VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

SNÍMAČE STŘÍDAVÉHO PROUDU

BAKALAŘSKÁ PRÁCE BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR ŠTĚPÁN HAŠPICA

BRNO 2012



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

SNÍMAČE STŘÍDAVÉHO PROUDU

AC CURRENT SENSORS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE **BACHELOR'S THESIS**

ŠTĚPÁN HAŠPICA AUTOR PRÁCE

AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR

doc. Dr. Ing. MIROSLAV PATOČKA

BRNO, 2012



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor Silnoproudá elektrotechnika a elektroenergetika

Student: Štěpán Hašpica *Ročník:* 3

ID: 111043 *Akademický rok:* 2011/2012

NÁZEV TÉMATU:

Snímače střídavého proudu

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Analyzujte a porovnejte následující typy proudových snímačů: proudový transformátor s velmi nízkým mezním kmitočtem, proudový transformátor s elektronickým vyhodnocením výstupního signálu, Rogowského cívka, snímače s Hallovou sondou.

Vybrané typy snímačů navrhněte a realizujte.

3. Vlastnosti realizovaných snímačů ověřte experimentálně.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Dle pokynů vedoucího

Termín zadání: 21.9.2011

Termín odevzdání: 31.5.2012

Vedoucí práce: doc. Dr. Ing. Miroslav Patočka Konzultanti bakalářské práce:

> doc. Ing. Petr Toman, Ph.D. Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Cílem bakalářské práce je analyzovat vybrané typy snímačů střídavého proudu s důrazem na návrh jednoho zvoleného typu. Snímaní střídavého proudu lze provádět za pomocí např. meřicího transformátoru proudu, Hallovy sondy nebo Rogowskeho cívky. Tyto způsoby a typy snímačů jsou rozebrány v kapitole č. 2. Hlavní těžiště práce je však v nalezení jednoznačného algoritmu při návrhu měřicího transformátoru proudu. Nový možný způsob návrhu je podrobně rozebrán v kapitole č. 3. Jak samotný měřicí transformátor proudu, nebo ostatní typy snímačů, nacházejí hojné uplatnění oblasti energetiky a výkonové elektroniky.

Abstract

Aim of the bachelor's thesis is to anylize chosen types of AC current sensors with focus on design of one chosen type. Sensoring of AC current can be done for instance by current measuring transformator, Hall's sond or Rogowski coil. These ways and types of sensors are disscussed in chapter no. 2. But main focus of thesis is in finding one definite algorithm for current meassuring transformator. New possible way in design is in-depth disscussed in chapter no. 3. Current meassuring transformator, or other types of sensors finds great application in area of power energetics and electronic engineering.

Klíčová slova

Snímač střídavého proudu; Měřicí transformátor proudu; Rogowského cívka; Hallova sonda.

Keywords

AC current sensor; Current transformer; Rogowski coil; Hall probe.

Bibliografická citace

HAŠPICA, Š. *Snímače střídavého proudu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2012. 41 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Dr. Ing. Miroslav Patočka.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Snímače střídavého proudu jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne Podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce doc. Dr. Ing. Miroslavu Patočkovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne

