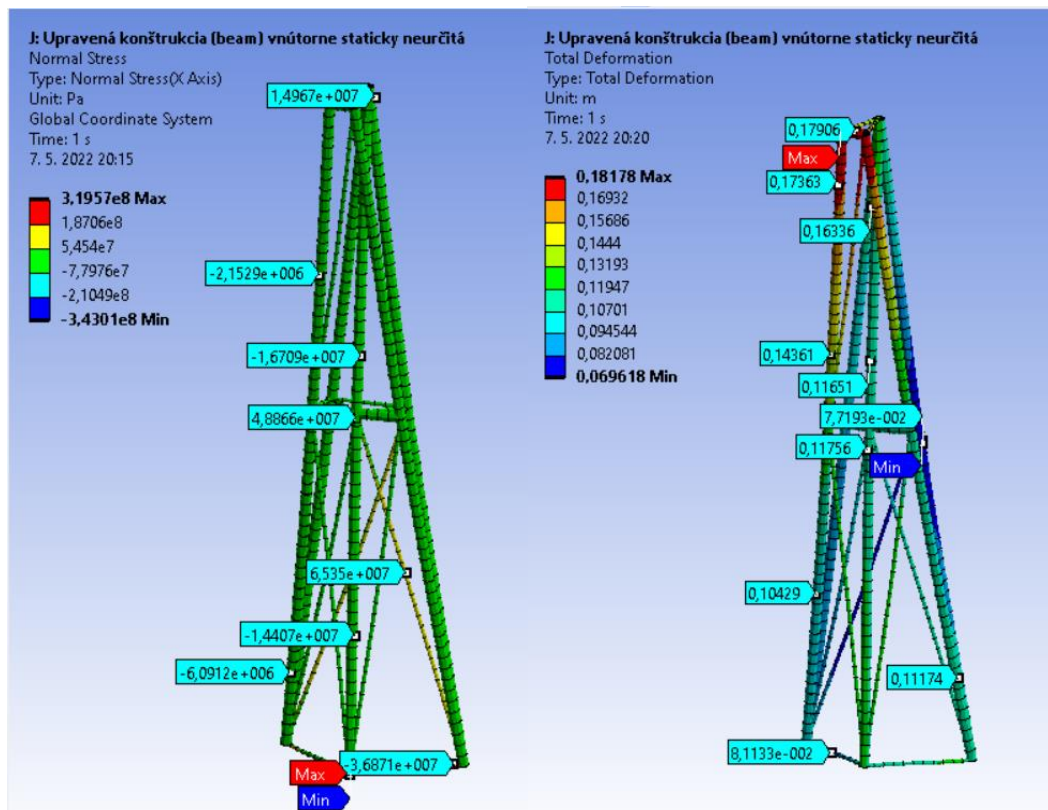
Najväčšie napätie je na prúte P23p. Na prvom poschodí na prúte P11p sa vyskytuje veľmi vysoké napätie na malom mieste ale zvyšok konštrukcie porovnaním s Link má menšie napätie.

Deformácia:

Najväčšia deformácia je znovu na prúte P53, avšak je o niekoľko násobne väčšia oproti zaťaženiu len s vetrom v smere osi Z. Najmenšia deformácia je podľa očakávania na spodku konštrukcie na prúte P11p. S porovnaním s Link je deformácia nižšia.

4.3.3 Vnútorne staticky neurčitá (Numerika/Upravená/Beam)

Podmienky sú tu identické ako pri riešení typom Link, tzn. že sa v 2. poschodí je pridaný pomocný prút. Zaťaženie od vetra je líniové. Je to staticky vnútorne neurčitá prúťová sústava to však na toto riešenie nemá žiadny vplyv pretože používam prvok Beam.



