



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

POUŽITÍ VOLNĚ DOSTUPNÝCH PROGRAMŮ PRO TOPOLOGICKOU OPTIMALIZACI NA VYBRANÝCH ÚLOHÁCH MECHANIKY TĚLES

USING FREE PROGRAMS FOR TOPOLOGY OPTIMIZATION ON SELECTED PROBLEMS IN SOLID
MECHANICS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ondřej Flídr

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Petr Vosynek, Ph.D.

BRNO 2019

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Ondřej Flídr
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Petr Vosynek, Ph.D.
Akademický rok:	2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Použití volně dostupných programů pro topologickou optimalizaci na vybraných úlohách mechaniky těles

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Topologická optimalizace je v současné době velmi oblíbeným nástrojem hlavně díky rozvoji aditivních technologií (3D tisk). Student/ka se bude v první části práce zabývat rešerší volně dostupných programů, které topologickou optimalizaci nabízejí a v druhé části některé programy vyzkouší na vybraných úlohách.

Cíle bakalářské práce:

- rešeršní studie volně dostupných programů
- stručný popis metod, které programy pro topol. optim. využívají
- praktická ukázka optimalizace

Seznam doporučené literatury:

QUERIN, Osvaldo M. Topology design methods for structural optimization. San Diego, CA: Academic Press is an imprint of Elsevier, [2017]. ISBN 978-0-08-100916-1.

ZHANG, Weihong, Jihong ZHU a Tong GAO. Topology optimization in engineering structure design. Oxford, UK: Elsevier, 2016. ISBN 978-1-78548-224-3.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Tato bakalářská práce zkoumá volně dostupné programy pro topologickou optimalizaci, analyzuje jejich možnosti na vybraných úlohách mechaniky těles a verifikuje výsledky metodou konečných prvků. V teoretické části jsou popsány principy a metody, kterými lze řešit úlohy topologické optimalizace. Dále následuje rešerše volně dostupných programů využívajících tyto metody. Postup výpočtu ve vybraných softwarech je detailně popsán při řešení vzorových úloh v předposlední části. V poslední kapitole jsou nejlepší volně dostupné programy srovnávány mezi sebou a také s komerčně distribuovaným programem Ansys Workbench 19.2. Výstupem je zhodnocení využitelnosti jednotlivých volně dostupných programů v průmyslu. Práce může rovněž sloužit jako manuál k použití vybraných programů pro nezkušené uživatele.

Klíčová slova

Topologická optimalizace, zdarma, Z88Arion, ToOptix

Abstract

This bachelor thesis examines open-source software for topology optimization, analyzes their possibilities on selected problems of solid mechanics and verifies the results by the finite element method. The theoretical part describes the principles and methods by which the tasks of topology optimization can be solved. This is followed by search for open-source software using these methods. The calculation process in selected software is described in detail in solving sample tasks in the penultimate part. In the last chapter, the best open-source software are compared with each other and also with commercially distributed Ansys Workbench 19.2. The output is an evaluation of the usability of individual open-source software in industry. This thesis can also serve as a manual for using selected programs for inexperienced users.

Key Words

Topology optimization, open-source, Z88Arion, ToOptix

Bibliografická citace

FLÍDR, Ondřej. *Použití volně dostupných programů pro topologickou optimalizaci na vybraných úlohách mechaniky těles*. Brno, 2019. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/116342>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Petr Vosynek

Poděkování

Děkuji především své rodině za poskytnutí finančních podpor a motivaci ke studiu biomechaniky po celou dobu studia. Dále bych chtěl poděkovat svému vedoucímu, panu Ing. Petru Vosynkovi, Ph.D., za přátelský přístup a cenné rady při vedení této práce.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně, pod odborným vedením pana Ing. Petra Vosynka, Ph.D. Současně prohlašuji, že všechny zdroje obrazových a textových informací, ze kterých jsem čerpal, jsou řádně citovány v seznamu použitých zdrojů.

Datum

Ondřej Flídr

Obsah

Úvod.....	10
1 Topologická optimalizace	12
1.1 Historický vývoj topologické optimalizace	12
1.2 Využití optimalizace topologie.....	12
1.3 Princip výpočtu.....	13
1.4 Algoritmus řešení úlohy topologické optimalizace pomocí MKP	14
1.3 Objektivní funkce	15
1.3.1 Napěťová objektivní funkce.....	15
1.3.2 Deformační objektivní funkce	16
1.3.3 Kombinovaná objektivní funkce.....	16
1.3.4 Cílový objemový poměr	16
1.4 Návrhová oblast.....	17
2 Nejpoužívanější metody topologické optimalizace.....	18
2.1 Homogenizační metoda	18
2.2 Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP)	19
2.2.1 Principy řešení úloh pomocí SIMP	19
2.2.2 Matematická formulace SIMP	20
2.3 Evolutionary Structural Optimization (ESO)	21
2.3.1 Matematická formulace ESO	21
2.4 Bidirectional Evolutionary Structural Optimization (BESO).....	21
2.4.1 Matematická formulace BESO	22
2.5 Soft Kill Option (SKO).....	22
2.5.1 Matematická formulace SKO	23
3 Optimalizační software	24
3.1 Orientace v prostředí Z88Arion.....	25
3.1.1 Preprocessing	27
3.1.2 Řešič.....	28
3.1.3 Postprocessing.....	28
3.1.4 Topology Optimization for Stiffness and Stress (TOSS)	29
3.2. Orientace v prostředí TopOpt3D	30
3.2.1 File menu	31
3.2.2 Primitives menu	31
3.2.3. Augment menu.....	32

3.2.4 Symmetry	32
3.3 Doplněk pro topologickou optimalizaci ToOptix.....	33
3.3.1 Formulace zadání úlohy v preprocesoru FreeCAD	33
3.3.2 Řešič.....	34
3.4 BESO2D, BESO3D	35
3.4.1 Orientace v prostředí BESO2D.....	35
3.4.2 Postup řešení úlohy v BESO 2D	36
4 Praktická ukázka řešení úloh topologické optimalizace	37
4.1 Optimalizace konzoly metodou TOSS - Z88Arion	37
4.1.1 Preprocessing	37
4.1.2 Nastavení řešiče	40
4.1.3 Postprocessing.....	40
4.2 Optimalizace držáku – ToOptix	42
4.2.1 Preprocessing	42
4.2.2 Nastavení řešiče	43
4.2.3 Postprocessing.....	43
5 Porovnání výsledků open source nástrojů	45
5.1 Cíle 2D úlohy - staticky určitý nosník.....	45
5.2 Zadání úlohy	46
5.3 Algoritmus řešení úlohy	48
5.4 Nastavení optimalizace.....	48
5.5 Výsledky topologické optimalizace.....	50
5.6 Přemodelování a kontrola objemu	52
5.7 MKP statická strukturální analýza.....	54
5.7.1 Analýza deformací	55
5.7.2 Analýza napětí	56
5.8 Porovnání a diskuze výsledků	57
5.9 Diskuze vlivu jemnosti sítě konečných prvků	65
Závěr.....	68
Seznam použitých zkratk.....	69
Seznam obrázků	70
Seznam tabulek	72
Seznam použitých zdrojů	73
Seznam příloh.....	76

Úvod

S rozvojem aditivních technologií (3D tisku) se při modelování součástí otevírají nové obzory, zejména v oblasti komplikovaných tvarů, které nyní lze vytisknout. Takové struktury mají leckdy velmi futuristický design, zato však nízkou hmotnost a dobré mechanické parametry, ať už se jedná o tuhost, napětí, přenos tepla, vlastní frekvence atd. V průmyslu se velmi vyplatí takové součásti používat v oblastech, kde hmotnost hraje důležitou roli. Často je tak nacházíme v leteckém a kosmickém průmyslu nebo také v motorsportu.

Vzhled těchto optimalizovaných struktur často nelze nijak intuitivně odhadovat, proto je nutné zavedení metody, která tento tvar nalezne. Roku 1988 byla dánským vědcem Martinem P. Bendsøem [1] navržena myšlenka topologické optimalizace – nepřímé úlohy mechaniky těles, jejíž výstupem je geometrie součásti, která splňuje vstupní podmínky a zároveň je některý její parametr extrémní. Dochází tím k zefektivnění rozložení materiálu.

Metody topologické optimalizace se neustále vyvíjejí pro různé požadavky a k řešení používají buď analytické vztahy nebo v poslední době velmi oblíbenou metodu konečných prvků, která je univerzálním nástrojem pro řešení přímých úloh mechaniky těles. Při použití numerických metod je provedení inverzní úlohy problematictější, zapotřebí tedy bylo vyvinout sofistikovanější řešič, který pracuje iteračně.

Takové software byly ale z počátku velmi drahé, v poslední době však stoupá popularita topologické optimalizace a objevují se i volně dostupné programy, které tyto úlohy dokážou vyřešit plně zdarma, což může být klíčové pro menší firmy v případě příležitostné optimalizace. Značným omezením volně dostupných software je méně možností nastavení úlohy, delší výpočtový čas a méně příjemné uživatelské prostředí. Rozdíl kvality výsledků komerčního a open-source software může být markantní, najdou se ale i úlohy, kde je optimalizace z obou programů srovnatelná. O možnostech, omezeních a kvalitě výsledků volně dostupných software pojednává tato práce, jejíž výstupy mohou sloužit jako podklad pro výběr vhodného software a také jako manuál pro jejich použití.



Obr.1 Topologická optimalizace nosiče zadního kola vozu Dragon 8 týmu TU Brno Racing

[2]

1 Topologická optimalizace

Při návrhu designu součásti často narážíme na požadavek co nejnižší hmotnosti při zachování tuhosti konstrukce. Jednou z možností, jak postupovat, je vedle samotné tvarové optimalizace také optimalizace topologická, ta se v poslední době těší velkému zájmu [3]. Na rozdíl od starší tvarové optimalizace umožňuje mnohem efektivnější využití materiálu a tím násobně větší úsporu hmotnosti.

Optimalizovaná geometrie je optimální pouze pro jedno, nebo několik různých zatížení, to je často omezující faktor pro součásti, které ve svém provozním stavu zažívají mnoho potenciálně nebezpečných zátěžných stavů. Po každém návrhu by měl následovat postprocessing obsahující ruční vyhlazení a závěrečnou MKP kontrolu.

1.1 Historický vývoj topologické optimalizace

S myšlenkou optimalizace topologie těles přišel dánský vědec M.P.Bendsøe v roce 1988 [1]. Zkombinoval spolu s Noboru Nikuchim tři známé metody - tvarovou optimalizaci, problém velikosti a homogenizační přístup. Metoda, kterou vyvinuli si zakládala na homogenizaci rovinných prvků s čtvercovými nebo obdélníkovými dírami, ta byla postupem času nahrazena metodou SIMP, kterou vyvinul Zhou a Rozvany [4]. Obecným principem je hledání extrémů objektivní funkce $F(u(\rho), \rho)$ [5] (tou může být poddajnost, vlastní frekvence, vzpěrná stabilita atd.) při splnění několika vedlejších okrajových podmínek.

První výraznější úspěchy si zakládaly na jednoduchých analytických modelech, kde se hledalo optimální rozložení nosníků tak, aby byla výsledná struktura lehká, levná a zároveň vyhovovala technickým požadavkům [5]. Podobný význam se dá najít v hledání struktury nosníků při stejném přetvoření. Tyto metody jsou analytické a využívají se dodnes.

V dnešní době zažívá TO velký rozvoj s expanzí aditivních technologií, a to i ve strojírenství, kde konstruktéři nejsou omezeni pouze na plastové díly. Lze tisknout i kovové komponenty např. technologií SLM. Tyto vytištěné díly mají po náležité tepelné úpravě ucházející mechanické vlastnosti. Dříve, před rozmachem 3D tisku, byla geometrie součásti značně omezena z důvodu vyrobitelnosti konvenčním obráběním. Tento v současnosti velmi oblíbený trend dává topologické optimalizaci nové obzory do budoucnosti navrhování geometrií.

1.2 Využití optimalizace topologie

Optimalizované struktury lze najít v široké škále inženýrských odvětví, často se nachází tam, kde je žádoucí úspora hmotnosti, např. v leteckém, vesmírném nebo závodním průmyslu. S optimalizací mechanických vlastností se ale zhoršuje vyrobitelnost, kde obvykle není možné komponenty vyrobit jinak, než s využitím aditivních technologií [5, 6].

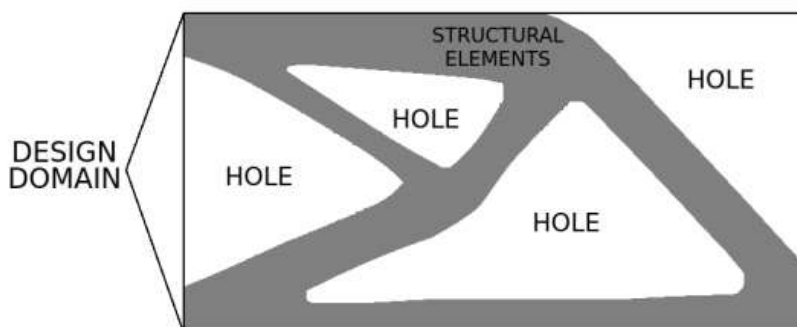
1.3 Princip výpočtu

Cílem konvenční strukturální TO¹ je maximalizace tuhosti, nebo-li minimalizace poddajnosti při zadaných okrajových podmínkách [7, 8]. TO je nepřímá úloha mechaniky těles, která vyhledává v ohraničeném prostoru neznámý tvar. Výsledkem je potom návrh optimálního rozložení hmoty v návrhovém prostoru. Typickým příkladem, kdy je vhodné použít TO může být situace, kdy konstruktér nezná přesný tvar zatížené součásti, na níž jsou kladeny vysoké nároky na nízkou hmotnost a zároveň dostatečnou bezpečnost, a může „proděravět“ součást, pokud mu to konstrukční požadavky dovolí.

Konvenční metody TO vychází ve většině případů z numerické metody MKP. Vyřazením některých prvků z návrhové oblasti vzniká optimalizovaná struktura s nižším objemem. Geometrie má ale kvůli konečné velikosti prvků velmi rozmanitý povrch. Tento výsledek je nutné chápat pouze jako návrh finální geometrie, který je nutné zahladit a provést MKP kontrolu. Některé softwary umožňující TO nabízí funkci automatického vyhlazení povrchu [6], jinde se bez kompletního přemodelování obejít nelze.

Pokud uvažujeme návrhovou oblast tvořenou N prvky izotropního materiálu, pak při hledání optimální struktury vzniká 2^N návrhových možností [3].² Analyzování všech kombinací výsledků by trvalo nemyslitelné množství času, proto je zapotřebí vyvinout sofistikovanější postup řešení.

U optimalizované, resp. přemodelované geometrie je vhodné provést kontrolu bezpečnosti vůči mezním stavům, jichž se kritérium optimality netýkalo. Některé neoptimalizované parametry mohou být TO negativně ovlivněny. Především se jedná o kontrolu vlastních frekvencí nebo mezního stavu vzpěrné stability.



Obr.2 Optimalizovaná struktura 2D nosníku [9]

¹ Optimalizace probíhá ve většině případů s ohledem na bezpečnost k meznímu stavu pružnosti, jiné optimalizace, jako třeba optimalizace přenosu tepla nebo vlastních frekvencí jsou stejnými metodami řešitelné.

² Prvek je ze struktury odstraněn nebo v ní zůstává

1.4 Algoritmus řešení úlohy topologické optimalizace pomocí MKP

Autor [10] uvádí algoritmus řešení následovně:

1. Definice úlohy

Obsahuje veškerý preprocessing. Úlohu je nutno patřičně definovat za pomoci definice materiálu, okrajových podmínek a sítě konečných prvků. Vstupují zde i parametry topologické optimalizace, tj. cílený objemový poměr a koeficienty vstupující do řešiče TO.

2. MKP Analýza

Řešič strukturální analýzy po každé iteraci uvažuje nové hodnoty návrhových proměnných, pro metodu SIMP je tedy analyzovaná oblast v důsledku šedých prvků heterogenní a postupně konverguje k černobílé struktuře.

3. Citlivostní analýza

Citlivostní analýza zajišťuje linearizaci nelineárního výpočtu. Jejím úkolem je vytvoření pole posuvů jako funkci návrhových proměnných, ze které hledá globální extrém.

4. Nové hodnoty návrhových proměnných a aktualizace struktury

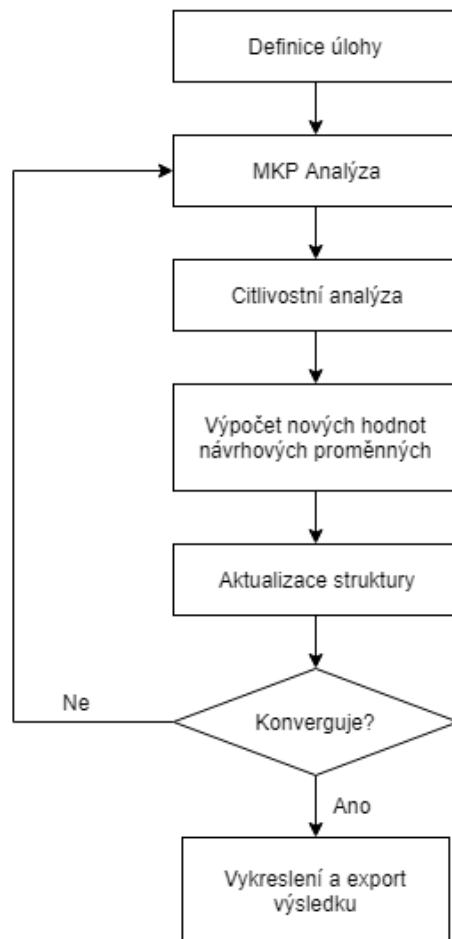
Z nalezeného extrému funkce posuvů se pro další iteraci použijí návrhové proměnné tomuto extrému odpovídající. Za pomoci penalizace tyto hodnoty postupně konvergují na dutinu nebo plný materiál s respektem k vedlejším okrajovým podmínkám a oblasti vyloučené z optimalizace.

5. Konvergence

Pokud se hodnota objektivní funkce za poslední iteraci příliš nezměnila, resp. změna je menší než hodnota kritéria konvergence určená uživatelem, výpočet se považuje za zkonvergovaný a končí. Proces lze ukončit i omezením maximálního počtu iterací.

6. Postprocessing

Výslednou strukturu je vhodné upravit do výrobitelné podoby, odstranit nedostatky a zkontrolovat v závěrečné MKP analýze vůči všem mezním stavům, které mohou nastat.



Obr.3 Algoritmus řešení úlohy TO, upraveno a přeloženo z [10]

1.3 Objektivní funkce

Metody TO jsou vcelku multifunkční a efektivní nástroj pro inovaci geometrie tělesa, proto mohou být požadavky na vlastnosti výsledné struktury velmi rozmanité. Před zahájením výpočtu je tedy nutná rozvaha výpočtáře nad tím, s jakým cílem je třeba strukturu optimalizovat. Kritérií je celá řada, vždy jde ale o hledání extrému tzv. objektivní funkce, která charakterizuje určitý mechanický parametr výpočtového modelu [7]. V nejčastějším případě výpočet probíhá s cílem maximalizace tuhosti³ nebo minimalizace napětí nejvíce namáhaného přítomného prvku⁴. Méně časté je optimalizování vlastní frekvence nebo bezpečnosti vůči ztrátě vzpěrné stability. Dále existují i speciální kritéria optimality, např. lokalizace plastické zóny nebo rovnoměrnost kontaktních napětí [11].

1.3.1 Napět'ová objektivní funkce

Pro nejefektivnější využití materiálu z hlediska minimalizace maximálního von Misesova napětí ve struktuře [7] je nutné zavést napět'ovou objektivní funkci s příslušnou objemovou podmínkou:

minimalizace: $\sigma_{HMH_{max}}$

$$V_{(\rho_e)} = \sum_{e=1}^N \rho_e \frac{V_e}{V_{tot}} \leq V^{Lim}; \rho_e = \{\rho_{min}; 1\} \quad (1)$$

přičemž $\sigma_{HMH_{max}}$ je redukované napětí nejvíce namáhaného prvku v aktuální struktuře, vypočítatelné dle rov.(2), V^{Lim} cílený objem definovaný uživatelem a V_{tot} maximální objem, který může zaujímat struktura v návrhové oblasti, tj. objem samotné návrhové oblasti.

$$\sigma_{HMH} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad (2)$$

kde $\sigma_{1,2,3}$ jsou hlavní napětí

³ V případech, kdy je funkčnost komponenty omezena maximální přípustnou deformací

⁴ Jde o plně namáhaný návrh (*fully stressed design*)

1.3.2 Deformační objektivní funkce

Parametr definující odolnost proti deformaci nazýváme tuhost (K), inverzní veličinou je pak poddajnost (C). Hledání co možná nejtužšího rozložení materiálu v návrhové oblasti je tudíž hledáním maxima objektivní funkce K , resp. minima poddajnosti C . Funkci lze vyjádřit ze základní rovnice MKP.

$$F = Ku \quad (3)$$

$$\text{minimalizace: } C = F^T u \quad (4)$$

kde C je globální matice poddajnosti, F je silový vektor a u pole posuvů

Minimalizaci poddajnosti je třeba provádět s respektem objemové podmínky vyjádřené rov.(1).

1.3.3 Kombinovaná objektivní funkce

Ne vždy je jediná z možných podmínek pro požadavky TO postačující. V některých případech je vyžadována optimalizace několika různých proměnných zároveň. Objektivní funkce lze tedy libovolně kombinovat a provádět výpočet s více objektivními funkcemi zároveň⁵. Výsledné hodnoty parametrů ovšem samy o sobě nebudou optimální, jako kdyby byla provedena optimalizace jich samotných. Extremizace probíhá pro kombinaci všech objektivních funkcí. Důležitost dané objektivní funkce ve výpočtu je možné dále upravovat pomocí korekčních koeficientů (*Weight factor*).

1.3.4 Cílový objemový poměr

S objemovou podmínkou pracuje TO ve většině metod. Je to jeden z parametrů určených uživatelem za účelem redukce hmotnosti. Iterační proces probíhá se snahou snižovat objem zaujímající materiálem až na úroveň definované hranice V_{max} . Úspora materiálu je jedním z cílů TO, určuje ji rovnice objemového poměru:

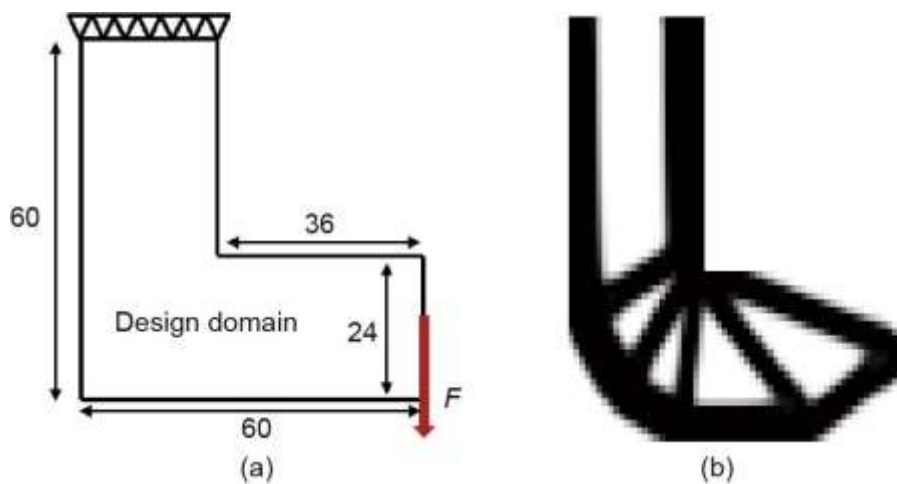
$$V^{Lim} = \frac{V_{max}}{V_{tot}} \quad (5)$$

kde V^{Lim} je mezní objemový zlomek [-], V_{max} je maximální cílený objem a V_{tot} celkový objem návrhové oblasti.

⁵ Kritéria optimality nesmí být vzájemně protichůdná [11]

1.4 Návrhová oblast

Řešení každé úlohy TO metodou založenou na MKP je specifikování návrhového prostoru, tj. oblasti, ve které se optimalizovaná struktura může vyskytovat. Pro výsledek výpočtu je naprosto stěžejní správné nadefinování tohoto prostoru, ve kterém probíhá redukce materiálu vyřazováním některých prvků z původně plné a homogenní návrhové oblasti. Samotná návrhová oblast (*design domain*) musí respektovat okrajové podmínky, a tedy i výsledný návrh bude spojovat místa vazeb a zatížení plným materiálem. Zatímco místa podléhající zatížení musí po dobu výpočtu setrvat ve struktuře celým svým objemem, prvky s aplikovanou geometrickou podmínkou mohou být částečně nebo i úplně vyloučeny, jak je vidět na obr.4 b) .



Obr.4 a) Návrhová oblast, b) Výsledek optimalizace [12]

2 Nejpoužívanější metody topologické optimalizace

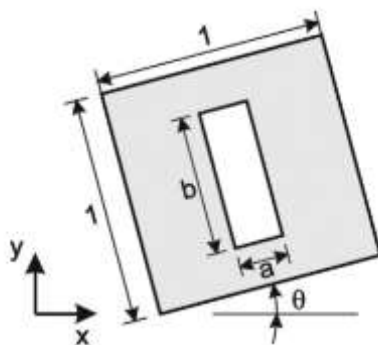
Pro řešení nepřímé úlohy mechaniky těles bylo vyvinuto mnoho metod využitelných v řešících optimalizačního software. Metody lze pro lepší orientaci rozdělit na **evoluční metody** (*evolutionary methods*) a **metody hladin** (*level set methods*) [13], ty jsou využitelné převážně v skriptech, např. v jazyku Python nebo Matlab. Jejich popisem a aplikací se tato práce zabývat nebude.

Úlohy TO mohou být řešeny celou řadou numerických nebo analytických metod. Jejich principem je optimalizace velkého množství návrhových proměnných, které jsou aktualizovány nezávisle podle optimalizačního kritéria v každé iteraci výpočtu [14].

2.1 Homogenizační metoda

Používá se převážně jako forma tvarové optimalizace. Topologii si lze představit jako nekonečné množství mikroskopických dutin, které vytváří pórovitou strukturu. Řešení poté spočívá v hledání optimálních geometrických rozměrů. V místech, kde dojde k seskupení dutin bude odebrán materiál, naopak v částech návrhové oblasti, kde nedojde k růstu pórů, bude materiál ponechán [7].