Podpis autora



Obsah

	SEZNAM OBRÁZKŮ	9
	SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK	10
1	ÚVOD	11
2	VYBRANÉ TYPY PROUDOVÝCH SNÍMAČŮ A JEJICH PRINCIP FUNKCE	12
	2.1. Měřicí transformátor proudu	12
	2.1.2. Lenzův princip	12
	2.1.3. Princip transformátoru	12
	2.1.4. Transformátor jako pasivní lineární dvojbran	13
	2.1.5. Matematický model lineárního transformátoru	14
	2.1.5.1 Model transformátoru proudu ve tvaru hybridní HI-matice	14
	2.1.6. Ekvivalentní zapojení transformátoru	16
	2.2. Transformátor proudu s nízkým dolním mezním kmitočtem	18
	2.2.1. Určení počtu primárních závitů	19
	2.2.2. Cinitel plnění	19
	2.3. Měřicí transformátor proudu s elektronickým zkratem na výstupu	20
	2.4. Rogowského cívka	22
	2.4.1. Princip Rogowského cívky	22
	2.4.2. Matematický popis Rogowského cívky	23
	2.5. Rogowského cívka s co nejmenším dolním mezním kmitočtem	25
	2.6. HALLOVA SONDA	26
	2.6.1. Hallův jev	26
	2.6.2. Hallovo napětí	27
	2.7. Snímač stejnosměrného proudu s Hallovou sondou, se zpětnovazební kompenzací	
3	NOVÝ ZPŮSOB NÁVRHU MĚŘICÍHO TRANSFORMÁTORU PROUDU	29
	3.1 Dolní mezní kmitočet pro časovou konstantu obvodu	30
	3.2 Ověření sycení jádra transformátoru	32
	3.3 Maximální volený rozměr jádra d	32
	3.4 Minimální volený rozměr jádra d	33
	3.5 Návrh transformátoru proudu	33
4	OVĚŘENÍ POMOCÍ VÝPOČTŮ	
	4.1 Výchozí podmínky	36
	4.2 Kontrola dolního mezního kmitočtu	37
	4.3 Výpočet obvodových veličin	
5	ZÁVĚR	



Seznam obrázků

Obr. 1 Princip transformátoru	13
Obr. 2 Základní model transformátoru	13
Obr. 3 Náhrada transformátoru ekvivalentním zapojením v podobě T-článku [2]	16
Obr. 4 Obvodový model transformátoru proudu zatížený bočníkem[2]	18,21
Obr. 5 Činitel plnění jádra	19
Obr. 6 Transformátor proudu s el. zkratem na výstupu	20
Obr. 7 Rogowského cívka	22
Obr. 8 Zapojení pro nízké kmitočty se zesilovačem a integrátorem	24
Obr. 9 Dolní mezní kmitočet Rogowského cívky	25
Obr. 10 Princip Hallova jevu	26
Obr. 11 Snímač proudu s Hallovou sondou, se zpětnovazební kompenzací	28
Obr. 12 Rozměr jádra	31



Seznam symbolů a zkratek

OZ	operační zesilovač	
MTP	měřicí transformátor proudu	
u(t)	okamžitá hodnota napětí	V
Ψ	magnetický tok	
ρ	měrný odpor	$\Omega \cdot m$
i_1	okamžitá hodnota primárního proudu	А
i_2	okamžitá hodnota sekundárního proudu	А
d	průměr jádra	mm
d_1	průměr primárního vodiče	mm
S_{cu2}	průřez sekundárního vodiče	mm ²
S_{cul}	průřez primárního vodiče	mm ²
S_{0}	průřez celkového pole jádra	mm ²
f	kmitočet	Hz
f_d	dolní mezní kmitočet	Hz
U_2	napětí na sekundární straně	V
R_z	odpor bočníku	Ω
R_{Cu2}	odpor sekundárního vinutí	Ω
L_2	indukčnost sekundárního vinutí	Н
$k_{p,Cu}$	činitel plnění mědi	
$k_{p,Fe}$	činitel plnění jádra	
N_2	počet závitů na sekundární straně	
N_l	počet závitů na sekundární straně	
$ au_2$	časová konstanta	
$I_{2\mathrm{ef}}$	výstupní hodnota proudu	А
$I_{1\mathrm{ef}}$	výstupní hodnota proudu	А
σ	proudová hustota	A/mm ²
μ_0	relativní permeabilita vakua	H/m
$\mu_{ m rFe}$	permeabilita jádra	H/m
B_{\max}	magnetická indukce (maximální)	Т
l_{cu2}	délka středního závitu	m



