Pedagogická fakulta
Faculty of Education

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Soutěž Matematický klokan z pohledu budoucího učitele

Vypracovala: Bc. Tamara Karlovská
Vedoucí práce: Mgr. Hana Štěpánková, Ph.D.

České Budějovice 2017

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Soutěž Matematický klokan z pohledu budoucího učitele jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě – v úpravě vzniklé vypuštěním vyznačených částí archivovaných pedagogickou fakultou elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích 12. 7. 2017 ________________________

Poděkování

Chtěla bych poděkovat paní Mgr. Haně Štěpánkové, Ph.D. za vedení mé diplomové práce, cenné rady, odborný dohled a čas, který mi věnovala. Poděkování patří také mé rodině za jejich trpělivost a podporu během mého studia.

Anotace

Diplomová práce je zaměřená na pohled budoucího učitele na matematické soutěže a jejich vliv na rozvoj klíčových kompetencí, se zaměřením na soutěž Matematický klokan. V práci jsou řešeny příklady kategorií Benjamín a Kadet z ročníku 2015, ale najdeme zde také sadu pracovních listů přibližujících obdobné příklady, jaké se nacházejí v této matematické soutěži. Tyto příklady mají sloužit slabším žákům jako příprava na tuto soutěž, či na oživení hodin matematiky. Řešení je ilustrováno pomocí obrázků, náčrtků, geometrických konstrukcí, tabulek a slovních komentářů, které mají žákům problematiku v jednotlivých příkladech přiblížit.

Klíčová slova: Matematický klokan, pracovní listy, nestandardní matematické úlohy, logické úlohy, rozvoj klíčových kompetencí

Annotation

This diploma thesis presents the perspective of a future teacher on mathematical contests and their impact on the development of crucial competencies, with special focus on the contest Mathematical kangaroo. The thesis deals with test questions from categories Benjamin and Kadet from 2015. Furthermore, a set of worksheets expounding similar examples that can be found in this contest, is included in the thesis. These exercises are established to serve pupils with inferior results as a preparation for the contest, or for the enlivening of math classes. Solution is illustrated via pictures, sketches, geometrical constructions, tables and verbal comments that should help pupils to better understand the topics.

Key words: Mathematical kangaroo, worksheets, nonstandard mathematical exercises, logical exercises, development of crucial competencies

Obsah

Úvod

Diplomová práce má za úkol ve své teoretické části shrnout zařazení matematických soutěží do výuky s ohledem na Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání a vliv matematických soutěží na rozvoj klíčových kompetencí, na které se v Rámcovém vzdělávacím programu upírá velká pozornost jako na cíl vzdělávání. Dále také přiblížit konkrétní matematickou soutěž určenou pro žáky základní školy – Matematický klokan, a to od jejího vzniku, její postupné rozšíření do celého světa až po současné postavení soutěže.

Soutěž Matematický klokan jsem si vybrala z toho důvodu, že příklady, vyskytující se v zadání této soutěže, jsou nejen matematické a logické, ale je třeba se odklonit od naučených postupů a vzorců z hodin matematiky, dívat se na příklady trochu jinýma očima a zapojit „selský rozum". Výsledkem je skutečnost, že tato soutěž nemusí připravit o úspěch slabší žáky v matematice, pokud se nad problémem umí zamyslet a dojdou tak ke kýženému výsledku.

V praktické části se pak bude zabývat příklady Matematického klokana ze soutěžního ročníku 2015, možnostmi a různorodostí jejich řešení a mimo jiné také přiblížením problémů a příkladů, jejichž pochopení může žáky dovést ke správnému výsledku u příkladů zadaných v dalších ročnících soutěže Matematický klokan. V neposlední řadě práce představí sadu pracovních listů, které mohou sloužit jako procvičovací materiál pro žáky, kteří se chtějí této soutěže zúčastnit a připravit se na její průběh, či jako prostředek ke zvýšení motivace žáků v hodinách matematiky.

Řešení příkladů bude postaveno nejen na matematickém systému a počtářských dovednostech, ale také na zcela nematematickém způsobu řešení. Řešení, či návrhy řešení budou ilustrovány na názorných obrázcích, tabulkách či schématech, které mohou dopomoci pochopení možnosti řešení.

Sada pracovních listů bude rozdělena podle kategorií a podle zaměření. Vzniknou tak 3 pracovní listy pro kategorii Benjamín se zaměřením na početní operace, logiku a geometrii. Obdobně tomu bude u kategorie Kadet, kde budou 3 pracovní listy zaměřeny na číselné a algebraické výrazy a geometrii. Tato část bude také opatřena stručným postupem řešení, který má ukázat možný směr řešení. Samozřejmě nebudou chybět správné možnosti odpovědí.

V závěru práce dojde ke zhodnocení pracovních listů, na základě jejich otestování žáky vybrané základní školy. Bude zde možné najít grafické znázornění a popis úspěšnosti žáků v předložených příkladech, konkrétně také budou uvedeny nalezené nedostatky v zadání a jakým způsobem byly tyto chyby odstraněny pro další použití příkladů ve výuce.

1 Matematické soutěže v rámci RVP

1.1 Matematické soutěže ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace

Kurikulární politika České republiky je formulována v Národním programu rozvoje vzdělávání v ČR (tzv. Bílé knize) a zakotvená v zákoně č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (tzv. Školském zákoně), ve znění pozdějších předpisů. Do vzdělávací soustavy byl od roku 2005 zaveden nový systém kurikulárních dokumentů pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let, základní školy poté začaly od září roku 2007 vyučovat své žáky v 1. a 6. ročníku podle vlastních Školních vzdělávacích programů (Školská reforma, [16]). Od té doby jsou všichni žáci a studenti vyučováni podle nového modelu kurikulární politiky. Kurikulární dokumenty jsou vytvářeny na dvou úrovních – státní a školní (RVP ZV, [24]).

Státní úroveň je mezi kurikulárními dokumenty zastoupena Národním programem vzdělávání a rámcovými vzdělávacími programy (RVP). RVP vymezují závazné rámce vzdělávání pro jeho jednotlivé etapy – předškolní, základní a střední vzdělávání (RVP ZV, [24]). Jelikož se tato práce zaměřuje na žáky 2. stupně základní školy, budeme se zabývat Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání.

Školní úroveň kurikulárních dokumentů představují školní vzdělávací programy (ŠVP), podle nichž se uskutečňuje vzdělávání na jednotlivých školách. Školní vzdělávací programy od roku 2007 postupně nahradily národní učební osnovy stanovené pro všechny školy v České republice. Každá škola vytváří vlastní Školní vzdělávací program na základě vlastního uvážení a zaměření s ohledem na cíle zakotvené v RVP daného stupně vzdělávání. Všechny úrovně kurikulárních dokumentů jsou veřejnými dokumenty a jsou tak přístupné pro pedagogickou i nepedagogickou veřejnost (RVP ZV, [24]).

Obecné vzdělávací cíle najdeme v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání. Pokud se zaměříme na vzdělávací oblast Matematika a její aplikace, nalezneme rozdělení na čtyři tematické celky: *Číslo a početní operace;*

Závislosti, vztahy a práce s daty; Geometrie v rovině a v prostoru a nedílnou součástí je také část Nestandardní aplikační úlohy a problémy (RVP ZV, [24]). Právě poslední jmenovaný tematický celek bude předmětem našeho zkoumání. Jedná se totiž o část, ve které je cíleno na řešení problémů do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky a ve které je kladen důraz spíše na uplatnění logického myšlení. Žáci se při řešení těchto typů úloh učí řešit problémové situace z běžného života, pochopit a analyzovat problém, třídit informace a údaje, provádět náčrty nastalých situací a řešit optimalizační úlohy. Tato část matematiky má žáky zejména motivovat a posilovat vědomí žáka ve vlastní schopnosti logického myšlení (RVP ZV, [24]). Právě v tomto cíli dochází ke shodě s různými matematickými soutěžemi.

V RVP ZV ([24], s. 37) se uvádí, že mezi očekávané výstupy tematického celku Nestandardní aplikační úlohy a problémy patří:

- žák užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předpokládaných nebo zkoumaných situací,
- žák řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí.

V Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání je samozřejmě doporučeno zařazení tohoto tematického celku do kurikula v průběhu každého ročníku vzdělávání, a to aplikací příkladů z praxe pro bližší přístup k teorii matematiky. Další z možností je také zapojení žáků do matematických soutěží, jež jsou pořádány různými organizacemi v průběhu celého školního roku. Každoročně pořádaných soutěží je nespočet, za všechny uveďme například Matematickou olympiádu, Logickou olympiádu, Pythagoriádu, Pangeu či Matematického klokana, který je předmětem této práce.

Všechny očekávané výstupy jsou zapojením do této soutěže více než řádně naplňovány. V jednotlivých kategoriích nalézáme řadu různorodých úloh, které se zaměřují na celou škálu problémů ze skutečného světa i ze světa fantazie. Je zde kladen důraz na typy příkladů, které svým řešením přispívají více k rozvoji logického myšlení než k testování matematických znalostí a dovedností. Při vyhodnocování této soutěže se mnohdy ukáže, že méně úspěšní žáci z hodin matematiky mohou dosahovat v této soutěži mnohem lepších výsledků než jejich spolužáci, kteří v hodinách matematiky sice patří k úspěšným, ale zároveň jsou příliš upoutáni k naučeným matematickým poznatkům bez hlubšího propojení s reálným světem.

Právě i problém odštěpení matematických příkladů od reality vede často k odporu žáků k matematice a s tím by právě mělo pomoci zařazení tematického celku Nestandardní aplikační úlohy a problémy do kurikula základní školy. Dalším důvodem, který mluví pro účast škol v matematických soutěžích, je nejen motivace žáků, ale také soutěživost a porovnání úrovně výuky na základních školách v celé republice, a to dříve než u přijímacích zkoušek na střední školy.

1.2 Vliv matematických soutěží rozvoj klíčových kompetencí

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání ([24], s. 10) definuje klíčové kompetence jako souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člověka ve společnosti. Smyslem a cílem vzdělávání je vybavit souborem klíčových kompetencí všechny žáky na takové úrovni, která je pro ně dosažitelná a připraví je k dalšímu vzdělávání a uplatnění ve společnosti. Osvojování klíčových kompetencí je dlouhodobý a složitý proces, který začíná již v předškolním vzdělávání, pokračuje v průběhu základního a středního vzdělávání a nepolevuje ani během našeho dalšího života. Na konci základního vzdělávání žáci dosáhnou takové úrovně klíčových kompetencí, která nelze považovat za konečnou, ovšem tvoří důležitý základ pro další celoživotní vzdělávání a začlenění do společnosti na trhu práce (RVP ZV, [24]).

Klíčové kompetence nejsou izolovanou částí vzdělávání, ale všemožnými způsoby se prolínají, mají nadpředmětové postavení a pro jejich získání je třeba celkový proces vzdělávání. Na jejich utváření a rozvíjení se musí pracovat veškerým vzdělávacím obsahem, aktivitami a činnostmi, které se ve škole uskutečňují (RVP ZV, [24]).

Ve vzdělávacím obsahu Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání je učivo chápáno jako prostředek k osvojení činnostně zaměřených očekávaných výstupů, které se postupně propojují a vytvářejí předpoklady k účinnému a komplexnímu využívání získaných schopností a dovedností na úrovni klíčových kompetencí (RVP ZV, [24], s. 10).

Kompetence, které jsou v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání (RVP ZV, [24]) považovány za klíčové, jsou označeny jako *kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské a kompetence pracovní*.

Matematické soutěže svojí náplní pracují na podpoře a rozvoji klíčových kompetencí tak, jak je definuje Rámcově vzdělávací program pro základní vzdělávání (RVP ZV, [24]). Žáci v průběhu matematických soutěží využívají matematická a logická fakta z hodin matematiky a aplikují je do příkladů zahrnující reálné či vymyšlené světy. Mnohdy žákům stačí nepatrná, jimi aplikovaná, matematická znalost k vyřešení daného příkladu, či začlenění nabízených odpovědí do postupu řešení. Mimo jiné tyto soutěže slouží k porovnávání a sebehodnocení dosažených znalostí a poznatků z oblasti matematiky a logiky.

Nejvýraznější, jak už název napovídá, je rozvoj kompetence k řešení problémů. Žáci v matematických soutěžích řeší nepřeberné množství problémů a problémových situací. Ty musí analyzovat, přemýšlet o nich, hledat možnosti jejich řešení, objevovat různé varianty přístupů a zkoušet hledat další a další možnosti. K řešení problémů žáci využívají v minulosti získané vědomosti a dovednosti a aplikují osvědčené postupy s možnými odchylkami na základě daného zadání. Žáci řeší problémy na základě podobnosti některé matematické či logické spojitosti.

Žáci rozvíjí také kompetence komunikativní, neboť jedním z nejdůležitějších úkolů je přečtení, porozumění textu zadání a pochopení textových i ilustračních částí zadávající cíl daného úkolu. Další nedílnou součástí matematických a logických soutěží je snaha žáky motivovat, podporovat jejich sebevědomí a pomáhat utvářet pozitivní představu žáka o jeho schopnostech.

2 Matematický klokan

2.1 Od vzniku po současnost

Obr. 1: Peter J. O'Halloran [22]

Vznik této soutěže má kořeny v matematické soutěži, která vznikla v roce 1978 v Austrálii (odtud i původ názvu: Matematický klokan). Zakladatelem této předchůdkyně Matematického klokana je australský matematik Peter Joseph O'Halloran (1931-1994). Ten přišel s myšlenkou uspořádat matematickou soutěž, která by žákům ukázala, že matematika není jen nudná věda a že je spousta příkladů, které jsou řešitelné i bez perfektní znalosti matematických vzorců a pouček (AMT, [22]). Tato v Austrálii brzy oblíbená soutěž se během 90. let 20. století začala šířit světem. V roce 1991 se konal první ročník na území Francie, odkud se šířila do dalších zemí Evropy a poté do celého světa. Dnes se tato soutěž v různých obdobách pořádá ve více než 50 zemích světa a každý rok se jí účastní více než 5 milionů žáků základních škol a studentů středních škol. Počet účastníků se každým rokem stále navyšuje. Hlavní koordinační centrum se nachází v Paříži (Matematický klokan, [19]).

Do České republiky se Matematický klokan poprvé dostal v roce 1995. Soutěž je pořádána Jednotou českých matematiků a fyziků za spolupráce s katedrou matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého a katedrou algebry a geometrie Přírodovědecké fakulty Univerzity Palackého v Olomouci. Soutěž je mimo jiné zařazena mezi soutěže kategorie A, tedy plně financována z prostředků Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy (Matematický klokan, [19]).

Matematický klokan probíhá zpravidla v pátek ve třetím březnovém týdnu. Jedno vypracované soutěžní zadání je evidováno jako školní, oblastní, republikové, ale také mezinárodní kolo. Výsledky za celou Českou republiku se vyhodnocují v pořadatelském centru v Olomouci, nejlepší řešitelé v každé kategorii jsou odměněni věcnými cenami.

Sborník přehledných statistik vydává Jednota českých matematiků a fyziků (Matematický klokan, [20]).

2.2 Pravidla soutěže Matematický klokan

2.2.1 Kategorie Cvrček

Tato kategorie je určena žákům 2. a 3. ročníku základních škol. Zadání obsahuje 18 úloh, na jejichž vyřešení mají žáci 60 minut. Úlohy jsou členěné podle obtížnosti do tří okruhů:

1. – 6. úloha za 3 body,

7. – 12. úloha za 4 body,

13. – 18. úloha za 5 bodů.

Každá úloha je opatřena 5 možnými řešeními, přičemž správná je právě jedna z nabízených odpovědí. Body se žákům načítají podle správnosti jejich odpovědi a náročnosti úlohy. Za správnou odpověď žáci dostanou 3, 4 nebo 5 bodů. Pokud žák odpoví nesprávně je mu odečten 1 bod za každou nesprávně zodpovězenou úlohu. Neodpoví-li žák vůbec, body nezískává, ale ani neztrácí, úloha je obodována počtem 0 bodů.

Specifičností této kategorie je nepřítomnost záznamových (odpovědních) archů, žáci správné odpovědi kroužkují přímo do zadání testu. Každý účastník soutěže vstupuje do soutěže s 18 body, toto opatření zamezuje žákům dostat se bodově do záporných čísel (i přes nesprávné odpovědi u všech úloh) (Matematický klokan, [20]).

2.2.2 Kategorie Klokánek, Benjamín, Kadet

Kategorie Klokánek je určena žákům 4. a 5. ročníků základních škol, v kategorii Benjamín soutěží žáci 6. a 7. ročníků základních škol (a žáci odpovídajících ročníků osmiletých gymnázií – primy a sekundy) a kategorie Kadet zahrnuje žáky 8. a 9. ročníků základních škol (včetně žáků odpovídajících ročníků osmiletých gymnázií – tercie a kvarty). Zadání obsahuje 24 úloh, na jejichž řešení žáci dostanou 60 minut. Mimo to se také počítá s 15 minutami na organizační činnost. Úlohy jsou členěné stejně jako předchozí kategorie podle obtížnosti do tří okruhů:

1. – 8. úloha za 3 body,

9. – 16. úloha za 4 body,

17. – 24. úloha za 5 bodů.

Každá úloha je opatřena 5 možnými řešeními, přičemž správná je právě jedna z nabízených odpovědí. Body se žákům načítají podle správnosti jejich odpovědi a náročnosti úlohy. Za správnou odpověď žáci dostanou 3, 4 nebo 5 bodů. Pokud žák odpoví nesprávně je mu odečten 1 bod za každou nesprávně zodpovězenou úlohu. Neodpoví-li žák vůbec, body nezískává, ale ani neztrácí, úloha je obodována počtem 0 bodů. Každý žák vstupuje do soutěže s 24 body, toto opatření zamezuje žákům dostat se bodově do záporných čísel (i přes nesprávné odpovědi u všech úloh). Maximální možný bodový zisk v těchto kategoriích je 120 bodů.

Žáci své odpovědi zaznamenávají do záznamového archu označením nejvýše jedné z nabízených odpovědí. Během soutěže není povoleno používat jakékoli elektronické přístroje či literaturu. Během celé soutěže je dovoleno používat pouze papír, tužku a vlastní hlavu (Matematický klokan, [20]).

2.2.3 Kategorie Junior a Student

Kategorie Junior je určena studentům 1. a 2. ročníků středních škol (včetně studentů odpovídajících ročníků osmiletých gymnázií – kvinty a sexty), v kategorii Student soutěží studenti 3. a 4. ročníků středních škol (a žáci odpovídajících ročníků osmiletých gymnázií – septimy a oktávy). Zadání obsahuje 24 úloh, na jejichž vyřešení ostanou studenti 75 minut. Mimo to se také počítá s 15 minutami na organizační činnost. Úlohy jsou členěné stejně jako předchozí kategorie podle obtížnosti do tří okruhů:

1. – 8. úloha za 3 body,

9. – 16. úloha za 4 body,

17. – 24. úloha za 5 bodů.

Každá úloha je opatřena 5 možnými řešeními, přičemž správná je právě jedna z nabízených odpovědí. Body se žákům načítají podle správnosti jejich odpovědi a náročnosti úlohy. Za správnou odpověď žáci dostanou 3, 4 nebo 5 bodů. Pokud žák odpoví nesprávně je mu odečten 1 bod za každou nesprávně zodpovězenou úlohu. Neodpoví-li žák vůbec, body nezískává, ale ani neztrácí, za úlohu je započítáno 0 bodů. Každý žák vstupuje do soutěže s 24 body, toto opatření zamezuje žákům dostat se bodově do záporných čísel (i přes nesprávné odpovědi u všech úloh). Maximální možný bodový zisk v těchto kategoriích je 120 bodů.

Žáci své odpovědi zaznamenávají do záznamového archu označením nejvýše jedné z nabízených odpovědí. Během soutěže není povoleno používat jakékoli elektronické přístroje či literaturu. Během celé soutěže je dovoleno používat pouze papír, tužku a vlastní hlavu (Matematický klokan, [20]).

3 Matematický klokan – ročník 2015

Dne 20. března 2015 se jako každý rok uskutečnila na řadě škol matematická soutěž Matematický klokan, v tomto roce to byl již 21. ročník pořádaný na území České republiky. Stejně jako v předchozích ročnících se skládala z šesti kategorií, a to pro žáky od 2. ročníku základních škol až po 4. ročník středních škol (Cvrček, Klokánek, Benjamín, Kadet, Student, Junior). Celého ročníku 2015 se účastnilo 357 756 žáků a studentů škol, které se do soutěže zapojily (Matematický klokan, [21]). Jelikož se tato práce zaměřuje na kategorie odpovídající 2. stupni základní školy, budeme se věnovat pouze kategoriím Benjamín a Kadet.

Jak již bylo zmíněno, kategorie Benjamín je určena žákům 6. a 7. ročníku ZŠ a odpovídajícím ročníkům osmiletých gymnázií, tedy primy a sekundy. Této kategorie se zúčastnilo 71 120 žáků základních škol v celé České republice (Matematický klokan, [21]).

Kategorie Kadet, jenž je určena žákům 8. a 9. ročníku ZŠ a odpovídajícím ročníkům osmiletých gymnázií, tedy tercie a kvarty, se zúčastnilo 64 074 žáků základních škol po celé České republice (Matematický klokan, [21]).

V následujících kapitolách bude rozebráno řešení úloh z vybraných kategorií, doplněno komentářem pro bližší seznámení s postupem řešení a přehlednými obrázky a náčrty pro snadnější pochopení postupu výpočtu. Všechny úlohy v kapitolách 3.1 Kategorie Benjamín a 3.2 Kategorie Kadet jsou totožné se zadáním soutěžního ročníku Matematického klokana 2015 (Matematický klokan, [21]).

3.1 Kategorie Benjamín

Úlohy za 3 body

1. Na deštníku mám shora napsáno slovo KANGAROO tak, jak vidíš na obrázku. Na kterém z obrázků (A)-(E) *není* můj deštník?

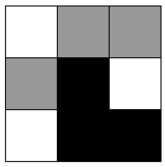
(A) (B) (C) (D) (E)

Řešení:

(A) (B) (C) (D) (E)

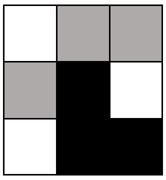
Když si vzor (deštník) natočíme tak, abychom viděli daná písmena, vidíme, že písmeno R v převráceném pohledu musí mít základní svislou čáru z našeho pohledu na pravé straně. Tím dojdeme k tomu, že můj deštník není na obrázku **(C)**.

2. Daniel vybarvil 9 čtverečků černou, bílou a šedou barvou tak, jak vidíš na obrázku. Vyber nejmenší počet čtverečků, které musí Daniel přemalovat, aby žádné dva čtverečky se společnou stranou nebyly stejné barvy.

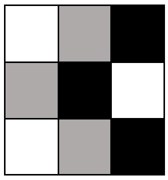


(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Řešení:



Daniel musí přemalovat čtverečky tak, aby dva čtverečky, které se dotýkají stranami, neměly stejnou barvu. Začneme-li po řádcích, musíme dojít k tomu, aby v každém řádku byly zastoupeny všechny tři barvy. Ve druhém řádku je tato vlastnost splněna, v 1. řádku je třeba přebarvit jeden z šedých čtverečku. Možnosti máme dvě, pokud se pokusíme přebarvit první zleva (ať na bílou nebo černou barvu), nebude splněna podmínka ze zadání. Musíme tedy přebarvit rohový čtvereček, a to na černou barvu. Ve třetím řádku pak pozměníme barvu prostředního čtverečku na barvu šedou. Změníme tedy barvu dvou čtverečků. Odpověď je tedy **(A)**.



3. Hodnota, kterého zlomku je menší než 2?

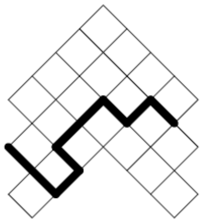
(A) $\frac{19}{8}$ (B) $\frac{20}{9}$ (C) $\frac{21}{10}$ (D) $\frac{22}{11}$ (E) $\frac{23}{12}$

Řešení:

Hledáme zlomek, jehož čitatel je menší než dvojnásobek jeho jmenovatele. Položíme-li čitatele a dvojnásobek jmenovatele proti sobě a zhodnotíme jejich rovnost či nerovnost, dojdeme k těmto řešení: (A) $19 \times 2 \cdot 8 \rightarrow 19 > 16$; (B) $20 \times 2 \cdot 9 \rightarrow 20 > 18$; (C) $21 \times 2 \cdot 10 \rightarrow 21 > 20$; (D) $22 \times 2 \cdot 11 \rightarrow 22 = 22$; (E) $23 \times 2 \cdot 12 \rightarrow 23 < 24$. Správná odpověď je tedy možnost **(E)**, neboť jen v tomto případě je čitatel menší než dvojnásobek jmenovatele.

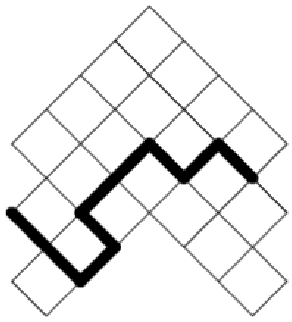
4. Každý čtvereček na obrázku má obsah 4 cm^2. Urči délku zvýrazněné čáry.

(A) 16 cm (B) 18 cm (C) 20 cm (D) 21 cm (E) 23 cm

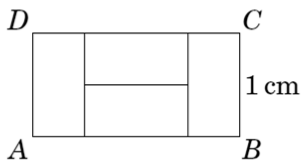


Řešení:

Pokud je obsah čtverečku $4\ \text{cm}^2$, délka jeho strany je potom 2 cm. Vycházíme ze vzorce pro obsah čtverce $S = a \cdot a \rightarrow 4 = 2 \cdot 2$. Čára je dlouhá $2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 9$ délek stran, délka zvýrazněné čáry na obrázku je tedy $9 \cdot 2\ \text{cm} \rightarrow 18\ \text{cm}$. Odpověď je tedy **(B)**.



5. Obdélník *ABCD* se stranou *BC* délky 1 cm se skládá ze 4 shodných obdélníků (viz obrázek). Urči délku strany *AB*.

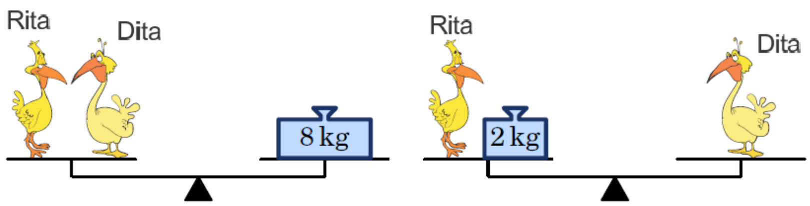


(A) 4 cm (B) 3 cm (C) 2 cm (D) 1 cm (E) 0,5 cm

Řešení:

Ve slovním zadání se dozvídáme, že všechny obdélníky na obrázku jsou shodné. Z obrázku vyplývá, že dvě kratší strany obdélníka mají stejnou délku jako jedna delší strana. Strana *AB* má tedy délku jedné delší a dvou kratších stran obdélníka $\rightarrow 1\ \text{cm} + 1\ \text{cm}$. Výsledná délka strany *AB* je tedy 2 cm. Správně je odpověď **(C)**.