Základní buňkou je v rovinné úloze čtvercová buňka natočená o úhel (θ) obsahující dutinu o délce (a), šířce (b). Úkolem řešiče je maximalizace globální tuhosti úpravou proměnných parametrů dutin a buněk. Výpočet končí dosažením horního navrhovaného objemu [7]. Metoda má velmi omezené využití pouze na rovinné úlohy, to se v úlohách TO dá využít například při návrhu prutových soustav. Pro tyto důvody se její aplikací tato práce dále zabývat nebude.



Obr.5 Základní buňka struktury při řešení topologie homogenizační metodou [7]

2.2 Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP)

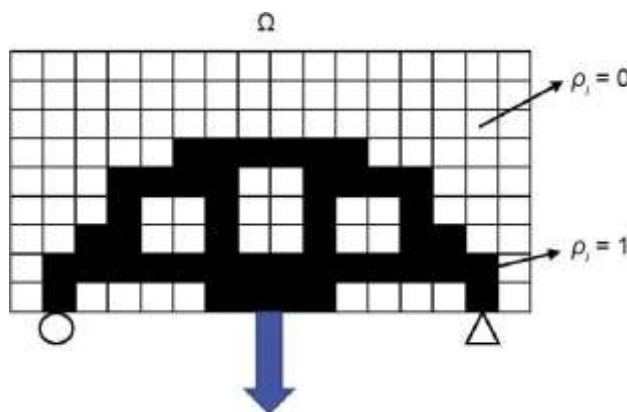
Nejvyžívanější metoda pro optimalizaci topologie v komerčních softwarech, SIMP, vychází z homogenizační metody. Jedná se o výpočtově málo náročnou metodu, která je ale velmi závislá na jemnosti MKP sítě, to lze částečně řešit pomocí některých vedlejších okrajových podmínek [3].

2.2.1 Principy řešení úloh pomocí SIMP

Řešením úlohy je využití pouze jedné návrhové proměnné pro každý jednotlivý prvek. Touto proměnnou je fiktivní hustota prvku (*artificial density*) ρ_e , některé prameny interpretují proměnnou i jako tloušťku prvku [3]. Pro e -tý prvek z návrhové oblasti platí: $0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1$. Touto hustotou je poté vynásoben objem prvku, kde výslednou veličinou je aktuální objem v_e . Navrhovaný objem pak lze vyjádřit jako:

$$V = \sum_{e=1}^N v_e \rho_e \quad (6)$$

Rovněž lze pomocí fiktivní hustoty vyjádřit fiktivní Youngův modul pružnosti E_e s použitím penalizace p , kterou metoda zavádí pro rychlou konvergenci spojitě rozložených hodnot ρ_e ⁶ na diskrétní hodnoty (0-1). Dochází tak k získání jednoznačně “plných” prvků s modulem pružnosti totožným s materiálem a jednoznačně “prázdných” prvků, které jsou ze struktury vyřazeny a nemůžou tudíž přenášet napětí, jejich modul pružnosti je tedy roven 0. Pro Youngův modul pružnosti e -tého prvku platí vztah: $E_e = \rho_e^p E_e^0$, kde E_e^0 je materiálový modul pružnosti a p je penalizace.



Obr.6 Diskretizace fiktivních hustot (0-1) [12]

⁶ Strukturu s nehomogenním modulem pružnosti by z fyzikálního hlediska představovala kompozitní struktura

2.2.2 Matematická formulace SIMP

K dosažení dostatečně “černo-bílé” struktury jsou obvykle potřeba penalizační hodnoty $p > 3$. Počáteční hodnota p se volí $p = 1$ a nadále se zvyšuje dokud není dosaženo (0-1) výsledku. Penalizace sice dokáže po několika iteračních krocích rozdělit různorodé hustoty na jednotkové a nulové, řešení je ale nelineární a nekonvexní, pokud výpočet nezačíná s hodnotou $p = 1$ a dále se nezvyšuje [3, 8]. Algoritmus výpočtu probíhá dle [7]:

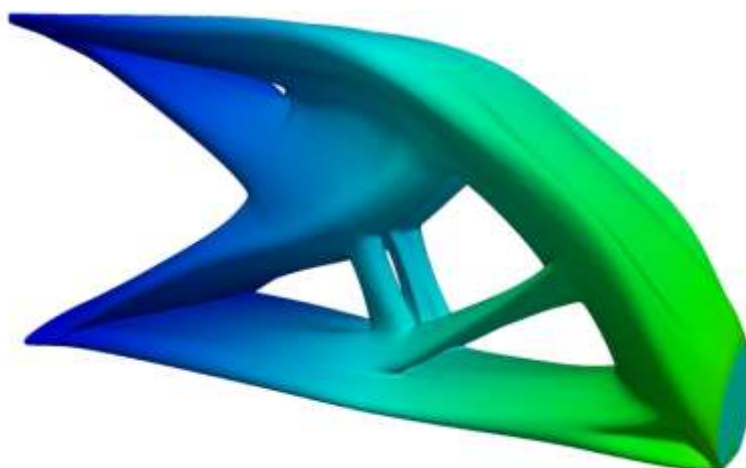
$$\text{Maximalizace tuhosti: } c(\rho_e) = \{F\}^T(u) \quad (7)$$

$$\left[\sum_{e=1}^N \rho_e^p K_e \right] \{u\} = \{F\} \quad (8)$$

$$\sum_{e=1}^N v_e \rho_e \leq \bar{V}_s \quad (9)$$

$$0 < \rho_{min} \leq \rho_e \leq 1; e = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

$$p = 1, 2, \dots, p_{max}; p_{max} > 3 \quad (11)$$



Obr.7 Topologie vytvořená metodou SIMP s kartézskou mřížkou 180x180x360, vyhlazená [15]

2.3 Evolutionary Structural Optimization (ESO)

Další poměrně jednoduchou metodou TO na základě MKP je ESO, které si zakládá na pomalém iteračním odstraňování neefektivního materiálu z návrhové oblasti [7], které vede k optimálnímu návrhu struktury. Kritérií, podle kterých lze postupovat při odstraňování prvků je celá řada (maximální von Misesovo napětí, posuv, přirozená frekvence, vzpěrná stabilita atd.). Na rozdíl od SIMP nevznikají šedé prvky s hustotou jinou než 0 a 1. Materiál je po celou dobu výpočtu jednoznačně přítomen nebo nepřítomen.

2.3.1 Matematická formulace ESO

Princip zmenšování objemu spočívá v postupném zvyšování kritického poměru napětí. Z návrhové oblasti je vyloučen každý e -tý prvek, pro který platí [7] nerovnice:

$$\sigma_e \leq RR_s \times \sigma_{max} \quad (12)$$

$$RR_{s+1} = RR_s + ER \quad (13)$$

kde s je pořadové číslo iterace, σ_e redukované napětí v e -tém prvku, σ_{max} maximální napětí v aktuální struktuře a RR_s kritický napěťový poměr v s -té iteraci. Typická počáteční hodnota RR_0 je 0,01, přírůstek ER obvykle takéž 0,01 a zůstává konstantní po celou dobu procesu.

Pokud v s -tém kroku výpočtu nevyhovuje žádný prvek dané nerovnici, pak je položeno $s = s + 1$ [7] a výpočet pokračuje standardním způsobem dál. Iterační proces končí dosažením cílového objemu nebo $RR_s = 0,25$.

2.4 Bidirectional Evolutionary Structural Optimization (BESO)

Metoda postupného odstraňování prvků byla zakrátko rozšířena [7] o zpětnou iniciaci materiálu. Jedním z největších problémů ESO je, že prvek, který byl jednou ze struktury vyřazen, se již nemůže ve výpočtu obnovit. Mohou tak vznikat vysoce napjaté prvky na povrchu struktury. Problém řeší obousměrná ESO metoda, tzv. BESO, která dovoluje prvkům se do návrhové oblasti vracet, a to v těsném okolí prvků s vysokým napětím. Materiál je tak přidáván do míst, kde je ho třeba. Nikdy ovšem nemůže být obnoven prvek, který nebyl přítomen v původní návrhové oblasti.

Obousměrná evoluční metoda si však našla i své odpůrce, které na několika publikovaných patologických případech ukázali, že v počátku evoluce byly odstraněny [13] důležité nosné příčky, které se již nikdy do struktury nevrátily. Je tedy na zvážení, zda finální topologii považovat za optimální. Na předejití těchto problémů se již vytváří nové technologie.

2.4.1 Matematická formulace BESO

Proces evoluce je velmi podobný metodě ESO, nově ale musí být zavedena podmínka přidávání materiálu. Prvek, který splňuje danou nerovnost a není plně obklopen okolními prvky, bude v dalším kroku obalen nově obnoveným materiálem. Autor [7] uvádí výpočet:

$$\sigma_e \geq IR_s \times \sigma_{max} \quad (14)$$

$$IR_{s+1} = IR_s - EIR \quad (15)$$

kde IR_s je kritický napěťový poměr pro obnovení prvku v s -té iteraci výpočtu a EIR jeho úbytek, obvykle rovný 0,01, konstatní po celou dobu výpočtu. Počáteční hodnota poměru napětí je $IR_0 = 0,99$.



Obr.8 Výsledek optimalizace 2D úlohy použitím BESO. [5]

2.5 Soft Kill Option (SKO)

V přírodě se nachází celá řada případů, kdy mají tělesa přirozeně optimální geometrii, kterou se lze inspirovat v technických oborech⁷ [16]. Kupříkladu živočichové s lepší geometrií a pevností těla mají větší naději na přežití, kdežto “neoptimální” živočichové vymírají. Obdivuhodné struktury tvoří také rostoucí větve stromů nebo kosti, které jsou přizpůsobeny hned několika zatěžovacím stavům. Metoda SKO ve své podstatě tento přírodní proces simuluje [17].

Proces pracuje na principu upravování modulu pružnosti prvků, kdy vyřazuje prvky bez přetvoření [7] nebo s velmi malým přetvořením, dokud nebudou zbylé prvky plně zatížené. Kritériem, které určuje uživatel v tomto případě není, narozdíl od jiných metod, procentuální zastoupení objemu, ale referenční napětí σ_{ref} .

⁷ Aplikováním poznatků z přírody se zabývá interdisciplinární vědní obor bionika/biomimetika [18]

2.5.1 Matematická formulace SKO

Prvek je na počátku výpočtu charakterizován modulem pružnosti v tahu E_{max} , dále se v každé i -té iteraci jeho aktuální modul E_i^e upravuje dle vztahu [7]:

$$E_{i+1}^e = E_i^e + k(\sigma_i^e - \sigma_{ref}) \quad (16)$$

kde i je aktuální číslo iterace, σ_i^e aktuální průměrné napětí v prvku, σ_{ref} globální referenční napětí, k koeficient změny napětí, obvykle rovný 1000 a E_{i+1}^e modul pružnosti e -tého prvku v příští iteraci. Hodnota této veličiny je limitována $E_{min} = \frac{E_{max}}{1000}$. Výpočet probíhá dokud není dosaženo prvků s E_{max} a E_{min} [7].



Obr.9 Kuchyňský stůl optimalizovaný metodou SKO [17]

3 Optimalizační software

Jakákoliv úloha využívající MKP je prakticky neřešitelná [19] bez využití výpočetní techniky. Zejména topologická optimalizace vykazuje poměrně vysokou výpočtovou náročnost, tudíž ji bez současné počítačové podpory nejsme schopni provést.

V komerční sféře lze najít několik hojně používaných software, kterými lze provádět úlohy TO velmi pohodlně. Takový nástroj si často kvůli velmi vysoké pořizovací ceně⁸ nemůže výpočtová firma dovolit. V posledních letech se začínají objevovat i takzvané open-source nástroje, tedy programy umožňující řešit problematiku TO, a to zcela zdarma, jako freeware. Tyto prostředky ovšem mají svá omezení a jejich řešiče obvykle nejsou tak komplexní, nemají příliš intuitivní ovládání a často je k nim nutné použití dalších software. Přes tyto všechny nedostatky lze open-source programy s dobrou spolehlivostí nahradit nákladné programy.

Existuje několik kritérií, podle kterých lze posuzovat jednotlivé optimalizační software [19]:

Dle typu licence:

- komerční - využívání je zpoplatněno pravidelnou úhradou licenčního poplatku
 - Ansys, Abaqus, TOSCA, Nastran...
- open-source - využívání je poskytnuto zdarma
 - Z88Arion, TopOpt, ToOptix, Code_Aster, BESO2D, Toptimizer...

Dle druhu programu:

- preprocessor
 - formuluje zadání úlohy
 - diskretizuje tělesa na konečné prvky
 - zadává materiál a okrajové podmínky
- solver (řešič)
 - řeší matematické úlohy
 - bez vlastního grafického rozhraní
 - často ve formě skriptovacího kódu
- postprocessor
 - vizualizuje výsledky
 - umožňuje další úpravy výsledné struktury

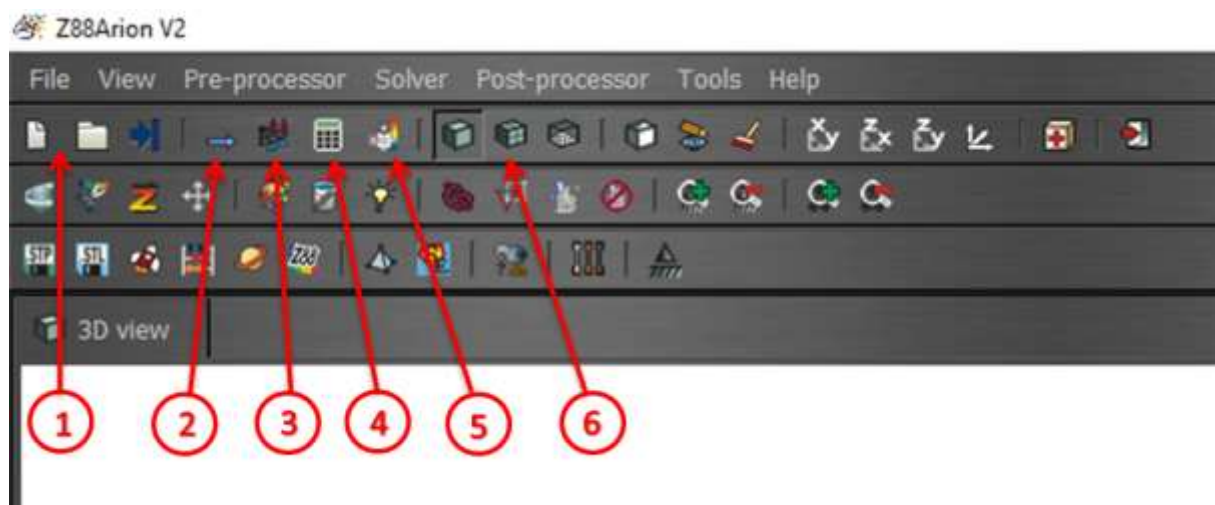
⁸ Náklady na jeden rok provozu mohou jít až do milionů Kč

- kompletní prostředí
 - Soubor nástrojů s vlastním grafickým rozhraním v jednom uživatelském prostředí

3.1 Orientace v prostředí Z88Arion

Jedná se o kompletní uživatelské prostředí na bázi open source programu. V současnosti funguje Arion pouze v platformě Windows, pro kterou je dodávána německou společností Z88 z Univerzity v Bayreuthu v balíku společně s MKP simulačním nástrojem Z88 Aurora a dalšími simulačními nástroji. Tým vývojářů je veden prof. Frankem Riegem od roku 1985, první verze Arionu byla vydána 25.4.2016, dnešní, druhá verze, 23.4.2018. Od počátku vývoje bylo hlavním cílem poskytnutí dostupného software “od inženýrů pro inženýry” bez nároku na jakýkoli profit. Dnes jsou oba open sourcey využívány [20, 21] na řadě univerzit, v menších a středních firmách a v soutěži Formula Student⁹.

Ještě donedávna se zdála jako velká překážka jazyková bariéra, poněvadž byl Arion jako jediný z celého balíčku poskytován pouze v německém jazyce s poněkud nešťastným mícháním s jazykem uživatele. To činilo orientaci a porozumění programu celkem problematickými. Dnes je dostupná i verze většinově anglická. Výuková videa, manuál a podpora však nadále zůstávají pouze německy. Kompletní orientace v software je detailně popsána v manuálu [22].



Obr.10 Nabídka funkcí programu Z88Arion, opozicováno

⁹ Formula Student je celosvětová soutěž pro studenty technických vysokých škol, spočívá v návrhu a konstrukci prototypu závodního vozu formulového typu. Software Z88 využívá tým Elephant Racing e.V.

1. Vytvoření, nahrání a ukončení projektu

- Projekt se vytváří založením nové složky, do které se posléze automaticky ukládají vytvořená data. Stejně jako jiné programy, i tento je citlivý na českou diakritiku. Nahrát projekt pak lze jednoduše výběrem této složky.

2. Import sítě nebo geometrie

- Prostředí podporuje import externě vytvořené geometrie ve formátech .STL a .STEP nebo sítě konečných prvků z komerčních software Nastran, Cosmos a Abaqus. Také lze importovat textový soubor ze sesterské Z88Aurora.

3. Preprocessor

- Umožňuje rozšiřovat těleso tetrahedrony nebo “super elementy”, nastavit materiál pro všechny prvky nebo skupinu prvků, určit okrajové podmínky nebo vyřadit prvky z optimalizované oblasti.

4. Řešič

- Po nastavení všech parametrů vstupu lze v řešiči určit cílový objem, metodu a parametry optimalizace. Pokud je vše v pořádku, proběhne výpočet.

5. Postprocessor

- Výsledky výpočtu po dokončení mohou být vizualizovány v postprocesoru. Lze v něm exportovat vyhlazenou optimalizovanou strukturu z jakékoliv iterace ve formátu .STL.

6. Možnosti grafického zobrazení

- Při určování zatížení a okrajových podmínek je možnost pro větší přehlednost přepínat mezi zobrazením geometrie pomocí mřížky na povrchu, drátového modelu nebo stínovaného tělesa.

3.1.1 Preprocessing

Mesher:

Program poskytuje základní rozsítování importované geometrie formátu .STEP nebo .STL lineárními prvky tetrahedron [22] meshery **netgen** a **tetgen** nebo **superelement**¹⁰. Po zadání velikosti prvků dochází k vytvoření rovnoměrné sítě, další úprava v rámci tohoto prostředí není možná, často je vhodnější využít možnost importování sítě z externího software. Z88A podporuje formáty ze software Abaqus, Nastran, Cosmos a sesterské Z88Aurora. V případě použití externího síťování lze importovat i hexahedron, a to ve formátu z88i, pokud tento formát software podporuje¹¹ k exportu. Součástí modulu síťování tetrahedrony je také **mesh info**, které předběžně rozezná počítatelnou nebo nepočítatelnou síť.

Knihovna materiálů:

Materiál se určuje pro všechny prvky nebo jakoukoliv podmožinu. K dispozici je 50 technicky využitelných materiálů s defaultně nastavenými mechanickými vlastnostmi. Další materiály je možno vytvořit ručně.

Generátor množin prvků:

Okrajové podmínky se vždy týkají jednotlivých uzlů, tyto uzly mohou být vybrány buď jednotlivě pomocí čísla, zná-li uživatel jejich pořadové číslo, nebo přímo kurzorem myši a stiskem CTRL. V obou případech uzel změni barvu na červenou a přidá se do výběru množiny. Pomocí příkazů **surface** a **edge** [22] lze vybrat uzly v dané hraně nebo ploše. Taktéž je možné s použitím výběrů **Marks** provázet Booleovské operace. Výběr uzlů je nutno uložit a v dalším postupu na ně uvalit okrajovou podmínku.

Okrajové podmínky

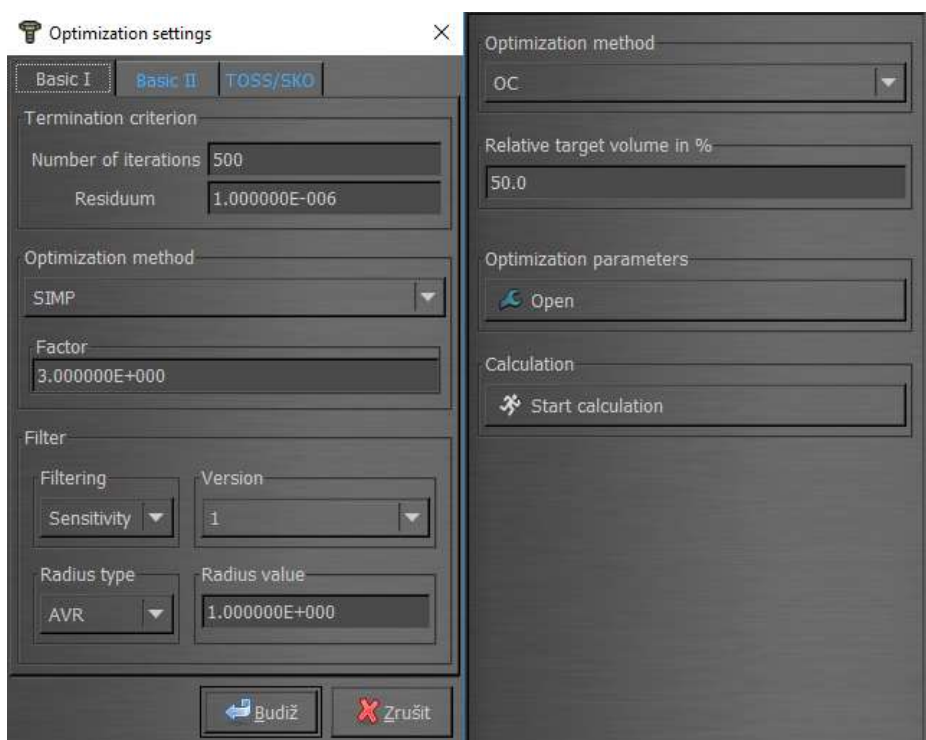
Jednotlivým množinám je možno přiřadit okrajovou podmínku silovou [22] (tlak, rovnoměrně rozložená síla, plošné a liniové zatížení) nebo geometrickou (definování posuvů ve všech směrech). V záložce **Topology optimization** je pak možné množinu prvků vyřadit z optimalizace.

¹⁰ Princip použití super prvků spočívá v seskupování konečných prvků, které jsou řešeny lokálně ještě před řešením globální sítě. [23]

¹¹ Např. FreeCAD

3.1.2 Řešič

Úlohy lze řešit metodami kritérií optimality (SIMP, RAMP), kombinovanou metodou TOSS, nebo SKO. V případě výběru OC nebo TOSS je nutné zadat cílený objem optimalizované struktury, SKO vyžaduje referenční napětí. Ve všech případech pak lze v parametrech upravit maximální počet iterací, faktor penalizace a další detailnější parametry. Po kliknutí na Start calculation proběhne kontrola vstupů a samotný výpočet, jehož průběh je popisován v textovém okně Z88ArionV2.

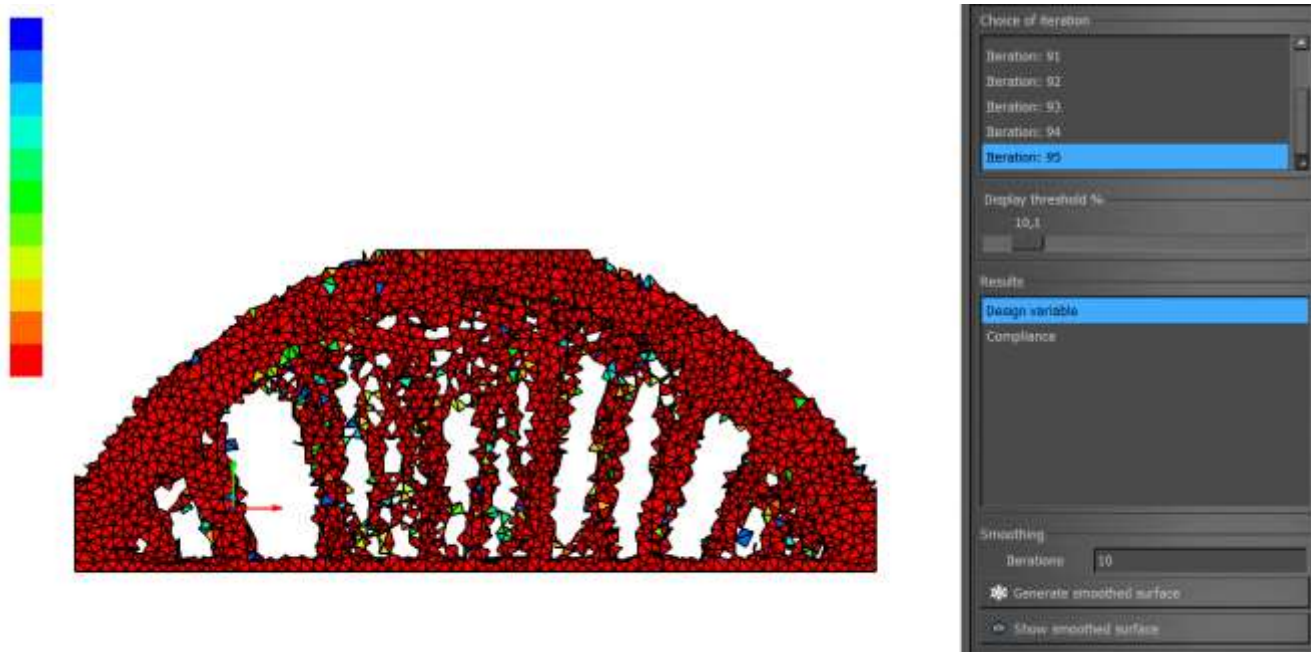


Obr.11 Tabulka parametrů a možností řešiče Z88Arion

3.1.3 Postprocessing

V postprocesoru Z88A lze zobrazit výsledky v jakékoliv proběhlé iteraci [22] a vizualizovat hodnoty návrhové proměnné a poddajnosti pomocí nastavitelné barevné škály. Pomocí jezdcce **Display threshold %** je možno do struktury “vrátit” některé prvky, jejichž hodnota návrhové proměnné již nedosahuje požadovaných hodnot, až při volbě 100% obsahuje struktura všechny prvky z návrhové oblasti.

V podokně **Smoothing** probíhá generace vyhlazené geometrie, kterou lze vyexportovat ve formátu .stl. Geometrii je možné vygenerovat z jakékoliv iterace výpočtu, v úvahu generátor bere i hodnotu na jezdcce **Display threshold %**. Vyhlazenou geometrii dostane k nahlédnutí po zadání počtu iterací hlazení, při vyšších hodnotách než 50 však generace ne vždy funguje. V náhledu pak je možnost buď vytvoření souboru .stl nebo otevření struktury v Z88Aurora pro další analýzu.