Obrázok 44 – Normálové napätie

Obrázok 45 - Celková deformácia

Normálové napätie:

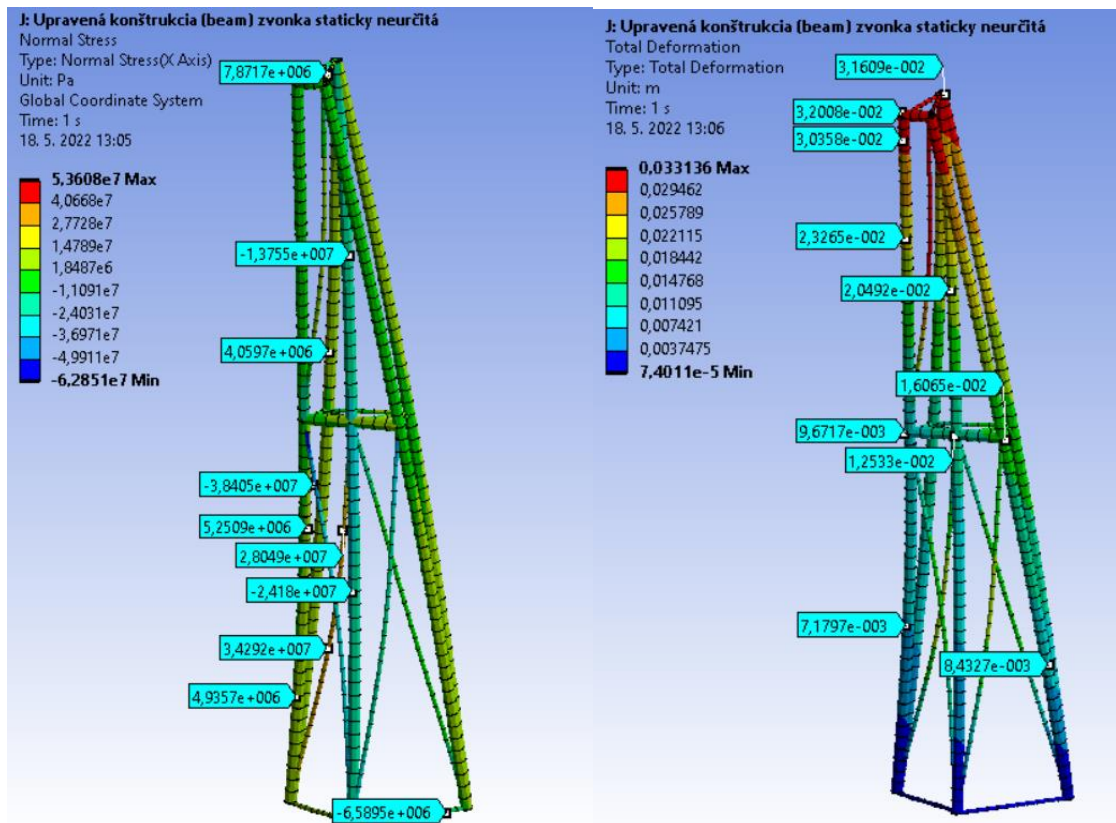
Veľké napätie je na prúte P25p a taktiež na pridanom pomocnom prúte. Napätie sa na prúte P24 zmenšilo čo zapríčinil práve pridaný pomocný prút. Vysoké napätie sa opäť nachádza na malých izolovaných miestach konštrukcie a celkové napätie je menšie s porovnaním s Link.

Deformácia:

Najväčšia deformácia je znovu na vršku konštrukcie ale najmenšie deformácia je práve pri styčníku S34 kde je uložený pomocný prút. Pridaný prút aj tu zmenšil celkovú deformáciu. Porovnaním s Link je deformácia oveľa nižšia

4.3.4 Zvonka staticky neurčitá (Numerika/Upravená/Beam)

Podmienky sú tu identické ako pri riešení typom Link, tzn. že sa v styčniku S11 je zamedzený pohyb v smere Z, a pri uvoľnení vznikne väzbová sila v smere osi Z. Zaťaženie od vetra je líniové. Je to zvonka staticky neurčitá prúťová sústava.



Obrázok 46 – Normálové napätie

Obrázok 47 - Celková deformácia

Normálové napätie:

Veľké tlakové napätie je na prúte P29 čo je spôsobené zamedzením pohybu v styčniku S11. Napätie je aj pri použití prvku Beam oveľa nižšie ako v ostatných variáciách.