6. Kolik váží Dita?



(A) 2 kg (B) 3 kg (C) 4 kg (D) 5 kg (E) 6 kg

Řešení:

Z obrázku vyplývá, že Rita a Dita dohromady váží 8 kilogramů a druhé váhy znázorňují, že Rita plus dvoukilogramové závaží váží stejně jako Dita, jinými slovy Dita je o 2 kilogramy těžší než Rita. Jiným značením tedy dojdeme k vyjádření:

$$R + D = 8$$

$$R + 2 = D$$

Můžeme tedy za Ditu dosadit Ritu $+2$ kg závaží, což znamená, že dojdeme k vyjádření:

$$R + R + 2 = 8$$

Dostali jsme tedy vyjádření, že dvě Rity a dvoukilogramové závaží váží dohromady 8 kg. Můžeme odečíst dvoukilogramové závaží a dostaneme, že dvě Rity váží 6 kg.

$$R + R = 6$$

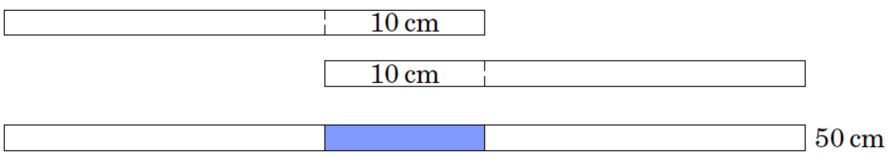
Jedna Rita tedy váží polovinu z 6 kg, což jsou 3 kg. Jelikož víme, že Dita je o 2 kilogramy těžší, dopočítáme $3 + 2 = 5$ kg. Vyšlo nám, že Rita váží 3 kg a Dita 5 kg. Zkouškou ověříme správnost výsledku, Rita a Dita dohromady váží 8 kg. Rita je o dva kilogramy lehčí než Dita.

$$ZK: R + D = 8 \rightarrow 3 + 5 = 8$$

$$R + 2 = D \rightarrow 3 + 2 = 5$$

Jelikož v zadání se nás ptali na váhu Dity, tedy 5 kg. Správná odpověď je **(D)**.

7. Evička má 4 papírové proužky stejné délky. Dva z nich slepila dohromady s 10 cm přelepem a získala tak proužek o délce 50 cm (viz obrázek). Ze zbylých dvou proužků chce udělat proužek o délce 56 cm. Jak dlouhý bude muset být přelep?



(A) 4 cm (B) 6 cm (C) 8 cm (D) 10 cm (E) 12 cm

Řešení:

Slepené proužky mají délku 50 cm, tato délka se dá rozdělit na tři části: 10 cm dlouhý přelep a dva stejně dlouhé zbytky proužků. Tedy $50\text{ cm} - 10\text{ cm} = 40\text{ cm}$, jelikož jsme měli dva stejně dlouhé zbytky proužků, budeme dělit dvěma: $40 : 2 = 20\text{ cm}$. Došli jsme tedy k tomu, že jeden proužek má délku $10 + 20 = 30\text{ cm}$. Délka dvou slepených proužků je tedy $2 \cdot 30 = 60\text{ cm} -$ přelep, tedy $60 - 10 = 50\text{ cm}$. Pokud má být délka slepených proužků 56 cm, pak tedy musíme počítat $60\text{ cm} - \text{přelep} = 56\text{ cm}$. Přelep bude mít délku 4 cm. Správně je odpověď **(A)**.

8. Každá rostlina na Honzově zahrádce má buď pět listů a žádný květ, nebo dva listy a jeden květ. Celkem můžeme na Honzově zahrádce napočítat 6 květů a 32 listů. Kolik rostlin tam Honza má?

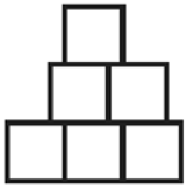
(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 16

Řešení:

Rostliny na Honzově zahrádce mají buď 5 listů a žádný květ, nebo dva listy a jeden květ. Na zahrádce je 6 květů a 32 listů, má-li Honza na zahrádce 6 květů, znamená to, že je zde 6 kvetoucích rostlin. Každá kvetoucí rostlina má 2 listy, 6 kvetoucích rostlin má $6 \cdot 2 = 12$ listů. Počet nekvetoucích rostlin dopočítáme z počtu listů. Celkový počet listů bez počtu listů z kvetoucích rostlin: $32 - 12 = 20\ list$ů. Každá nekvetoucí rostlina má pouze 5 listů. 20 listů tedy najdeme na 4 rostlinách. 6 kvetoucích a 4 nekvetoucí rostliny je dohromady 10 rostlin na Honzově zahrádce. Správná odpověď je tedy **(A)**.

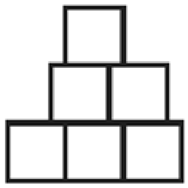
Úlohy za 4 body

9. Tomáš použil 6 čtverců o délce strany 1 cm k vytvoření obrazce, který vidíš na obrázku. Vypočti jeho obvod.



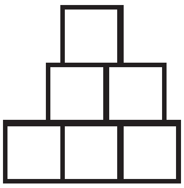
(A) 9 cm (B) 10 cm (C) 11 cm (D) 12 cm (E) 13 cm

1. řešení:

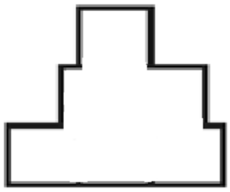


První způsob, jak spočítat tento příklad, je vypočítat obvod jednotlivých pater útvaru a poté odečíst délky, které nejsou hranicí útvaru. Spodní vrstva má tedy obvod: $o = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 8$ cm. Střední vrstva má obvod: $o = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 6$ cm a vrchní vrstva má obvod: $o = 4 \cdot 1 = 4$. Teď je třeba obvody sečíst a odečíst od nich délky, které nejsou hranicí útvaru. Od spodní vrstvy musíme odečíst 2 cm, Od střední vrstvy odečteme 2 cm zdola a 1 cm shora a od vrchní vrstvy 1 cm. Tedy: $o = 8 - 2 + 6 - 2 - 1 + 4 - 1 = 12$ cm.

2. řešení:



Další možností je počítat rovnou obvod celého útvaru. Zdola vidíme 3 čtverce, zleva vidíme 3 čtverce a zprava také 3 čtverce. Pokud se díváme shora, vidíme plošky vrstev, které nám po kouskách pokrývají celou délku 3 čtverců. Pokud všechny napočítané čtverce sečteme, dostaneme:



$3 + 3 + 3 + 3 = 12$ čtverců $= 12$ cm.

Řešením této úlohy je tedy odpověď **(D)**.

10. Anička si každý den zapisuje datum. Ze zapsaných čísel si dělá „ciferný součet“ dle následujícího vzoru: 19. březen si zapíše jako 19. 3. a sečte 1 + 9 + 3 = 13. Kolik je největší součet zapsaný během roku?

(A) 14 (B) 43 (C) 16 (D) 23 (E) 20

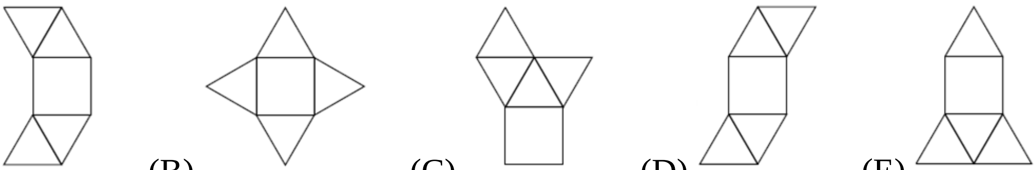
Řešení:

„Ciferný součet“ zapsaných čísel je největší, pokud je největší „ciferný součet“ dne i měsíce. Měsíc: největší „ciferný součet“: 1–12 je 9.

Den: největší „ciferný součet“: 1–10 je 9, 11–20 je 10, 21–30 je 11, 31 je 4.

Datum s největším „ciferným součtem“ je 29. 9., tedy $2 + 9 + 9 = 20$. Správně je **(E)**.

11. Na kterém obrázku *není* síť pravidelného čtyřbokého jehlanu?



(A) (B) (C) (D) (E)

Řešení:

Náčrt sítě na obr. A není sítí pravidelného čtyřbokého jehlanu. Trojúhelníky zobrazující boční stěny pravidelného čtyřbokého jehlanu jsou modelovány na stejnou stranu. Síť tedy není sítí pravidelného čtyřbokého jehlanu. Odpověď je tedy **(A)**.

12. V Klokaní ulici stojí v řadě za sebou 9 domů. Každý z domů je obydlený a bydlí v něm alespoň jeden člověk. Je zajímavé, že ve dvou sousedících domech bydlí vždy dohromady nejvýše 6 lidí. Urči nejvyšší možný počet lidí, kteří mohou v ulici bydlet.

(A) 23 (B) 25 (C) 27 (D) 29 (E) 31

Řešení:

5	1	5	1	5	1	5	1	5

Ve dvou sousedních domech bydlí vždy nejvýše 6 lidí. 8 domů je rovno čtyřem dvojdomům, tedy $4 \cdot 6 = 24$. V devátém domě může být 1, 2, 3, 4 nebo 5 obyvatel. Vezmeme-li, že hledáme nejvyšší možný počet obyvatel v ulici, vezmeme tedy nejvyšší počet, a to 5 obyvatel v domě: $24 + 5 = 29$. Odpověď je **(D)**.

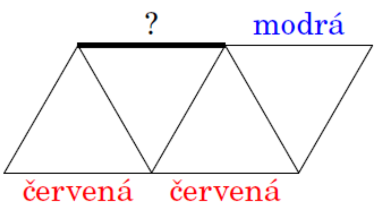
13. Lucie i její matka Marie se narodily v lednu. Dnes, 19. března 2015, se rozhodla Lucie sestavit zajímavý příklad. Sečte svůj rok narození s rokem narození své matky a k výsledku ještě přičte svůj věk a věk matky. Kolik bude výsledek?

(A) 4028 (B) 4029 (C) 4030 (D) 4031 (E) 4032

Řešení:

Nejdůležitější při řešení tohoto příkladu je skutečnost, že nezáleží na roku narození a věku. Jestliže sečteme rok narození a věk stejného člověka, v období po jeho narozeninách vždy dostaneme právě probíhající rok. Píše-li se rok 2015, rok narození a věk matky je v součtu 2015, rok narození a věk Lucie je v součtu také 2015. $2015 + 2015 = 4030$, odpověď je tedy **(C)**.

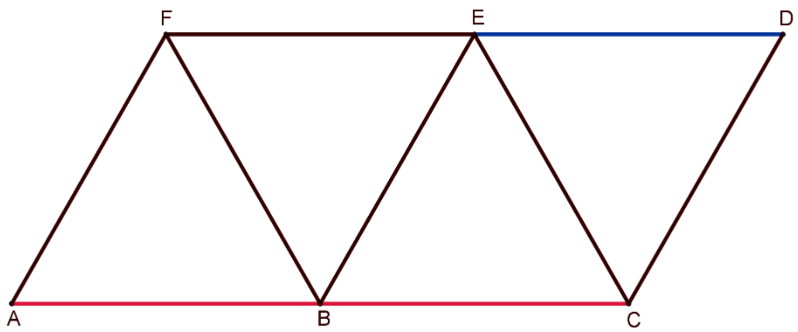
14. Na obrázku vidíš ornament složený z jednobarevných tyčinek. Tyčinky jsou modré, zelené a červené. Ve všech trojúhelnících má každá strana jinou barvu. Kterou barvu má tyčinka označená otazníkem?



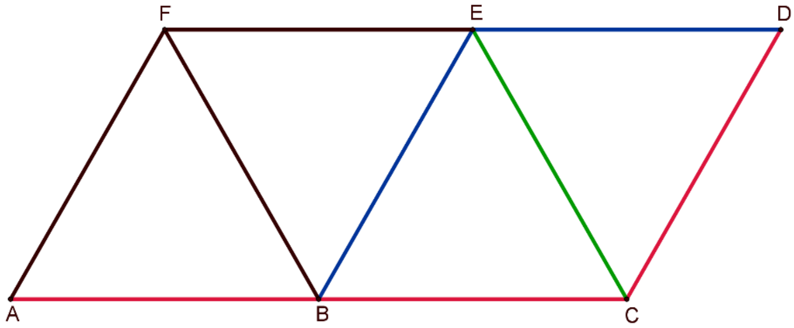
(A) jen modrou (B) jen červenou (C) jen zelenou

(D) modrou nebo červenou (E) barvu tyčinky není možné určit

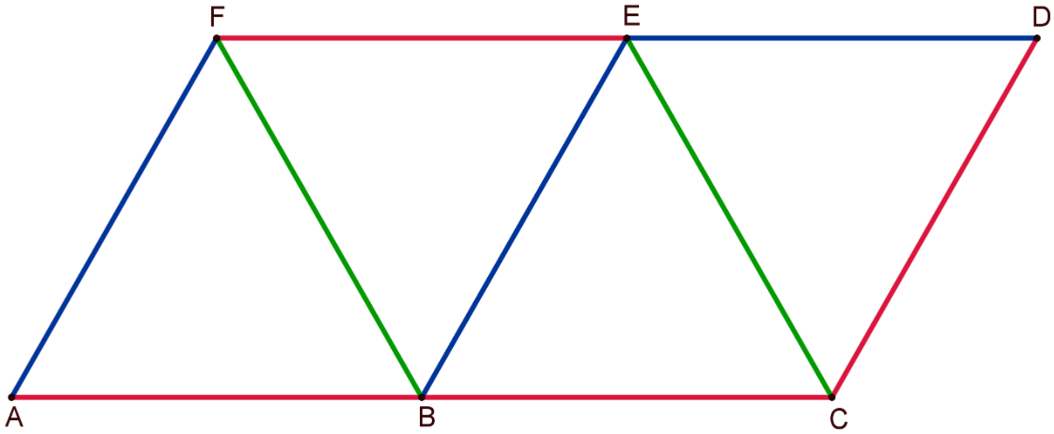
Řešení:



Když mají mít všechny trojúhelníky každou stranu jinou barvou, znamená to, že strana CE, která je společná pro trojúhelník BCE a CDE, musí mít zelenou barvu, neboť trojúhelník BCE již má červenou stranu a trojúhelník CDE má jednu ze stran modrou. Po doplnění zbylých barev (stran) trojúhelníka dojdeme k následujícímu zobrazení.



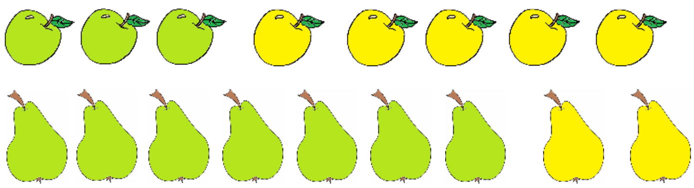
V další části musíme postupovat stejně jako v prvním kroku, máme dva trojúhelníky ABF a BEF a v každém je jedna z barev, to znamená, že jejich spojnice BF musí být obarvená zelenou barvou. Zbylé strany trojúhelníka doplníme podle základního pravidla – každá strana trojúhelníka obarvená jinou barvou. Jelikož z našeho řešení je jasné, že jde o jediný možný způsob obarvení tohoto ornamentu, správnou odpovědí je odpověď jen červenou, tedy **(B)**.



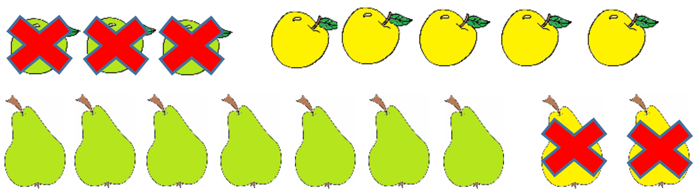
15. Honza má v batohu jablka a hrušky. V batohu jsou 3 zelená jablka, 5 žlutých jablek, 7 zelených hrušek a 2 žluté hrušky. Honza z batohu vytahuje náhodně jeden kus ovoce za druhým. Určete nejmenší možný počet kusů ovoce, který Honza musí z batohu vyndat, aby mezi nimi existovalo jablko i hruška stejné barvy.

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

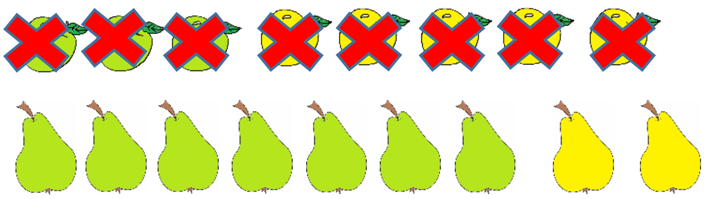
Řešení:



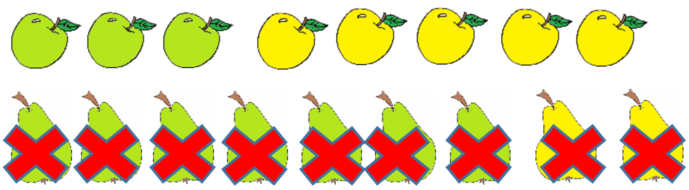
Honza začne vytahovat jablka a hrušky z batohu. Aby měl jistotu, že mezi vytaženým ovoce je jablko a hruška stejné barvy, musí vytáhnout všechny hrušky jedné barvy a jablka druhé barvy.



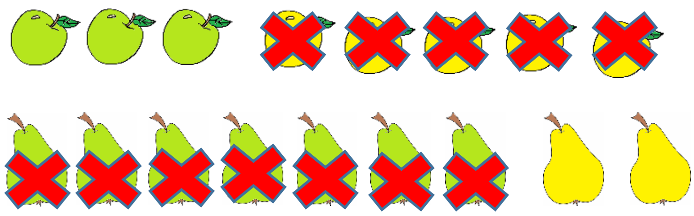
Pokud by Honza vytáhl 3 zelená jablka a 2 žluté hrušky, v dalším tahu by vytažením zelené hrušky nebo žlutého jablka splnil podmínku ovoce stejné barvy a stačilo by mu tak pouze 6 tahů.



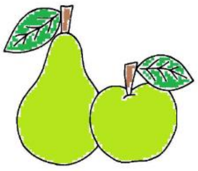
Pokud by Honza vytáhl 3 zelená a 5 žlutých jablek, dalším tahem by vytažením zelené nebo žluté hrušky splnil podmínku ovoce stejné barvy a stačilo by mu tak jen 9 tahů.



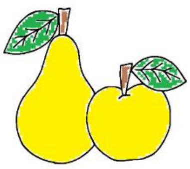
Pokud by Honza vytáhl 7 zelených a 2 žluté hrušky, v dalším tahu by vytažením zeleného nebo žlutého jablka splnil podmínku ovoce stejné barvy a stačilo by mu tak 10 tahů.



Pokud by Honza vytáhl 5 žlutých jablek a 7 zelených hrušek, další tah mu přinese buď zelené jablko, nebo žlutou hrušku, čímž bude splněna podmínka ovoce stejné barvy, a bude tak potřebovat 13 tahů. Je třeba brát v úvahu možnost, která má větší počet ovoce – žlutá jablka a zelené hrušky.

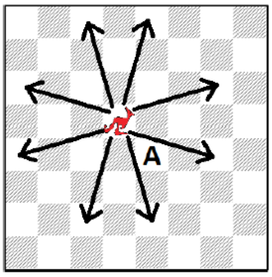


Znamená to tedy, že potřebujeme 13 tahů, abychom měli jistotu, že najdeme alespoň jednu dvojici jablko-hruška stejné barvy. Správná odpověď je **(E)**.

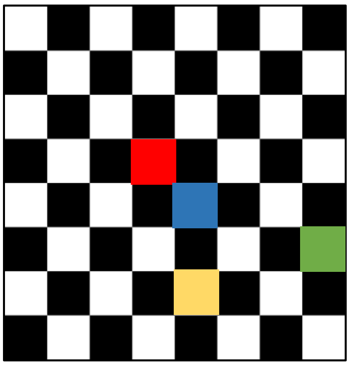


16. Představ si novou šachovou figurku klokana. Klokan se po šachovnici pohybuje tak, jak je znázorněno na obrázku: 3 šachová pole vpřed a 1 bokem. Urči nejmenší počet tahů, které potřebuješ k přemístění figurky klokana ze současné pozice na pole *A*?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

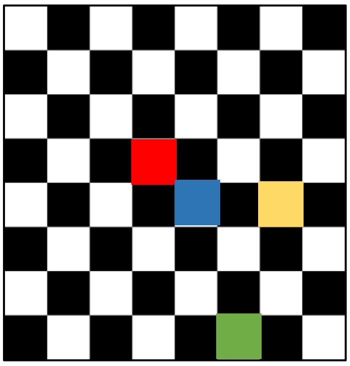


1. řešení:



Startovní pozici jsme si označili červeným čtverečkem, první krok povede na políčko žluté barvy, druhý krok na políčko zelené barvy a poslední krok povede na políčko A (modrá barva). K přechodu ze startovního políčka na políčko A jsme potřebovali 3 tahy, v dalším řešení zkusíme další možnosti.

2. řešení:



Startovní pozici jsme si opět označili červeným čtverečkem, první krok povede na políčko žluté barvy, druhý krok na políčko zelené barvy a poslední krok povede na políčko A (modrá barva). Opět nám stačili pouze tři tahy. Jelikož jsou tahy stále stejné (3 šachová pole vpřed a bokem) menší počet tahů není možný. Správnou odpovědí je tak **(B)**.

Úlohy za 5 bodů

17. V šifrovaném výpočtu představují písmena X, Y, Z tři různé číslice. Urči hodnotu písmene X.

$$\begin{array}{rr} & X \\ + & X \\ + & YY \\ \hline & ZZZ \end{array}$$

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Řešení:

Zadání nám říká, že sečteme-li dvě stejná jednociferná čísla (X) a jedno číslo dvojciferné se stejnými ciframi (YY) dostaneme trojciferné číslo se stejnými ciframi (ZZZ). Sečteme-li největší možná čísla, dostaneme $9 + 9 + 99 = 117$. Znamená to, že výsledek musí být roven 111, aby splňoval podmínku stejných cifer. Největší jednociferné číslo může být 9, pokud od 111 odečteme dvojnásobek devíti, dostaneme $111 - 2 \cdot 9 = 111 - 18 = 93$. Z toho vyplývá, že hledané dvojciferné číslo musí být 99. Na konec vypočítáme X, musíme postupovat opačným směrem, tedy $111 - 99 = 12$. Jelikož máme $X + X = 2 \cdot X$, musíme dělit dvěma: $12 : 2 = 6$. Vyšlo nám, že $X = 6, Y = 9, Z = 1$. Správně je tedy odpověď **(E)**.

18. Jana si v obchodě koupila 3 různé čokoládové tyčinky. Za první z nich zaplatila polovinu svých peněz a 1 Kč k tomu. Za druhou tyčinku zaplatila polovinu zbývajících peněz a 2 Kč k tomu. Za třetí zaplatila polovinu zbývajících peněz a 3 Kč. Žádné peníze jí nezbyly. Kolik korun Jana zaplatila celkem?

(A) 28 Kč (B) 32 Kč (C) 34 Kč (D) 36 Kč (E) 45 Kč

1. řešení:

Jedním z nejjednodušších způsobů řešení toto zadání, je postup od konce. Když víme, že Janě nezbyly žádné peníze, začneme od nuly. Třetí tyčinka stála polovinu zbývajících peněz a 3 Kč. Znamená to, že polovina zbytku peněz jsou rovněž 3 Kč. Před koupí třetí tyčinky tak Jana měla v peněžence 6 Kč.

$$3 + 3 = 6$$

Druhá tyčinka stála polovinu zbytku po koupi první tyčinky a 2 Kč k tomu. Pokud k 6 Kč přičteme 2 Kč, dostaneme polovinu hledaného zbytku, tedy 8 Kč. Jana tedy měla po koupi první tyčinky v peněžence 16 Kč.

$$3 + 3 = 6 \rightarrow 6 + 2 = 8 \rightarrow 8 + 8 = 16$$

Na konec první tyčinka stála polovinu peněz a 1 Kč k tomu. Když víme, že po první tyčince jí zbylo 16 Kč, připočteme-li 1 Kč, dostaneme 17 Kč a dvojnásobek je roven celkovému množství peněz v Janině peněžence → 34 Kč.

$$3 + 3 = 6 \rightarrow 6 + 2 = 8 \rightarrow 8 + 8 = 16 \rightarrow 16 + 1 = 17 \rightarrow 17 + 17 = 34$$

2. řešení:

Druhou možností, jak tento příklad řešit, je pokus-omyl. Tedy dosazení všech nabízených možností řešení.

A) celková částka …$28\ Kč$

1. tyčinka… $28: 2 + 1 = 14 + 1 = 15$

2. tyčinka…$(28 - 15): 2 + 2 = 13: 2 + 2 = 6{,}5 + 2 = 8{,}5$

3. tyčinka…$(13 - 8{,}5): 2 + 3 = 4{,}5: 2 + 3 = 2{,}25 + 3 = 5{,}25$

celkem……$15 + 8{,}5 + 5{,}25 = 28{,}75$

Pokud dělíme dvěma sudé číslo a výsledek je opět sudé číslo, v dalším kroku se dostaneme k desetinnému číslu a součty desetinných čísel už v tomto případě nedají zpět číslo celé.

B) celková částka …$32\ Kč$

1. tyčinka… $32: 2 + 1 = 16 + 1 = 17$

2. tyčinka…$(28 - 17): 2 + 2 = 11: 2 + 2 = 5{,}5 + 2 = 7{,}5$

3. tyčinka…$(11 - 7{,}5): 2 + 3 = 3{,}5: 2 + 3 = 1{,}75 + 3 = 4{,}75$

celkem……$17 + 7{,}5 + 4{,}75 = 29{,}25$

Podobně je tomu i ve druhém případě.

C) celková částka …$34\ Kč$

1. tyčinka… $34: 2 + 1 = 17 + 1 = 18$

2. tyčinka…$(34 - 18): 2 + 2 = 16: 2 + 2 = 8 + 2 = 10$

3. tyčinka…$(16 - 10): 2 + 3 = 6: 2 + 3 = 3 + 3 = 6$

celkem……$18 + 10 + 6 = 34$

Pokud dělíme dvěma sudé číslo a výsledek je číslo liché, v dalším kroku dostaneme opět číslo sudé a jejich součty vrátí původní celkovou sumu.

D) celková částka …$36\ Kč$

1. tyčinka… $36: 2 + 1 = 18 + 1 = 19$

2. tyčinka…$(36 - 19): 2 + 2 = 17: 2 + 2 = 8{,}5 + 2 = 10{,}5$

3. tyčinka…$(19 - 10{,}5): 2 + 3 = 8{,}5: 2 + 3 = 4{,}25 + 3 = 7{,}25$

celkem……$19 + 10{,}5 + 7{,}25 = 36{,}75$

Podobně jako první a druhá možnost i tato částka nás dostane k desetinným číslům.

E) celková částka …$45\ Kč$

1. tyčinka… $45: 2 + 1 = 22{,}5 + 1 = 23{,}5$

2. tyčinka…$(45 - 23{,}5): 2 + 2 = 21{,}5: 2 + 2 = 10{,}75 + 2 = 12{,}75$

3. tyčinka…$(23{,}5 - 12{,}75): 2 + 3 = 10{,}75: 2 + 3 = 5{,}375 + 3 = 8{,}375$

celkem……$23{,}5 + 10{,}5 + 8{,}375 = 42{,}375$

Stejně je na tom i poslední z možností, opět se dostáváme k desetinným číslům.

Jediný případ, kdy jsme se znovu dostali k původnímu číslu je 34 Kč, tedy možnost (C).

3. řešení:

Další z možností, jak řešit tento příklad je pomocí rovnic. Přestože žáci 6. a 7. ročníků ZŠ v době průběhu soutěže rovnice neovládají, toto řešení si ukážeme.

Celkovou částku, kterou má Jana v peněžence, označíme neznámou x. Poté podle zadání zapíšeme vztah ceny dané tyčinky k celkové částce.