Obr.12 Náhled na postprocesor Z88A, vertikálně zatížený nosník, optimalizovaný metodou SIMP, vetknutý na obou spodních hranách

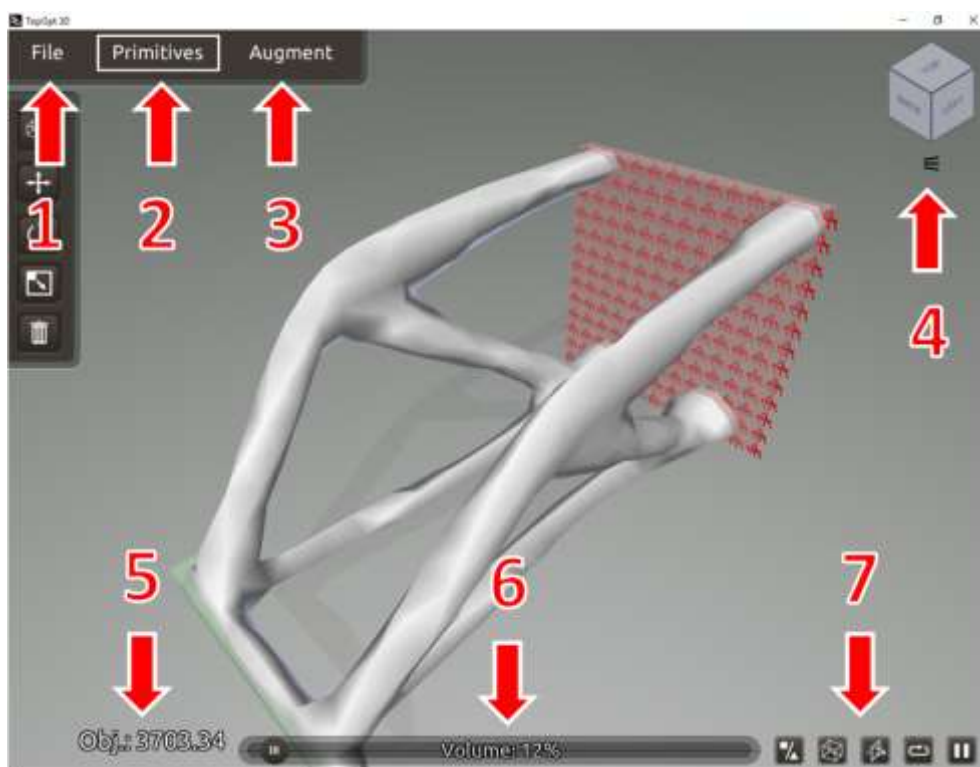
3.1.4 Topology Optimization for Stiffness and Stress (TOSS)

V souvislosti s vývojem Z88ArionV2 byla vývojáři zakomponována do řešiče speciální firemní metoda řešení úloh topologické optimalizace [24]. Její objektivní funkce je kombinovaná, a to minimum poddajnosti spolu s maximální stabilitou konstrukce. V řešiči je tedy vedle kritérií optimality (OC) a Soft Kill Option (SKO) k výběru i Topology Optimization for Stiffness and Stress (TOSS). Solver tuto metodu řeší jako kombinaci SIMP a SKO [22], výsledná struktura optimalizace metodou SIMP slouží jako výchozí pro řešení metodou SKO. Z tohoto důvodu se jedná o časově náročnější výpočet.

3.2. Orientace v prostředí TopOpt3D

3D nástroj pro TO vznikl také na Dánské Technické Univerzitě (Technical University of Denmark) [25]. Ze série aplikací TopOpt je pro mechanické účely určen interaktivní grafický open-source TopOpt3D a kódy v Matlabu či v Pythonu. Na první pohled zaujme TopOpt3D díky grafickému výstupu a možnosti sledovat vývoj optimalizace v reálném čase a dokonce do něj dokonce i zasahovat. Aplikace funguje v 64-bitových Windows¹² a Mac OSX [26]. Dále společnost nabízí i další interaktivní aplikace do tabletů či chytrých telefonů ovladatelné prstem.

TopOpt3D řeší pouze strukturální optimalizace s objektivní funkcí minima poddajnosti. Nespornou výhodou je silná grafická stránka, intuitivní a interaktivní ovládání a výpočet v reálném čase. Navzdory tomu program postrádá jakékoliv parametrické vstupy, výsledný návrh je proto nutné brát jako inspiraci pro další modelování. Software je volně k dispozici ke stažení z [26].



Obr.13 Pracovní obrazovka programu TopOpt3D 1.0.3, opozicováno

¹² Vyžaduje nejnovější verze VC++R2012 a VC++R2013 [*][27]

1. File menu
 - Založení nového projektu, nahrání, uložení, export, konfigurace, help
2. Primitives menu
 - Úprava tvaru návrhové oblasti, přidávání bloků okrajových podmínek, jejich rotace a posuv
3. Augment menu
 - Určování zatížení a vazeb jednotlivým blokům okrajových podmínek, vkládání pasivních bloků (dutiny nebo materiál), rotace okrajových podmínek
4. Krychle pro otáčení pohledu a přepínač mezi ortografickým pohledem a perspektivou
5. Aktuální hodnota objektivní funkce
 - Pokud stále klesá, probíhá výpočet
6. Jezdec pro určení cíleného objemu uživatelem
7. Přepínače režimů
 - Zobrazení vyhlazené geometrie nebo hexahedronů, zobrazení rámce návrhové oblasti, určení roviny symetrie, restart výpočtu a zastavení výpočtu

3.2.1 File menu

V záložce **File** jsou k dispozici základní funkce pro práci s projektem, kromě běžně fungujícího **Load** a **Save** lze aktuální geometrii exportovat ve formátu .obj pro použití modelu v CAD modeláři nebo TopOpt3D pro další práci na projektu. Exportovaný soubor je odeslán na zadaný email. Tato funkce však v nejnovější verzi programu nefunguje zcela dobře. Dále je v modulu **Config** možno upravit tvar návrhové oblasti, na výběr je celkem 6 různých poměrů stran. Velikost prvků upravuje přepínač mezi **Coarse** a **Fine** prvky. Nakonec lze upravit filtr citlivosti na “meziprvky” a rádius vyhlazení geometrie jezdcí **Visualization threshold** a **Filter radius**. Poslední modul **Help** odkazuje na neexistující webovou stránku.

3.2.2 Primitives menu

V záložce **Primitives** je možné vkládat nové bloky okrajových podmínek, ty mohou mít tvar kvádra, koule, 2D stěny¹³ a naimportované geometrie ve formátu .obj. Další moduly v této záložce jsou **Move**, **Rotate** a **Scale**. Těmi se vytvořené bloky posunují, otáčejí, resp. deformují, vše se děje levým tlačítkem myši bez parametrických vstupů. Přebytečné bloky pak odstraňuje modul **Delete**.

¹³ 2D stěna je zde simulována kvádrem o tloušťce jednoho prvku, lze ji však jakkoliv rozšířit a zdegenerovat ji v obecný kvádr přímo dostupný v nabídce.

3.2.3. Augment menu

Augment plní funkci uvalování okrajových podmínek. Do předem připravených bloků z menu **Primitives**, ty mohou být buď jako objemové síly¹⁴ nebo jako vazby, které zamezují prvkům v bloku některé ze tří posuvů. Tyto posuvy mají směr os lokálního souřadného systému daného bloku, nelze tedy zamezit posuv v obecném směru. V případě definování zatížení modulem **Set Load** obecnějšího směru síly dosáhnout lze, a to funkcí **Rotate Load**. Taktéž je u zatížení možné určit relativní velikosti, pokud se v návrhové oblasti nachází více než jeden blok zatížení, pak je možné nastavit jejich velikost vůči sobě.

Bloky se dají využít též jako oblasti, ve kterých se optimalizace nemá odehrávat, moduly **Set Passive Element Void** a **Set Passive Element Material** udávají blokům funkci automatické dutiny/plného materiálu bez ohledu na okolní optimalizaci struktury. Tyto bloky, stejně jako bloky obsahující zatížení nebo vazbu, musí být ve struktuře vzájemně propojeny, případě vazeb však nemusí být bloky obsazené materiálem celým svým objemem.

3.2.4 Symmetry

Pro řešení symetrických úloh (symetrická geometrie návrhové oblasti i všechny okrajové podmínky) je k dispozici modul **Symmetry**, kde tato symetrie může být vizualizována. Nutné je mít na paměti, že symetrie je pouze vizualizací, nerespektuje tedy nastavení vazeb. Reálné výsledky zobrazuje pouze pokud uživatel zadal vazby správně z hlediska této symetrie.

¹⁴ Bodové, liniové nebo plošné zatížení je opět možné modelovat pomocí bloku o patřičných degenerovaných rozměrech.

3.3 Doplněk pro topologickou optimalizaci ToOptix

Tento Add-on do open source renderovacího programu *Blender* navrhl v jazyce Python německý inženýr Martin Denk. V závislosti na verzi *Blenderu* jsou k dispozici *ToOptix* pro verze *Blenderu* 2.78 a 2.79 a *ToOptix Update* pro beta verzi *Blenderu* 2.80. Doplněk je možné zdarma stáhnout z [27], kde se nachází i kompletní návod k implementaci add-onu.

Vyjma klasické pevnostní optimalizace se v nabídce nachází i termální objektivní funkce [27]. Obě objektivní funkce lze kombinovat a provést tak multifyzikální optimalizaci. Společně se softwarem je v balíku distribuován i open-source nástroj *CalculiX*, k tomu je nutné doinstalovat *FreeCAD*, který slouží jako kompletní nebo částečný preprocesor. Všechny tyto software jsou napsány v jazyce Python, a tudíž spolu pomocí doplňku *ToOptix* umí efektivně spolupracovat. Kompletní potřebný balík programů je k dispozici zdarma. Podrobný návod k instalaci a řešení vzorové úlohy je dostupné z [28].

3.3.1 Formulace zadání úlohy v preprocesoru FreeCAD

FreeCAD je obvyklý parametrický modelář dostupný zdarma, rovněž však dokáže sloužit jako efektivní preprocesor pro MKP analýzy. Nabízí celou řadu okrajových podmínek pro statickou analýzu, simulaci proudění a termální analýzu. Dále meshovací algoritmy Netgen a GMSH¹⁵, které vytváří lineární i kvadratické prvky tetrahedron, shell a beam. Výstupem z tohoto preprocesoru je zdrojový soubor ve formátu INP, sloužící řešiči *CalculiX*.

Před provedením samotné úlohy TO je vhodné zkontrolovat řešitelnost statické pevnostní analýzy přímo v exportním modulu **CalculiXccxTools** tlačítkem **Run CalculiX**, poté dojde k importu výsledků přímo do *FreeCAD*.



Obr.14 Exportní modul *CalculiXccxTools*

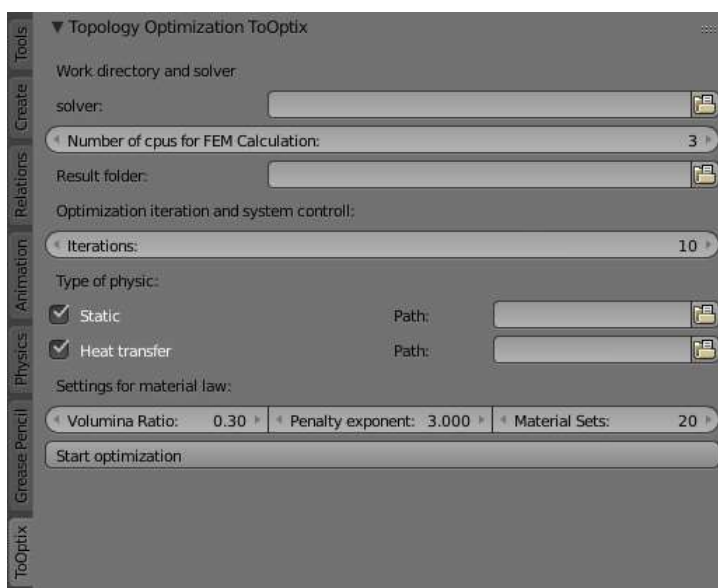
¹⁵ GMSH je další z open-source programů pro přípravu konečnoprvkové sítě

3.3.2 Řešič

Po exportu a úpravě zdrojového souboru zbývá nadefinovat cestu k jednotlivým aplikacím a INP souboru. Jako řešič MKP analýz slouží aplikace *CalculiX* distribuovaná společně s *FreeCAD*, cestu k této aplikaci určuje řádek **Solver**. Následující řádek **Results folder** je mírně zavádějící, zde by měla být optimálně složka obsahující *Blender* i *CalculiX* pro zamezení problémů s komunikací mezi software. Zde budou ukládány soubory s výsledky analýz v několika různých formátech, jenž jsou potřebné pro práci řešiče. V posledních řádcích **Static** a **Heat transfer** je cesta ke zdrojovým souborům z *FreeCAD*, ty je vhodné umístit do vlastních složek, kam budou ukládány také 3D objekty z jednotlivých iterací ve formátu STL.

V případě multifyzikální optimalizace lze zvolit obě možnosti (**Static** i **Heat transfer**) se svými vlastními zdrojovými soubory. V tomto případě řešič vyřeší každou optimalizaci zvlášť, poté je možné výsledky zkombinovat metodami “Weight factor” nebo “Adaptive” [29] a získat tak výsledek optimalizace s multiobjektivní funkcí.

Další nevýhodou je nemožnost zadání konvergenčního kritéria, v nabídce je pouze omezení počtu iterací v řádku **Iterations**. Poslední číselná zadání jsou pak cílový objemový poměr (**Volumina Ratio**), faktor penalizace (**Penalty exponent**) a **Material Sets**, který na výsledek optimalizace nemá vliv, materiál již je určen zdrojovým souborem.



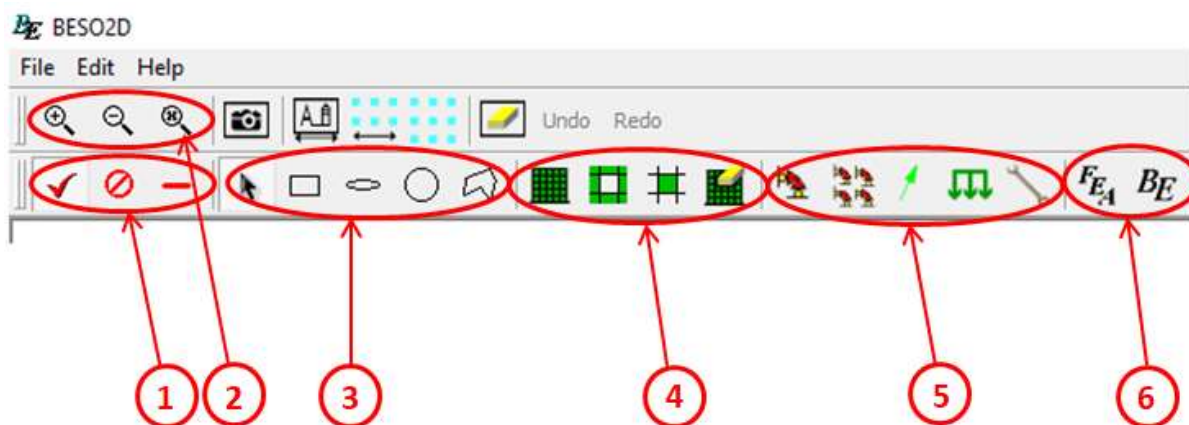
Obr.15 Náhled na doplněk ToOptix v Blender 2.78

3.4 BESO2D, BESO3D

BESO jsou samostatné programy pro topologickou optimalizaci metodou BESO [30], v nabídce je buď uživatelsky velmi intuitivní grafický *BESO2D* pro řešení rovinných úloh, poskytující kompletní prostředí (preprocesor, řešič, postprocesor) nebo balíček zdrojových kódů v jazyce *Python* využívající skriptovací rozhraní *Abaqus*. K dispozici je také kód v *Matlabu*. Program navrhli výzkumníci z Univerzity v Melbourne. Software je ke stažení včetně manuálu z [30].

3.4.1 Orientace v prostředí BESO2D

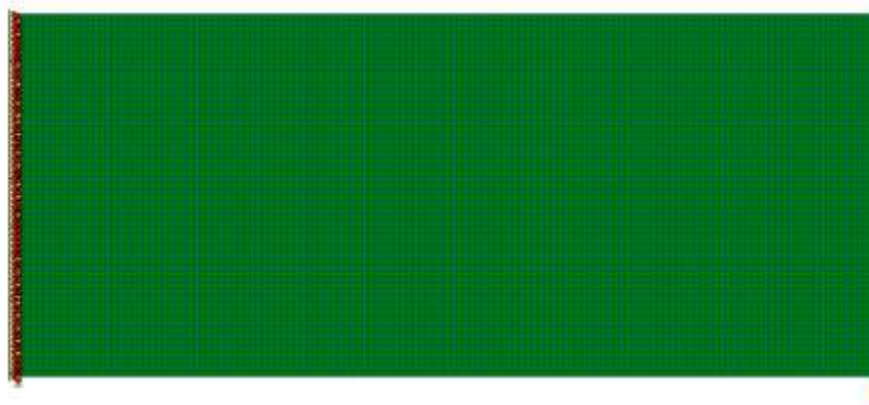
1. Výběr módu kreslení návrhové oblasti
 - Kreslení optimalizovaného a neoptimalizovaného prostoru, Booleovský rozdíl
2. Zoom
3. Kreslení návrhové oblasti pomocí základních obrazců
 - Obdélník, elipsa, kružnice, obecný n-úhelník
4. Úprava mřížky
 - Generátor mřížky, odstranění a přidání jednotlivých prvků
5. Aplikace okrajových podmínek
 - Geometrické okrajové podmínky na uzel nebo skupinu uzlů, silové okrajové podmínky na uzel nebo skupinu uzlů, nastavení materiálu
6. MKP analýza a nastavení optimalizace



Obr.16 Nabídka modulů programu BESO2D, opozicováno

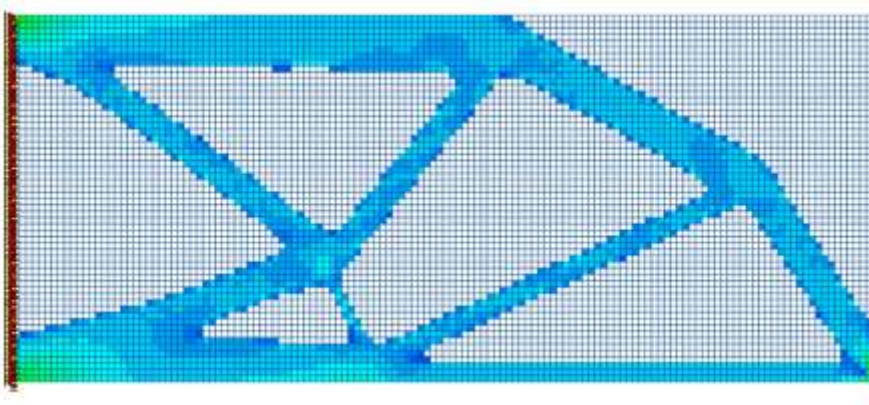
3.4.2 Postup řešení úlohy v BESO2D

Práce v *BESO2D* je velmi rychlá a intuitivní, může efektivně sloužit k prvotní představě geometrie rovinného dílu. Nejprve je třeba nakreslit návrhovou oblast pomocí dostupných obrazců, poté dojde k diskretizaci rovinnými prvky ve tvaru čtverce, kde parametrem je délka strany těchto čtverců, navržená oblast se tedy diskretizuje a obloukové tvary jsou zapproximovány hranami. Takto vytvořenou mřížku lze zatížit a zavazbit geometrickými nebo silovými okrajovými podmínkami, k dispozici je buď zamezení posuvu v jednotlivých osách a zatížení osamělou nebo plošnou silou libovolného směru a velikosti. Posledním krokem před řešením úlohy je definice materiálu. Software bohužel neobsahuje žádnou materiálovou knihovnu.



Obr.17 Diskretizovaná a zatížená návrhová oblast, BESO2D

Posledním krokem je MKP analýza a nastavení parametrů optimalizace metodou BESO. Výpočet je časově nenáročný a probíhá v reálném čase, tj. uživatel vidí tvar struktury, deformace a napětí v ní. V počátku výpočtu je vytvořeno vždy velké množství žeber, která postupně zanikají a výsledkem je poté plně zatížený design (cílem je minimalizovat napětí s objemovou okrajovou podmínkou), který se velmi podobá prutové soustavě s přímými pruty. Průběžné výsledky, vývoj hodnoty objektivní funkce a poměru objemu je k nalezení v příloze 3.1 a 3.2.



Obr.18 Výsledek optimalizace, BESO2D

4 Praktická ukázka řešení úloh topologické optimalizace

Tato kapitola má za úkol představit jednotlivé programy na vybraných úlohách mechaniky těles. Cílem je ukázat možnosti a omezení open-source nástrojů. Při řešení úloh budou použity pouze open-source programy, s výjimkou CAD modeláře *Creo Parametric 3.0*, návrhové oblasti lze ovšem vytvořit v jakémkoli jiném modeláři zdarma.

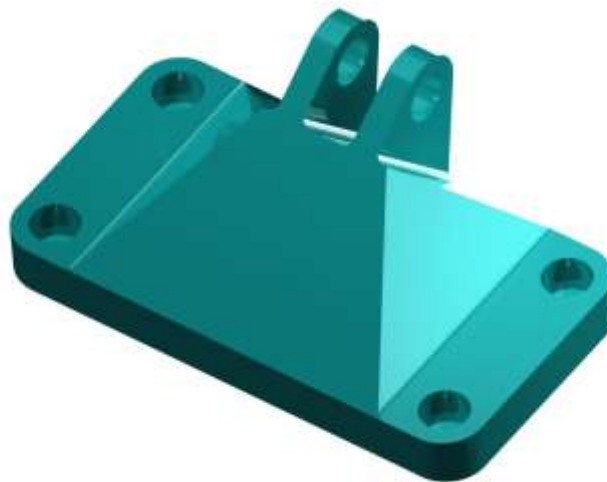
Následující optimalizace jsou dokumentovány formou “step by step”, mohou tedy sloužit jako vzorová úloha a podpora pro nezkušené uživatele těchto software.

4.1 Optimalizace konzoly metodou TOSS - Z88Arion

Konzola ve strojírenském slova smyslu slouží k ukotvení další součásti sestavy k základnímu tělesu. Často bývá výrazně mechanicky zatěžována, při tom její vysoká hmotnost může být leckdy velmi omezujícím faktorem. Následující úloha se týká redukce hmotnosti konzoly přichycené k fixnímu rámu čtyřmi šrouby imbus.

4.1.1 Preprocessing

Návrhová oblast je modelována jako velmi robustní prostor, ve kterém by se optimalizovaná geometrie mohla nacházet. Již zde jsou detailně vymodelovány funkční plochy, na které se v preprocesoru uvalí okrajové podmínky, jedná se konkrétně o zahloubení pro šrouby a oka pro uložení čepu, zbylé entity mohou být vymodelovány jen velmi hrubě.



Obr.19 Návrhová oblast konzoly

Po spuštění Z88A jsou zpřístupněny pouze funkce založení nebo otevření projektu. Pro vytvoření nové optimalizace je potřebné vytvořit složku, do které se budou ukládat zdrojové soubory. V cestě k souboru se nesmí nacházet diakritika ani speciální znaky, jinak program nedovolí projekt vytvořit.

Model návrhové oblasti lze naimportovat do preprocesoru ve formátu .STP nebo .STL, potažmo, při vytváření sítě v externím mesheru, přímo samotnou síť konečných prvků ve formátech pro *Abaqus*, *Cosmos*, *Nastran* nebo *Z88Aurora*. Síť generovanou modelářem *FreeCAD* ve formátu i1.txt hodnotí modul **Mesh info** jako nepočitatelnou. Důvodem nefunkční sítě může být špatné číslování solid prvků, ty se v textovém souboru číslojí v návaznosti na číslování uzlů, správně má číslování začínat od 1. To lze upravit editací textového souboru, pokud je to možné. Efektivně to lze udělat např. v *Microsoft Excel*.

Tvorba sítě

Pro demonstraci bude použit interní mesher Netgen. Vytvořená síť je ve formě lineárních tetrahedronů a má maximální velikost prvku 2 mm. Celkový počet uzlů je 28 662, prvků 136 810. Tyto počty jsou uvedeny v souboru *z88structure.txt*, který program automaticky vytváří v adresáři zvoleném při zakládání projektu. Síť byla vyhodnocena modulem **Mesh info** jako počitatelná.



Obr.20 Síť návrhové oblasti pro topologickou optimalizaci konzoly, Z88A

Aplikace okrajových podmínek

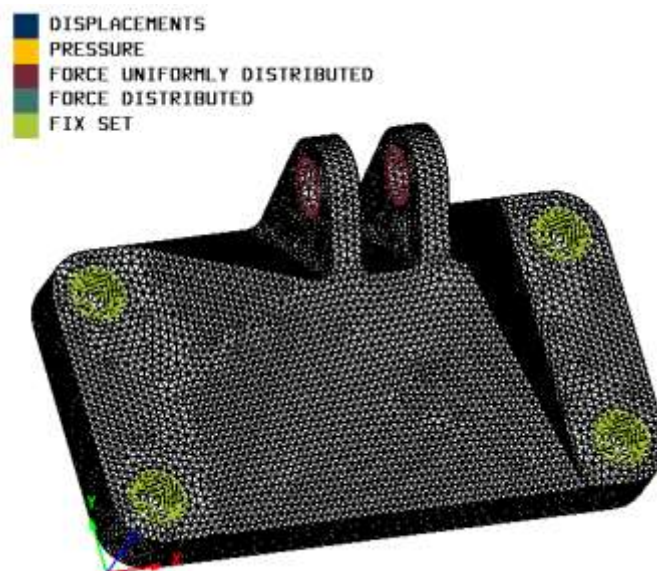
Aby na jednotlivé uzly bylo možné aplikovat okrajovou podmínku, je nutné tyto uzly vybrat do skupiny v modulu **Pickling**, v němž stačí vybrat jeden uzel a funkcí **Surface** pak označit celou plochu, na které se nachází. V případě konzoly je nutné vytvořit společnou skupinu **Fix** pro aplikaci geometrických okrajových podmínek na plochy zavazbené šrouby, jedná se o spodní válcové plochy a mezikruhové plochy nad nimi. Větší válcové plochy tvoří další skupinu uzlů **Out** určenou pro definici neoptimalizované oblasti. Další dvě skupiny **Fy** a **Fz** jsou na válcových plochách ok pro čep. Silové okrajové podmínky lze zadat pouze ve směru jedné z os, zároveň jedné skupině lze přiřadit pouze jednu okrajovou podmínku, proto byly plochy, na které působí síla, obsaženy ve dvou shodných skupinách, kterým je přiřazena silová okrajová podmínka ve směru y a z . Tím je simulována síla působící v rovině yz . Velikost síly je 500 N, síla působí pod úhlem $57,6^\circ$ ¹⁶ od kladného směru osy y , rozklad do složek je proveden následovně:

$$F = 500N \quad (17)$$

$$F_y = F * \cos(57,6^\circ) = 268 N \quad (18)$$

$$F_z = F * \sin(57,6^\circ) = 422 N \quad (19)$$

Okrajové podmínky jednotlivým skupinám uzlů lze aplikovat v modulu **Define**. Skupinám **Fy** a **Fz** byly přiřazeny rovnoměrně rozložené síly v daných směrech o vypočtených velikostech z rov.(19) a rov.(20). Skupině **Fix** byly omezeny posuvy ve všech směrech na hodnotu 0. Z optimalizace je ve vedlejší záložce **Topology optimization** vyřazena skupina **Out**.