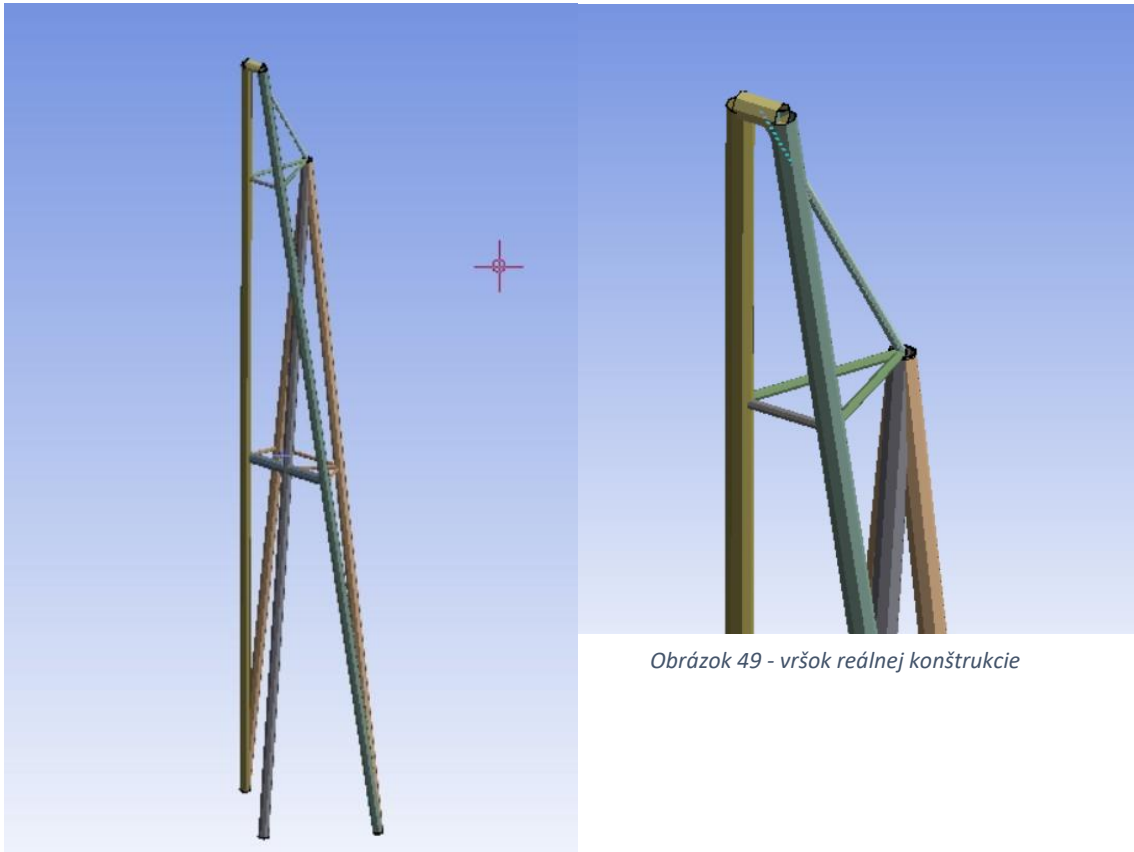
Deformácia:

Deformácia je významne nižšia ako bez väzbovej sily navyše. Najväčšia deformácia je na vrcholku konštrukcie a prirodzene je najmenšia pri styčniku S11 kde je zamedzený pohyb v každej ose.

4.4 Numerické riešenie reálnej konštrukcie

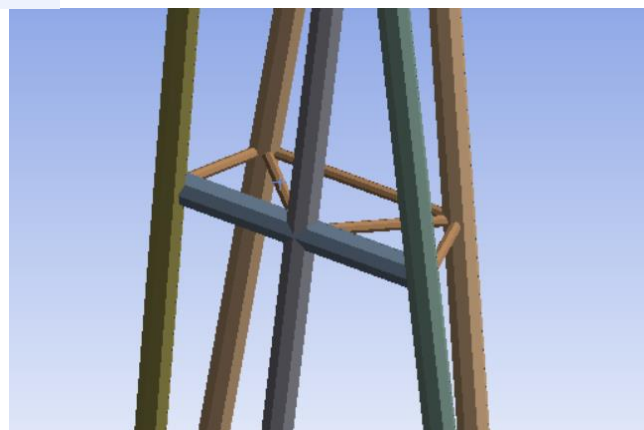
V tejto podkapitole vypočítam napätie a silu v reálnej konštrukcii pomocou prvku Beam. V ANSYS Workbench zmením položku z Link na Beam.