1. tyčinka……. $\frac{1}{2}x + 1$

2. tyčinka……. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 2 = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

3. tyčinka……. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x - \frac{5}{2}\right) + 3 = \frac{1}{8}x - \frac{5}{4} + 3 = \frac{1}{8}x + \frac{7}{4}$

$$\frac{1}{2}x + 1 + \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} + \frac{1}{8}x + \frac{7}{4} = x$$

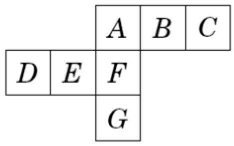
$$\frac{4x + 8 + 2x + 12 + x + 14}{8} = x \qquad /\cdot 8$$

$$7x + 34 = 8x$$

$$34 = x$$

Správná odpověď je tedy možnost **(C)**.

19. Karel má za domácí úkol vytvořit papírový model krychle. Nachystal si papírovou síť složenou ze 7 čtverců. Poraď mu, který ze čtverců má odstřihnout, aby získal síť krychle.

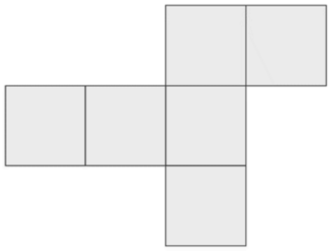


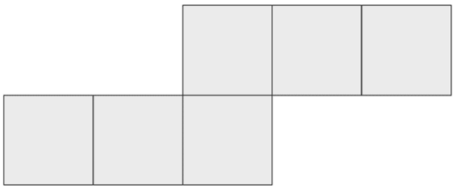
(A) jen *D* (B) jen *G* (C) jen *C* nebo *D*

(D) jen *C* nebo *G* (E) jen *C* nebo *D* nebo *G*

Řešení:

Jedno z možných řešení je síť krychle v následující podobě, tedy bez čtverce **C**. Znamená to, že odpovědi (A) a (B) nejsou správné. Odstřihneme-li čtverec **D**, dostaneme další nesprávnou síť. Musíme tedy vyloučit i odpovědi (C) a (E).





Jen pro kontrolu odstřihneme čtverec **G**, dostáváme další z možných sítí krychle. Správná odpověď je tedy **(D)**.

20. Číslo 100 vynásob buď 2, nebo 3. Výsledek potom zvětši o 1, nebo o 2. Nový výsledek vyděl buď 3, nebo 4. Dostaneš přirozené číslo. Které?

(A) 50 (B) 51 (C) 67

(D) 68 (E) hledané číslo není možné určit

Řešení:

Nejprve budeme 100 násobit dvěma, pak výsledek zvětšíme o 1 a o 2 a tyto výsledky budeme dělit 3 a 4.

$\mathbf{100 \cdot 2 = 200}$

$\mathbf{200 + 1 = 201}$

$\mathbf{201 : 3 = 67}$

$\mathbf{201 : 4 = 50{,}25}$

$\mathbf{200 + 2 = 202}$

$\mathbf{202 : 3 = 67{,}\overline{3}}$

$\mathbf{202 : 4 = 50{,}5}$

Potom stejný postup aplikujeme na násobení třemi, výsledek zase zvětšíme o 1 a o 2 a tyto výsledky budeme dělit 3 a 4.

$$\mathbf{100 \cdot 3 = 300}$$

$$\mathbf{300 + 1 = 301} \qquad \mathbf{301 : 3 = 100,\overline{3}} \qquad \mathbf{301 : 4 = 75,25}$$

$$\mathbf{300 + 2 = 302} \qquad \mathbf{302 : 3 = 100,\overline{6}} \qquad \mathbf{302 : 4 = 75,5}$$

Jediné celé číslo, které nám vyšlo je 67, správně je tedy odpověď **(C)**.

21. Ve vlaku z Olomouce do Prahy je zařazeno 8 vagónů. V každém vagónu je stejný počet kupé. Michal sedí ve třetím vagónu v 18. kupé za lokomotivou. Jana sedí v sedmém vagónu v 50. kupé za lokomotivou. Kolik kupé je v každém z vagónů?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

1. řešení:

Vezmeme-li, že Michal sedí ve třetím vagónu v 18. kupé za lokomotivou, můžeme určit hranici, která nám přiblíží interval možných čísel. Pokud by 18. kupé bylo prvním kupé ve třetím vagónu, v jednom vagónu by bylo $17 : 2 = \mathbf{8,5}$ kupé, pokud by se nacházel až na konci, jednalo by se o $18 : 3 = \mathbf{6}$ kupé v jednom vagónu. Budeme tedy hledat celé číslo v intervalu od 6 do 8,5, což znamená číslo 6, 7 a 8. Číslo 6 vyřadíme rovnou, neboť se nenachází mezi nabízenými možnostmi.

Teď zapojíme i Janu sedící v sedmém vagónu v 50. kupé za lokomotivou. Pokud by v každém vagónu bylo 7 kupé, vypadalo by to následovně.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1–7	8–14	15–21	22–28	29–35	36–42	43–49	50–56

Znamenalo by to, že 50. kupé se ve vlaku nachází až v 8. vagónu za lokomotivou a sedm kupé ve vagónu tedy není.

Pokud hodnoty přepočítáme tak, aby se ve vagónu nacházelo **8 kupé**, obrázek by vypadal následovně.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1–8	9–16	17–24	25–32	33–40	41–48	49–56	57–64

Tento obrázek znázorňuje situaci, která splňuje vstupní podmínky ze zadání. Michal sedí ve třetím vagónu v 18. kupé za lokomotivou a Jana se posadila do sedmého vagónu 50. kupé za lokomotivou. Správně je tedy odpověď **(B)**.

2. řešení:

Příklad by šel vyřešit také pokusem-omylem, tedy vytvořením stejných tabulek jako v 1. řešení pro všechny možnosti, které jsou u příkladu uvedeny.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1–7	8–14	15–21	22–28	29–35	36–42	43–49	50–56

Při počtu sedmi kupé ve vagónu není splněna podmínka ze zadání, a proto 7 není správnou odpovědí.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1–8	9–16	17–24	25–32	33–40	41–48	49–56	57–64

Při počtu osmi kupé ve vagónu dojde ke splnění vstupní podmínky ze zadání, proto 8 je řešením tohoto úkolu.

Pro ověření můžeme sestavit tabulky i pro další čísla, vidíme však, že u těchto čísel je porušena už první podmínka 16. kupé ve třetím vagónu.

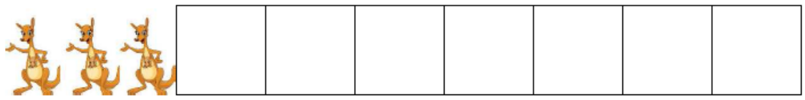
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1–9	10–18	19–27	28–36	37–45	46–54	55–63	64–72

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1–10	11–20	21–30	31–40	41–50	51–60	61–70	71–80

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
1–12	13–24	25–36	37–48	49–60	61–72	73–84	85–96

Ke splnění podmínky dojde pouze při počtu 8 kupé v jednom vagónu, správně je tedy odpověď **(B)**.

22. Na obrázku vidíš klokaní hlavolam. Kolika způsoby můžeš 3 klokany umístit do čtvercových polí tak, aby nikdy nebyli 2 klokani ve dvou spolu sousedících polích? (Do každého pole můžeš umístit nejvýše jednoho klokana.)



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

Řešení:

Naším úkolem je umístit klokany do čtvercových polí tak, aby nikdy nebyli 2 klokani ve dvou polích, které spolu sousedí. Sestavíme si tabulku, která nám zobrazí všechna možná řešení.

	1	2	3	4	5	6	7
1	**K**		**K**		**K**		
2	**K**		**K**			**K**	
3	**K**		**K**				**K**
4	**K**			**K**		**K**	
5	**K**			**K**			**K**
6	**K**				**K**		**K**
7		**K**		**K**		**K**	
8		**K**		**K**			**K**
9		**K**			**K**		**K**
10			**K**		**K**		**K**

Začneme s umístěním prvního klokana do prvního pole, vynecháme další pole a druhého klokana umístíme do pole číslo 3, třetího klokana pak do pole číslo 5, 6 nebo 7. Máme tedy první 3 možnosti.

Dále můžeme nechat klokana v prvním poli, druhého klokana umístíme do pole číslo 4 a třetího klokana do pole číslo 6 nebo 7. Dostáváme další 2 možnosti.

Další možnost získáme ponecháním klokana v prvním poli, druhého klokana umístíme do pole číslo 5 a třetího klokana do pole číslo 7.

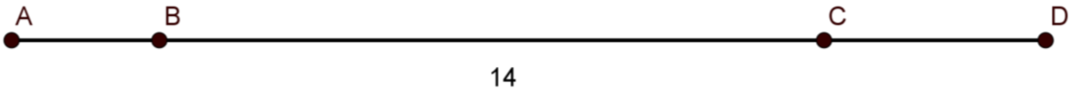
Umístíme-li prvního klokana do pole číslo 2, druhého klokana do pole číslo 4 a třetího do 6. nebo 7. pole. Ponecháme-li prvního klokana v poli číslo 2, druhého klokana umístíme do pole číslo 5 a třetího klokana do pole 7. Tím dostáváme další 3 možnosti. Poslední možností je umístění prvního klokana do pole číslo 3, druhého klokana do 5. pole a třetího klokana do pole číslo 7.
Celkově jsme došli k 10 možným řešením, tedy správná odpověď je **(D)**.

23. Na přímce leží 4 body. Vzdálenosti mezi každou možnou dvojicí z těchto bodů jsou: 2, 3, k, 11, 12, 14. (Vzdálenosti jsou seřazeny podle velikosti.) Urči hodnotu k.

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Řešení:

Máme 4 body A, B, C, D a vzdálenosti mezi body jsou $2, 3, k, 11, 12, 14$. Vzdálenost nejvzdálenějších bodů AD je tedy rovna 14.



Zároveň vzdálenost dvou nejbližších bodů AB je 2. Z toho vyplývá, že vzdálenost BD je 12.

Součet vzdáleností AC a CD je také roven 14, tudíž AC = 11 a CD = 3.

Na konec dopočítáme vzdálenost $BC = k$ = 9.

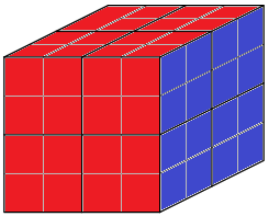
AB	2	AC	11
BC	$k = 9$	BD	12
CD	3	AD	14

Správnou odpovědí je **(E)**.

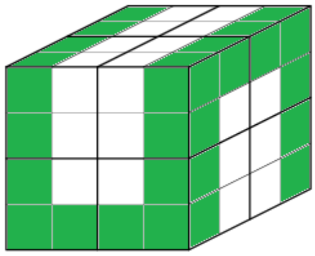
24. Boris slepil z malých krychlí o hraně 1 cm velkou krychli s hranou 4 cm. Potom 3 stěny krychle natřel červenou barvou a zbývající 3 stěny barvou modrou. Když práci dokončil, zjistil, že žádná z malých krychlí nemá 3 stěny červené. Kolik malých krychlí má modré i červené stěny?

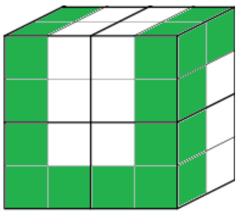
(A) 0 (B) 8 (C) 12 (D) 24 (E) 32

Řešení:



Podle zadání má Borisova krychle stejné barevné zobrazení jako na obrázku. Tedy vrchní, přední a zadní stěna má červenou barvu, obě boční stěny a spodní stěna mají modrou barvu. Krychličky zbarvené červenou i modrou barvou se nacházejí u hran krychle. Tyto krychličky vytvářejí útvar, který tvoří hranici mezi barvami tak, jak vidíme na dalším obrázku. Když chceme spočítat množství krychliček, které budou mít stěny obarvené červenou i modrou barvou,





rozdělíme si krychli na dvě souměrné části. Jak vidíme na obrázku, v polovině krychle se nachází celkem 12 takových krychliček, vezmeme-li celou krychli, takových krychliček bude celkem 24. Správná odpověď je **(D)**.

3.2 Kategorie Kadet

Úlohy za 3 body

1. Čtyři shodné malé obdélníky jsou spojeny tak, že dohromady tvoří jeden velký obdélník, jak je vidět na obrázku. Kratší strana velkého obdélníku má délku 10 cm. Kolik měří delší strana velkého obdélníku?

(A) 10 cm (B) 20 cm (C) 30 cm (D) 40 cm (E) 50 cm

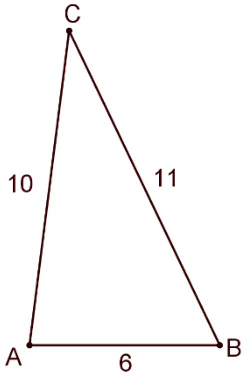
Řešení:

V zadání se dozvídáme, že všechny malé obdélníky na obrázku jsou shodné. Z obrázku vyplývá, že dvě kratší strany malého obdélníka mají stejnou délku jako jedna delší strana. Delší strana velkého obdélníka má tedy délku jedné delší a dvou kratších stran malých obdélníků $\rightarrow 10 \text{ cm} + 10 \text{ cm}$. Výsledná délka delší strany velkého obdélníka je tedy 20 cm. Správně je odpověď **(B)**.

2. Je dán trojúhelník se stranami délek 6 cm, 10 cm a 11 cm a rovnostranný trojúhelník, jehož obvod je roven obvodu prvního trojúhelníku. Určete délku strany tohoto rovnostranného trojúhelníku.

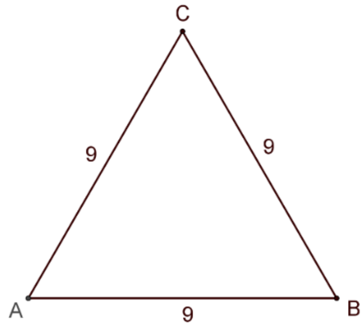
(A) 18 cm (B) 11 cm (C) 10 cm (D) 9 cm (E) 6 cm

Řešení:

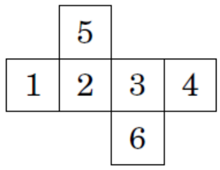


Trojúhelník s délkami stran 6, 10 a 11 cm si načrtneme do obrázku. Z něho je vidět, že obvod trojúhelníka je součet délek jeho stran, tedy $6 + 10 + 11 = 27\ cm$. Naším úkolem je ovšem vypočítání délky strany rovnostranného trojúhelníku, který má stejný obvod jako první trojúhelník.

Rovnostranný trojúhelník, jak napovídá označení, má rovné, stejně dlouhé všechny tři strany. Obvod prvního trojúhelníka vydělíme počtem stran a dostaneme tak délku jedné strany rovnostranného trojúhelníka, jinými slovy $27 : 3 = 9\ cm$. Správně je odpověď **(D)**.

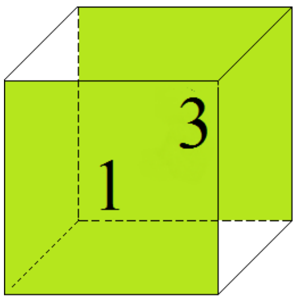


3. Na obrázku je síť krychle s očíslovanými stěnami. Saša sečte čísla na každých dvou protějších stěnách. Které tři součty dostane?

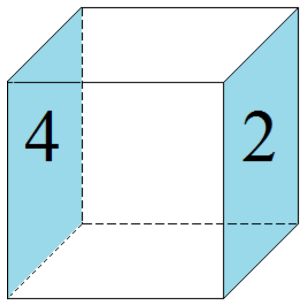


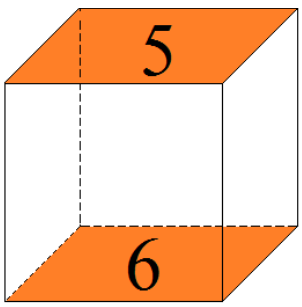
(A) 4, 6, 11 (B) 4, 6, 10 (C) 5, 6, 10 (D) 5, 7, 9 (E) 5, 8, 8

Řešení:



Složíme-li z dané sítě krychli, stěny číslo 1, 2, 3 a 4 budou tvořit přední, zadní a boční stěny krychle. Stěny číslo 5 a 6 zaujmou místo stěny vrchní a spodní. Znamená to, že stěna č. 1 bude proti stěně č. 3 a jejich součet tak bude $1 + 3 = 4$. Stěna č. 2 bude umístěna proti stěně č. 4 a jejich součet bude $2 + 4 = 6$. Nakonec proti sobě budou stát stěny č. 5 a 6, jejich součet tedy bude $5 + 6 = 11$. Součty protějších stěn, které dostaneme, budou mít hodnoty $4, 6, 11$. Správně je tedy odpověď **(A)**.





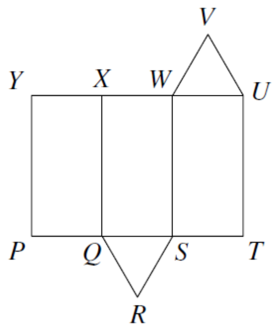
4. Cyklista jede rychlostí 5 metrů za sekundu. Obvod každého z kol jeho jízdního kola je 125 centimetrů. Kolik celých otáček učiní každé kolo během 5 sekund?

(A) 4 (B) 5 (C) 10 (D) 20 (E) 25

Řešení:

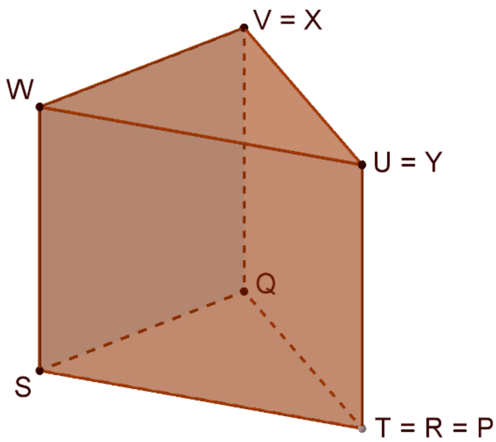
Cyklista, který jede rychlostí $5\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, ujede za 5 sekund $5 \cdot 5 = 25$ m. Pokud je obvod každého z kol jeho jízdního kola 125 cm, pak musíme spočítat, kolikrát se 125 cm vejde do 25 m, nebo převedeno kolikrát se vejde do 2500 cm. Budeme tedy počítat $2500 : 125 = 20$ krát. Správnou odpovědí je **(D)**.

5. Na obrázku je síť trojbokého hranolu. Která z jeho hran se shoduje s hranou *UV*, když tento hranol složíme?



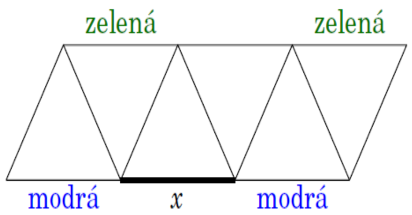
(A) *VW* (B) *XW* (C) *XY* (D) *QR* (E) *RS*

Řešení:



Vytvoříme-li si ze sítě 3D model, vidíme, že se hrana UV shoduje s hranou XY. Během soutěže však není možné vymodelovat si 3D model v počítačovém programu a je tedy třeba velká míra představivosti. Podstavami trojbokého hranolu jsou dva trojúhelníky QRS a UVW. Stěny pak budou obdélníky $PQXY$, $QSWX$ a $STUW$. Hrana WV se proto bude shodovat s hranou WX, a tak hrana UV se bude shodovat se zbylou hranou XY. Správně je tedy odpověď **(C)**.

6. Na obrázku jsou slovy označeny barvy některých úseček ornamentu tvořeného trojúhelníky. Luis chce obarvit všechny ostatní úsečky buď červeně, nebo modře, nebo zeleně tak, aby všechny trojúhelníky měly každou ze stran jiné barvy. Kterou barvu použije na úsečku *x*?

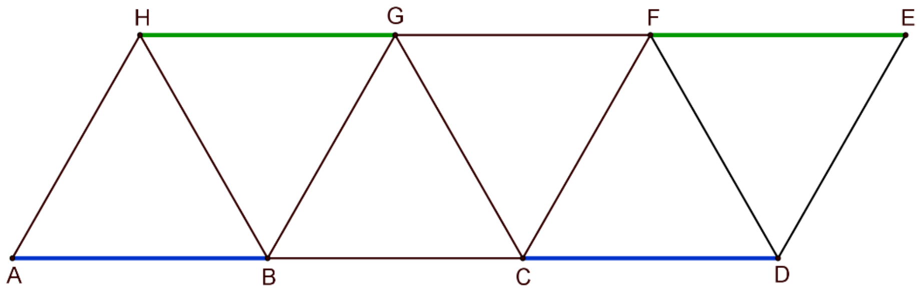


(A) pouze zelenou (B) pouze červenou

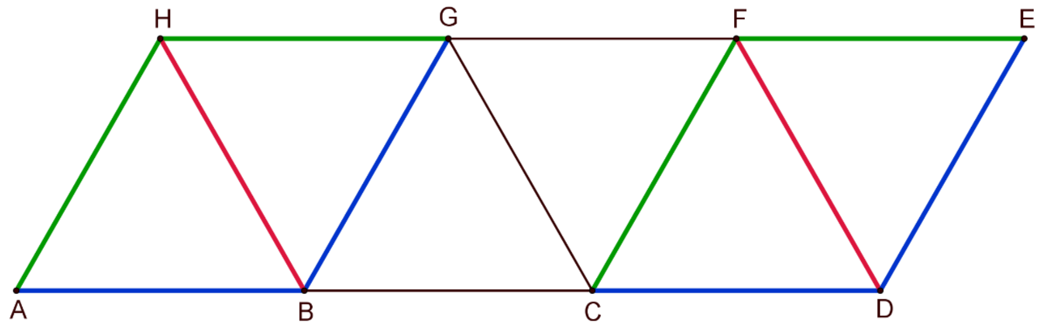
(C) pouze modrou (D) buď červenou, nebo modrou

(E) úloha nemá řešení

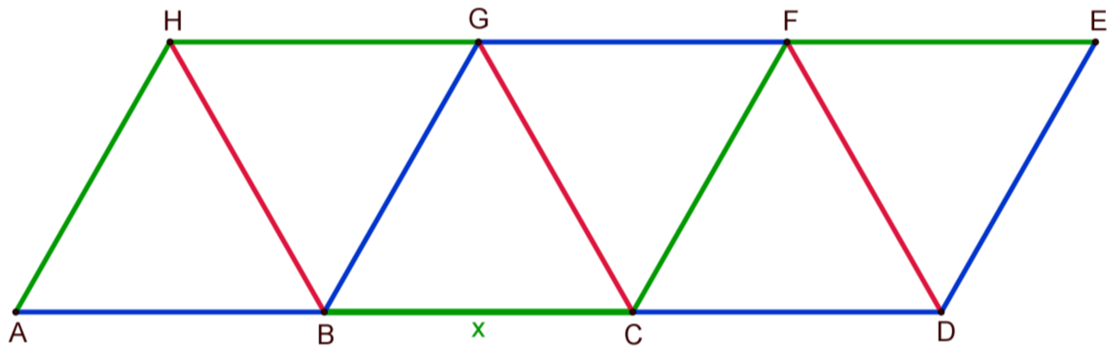
Řešení:



Naším úkolem je pomoct Luisovi, který chce úsečky ornamentu obarvit červeně, modře a zeleně tak, aby každý trojúhelník měl každou stranu jinak zbarvenou. Podíváme-li se na obrázek znázorňující počáteční stav, vidíme, že trojúhelníky ABH a BGH mají společnou úsečku BH, která musí být obarvená červenou barvou, neboť trojúhelník ABH má jednu úsečku obarvenou modře a trojúhelník BGH má jednu úsečku zeleně. Poté doplníme úsečky, jejichž zbarvení vychází z daného stavu, tedy úsečka AH bude zbarvena zeleně a úsečka BG bude mít barvu modrou. Stejným způsobem budeme postupovat i na druhé straně ornamentu, tedy úsečka DF se nachází mezi dvěma trojúhelníky CDF (úsečka CD zeleně) a DEF (úsečka EF modře), proto bude zbarvena do červena. Dále opět doplníme zbarvení úseček, které vyplývá z dané situace, tedy úsečka CF bude zbarvena dozelena a úsečka DE bude obarvena modře.



Opět jsme získali dva spolusousedící trojúhelníky BCG a CFG, jež mají obarvenou jen jednu úsečku (BG – modrá, CF – zelená). Jejich společná úsečka CG musí být opět obarvena červenou barvou. Nakonec doplníme zbývající úsečky tak, jak to vyplývá z nastalé situace. Úsečka BC zbarvíme zeleně a úsečku FG obarvíme modře. Naším úkol bylo zjistit, jakými barvami může být obarvena úsečka BC. Z našeho řešení je jasné, že tato úsečka může být zbarvena pouze zelenou barvou. Správně je tedy odpověď **(A)**.



7. Ve třídě se žádní dva chlapci nenarodili ve stejný den v týdnu a žádné dvě dívky se nenarodily ve stejný měsíc. Pokud by však do této třídy nastoupil nový chlapec nebo nová dívka, jedna z uvedených dvou vlastností by přestala platit. Kolik dětí je v této třídě?

(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 24 (E) 25

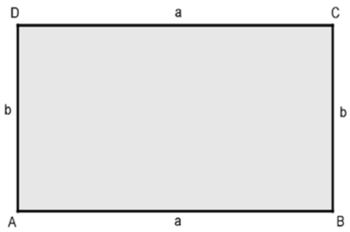
Řešení:

V zadání je nám předkládáno, že každý chlapec ve třídě se narodil v jiný den v týdnu, a pokud přijde do třídy další chlapec, tato podmínka bude porušena. Jelikož máme v týdnu sedm dní, znamená to, že ve třídě se nachází 7 chlapců. Také je zde řečeno, že to samé platí pro dívky a měsíce jejich narození (každá dívka se narodila v jiný měsíc v roce, přijde-li další dívka, bude podmínka porušena). Měsíců máme dvanáct, a tak to značí, že musí být i 12 dívek ve třídě. Počty chlapců a dívek sečteme a dostaneme celkový počet žáků ve třídě, tedy $7 + 12 = 19$. Správná odpověď je **(B)**.

8. Správným sečtením délek tří stran obdélníku dospěla Iva k hodnotě 44 cm. Také Jana správně sečetla délky tří stran téhož obdélníku a vyšlo jí 40 cm. Kolik je jeho obvod?

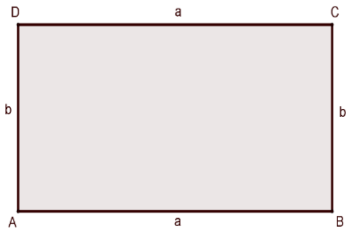
(A) 42 cm (B) 56 cm (C) 64 cm (D) 84 cm (E) 112 cm

1. řešení:



V prvním způsobu, který si ukážeme, budeme stavět na znalosti vzorce pro obvod obdélníka tedy $o = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$. Jestliže dívky sečetly tři strany obdélníka a Iva dospěla k výsledku 44 cm a Jana pouze 40 cm, musíme předpokládat, že Iva sečetla dvě delší a jednu kratší stranu, kdežto Jana sečetla jednu delší a dvě kratší strany. Jinými slovy (podle obrázku) Iva počítala $2a + b = 44$ a Jana $a + 2b = 40$. dáme-li dohromady postup Ivy i Jany, dostaneme 3 delší a 3 kratší strany, které mají dohromady délku 84 cm. Jinak zapsáno: $3a + 3b = 84$. Z tohoto výrazu vyplývá, že součet delší a kratší strany obdélníka je rovna třetině z 84, $a + b = \frac{84}{3} = 28$. Teď už stačí pouze dosadit do vzorce pro obvod obdélníka, který říká, že obvod je roven dvojnásobku součtu kratší a delší strany, $o = 2 \cdot (a + b)$. Obvod daného obdélníka je roven dvojnásobku dvaceti osmi, $o = 2 \cdot 28 = 56$ cm. Správnou odpovědí je možnost **(B)**.