Obr.21 Aplikované okrajové podmínky pro úlohu TO konzoly v Z88A

¹⁶ Síla působí tak, aby průřezík nositelky síly s rovinou xy byl v těžišti os šroubů, tím jsou všechny šrouby namáhány rovnoměrně v tahu.

4.1.2 Nastavení řešiče

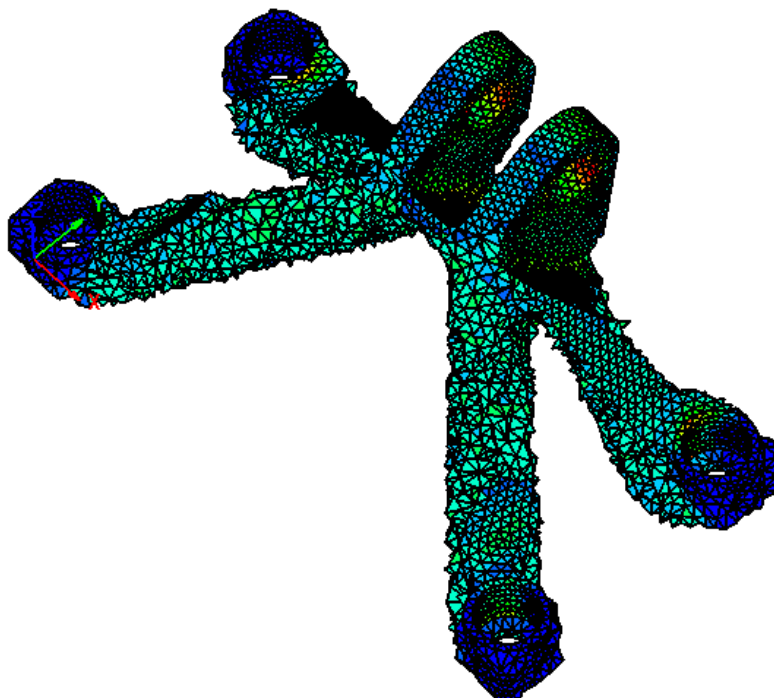
Úloha je řešena metodou TOSS, která kombinuje SIMP a SKO. Tyto metody samotné vykazují výsledky s mnoha nedokonalostmi, SKO tvoří často nespojitou geometrii, SIMP velké množství “osamělých ostrůvků” plných prvků. Kombinací těchto metod je dosaženo vyhlazenějšího a spojitějšího výsledku.

Nejprve je provedena optimalizace metodou SIMP s cílem minimalizace poddajnosti, faktor penalizace je defaultně roven 3, vedlejší okrajová podmínka je ve formě objemového poměru 30%. Po zkonvergování je použita výsledná homogenní struktura jako vstup do optimalizace metodou SKO, která má za cíl minimalizovat napětí. Referenční napětí bylo zvoleno 120 MPa. Celkový počet iterací je položen rovno 40.

V průběhu výpočtu není možné sledovat průběžné geometrie, je však možné v textových souborech sledovat hodnoty objektivní funkce, objemu, napětí nebo deformací v uzlech.

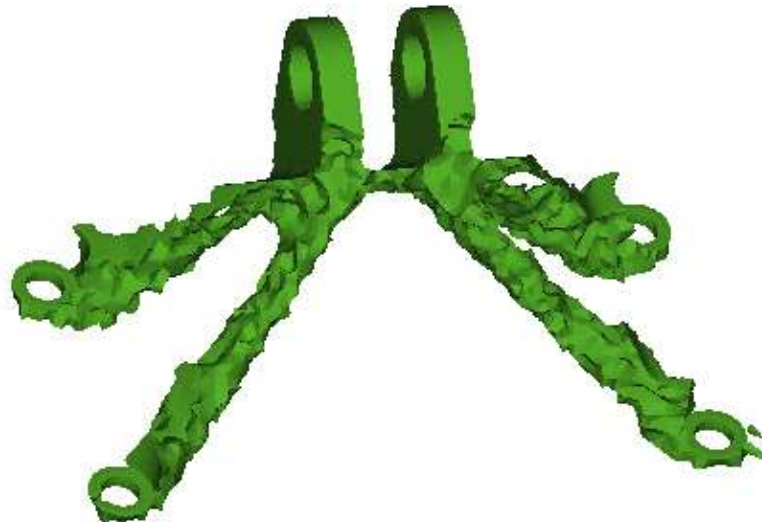
4.1.3 Postprocessing

Výpočet skončil po 1 hodině a 24 minutách. V první části proběhla optimalizace metodou SIMP v 25 iteracích, potom došlo ke skokovému úbytku objemu v důsledku první iterace optimalizace metodou SKO. Dále byla struktura dooptimalizována 15 iteracemi metodou SKO. Průběžné výsledky jsou k nahlédnutí v příloze 4.1.



Obr.22 Výsledek topologické optimalizace programem Z88A metodou TOSS

Postprocesor Z88A exportoval výsledek optimalizace do formátu STL s parametry **Display Threshold** 99% a **Smoothing iterations** 1. Jak je patrné z náhledu, exportem došlo k odstranění velkého množství prvků i z části geometrie, která byla vyloučena z optimalizace, v náhledu v postprocesoru se ale tyto prvky nachází. To lze posuzovat jako hlavní nevýhodu tohoto software. Výsledek se nezlepší ani při vyšším počtu vyhlazujících iterací.



Obr.23 Exportovaná geometrie z postprocesoru Z88A

Tento výsledek byl přemodelován v software *Creo Parametric 3.0* za pomoci plošného modelování, kde byly zahloubení pro imbus zpětně domodelovány.

Při redukci hmotnosti 62,7% došlo ke zvýšení maximální deformace o 96%. Kontrolní MKP analýza a srovnání s původním návrhem jsou k dispozici v příloze 4.2.



Obr.24 Render optimalizované a přemodelované geometrie konzoly

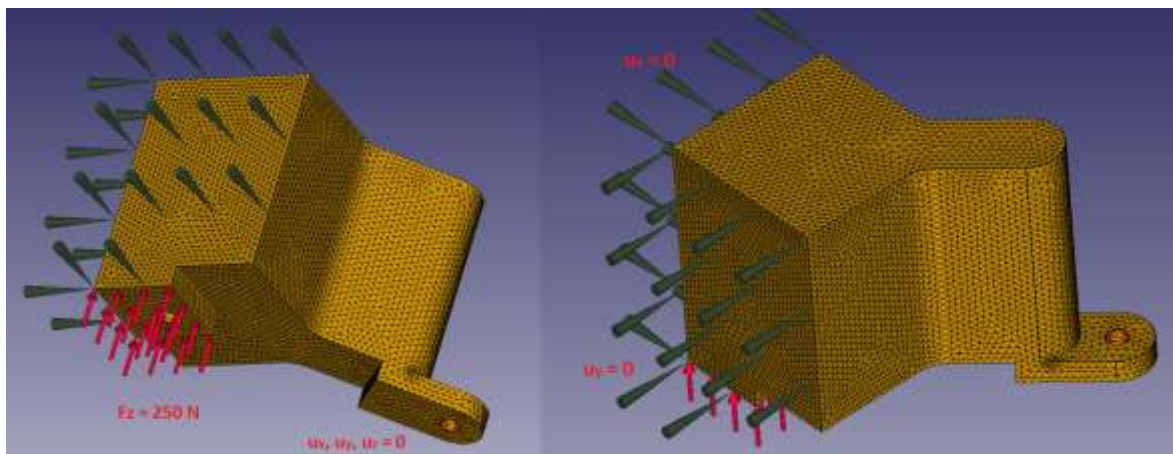
4.2 Optimalizace držáku – ToOptix

Držák namáhaný silou ve směru os šroubů může být typickým příkladem optimalizace za účelem hledání optimálního tvaru v prostoru. V tomto případě je vhodné navrhnout objemnou návrhovou oblast a zároveň určit nízký cílový objemový poměr.

4.2.1 Preprocessing

Návrhová oblast je velmi robustní, její rozměry jsou omezeny pouze okolní konstrukcí, jinak lze takřka bez omezení modelovat prostor, ve které se má optimalizace odehrávat. Síťovacím algoritmem Netgen (interní modul *FreeCAD*) byla oblast nasíťována lineárními tetrahedrony, následně zatížena plošnou rovnoměrně rozloženou silou. Celkový počet uzlů je 22 959, celkový počet prvků 111 482. Geometrické okrajové podmínky byly zadány na spodní rovinné plochy vazbou fix. Šrouby sice způsobují dodatečnou napjatost ve svém okolí a také umožňují rotaci součásti kolem svých os, to však s velkým třením, proto byly tyto vlivy zanedbány. Optimalizace navíc není cílena na oblast kolem šroubů, vyloučení těchto funkčních ploch z optimalizace je ale velmi komplikované, proto byly tyto oblasti dodatečně domodelovány.

Ve výpočtovém modelu se opět nachází symetrie jak u geometrie, tak u okrajových podmínek. Pro snížení výpočtových časů bylo těchto symetrií využito za pomoci symetrických okrajových podmínek dle obr.25. V modelu se též nachází další 4 roviny symetrie, jichž se využít nedá, okrajové podmínky by pak zamezovaly posuv v obecném směru, který nelze nijak ve *FreeCAD* definovat. Materiálem je izotropní kontinuum – nelegovaná konstrukční ocel E360 (11700).



Obr.25 Síťovaná návrhová oblast držáku s okrajovými podmínkami, *FreeCAD*

Pro export zadání úlohy je třeba vytvořit soubor INP v modulu **CalculiXccxTools**. Do takto vytvořeného souboru je nutné pro zajištění funkčnosti v *ToOptix* dopsat pod vlastnosti materiálu dva řádky kódu, udávající chybějící informaci o hustotě materiálu v $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$. Bez udání hustoty *ToOptix* ihned vyřazuje nehmotné prvky a tvoří prázdné STL, které je jedním z mála indikátorů špatného zadání úlohy.

```
** Materials
** written by write_materials function
** Young's modulus unit is MPa = N/mm2
** FreeCAD material name: E360
** SolidMaterial
*MATERIAL, NAME=SolidMaterial
*ELASTIC
210000, 0.300
*DENSITY
7.800
```

Obr.26 Chybějící řádky zdrojového souboru z FreeCAD

4.2.2 Nastavení řešiče

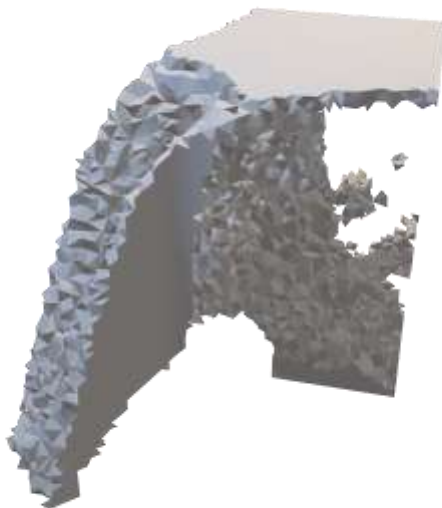
Pro úlohu osově zatíženého držáku byl zvolen cílový objemový poměr 20%, faktor penalizace 3 a počet iterací 150. Jako řešič MKP analýz byla dodatečně instalována aktualizovaná verze *CalculiX 2.12*. Jak se později ukázalo, tento počet byl příliš vysoký, struktura zkonvergovala již při 12. iteraci. Při ukončení *Blenderu* v průběhu výpočtu však nedochází ke ztrátě výsledků, proto se vyplatí zvolit vyšší počet iterací a sledovat velikost změn v STL souborech, zkonvergovanou strukturu lze též poznat neměnicí se velikostí STL souboru. Nevýhodou je nemožnost zadání konvergenčního kritéria, ani graf konvergence bohužel nelze nijak zobrazit.

4.2.3 Postprocessing

Výsledek ze 150. iterace byl dosažen v čase 3 hodiny a 24 minut, tj. s průměrným časem 1,4 minuty na iteraci. Řada nespojitostí je způsobena nedostatečnou jemností sítě, pokud je však uvažována spojitost mezi menšími spojnici, pak *ToOptix* vytváří fascinující a sofistikovanou topologii, kterou lze domodelovat v CAD software, v němž je nutné také domodelování funkčních ploch, které byly optimalizací odstraněny.

Poněkud komplikovanější je export STL souboru tak, aby byl čitelný i v jiných software, soubor ze složky výsledků je totiž zobrazitelný pouze v *Blenderu*, kde je nutné soubor importovat a následně exportovat¹⁷. Výsledek optimalizace lze vyhledat přímo v *Blenderu* pomocí modulů **Remesh** a **Decimate** ze záložky **Add Modifier**, které umožňují také odstranění nespojitostí.

¹⁷ Není od věci před exportem odstranit defaultní krychli, která by se jinak stala součástí STL souboru



Obr.27 Výsledná struktura optimalizace osově zatíženého držáku, ToOptix



Obr.28 Přemodelovaná optimalizovaná geometrie osově zatíženého držáku

Maximální deformace oproti původnímu návrhu stoupla 2,6 krát, zatímco hmotnost se 4 krát snížila. Průběžné výsledky optimalizace a závěrečná MKP analýza výsledku a návrhové oblasti jsou k dispozici k nahlédnutí v přílohách 4.3 a 4.4.

5 Porovnání výsledků open source nástrojů

Pro posouzení kvality výsledků bylo zadáno několik úloh topologické optimalizace, které byly zadány shodně do všech porovnávaných řešičů. S ohledem na možnosti software bylo v některých případech mírně aproximováno zadání. V následujícím seznamu výsledků jsou uvedeny jen některé, které byly mezi sebou porovnány. Výsledky zbylých optimalizací jsou k nalezení v přílohách.

Kvalitativně porovnatelné se zdají být programy *Z88A* a *ToOptix*, které budou srovnány též s komerčním software *Ansys Workbench 19.2*. Mírně specifické jsou software *BESO2D* a *TopOpt*, jenž mohou být použity pro rychlou představu výsledků sofistikovanějších řešičů.

5.1 Cíle 2D úlohy - staticky určitý nosník

Cílem úlohy je studovat vliv proměnných faktorů metody SIMP na výslednou strukturu. Postupně byly vyhodnoceny vlivy těchto kritérií:

- Jemnost MKP sítě

Metoda SIMP je obzvláště citlivá na velikosti prvků, při vyšším počtu elementů vytváří velmi rozmanitou topologii. Testovány budou sítě z mesherů tetgen a netgen o velikostech prvků 0,3 mm a 0,15 mm.

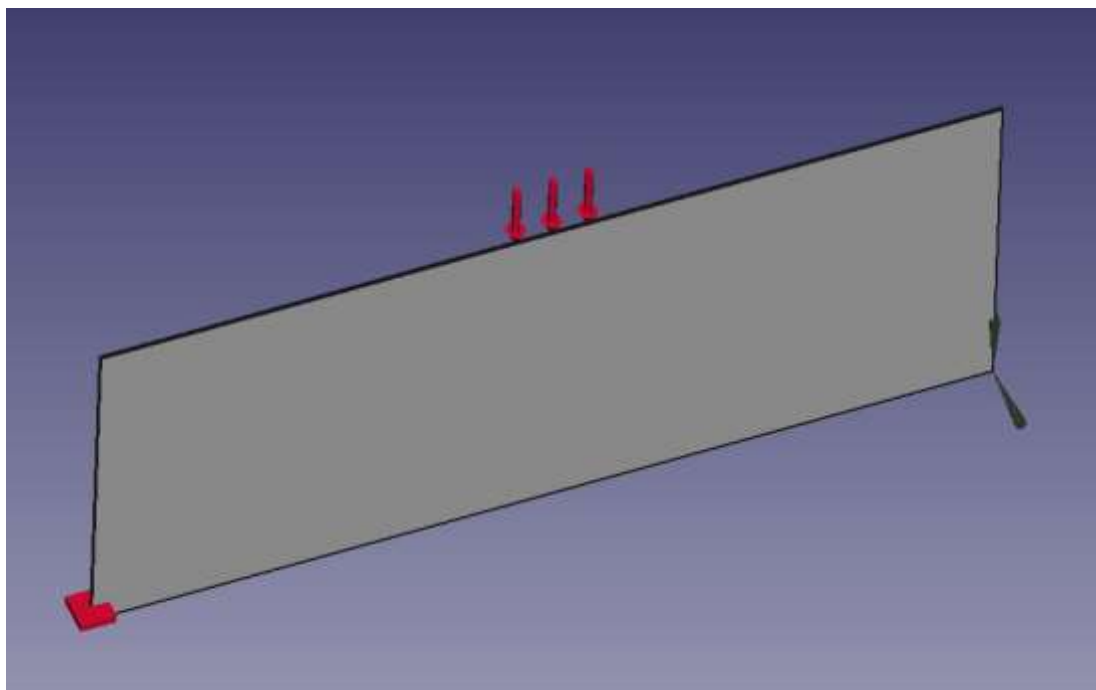
- Procento výstupního objemu

Výstupní podíl materiálu je jeden z vstupních údajů řešiče. V případě staticky určitého nosníku vykazují smysluplné výsledky poměry v rozsahu 25 - 65%. Tyto výsledky budou zpětně simulovány strukturální analýzou, kde bude popsána jejich napěťová a deformační charakteristika.

5.2 Zadání úlohy

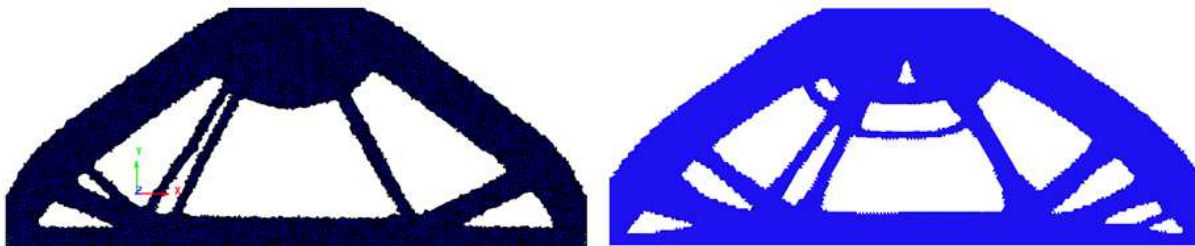
Návrhovou oblastí je obdélník o rozměrech 50 mm a 20 mm. Na obou stranách je nosník zavazben, kvůli statické určitosti je na levém dolním okraji zamezeno všem posuvům, zatímco na pravém je uvolněn posuv v podélném směru. Protože některé programy jsou určeny pro řešení 3D úloh a neumožňují řešení ve 2D, bylo zadání upraveno na 3D s tloušťkou stěny o rozměru jednoho prvku. Tato úprava nijak neovlivňuje dosažený výsledek.

Silové zatížení bylo z důvodu potlačení singularity modelováno jako plošné, působící na ploše 4x tloušťka návrhové oblasti, tj. s využitím symetrie pouze polovina. Velikost zatížení vzhledem k charakteru výpočtu není podstatná. Singularity ale stále vzniká ve vazbě na okraji, kde se potlačit nedá, přidáním okrajové podmínky dalším uzlům by došlo k zamezení rotace v rohu návrhové oblasti.



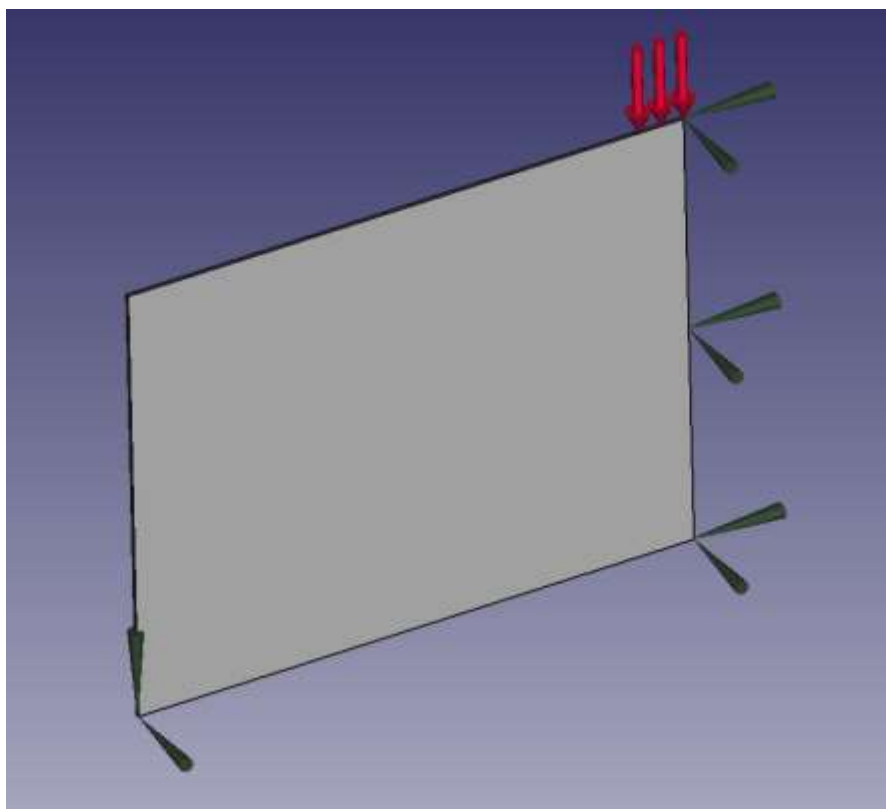
Obr.29 Zadání optimalizace staticky určitého nosníku, FreeCAD

Dosažené struktury z programů Z88A a ToOptix naznačují, že navzdory symetrickým vstupům jsou výstupy ztlačené asymetrické, a to z důvodu objektivní funkce, která je zadána ve formě minimalizace poddajnosti. Deformace počítá řešič strukturální analýzy od levého dolního okraje, kde se rovnají nule. Na pravé části návrhové oblasti jsou tedy deformace výrazně vyšší a pro její minimalizaci bylo použito hustější rozložení materiálu. Mírnou asymetrii může způsobovat také numerický přístup k výpočtu a použití lineárních tetrahedronů v open-source programech. Workbench používající kvadratické prvky PLANE tuto asymetrii nevykazuje. V praxi by asymetrické uspořádání materiálu znamenalo nerovnoměrnou tuhost nosníku, který by se deformoval nerovnoměrně do stran.



Obr.30 Asymetrické výsledky z open-source programů - vlevo Z88A, vpravo ToOptix

Zadání je nutné upravit, aby byl tento vliv potlačen. Necht' je řešena úloha, ve které je využito symetrie. Dále bude řešena pouze jedna strana nosníku, kde symetrii zajišťuje zamezení podélného posuvu v místě roviny symetrie původního zadání. Vazba v rohu návrhové oblasti je řešena jako prostá podpora a zatížení je poloviční. Toto řešení je výhodnější i z hlediska časové náročnosti výpočtu.

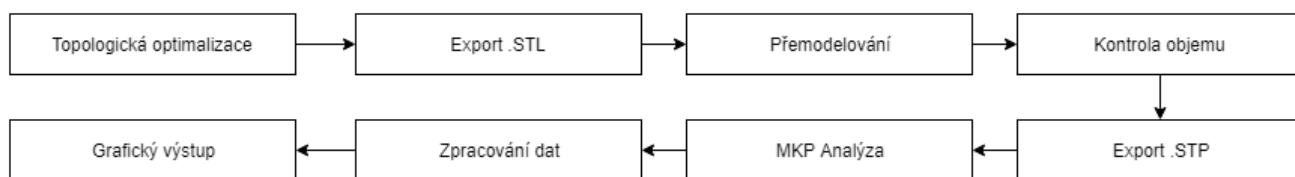


Obr.31 Zredukované zadání optimalizace staticky určitého nosníku, FreeCAD

5.3 Algoritmus řešení úlohy

Úloha bude řešena v několika krocích, aby byl zajištěn porovnatelný výledek pro všechny testované software. Nejprve bude vytvořena návrhová oblast v CADu *Creo Parametric 3.0*¹⁸, která poté vstupuje do interních preprocesorů jednotlivých optimalizačních nástrojů.

Výsledky poskytují všechny postprocesory v exportním formátu .STL, ty se poté vrátí do modeláře, kde budou patřičně překresleny. Samotným překreslením se objem mírně změní, tuto skutečnost je nutné pro další zpracování brát v úvahu. Nakonec bude upravená geometrie analyzována v komerčním MKP řešiči *Ansys Workbench 19.2*. Odsimulovaná data budou zpracována a graficky znázorněny v několika charakteristikách.



Obr.32 Algoritmus řešení 2D úlohy

5.4 Nastavení optimalizace

Úlohy jsou do programů zadávány s použitím interních modulů. Rozsít'ování návrhové oblasti je tedy různé pro všechny preprocesory s ohledem na jejich možnosti. Návrhová oblast byla vymodelována v CAD modeláři *Creo Parametric 3.0* jako kvádr o stranách 20x25mm a tloušťce o rozměru maximální velikosti prvku pro řešení v programech *Z88A* a *ToOptix*, ty jsou totiž určené pro řešení 3D úloh a tímto mechanismem lze aproximovat řešení 2D úlohy. Takto vytvořená návrhová oblast byla nasít'ována v obou případech lineárními tetrahedrony. Pro řešení v *Ansys Workbench 19.2* bylo využito *Design Modeleru* a rovinná návrhová oblast v podobě plošného tělesa má tvar obdélníku s přiřazenou tloušťkou 2 mm jako parametr. Ta se potom síťuje rovinnými prvky PLANE v 2D analýze rovinné napjatosti.

V nastavení neoptimalizované oblasti optimalizace je nutné vyloučit symetrickou okrajovou podmínku. Open-source programy mají tuto podmínku nastavenou již defaultně, v *AW* jí je nutno ručně zadat.