Konštrukcia pre svetlá a plošiny je zanedbaná ale gravitačná sila od svetiel a plošín nie je zanedbaná. Na rozdiel od upravenej konštrukcie vršok konštrukcie nezanedbám.



Obrázok 48 - reálna konštrukcia

Obrázok 49 - vršok reálnej konštrukcie



Obrázok 50 - tretie poschodie reálnej konštrukcie

Už som zistil že statická určitosť reálnej konštrukcie je:

$$s = (p + 6) - 3 \cdot k \quad (76)$$

$$s = (23 + 6) - 3 \cdot 12 \quad (77)$$

$$s = 29 - 36 \quad (78)$$

$$s = -7 \quad (79)$$

To znamená že v tejto konštrukcii nastáva aj ohyb a je vnútorne pohyblivá a na riešenie môžem použiť prvok Beam ale nie prvok Link.

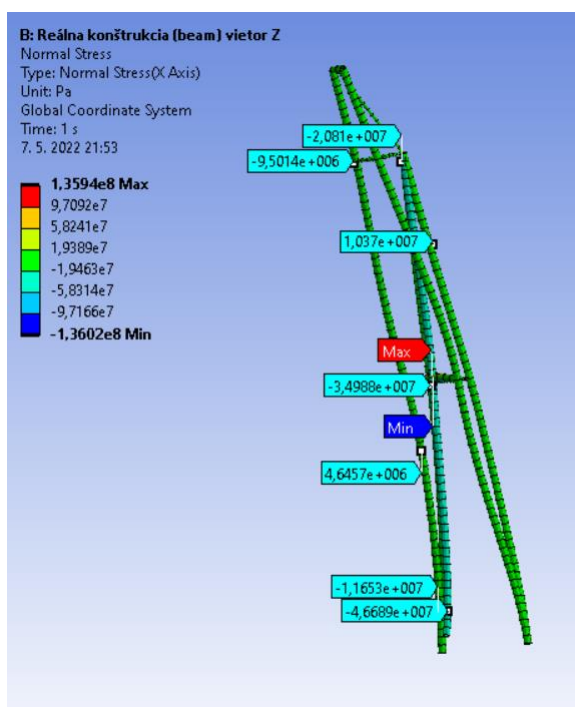
4.4.1 Postup v Ansys

Engineering Data a **Geometry** majú podobný postup ako v predchádzajúcej kapitole len konkrétne prúty sú inak namodelované(iný uhol s bázou)

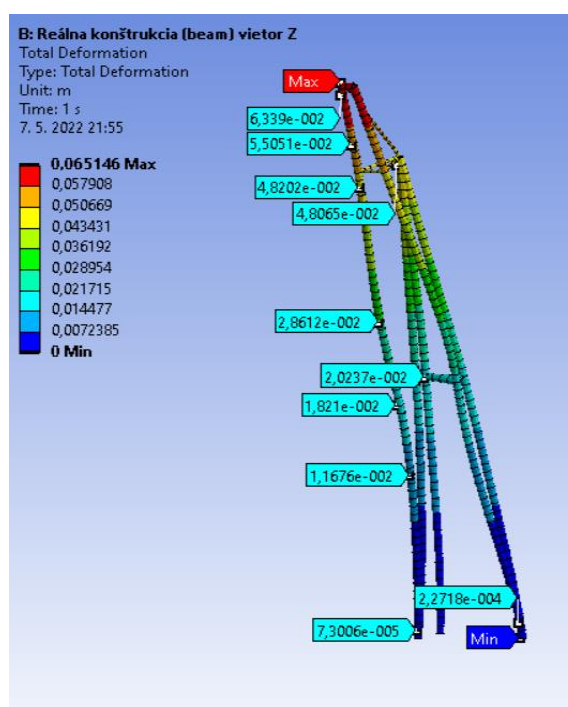
Model:

Pre Beam je treba zmeniť u každého prútu položku z Link na Beam. Je treba vytvoriť mriežku inú ako pre Link. Pre Beam mriežku vytvorím takto: Zvolím záložku Mesh, kde zvolím Element Size rovno 0,5 m. Tým sa vytvorí mriežka ktorá je dostatočne hustá na to aby výsledky neboli výrazne skreslené a zároveň nebola príliš náročná pre software.