2. řešení:



V druhém způsobu řešení budeme předpokládat znalost rovnic a soustav rovnic. Pro začátek si sestavíme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých, tedy:

$$2a + b = 44$$

$$a + 2b = 40$$

Postupovat můžeme, jak si ukážeme, dvěma způsoby, metodou dosazovací nebo sčítací.

Dosazovací metoda:

Z druhé rovnice si vyjádříme neznámou a a dosadíme do první rovnice. Pomocí ekvivalentních úprav dopočítáme neznámou b, kterou posléze dosadíme do jedné z rovnic a dopočítáme neznámou a. Poté už jen dosadíme vypočítané hodnoty neznámých a a b do vzorce pro obvod obdélníka.

$$2a + b = 44$$

$$\underline{a + 2b = 40}$$

$$2 \cdot (40 - 2b) + b = 44$$

$$80 - 4b + b = 44$$

$$80 - 44 = 4b - b$$

$$36 = 3b \ \rightarrow \underline{b = 12}$$

$$a + 2 \cdot 12 = 40 \ \rightarrow \underline{a = 16}$$

$$o = 2a + 2b = 2 \cdot 16 + 2 \cdot 12 = 32 + 24 = 56 \text{ cm}$$

Sčítací metoda:

Pokud si vybereme výpočet pomocí sčítací metody, rovnice naší soustavy sečteme a využijeme toho, že do vzorce pro obvod obdélníka nám stačí výraz $a + b$ a nepotřebujeme konkrétní hodnoty neznámých a a b. Tento výraz dosadíme do vzorce pro obvod obdélníka a dopočítáme.

$$2a + b = 44$$

$$\underline{a + 2b = 40}$$

$$3a + 3b = 84$$

$$3 \cdot (a + b) = 84$$

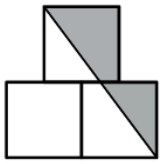
$$\underline{a + b = 28}$$

$$o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot 28 = 56 \text{ cm}$$

Správně je možnost **(B)**.

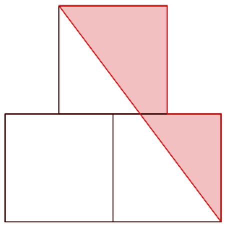
Úlohy za 4 body

9. Na obrázku jsou tři čtverce, přičemž přímka procházející společnými vrcholy spodních čtverců protíná střed horního čtverce. Délky stran všech čtverců jsou 1 cm. Vypočtěte obsah tmavé oblasti.

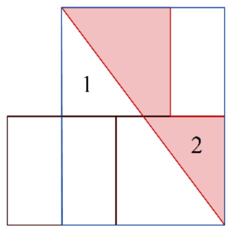


(A) $\frac{3}{4}\,\text{cm}^2$ (B) $\frac{7}{8}\,\text{cm}^2$ (C) $1\,\text{cm}^2$ (D) $1\frac{1}{4}\,\text{cm}^2$ (E) $1\frac{1}{2}\,\text{cm}^2$

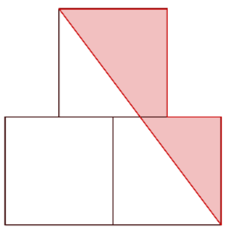
1. řešení:



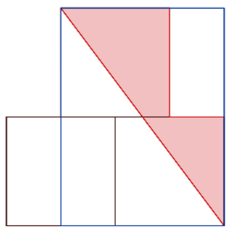
Prvním ze způsobů řešení tohoto příkladu je přenesení trojúhelníku, který je vybarven ve spodní řadě kostek. Tento trojúhelník přeneseme na nevybarvenou část horního čtverce a zjistíme, že útvary se shodují. Dokázat to můžeme i pomocí shodnosti trojúhelníků. Doplníme-li si do obrázku obdélník (modrá barva), zjistíme, že přímka protínající čtverce je ve skutečnosti úhlopříčka tohoto obdélníka. Odtud také plyne, že úhlopříčky v obdélníku se půlí, a tak se přepony trojúhelníků 1 a 2 shodují. Dále jsou oba trojúhelníky pravoúhlé a svislé odvěsny obou trojúhelníků mají délku 1 cm. Obsah vybarvené části je tak stejný jako obsah jednoho čtverce, což je $S = a \cdot a = 1 \cdot 1 = 1\ \text{cm}^2$.

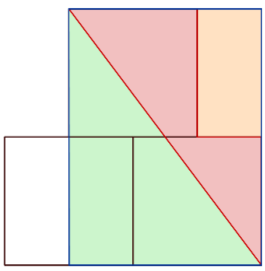


2. řešení:



Druhým možným řešením je vypočítáním obsahu většího útvaru (modrý obdélník) a postupné odčítání menších útvarů, které nejsou vybarvené, ale mají pro nás pravidelnější tvar. Obdélník má jednu stranu dlouhou jednu a půl strany čtverce, což se rovná 1,5 cm, a druhou stranu dlouhou dvě strany čtverce, což odpovídá 2 cm. Obsah celého modrého obdélníku vypočítáme $S_{\boxminus} = a \cdot b = 1{,}5 \cdot 2 = 3\ \text{cm}^2$. Dále vypočítáme obsah trojúhelníku (na obrázku zelená barva) a obdélníku (na obrázku oranžová barva). Vypočítáme tedy obsah





trojúhelníku $S_{\triangle} = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{1,5 \cdot 2}{2} = 1,5\ \text{cm}^2$ a obsah obdélníku $S_{\blacksquare} = a \cdot b = 0,5 \cdot 1 = 0,5\ \text{cm}^2$. Obsah našeho červeného útvaru dopočítáme $S = S_{\boxminus} - (S_{\triangle} + S_{\blacksquare}) = 3 - (1,5 + 0,5) = 3 - 2 = 1\ \text{cm}^2$. Odpověď je tedy **(C)**.

10. Každou hvězdičku v rovnici 2 * 0 * 1 * 5 * 2 * 0 * 1 * 5 * 2 * 0 * 1 * 5 = 0 nahradíme znaménkem + nebo – tak, aby v rovnici platila rovnost. Určete nejmenší počet hvězdiček, které musí být nahrazeny znaménkem +.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Řešení:

Při řešení tohoto příkladu je důležité si uvědomit, že na jedné straně stojí řada čísel s operacemi a na druhé nula. Musíme tedy zjistit, jaké celkové hodnoty nabývají čísla na levé straně. Jinými slovy $2 + 0 + 1 + 5 + 2 + 0 + 1 + 5 + 2 + 0 + 1 + 5 = 24$. Aby nám na pravé straně vyšla nula, je třeba mít polovinu z 24 s kladnými a druhou polovinu se zápornými znaménky. Máme-li mít kladných znamének co nejméně, je třeba je umístit k co nemenšímu počtu čísel dohromady tvořící součet 12. Vezmeme-li, že první dvojka již kladnou hodnotu má, musíme umístit kladná znaménka před čísla s celkovou hodnotou 10, což při nejmenším počtu čísel tvoří dvě pětky. Celý příklad tedy zapíšeme následovně $2 - 0 - 1 + 5 - 2 - 0 - 1 + 5 - 2 - 0 - 1 - 5 = 0$. Správně je odpověď **(B)**.

11. Během průtrže mračen spadlo 15 litrů vody na m^2. Venkovní bazén nepřetekl. O kolik v něm stoupla hladina vody?

(A) o 150 cm (B) o 0,15 cm (C) o 15 cm

(D) o 1,5 cm (E) záleží na velikosti bazénu

Řešení:

V následujícím příkladu je důležitá znalost převodů jednotek. Důležitý je poznatek, že $1\ \text{l} = 1\ \text{dm}^3$, proto si všechny potřebné údaje převedeme na společné jednotky dm.

Znamená to, že na $1\ \mathrm{m}^2 = 100\ \mathrm{dm}^2$ spadlo $15\ \mathrm{l} = 15\ \mathrm{dm}^3$ vody. Je samozřejmé, že nemůžeme porovnávat plochu a objem, musíme si tedy představit princip výpočtu objemu tělesa, tedy plocha krát výška. My známe objem a plochu, potřebujeme spočítat výšku. Budeme tedy objem dělit plochou $v = V : P = 15 : 100 = 0{,}15$ dm. Mezi nabízenými možnostmi jsou všechny hodnoty v centimetrech, a tak náš výsledek také převedeme $0{,}15\ \mathrm{dm} = 1{,}5$ cm. Správně je tedy možnost **(D)**.

12. Studenti dosáhli v testu průměrně 6 bodů. V testu uspělo právě 60 % studentů, přičemž ti dosáhli průměrně 8 bodů. Vypočítejte průměrný počet bodů u studentů, kteří v testu neuspěli.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Řešení:

Při řešení tohoto příkladu je důležitá váha průměrného bodového zisku v testu, nebo-li procentuální zastoupení úspěšných a neúspěšných řešitelů. Sestavíme tedy rovnici, která znázorní procentuální zastoupení úspěšných (převedených na desetinné číslo) s průměrem 8 bodů a procentuální zastoupení neúspěšných s neznámým průměrem, a to vše rovno celkovému zastoupení žáků s průměrem 6 bodů.

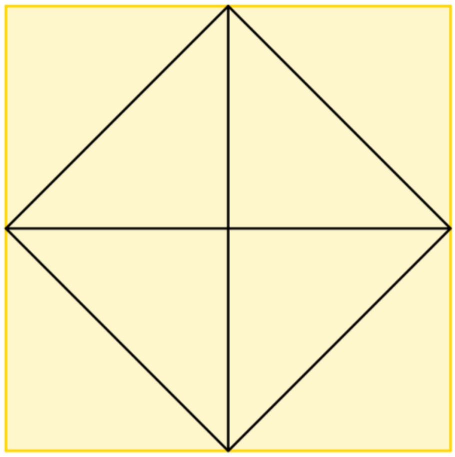
$$8 \cdot 0{,}6 + x \cdot 0{,}4 = 1 \cdot 6$$
$$4{,}8 + 0{,}4x = 6$$
$$0{,}4x = 1{,}2$$
$$x = 3$$

Průměrný bodový zisk neúspěšných v testu byl 3 body. Správně je tedy **(C)**.

13. Jeden vrchol čtverce přeložíme do jeho středu a vytvoříme tak nepravidelný pětiúhelník. Obsahy čtverce a pětiúhelníku v cm^2 jsou vyjádřeny dvěma po sobě jdoucími přirozenými čísly. Určete obsah čtverce.

(A) $2\ \mathrm{cm}^2$ (B) $4\ \mathrm{cm}^2$ (C) $8\ \mathrm{cm}^2$ (D) $16\ \mathrm{cm}^2$ (E) $32\ \mathrm{cm}^2$

Řešení:



Řešení, které si nastíníme u tohoto příkladu, je založeno na představivosti žáků. Čtverec můžeme rozdělit na čtyři shodné čtverečky, ty poté můžeme rozdělit na dva trojúhelníky. Tím dostaneme trojúhelník se stejnými rozměry jako má přeložená část na obrázku v zadání. Celý velký čtverec tak rozdělíme na 8 stejných dílů (trojúhelníků) a jak už bylo řečeno, přeložená část má stejnou plochu jako jeden z trojúhelníků. Pětiúhelník tedy má plochu o velikosti 7 trojúhelníků. Obsahy pětiúhelníku a čtverce jsou vyjádřeny po sobě jdoucími čísly, tedy 7 cm^2 a 8 cm^2. Obsah čtverce je tedy 8 cm^2. Správná odpověď je proto **(C)**.

14. Paní učitelka se zeptala pěti svých žáků, kolik z nich se předcházející den učilo. Cyril odpověděl, že nikdo, Anežka řekla, že pouze jeden, Eliška tvrdila, že pouze 2, Gita sdělila, že pouze 3 a Libor pravil, že pouze 4 žáci. Paní učitelka zjistila, že ti, kteří se neučili, neřekli pravdu a naopak ti, kteří se učili, pravdu řekli. Kolik z těchto žáků se předcházející den učilo?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Řešení:

Paní učitelka se ptala 5 žáků, kolik z nich se předcházející den učilo. Každý z žáků odpověděl jiný počet učících se žáků, a jelikož paní učitelka zjistila, že ti, co se neučili, neřekli pravdu a naopak ti, kteří se učili, pravdu řekli, znamená to, že jen jeden z žáků mohl mluvit pravdu a říci správný počet žáků, kteří se včera učili.

Cyril: Pokud by se neučil nikdo a Cyril by mluvil pravdu, by znamenalo, že se Cyril učil, což je v rozporu s jeho tvrzením.

Anežka: Anežka řekla, že se učil jeden žák, mluví-li pravdu, znamená to, že tou jedinou je ona sama.

Eliška: Eliška řekla, že se učili dva žáci, kdyby mluvila pravdu, znamenalo by to, že se učila ona sama, a ještě jeden její spolužák, což je rozpor s tím, co řekli ostatní.
Gita: Gita řekla, že se učili tři žáci, kdyby mluvila pravdu, znamenalo by to, že se učila ona sama, a ještě dva její spolužáci, což je rozpor s tím, co řekli ostatní.
Libor: Libor řekl, že se učili čtyři žáci, kdyby mluvil pravdu, znamenalo by to, že se učil on sám, a ještě tři jeho spolužáci, což je rozpor s tím, co řekli ostatní.
Předcházející den se tak učila pouze Anežka. Správnou odpovědí je tedy **(B)**.

15. Klára správně dělí číslo 2015 po řadě 1, 2, 3 a tak dále až do čísla 1000 včetně. U každého dělení si zapíše zbytek. Kolik bude největší zbytek?

(A) 215	(B) 503	(C) 671
(D) 1007	(E) jiná hodnota	

Řešení:

V tomto příkladu je třeba brát na zřetel, že zbytek po dělení musí být menší než číslo, kterým dělíme. Začneme-li s nabízenými možnostmi, nejprve musíme od 2015 nabízenou možnost odečíst a vydělit větším číslem, než je daný zbytek.

Pokud číslo 2015 vydělíme například číslem 300, bude to vypadat následovně:
$$2015 : 300 = 6, zb.\ 215$$
Pokud číslo 2015 vydělíme číslem 504, bude to vypadat následovně:
$$2015 : 504 = 3, zb.\ 503$$
Pokud číslo 2015 vydělíme číslem 672, bude to vypadat následovně:
$$2015 : 672 = 2, zb. 671$$
Pokud číslo 2015 vydělíme jakýmkoli číslem do 1000, zbytek bude vždy menší než 1000, možnost (D) tedy můžeme vyřadit rovnou. Všechny ostatní zbytky jsou zbytky po dělení čísla 2015, ale jelikož máme hledat ten největší, je námi hledaný výsledek číslo 671. Ještě bychom měli zvážit možnost (E) jiná hodnota. Největší zbytek má číslo, dělíme-li ho nebližším přirozeným číslem větším, než je polovina jeho hodnoty. To by v tomto případě značilo:
$$2015 : 1008 = 1, zb. 1007,$$
což se rozchází s podmínkou: dělíme číslem menším než 1000.

Podobně můžeme postupovat, když číslo vydělíme třemi: $2015 : 3 = 671,\overline{6}$, což nám přesně zobrazuje $2015 : 672 = 2, zb. 671$. Můžeme tedy říct, že správnou odpovědí je možnost **(C)**.

16. Každé kladné celé číslo je potřeba obarvit podle tří následujících pravidel:

- Každé číslo musí být obarveno buď červeně, nebo zeleně.
- Součet libovolných dvou různých červených čísel je červené číslo.
- Součet libovolných dvou různých zelených čísel je zelené číslo.

Kolika různými způsoby můžeme čísla obarvit?

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) více než 6

Řešení:

Začneme tím, že si vypíšeme začátek číselné řady od 1 do 10.

První způsob, kterým můžeme obarvit čísla, je obarvení všech čísel stejnou barvou, tedy všechny červeně, nebo všechny zeleně. Máme tak první dvě možnosti.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Další možnosti získáme postupným obarvováním čísel od 1 (již nebudeme brát v úvahu první dvě možnosti). Číslo 1 můžeme obarvit dvěma způsoby červeně, nebo zeleně. Dále budeme obarvovat číslo 2, to můžeme obarvit opačnou barvou než příslušnou jedničku, k zelené červeně, nebo k červené zeleně. Číslo 3 opět obarvíme libovolně, jen bez opakování stejných možností, u dalších čísel postupujeme podle podmínek v zadání. Vzniknou nám tak další čtyři možnosti.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

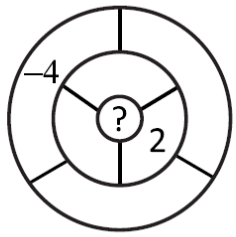
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

Správně je tedy možnost **(D)**.

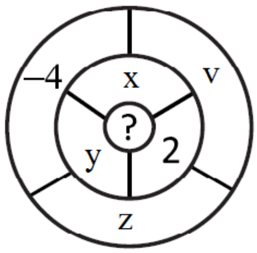
Úlohy za 5 bodů

17. Ria se chystá napsat číslo do každého ze sedmi ohraničených polí. Dvě pole spolu sousedí, pokud spolu sdílejí část hraniční křivky. Číslo v každém poli má být součtem čísel všech polí, se kterými sousedí. Pokud už Ria zapsala dvě čísla, jak je vidět na obrázku, které číslo zapíše do prostředního pole označeného otazníkem?



(A) 1 (B) –2 (C) 6 (D) –4 (E) 0

Řešení:



Na začátek si označíme volná pole proměnnými a sestavíme si rovnice. Pole -4 má hraniční křivku s poli $x,\ y,\ v,\ z$ a pole 2 má hraniční křivku s poli $x,\ y,\ v,\ z,$? (otazník – námi hledané číslo). Rovnice tedy budou vypadat následovně:

$$x + y + v + z = -4$$

$$x + y + v + z + ? = 2$$

První rovnice nám říká, že součet proměnných je roven -4, proto za proměnné ve druhé rovnici dosadíme -4. Poté dopočítáme hodnotu otazníku (?).

$$x + y + v + z = -4$$

$$\underline{x + y + v + z + ? = 2}$$

$$-4 + ? = 2$$

$$? = 6$$

Správnou odpovědí je tedy **(C)**.

18. Na pěti kartách je napsáno po jednom kladném celém číslu (ne nutně různém). Petr zjistil, že pokud sečte obě čísla na kartách ve všech možných dvojicích utvořených z těchto pěti karet, dostane jen některou ze tří hodnot 57, 70 a 83. Které je největší číslo napsané na kartách?
(A) 35 (B) 42 (C) 48 (D) 53 (E) 82

Řešení:

Tento příklad budeme řešit postupným vyřazováním možností, které nejsou řešením úlohy. Číslo 35 nemůže být největším číslem napsaným na kartičkách, neboť sečtením dvou čísel s hodnotou 35 není výsledek 83. Tato možnost tedy není správným řešením. Číslo 82 také nebude řešení úlohy, neboť na ostatních kartách by musela být jen čísla 1, a to nesplňuje součty 57, 70 a 83.

82	1	1	1	1

Číslo 42 také nebude řešení úlohy, protože 83 dostaneme sečtením 42+41 a opět by nám nevyšli součty 57 a 70.

42	41	15		

Číslo 53 také nebude řešení úlohy, číslo 83 dostaneme součtem 53+30 a číslo 70 dostaneme součtem 53+17 nebo 30+40. Součet 53+40 je vyšší než 83.

53	30	40		

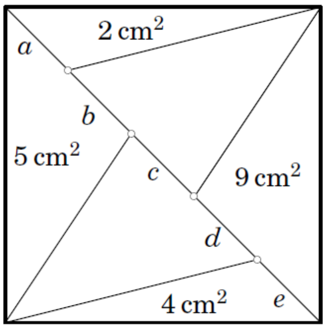
Číslo 48 je největším číslem na kartách, součet čísel 48+35=83, 48+22=70, navíc 35+35=70 a 35+22=57. Čísla splňují všechny podmínky ze zadání.

48	35	22	35	35

Správně je tedy odpověď **(C)**.

19. Čtverec na obrázku o obsahu 30 cm^2 je úhlopříčkou rozdělen na dvě části, které jsou dále rozděleny na trojúhelníky. Na obrázku rovněž vidíte obsahy některých z nich. Která z vyznačených částí úhlopříčky je nejdelší?

(A) a (B) b (C) c (D) d (E) e



Řešení:

Tato úloha se zaměřuje na propojení geometrie a logiky. Základní poznatek, který budeme potřebovat k jejímu vyřešení, je znalost vzorce obsahu trojúhelníku $S = \frac{a \cdot v_a}{2}$ a znalost myšlenky, že obsah trojúhelníků, kteří mají stejnou výšku, je závislý na délce základny. Podíváme-li se na obrázek v zadání, vidíme, že všechny trojúhelníky mají stejnou výšku, neboť všechny trojúhelníky mají základnu na úhlopříčce a třetí vrchol ve vrcholech čtverce, kterými úhlopříčka neprochází.

Znamená to, že trojúhelník o obsahu 2 cm^2 se základnou a, má základnu na úhlopříčce dlouhou 2 dílky.

Trojúhelník o obsahu 4 cm^2 se základnou e, má základnu na úhlopříčce dlouhou 4 dílky.

Trojúhelník se základnou ab má obsah 5 cm^2, úsečka ab má délku 5 dílků. Víme, že a je rovnou 2 dílkům, proto b musí mít délku 3 dílky.

Vezmeme-li trojúhelník se základnou de, má obsah roven 9 cm^2. Úsečka de je rovna 9 dílkům, což znamená, že úsečka d musí být dlouhá 5 dílků.

Obsah celého čtverce je 30 cm^2, na zbývající dva trojúhelníky tedy zbývá $30 - 2 - 9 - 5 - 4 = 10 \text{ cm}^2$. Z toho vyplývá, že $b + c + c + d = 10$ dílků. Dosadíme nám již známé hodnoty: $3 + 2c + 5 = 10 \rightarrow 2c = 2 \rightarrow c = 1$. Největší počet dílků tak má úsečka d, která je dlouhá 5 dílků. Správnou odpovědí je tedy **(D)**.

20. Ve skupině klokanů hmotnost dvou nejlehčích tvoří 25 % hmotnosti celé této skupiny a hmotnost tří nejtěžších tvoří 60 % hmotnosti skupiny. Kolik klokanů je ve skupině?
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Řešení:

Naším úkolem je zjistit, kolik členů má skupina klokanů, co ale víme, skupina jako celek má 100 %. Dva nejlehčí klokani mají 25 % hmotnosti celé skupiny a tři nejtěžší mají 60 % hmotnosti skupiny. Dopočítáme zbytek procent hmotnosti.

25 %	15 %	**60 %**

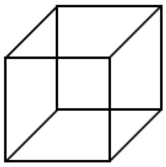
Pokud dva nejlehčí klokani mají 25 % hmotnosti celé skupiny, znamená to, že jeden takový klokan má 12,5 % hmotnosti skupiny.

Tři nejtěžší klokani ze skupiny mají 60 % hmotnosti celé skupiny, což je 20 % hmotnosti skupiny na jednoho takového klokana.

12,5 %	**12,5 %**	15 %	**20 %**	**20 %**	**20 %**

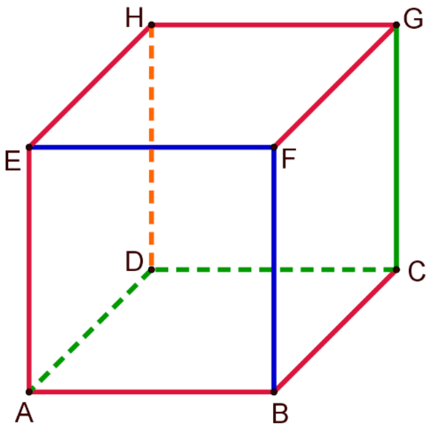
Mají-li ti nejlehčí 12,5 % hmotnosti skupiny a nejtěžší 20 % hmotnosti skupiny, značí zbylých 15 % hmotnosti skupiny pouze jednoho dalšího klokana. Klokanů je ve skupině šest $(2 + 1 + 3 = 6)$. Správně je tedy odpověď **(B)**.

21. Kamil má sedm kousků drátu o délkách 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm a 7 cm. Některé z těchto kousků použije k vytvoření drátěného modelu krychle o hranách délky 1 cm bez jakýchkoli překrytí. Určete nejmenší počet kousků, které může Kamil použít.



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Řešení:



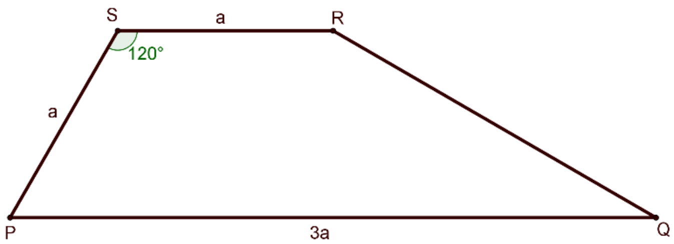
Každá krychle má 12 hran, bude proto potřebovat drátky v celkové délce 12 cm. Jelikož je nejdelší drátek dlouhý 7 cm, musíme použít více než jeden drátek. Používáme-li každý drátek jednou, nepoužijeme více než 4 drátky (1+2+3+4+5=15 cm).

Pokud bychom chtěli použít dva drátky délky 5 a 7 cm, pro tvar krychle a stálé změny směru se nám nepovede. Podobné to bude i v případě 3 drátků, vždy nám vyjdou dvě hrany od sebe oddělené, a tak pro nás nastává neřešitelný problém. Čtyři drátky o délkách 6+3+2+1=12 cm můžeme umístit, jak je zobrazeno na obrázku. Samozřejmě je možné i další řešení a umístění, vždy však budou potřeba 4 drátky. Správně je tedy možnost **(D)**.

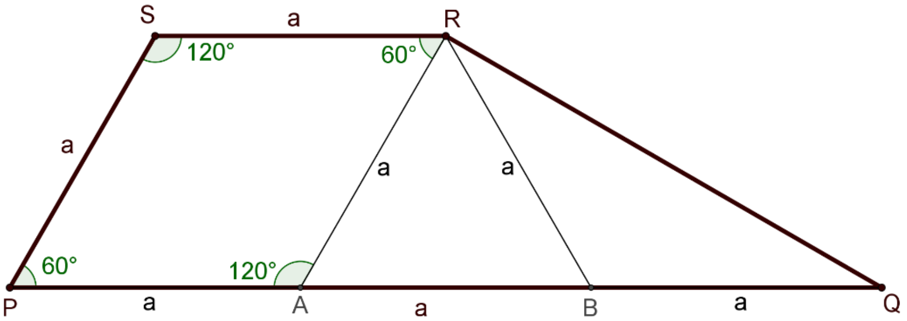
22. V lichoběžníku $PQRS$ se základnami PQ a SR je velikost úhlu RSP 120° a platí, že $|RS| = |SP| = \frac{1}{3}|PQ|$. Vypočítejte velikost úhlu PQR.

