

### **Kristýna Machová: Různé přístupy k zavedení goniometrických funkcí.**

Goniometrické funkce patří bezesporu mezi nejdůležitější typ funkcí z hlediska jejich bohatého uplatnění v rozmanitých aplikačních situacích i mimo samotnou matematiku. I z tohoto důvodu by měl učitel matematiky dobře ovládat tento typ funkcí. Tímto bylo také ovlivněno zaměření tématiky bakalářské práce, které bylo z praktických důvodů zúženo na různé způsoby zavedení goniometrických funkcí, samozřejmě s ohledem na možnosti, které na příslušném stupni školy matematika poskytuje. Tento hlavní cíl práce byl z valné části splněn.

Práce je rozdělena do pěti kapitol. V první kapitole je velmi stručně uvedeno několik historických poznámek ke goniometrickým funkcím.

Druhá kapitola je věnovaná zavedení goniometrických funkcí v intervalu  $\langle 0^\circ, 90^\circ \rangle$  pomocí poměru délek stran v pravouhlém trojúhelníku. Autorka přitom vychází ze zřejmě nejběžněji používané učebnice matematiky pro ZŠ. Některé formulace jsou nevhodné, nepřesné nebo neúplné. Například zápis Definice 2.3 a 2.4 na str. 13, text na str. 15 „z tabulky odvodit vlastnosti funkce“, na str. 16<sub>1</sub>, 17<sub>8,13</sub> „funkce dosahuje nekonečna“ apod. Na str. 18 a 19 jsou zbytečně rozváděny důkazy Vět 2.10 a 2.11, i když se jedná o přímý důsledek definice funkcí. Je to určitý problém v celé práci, kdy jsou triviální poznatky detailně rozepisované a jinde zase u obsahově důležitějších úvah chybí komplexnější zdůvodnění.

Ve třetí kapitole se autorka soustředila na klasický způsob středoškolského zavedení goniometrických funkcí prostřednictvím jednotkové kružnice. Na str. 33 v důkazu Věty 3.11 je třeba doplnit situace, kdy funkce  $\sin x$  a  $\cos x$  nabývají nekladných hodnot. Autorka by mohla blíže vysvětlit na str. 39<sup>7-8</sup> tvrzení o užití sinové a kosinové věty. Do této kapitoly je také zařazeno zavedení cyklometrických funkcí, i když tento typ funkcí se na středních školách neučí. U grafů funkcí  $\arctg x$  a  $\operatorname{arccotg} x$  na str. 43 chybí asymptoty.

Stěžejní částí práce jsou čtvrtá a pátá kapitola, které už jdou prakticky nad rámec běžného učiva v bakalářském studiu učitelství matematiky. Jsou zde vyloženy dva přístupy k zavedení goniometrických funkcí. Ve čtvrté kapitole se využívá při definici funkcí sinus a kosinus konvergentní mocninné řady s rozšířením i do komplexního oboru. Bohužel v názvu kapitoly je nesprávně uvedeno „pomocí Taylorových řad“ místo „pomocí mocninných řad“. S tím také zřejmě souvisí i obsahová nevyváženost této kapitoly. Na celkem dvanácti stranách jsou shrnuty poznatky o mocninných řadách a rozvíjení funkcí v Taylorovy řady, což má být především motivací pro následné zavedení funkcí sinus a kosinus. Naopak samotnému definování funkcí  $\exp z$ ,  $\sin z$  a  $\cos z$  v množině všech komplexních čísel jsou věnovány necelé tři strany. Na str. 47<sub>12</sub> není správná formulace „Nezbytnou součástí definice“. Na str. 48<sub>3</sub> je ve Větě 4.10 použita veličina  $o((x-x_0)^n)$  bez vysvětlení příslušného vztahu.

V páté kapitole se využívá k zavedení goniometrických funkcí sinus a kosinus vhodných funkcionálních rovnic. Z této definice funkcí jsou pak dokázány jejich základní vlastnosti, známé při běžném zavedení funkcí ve školské matematice..

Při přípravě materiálů pro svoji bakalářskou práci autorka postupně získávala lepší přehled ve studované problematice. Bohužel se velmi nepříznivě projevoval nedostatek času při tvorbě BP, což mělo za následek minimální možnost účelné komunikace s vedoucím BP, která se zúžila jen na kontakt přes e-mail. Po formální a grafické stránce vykazuje práce pouze drobné nedostatky. V textu zůstaly některé nepřesnosti, například na str. 28<sub>12</sub>, 33<sup>7</sup>, 34<sup>3</sup>, 39<sub>15</sub>!, 41<sub>1,4,7,10</sub>, 47<sub>2</sub>.

Při obhajobě by měla autorka uvést definici dnes již málo používaných funkcí sekans a kosekans (případně i jejich grafy), které připomíná v Závěru práce. Dále z mnoha vztahů, které jsou odvozovány pro délky stran a hodnoty goniometrických funkcí vnitřních úhlů by mohla zmínit alespoň některé z těch méně známých, například Mollweidovy vzorce.

Závěrem mohu konstatovat, že během přípravy bakalářské práce autorka získala určitý přehled ve studované problematice, který prokázala při jejím zpracování. Přes výše uvedené nedostatky bakalářskou práci doporučuji k obhajobě.

Navrhované hodnocení:

V Hradci Králové 17. 8. 2015

Doc. RNDr. Jaroslav Seibert, CSc.  
vedoucí bakalářské práce