4.4.2 Vietor v smere osi Z (Numerika/Reálna)



Obrázok 51 – Normálové napätie



Obrázok 52 - Celková deformácia

Normálové napätie:

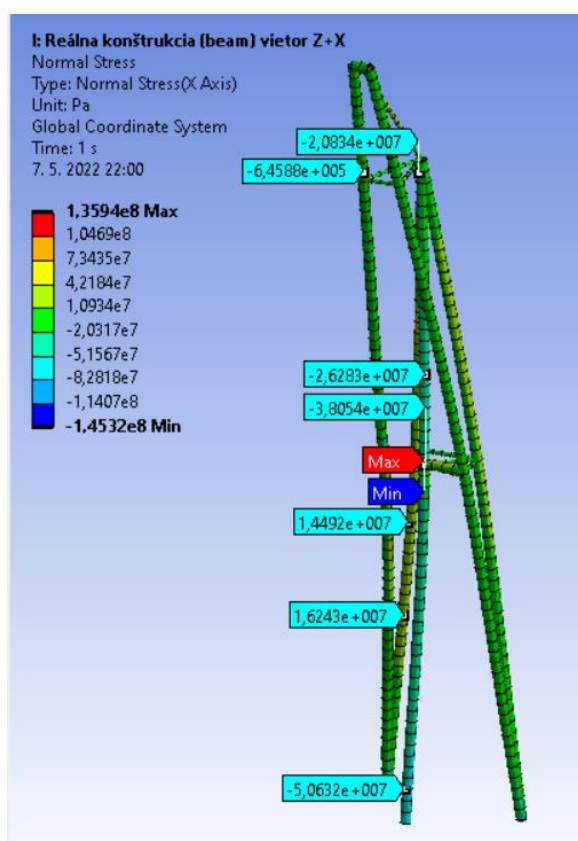
Maximálne tlakové napätie je 136 MPa a ťahové napätie je 136 MPa. Toto napätie je na izolovaných malých miestach pri styčníkoch. S porovnaním s upravenou

konštrukciou (kapitola 4.3.1) sú napätia podobné až na extrémny. Podľa obrázku 51 je zrejmé že väčšina konštrukcie nie je veľmi zaťažená.

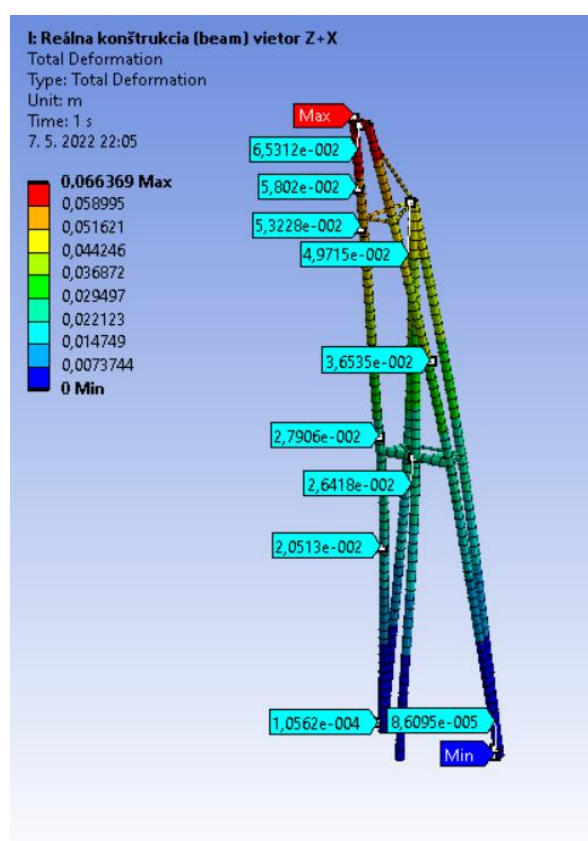
Deformácia:

Najväčšia deformácia je pochopiteľne na vrcholku stožiaru a dosahuje asi 6,5 cm. S porovnaním s upravenou konštrukciou (kapitola 4.3.1) kde chýba vršok, maximálna deformácia je asi 5 cm. Zatiaľ čo v tejto verzii je asi 4,8 cm.

