

## Posudek bakalářské práce

Kristýna Machová: **Různé přístupy k zavedení goniometrických funkcí**

Kristýna Machová se ve své práci zabývá problematikou zavedení goniometrických funkcí na různých stupních škol. Práci si rozdělila do pěti kapitol.

Ve stručné první kapitole jsou zmíněny počátky trigonometrie ve starověku, středověku (u egyptských, řeckých, indických a arabských matematiků) i v Evropě.

Jádrem práce jsou pak druhá až pátá kapitola.

Ve druhé a třetí kapitole autorka zavádí goniometrické funkce pomocí pravoúhlého trojúhelníka a jednotkové kružnice, jak se to obvykle provádí na základní a střední škole, a v této souvislosti definuje některé další potřebné pojmy. Popisuje vlastnosti goniometrických funkcí, jejich grafy, uvádí, případně i odvozuje, základní vztahy pro goniometrické funkce, formuluje sinovu a kosinovu větu a definuje cyklometrické funkce. Třetí kapitola je věnovaná mocninným řadám v oboru reálných čísel, některým jejich vlastnostem a dále speciálním mocninným řadám - Taylorovým, resp. Maclaurinovým. Pomocí těchto řad pak autorka ukazuje rozvoje goniometrických a cyklometrických funkcí do Maclaurinovy řady. Kapitola je zakončena úvahami o goniometrických funkcích v komplexním oboru.

Poslední kapitola se pak zabývá zavedením goniometrických funkcí pomocí funkcionálních rovnic.

Práce je zpracovaná přehledně, má dobrou grafickou úroveň a na bakalářskou práci je poměrně rozsáhlá. Vyložena teorie je kompilací z odborné literatury a je převážně psaná systémem definice - věta - případně důkaz.

V práci se objevují některé formální či formulační nepřesnosti. Např. na straně:

8 <sup>2-3</sup>	zřejmě by mělo být: ... s trigonometrií, zabývající se ...
9 <sup>1-2</sup>	zřejmě by mělo být: ... u Egyptů, stavících ...
9 <sup>10</sup>	zřejmě by mělo být: ... pracoval jak s ...
11, 24, 45, 51, 60	příliš velké mezery v nadpisech kapitol
14 <sup>6</sup>	zřejmě by mělo být: ... trojúhelníku a též se ...
15 <sub>1</sub>	chybná hodnota funkce $\cos 20^\circ$
16 <sub>2</sub>	zřejmě má být: $\operatorname{tg} 0^\circ = 0^\circ$
21 <sup>10</sup>	zřejmě by mělo být: ... tabulkách nebo ...
22 <sub>13-12</sub>	asi vhodněji pouze: ... nebudeme pracovat s rovnostranným trojúhelníkem...
22 <sub>4</sub> , resp. 23 <sup>2</sup>	má být: ... pro ostrý úhel $\delta = 30^\circ$ , resp. A pro úhel $\alpha = 60^\circ$
25 <sub>5</sub>	zřejmě by mělo být: ... je rovna 0 a jehož ...
34 <sup>5-6</sup>	asi lépe pouze: $\operatorname{cotg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ , pak dostáváme ...
35 <sup>1</sup>	má být: $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
40 <sup>13</sup>	má být: ... od sebe vzdáleny ...
46 <sub>6</sub>	asi vhodněji: Pro formulaci Věty 4.5 ...
48 <sub>6</sub>	má být: ... vlastní derivace ...
49 <sup>13</sup>	zřejmě vhodněji: ... platí rovnost, resp. vztah ...
49 <sup>15</sup>	pojem „vyšší derivace rovnice“ nedává smysl
49 <sub>8</sub>	asi vhodněji: ... vztahy pro koeficienty
53 <sub>5</sub>	má být: $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{1+t}}$
53 <sub>1</sub>	má být: $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1 \cdot 3}{2^2 \cdot 2!}x^4 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^3 \cdot 3!}x^6 + \dots$

56 <sub>14</sub>	má být pouze: Funkce $f$ ...
60 <sup>10</sup>	asi přesněji: Existuje právě jedna dvojice funkcí $c, s$ na $\mathbb{R}$ , které vyhovují rovnostem, resp. pro které platí rovnosti, ...
60 <sub>9-8</sub>	asi vhodněji: ... na pravou stranu rovnosti (5.1)
60 <sub>1</sub>	není zcela zřejmě, co znamená $c \equiv K$
61 <sup>3</sup>	zřejmě má být pouze: $s(y) = s^{-1}(x_0)(K - K^2)$

Kromě toho se zde objevují i další problémy či nejasnosti. Např.:

- na str. 16<sub>2-1</sub> není jasné, o jakou úmluvu se jedná ani z čeho plyne tvrzení na str. 16<sub>1</sub>, resp. analogické tvrzení na str. 17<sub>8</sub>
- na str. 29<sup>9</sup> není řečeno, která podmínka musí platit
- není mi zcela zřejmé, proč
  - je u odkazů na použitou literaturu na str. 11, 14, 17, 21, 24, 26, 33, 40, 45, 48, 51, 60 za symbolem „:“ vždy uvedená závorka
  - je pod grafy funkcí na str. 30, 31, 42, 43 je uváděn odkaz na literaturu [11], když v textu práce je uvedeno, že byly (předpokládám autorkou) vytvořeny pomocí programu GeoGebra
  - se v textu někde používá zápis  $\sum a_n x^n$  a jinde zase  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$
- zavedení nové proměnné na str. 45<sub>7-6</sub>, resp. Poznámka na str. 47<sup>9</sup>, se mi zdají nadbytečné
- nevím, kde se v práci objevuje „Taylorův vzorec“ (str. 48<sub>11-10</sub>, 49<sup>3</sup>), co je to „zbytek po Taylorově polynomu“ (str. 48<sub>10-9</sub>) a proč má právě tvar uvedený na str. 50<sub>5</sub>, resp. co je to  $R_n(x)$  (na str. 50<sup>11</sup>)
- graficky je možná trochu zavádějící symbol pro konec důkazu
- v seznamu použité literatury by mělo předcházet příjmení autora před jménem ([1],[6],[8],[16]).

Dále si myslím, že ve čtvrté kapitole v podstatě chybí proces „zavedení“ goniometrických funkcí pomocí Taylorových řad. V podkapitole 4.3 jsou pouze uvedeny, pro již definované goniometrické funkce, jejich rozvoje v Maclaurinovy řady.

Také je škoda, že v práci, kromě programu GeoGebra, není uvedeno více možností, jak využít i další matematický software při výuce goniometrických funkcí.

U obhajoby by autorka mohla dokázat Věty 3.17 a 3.18 na str. 38.

Myslím si, že i přes uvedené připomínky Kristýna Machová cíl bakalářské práce splnila. Svým rozsahem, úrovní a hloubkou zpracování odpovídá předložená práce požadavkům kladeným na bakalářskou práci.

Práci doporučuji k obhajobě a hodnotím známkou..... .

V Hradci Králové, 19.8.2015

RNDr. Jitka Kühnová, Ph.D.