¹⁸ Není open-source

Tab.1 Nastavení optimalizace pro hrubější síť

	Z88Arion V2	ToOptix	Ansys Workbench 19.2
Max. velikost prvku	0,3 mm		
Počet prvků	83 825	38 623	5 587
Počet uzlů	26 346	13 159	17 060
Typ prvků	SOLID	SOLID	PLANE
	lineární	lineární	kvadratický
Mesh	Tetgen	Netgen	Netgen
Řešič	Parao	Calculix 2.12	Mechanical APDL
Postprocesor	Z88Arion	Blender 2.78	Ansys Workbench 19.2
Počet iterací	max 35		
Kritérium optimality	minimalizace poddajnosti		
Metoda	SIMP		
Faktor penalizace	3		
Kritérium konvergence	0,1%		
Materiál	Konstrukční ocel (E=210 Gpa, $\mu=0,3$)		


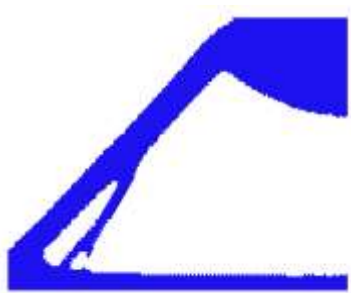


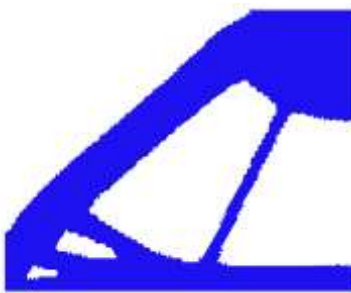






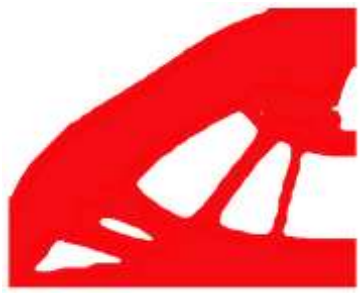
Tab.2 Nastavení optimalizace pro jemnější síť

	Z88Arion V2	ToOptix	Ansys Workbench 19.2
Max. velikost prvku	0,15 mm		
Počet prvků	67 034	158 723	331 298
Počet uzlů	22 145	52 245	103 309
Typ prvků	SOLID	SOLID	PLANE
	lineární	lineární	kvadratický
Mesh	Tetgen	Netgen	Netgen
Řešič	Parao	Calculix 2.12	Mechanical APDL
Postprocesor	Z88Arion	Blender 2.78	Ansys Workbench 19.2
Počet iterací	max 30		
Kritérium optimality	minimalizace poddajnosti		
Metoda	SIMP		
Faktor penalizace	3		
Kritérium konvergence	0,1%		
Materiál	Konstrukční ocel (E=210 Gpa, $\mu=0,3$)		

5.5 Výsledky topologické optimalizace

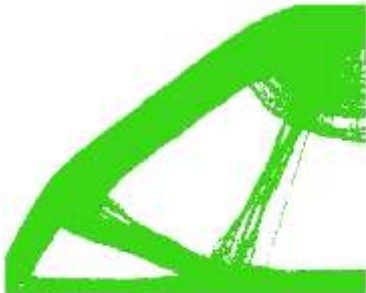


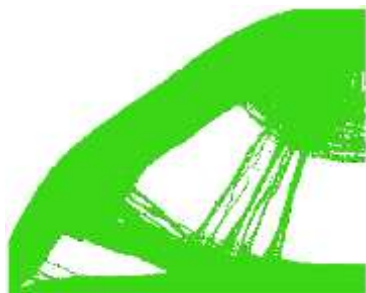








Pro velikost prvku 0,3 mm bylo získáno 8 struktur s objemovými poměry 30-65% po kroku 5%. Dodatečně byla optimalizována i struktura pro 25% programem Z88A z důvodu vysokého nárůstu objemu při přemodelování. Geometrie z Z88A byly exportovány s nastavením jezdce **Display Treshold** 10%. Open-source programy vyřešily 35 iterací shodně za 16 minut, výsledky z AW většinou zkonvergovaly před 35. iterací s časem výpočtu pod 1 minutu. Všechny výsledky jsou k nahlédnutí v příloze 5.1.

Tab.3 Výběr z výsledků topologické optimalizace s velikostí prvku 0,3 mm

	Z88Arion V2	ToOptix	Workbench 19.2
30%			
40%			
50%			
60%			

Dále byly získány 4 struktury pro maximální velikost prvku 0,15 mm o objemových poměrech 35-65% po kroku 10%. Postprocessor Z88A exportoval geometrie opět s hodnotou **Display Threshold** 10%. Výpočtové časy jsou 96 minut pro Z88A, 62 minut pro *ToOptix* a 3 minuty pro AW. Struktury AW zkonvergovaly před dosažením 30 iterací. Zbývající výsledky jsou vykresleny z 30. iterace.

Tab.4 Výsledky topologické optimalizace s velikostí prvku 0,15 mm

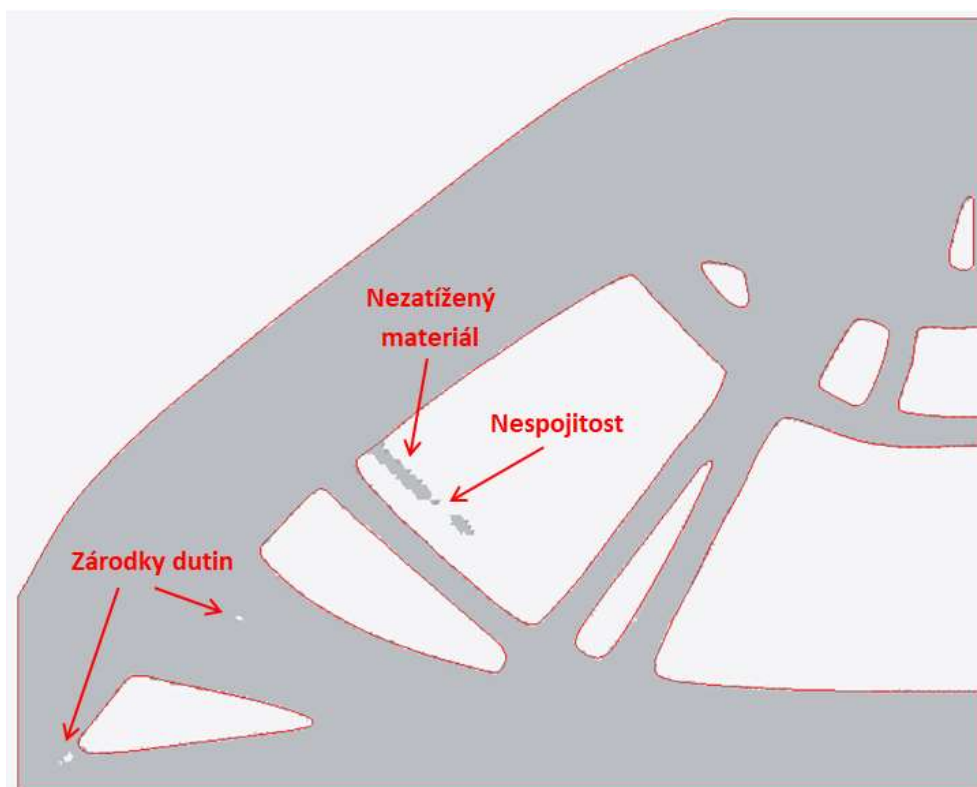
	Z88 Arion V2	ToOptix	Workbench 19.2
35%			
45%			
55%			
65%			

5.6 Přemodelování a kontrola objemu

Z důvodu pozůstatku prvkových hranic je nutné pro další analýzu získané struktury přemodelovat. Surová data by při importu do simulačního software také vytvářela problémy při síťování. Některé ze získaných výsledků obsahují zárodky budoucích dutin, které by sloužily pouze jako koncentrátoři napětí, nepodstatný efekt mají také zárodky budoucího materiálu, jenž jsou velmi málo zatížené a jsou tedy ve struktuře jenom přítěží bez jakéhokoliv užitku. Dále jsou to nespojitosti mezi “ostrůvky” plných prvků a zbytkem geometrie, ty by se chovaly jako další nezavazbená tělesa v sestavě, jejich matice tuhosti by byla singularní a tudíž by analýza napětí a deformací nešla řešit. Nespojitosti je tedy nutné buď úplně vymazat nebo intuitivně vytvořit spojnicí. Výstupem je hladké a spojitě těleso bez zárodků dutin a plného materiálu.

Exportované STL bylo importováno do překreslovací sestavy v programu *Creo Parametric 3.0* a překresleno v náčrtu interpolačním splinem. Takto vytvořený náčrt tvořený uzavřenými řetězci křivek byl následně převeden na plošné těleso. Před exportem rovinných ploch do .STEP byl zkontrolován jejich obsah a zkorigován objemový poměr dle vzorce:

$$V'_{Lim} = \frac{S_{Aktuální}}{S_{Původní}} = \frac{S_{Aktuální}}{25 * 20 [mm^2]} \quad [\%] \quad (20)$$



Obr.33 Překreslování výsledku optimalizace, *Creo Parametric 3.0*, popsáno

Struktura pro $V_{Lim} = 65\%$ o prvku 0,3 mm z programu Z88A byla natolik nekonkrétní (plná zárodků dutin a nespojitostí), že ji nebylo možno objektivně překreslit, dále tedy nebyla analyzována. Jiné výsledky z tohoto software obsahovaly také velké, ikdyž stále přijatelné, množství nedostatků, to se negativně odrazilo při kontrole objemového poměru. Mírné odchylky vykazovaly i struktury z *ToOptix*. Odchylky ze struktur *AW* byly zanedbatelné. Další analýzy překreslených geometrií jsou hodnoceny s respektem objemu po přemodelování.

Tab.5 Kontrola objemového poměru výsledků TO s prvkem 0,3 mm

V_{Lim}	Z88Arion V2		ToOptix		Ansys Workbench 19.2	
	V_{Lim}'	$ V_{Lim} - V_{Lim}' $	V_{Lim}'	$ V_{Lim} - V_{Lim}' $	V_{Lim}'	$ V_{Lim} - V_{Lim}' $
[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
25	29,2	4,2	Neoptimalizováno		Neoptimalizováno	
30	36,7	6,7	28,2	1,8	30,1	0,1
35	39,5	4,5	35,5	0,5	35,2	0,2
40	45,4	5,4	40,7	0,7	40,2	0,2
45	52,7	7,7	44,3	0,7	45,3	0,3
50	58,7	8,7	50,5	0,5	50,3	0,3
55	66,0	11,0	55,7	0,7	55,3	0,3
60	70,5	10,5	60,8	0,8	60,4	0,4
65	Nepřemodelováno		65,3	0,3	65,3	0,3

Problém s přemodelováním nastal u Z88A také u výsledků vyšších objemů s prvkem 0,15 mm, tentokrát z důvodu příliš jemné geometrie, která při exportu do .STL zaniká, to je častý problém postprocesoru Z88A. Poněkud markantní příbytek objemu nastává u Z88A, relativně velký úbytek u *ToOptix* a zanedbatelná změna u *AW*.

Tab.6 Kontrola objemového poměru výsledků TO s prvkem 0,15 mm

V_{Lim}	Z88Arion V2		ToOptix		Ansys Workbench 19.2	
	V_{Lim}'	$ V_{Lim} - V_{Lim}' $	V_{Lim}'	$ V_{Lim} - V_{Lim}' $	V_{Lim}'	$ V_{Lim} - V_{Lim}' $
[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
35	41,5	6,5	31,6	3,4	34,9	0,1
45	53,1	8,1	41,5	3,5	45,0	0,0
55	Nepřemodelováno		52,5	2,5	54,9	0,1
65	Nepřemodelováno		62,9	2,1	65,2	0,2

V_{Lim} Cílený objemový poměr
 V_{Lim}' Objemový poměr po přemodelování



Obr.34 Zanikání jemných struktur 55% a 65% při exportu z Z88A,
vlevo vizualizace v postprocesoru, vpravo export

5.7 MKP statická strukturální analýza

S ohledem na cíl optimalizace (minimalizace poddajnosti) má smysl řešit pouze deformační charakteristiky, napětí ani jiné veličiny řešič nebere v úvahu při optimalizaci struktury. Pro lepší představu chování jednotlivých optimalizačních nástrojů však budou simulovány i napětíové charakteristiky. Ty jsou důležité pro kontrolu bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti nebo jiným mezním stavům, které mohou nastat.

Řešič při výpočtu iteračně hledá minimum poddajnosti, kterou lze snadno vypočítat jako vlastnost v uzlu sítě pomocí vztahu:

$$C = \frac{u}{F} \quad (21)$$

kde C je lokální poddajnost, u celkový posuv uzlu a F síla působící na uzel. Protože síla je ve všech uzlech na zatížené úsečce stejná, je poddajnost v uzlu funkcí pouze jeho posuvu u .

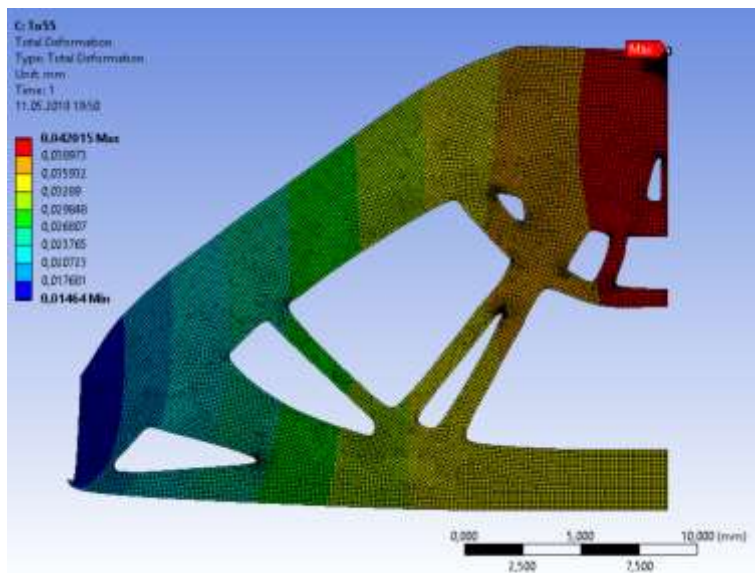
$$C = f(u) \quad (22)$$

Proto v oblasti zatížení stačí vyhodnocovat pouze celkové deformace. Ze znalosti místa s největší poddajností (nachází se v pravém horním rohu) je vhodné v této oblasti zjemnit mřížku, a to funkcí Sphere of influence se středem v pravém horním rohu, poloměrem 1 mm a velikostí prvku max 0,05 mm. Zbytek geometrie byl rozsítován stejně jako v návrhové oblasti prvky PLANE s maximální velikostí 0,3 mm. Úlohy TO s velikostí prvku 0,15 mm byly rovněž nasítovány stejně velkými prvky jako při optimalizaci. Tyto 2D úlohy pro verifikaci výsledků jsou řešeny v systému AW.

Okrajové podmínky již jsou určeny zadáním úlohy TO, je však nutné zvolit parametry, které při optimalizaci nehrály roli, jde o tloušťku návrhové oblasti, jenž byla zvolena 2 mm a velikost zatížení, které je 1000 N, při uvažování symetrie pouze polovina působící rovnoměrně na poloviční plochu, tj. 500 N na ploše 2x2 mm. Materiál zůstává stejný z optimalizace, a to konstrukční ocel s hodnotami $\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $E = 210 \text{ GPa}$, $\mu = 0,3$.

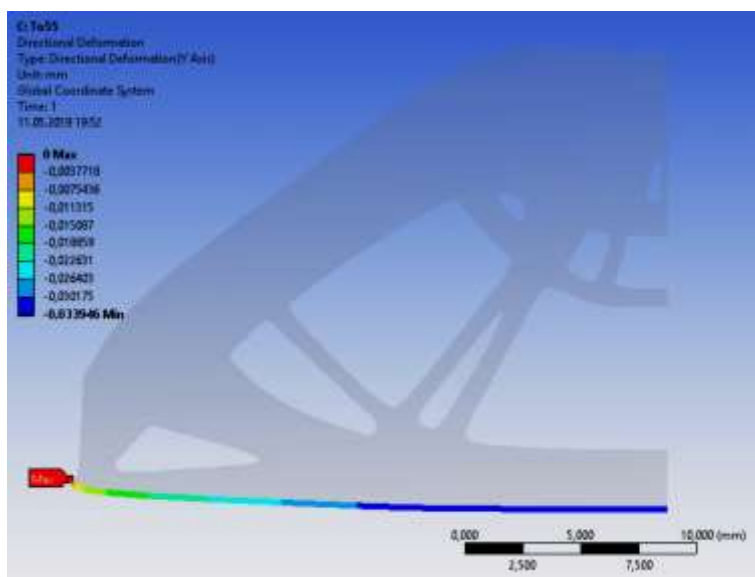
5.7.1 Analýza deformací

U každé struktury byla zaznamenána maximální a průměrná hodnota deformace pomocí analýzy Total Deformation. Nejvyšší deformace se nachází vždy v místě zatížení, tj. v pravém horním rohu, kterého se také týká symetrická okrajová podmínka. Průměrnou deformací se rozumí aritmetický průměr posuvů ze všech uzlů.



Obr.35 Hodnocení deformací v závěrečné MKP analýze

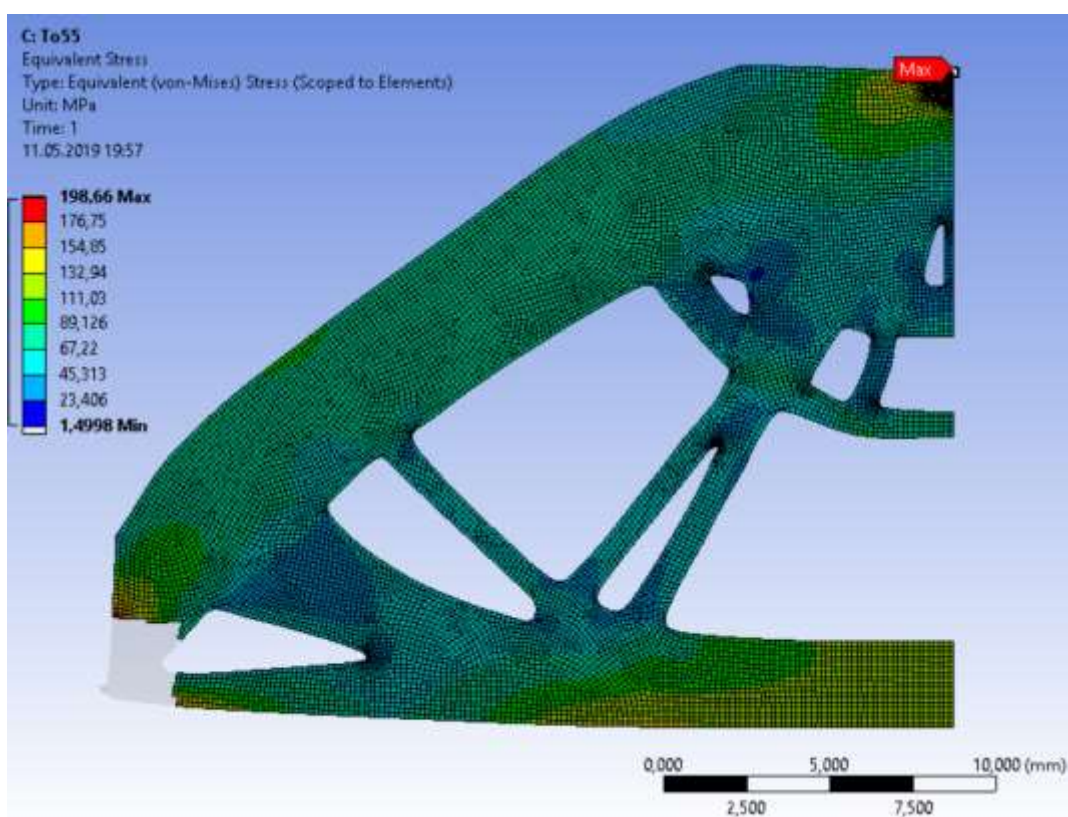
Dále je zjištěn průhyb spodní hrany pomocí Directional Deformation podél osy Y, kde byla oblast zájmu specifikována pouze na dolní hranu. Poněvadž se nosník prohýbá do záporného směru osy, je nutné chápat průhyb jako minimální hodnotu směrové deformace v absolutní hodnotě. Maximum je vždy nulové a nachází se v místě prosté podpory.



Obr.36 Hodnocení průhybu spodní hrany v závěrečné MKP analýze

5.7.2 Analýza napětí

Jak již bylo řečeno, napětí není optimalizovaným parametrem, proto je simulováno jen pro účely porovnání chování jednotlivých řešičů. V blízkosti prosté podpory vzniká singularita, tudíž není možné hodnotit napjatost v jejím okolí, tuto oblast lze vyloučit výběrem prvků pro vykreslení napětí, v tomto případě to bylo provedeno tak, aby se maximum redukovaného napětí nenacházelo na okrajích analyzované oblasti. To se poté nacházelo výhradně v místě zatížení na pravé hraně postižené geometrickou okrajovou podmínkou. K posouzení napětí byl zvolen modul Von Mises stress a zaznamenány byly hodnoty maximálního napětí v oblasti zatížení σ_{Max} a průměrného napětí σ_{Φ} (aritmetický průměr napětí ze všech uzlů). Některé ze struktur Z88A vykazovaly napěťové maximum jinde než v oblasti zatížení, proto byly ještě získány výsledky maximálního napětí jinde ve struktuře σ_{Max}' .



Obr.37 Hodnocení napětí v závěrečné MKP analýze

5.8 Porovnání a diskuze výsledků

Tab.7 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur Z88A pro prvek 0,3 mm

Z88 Arion V2, maximální velikost prvku 0,3 mm						
V_{Lim}'	u_{Max}	u_{Φ}	Δy_{Max}	σ_{Max}	σ_{Max}'	σ_{Φ}
[%]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
29,2	0,0651	0,0522	0,0534	286,42	272,63	150,4
36,7	0,0565	0,0422	0,0451	230,49	259,24	111,9
39,5	0,0513	0,0374	0,0422	222,57	210,28	104,2
45,4	0,0468	0,0360	0,0359	216,41	183,66	100,0
52,7	0,0420	0,0314	0,0349	195,15	147,67	77,4
58,7	0,0390	0,0292	0,0331	187,48	144,99	69,0
66,0	0,0365	0,0269	0,0307	181,90	153,79	57,9
70,5	0,0350	0,0259	0,0297	179,22	131,56	54,9

Tab.8 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur ToOptix pro prvek 0,3 mm

ToOptix, maximální velikost prvku 0,3 mm						
V_{Lim}'	u_{Max}	u_{Φ}	Δy_{Max}	σ_{Max}	σ_{Max}'	σ_{Φ}
[%]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
28,2	0,0758	0,0573	0,0324	350,49	278,68	181,8
35,5	0,0564	0,0448	0,0477	292,23	215,18	134,7
40,7	0,0519	0,0402	0,0443	256,99	199,63	121,8
44,3	0,0476	0,0340	0,0389	240,51	182,52	92,3
50,5	0,0437	0,0308	0,035	224,16	158,86	84,3
55,7	0,0400	0,0287	0,0329	204,06	134,14	75,4
60,8	0,0376	0,0275	0,0311	197,00	121,61	61,3
65,3	0,0361	0,0262	0,0304	187,17	111,83	59,5

Tab.9 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur AW pro prvek 0,3 mm

Ansys Workbench 19.2, maximální velikost prvku 0,3 mm						
V_{Lim}'	u_{Max}	u_{Φ}	Δy_{Max}	σ_{Max}	σ_{Max}'	σ_{Φ}
[%]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
30,1	0,0632	0,0431	0,0467	322,70	231,29	144,5
35,2	0,0542	0,0381	0,0447	264,00	201,47	120,1
40,2	0,0490	0,0344	0,0393	243,19	182,16	104,3
45,3	0,0455	0,0322	0,0359	221,58	169,12	92,1
50,3	0,0421	0,0297	0,0344	213,88	143,26	83,9
55,0	0,0397	0,0284	0,0331	202,25	132,87	76,7
60,0	0,0377	0,0272	0,0314	199,00	118,18	69,0
65,0	0,0360	0,0262	0,0300	190,27	110,85	64,8

Tab.10 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur Z88A pro prvek 0,15 mm

Z88Arion V2, maximální velikost prvku 0,15 mm						
V_{Lim}'	u_{Max}	u_{Φ}	Δy_{Max}	σ_{Max}	σ_{Max}'	σ_{Φ}
[%]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
41,5	0,0515	0,0392	0,0427	213,84	220,90	93,9
53,1	0,0429	0,0335	0,0365	185,31	232,26	72,7

Tab.11 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur ToOptix pro prvek 0,15 mm

ToOptix, maximální velikost prvku 0,15 mm						
V_{Lim}'	u_{Max}	u_{Φ}	Δy_{Max}	σ_{Max}	σ_{Max}'	σ_{Φ}
[%]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
31,6	0,0698	0,0461	0,0695	314,36	303,72	130,6
41,5	0,0516	0,0370	0,0466	248,83	207,73	94,9
52,5	0,0420	0,0316	0,0339	198,66	145,20	73,6
62,9	0,0374	0,0283	0,0319	184,47	213,85	61,0

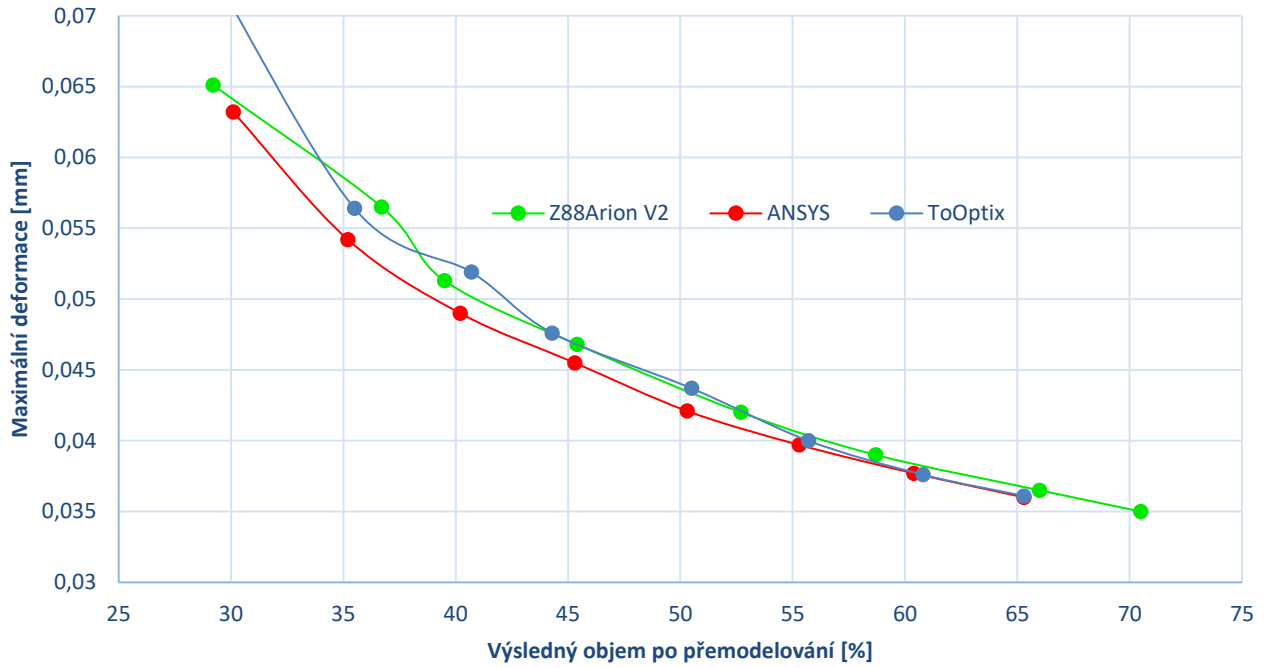
Tab.12 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur AW pro prvek 0,15 mm