(A) 15° (B) 22,5° (C) 25° (D) 30° (E) 40°

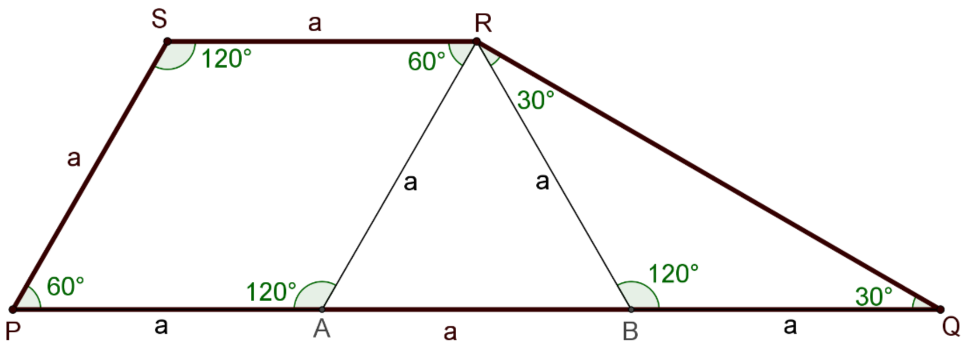
<u>*Řešení:*</u>



Při řešení úloh z geometrie je vždy vhodný obrázek nebo alespoň náčrtek, který nám ilustruje textové zadání. Jedním z prvních kroků by mělo být znázornění kosočtverce $PARS$ a dopočítání jeho vnitřních úhlů. Také můžeme naznačit vzniklý rovnostranný trojúhelník ABR, jehož vnitřní úhly jsou rovny 60°.



Na základě znalostí vztahů mezi úhly dopočítáme také úhel $QBR = 120°$ a zjišťujeme, že strany BQ a BR mají délku rovnou a. Vzniklý trojúhelník BQR je proto rovnoramenný a zbylé dva úhly BQR a BRQ jsou shodné. Součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je roven 180°, na úhly BQR a BRQ zbývá 60°, $180° - 120° = 60°$. Úhly jsou shodné, proto musíme 60° rozdělit na dvě stejné části, $60° : 2 = 30°$. Odpověď je tedy **(D)**.

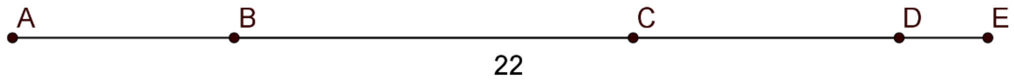


23. Na přímce leží pět bodů. Alex změřil vzdálenosti mezi každou dvojicí bodů a seřadil je vzestupně: 2 cm, 5 cm, 6 cm, 8 cm, 9 cm, *k* cm, 15 cm, 17 cm, 20 cm a 22 cm. Určete *k*.

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Řešení:

Na přímce leží 5 bodů, označíme si je A, B, C, D, E. Největší vzdálenost bude mezi krajními body, proto vzdálenost bodů $AE = 22$ cm.



Mezi danými vzdálenostmi mám 2 cm a 20 cm (dohromady 22 cm), znamená to, že jedna z krajních vzdáleností je 2 cm. Zvolíme si tedy vzdálenost $DE = 2$ cm.

Mezi vzdálenostmi je také 5 cm a 17 cm (také dohromady 22 cm), na druhý kraj tedy zvolíme vzdálenost $AB = 5$ cm.

Dáme-li tyto informace dohromady, vyjdeme nám situace znázorněna na dalším obrázku.

Z nabízených vzdáleností nám zbývá 6, 8, 9, *k* cm, vzdálenost $BD = 15$ cm, vybereme tedy 6 a 9 cm. Jelikož nám zbylo ještě 8 a *k* cm, úsečku se vzdáleností 6 cm označíme jako CD a úsečku ve vzdálenosti 9 cm označíme jako BC.

Námi hledané číslo je 14, správně je tedy **(E)**.

24. Včera jsem si zapsal telefonní číslo svého přítele Emila. Telefonní číslo na mém lístečku má šest číslic, ale vzpomínám si, že Emilovo číslo má číslic sedm. Vůbec si nevzpomínám, kterou z číslic jsem zapomněl napsat ani kde se v telefonním čísle nacházela. Najděte nejmenší možný počet různých telefonních čísel, který budu muset zkusit, abych měl jistotu, že mezi nimi je správné telefonní číslo. (Telefonní číslo může začínat jakoukoli číslicí včetně 0.)

(A) 55 (B) 60 (C) 64 (D) 70 (E) 80

<u>*Řešení:*</u>

Tento příklad je zaměřen na oblast kombinatoriky, která je na základních školách často opomíjena. Máme-li zapsaných pouze šest čísel ze sedmi, musíme zkoušet dosazovat jednotlivá čísla na volné pozice.

Začneme dosazením před nám známé číslice, na takové místo můžeme dosadit 10 různých číslic 0-9.

10 A B C D E F

Pokud budeme dosazovat číslice na druhou pozici, možností bude jen 9, protože v jednom případě určitě dojde ke shodě čísel mezi zařazením na první a druhou pozici. Např.: Napsáno máme: 214568, na první pozici doplníme 2 (2214568), doplňujeme-li druhou pozici, doplníme opět 2 (2214568). Čísla jsou stejná, proto je budeme počítat pouze jednou.

A **9** B C D E F

Stejným způsobem postupujeme u všech dalších pozic, vždy budeme mít 9 možností, neboť pokaždé dojde ke shodě čísel.

A B **9** C D E F

A B C **9** D E F

A B C D **9** E F

A B C D E **9** F

A B C D E F **9**

Nakonec tedy sečteme počet možností: $10 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 64$. Správně je tedy odpověď **(C)**.

4 Příprava na Matematického klokana

Tato kapitola má za cíl zjednodušit práci žáků i učitelů při přípravě na matematické a logické soutěže. Najdeme zde soubor pracovních listů, které mohou učitelé použít pro slabší žáky jako motivaci před účastí v soutěži, či jako zpestření běžných hodin matematiky s cílem rozvíjet klíčové kompetence nejen tradičním způsobem, ale také nestandardními úlohami.

Pracovní listy jsou zpracovány na základě studia učebnic, odborné literatury a matematických příruček atd. Inspirací byly také úlohy na webových stránkách zaměřených na zábavnou a logickou matematiku ([17], [25]).

V konečné fázi byly úlohy do pracovních listů zpracovány na základě již konaných ročníků Matematického klokana a na základě příruček ([12], [13], [14], [15]), které jsou zaměřeny na motivační stránku matematiky. Příklady jsou upraveny dle potřeb a převzata je pouze myšlenka či hlavní cíl úlohy.

Úlohy v pracovních listech jsou koncipovány jako příprava žáků na jejich účast v Matematickém klokanovi. Na následujících stranách naleznete 6 pracovních listů, které jsou určeny pro žáky 2. stupně základní školy, tedy pro kategorie Benjamín a Kadet Matematického klokana. Zadání příkladů je v pozměněném znění, tedy po korekci nedostatků, které jsou rozebrány v následujících částech práce.

4.1 PRACOVNÍ LISTY – kategorie BENJAMÍN

Ročník: šestý a sedmý ZŠ (prima a sekunda osmiletého gymnázia)

Cíl aktivity: Žáci se pomocí pracovního listu připravují na soutěž Matematický klokan. Žáci rozvíjí své matematické znalosti a své logické myšlení na nestandardních aplikačních úlohách.

Předpokládané znalosti: kurikulum 1. – 6. ročníku základní školy

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k učení**
  - žák procvičuje naučené početní operace, poznává nové souvislosti v matematice, používá matematické symboliky a pracuje s komplexnějším pohledem na dané matematické jevy
  - žák experimentuje s různými možnostmi řešení, kriticky posuzuje své myšlenky a hledá optimální řešení, získané výsledky porovnává a vyvozuje z nich závěry
- **Kompetence k řešení problému**
  - žák pečlivě promýšlí různé možnosti řešení, hledá možná řešení problému a ověřuje správnost svých výsledků
  - žák využívá dříve získané vědomosti a dovednosti k objevování různých variant řešení, nenechá se odradit případným nezdarem a vytrvale hledá správné řešení
- **Kompetence komunikativní**
  - žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky v logickém sledu, vyjadřuje se výstižně, souvisle a matematicky správně
- **Kompetence sociální a personální**
  - žák pracuje samostatně, o výsledcích diskutuje se spolužáky, chápe potřebu spolupráce při řešení daného problému, oceňuje zkušenosti druhých lidí

Potřebný materiál: pracovní list, tužka

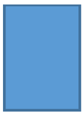
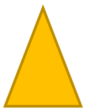
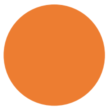
Metodický komentář: Žáci se pomocí pracovního listu seznámí s úlohami, které jsou zaměřeny matematicky a logicky, jako je tomu v Matematickém klokanovi. Připraví se na úlohy zadávané v matematických soutěžích, rozvíjí strategie k řešení problémů a procvičují již dříve známé matematické poznatky. Pracovní list rozvíjí samostatnost a schopnost diskutovat o výsledcích práce.

4.1.1 PRACOVNÍ LIST č. 1

1. Součet věku maminky, tatínka a Marka je 67 let. Kolik let jim bude dohromady za dva roky?

(A) 69 (B) 71 (C) 73 (D) 75 (E) 77

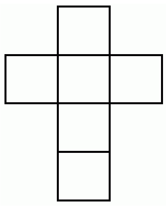
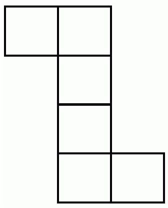
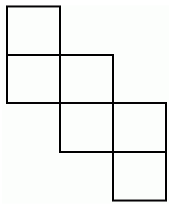
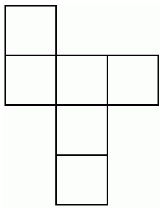
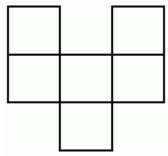
2. Který z útvarů má nejvíc os souměrnosti?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

3. Vašek si vypsal celkem pět zlomků, $\frac{19}{21}, \frac{21}{19}, \frac{23}{21}, \frac{21}{23}, \frac{19}{17}$. Pomůžeš mu zjistit, který z nich má největší hodnotu?

(A) $\frac{19}{21}$ (B) $\frac{21}{19}$ (C) $\frac{23}{21}$ (D) $\frac{21}{23}$ (E) $\frac{19}{17}$

4. Která ze sítí **<u>není</u>** sítí krychle?

(A)

(B)

(C)

(D)

(E)


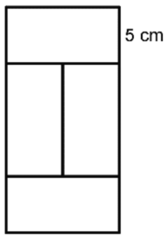
5. Maruška rozkrájela dort o hmotnosti 1000 g na pět částí. Největší kus měl stejnou hmotnost jako zbylé čtyři díly dohromady. Uvažujeme-li stejnou hmotnost všech čtyř menších dílů, kolik vážil jeden z nich?

(A) 75 g (B) 100 g (C) 125 g (D) 150 g (E) 175 g

6. Lucie má 1 m stuhy, na jeden dárek potřebuje 15 cm stuhy a na ozdobu dalších 1 dm. Kolik dárků maximálně může Lucka zabalit?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

7. Útvar, který vidíš na obrázku, je složen ze shodných obdélníčků. Zjisti, jaký je obsah celého útvaru.



(A) 50 cm^2 (B) 75 cm^2 (C) 100 cm^2 (D) 150 cm^2 (E) 200 cm^2

4.1.2 PRACOVNÍ LIST č. 2

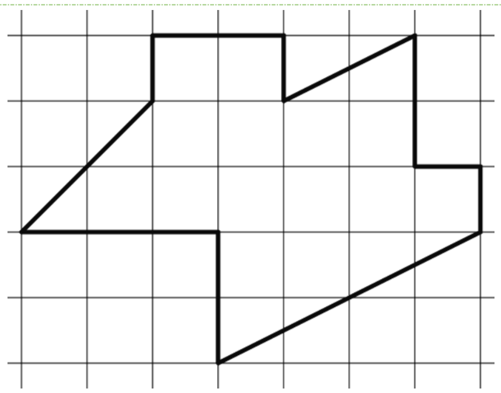
1. Na počítadle kilometrů v autě se objevilo velmi zajímavé souměrné číslo: 24942. Za hodinu jízdy se objevilo další v pořadí následující symetrické číslo. Jakou rychlostí auto jelo? ([14], upraveno)

(A) 100 km/h (B) 110 km/h (C) 125 km/h (D) 140 km/h (E) 150 km/h

2. Petra si hrála s žetony. Nejdříve je rozdělila na hromádky po třech a zbyly jí dva. Poté rozdělila žetony na hromádky po čtyřech a zbyl jí jeden. Když žetony rozdělila na hromádky po pěti, nezůstal jí žádný. Kolik žetonů Petra měla? Vyber nejmenší možné množství.

(A) 5 (B) 17 (C) 25 (D) 37 (E) 50

3. Vypočítej obsah silně orámovaného útvaru. Strana jednoho čtverečku sítě měří 2 cm. ([13], upraveno)

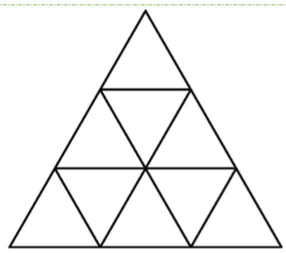


(A) 24 cm^2 (B) 36 cm^2 (C) 48 cm^2 (D) 64 cm^2 (E) 72 cm^2

4. Jeden král neměl žádného syna, ale manželka mu porodila několik dcer. Všechny byly blondýnky, až na tři. Všechny dcery byly hnědovlásky, až na tři. Všechny dcery byly černovlásky, až na tři. Všechny dcery byly zlatovlásky, až na tři. Kolik přesně měl král dcer? ([17], upraveno)

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

5. Vypočítej obvod celého ornamentu, pokud víš, že jedna strana malého rovnostranného trojúhelníka je 7 cm.



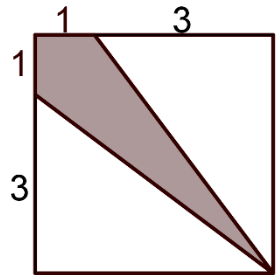
(A) 21 cm (B) 126 cm (C) 94 cm (D) 63 cm (E) 42 cm

6. Píše se rok 2016 a Anička slaví narozeniny, její maminka i babička už narozeniny tento rok měly a při zkoumání věku maminky a babičky došla k zajímavému zjištění. Zjistila, že poslední dvojčíslí z roku narození babičky (19__) se shoduje s věkem maminky (__) a i naopak, poslední dvojčíslí z roku narození maminky (19__) se shoduje s věkem babičky (__). Vypočítej dvojici těchto dvojčíslí, pokud víš, že babička je o 26 let starší než Aniččina maminka.

(A) 40, 66 (B) 45, 71 (C) 50, 73 (D) 28, 60 (E) 50, 76

4.1.3 PRACOVNÍ LIST č. 3

1. Jaká část čtverce je vybarvená?



(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{2}{3}$

2. V řadě pěti domů bydlí rodina Žlutých vedle rodiny Modrých, ale ne vedle rodiny Černých a Zelených. Černí bydlí na kraji řady a nesousedí s Bílými. Jestliže vedle rodiny Bílých nebydlí Zelení, kdo potom sousedí s rodinou Černých?

(A) Modří (B) Bílí (C) Zelení (D) Žlutí (E) nelze určit

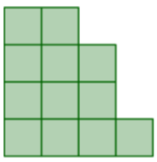
3. Martin stavěl stavbu z krychliček. Na obrázku u zadání vidíš tuto stavbu při pohledu shora. Číslo uvnitř krychličky zobrazuje počet krychliček umístěných na sebe. Podíváš-li se na stavbu zepředu, který z profilů uvidíš?

vzadu

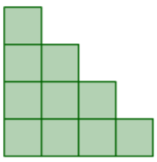
3	4	3	1
4	3	1	1
1	2	2	1
2	1	1	1

vpředu

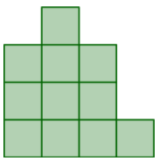
(A)



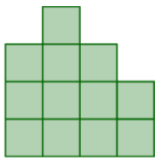
(B)



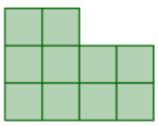
(C)



(D)



(E)



4. V šifrovaném výpočtu představují písmena *A*, *B*, *C*, *D* čtyři různé číslice. Urči hodnotu písmene *B*. ([14], upraveno)

$$\begin{array}{rcccc} & A & B & C & D \\ + & & B & C & D \\ + & & & C & D \\ + & & & & D \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

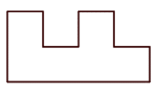
5. Na přímce leží 4 body. Vzdálenosti mezi každou možnou dvojicí z těchto bodů je 2, 4, 6, *k*, 12, 14. (Vzdálenosti jsou seřazeny podle velikosti.) Urči hodnotu *k*.

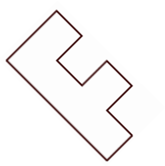
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

6. Na tabuli byla napsána tři jednociferná čísla. Marek čísla sečetl a dostal číslo 15. Potom jedno z čísel smazal a na jeho místo napsal číslo 5. Následně Renata tři čísla vynásobila a dospěla k číslu 75. Které číslo Marek smazal?

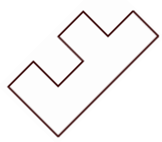
(A) jedině 5 (B) jedině 6 (C) jedině 7 (D) buď 4, nebo 5 (E) buď 6, nebo 7

7. Najdi obrázek, který není otočením vzorového obrázku.

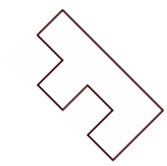




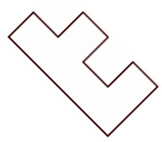
(A)



(B)



(C)



(D)

(E)

4.2 PRACOVNÍ LISTY – kategorie KADET

Ročník: osmý a devátý ZŠ (tercie a kvarta osmiletého gymnázia)

Cíl aktivity: Žáci se pomocí pracovního listu připravují na soutěž Matematický klokan. Žáci rozvíjí své matematické znalosti a své logické myšlení na nestandardních aplikačních úlohách.

Předpokládané znalosti: kurikulum 1. – 8. ročníku základní školy

Klíčové kompetence:

- **Kompetence k učení**
    - žák procvičuje naučené početní operace, poznává nové souvislosti v matematice, používá matematické symboliky a pracuje s komplexnějším pohledem na dané matematické jevy
    - žák experimentuje s různými možnostmi řešení, kriticky posuzuje své myšlenky a hledá optimální řešení, získané výsledky porovnává a vyvozuje z nich závěry
- **Kompetence k řešení problému**
    - žák pečlivě promýšlí různé možnosti řešení, hledá možná řešení problému a ověřuje správnost svých výsledků
    - žák využívá dříve získané vědomosti a dovednosti k objevování různých variant řešení, nenechá se odradit případným nezdarem a vytrvale hledá správné řešení
- **Kompetence komunikativní**
    - žák formuluje a vyjadřuje své myšlenky v logickém sledu, vyjadřuje se výstižně, souvisle a matematicky správně
- **Kompetence sociální a personální**
    - žák pracuje samostatně, o výsledcích diskutuje se spolužáky, chápe potřebu spolupráce při řešení daného problému, oceňuje zkušenosti druhých lidí

Potřebný materiál: pracovní list, tužka

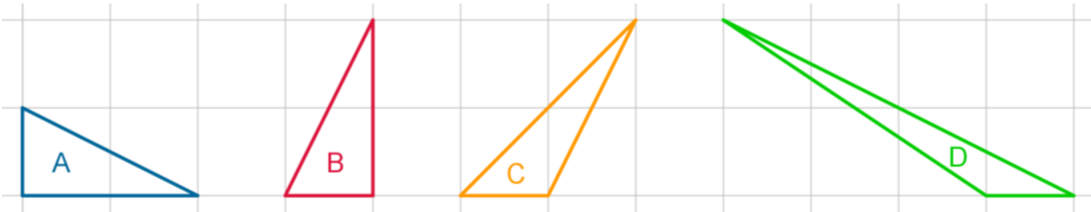
Metodický komentář: Žáci se pomocí pracovního listu seznámí s úlohami, které jsou zaměřeny matematicky a logicky jako je tomu v Matematickém klokanovi. Připraví se na úlohy zadávané v matematických soutěžích, rozvíjí strategie k řešení problémů a procvičují již dříve známé matematické poznatky. Pracovní list rozvíjí samostatnost a schopnost diskutovat o výsledcích práce.

4.2.1 PRACOVNÍ LIST č. 1

1. Které číslo nepatří do řady mezi ostatní?

(A) 13 (B) 28 (C) 29 (D) 37 (E) 41

2. Urči, který ze zobrazených trojúhelníků má největší obsah.

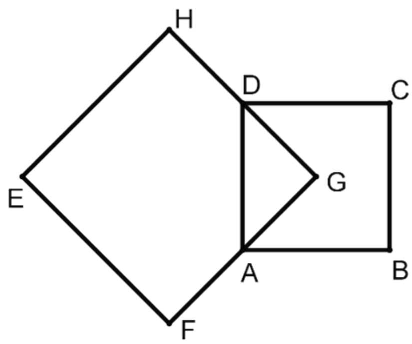


(A) *A* (B) *B* (C) *C* (D) *D* (E) všechny mají stejný obsah

3. Jestliže před 4 dny byl den předcházející pondělí, který den bude pozítří?

(A) čtvrtek (B) pátek (C) sobota (D) neděle (E) pondělí

4. Urči obsah čtverce $ABCD$, je-li $|EF| = 10$ cm, $|HD| = |DG|$ a bod G je střed čtverce $ABCD$. ([13], upraveno)

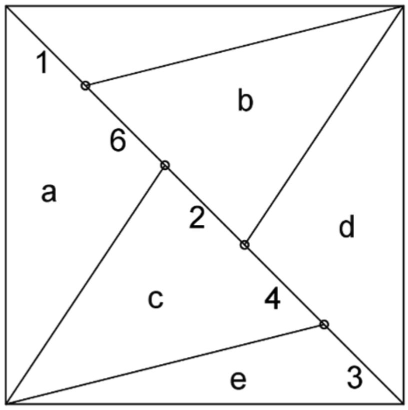


(A) 25 cm^2 (B) 37 cm^2 (C) 45 cm^2 (D) 50 cm^2 (E) 72 cm^2

5. Alenka má v šuplíku rozházené páry bílých, modrých a žlutých ponožek. Kolik ponožek musí vytáhnout, aby měla jistotu stejnobarevného páru?

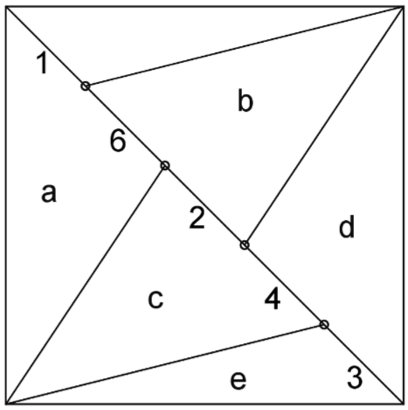
(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

6. Na obrázku vidíme čtverec rozdělený na šest dílů (*a*–*e*), úhlopříčka čtverce je rozdělena na pět různě dlouhých částí. Který z trojúhelníků má největší obsah?



(A) *a* (B) *b* (C) *c* (D) *d* (E) *e*

7. Vrátíme-li se zpět ke čtverci z předchozího příkladu, vypočítejte obsah celého čtverce. (Délka dílu úhlopříčky je v centimetrech.)



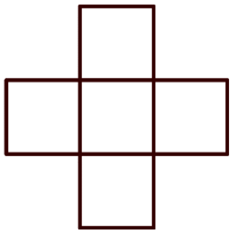
(A) 104 cm^2 (B) 116 cm^2 (C) 128 cm^2 (D) 140 cm^2 (E) 152 cm^2

4.2.2 PRACOVNÍ LIST č. 2

1. Ema dostala tři karty s čísly. Součty libovolných dvou karet jsou rovny číslům 41, 52 a 67. Jaké největší číslo je na kartách?

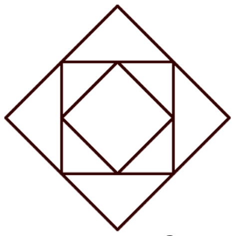
(A) 13 (B) 21 (C) 28 (D) 33 (E) 39

2. Kolik os souměrnosti lze proložit ornamentem na obrázku?



(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 7

3. Patrik si nakreslil ornament, který vidíš na obrázku – čtverec vepsaný do čtverce. Vepsaný čtverec má vrcholy ve středech stran většího čtverce. Obsah největšího čtverce je 20 cm^2. Urči obsah nejmenšího čtverce.



(A) 1 cm^2 (B) 2 cm^2 (C) 4 cm^2 (D) 5 cm^2 (E) 10 cm^2

4. Pěticiferné číslo 17X4Y je dělitelné 4, 5 a 9. Vypočítej součet cifer X a Y.

(A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 7 (E) 6

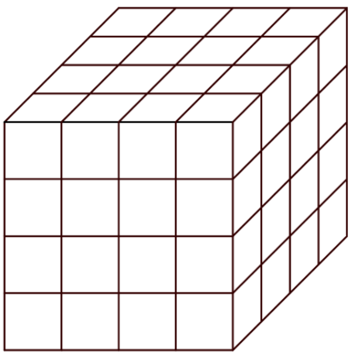
5. Babička má čtyři vnučky. Při letošní oslavě svých narozenin zjistila, že je šestkrát starší než Anežka, pětkrát starší než Barunka, čtyřikrát starší než Markétka a třikrát starší než Pavlínka. Tato situace může nastat jen jednou za život. Kolik je babičce let? ([14], upraveno)

(A) 50 (B) 60 (C) 70 (D) 80 (E) 90

6. Ve školní šatně je 68 rukavic a 23 čepic. Zjisti, kolik žáků přišlo do školy bez čepice, pokud všichni žáci přišli s oběma rukavicemi. ([15], upraveno)

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

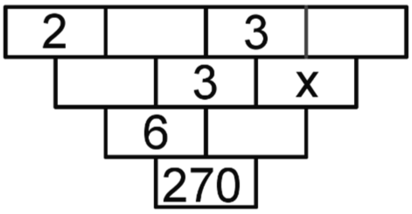
7. Katka složila z malých krychliček o hraně 1 cm velkou krychli s hranou dlouhou 4 cm. Každou stěnu této vzniklé krychle nabarvila jinou barvou. Kdyby tuto krychli zase rozložila na malé krychličky, kolik krychliček bude mít obarvené stěny právě dvěma barvami?



(A) 8 (B) 12 (C) 24 (D) 30 (E) 36

4.2.3 *PRACOVNÍ LIST č. 3*

1. Doplň pyramidu a zjisti, které číslo lze doplnit za *x*. Použij pouze jednu operaci.



(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 21

2. Kamil vpisuje všechna čísla od 1 do 9 do políček tabulky o velikosti 3 x 3 tak, že každé políčko obsahuje jedno číslo. Do políček již vepsal 1, 2, 3 a 4 tak, jak ukazuje obrázek. Dvě čísla jsou považována za „sousedy“, jestliže jejich políčka mají společnou stranu. Poté co Kamil vepsal do tabulky všechna čísla, všiml si, že součet čísel sousedících s číslem 8 je 15. Vypočítej součet „sousedů“ čísla 9.