4.4.3 Vietor v smere osi Z+X (Numerika/Reálna)



Obrázok 53 – Normálové napätie



Obrázok 54 - Celková deformácia

Normálové napätie:

Maximálne tlakové napätie je 136 MPa a ťahové napätie je 145 MPa. Toto napätie je na izolovaných malých miestach, čo je podobné ako v predchádzajúcej podkapitole (kapitola 4.1.3). S porovnaním s upravenou konštrukciou (kapitola 4.3.2) sú napätia podobné až na extrémny. Podľa obrázku 53 je zrejmé že konštrukcie nie je kriticky zaťažená.

Deformácia:

Najväčšia deformácia je na vrcholku stožiaru a dosahuje asi 6,6 cm. Pokles deformácie je pravdepodobne spôsobené väzbami (fixed).

5 Záver

Primárnou úlohou tejto bakalárskej práce bola napätostne deformačná analýza stožiaru štadióna. Ako prvé som teóriou objasnil základy problematiky. Nasledovalo vytvorenie výpočtového modelu konštrukcie a analytický výpočet s analýzou. Potom som vytvoril model v programe ANSYS Workbench a znovu výsledky zanalyzoval a navzájom porovnal.

Ako prvé som zhodnotil výsledky analytického riešenia staticky určitej sústavy s vetrom v smere osi Z v podkapitole 3.7. Konštrukcia zaťaženie zvládla a najviac bol zaťažený pôvodný prút P24. Pomocné prúty, teda tie s menším pričným prierezom, mali menšie napätie ako P24 avšak, u prútu P28p došlo k MSVS.

Po pridaní vetru v smere osi X som v podkapitole 3.8 spozoroval výrazný nárast napätia. Na pôvodnom prúte P24 sa napätie zvýšilo ale k MSP nedošlo. Problém nastal u prútu P23p kde došlo k MSP. K MSVS došlo u prútov P28p, P29p a P42p.

Pokúsil som sa zmenšiť napätie pridaním prútu P_{dop2} do 2. poschodia k prútu P23p v podkapitole 3.9. Napätie sa mi podarilo zmenšiť aj na prúte P24 a P23p. Ale napätie na prúte P25p významne vzrástlo až za medzu pružnosti. K MSVS nastalo u rovnakých prútov. Na pomocnom prúte P_{dop2} je ťah o hodnote 82,3 MPa. Jedným riešením je zväčšiť pričný prierez prútu.

V podkapitole 3.10 som zobral pôvodnú upravenú konštrukciu s vetrom Z+X a zamedzil som pohyb v styčníku S11 v smere osi Z. Výsledky napätí vyšli podstatne nižšie ako predchádzajúcich kapitolách a k MSP nedošlo u žiadneho z prútov. Vázková sila vyšla $F_{zn} = -87\,713,3N$.

V kapitole 4 Numerické riešenie som vytvoril model v ANSYS Workbench. Výsledky napätia analytiky a numeriky porovnáam pomocou Rozdielu. Rozdiel udávam v percentách a u väčšiny výsledkov vyšiel takmer 0. To znamená že výsledky numeriky a analytiky sú takmer zhodné a väčšina Rozdielov vyšla takmer 0, čo môžeme vidieť v tabuľke 16.

Deformácie v styčníku S53 pri vetre Z v smere osi Z vyšli 61,7 mm pri numerickom riešení a pri analytickom riešení 58,8 mm. Rozdiel je 4,9 %.

Deformácie v styčníku S53 pri vetre Z v smere osi X vyšli deformácie 87,1 mm pri numerike a pri analytike 82,5 mm. Rozdiel vyšiel 5,57%.

Deformácie v styčníku S53 pri vetre Z+X v smere osi Z vyšli deformácie pri numerickom riešení 101,1 mm a pri analytickom riešení vyšla 96,2 mm. Rozdiel je 5,09 %.

Deformácie v styčníku S53 pri vetre Z+X v smere osi X vyšli deformácie pri numerickom riešení vyšla 732,1 mm. Pri analytickom riešení vyšla 691,9 mm. Rozdiel je 5,8 %.

Po pridaní vetra do osi X masívne zrástla deformácia v smere osi X a aj Z.

Po pridaní pomocného prútu P_{pod2} do konštrukcie s vetrom Z+X sa celková deformácia znížila.