Ansys Workbench 19.2, maximální velikost prvku 0,15 mm						
V_{Lim}'	u_{Max}	u_{Φ}	Δy_{Max}	σ_{Max}	σ_{Max}'	σ_{Φ}
[%]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
35	0,0549	0,0387	0,0418	261,87	216,47	113,1
45	0,0457	0,0323	0,0381	216,87	157,27	81,2
55	0,0404	0,0297	0,0347	197,81	138,10	71,5
65,2	0,0365	0,0278	0,0319	181,96	109,79	60,1

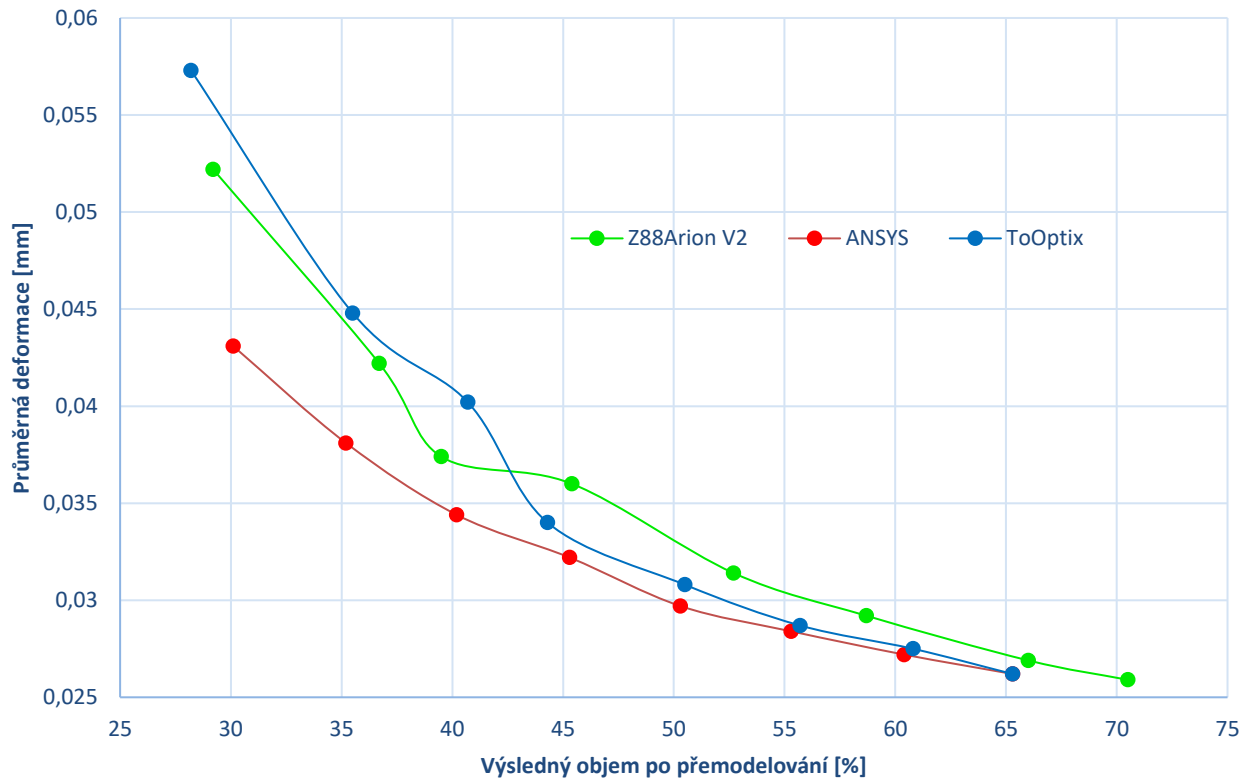
kde:

V_{Lim}'	je objemový poměr po přemodelování
u_{Max}	maximální deformace ve struktuře
u_{Φ}	průměrná deformace ve struktuře
Δy_{Max}	maximální průhyb spodní hrany
σ_{Max}	maximální napětí v oblasti zatížení
σ_{Max}'	maximální napětí mimo oblast zatížení
σ_{Φ}	průměrné napětí ve struktuře

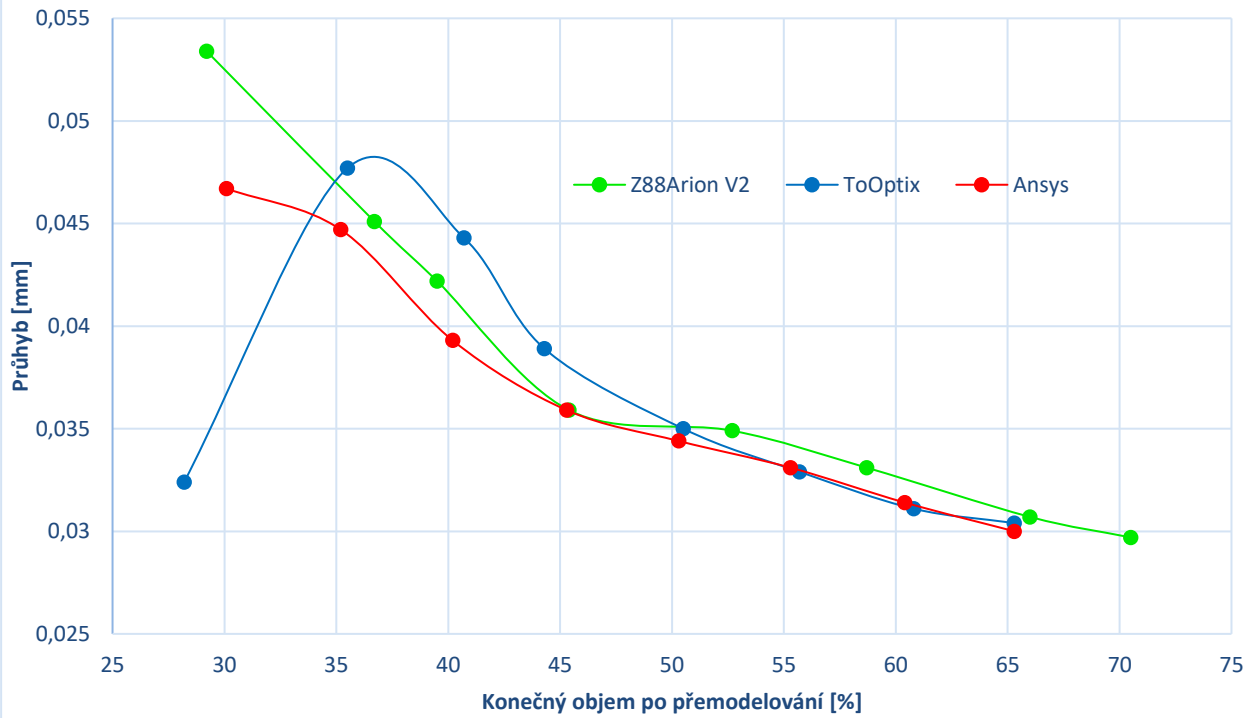
Maximální deformace pro prvky 0,3 mm



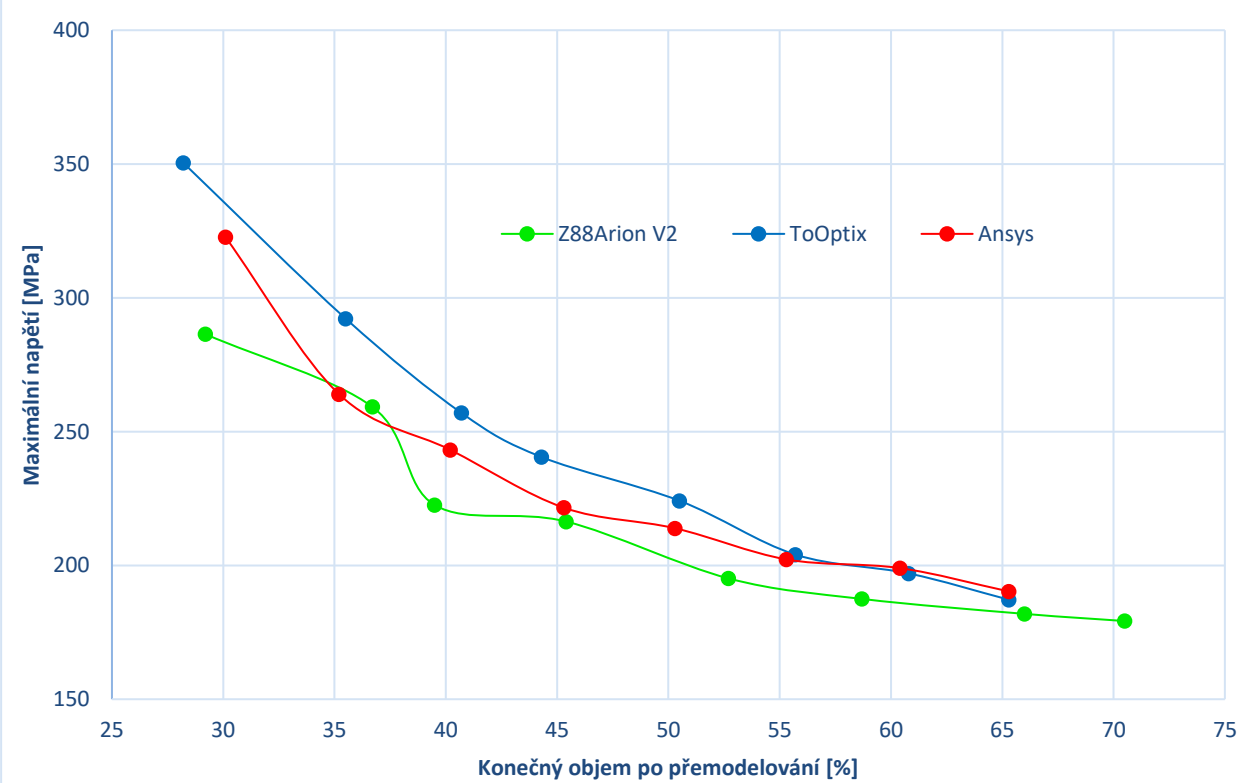
Průměrná deformace pro prvky 0,3 mm

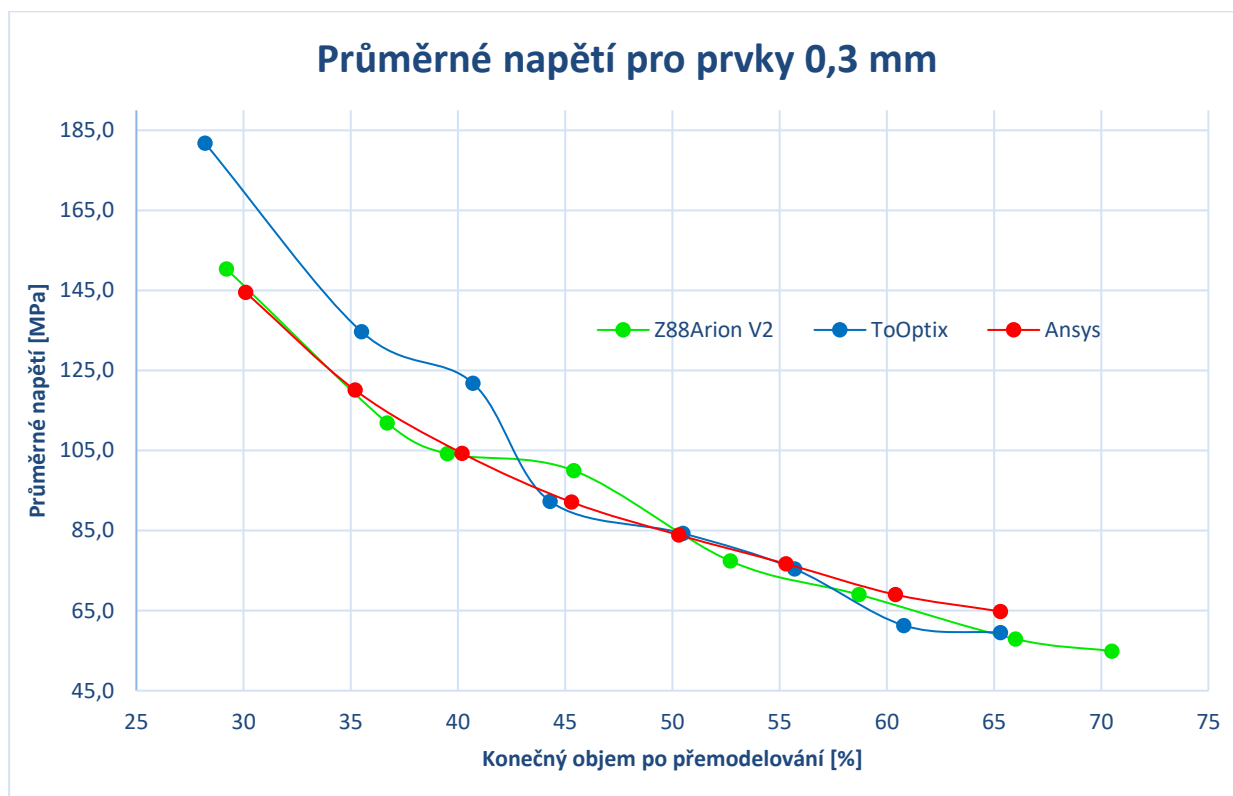


Maximální průhyb spodní hrany pro prvky 0,3 mm



Maximální napětí pro prvky 0,3 mm



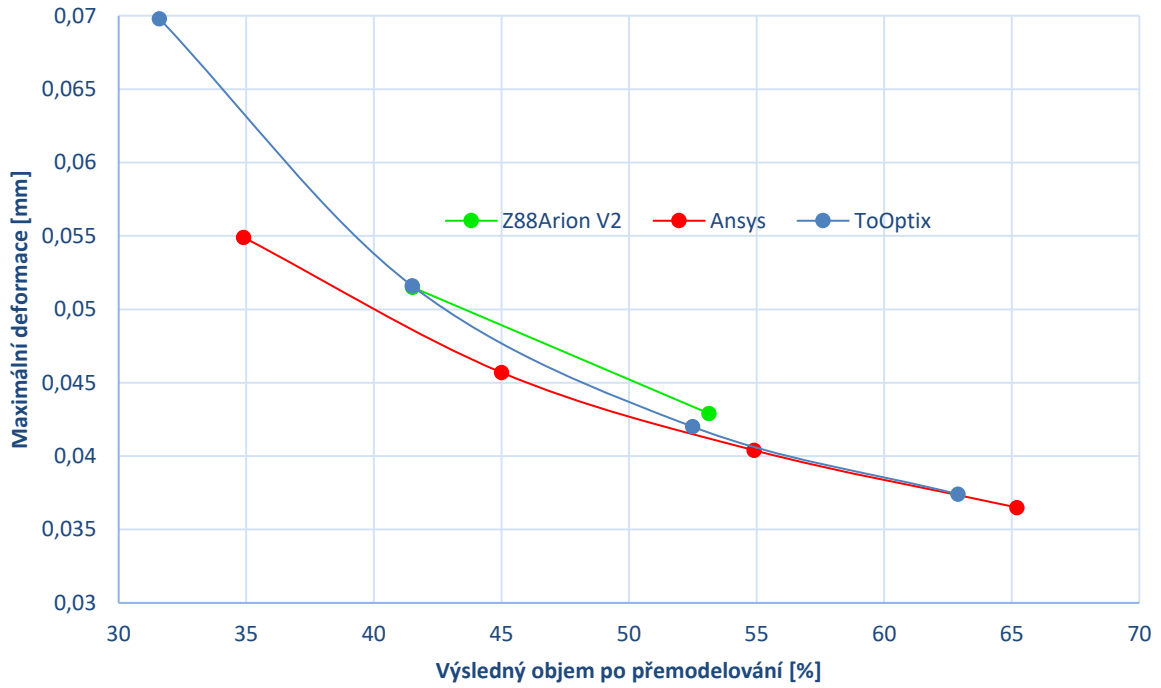


Z výsledků lze usoudit, že žádný z open-source programů nedosahuje kvalit komerčního AW, který má nejnižší průměrné i maximální deformace pro všechny zadané úlohy a tudíž nejlépe plní cíl optimalizace (minimalizace poddajnosti). Dobré výsledky ale vykazuje Z88A, a to v oblasti nízkých objemových poměrů v charakteristice maximální deformace, větší ztrátu utrpěl při průměrné deformaci. Mezi objemovými poměry 45% až 55% se tuhostně podobají výsledky z *ToOptix* a *Z88A*. Vyšší objemy jsou už jasně v nadvládě *ToOptix*, který se s AW v nejvyšších objemech takřka shoduje, pro nízká procenta materiálu jsou jeho výsledky velmi špatné, což dosvědčuje atypická struktura pro 30% objemu, jenž vykazuje vysokou maximální deformaci a naopak velmi nízký průhyb spodní hrany z důvodu absence významnější vzpěry, resp. její nevhodné zakončení blízko vazby.

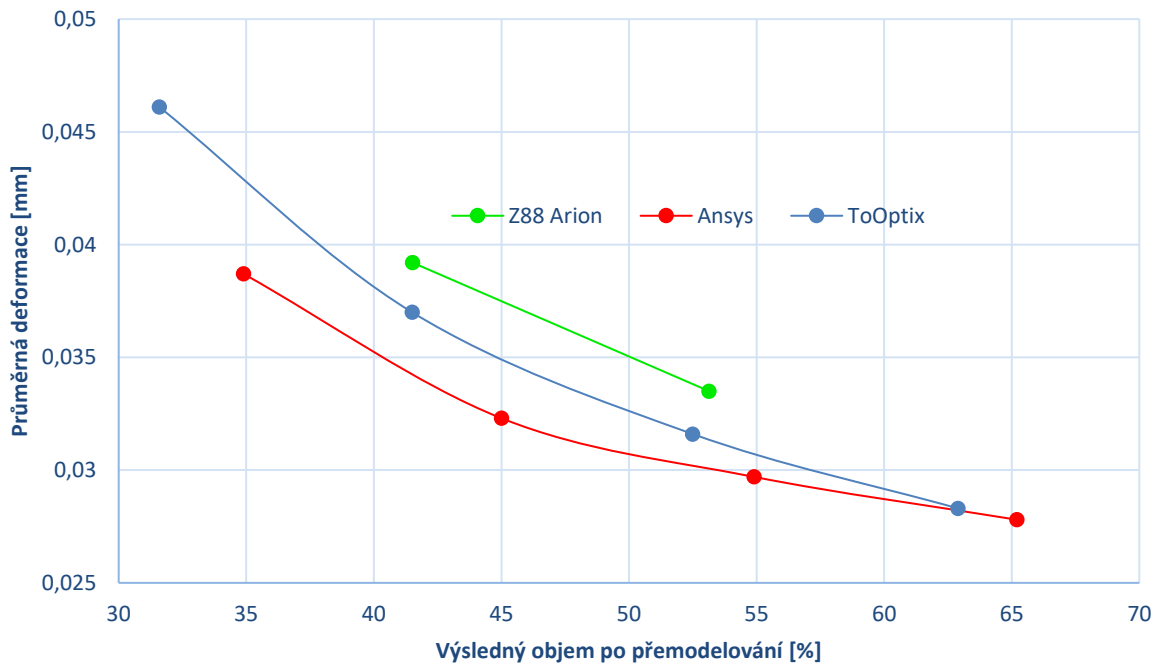
Rozdílné chování je zřejmé i u napěťových charakteristik. Napětí je veličina, jejíž hodnota ve výpočtu optimální geometrie není zahrnuta. Pro zhodnocení správnosti výsledků je potřeba její hodnotu znát, může totiž dojít k různým mezním stavům. Při uvažování meze kluzu 300 MPa jsou nereálné výsledky 30% objemů AW a *ToOptix*, u nichž došlo k meznímu stavu pružnosti. Dalším mezním stavem, kterého by mohlo být dosaženo je mezní stav vzpěrné stability.

Nejvyšší hodnoty špiček napětí vykazuje u většiny výsledků *ToOptix*, ty se nacházejí vždy v místě zatížení, menší napěťová maxima vykazuje AW. Nejmenší potom stabilně Z88A, v jehož případě se v několika výjimečných případech maximum vyskytlo i jinde ve struktuře. V charakteristice průměrného napětí nejsou velké rozdíly mezi výsledky ze všech programů. Jediné významnější odchylky má *ToOptix* v oblasti objemů do 40%, kde tyto vysoké hodnoty průměrného napětí způsobují velké koncentrátoři napětí ve formě ostřejších zaoblení.