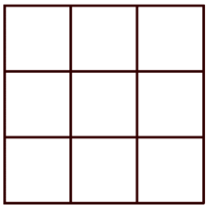
1		3
4		2

(A) 20 (B) 22 (C) 24 (D) 26 (E) 28

3. Sejdou se tři muži v hospodě a povídají si. Najednou se jeden z nich zarazí a říká: „To je zvláštní, každý z nás se jmenuje jinak a zároveň každé z našich jmen je povoláním jednoho z nás!“ Na to mu druhý kamarád odpovídá: „A ještě zajímavější je, že ani jeden z nás nemá stejné jméno jako povolání!“ Na to se ozve ten, který je pekařem v nedaleké pekárně: „No vidíte, to máte pravdu, pane Zedníku.“ Jaké povolání vykonává pan Kuchař? ([25], upraveno)

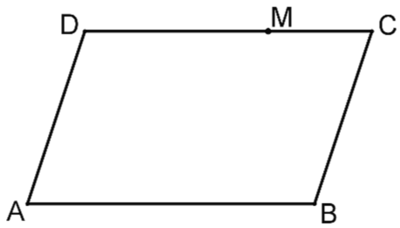
(A) zedník (B) kuchař (C) elektrikář (D) pekař (E) nejde určit

4. Kolik čtverců je na obrázku?



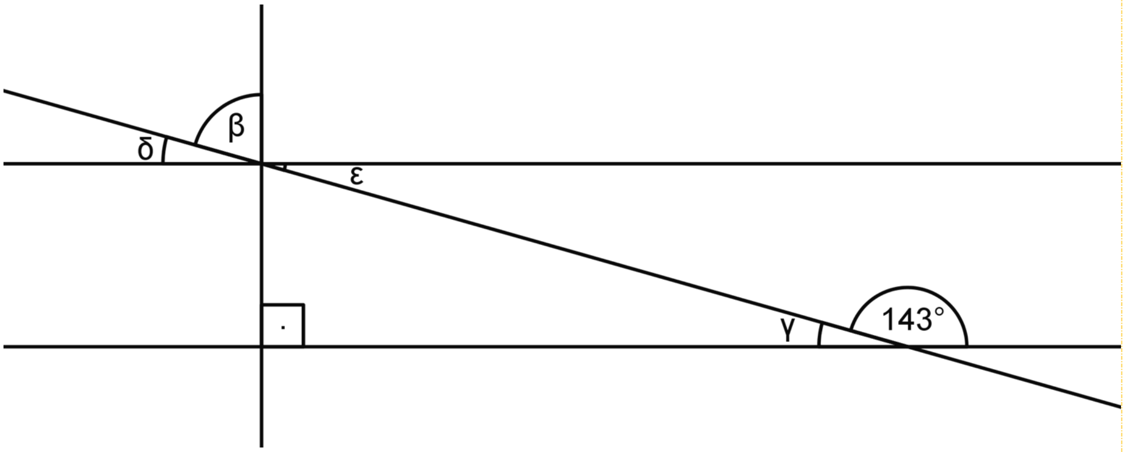
(A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) 14

5. Pepa si nakreslil rovnoběžník *ABCD* a bod *M*, který je uvnitř strany *CD*. Obsah trojúhelníka *AMD* je roven 7 cm^2, obsah trojúhelníka *ABM* je 10 cm^2. Dopočítej obsah trojúhelníku *BCM* na základě toho, co víš.



(A) 1 cm^2 (B) 3 cm^2 (C) 5 cm^2 (D) 7 cm^2 (E) 9 cm^2

6. Dopočítej velikosti úhlů na obrázku. Urči hodnotu úhlu β.



(A) 37° (B) 53° (C) 71° (D) 87° (E) 113°

4.3 Řešení pracovních listů

V následujících podkapitolách bude vyznačená správná odpověď z možných nabízených odpovědí, pro případ obtíží s řešením je zde naznačený postup řešení. Při řešení jsou zohledněny i problémy, které se vyskytly u dětí, na kterých byly příklady z pracovních listů testovány.

4.3.1 Benjamín – pracovní list č. 1

1. Součet věku maminky, tatínka a Marka je 67 let. Kolik let jim bude dohromady za dva roky?

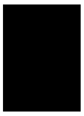
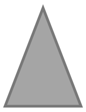
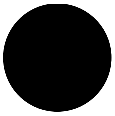
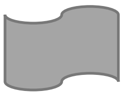
(A) 69 (B) 71 (C) 73 (D) 75 (E) 77

<u>*Řešení:*</u>

Věk jednotlivců není důležitý. Každý člověk za dva roky zestárne o 2 roky. Tři osoby tak zestárnou o 6 let. 67 + 6 = 73 let.

Odpověď (C).

2. Který z útvarů má nejvíc os souměrnosti?

(A) 
(B) 
(C) 
(D) 
(E) 

<u>*Řešení:*</u>

Největší počet os souměrnosti je možné proložit kruhem, neboť jich má nekonečně mnoho a všechny tyto osy souměrnosti procházejí středem kruhu.

Odpověď (C).

3. Vašek si vypsal celkem pět zlomků, $\frac{19}{21}, \frac{21}{19}, \frac{23}{21}, \frac{21}{23}, \frac{19}{17}$. Pomůžeš mu zjistit, který z nich má největší hodnotu?

(A) $\frac{19}{21}$ (B) $\frac{21}{19}$ (C) $\frac{23}{21}$ (D) $\frac{21}{23}$ (E) $\frac{19}{17}$

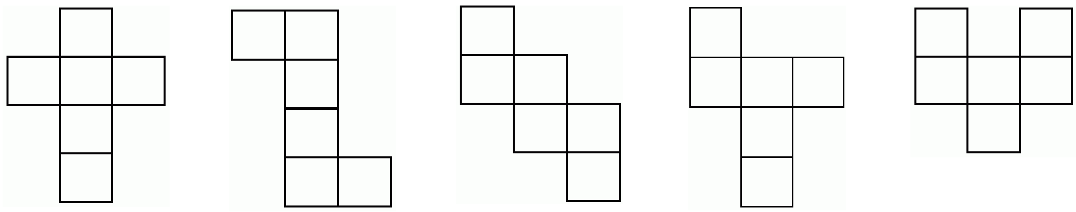
Řešení:

Největší hodnotu má zlomek $\frac{19}{17} = 1\frac{2}{17}$. Sedmnáctiny mají při rozdělení největší díly.

Odpověď (E).

4. Která ze sítí ***není*** sítí krychle?

(A) (B) (C) (D) (E)



Řešení:

Při složení modelu (E) dojde k překrytí dvou stran. Tím nám bude chybět jedna ze stran.

Odpověď (E).

5. Maruška rozkrájela dort o hmotnosti 1000 g na pět částí. Největší kus měl stejnou hmotnost jako zbylé čtyři díly dohromady. Uvažujeme-li stejnou hmotnost všech čtyř menších dílů, kolik vážil jeden z nich?

(A) 75 g (B) 100 g (C) 125 g (D) 150 g (E) 175 g

Řešení:

Největší kus měl stejnou hmotnost jako čtyři zbylé díly dohromady. Největší díl má tedy polovinu celé hmotnosti, tedy 500 g. Zbylé části mají dohromady také 500 g, a když tento zbytek rozdělíme na čtyři stejné díly, dostaneme 125 g.

Odpověď (C).

6. Lucie má 1 m stuhy, na jeden dárek potřebuje 15 cm stuhy a na ozdobu dalších 1 dm. Kolik dárků maximálně může Lucka zabalit?

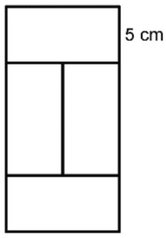
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Řešení:

Nejprve si musíme všechny jednotky převést na jednu úroveň. Zvolíme například centimetry: 1 m = 100 cm, 1 dm = 10 cm. Na jeden dárek potřebujeme 15 + 10 = 25 cm. Na jeden dárek potřebujeme 25 cm stuhy, ze 100 cm zabalíme 4 dárky.

Odpověď (D).

7. Útvar, který vidíš na obrázku, je složen ze shodných obdélníčků. Zjisti, jaký je obsah celého útvaru?



(A) 50 cm^2 (B) 75 cm^2 (C) 100 cm^2 (D) 150 cm^2 (E) 200 cm^2

Řešení:

Celý útvar je složen ze čtyř obdélníčků, jejichž kratší strana má 5 cm a delší strana má délku dvou kratších stran, tedy $2 \cdot 5 = 10$ cm. Obsah obdélníčku je podle vzorce $S = a \cdot b = 5 \cdot 10 = 50 \text{ cm}^2$. A jak bylo už řečeno, obdélníčky jsou čtyři, obsah celého útvaru je $4 \cdot 50 = 200 \text{ cm}^2$.

Odpověď (E).

4.3.2 Benjamín – pracovní list č. 2

1. Na počítadle kilometrů v autě se objevilo velmi zajímavé souměrné číslo: 24942. Za hodinu jízdy se objevilo další v pořadí následující symetrické číslo. Jakou rychlostí auto jelo? ([14], upraveno)

(A) 100 km/h (B) 110 km/h (C) 125 km/h (D) 140 km/h (E) 150 km/h

Řešení:

Další následující souměrné číslo na tachometru je 25052 a rozdíl mezi těmito dvěma čísly je 110. V zadání je, že další souměrné číslo se objeví po jedné hodině, tedy za hodinu auto ujelo 110 km. Stejná je potom i rychlost jízdy, 110 km/h.

Odpověď (B).

2. Petra si hrála s žetony. Nejdříve je rozdělila na hromádky po třech a zbyly jí dva. Poté rozdělila žetony na hromádky po čtyřech a zbyl jí jeden. Když žetony rozdělila na hromádky po pěti, nezůstal jí žádný. Kolik žetonů Petra měla? Vyber nejmenší možné množství.

(A) 5 (B) 17 (C) 25 (D) 37 (E) 50

Řešení:

Jelikož po rozdělení na hromádky po pěti nezůstane žádný volný žeton, hledáme počet dělitelný pěti. Zároveň číslo se zbytkem jedna po dělení čtyřmi a se zbytkem dva po dělení třemi.

děl. 3, zb. 2: **5**, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, 50, …

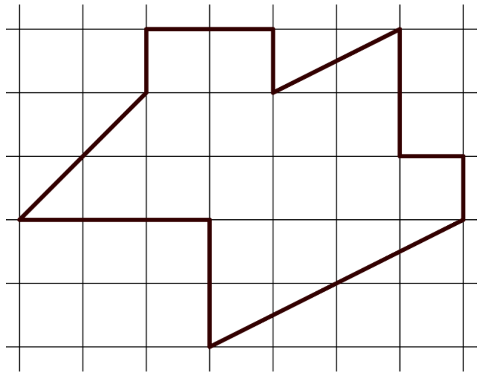
děl. 4, zb. 1: **5**, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, …

děl. 5, zb. 0: **5**, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, …

Vypíšeme-li si řady čísel splňující tyto vlastnosti, zjistíme, že první takové je číslo 5. Hledané číslo je tedy 5.

Odpověď (A).

3. Vypočítej obsah silně orámovaného útvaru. Strana jednoho čtverečku sítě měří 2 cm. ([13], upraveno)



(A) 24 cm^2 (B) 36 cm^2 (C) 48 cm^2 (D) 64 cm^2 (E) 72 cm^2

Řešení:

Útvar má celkem 14 celých čtverečků a 8 čtverečků, které jsou pouze částečné. Pokud si tyto čtverečky spojíme, dostaneme 4 celé čtverečky. U všech rozdělených čtverečků můžeme také obsah vzniklých trojúhelníků vypočítat jako polovinu kvádru či krychle. Dohromady se tedy útvar skládá z 18 čtverečků. Jeden čtvereček má obsah roven 4 cm^2, celý útvar tak má $18 \cdot 4 = 72\ \mathrm{cm}^2$.

Odpověď (E).

4. Jeden král neměl žádného syna, ale manželka mu porodila několik dcer. Všechny byly blondýnky, až na tři. Všechny dcery byly hnědovlásky, až na tři. Všechny dcery byly černovlásky, až na tři. Všechny dcery byly zlatovlásky, až na tři. Kolik přesně měl král dcer? ([17], upraveno)

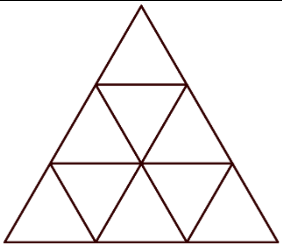
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Řešení:

Král má dcery blondýnky a další tři dcery jiných barev vlasů (hnědovláska, černovláska a zlatovláska), zároveň má také dcery hnědovlásky a další tři dcery jiných barev vlasů (blondýnka, černovláska a zlatovláska), dále má dcery černovlásky a další tři dcery jiné barvy vlasů (blondýnka, hnědovláska a zlatovláska), a nakonec dcery zlatovlásky a další tři dcery jiných barev vlasů (blondýnka, černovláska a hnědovláska). Celkově to znamená, že každá dcera má jinou barvu vlasů a dcery jsou čtyři.

Odpověď (A).

5. Vypočítej obvod celého ornamentu, pokud víš, že jedna strana malého rovnostranného trojúhelníka je 7 cm.



(A) 21 cm (B) 126 cm (C) 94 cm (D) 63 cm (E) 42 cm

Řešení:

Každá strana velkého rovnostranného trojúhelníka (celého ornamentu) je dlouhá jako 3 strany malého rovnostranného trojúhelníka. Jedna strana ornamentu je dlouhá 7 + 7 + 7 = 21 cm. Obvod trojúhelníku se skládá ze tří stran, proto $3 \cdot 21 = 63$ cm.

Odpověď (D).

6. Píše se rok 2016 a Anička slaví narozeniny, její maminka i babička už narozeniny tento rok měly a při zkoumání věku maminky a babičky došla k zajímavému zjištění. Zjistila, že poslední dvojčíslí z roku narození babičky (19__) se shoduje s věkem maminky (__) a i naopak, poslední dvojčíslí z roku narození maminky (19__) se shoduje s věkem babičky (__). Vypočítej dvojici těchto dvojčíslí, pokud víš, že babička je o 26 let starší než Aniččina maminka.

(A) 40, 66 (B) 45, 71 (C) 50, 73 (D) 28, 60 (E) 50, 76

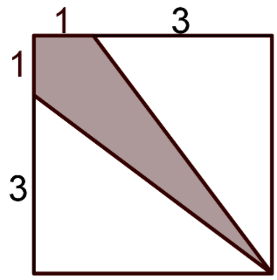
Řešení:

Jak je naznačeno v zadání, maminka i babička se narodily ve 20. století a jejich rok narození tak začíná 19__. Rozdíl mezi rokem 2016 a 1900 je roven 116. Rok 1900 vybereme, neboť hledáme poslední dvojčíslí a 00 + hledaný rok (věk) je roven roku narození. Součet posledního dvojčíslí v roce narození a věku musí být roven 116, a to jak u maminky, tak u babičky. Také víme, že rozdíl mezi těmito dvěma čísly je 26.

Vezmeme-li si nabízené možnosti, dojdeme k tomu, že jediná dvojice čísel, jejíž součet je roven 116, je 45 a 71.

Odpověď (B).

4.3.3 Benjamín – pracovní list č. 3

1. Jaká část čtverce je vybarvená?  (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{2}{3}$

Řešení:

Začneme obsahem celého čtverce $S = a \cdot a = 4 \cdot 4 = 16\ \text{cm}^2$. Obsah bílých trojúhelníků je roven $S = 2 \cdot S_{\Delta} = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{2} = 2 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = 4 \cdot 3 = 12\ \text{cm}^2$. Znamená to, že šedá část má obsah 4 cm^2. Jinými slovy, 4 cm^2 z celkových 16 cm^2 značí $\frac{1}{4}$ celku.

Odpověď (C).

2. V řadě pěti domů bydlí rodina Žlutých vedle rodiny Modrých, ale ne vedle rodiny Černých a Zelených. Černí bydlí na kraji řady a nesousedí s Bílými. Jestliže vedle rodiny Bílých nebydlí Zelení, kdo potom sousedí s rodinou Černých? (A) Modří (B) Bílí (C) Zelení (D) Žlutí (E) nelze určit

Řešení:

Určitě víme, že Žlutí sousedí s Modrými a černí bydlí na kraji řady. Také víme, že Černí nesousedí se Žlutými a Bílými. Vedle Černých tak musí bydlet Modří nebo Zelení. Pokud půjdeme po první možnosti, s Modrými sousedí Žlutí, se Žlutými nesousedí Zelení, proto s nimi musí sousedit Bílí a ti sousedí se Zelenými, to je však v rozporu s podmínkami. Vezmeme-li druhou možnost, s Černými sousedí Zelení, ti bydlí vedle Modrých. Modří vedle Žlutých a Žlutí vedle Bílých.

Černí	~~Modří~~ Zelení	~~Žlutí~~ Modří	~~Bílí~~ Žlutí	~~Zelení~~ Bílí

Odpověď (C).

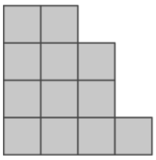
3. Martin stavěl stavbu z krychliček. Na obrázku u zadání vidíš tuto stavbu při pohledu shora. Číslo uvnitř krychličky zobrazuje počet krychliček umístěných na sebe. Podíváš-li se na stavbu zepředu, který z profilů uvidíš?

Vzadu

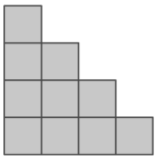
3	4	3	1
4	3	1	1
1	2	2	1
2	1	1	1

Vpředu

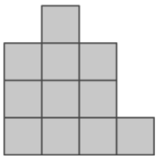
(A)



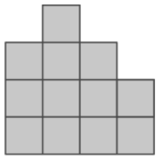
(B)



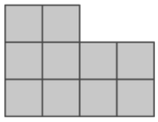
(C)



(D)



(E)



Řešení:

Zpředu vidíme zleva 4, 4, 3 a 1 kostičku na sobě. Tento profil je na obrázku (A).

Odpověď (A).

4. V šifrovaném výpočtu představují písmena *A*, *B*, *C*, *D* čtyři různé číslice. Urči hodnotu písmene *B*. ([14], upraveno)

$$\begin{array}{ccccc} & A & B & C & D \\ + & & B & C & D \\ + & & & C & D \\ + & & & & D \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Řešení:

Jako první budeme hledat číslo, které když sečteme čtyřikrát, dostaneme číslo s cifrou 2 na místě jednotek. Vezmeme to nejmenší možné číslo: $4D = 12 \rightarrow D = 3$. Dál hledáme číslo, které když sečteme třikrát a přičteme k němu 1, dostaneme opět číslo s dvojkou na místě jednotek. Opět vezmeme nejnižší možné číslo: $3C + 1 = 22 \rightarrow 3C = 21 \rightarrow C = 7$. Na konec hledáme číslo, které sečteme-li dvakrát a přičteme číslo 2, dostaneme opět číslo s dvojkou na místě jednotek. Tedy: $2B + 2 = 2 \rightarrow 2B = 0 \rightarrow B = 0$, to je však v rozporu s nabízenými možnostmi. Vezmeme-li $2B + 2 = 12 \rightarrow 2B = 10 \rightarrow B = 5$.

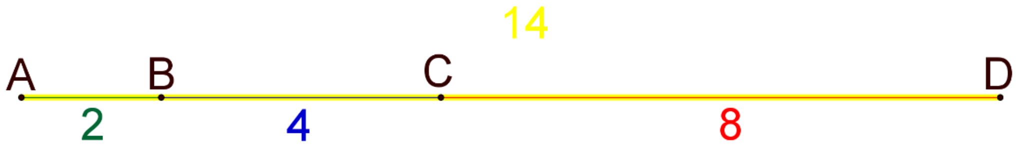
Odpověď (E).

5. Na přímce leží 4 body. Vzdálenosti mezi každou možnou dvojicí z těchto bodů je 2, 4, 6, k, 12, 14. (Vzdálenosti jsou seřazeny podle velikosti.) Urči hodnotu k.

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

Řešení:

Vzdálenost mezi nejvzdálenějšími body je 14. Nejmenší vzdálenost mezi dvěma body je 2 a 4, je to tedy vzdálenost sousedících bodů *AB* a *BC*. Vzdálenost 6 pak musí být vzdálenost mezi body *AC*. Vzdálenost 12 pak musí být mezi body *BD*. Zbývající vzdálenost mezi body *CD* pak musí být rovna 8.



Odpověď (B).

6. Na tabuli byla napsána tři jednociferná čísla. Marek čísla sečetl a dostal číslo 15. Potom jedno z čísel smazal a na jeho místo napsal číslo 5. Následně Renata tři čísla vynásobila a dospěla k číslu 75. Které číslo Marek smazal?

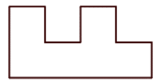
(A) jedině 5 (B) jedině 6 (C) jedině 7 (D) buď 4, nebo 5 (E) buď 6, nebo 7

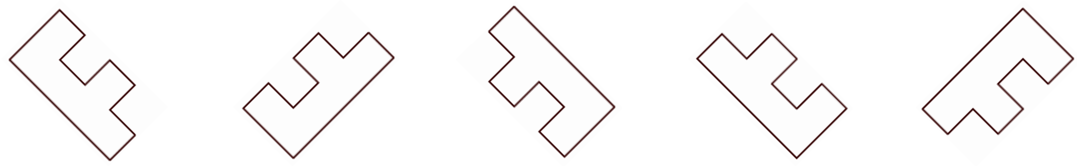
Řešení:

Výsledné číslo 75 vydělíme novým číslem 5, dostaneme číslo 15. Číslo 15 vznikne vynásobením dvou čísel 1 a 15 nebo 3 a 5. První možnost vyřadíme, neboť součet 1 + 15 = 16, což je více než 15. Tento příklad vypočítáme tedy pomocí druhé možnosti. 3 + 5 = 8 a do součtu 15 nám chybí sedm, tedy původní, Markem vyměněné číslo.

Odpověď (C).

7. Najdi obrázek, který není otočením vzorového obrázku.





(A) (B) (C) (D) (E)

Řešení:

Otočíme-li všechny možnosti do stejné polohy, zjistíme, že obrázek (D) při otáčení nikdy nebude ve stejné poloze jako ostatní. Jde o osově souměrný objekt.

Odpověď (D).

4.3.4 Kadet – pracovní list č. 1

1. Které číslo nepatří do řady mezi ostatní?

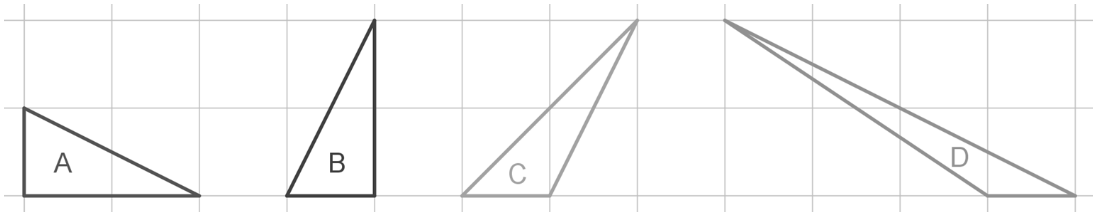
(A) 13 (B) 28 (C) 29 (D) 37 (E) 41

Řešení:

Číslo, které do řady nepatří, je 28. První důvod je sudost čísla mezi lichými čísly, druhý důvod je přítomnost složeného čísla mezi prvočísly.

Odpověď (B).

2. Urči, který ze zobrazených trojúhelníků má největší obsah.



(A) *A* (B) *B* (C) *C* (D) *D* (E) všechny mají stejný obsah

Řešení:

Tento příklad upozorňuje na vztah obsahu trojúhelníku a jeho rozměrů $S = \frac{a \cdot v_a}{2}$. Jelikož základna a výška u všech trojúhelníků je stejná, všechny trojúhelníky mají stejný obsah.

Odpověď (E).

3. Jestliže před 4 dny byl den předcházející pondělí, který den bude pozítří?

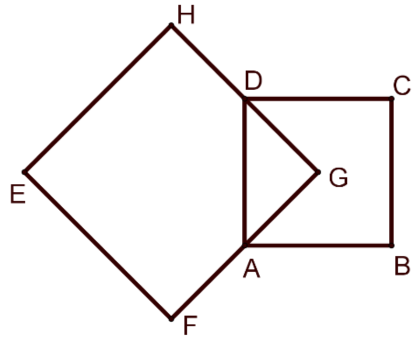
(A) čtvrtek (B) pátek (C) sobota (D) neděle (E) pondělí

Řešení:

Tučně je označen dnešní den, před čtyřmi dny byla neděle (předchází pondělí) a za dva dny (pozítří) bude sobota.

neděle	pondělí	úterý	středa	**čtvrtek**	pátek	sobota

Odpověď (C).

4. Urči obsah čtverce $ABCD$, je-li $\lvert EF \rvert = 10$ cm, $\lvert HD \rvert = \lvert DG \rvert$ a bod G je střed čtverce $ABCD$. ([13], upraveno)  (A) 25 cm^2 (B) 37 cm^2 (C) 45 cm^2 (D) 50 cm^2 (E) 72 cm^2

Řešení:

Trojúhelník *AGD* je osminou čtverce *EFGH* a čtvrtinou čtverce *ABCD*. Obsah čtverce *EFGH* je 100 cm^2, rozdělíme tento obsah na osm dílů a pak vynásobíme čtyřmi, dostaneme polovinu obsahu čtverce *EFGH*, tedy 50 cm^2.

Odpověď (D).

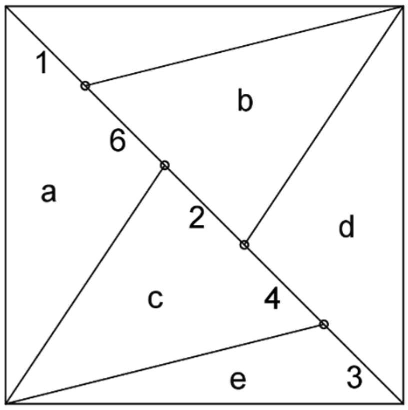
5. Alenka má v šuplíku rozházené páry bílých, modrých a žlutých ponožek. Kolik ponožek musí vytáhnout, aby měla jistotu stejnobarevného páru? (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

Řešení:

V šuplíku jsou tři barvy ponožek, vytáhne-li Alenka čtyři ponožky, bude mít jistotu, že má alespoň jeden stejnobarevný pár. Tři ponožky mohou být barevně různé, ale čtvrtá se již musí barvou opakovat.

Odpověď (D).

6. Na obrázku vidíme čtverec rozdělený na šest dílů (*a*–*e*), úhlopříčka čtverce je rozdělena na pět různě dlouhých částí. Který z trojúhelníků má největší obsah?



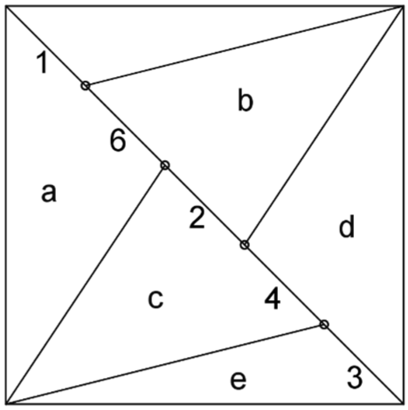
(A) *a* (B) *b* (C) *c* (D) *d* (E) *e*

Řešení:

Další příklad, který staví na tom, že trojúhelníky se základnou na jedné přímce a třetím vrcholem v jednom bodě mají stejnou výšku, a jejich obsah závisí na délce základny. Z trojúhelníků na obrázku má nejdelší základnu trojúhelník *b*, tento trojúhelník má také největší obsah.

Odpověď (B).

7. Vrátíme-li se zpět ke čtverci z předchozího příkladu, vypočítejte obsah celého čtverce. (Délka dílu úhlopříčky je v centimetrech.)



(A) 104 cm^2 (B) 116 cm^2 (C) 128 cm^2 (D) 140 cm^2 (E) 152 cm^2

Řešení:

Polovina čtverce, trojúhelník, má obsah $S = \frac{16 \cdot 8}{2} = 64\ \text{cm}^2$. Trojúhelníky jsou dva, proto $S = 2 \cdot 64 = 128\ \text{cm}^2$.

Odpověď (C).