Po zamedzení pohybu v smere osi Z v styčníku S11 sa celková deformácia drasticky zmenšila.

V podkapitole 4.3 Numerické riešenie upravenej konštrukcie (Beam) som namiesto prvku Link použil prvok Beam na upravenú konštrukciu. Musel som upraviť pôsobisko vetru zo styčníc na celú dĺžku prútu.

Deformácie vyšli u konštrukcie s prvkom Beam výrazne nižšie ako u konštrukcie s prvkom Link. Napätie bolo v určitých malých miestach ďaleko väčšie ale v zbytku konštrukcie bolo podobné ako u konštrukcie s Linkom.

V podkapitole Numerické riešenie reálnej konštrukcie(Beam) výsledky boli podobné s upravenou konštrukciou s Beamom.

6 Zoznam použitých zdrojov

- [1] FLORIAN, Z., PŘIKRYL, K., ONDRÁČEK, E. Mechanika těles statika. Vyd. 3. Brno: PC-DIR, 1995, ISBN 80-214-0694-1
- [2] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA. Mechanika těles: Pružnost a pevnost I. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-X.
- [3] SVARŇÍČKOVÁ, Ivana. Studijní materiály: zatížení větrem [online]. 2018 [cit. 2020-06-02]. Dostupné z: <https://www.fce.vutbr.cz/BZK/svarickova.i/pdf/BL05/zat%C3%AD%C5%BEen%C3%AD%20v%C4%9Btrem.pdf>
- [4] Větrné oblasti Slovenska podle Eurokódu. Dlubal [online]. Praha: Dlubal Software, c2001-2020 [cit. 2020-06-02]. Dostupné z: <https://www.dlubal.com/cs/oblasti-zatizeni-snehem-vetrem-a-zemetresenim/vitr-stn-en-1991-1-4.html#¢er=48.65516598703422,17.92356165066113&zoom=9&marker=48.147076,17.105885>
- [5] HLINKA, Richard. STN EN 1991-1-4 ZAŤAŽENIE KONŠTRUKCIÍ [online]. Dostupné z: https://svf.uniza.sk/kskm/subory/ZNZK/04_STN_EN_1991-1-4.pdf
- [6] Football Under the Electric Light, The Scotsman, 25 Októbra 1878, scan via London Hearts Supporters Club. Dostupné z: <https://www.londonhearts.com/scores/images/1878/1878102503.htm>
- [7] Waymouth, John (1971). Electric Discharge Lamps. Cambridge, MA: The M.I.T. Dostupné z: [https://books.google.sk/books?id=I81QAAAAYAAJ&pg=PA114&lpg=PA114&q=Waymouth,+John+\(1971\).+Electric+Discharge+Lamps.+Cambridge,+MA:+The+M.I.T.+Press.&source=bl&ots=hbSaxf3YNP&sig=ACfU3U24DWIMC0xxs4vWLP-jK2Acx2UB7A&hl=sk&sa=X&ved=2ahUKEwi2mJ6uj-b3AhVjlosKHUXUAecQ6AF6BAgkEAM#v=onepage&q=Waymouth%2C%20John%20\(1971\).%20Electric%20Discharge%20Lamps.%20Cambridge%2C%20MA%3A%20The%20M.I.T.%20Press.&f=false](https://books.google.sk/books?id=I81QAAAAYAAJ&pg=PA114&lpg=PA114&q=Waymouth,+John+(1971).+Electric+Discharge+Lamps.+Cambridge,+MA:+The+M.I.T.+Press.&source=bl&ots=hbSaxf3YNP&sig=ACfU3U24DWIMC0xxs4vWLP-jK2Acx2UB7A&hl=sk&sa=X&ved=2ahUKEwi2mJ6uj-b3AhVjlosKHUXUAecQ6AF6BAgkEAM#v=onepage&q=Waymouth%2C%20John%20(1971).%20Electric%20Discharge%20Lamps.%20Cambridge%2C%20MA%3A%20The%20M.I.T.%20Press.&f=false)
- [8] Raymond Kane, Heinz Sell, Revolution in Lamps: A Chronicle of 50 Years of Progress, druhé vydanie, Fairmont Press, 2001
- [9] VIZVÁRY, P. Napjatostně deformační analýza vrtné věže v Gbelích. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2020. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D