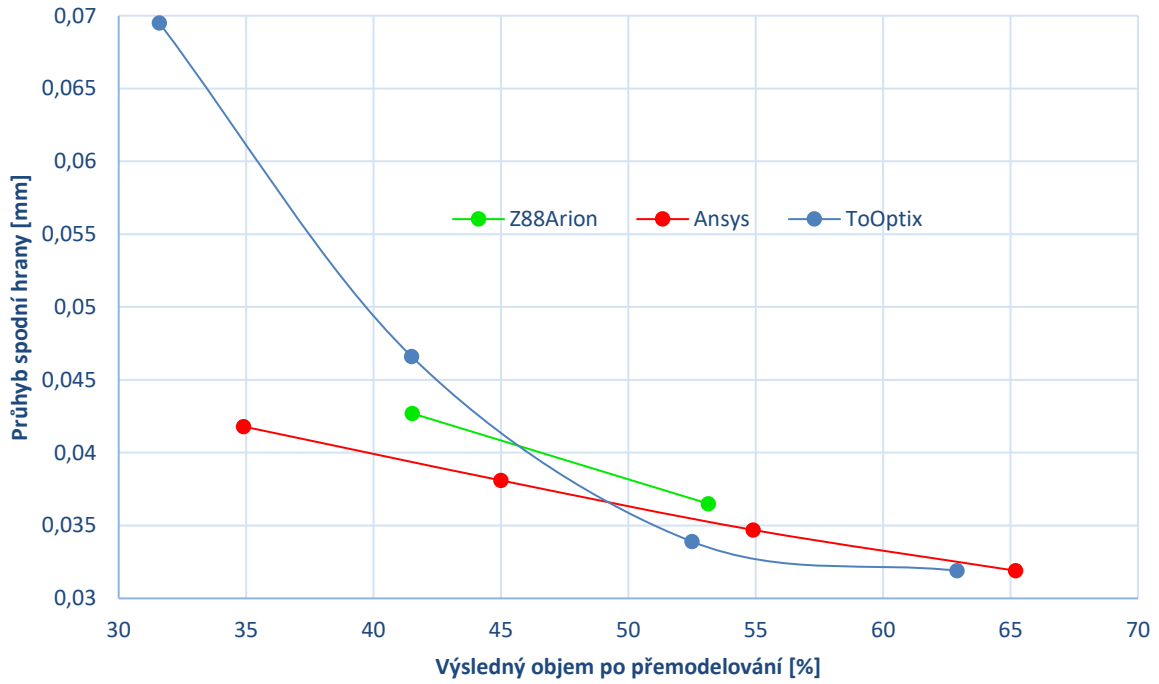
Maximální deformace pro prvky 0,15 mm



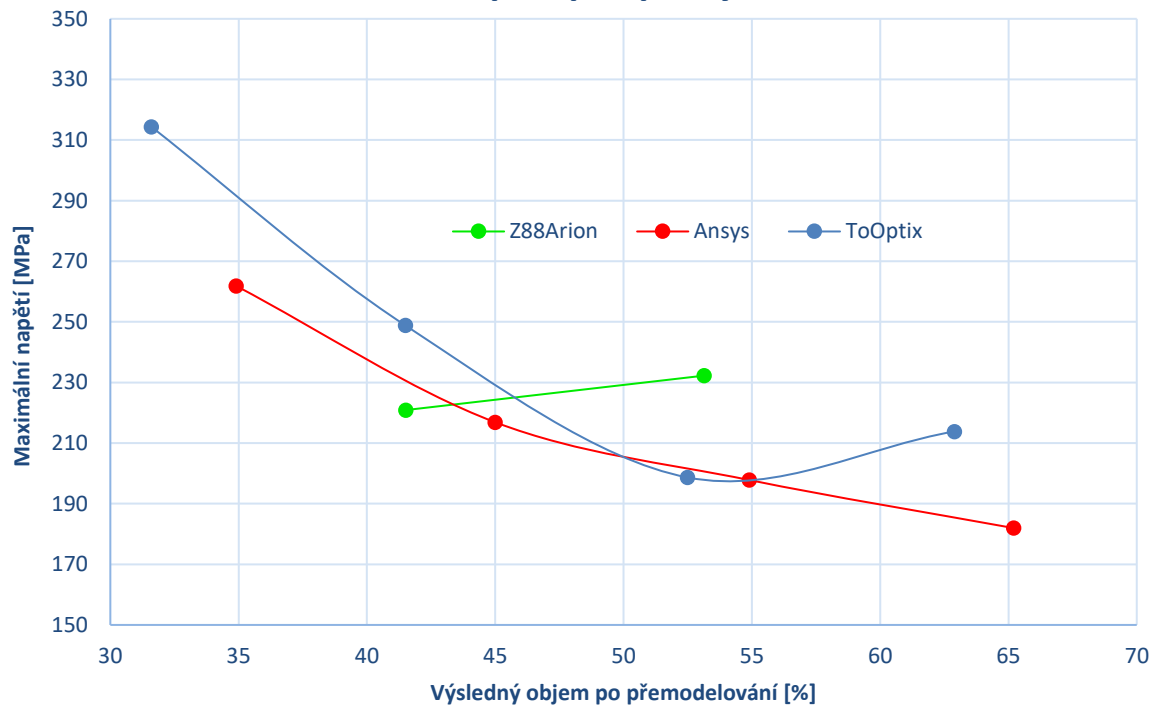
Průměrná deformace pro prvky 0,15 mm

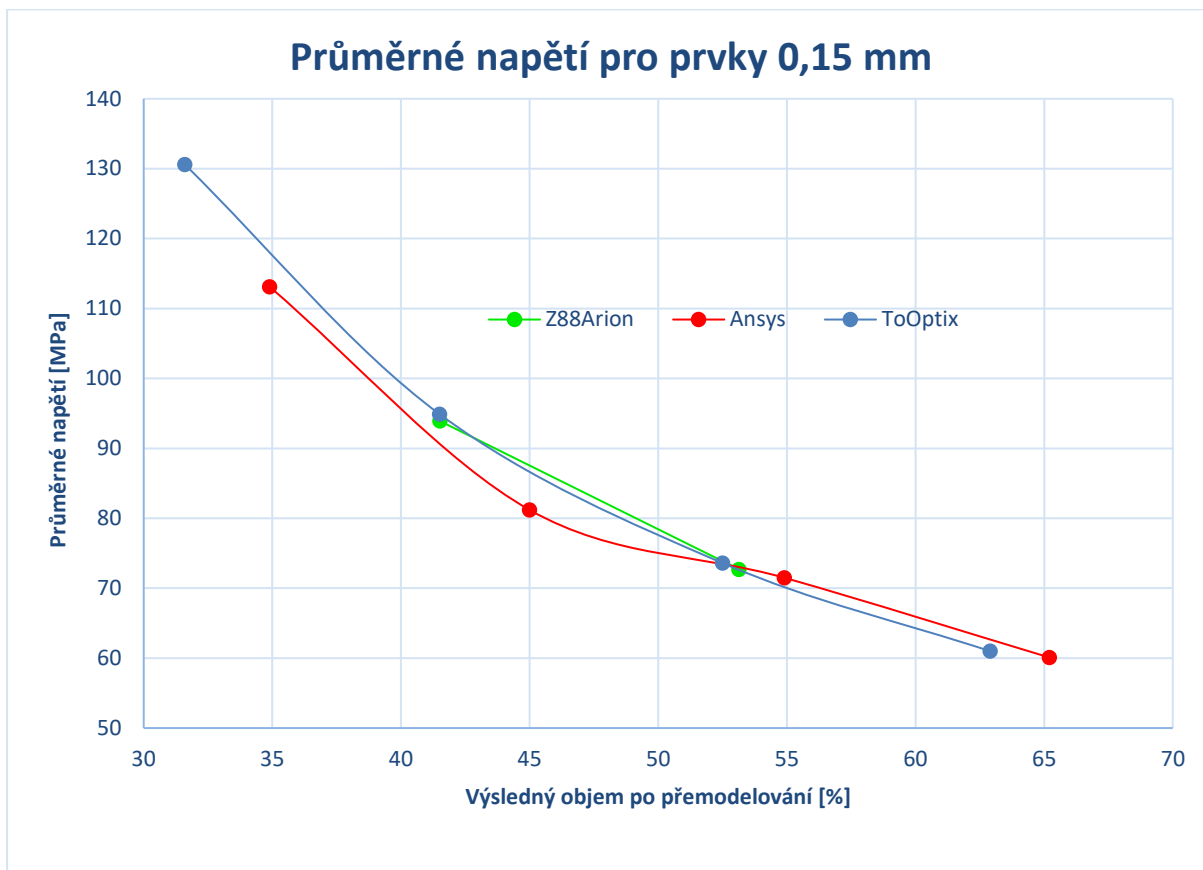


Maximální průhyb spodní hrany pro prvky 0,15 mm



Maximální napětí pro prvky 0,15 mm





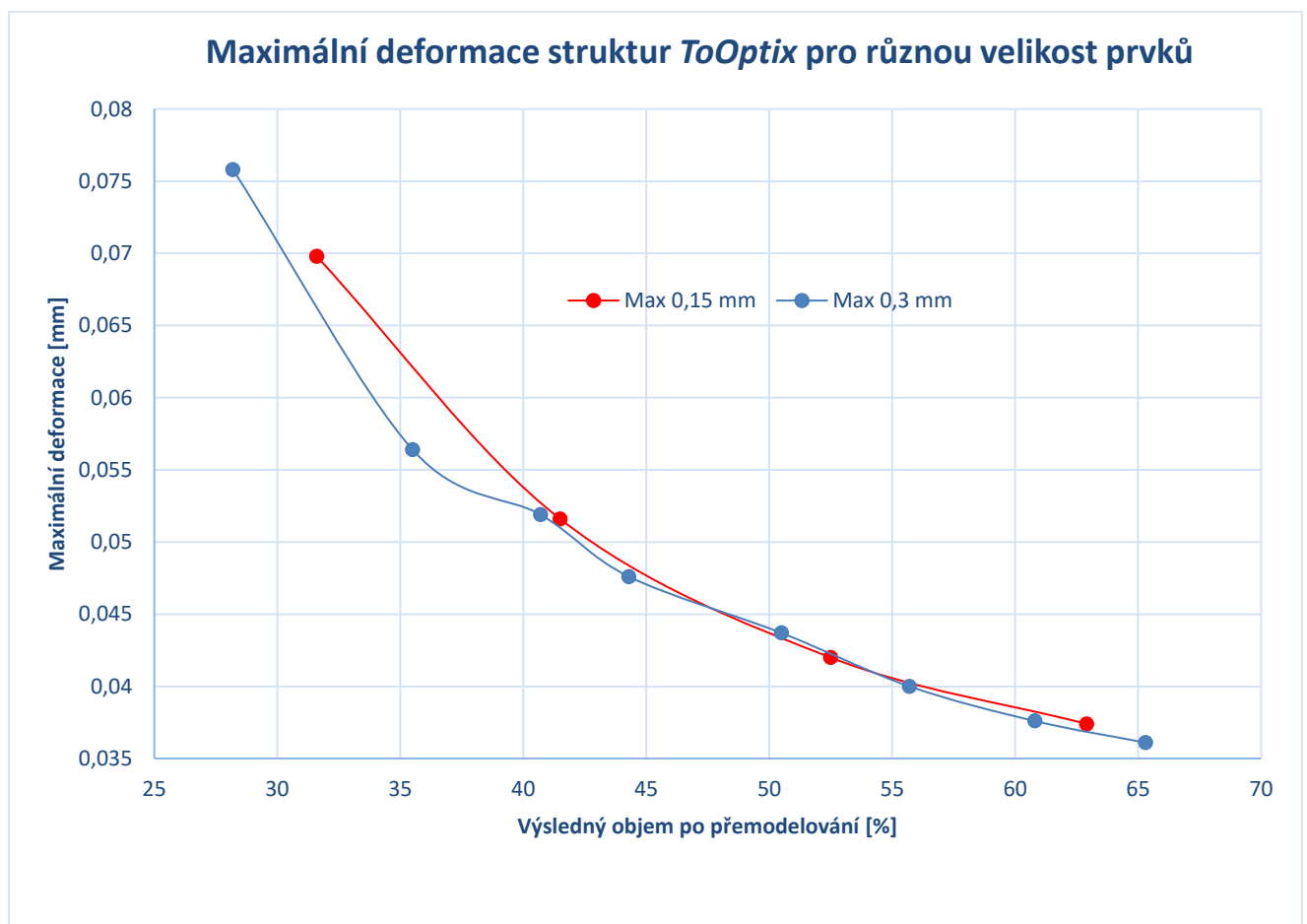
I pro jemnější diskretizaci návrhové oblasti je nejlepším optimalizačním programem *AW*, a to pro všechny výsledky maximálních i průměrných deformací. S vyššími objemovými poměry se k výsledkům *AW* blíží i výsledky *ToOptix*, zatímco výsledky *Z88A* zaostávají, to bylo předpokládáno už při obtížné remodelaci, která způsobila, že jeho výsledky lze hodnotit pouze v oblasti středních objemů. V charakteristice průměrné deformace je tento jev opět ještě markantnější. Klidný a jen nepatrně klesající průběh lze sledovat u maximálního průhybu spodní hrany software *Z88A* a *AW*, zhruba hyperbolický průběh má *ToOptix*, vykazující nejhorší průhyby v oblasti nižších objemů, naopak nejmírnější pro vysoké objemy.

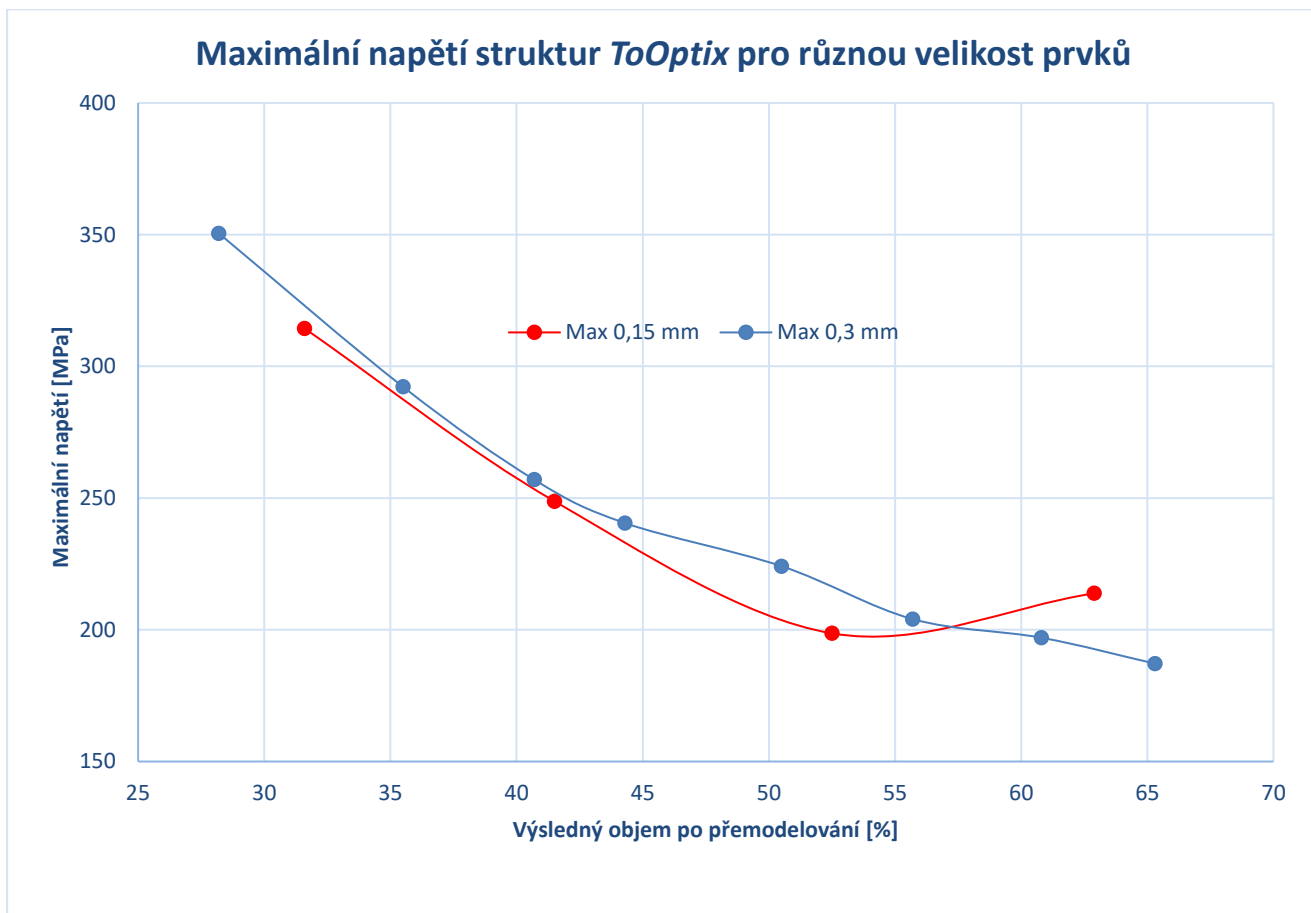
Napěťové charakteristiky již nevykazují atypickou strukturu pro objemový poměr 30% programu *ToOptix*, vykazuje však několik anomálií, kde se stoupajícím objemem maximální napětí stoupá, tento jev je způsoben přesunem nejvíce namáhaného místa. Znatelně více namáhané jsou struktury *ToOptix* před strukturami *AW*, výsledky *Z88A* nelze hodnotit kvůli malému počtu naměřených dat. Charakteristika průměrného napětí ukazuje velmi podobné chování všech programů.

5.9 Diskuze vlivu jemnosti sítě konečných prvků

Jemnost diskretizace návrhové oblasti hraje u metody SIMP významnou roli. S narůstajícím počtem konečných prvků dochází k vytváření dalších žebër. Řešič za pomoci většího počtu návrhových proměnných nachází extrémnější hodnotu objektivní funkce a kvalitativně se tím deformace při analyticky přesném řešení zmenšují.

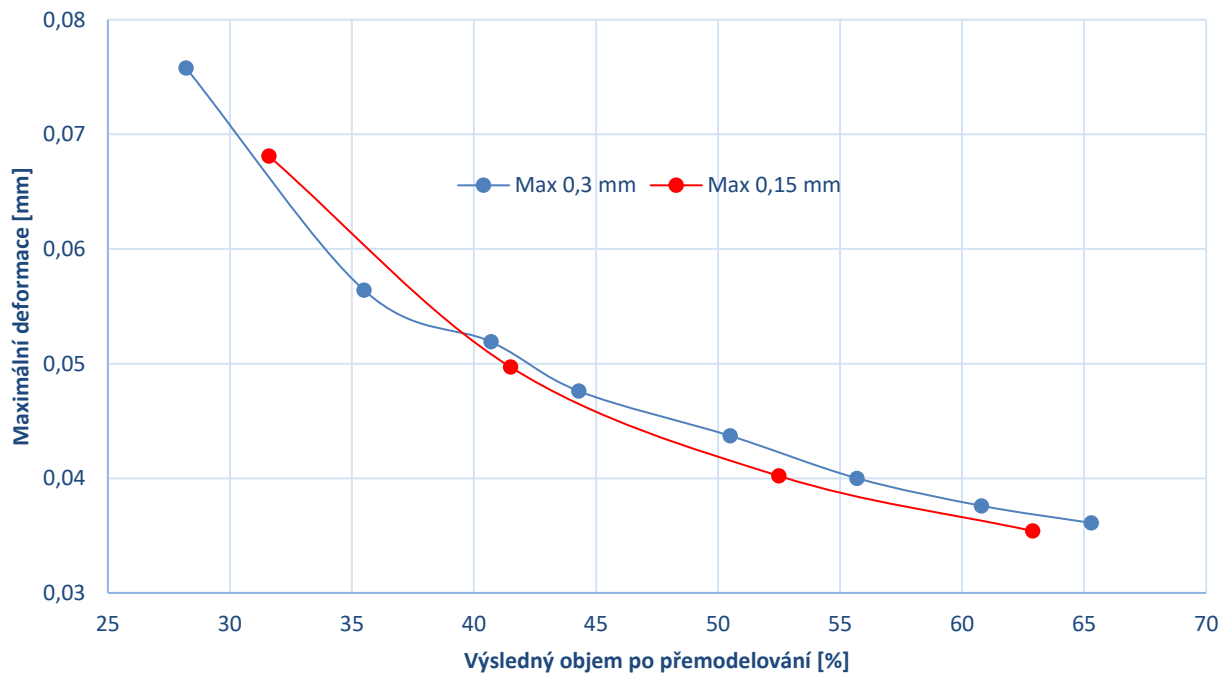
Pro lepší přehlednost byly vykresleny výsledky maximální deformace a maximálního napětí pouze pro výsledky z *ToOptix* pro obě maximální velikosti prvků.





Ačkoliv by se teoreticky napětí i deformace měly se zmenšujícím se prvkem zmenšovat, zde hraje roli i velikost prvku závěrečné MKP analýzy. Výpočet finálních parametrů totiž neprobíhá analyticky a k přesnému řešení se pouze blíží zezdola. Tím, že byly struktury kontrolovány s maximální velikostí prvku totožnou jako u původní návrhové oblasti, dochází k odlišné přesnosti výpočtu, která způsobuje, že jemnější struktury mají přesněji vypočtené deformace. Maximálního napětí se tento jev netýká, protože se nechází v místě zjemnění sítě, které bylo pro obě velikosti prvků stejné. Výsledky posuvů nelze porovnávat při odlišném síťování. Výpočet deformací proto proběhne ještě jednou, při diskretizaci stejně velkými prvky, a to maximálně 0,3 mm.

Maximální deformace struktur *ToOptix* pro různou velikost prvků, hrubší síť analýzy



Deformace jdou podle očekávání dolů, převážně v oblasti objemů >40%, u nižších objemových poměrů ale stále nepřekonávají deformace struktur optimalizovaných s hrubější sítí, tento fakt lze přičíst citlivosti řešiče *CalculiX* v oblasti těchto objemových poměrů, která byla zřejmá již dříve. Při nižší redukci materiálu již výsledky odpovídají předpokladům.

Závěr

V úvodní části jsem čtenáře seznámil s principy, historií, cíly a algoritmy topologické optimalizace. Poté jsem stručně popsal možnosti optimalizace a vysvětlil nejdůležitější pojmy potřebné pro pochopení fungování výpočtu. Ve druhé kapitole jsou nastíněny principy a matematické formulace nejčastějších metod řešení úloh topologické optimalizace, přičemž jsem se zaměřil zejména na metody na bázi MKP.

V kapitole třetí jsem popsal vybrané volně dostupné programy pro topologickou optimalizaci. K dostání jsou skripty např. v *Matlabu*, využívající metody hladin, ty vyžadují zkušenost s programováním, proto jsem jim nepřikládal pozornost. Zvolil jsem čtyři software s kompletním uživatelským rozhraním v grafickém prostředí, které se zdály být jednoduché na ovládání. Následně jsem čtenáře seznámil s těmito programy, zorientoval v jejich prostředí a popsal nejdůležitější moduly.

Jako nejlepší open-source programy jsem vyhodnotil kvalitativně srovnatelné *Z88Arion* a *ToOptix*, zbylé dva programy jsem posoudil jako jednoduché a postačující nástroje pro rychlou představu vzhledu geometrie, jsou však postiženy několika závažnými omezeními. Nejlepší software jsou ve čtvrté kapitole vyzkoušeny na vzorových úlohách. V případě optimalizované konzoly pomocí *Z88Arion* dopadl výsledek podle očekávání. Použití metody SIMP je v tomto software spojené s tvorbou mnoha vad ve struktuře, metoda SKO zase vykazuje velkou citlivost na referenční napětí, proto byla úloha řešena spojením obou metod dohromady (TOSS) a chyby jednotlivých metod tím zanikly. Mezi pozitiva lze zařadit silnou grafickou stránku, intuitivní ovládání a mnoho možností nastavení optimalizace a okrajových podmínek. Potíž u tohoto software nastává při exportu výsledku do formátu STL, kde dochází k zanikání částí geometrie, které jsou v náhledu v preprocesoru přítomny. Dále jsou to nekvalitní sítě generované interním mesherem a komplikovaný import sítí. Podobná úloha byla řešena také v *ToOptix*, kde bylo využito dvou rovin symetrie. Výsledek byl získán již v 12. iteraci, *ToOptix* ale neumí ukončit výpočet po dosažení kritéria konvergence a požaduje pouze počet iterací. Další nevýhodou je složitá implementace okrajových podmínek a obtížné hledání chyby v zadání. Naopak velmi dobré je ukládání průběžných výsledků v STL nebo využití možností externích software *CalculiX* a *FreeCAD*. Chloubou *ToOptix* je termální a multifyzikální optimalizace, podpořené detailními videotutoriály přímo od autora.

V poslední části jsem oba open-source nástroje srovnával mezi sebou a také s komerčním *Ansys Workbench 19.2* na 2D úloze, kde jsem zkoumal citlivost na jemnosti KP sítě a cíleném objemovém poměru. Výsledkově byl ve všech úlohách nejkvalitnější *AW*, v oblasti nízkých objemů se k těmto výsledkům blížil *Z88A*, zatímco *ToOptix* vykazoval nevhodné návrhy již od pohledu. V oblasti výsledků od 45% objemu je již kvalitnější *ToOptix*, jenž se s narůstajícími procenty velmi podobá *AW*. Podobné chování jsem dokázal i u struktur jemnější sítí, kde byl úbytek deformací oproti předpokladům malý. Některé struktury *Z88A* s menšími prvky byly z výše popsaných důvodů nepřekreslitelné. Pro ilustraci jsem uvedl i chování napětí v závislosti na objemu.

Volně dostupné programy hodnotím jako použitelné pro jednodušší úlohy topologické optimalizace, jejich možnosti nejsou tak rozsáhlé a výpočtový čas je delší. Výsledky ale byly ve většině případů ucházející. Obecný nedostatek je neschopnost práce s hexahedrony, které jsou k optimalizaci topologie vhodnější a šetří výpočtový čas. Osobně z open-source programů preferuji *ToOptix* pro lepší síťovací modul, méně nedostatků ve struktuře a možnost náhledu průběžných výsledků.

Seznam použitých zkratek

AW	Ansys Workbench 19.2
BESO	Bidirectional Evolutionary Structural Optimization
ESO	Evolutionary Structural Optimization
MKP	Metoda Konečných Prvků
OC	metody kritéria optimality
SIMP	Solid Isotropic Material with Penalization
TO	Topologická optimalizace
TOSS	Topology Optimization for Stiffness and Stress
Z88A	Z88Arion V2

Seznam obrázků

Obr.1 Topologická optimalizace nosiče zadního kola vozu Dragon 8 týmu TU Brno Racing [2]	10
Obr.2 Optimalizovaná struktura 2D nosníku [9].....	13
Obr.3 Algoritmus řešení úlohy TO, upraveno a přeloženo z [10].....	14
Obr.4 a) Návrhová oblast, b) Výsledek optimalizace [12].....	17
Obr.5 Základní buňka struktury při řešení topologie homogenizační metodou [7].....	18
Obr.6 Diskretizace fiktivních hustot (0-1) [12].....	19
Obr.7 Topologie vytvořená metodou SIMP s kartézskou mřížkou 180x180x360, vyhlazená [15]	20
Obr.8 Výsledek optimalizace 2D úlohy použitím BESO. [5].....	22
Obr.9 Kuchyňský stůl optimalizovaný metodou SKO [17]	23
Obr.10 Nabídka funkcí programu Z88Arion, opozicováno	25
Obr.11 Tabulka parametrů a možností řešiče Z88Arion.....	28
Obr.12 Náhled na postprocessor Z88A, vertikálně zatížený nosník, optimalizovaný metodou SIMP, vetknutý na obou spodních hranách.....	29
Obr.13 Pracovní obrazovka programu TopOpt3D 1.0.3, opozicováno	30
Obr.14 Exportní modul CalculiXccxTools	33
Obr.15 Náhled na doplněk ToOptix v Blender 2.78	34
Obr.16 Nabídka modulů programu BESO2D, opozicováno.....	35
Obr.17 Diskretizovaná a zatížená návrhová oblast, BESO2D.....	36
Obr.18 Výsledek optimalizace, BESO2D	36
Obr.19 Návrhová oblast konzoly	37
Obr.20 Síť návrhové oblasti pro topologickou optimalizaci konzoly, Z88A.....	38
Obr.21 Aplikované okrajové podmínky pro úlohu TO konzoly v Z88A.....	39
Obr.22 Výsledek topologické optimalizace programem Z88A metodou TOSS.....	40
Obr.23 Exportovaná geometrie z postprocesoru Z88A.....	41
Obr.24 Render optimalizované a přemodelované geometrie konzoly	41
Obr.25 Síťovaná návrhová oblast držáku s okrajovými podmínkami, FreeCAD	42
Obr.26 Chybějící řádky zdrojového souboru z FreeCAD	43
Obr.27 Výsledná struktura optimalizace osově zatíženého držáku, ToOptix	44
Obr.28 Přemodelovaná optimalizované geometrie osově zatíženého držáku.....	44

Obr.29 Zadání optimalizace staticky určitého nosníku, FreeCAD	46
Obr.30 Asymetrické výsledky z open-source programů - vlevo Z88A, vpravo ToOptix.....	47
Obr.31 Zredukované zadání optimalizace staticky určitého nosníku, FreeCAD.....	47
Obr.32 Algoritmus řešení 2D úlohy	48
Obr.33 Překreslování výsledku optimalizace, Creo Parametric 3.0, popsáno	52
Obr.34 Zanikání jemných struktur 55% a 65% při exportu z Z88A, vlevo vizualizace v postprocesoru, vpravo export	54
Obr.35 Hodnocení deformací v závěrečné MKP analýze	55
Obr.36 Hodnocení průhybu spodní hrany v závěrečné MKP analýze	55
Obr.37 Hodnocení napětí v závěrečné MKP analýze	56

Seznam tabulek

Tab.1 Nastavení optimalizace pro hrubější síť	49
Tab.2 Nastavení optimalizace pro jemnější síť	49
Tab.3 Výběr z výsledků topologické optimalizace s velikostí prvku 0,3 mm	50
Tab.4 Výsledky topologické optimalizace s velikostí prvku 0,15 mm	51
Tab.5 Kontrola objemového poměru výsledků TO s prvkem 0,3 mm.....	53
Tab.6 Kontrola objemového poměru výsledků TO s prvkem 0,15 mm.....	53
Tab.7 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur Z88A pro prvek 0,3 mm.....	57
Tab.8 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur ToOptix pro prvek 0,3 mm.....	57
Tab.9 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur AW pro prvek 0,3 mm	57
Tab.10 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur Z88A pro prvek 0,15 mm.....	58
Tab.11 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur ToOptix pro prvek 0,15 mm.....	58
Tab.12 Výsledky závěrečné MKP analýzy struktur AW pro prvek 0,15 mm	58