4.3.5 Kadet – pracovní list č. 2

1. Ema dostala tři karty s čísly. Součty libovolných dvou karet jsou rovny číslům 41, 52 a 67. Jaké největší číslo je na kartách?

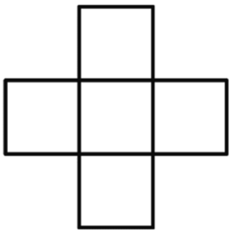
(A) 13 (B) 21 (C) 28 (D) 33 (E) 39

Řešení:

Tento příklad je samozřejmě možné spočítat pomocí soustav rovnic, jinou možností je zohlednit nabízené možnosti. I když sečteme 33 + 33 = 66, což je méně než 67. Jedinou možnou odpovědí je tedy 39.

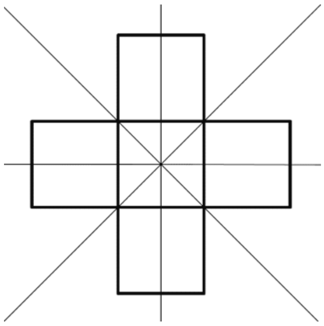
Odpověď (E).

2. Kolik os souměrnosti lze proložit ornamentem na obrázku?



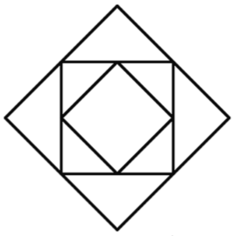
(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 7

Řešení:



Odpověď (C).

3. Patrik si nakreslil ornament, který vidíš na obrázku – čtverec vepsaný do čtverce. Vepsaný čtverec má vrcholy ve středech stran většího čtverce. Obsah největšího čtverce je 20 cm^2. Urči obsah nejmenšího čtverce.



(A) 1 cm^2 (B) 2 cm^2 (C) 4 cm^2 (D) 5 cm^2 (E) 10 cm^2

Řešení:

Čtverec vepsaný do většího čtverce, s vrcholy ve středech stran většího čtverce, má poloviční obsah než větší čtverec. Nejmenší čtverec tak má polovinu poloviny obsahu největšího čtverce. Nejmenší čtverec bude mít tak čtvrtinový obsah oproti největšímu, tedy 5 cm^2.

Odpověď (D).

4. Pěticiferné číslo 17X4Y je dělitelné 4, 5 a 9. Vypočítej součet cifer X a Y.				
(A) 10	(B) 9	(C) 8	(D) 7	(E) 6

Řešení:

Číslo je dělitelné pěti a čtyřmi, když poslední dvojčíslí je 40. Doplníme ještě dělitelnost 9: $1 + 7 + x + 4 + 0 = x + 12$. Nejbližší násobek devíti je číslo 18. Číslo x je tedy 6. Součet 6 a 0 je 6.

Odpověď (E).

5. Babička má čtyři vnučky. Při letošní oslavě svých narozenin zjistila, že je šestkrát starší než Anežka, pětkrát starší než Barunka, čtyřikrát starší než Markétka a třikrát starší než Pavlínka. Tato situace může nastat jen jednou za život. Kolik je babičce let? ([14], upraveno)				
(A) 50	(B) 60	(C) 70	(D) 80	(E) 90

Řešení:

Vypočítáme-li nejmenší společný násobek, dostaneme věk babičky.

Anežka: $6 = 2 \cdot 3$

Barunka: $5 = 5$

Markétka: $4 = 2 \cdot 2$

Pavlínka: $3 = 3$

$n(3, 4, 5, 6) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Odpověď (B).

6. Ve školní šatně je 68 rukavic a 23 čepic. Zjisti, kolik žáků přišlo do školy bez čepice, pokud všichni žáci přišli s oběma rukavicemi. ([15], upraveno)

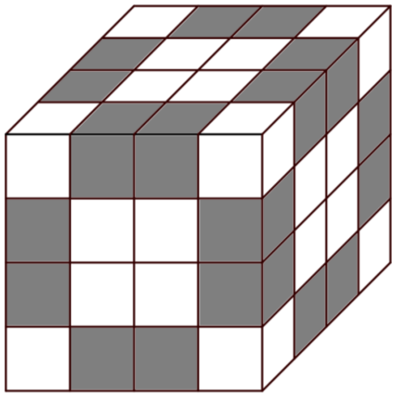
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

<u>Řešení:</u>

Počet 68 rukavic značí 34 dětí, odečteme-li 23 dětí s čepicí, zbyde nám 11 žáků, kteří přišli do školy bez čepice.

Odpověď (D).

7. Katka složila z malých krychliček o hraně 1 cm velkou krychli s hranou dlouhou 4 cm. Každou stěnu této vzniklé krychle nabarvila jinou barvou. Kdyby tuto krychli zase rozložila na malé krychličky, kolik krychliček bude mít obarvené stěny právě dvěma barvami?



(A) 8 (B) 12 (C) 24 (D) 30 (E) 36

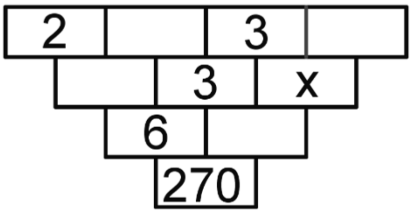
<u>Řešení:</u>

Ve spodní řadě je 8 krychliček, které splňují podmínky ze zadání, v druhé a třetí řadě krychliček je takových krychliček dohromady také 8. V horní řadě krychliček je stejně jako ve spodní řadě též 8 krychliček obarvených dvěma barvami. Dohromady tedy 8 + 8 + 8 = 24 krychliček.

Odpověď (C).

4.3.6 Kadet – pracovní list č. 3

1. Doplň pyramidu a zjisti, které číslo lze doplnit za *x*. Použij pouze jednu operaci.



(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 21

Řešení:

Operace, která je použita v pyramidě, je násobení. Pro výpočet čísla x musíme čísla dělit. Tedy $270 : 6 = 45$ a $45 : 3 = 15$.

Odpověď (C).

2. Kamil vpisuje všechna čísla od 1 do 9 do políček tabulky o velikosti 3 x 3 tak, že každé políčko obsahuje jedno číslo. Do políček již vepsal 1, 2, 3 a 4 tak, jak ukazuje obrázek. Dvě čísla jsou považována za „sousedy“, jestliže jejich políčka mají společnou stranu. Poté co Kamil vepsal do tabulky všechna čísla, všiml si, že součet čísel sousedících s číslem 8 je 15. Vypočítej součet „sousedů“ čísla 9.

1		3
4		2

(A) 20 (B) 22 (C) 24 (D) 26 (E) 28

Řešení:

1	***6***	3
5	**9**	***7***
4	***8***	2

Součet 5 + 6 + 7 + 8 = 26.

Odpověď (D).

3. Sejdou se tři muži v hospodě a povídají si. Najednou se jeden z nich zarazí a říká: „To je zvláštní, každý z nás se jmenuje jinak a zároveň každé z našich jmen je povoláním jednoho z nás!“ Na to mu druhý kamarád odpovídá: „A ještě zajímavější je, že ani jeden z nás nemá stejné jméno jako povolání!“ Na to se ozve ten, který je pekařem v nedaleké pekárně: „No vidíte, to máte pravdu, pane Zedníku.“ Jaké povolání vykonává pan Kuchař? ([25], upraveno)

(A) zedník (B) kuchař (C) elektrikář (D) pekař (E) nejde určit

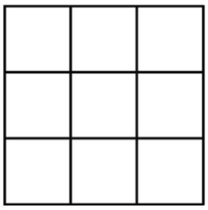
Řešení:

V zadání tedy máme tři povolání pekař, kuchař, zedník a stejná příjmení, ovšem ani jeden nemá stejné jméno jako povolání. Ptá-li se pekař pana Zedníka, znamená to, že pan Zedník musí být kuchař. Z toho vyplývá, že pekař se jmenuje Kuchař a zedník Pekař.

pekař	kuchař	zedník
Kuchař	Zedník	Pekař

Odpověď (D).

4. Kolik čtverců je na obrázku?



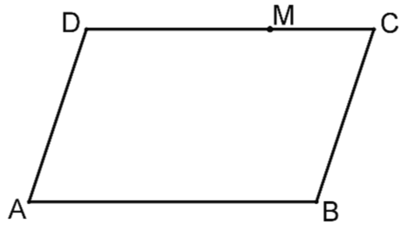
(A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Řešení:

Je třeba spočítat všechny možné různě velké čtverce. Každý na první pohled vidí 9 malých čtverečků. Další čtverec je ten velký, který rámuje celý obrázek. Dále pak máme rohové čtverce skládající se ze čtyř nejmenších čtverečků, ty jsou na obrázku 4. Dohromady tedy 9 + 1 + 4 = 14 čtverců.

Odpověď (E).

5. Pepa si nakreslil rovnoběžník *ABCD* a bod *M*, který je uvnitř strany *CD*. Obsah trojúhelníka *AMD* je roven 7 cm^2, obsah trojúhelníka *ABM* je 10 cm^2. Dopočítej obsah trojúhelníku *BCM* na základě toho, co víš.



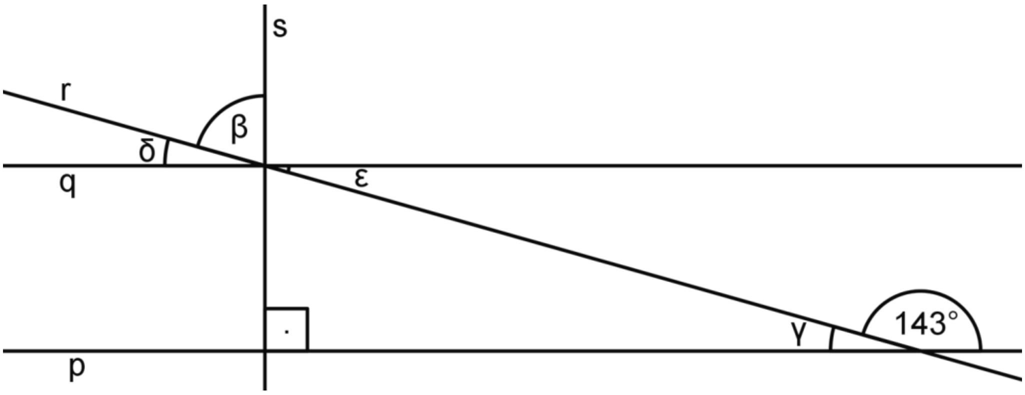
(A) 1 cm^2 (B) 3 cm^2 (C) 5 cm^2 (D) 7 cm^2 (E) 9 cm^2

Řešení:

Trojúhelník *ABM* má stejný obsah jako je součet obsahů trojúhelníků *AMD a BCM*. Tedy $10 = 7 + x \rightarrow x = 3$ cm^2.

Odpověď (B).

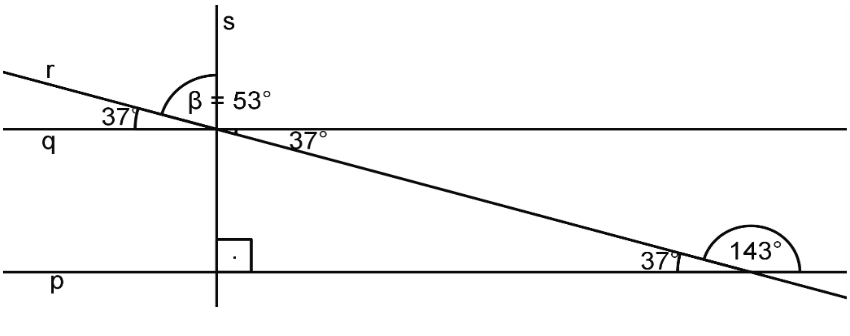
6. Dopočítej velikosti úhlů na obrázku. Přímky p a q jsou rovnoběžné. Urči hodnotu úhlu β.



(A) 37° (B) 53° (C) 71° (D) 87° (E) 113°

Řešení:

Při řešení tohoto příkladu je důležitá znalost vlastností vrcholových, vedlejších, střídavých a souhlasných úhlů. $\gamma + 143° = 180° \rightarrow \gamma = 37°, \gamma = \delta, \delta + \beta = 90° \rightarrow \beta = 90 - 37 = 53°$



Odpověď (B).

4.4 Vyzkoušení pracovních listů ve výuce

Pracovní listy jsou zpracovány na základě studia učebnic, odborné literatury a matematických příruček. Inspirací byly také úlohy na webových stránkách, zaměřených na zábavnou a logickou matematiku ([17], [25]). Na základě těchto různorodých podkladů byly sestaveny pracovní listy s příklady, které byly následně pro kontrolu jejich srozumitelnosti předloženy žákům základní školy.

Příklady z pracovních listů byly zadány 60 žákům 7., 8. a 9. ročníku základní školy v Kutné Hoře. Tato základní škola poskytla základní vzdělání i mě a vykonávala jsem zde všechny asistentské i souvislé praxe. Žáci, kteří se zúčastnili testování příkladů z pracovních listů, jsou mi dobře známí a vím, jaké matematické znalosti od nich očekávat. Žáci jsou vzděláváni podle Školního vzdělávacího plánu a učebnic nakladatelství Nová škola Brno. Cílem tohoto testování bylo zkontrolování zadání, reakce žáků na příklady, zadání a jejich postup řešení.

Žákům byly z časových důvodů rozdány pouze vybrané příklady z pracovních listů. Žáci byli poučeni o účelu testování, informováni o snaze ověřit pohled žáků základní školy na příklady určené k přípravě na matematické soutěže a motivaci ve vyučování. Žáci také byli upozorněni, že je lepší vlastní vyjádření myšlenek než jen zakroužkování náhodně vybrané možnosti. Bohužel bylo pro žáky obtížné vyjádřit své myšlenky a pracovní postup. Žáci ve většině případů pracovali spořádaně, bohužel se objevil i nezájem žáků o spolupráci, což bylo s ohledem na konec školního roku očekávané.

Příčiny, které způsobily chyby v řešeních žáků, je těžké odhalit. Chybné výsledky se vyskytovaly převážně na pracovních listech žáků, kteří pouze zakroužkovali jednu z odpovědí a do pracovního listu nezaznamenali svůj postup řešení či alespoň nějakou myšlenku k řešení.

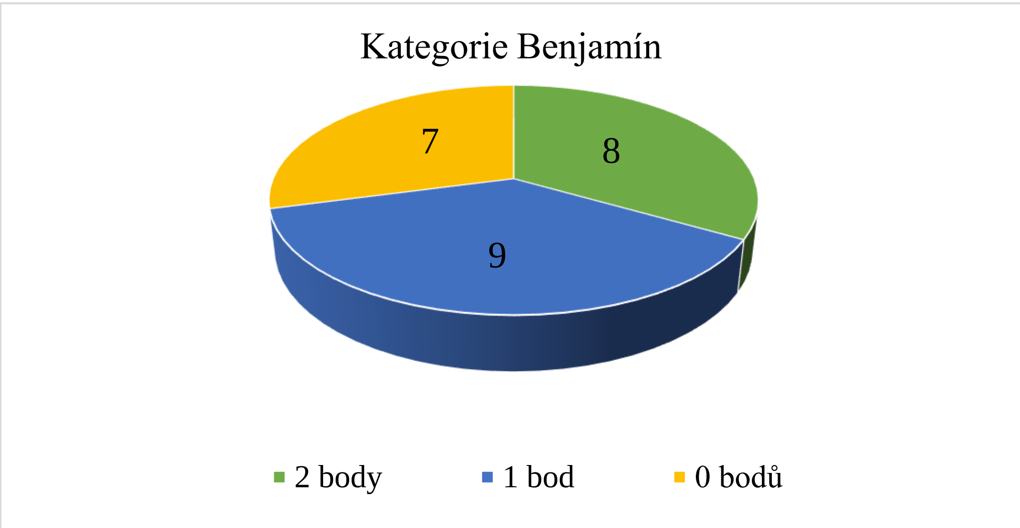
Před zahájením testování byly příklady konzultovány s paní učitelkou, která vyučuje matematiku v těchto třídách. Paní učitelka vyjádřila obavu z obtížnosti příkladů, nikoli pro nedostatečné znalosti matematických poznatků, ale kvůli pro žáky obtížnému propojení matematických znalostí s praxí. Žáci v těchto třídách často počítají pouze vzorové příklady z učebnic, a i přes snahu paní učitelky zařazovat do výuky i příklady z praxe jsou jejich dovednosti značně omezené. Příklady jsem vybírala na základě úvahy o časové a znalostní náročnosti příkladu.

V průběhu testování byly objeveny drobné nedostatky v porozumění zadání a nepřesně formulované informace poskytující důležité body pro řešení příkladu. Tyto nedostatky byly po testování opraveny a přepracovány. Při hodnocení byl na tyto příklady s nedostatky brán zřetel a je na ně speciálně upozorněno.

4.4.1 Kategorie Benjamín

Příklady z pracovních listů pro kategorii Benjamín byly zadány celkem 42 žákům různých ročníků základní školy. Každý žák obdržel list papíru se dvěma zadanými úlohami, které měl během 10 minut vyřešit, či alespoň vyznačit či vypsat informace, které se dozvěděl ze zadání, a popsat své myšlenky postupu řešení. Příklady byly žákům zadávány zcela náhodně, bez rozdílů matematických znalostí či náročnosti úlohy.

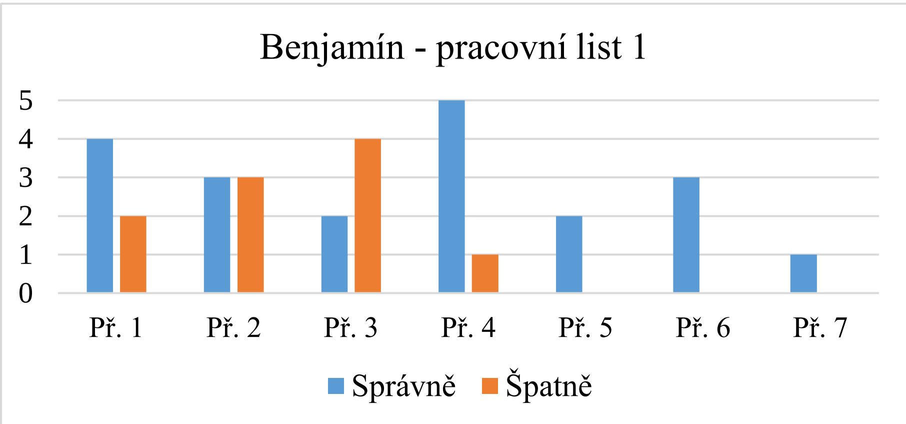
V kategorii Benjamín bylo objeveno celkem devět prací (opakující se příklady), ve kterých bylo třeba přepsat či opravit zadání příkladu. Zbývající práce byly hodnoceny počtem 0-2 body, tedy 1 bod za správnou odpověď a 0 bodů za špatnou odpověď. Úspěšnost žáků v příkladech kategorie Benjamín je zaznamenána na následujícím grafu (Graf 1: Úspěšnost v kategorii Benjamín). Do tohoto grafu nejsou započítány pracovní listy, na kterých se nacházel příklad, který byl následně pro nepřesnosti opraven, či přepracován.



Graf 1: Úspěšnost v kategorii Benjamín

Z pracovního listu č. 1 byly zadány všechny příklady. Jelikož se jedná o první pracovní list, ve kterém jsou zařazeny spíše jednodušší příklady, byla předpokládána úspěšnost při řešení těchto příkladů. To můžeme na základě grafického znázornění (Graf 2: Úspěšnost v pracovním listě č. 1) výsledků až na výjimky (viz příklad č. 3) potvrdit. Tento příklad ukazuje nedostatky žáků v práci se zlomky a jejich hodnotou. Naopak se ukazují výrazné znalosti výpočtů v geometrii a převodů jednotek.

V příkladech z pracovního listu č. 1 nebyly nalezeny chyby, a tak byly příklady ponechány tak, jak byly již na počátku sestaveny. Jak se při zavedení příkladů ukázalo, příklady ve většině odpovídají úrovni průměrných až podprůměrných žáků. Ukázku práce žáků na příkladech pracovního listu č. 1 nalezneme v příloze č. 1 a 2. V příloze lze vidět postupy, které žáci volili a pomocí kterých se dostali ke správnému výsledku. Je také možné vidět, že důvod špatné odpovědi není příliš čitelný, neboť zde není žádný náznak úvah při řešení.

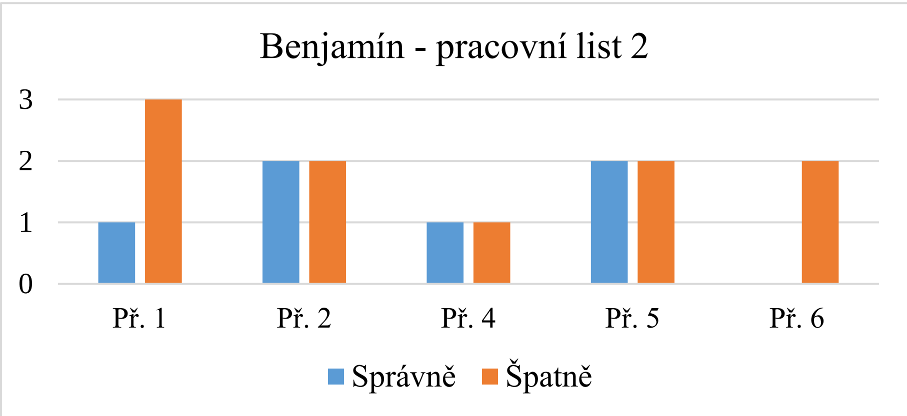


Graf 2: Úspěšnost v pracovním listě 1

Z pracovního listu č. 2 byly zadány pouze příklady č. 1, 2, 4, 5 a 6. Jelikož se jedná o druhý pracovní list, ve kterém jsou zařazeny středně těžké příklady, byla předpokládána průměrná úspěšnost při řešení těchto příkladů. To můžeme na základě grafického znázornění (Graf 3: Úspěšnost v pracovním listě č. 2) výsledků opět až na výjimky (viz příklady č. 1 a 6) potvrdit. Příklady uvedené v pracovním listu č. 2 byly zaměřené ve velké míře na logické úvahy při řešení. Ukázalo se, že žáci při práci s těmito typy příkladů postrádají nadhled a logickou myšlenku, která by je dovedla ke správnému výsledku.

V příkladech z pracovního listu č. 2 opět nebyly nalezeny chyby, a tak byly příklady ponechány tak, jak byly na počátku sestaveny. Příklad č. 3 nebyl žáky testován z důvodu nekvalitní kopie a neviditelnosti mřížky, která je pro řešení příkladu podstatná.

Proto také došlo k úpravě tohoto zadání a zesílení podkladové sítě. Jak se při zavedení příkladů ukázalo, příklady ve většině odpovídají úrovni průměrných až nadprůměrných žáků. Ukázku práce žáků na příkladech pracovního listu č. 2 nalezneme v příloze č. 3 a 4. V příloze můžeme porovnat dvě různé možnosti postupu řešení, z nichž jeden vedl ke správnému a druhý ke špatnému výsledku. U přílohy č. 4 lze vidět, že zde žákovi chybí schopnost propojení matematických poznatků s praxí a zejména odtržení matematiky od běžného života.

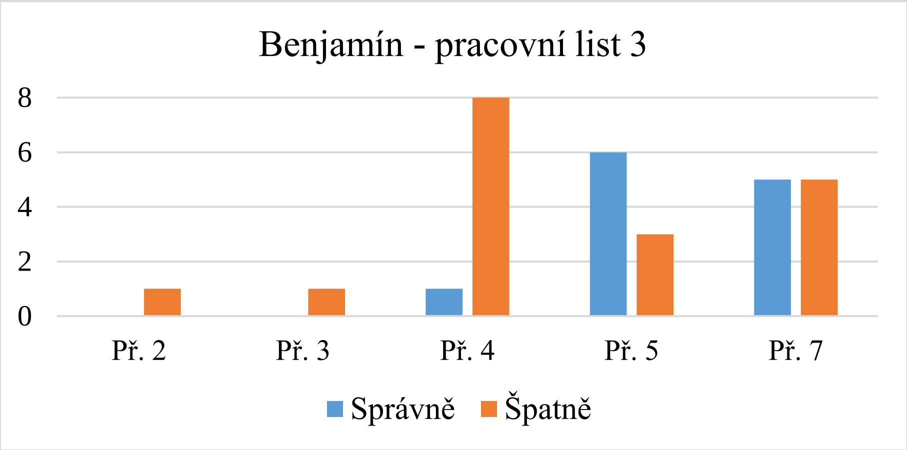


Graf 3: Úspěšnost v pracovním listě 2

Z pracovního listu č. 3 byly zadány pouze příklady č. 2, 3, 4, 5 a 7. Jelikož se jedná o třetí a poslední pracovní list, ve kterém jsou zařazeny spíše obtížné příklady, byla předpokládána podprůměrná úspěšnost při řešení těchto příkladů. To můžeme na základě grafického znázornění (Graf 4: Úspěšnost v pracovním listě č. 3) výsledků opět až na výjimky (viz příklady č. 5) potvrdit. Příklady uvedené v pracovním listu č. 3 byly opět zaměřené ve velké míře na logické úvahy při řešení. Ukázalo se, že žáci při práci s těmito typy příkladů postrádají nadhled a logickou myšlenku, která by je dovedla ke správnému výsledku, ovšem z velmi malého vzorku respondentů není možné dělat závěry.

V příkladech z pracovního listu č. 3 byly nalezeny chyby, a tak byla zadání příkladů č. 5 a 6 upravena a možnosti řešení změněna. V příkladu č. 5 došlo ke korekci vzdáleností mezi dvojicemi bodů, v původním zadání neodpovídaly vzdálenosti a jejich součty. U příkladu č. 6 došlo k chybným možnostem řešení, které bylo během zadávání odhaleno. Nabízené možnosti řešení příkladu byly upraveny, aby odpovídaly zadání.

Příklad č. 1 byl vynechán z důvodu malého počtu přítomných žáků. Jak se při zavedení příkladů ukázalo, příklady ve většině odpovídají úrovni průměrných, spíše nadprůměrných žáků. Ukázku práce žáků na příkladech pracovního listu č. 3 nalezneme v příloze č. 5. V příloze můžeme vidět postup řešení, který žák zvolil, a přestože se zde nenachází příliš doprovodných informací, žák dospěl ke správnému řešení a jeho úvaha je dostatečně zřejmá.