Zoznam symbolov:

Symbol	Jednotka	Význam
v	-	počet použiteľných podmienok statickej rovnováhy
μ	-	počet neznámych parametrov vonkajších stykových síl
k	-	počet styčníc
p	-	počet prútov
s	-	miera statickej určitosti
k_k	-	bezpečnosť vzhľadom MSP
σ_k	-	medza klzu
E	MPa	modul pružnosti v ťahu
J_2	mm ⁴	minimálny kvadratický moment priečného prierezu
α	-	koeficient uloženia prútu
λ	-	štíhlosť prútu
S	m ²	obsah priečného prierezu
λ_k	-	kritická štíhlosť prútu
PXYZ	-	označenie prútov
SXY	-	označenie styčníc
ρ_{ocel}	kg/m ³	hustota ocele
MSP	-	medzný stav pružnosti
MSVS	-	medzný stav vzpernej stability
$v_{b,0}$	m.s ⁻¹	teritoriálna základná rýchlosť vetra
v_b	m.s ⁻¹	základná rýchlosť vetra
c_{dir}	-	súčiniteľ smeru vetra
c_{season}	-	súčiniteľ ročného obdobia
$v_m(z)$	m.s ⁻¹	charakteristická stredná rýchlosť vetra
$c_r(z)$	-	súčiniteľ drsnosti terénu
$c_0(z)$	-	súčiniteľ ortografie
k_r	-	súčiniteľ terénu
z_{min}	m	minimálna výška
z_{max}	m	maximálna výška
z	m	výška nad povrchom
z_0	m	parameter drsnosti terénu
$z_{0,II}$	m	parameter drsnosti terénu pre kategóriu II
$q_p(z)$	Pa	Maximálny dynamický tlak
$I_v(z)$	-	intenzita turbulencií
ρ	kg/m ³	Hustota vzduchu
k_1	-	súčiniteľ turbulencie
S_v	m ²	plocha prútu vystavená vetru
VX_y	-	jednotkový vektor prútu v smere osi Y
FX	N	normálová sila
$SVXY_z$	N	sily vetra v určitom styčnisku
$GSXY$	N	gravitačná sila v určitom styčnisku
$F_{plošina2}$	N	gravitačná sila väčšej plošiny
F_{svetlo}	N	gravitačná sila svetiel a pomocnej konštrukcie

$F_{plošina1}$	N	gravitačná sila menšej plošiny
F_{gS1}	N	gravitačná sila menšej plošiny pôsobiaca v 1 styčnÍku
F_{dop2}	N	doplnková sila v 2. patre
w	mm	posuv v smere osi Z
u	mm	posuv v smere osi X
F_{zn}	N	väzbová sila doplnková

Zoznam tabuliek:

Tabuľka 1 - Prúty s priradenými priečnymi prierezmi	27
Tabuľka 2 – konkrétna hodnota výškových hladín	30
Tabuľka 3 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre vietor v smere osi Z	32
Tabuľka 4 – Niektoré výsledné hodnoty pre MSVS pre vietor v smere osi Z	34
Tabuľka 5 – Prírastok deformácie	35
Tabuľka 6 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre vietor v smere osi Z+X	36
Tabuľka 7 – Výsledné hodnoty pre MSVS pre vietor v smere osi Z+X	37
Tabuľka 8 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre vnútorne staticky neurčitú	39
Tabuľka 9 – Výsledné hodnoty pre MSVS pre vnútorne staticky neurčitú	40
Tabuľka 10 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre zvonka staticky neurčitú	42
Tabuľka 11 – Výsledné hodnoty pre MSVS pre zvonka staticky neurčitú	43
Tabuľka 12 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre vietor v smere osi Z	47
Tabuľka 13 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre vietor v smere osi Z+X	49
Tabuľka 14 – Výsledné hodnoty napätí a síl vnútorne staticky neurčitú	51
Tabuľka 15 – Výsledné hodnoty napätí a síl pre zvonka staticky neurčitú	53
Tabuľka 16 – Výsledky s vysokým rozdielom	55

Zoznam príloh:

Príloha 1 – ANSYS
Príloha 2 - Výsledky Excel
Príloha 3 – Matlab
Príloha 4 – Maple
Príloha 5 - Nákrešy stožiaru