Seznam použitých zdrojů

- [1] BENDSØE, Martin Philip a Noboru KIKUCHI. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* [online]. 1988, **71**(2), 197-224 [cit. 2019-05-06]. DOI: 10.1016/0045-7825(88)90086-2. ISSN 00457825. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0045782588900862>
- [2] MÍŠA, J. Návrh nosiče zadního kola Formula Student. Brno, 2018. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. 84 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Pavel Ramík.
- [3] MAREŠ, Tomáš. Metody a přístupy k optimalizaci topologie. *Bulletin of Applied Mechanics* [online]. Praha: Czech Technical University in Prague, Faculty of Mechanical Engineering, 2005, 2005, **2005**(2), 91-107 [cit. 2019-05-06]. ISSN 1805-9422. Dostupné z: <http://www.bulletin-am.cz/index.php?journal=vam&page=article&op=view&path%5B%5D=9&path%5B%5D=7>
- [4] BENDSOE, M. P., Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural Optimization*, 1989, Springer-Verlag 1, 193–202.
- [5] VAVERKA, Ondřej. *Hybridní návrh dílů pro aditivní způsob výroby*. Brno, 2018. Dostupné také z: www.ustavkonstruovani.cz/FileDownload/getFile/1433/Vaverka_projekt.pdf
- [6] Topology optimization. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2019-05-06]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Topology_optimization
- [7] QUERIN, Osvaldo M. *Topology design methods for structural optimization*. San Diego, CA: Academic Press is an imprint of Elsevier, [2017]. ISBN 978-008-1009-161.
- [8] KOPŘIVA, L.: *Optimalizace žebra v křídle letounu*. Brno Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 55 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
- [9] MONTES, Miguel Angel Ochoa. *Topology optimization algorithms for the solution of compliance and volume problems in 2D* [online]. Guanajuato, Mexico, 2016 [cit. 2019-05-06]. Dostupné z: https://www.cimat.mx/~ivvan/public/docs/TopologyOptimization/MAOM_Thesis.pdf. Diplomová práce. Centro de Investigacion en Matematicas A.C. Vedoucí práce Dr. Sergio Ivvan Valdez Peña, Dr. Salvador Botello Rionda.
- [10] BENDSØE, Martin P. a O. SIGMUND. *Topology optimization: theory, methods, and applications*. New York: Springer, 2003. ISBN 3-540-42992-1.
- [11] ROHAN, Eduard. *Moderní metody optimalizace mechanických soustav: Podklad přednášky předmětu Moderní metody v mechanice*. 13.12.2006. Plzeň, 2006. Dostupné také z: <https://docplayer.cz/13614828-Moderni-metody-optimalizace-mechanickych-soustav.html>

- [12] LIU, Shutian, Quhao LI, Junhuan LIU, Wenjiong CHEN a Yongcun ZHANG. A Realization Method for Transforming a Topology Optimization Design into Additive Manufacturing Structures. *Engineering*. 2018, 4(2), 277-285. DOI: 10.1016/j.eng.2017.09.002. ISSN 20958099. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2095809917302059>
- [13] ABBEY, Tony. Topology Optimization Methods. *Digital Engineering 24/4* [online]. Framingham, 2017, 1.9.2017, 2017(9), 34-36 [cit. 2019-05-11]. Dostupné z: <https://www.digitalengineering247.com/article/topology-optimization-methods/>
- [14] SIGMUND, Ole. *Design of Material Structures Using Topology Optimization*. Lyngby, Denmark, 1994. Dizertační práce. Department of Solid Mechanics, Technical University in Denmark. Vedoucí práce Pauli Pedersen, Martin P. Bendsøe.
- [15] GPUtop - Topology Optimization on CUDA Graphics Cards (GPU) in 3D. In: *Universität Trier* [online]. [cit. 2019-05-06]. Dostupné z: https://www.math.uni-trier.de/~schmidt/gputop.html#./gputop_files/cantilever.jpg
- [16] BMW využívá principy bioniky při vývoji automobilů – společný podnik s přírodou. In: *EnviWeb: zpravodajství životního prostředí již od roku 1999* [online]. 2015, 24.5.2005 [cit. 2019-05-11]. Dostupné z: <http://www.enviweb.cz/53754>
- [17] SOFT KILL OPTION. *Material Strategies: Innovative Applications in Architecture* [online]. 2012, 30.11.2012 [cit. 2019-05-11]. Dostupné z: <https://arch5541.wordpress.com/2012/11/30/soft-kill-option/>
- [18] Bionika. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2019-05-11]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Bionika>
- [19] ANDĚL, T. Využití výpočtového prostředí Salome Meca při řešení úloh mechaniky těles. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 72 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Petr Vosynek, Ph.D.
- [20] Z88 FEM software. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2019-05-11]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Z88_FEM_software
- [21] ABOUT Z88. Z88 [online]. [cit. 2019-05-12]. Dostupné z: <https://en.z88.de/about-z88/>
- [22] Z88Arion Theorie Benutzerhandbuch. In: Z88 [online]. [cit. 2019-05-12]. Dostupné z: <https://en.z88.de/manuals/>
- [23] Superelement. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2019-05-12]. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Superelement>
- [24] Z88Arion. Z88 [online]. [cit. 2019-05-12]. Dostupné z: <https://en.z88.de/z88arion/>
- [25] AAGE, Niels. *TopOpt 3D UserGuide* [online]. Lyngby, Denmark, 2014 [cit. 2019-05-12]. Dostupné z: <http://www.topopt.mek.dtu.dk/Apps-and-software/Interactive-3D-TopOpt-App>
- [26] Apps and Software. *TopOpt* [online]. Lyngby, Denmark [cit. 2019-05-12]. Dostupné z: <http://www.topopt.mek.dtu.dk/apps-and-software>

- [27] DENK, Martin. ToOptix. *GitHub: Built for Developers* [online]. San Francisco, 27.6.2018 [cit. 2019-05-12]. Dostupné z: <https://github.com/DMST1990/ToOptiX>
- [28] DENK, Martin. Install ToOptix and first run. In: *Youtube* [online]. 10.10.2016 [cit. 2019-05-12]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=ER6Jip0Mkqo>
- [29] DENK, Martin. Multi Physics Topology Optimization Part 2. In: *Youtube* [online]. 17.5.2016 [cit. 2019-05-12]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=DLE9qt07ck0>
- [30] Software. *RMIT Australia* [online]. Melbourne [cit. 2019-05-12]. Dostupné z: <https://www.rmit.edu.au/research/research-institutes-centres-and-groups/research-centres/centre-for-innovative-structures-and-materials/software>

Seznam příloh

- 3.1 Průběžné výsledky topologické optimalizace v software BESO2D
- 3.2 Vývoj hodnoty objektivní funkce a objemu optimalizace v software BESO2D
- 4.1 Průběžné výsledky optimalizace konzoly Z88A
- 4.2 Porovnání optimalizace konzoly Z88A s původním návrhem MKP analýzou
- 4.3 Průběžné výsledky optimalizace držáku ToOptix
- 4.4 Porovnání optimalizace držáku ToOptix s původním návrhem MKP analýzou
- 5.1 Všechny výsledky TO s hrubější sítí z kap. 5

Přílohy

3.1 Průběžné výsledky topologické optimalizace v software BESO2D

10. iterace



20. iterace



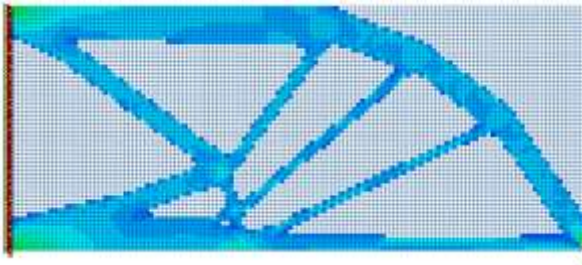
30. iterace



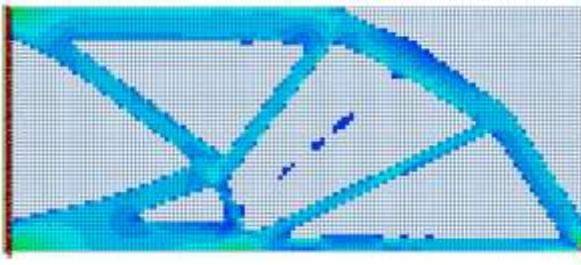
40. iterace



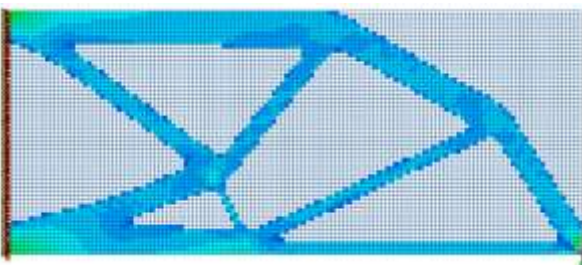
50. iterace



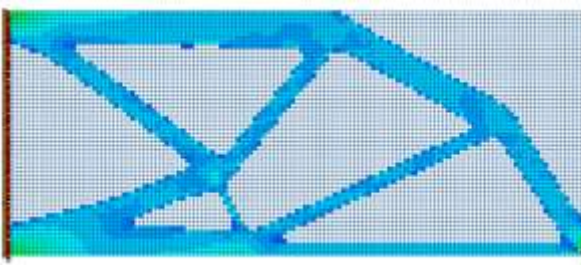
60. iterace



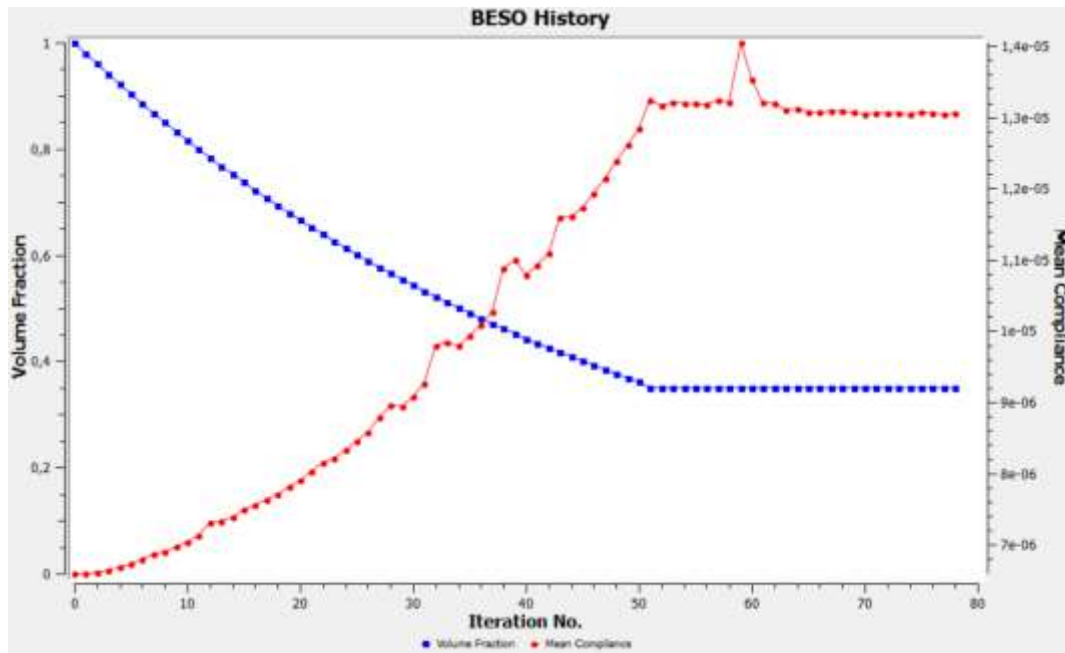
70. iterace



78. iterace

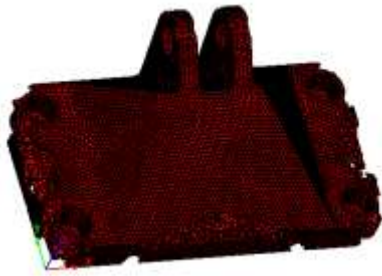


3.2 Vývoj hodnoty objektivní funkce a objemu optimalizace v software BESO2D

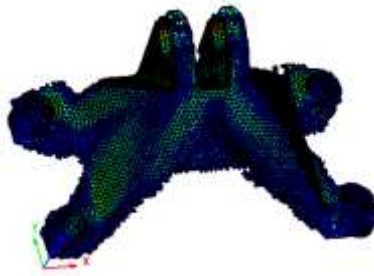


4.1 Průběžné výsledky optimalizace konzoly Z88A

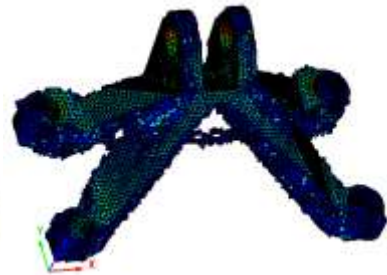
1. iterace



5. iterace



10. iterace



15. iterace



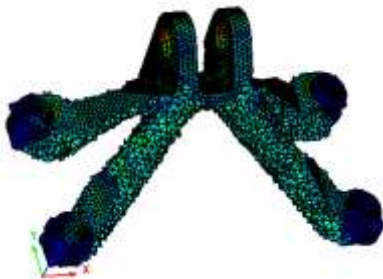
20. iterace



25. iterace



30. iterace



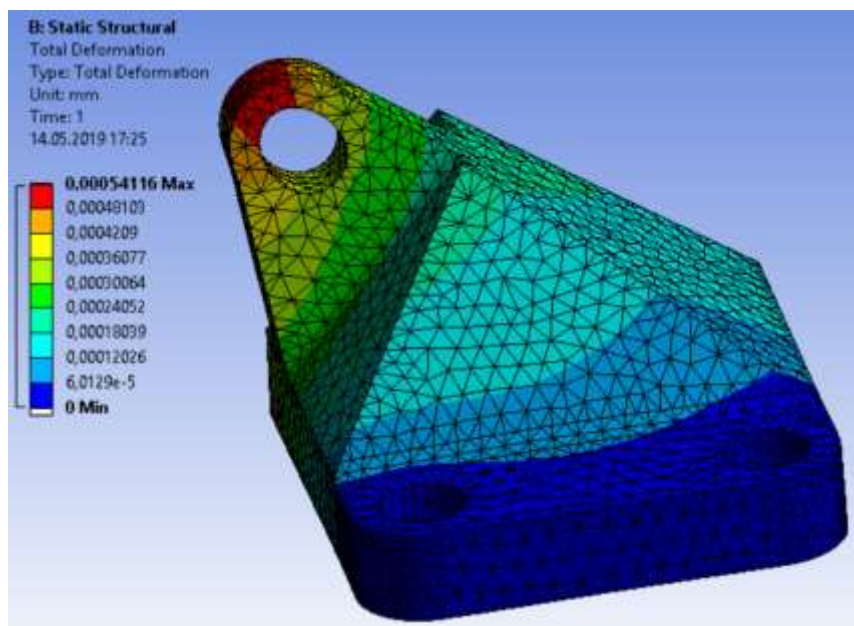
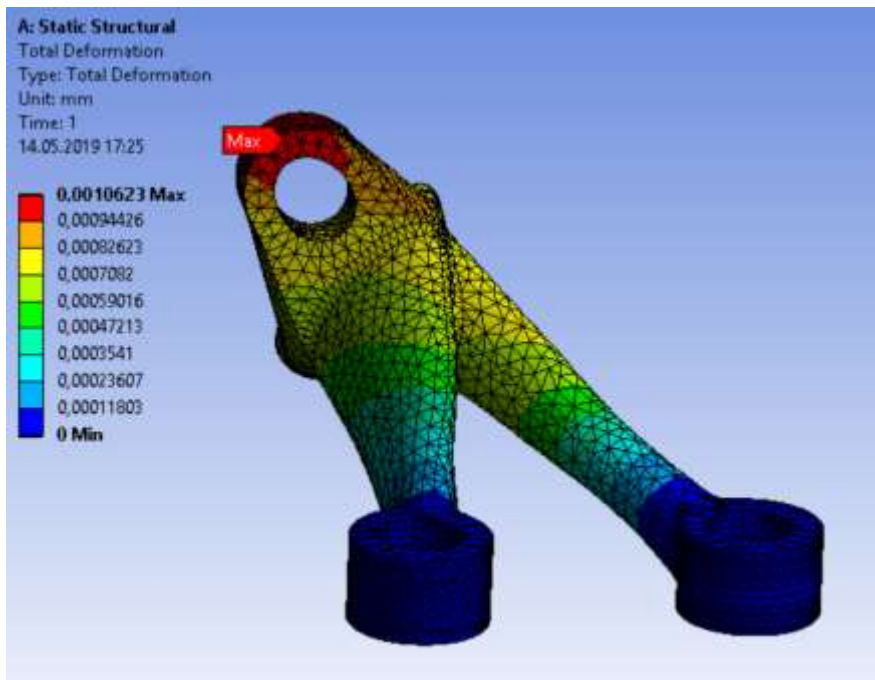
35. iterace



40. iterace

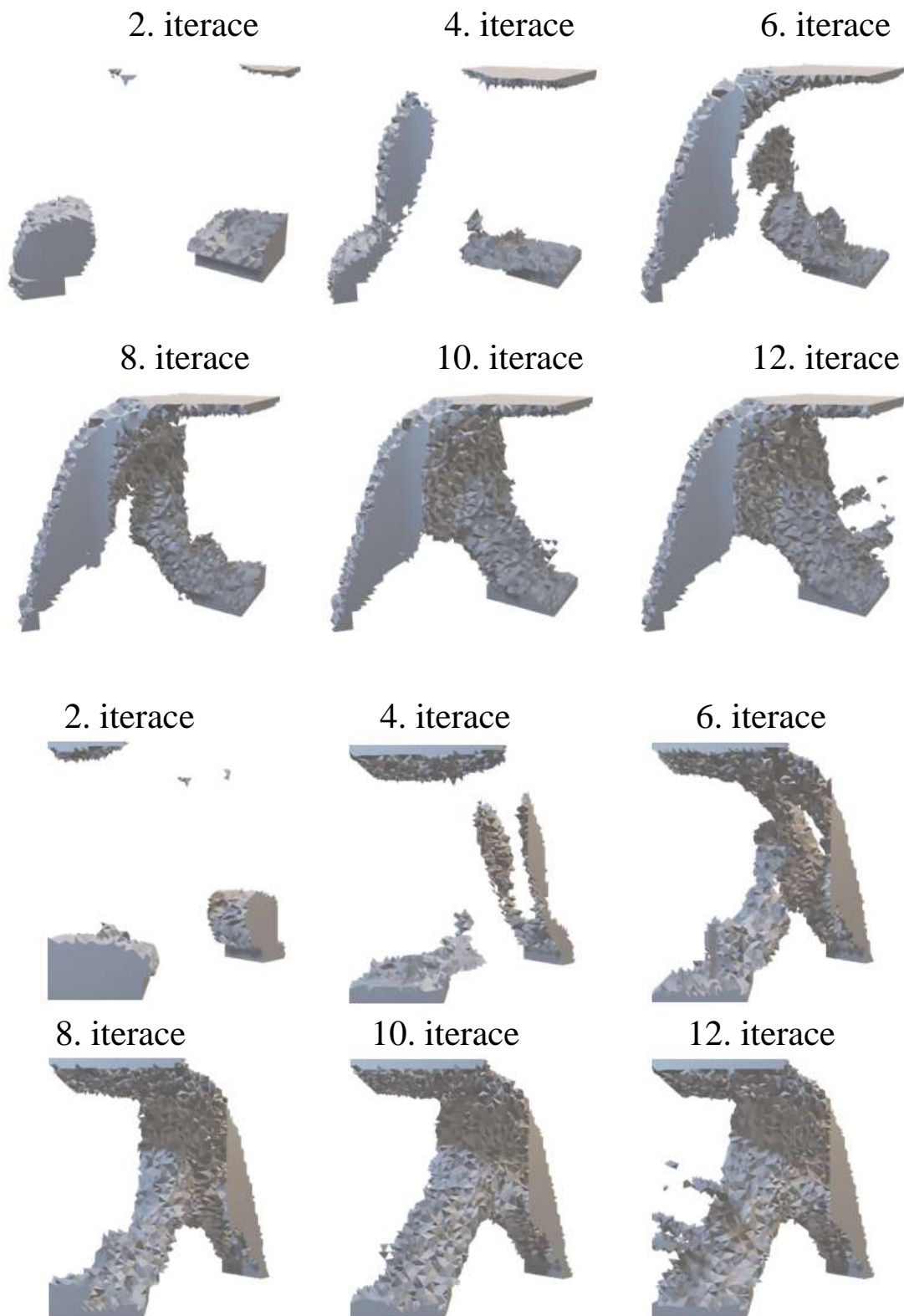


4.2 Porovnání optimalizace konzoly Z88A s původním návrhem MKP analýzou

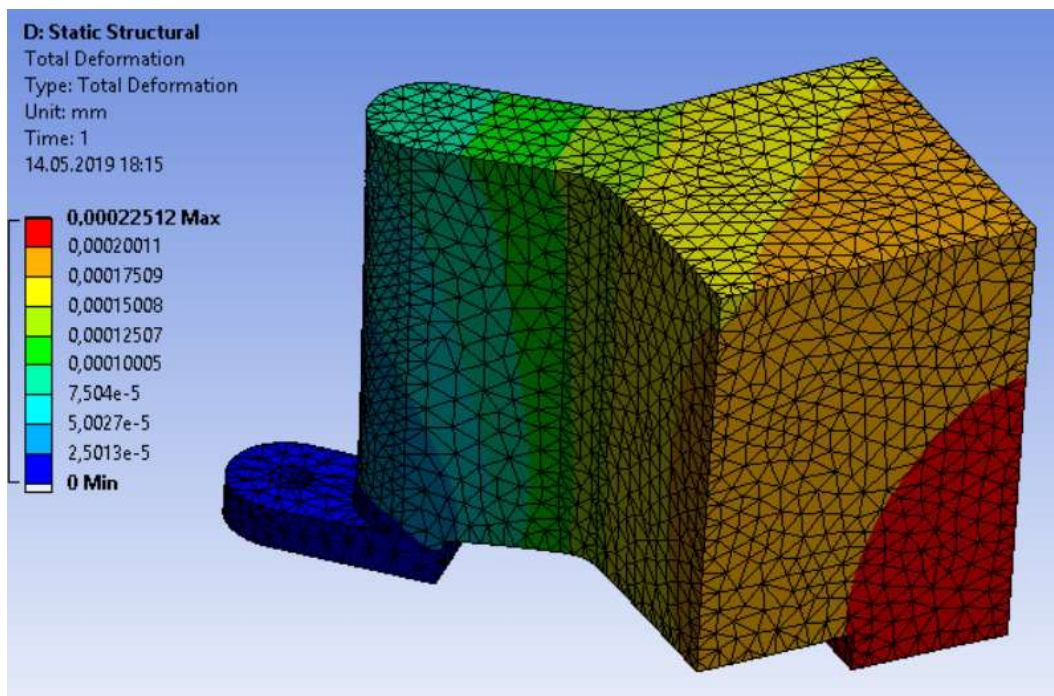
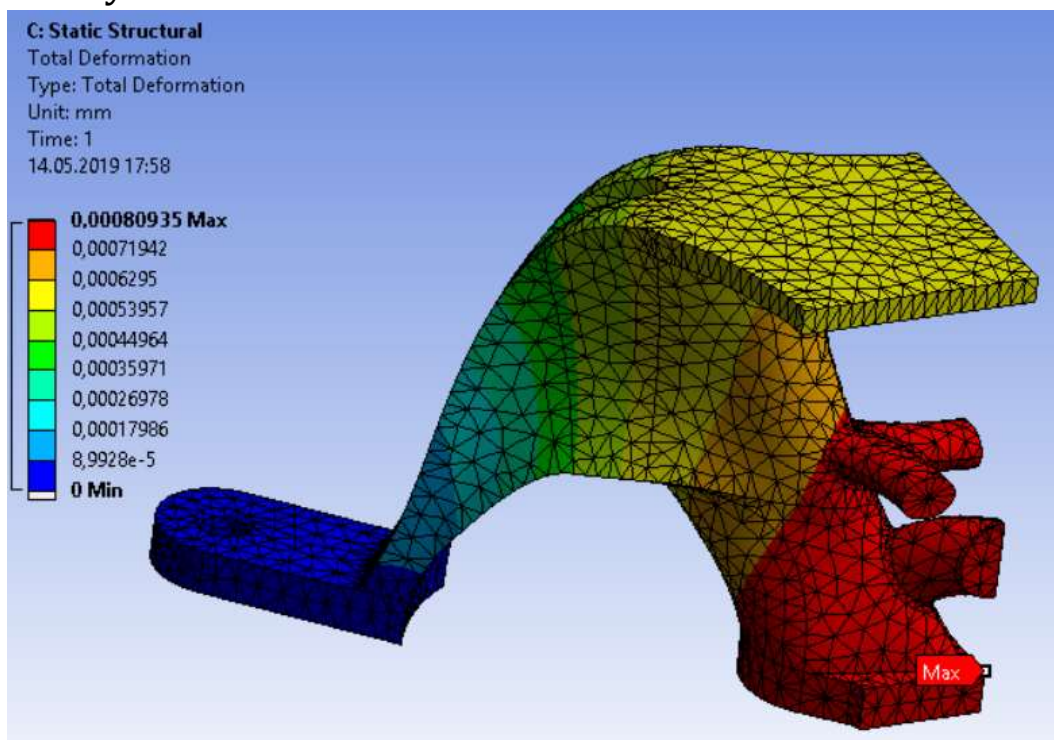


Max. velikost prvku: 2 mm
Max. deformace výsledku/návrhové oblasti: 1,06 μm /0,54 μm
Redukce hmotnosti: 37,3%
Nárůst max. deformace: 96%

4.3 Průběžné výsledky optimalizace držáku ToOptix

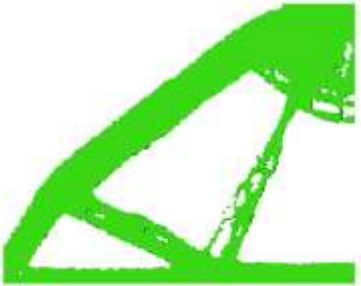
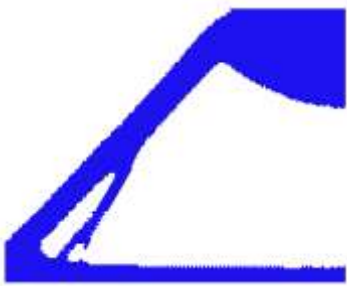


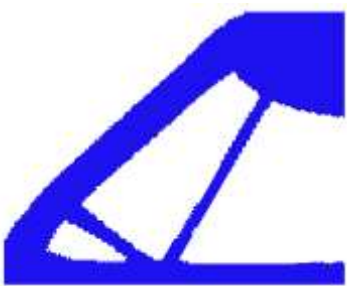














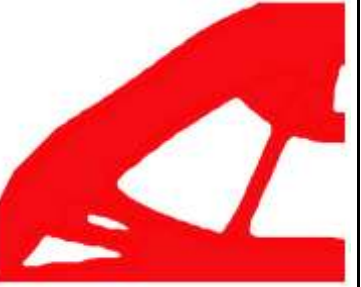



4.4 Porovnání optimalizace držáku ToOptix s původním návrhem MKP analýzou



Max. velikost prvku: 3 mm
Max. deformace výsledku/návrhové oblasti: 0,81 μm /0,23 μm
Redukce hmotnosti: 75,2%
Nárůst max. deformace: 260%

5.1 Všechny výsledky TO s hrubější sítí z kap. 5

	Z88 Arion V2	ToOptix	Workbench 19.2
30%			
35%			
40%			
45%			
50%			

55%			
60%			
65%	