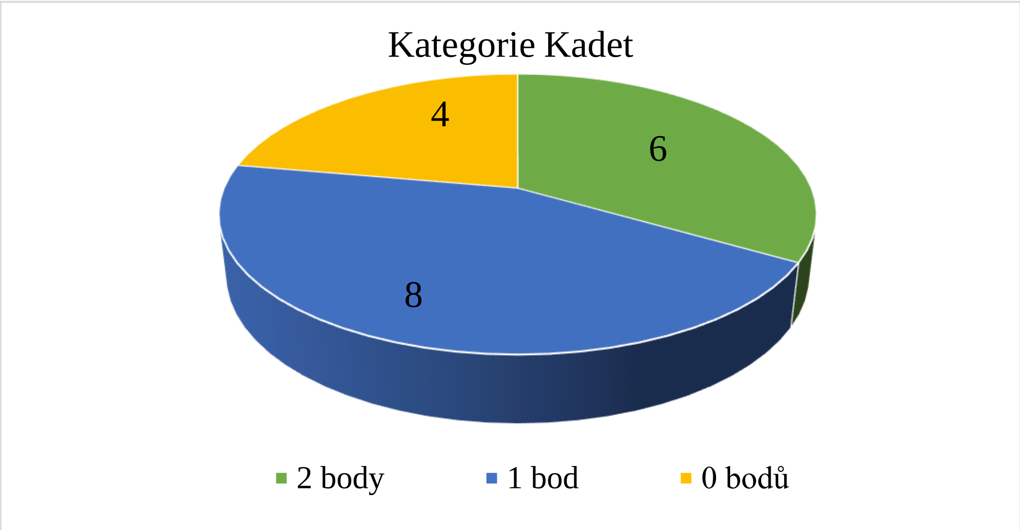


Graf 4: Úspěšnost v pracovním listě 3

4.4.2 Kategorie Kadet

Příklady z pracovních listů pro kategorii Kadet byly zadány celkem 18 žákům různých ročníků základní školy. Každý žák obdržel list papíru se dvěma zadanými úlohami, které měl během 10 minut vyřešit, či alespoň vyznačit či vypsat informace, které se dozvěděl ze zadání, a popsat své myšlenky postupu řešení. Příklady byly žákům zadávány stejně jako v kategorii Benjamín zcela náhodně, bez rozdílů matematických znalostí či náročnosti úlohy. Žáci 9. ročníku byli i přes jejich končící školní docházku vstřícní a prokázali velkou míru spolupráce. Také prokázali své nabyté znalosti získané během své školní docházky.

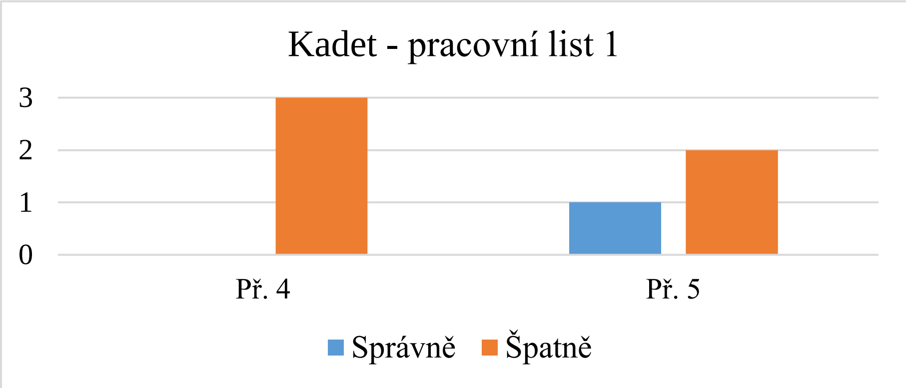
V kategorii Kadet došlo k drobným změnám v zadání příkladů. Došlo k úpravám v možnostech řešení, či ke změně čísel v zadání pro bližší specifikaci a možnosti jednoho možného řešení. Práce byly hodnoceny 0-2 body, tedy 1 bod za správnou odpověď a 0 bodů za špatnou odpověď. Příklady, ve kterých došlo ke změnám, nebyly žákům zadávány, a tak nebyly započítávány do hodnocení.



Graf 5: Úspěšnost v kategorii Kadet

Z pracovního listu č. 1 byly zadány pouze příklady č. 4 a 5. Jelikož se jedná o první pracovní list, ve kterém jsou zařazeny spíše jednodušší příklady, byla předpokládána úspěšnost při řešení těchto příkladů. To se ovšem při testování neprokázalo, jak můžeme na základě grafického znázornění (Graf 6: Úspěšnost v pracovním listě č. 1) výsledků vidět. Příklady uvedené v pracovním listu č. 1 byly zaměřené ve velké míře na základní početní operace. Neúspěch, který zobrazuje následující graf, přičítáme zejména velmi malému počtu respondentů.

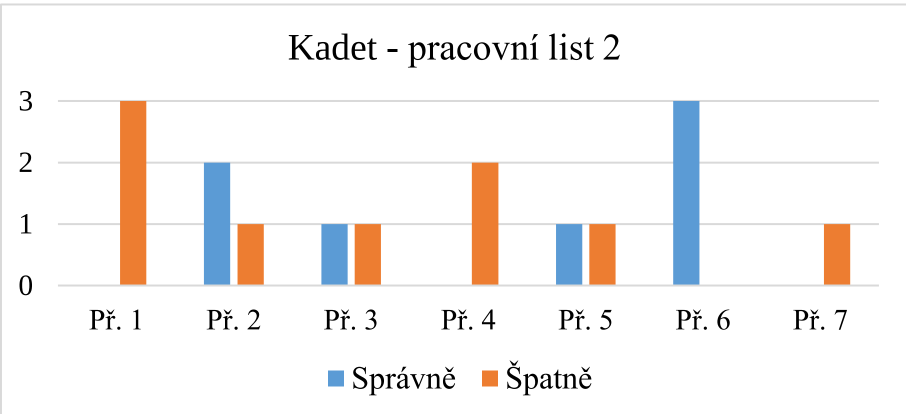
V příkladech z pracovního listu č. 1 byla nalezena chyba, a tak bylo potřeba u zadání příkladu č. 7 opravit možnosti řešení (nabídku odpovědí). Příklady č. 1, 2, 3, 5, 6 a 7 nebyly zadávány z důvodu malého počtu přítomných žáků. Jak se při zavedení příkladů ukázalo, příklady ve většině odpovídají úrovni průměrných až podprůměrných žáků. Ukázku práce žáků na příkladech pracovního listu č. 1 nalezneme v příloze č. 6. V příloze můžeme vidět postup, který si žák zvolil, přestože nedosáhl správných výsledků, je zřejmé, že jeho úvahy nebyly zcela odtržené od správné myšlenky.



Graf 6: Úspěšnost v pracovním listě 1

Z pracovního listu č. 2 byly zadány všechny příklady. Jelikož se jedná o druhý pracovní list, ve kterém jsou zařazeny středně obtížné příklady, byla předpokládána průměrná úspěšnost při řešení těchto příkladů. Jak můžeme na základě grafického znázornění (Graf 7: Úspěšnost v pracovním listě č. 2) výsledků pozorovat, správnost odpovědí byla velmi různorodá. Příklady uvedené v pracovním listu č. 2 byly opět zaměřené ve velké míře na základní početní operace.

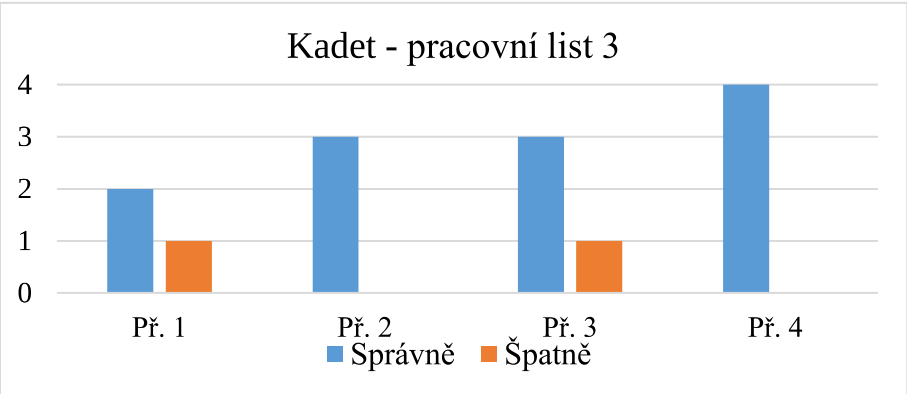
V příkladech z pracovního listu č. 2 nebyly nalezeny chyby, které by bylo třeba opravit, a tak byly příklady ponechány ve stejné podobě, ve které byly již od počátku sestaveny. Jak se při zavedení příkladů ukázalo, příklady ve většině odpovídají úrovni průměrných žáků. Ukázku práce žáků na příkladech pracovního listu č. 2 nalezneme v příloze č. 7 a 8. V příloze můžeme vidět postupy, které žáci volili a pomocí kterých se dostali ke správnému výsledku. U těchto příkladů došlo ke konkrétním výpočtům, které velmi názorně ilustrují přehled žáka při výpočtech a jeho schopnost řešit podobné úlohy.



Graf 7: Úspěšnost v pracovním listě 2

Z pracovního listu č. 3 byly zadány pouze příklady č. 1, 2, 3 a 4. Jelikož se jedná o poslední pracovní list, ve kterém jsou zařazeny spíše obtížné příklady, byla předpokládána průměrná až podprůměrná úspěšnost při řešení těchto příkladů. To se, jak můžeme na základě grafického znázornění (Graf 8: Úspěšnost v pracovním listě č. 3) výsledků vidět, příliš nepotvrdilo, žáci v těchto příkladech dosahovali velmi dobrých výsledků.

V příkladu č. 2 z pracovního listu č. 3 byla nalezena dvojí možnost řešení, a přesto že žáci příklad vyřešili správně, tento příklad byl upraven tak, aby existovalo pouze jedno řešení. Příklady č. 5 a 6 nebyly zadávány z důvodu malého počtu přítomných žáků. Jak se při zavedení příkladů ukázalo, příklady ve většině odpovídají úrovni průměrných žáků. Ukázku práce žáků na příkladech pracovního listu č. 3 nalezneme v příloze č. 9, 10 a 11. V příloze můžeme vidět postupy, které žáci volili a pomocí kterých se dostali ke správnému výsledku. Žáci v těchto případech opět volili přehledné postupy řešení.



Graf 8: Úspěšnost v pracovním listě 3

Závěr

Tato diplomová práce se zabývá matematickými soutěžemi v rámci vzdělávání na základní škole, konkrétně se zaměřuje na soutěž Matematický klokan. Hlavním cílem této práce bylo vytvořit analýzu příkladů z Matematického klokana ročník 2015, opatřit tyto příklady srozumitelným řešením a vytvořit sadu pracovních listů, které pomohou žákům s přípravou na tuto soutěž, případně mohou sloužit učitelům jako podpora motivace v hodinách matematiky.

Řešení příkladů je založeno na znalostech žáků odpovídajících jejich matematické úrovni s ohledem na RVP a běžně užívané učebnice pro základní školu. Příklady v pracovních listech jsou sestaveny na základě poznatků z matematiky na dané úrovni, doplněné o zajímavé myšlenky příkladů z matematických příruček, internetových stránek s logickou matematikou a již uskutečněných ročníků Matematického klokana.

Do pracovních listů byly zařazeny příklady, které jsou logické, či matematické, na jejichž řešení jsou třeba poznatky z matematiky spolu s dalšími běžně známými poznatky, které pomáhají rozvíjet klíčové kompetence a budou pro žáky co nejvíce atraktivní. Vyzkoušela jsem si tak vlastní tvorbu příkladů, která byla místy složitá.

Z důvodu blížících se letních prázdnin bylo vyzkoušení příkladů v praxi časově omezeno, proto bylo testování zaměřeno zejména na korektnost zadání. Odhalením několika nesrovnalostí tak toto testování splnilo svůj původní cíl. Nedostatky v zadání byly opraveny a zredukovány. Případně bylo zadání příkladů přeformulováno pro lepší srozumitelnost a pochopení. Potvrdil se tak můj předpoklad, že je mnohdy obtížné zformulovat zadání příkladu tak, aby řešení bylo jednoznačné.

Ač bylo testování prováděné na malém vzorku žáků základních škol, konečné výsledky žáků dokázaly, že na mnoha školách je velkým problémem začlenění Nadstandardních aplikačních úloh do Školního vzdělávacího programu a posléze do výuky samotné. Žáci mají velké potíže s propojením matematických poznatků a prakticky položených úloh. Přitom právě Nadstandardní aplikační úlohy a problémy jsou důležitou součástí matematiky. Tyto úlohy jsou totiž odpovědí, nebo alespoň cestou k odpovědi na často slýchanou otázku: „A k čemu nám to bude?“

Zdroje

Literatura

[1] HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 2. aktualizované vyd., Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-397-0.

[2] HEJNÝ, M. a kol. *Teória vyučovánia matematiky 2.* 2. vyd., Bratislava: SPN, 1990, 554 s. ISBN 80-08-01344-3.

[3] HOŠPESOVÁ, A. a kol. *Matematická gramotnost a vyučování matematice.* České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta, 2011. ISBN 978-80-7394-259-5.

Učebnice, sbírky úloh a matematické příručky

[4] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 6 – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia – aritmetika*. Plzeň: Fraus, 2007, 1. vyd., 80 s. ISBN 978-80-7238-654-3.

[5] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 6 – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia – geometrie*. Plzeň: Fraus, 2007, 1. vyd., 86 s. ISBN 978-80-7238-656-7.

[6] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 7 – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia – aritmetika*. Plzeň: Fraus, 2008, 1. vyd., 103 s. ISBN 978-80-7238-679-6.

[7] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 7 – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia – geometrie*. Plzeň: Fraus, 2008, 1. vyd., 103 s. ISBN 978-80-7238-681-9.

[8] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 8 – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia – aritmetika*. Plzeň: Fraus, 2009, 1. vyd., 127 s. ISBN 978-80-7238-684-0.

[9] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 8 – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia – geometrie*. Plzeň: Fraus, 2009, 1. vyd., 72 s. ISBN 978-80-7238-686-4.

[10] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 9 – učebnice pro základní školy a víc*eletá gymnázia – algebra. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010, 112 s. ISBN 978-80-7238-689-5.

[11] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 9 – učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia – geometrie*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010, 96 s. ISBN 978-80-7238-691-8.

[12] NĚMCOVÁ, J. *Nebojím se … matiky! Aritmetika? Hračka!* 1. vyd. Praha: Albatros, 2005, 125 s. ISBN 80-00-01629-X.

[13] NĚMCOVÁ, J. *Nebojím se … matiky! Geometrie? Hračka!* 1. vyd. Praha: Albatros, 2005, 65 s. ISBN 80-00-01630-3

[14] LOUKOTA, J. *Veselá matematika aneb kouzla, hříčky, hádanky, rébusy, lamohlavy*. 1. vyd. Olomouc: VOTOBIA, 1998, 156 s. ISBN 80-7198-318-7.

[15] PAVELKA, R. *Hrátky s matematikou*. 1. vyd. Brno: MC nakladatelství, 1999, 60 s.

Internetové zdroje

[16] Harmonogram školské reformy. *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [online]. [cit. 2017-05-31]. Dostupné z: http://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/skolskareforma/harmonogram

[17] Královy dcery. *Hádanky a hlavolamy* [online]. [cit. 2017-05-27]. Dostupné z: http://hadanky-a-hlavolamy.webnode.cz/news/logicka-uloha-kralovy-dcery/

[18] Matematický klokan. *Matematický klokan* [online]. [cit. 2017-05-27]. Dostupné z: http://www.matematickyklokan.net

[19] Matematický klokan: informace o soutěži. *Matematický klokan* [online]. [cit. 2017-05-27]. Dostupné z: http://www.matematickyklokan.net/info.php

[20] Matematický klokan: organizační řád a pravidla soutěže. *Matematický klokan* [online]. [cit. 2017-05-27]. Dostupné z: http://www.matematickyklokan.net/pravidla.php

[21] Matematický klokan: Sborník – ročník 2015. *Matematický klokan* [online]. [cit. 2017-05-27]. Dostupné z: http://www.matematickyklokan.net/Sborniky/sbornik_klokan_2015.pdf

[22] Peter O'Halloran. *Australian Matematics Trust* [online]. [cit. 2017-05-27]. Dostupné z: http://www.amt.edu.au/obitpoh.html

[23] Program Geogebra: https://www.geogebra.org/

[24] Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. *Národní ústav pro vzdělávání* [online]. [cit. 2017-05-27]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/uploads/RVP_ZV_2016.pdf

[25] Zaměstnání. *Hádanky a hlavolamy klokan* [online]. [cit. 2017-05-27]. Dostupné z: http://hadanky-a-hlavolamy.webnode.cz/news/logicka-uloha-zamestnani/

Obrázky

[26] Cyklista. In: *Pinterest.com* [online]. [cit. 2017-05-31]. Dostupné z: https://www.pinterest.com/pin/406027722629369784/

[27] Dort. In: *Receptnajidlo.cz* [online]. [cit. 2017-05-31]. Dostupné z: https://www.receptnajidlo.cz/letn%C3%AD+jahodov%C3%BD+dort+recept

[28] Hruška. In: *Wiki.rvp.cz* [online]. [cit. 2017-05-31]. Dostupné z: http://wiki.rvp.cz/Kabinet/0.0.0.Kliparty/Ovoce?highlight=hry+na+d%C4%9Bsk%C3%BD+den

[29] Jablko a hruška. In: *Predskolaci.cz* [online]. [cit. 2017-05-31]. Dostupné z: http://www.predskolaci.cz/znaky-podzimu/8073

[30] Jablko. In: *Pinterest.com* [online]. [cit. 2017-05-31]. Dostupné z: https://cz.pinterest.com/pin/399764904402693669/

[31] Krychle. In: *Rehakovci.wz.cz* [online]. [cit. 2017-06-05]. Dostupné z: http://rehakovci.wz.cz/images/krychle.gif

[32] Krychle z krychliček. In: *Pikomat.mff.cuni.cz* [online]. [cit. 2017-06-05]. Dostupné z: http://pikomat.mff.cuni.cz/archiv/rocnik24/vz2

[33] Peter J. O´Halloran. In: *Amt.edu.au* [online]. [cit. 2017-06-05]. Dostupné z: http://www.amt.edu.au/obitpoh.html

[34] Šachovnice. In: *Pixabay.com* [online]. [cit. 2017-05-31]. Dostupné z: https://pixabay.com/en/board-chess-chessboard-black-white-15716

Přílohy

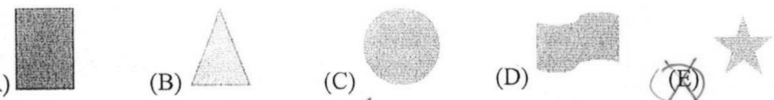
Příloha č. 1: Kategorie Benjamín – pracovní list č. 1

1. Součet věku maminky, tatínka a Marka je 67 let. Kolik let jim bude dohromady za dva roky?

2+2+2=6
67+6=73

(A) 69 (B) 71 (C) 73 ✓ (D) 75 (E) 77

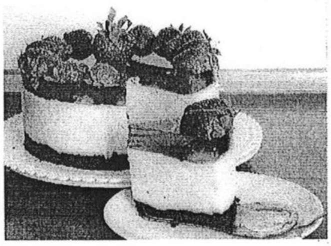
2. Který z útvarů má nejvíc os souměrnosti?



(A) (B) (C) ✓ (D) (E)

Příloha č. 2: Kategorie Benjamín – pracovní list č. 1

5. Maruška rozkrájela dort o hmotnosti 1000 g na pět částí. Největší kus měl stejnou hmotnost jako zbylé čtyři díly dohromady. Uvažujeme-li stejnou hmotnost všech čtyřech menších dílů, kolik vážil jeden z nich?



✓

(A) 75 g (B) 100 g (C) 125 g (D) 150 g (E) 175 g

$\cdot 4$ / 500 $\cdot 4$ / 600 $\cdot 4$ / 700

0,15m 0,1m

6. Lucie má 1 m stuhy, na jeden dárek potřebuje 15 cm stuhy a na ozdobu dalších 10 cm. Kolik dárků maximálně může Lucka zabalit?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 ✓ (E) 5

0,15
0,1
0,25
$\cdot$ 4
1

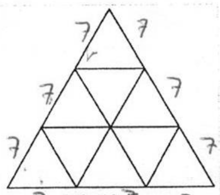
Příloha č. 3: Kategorie Benjamín – pracovní list č. 2

4. Jeden král neměl žádného syna, ale manželka mu porodila několik dcer. Všechny byly blondýnky, až na tři. Všechny dcery byly hnědovlásky, až na tři. Všechny dcery byly černovlásky, až na tři. Všechny dcery byly zlatovlásky, až na tři. Kolik přesně měl král dcer?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

1 blondýna, 1 hnědovláska, 1 černovláska, 1 zlatovlásky

5. Vypočítej obvod celého ornamentu, pokud víš, že jedna strana malého rovnostranného trojúhelníka je 7 cm.



$9 \times 7 = \underline{63}$

(A) 21 cm (B) 126 cm (C) 94 cm (D) 63 cm (E) 42 cm

Příloha č. 4: Kategorie Benjamín – pracovní list č. 2

4. Jeden král neměl žádného syna, ale manželka mu porodila několik dcer. Všechny byly blondýnky, až na tři. Všechny dcery byly hnědovlásky, až na tři. Všechny dcery byly černovlásky, až na tři. Všechny dcery byly zlatovlásky, až na tři. Kolik přesně měl král dcer?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 ~~(D) 7~~ (E) 8

b h č z až na tři
1 1 1 1

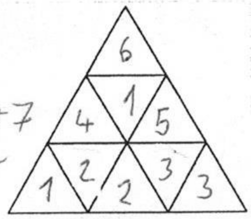
5. Vypočítej obvod celého ornamentu, pokud víš, že jedna strana malého rovnostranného trojúhelníka je 7 cm.

$6 \cdot 7 = 42$

$21 \cdot 6 = 126$

$o = 7 + 7 + 7$

$o = 21\,cm$



~~(A) 21 cm~~ ~~(B) 126 cm~~ (C) 94 cm (D) 63 cm (E) 42 cm

$o = 21 \cdot 6$

$o = 126\,cm$

Příloha č. 5: Kategorie Benjamín – pracovní list č. 3

4. V šifrovaném výpočtu představují písmena *A, B, C, D* čtyři různé číslice. Urči hodnotu písmene *B*.

$$\begin{array}{rcccc} & A & B & C & D \\ + & & B & C & D \\ + & & & C & D \\ + & & & & D \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5 ✓

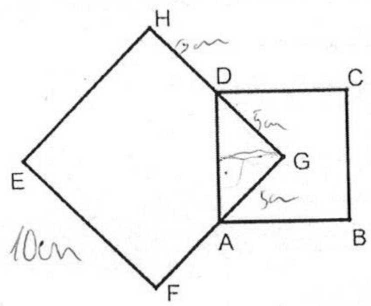
D=3
C=~~4~~7
B=0
A=2

5. Na přímce leží 4 body. Vzdálenosti mezi každou možnou dvojicí z těchto bodů je 2, 4, 6, *k*, 12, 1~~8~~4. (Vzdálenosti jsou seřazeny podle velikosti.) Urči hodnotu *k*.

(A) 7 (B) 8 ✓ (C) 9 (D) 10 (E) 11

Příloha č. 6: Kategorie Kadet – pracovní list č. 1

4. Urči obsah čtverce $ABCD$, je-li $|EF| = 10$ cm a $|HD| = |DG|$.



(A) ~~25 cm²~~ (B) 37 cm² (C) 45 cm² (D) 50 cm² (E) 72 cm²

5. Alenka má v šuplíku rozházené páry bílých, modrých a žlutých ponožek. Kolik ponožek musí vytáhnout, aby měla jistotu stejnobarevného páru?

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

Příloha č. 7: Kategorie Kadet – pracovní list č. 2

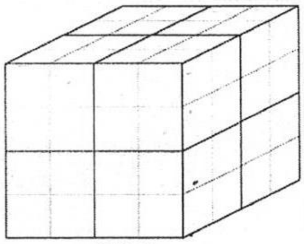
6. Ve školní šatně je 68 rukavic a 23 čepic. Zjisti, kolik žáků přišlo do školy bez čepice?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

$68 : 2 = 34$

$$\begin{array}{r} 34 \\ -23 \\ \hline 11 \end{array}$$

7. Katka složila z malých krychliček o hraně 1 cm velkou krychli s hranou dlouhou 4 cm. Každou stěnu této vzniklé krychle nabarvila jinou barvou. Kdyby tuto krychli zase rozložila na malé krychličky, kolik krychliček bude mít obarvené stěny právě dvěma barvami?



(A) 8 (B) 12 (C) 24 (D) 30 (E) 36

Příloha č. 8: Kategorie Kadet – pracovní list č. 2

5. Babička má čtyři vnučky. Při letošní oslavě svých narozenin zjistila, že je šestkrát starší než Anežka, pětkrát starší než Barunka, čtyřikrát starší než Markétka a třikrát starší než Pavlínka. Tato situace může nastat jen jednou za život. Kolik je babičce let?

(A) 50 (B) 60 (C) 70 (D) 80 (E) 90

Anežka = 6 · 10 = 60
Barunka = 5 · 12 = 60
Markétka = 4 · 15 = 60
Pavlínka = 3 · 20 = 60

Babičce je 60 let.

6. Ve školní šatně je 68 rukavic a 23 čepic. Zjisti, kolik žáků přišlo do školy bez čepice?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

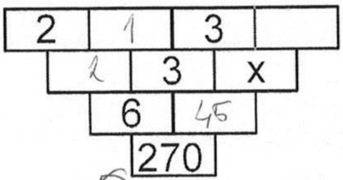
$68 : 2 = 34$

$$\begin{array}{r} 34 \\ -23 \\ \hline 11 \end{array}$$

Do školy přišlo 11 dětí bez čepice.

Příloha č. 9: Kategorie Kadet – pracovní list č. 3

1. Doplň pyramidu a zjisti, jaké číslo lze doplnit za *x*? Použij pouze jednu operaci.



(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 21

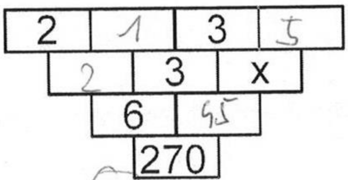
2. Kamil vpisuje všechna čísla od 1 do 9 do políček tabulky o velikosti 3x3 tak, že každé políčko obsahuje jedno číslo. Do políček již vepsal 1, 2, 3 a 4 tak, jak ukazuje obrázek. Dvě čísla jsou považována za „sousedy“, jestliže jejich políčka mají společnou stranu. Poté co Kamil vepsal do tabulky všechna čísla, všiml si, že součet čísel sousedících s číslem 5 je 11. Vypočítej součet „sousedů“ čísla 6?

1	7	3
8	6	5
4	9	2

(A) 21 (B) 23 (C) 25 (D) 27 (E) 29

Příloha č. 10: Kategorie Kadet – pracovní list č. 3

1. Doplň pyramidu a zjisti, jaké číslo lze doplnit za *x*? Použij pouze jednu operaci.



(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 21

2. Kamil vpisuje všechna čísla od 1 do 9 do políček tabulky o velikosti 3x3 tak, že každé políčko obsahuje jedno číslo. Do políček již vepsal 1, 2, 3 a 4 tak, jak ukazuje obrázek. Dvě čísla jsou považována za „sousedy“, jestliže jejich políčka mají společnou stranu. Poté co Kamil vepsal do tabulky všechna čísla, všiml si, že součet čísel sousedících s číslem 5 je 11. Vypočítej součet „sousedů“ čísla 6?

1	7	3
8	6	5
4	9	2

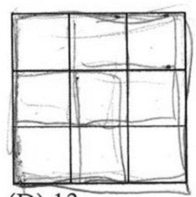
(A) 21 (B) 23 (C) 25 (D) 27 (E) 29

Příloha č. 11: Kategorie Kadet – pracovní list č. 3

3. Sejdou se tři muži v hospodě a povídají si. Najednou se jeden z nich zarazí a říká: „To je zvláštní, každý z nás se jmenuje jinak a zároveň každé z našich jmen je povoláním jednoho z nás!“ Na to mu druhý kamarád odpovídá: „A ještě zajímavější je, že ani jeden z nás nemá stejné jméno jako povolání!“ Na to se ozve ten, který je pekařem v nedaleké pekárně: „No vidíte, to máte pravdu, pane Zedníku.“ Jaké povolání vykonává pan Kuchař?

(A) zedník (B) kuchař (C) elektrikář (D) pekař (E) nejde určit

4. Kolik čtverců je na obrázku?



(A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 13 (E) 14