1.Úvod

V praxi se setkáváme s různými veličinami, které jsou velmi obtížně změřitelné. Například se může jednat o vysoké hodnoty proudů v silových vodičích, kde by narušení obvodu způsobovalo komplikace. Využíváme proto různé druhy snímačů. Můžeme snímat jak proudy střídavé, tak i stejnosměrné. Tato práce se zabývá snímáním střídavého proudu s důrazem na měřicí transformátor proudu, s nízkým dolním mezním kmitočtem, realizovaný pomocí elektronického zkratu na výstupu. Cílem práce je najím možný způsob postupu při návrhu měřicího transformátoru proudu. Nový navržený algoritmus je rozebírán v kapitole č. 3 a početně ověřen v kapitole č. 4. Kapitola č. 2 se zaobírá vybranými typy snímačů proudu a jejich principy činnosti. Mezi hlavní výhody snímaní proudu patří galvanické oddělení obvodu, to zaručuje mnohem vetší bezpečnost, protože v sekundárním obvodu neteče výkonový proud, který měříme. Toho prakticky využívají všechny druhy snímačů, kterými se tato práce zabývá např: Rogowského cívka, Hallova sonda, Měřicí transformátor proudu.



2. Vybrané typy proudových snímačů a jejich princip funkce

2.1. Měřicí transformátor proudu

2.1.1. Lenzův princip

Indukovaný proud v uzavřené vodivé smyčce vyvolá magnetické pole, které má opačný směr a působí proti poli, které jej vyvolalo. Uzavřená vodivá smyčka se nachází ve zdrojovém režimu. Pokud je tato smyčka vložena do magnetického pole, vzniká v ní indukované napětí u(t), které protláčí vodivým obvodem proud i(t). Protože se nacházíme ve zdrojovém režimu, tak proud který nám vznikl uvnitř smyčky, působí právě proti budícímu magnetickému poli.

2.1.2. Princip transformátoru

Základním prvkem transformátoru jsou dvě cívky (sekundární a primární). Pokud vezmeme v úvahu, že cívka pracuje momentálně ve spotřebičovém režimu, tak na směr proudu a magnetického toku se vztahuje tzv. "pravidlo pravé ruky". V opačném případě, kdy se sekundární cívka nachází ve zdrojovém režimu, toto pravidlo už neplatí.

Rovnice v Diferenciálním tvaru:

$$u(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt}$$
(2.1.1)

Ve svém integračním tvaru:

$$\Psi(t) = \Psi_0 + \int u(t) dt \qquad (2.1.2)$$

Integrál z napětí je roven magnetickému toku. Protože, se jedná o funkční závislost $\Psi = \Psi(u)$ a ne $\Psi = \Psi(i)$, tak je možné rovnici (2.1.2) použít jak v lineárním, tak v nelineárním obvodu.





Obr. 1 Princip transformátoru

Rovnice (2.1.2) je platná pro spotřebičový i generátorový režim cívky transformátoru. Znaménka se řeší obdobně jako u rovnice (2.1.1).

2.1.3. Transformátor jako pasivní lineární dvojbran

Pokud se podíváme na *Obr. 2*, na kterém je základní model transformátoru, je z něj patrné, že se jedná o pasivní přenosový dvojbran.



Obr.2 Základní model transformátoru, převzato z [2]

Abychom mohli transformátor popsat, musíme si stanovit podmínky:

- A Magnetizační charakteristika feromagnetického obvodu bude lineární.
- ▲ Pokud se opět podíváme na Obr. 2, stojí za zmínku říct, že model je nakreslen za předpokladu odporové zátěže na jeho sekundární straně. Směr proudu v sekundárním obvodu má pak opačný směr, něž je zvykem. To platí, pokud jsou oba začátky vinutí shodné s Obr. 2.
- A Nevyskytují se vířivé ztráty ani ztáty hysterezní ve feromagnetiku.
- ▲ Nevyskytují se ani ztráty v mědi.
- ▲ Obě vinutí nevykazují parazitní kapacity.



2.1.4. Matematický model lineárního transformátoru

Jak jsme si již uvedli, tak na *Obr. 2* je základní model transformátoru. Parametr *M* reprezentuje vzájemnou indukčnost, na jejímž základě je právě možné tento model sestavit. Jestliže prochází prvním (primárním) vinutím proud, pak vzniká ve vinutí druhém (sekundárním) indukované napětí. Napětí, které se zde indukuje, je rovno právě derivaci proudu prvním (primárním) vinutím. Matematický model v základním tvaru je pak popsán Z-maticí.

Pro okamžité hodnoty napětí platí:

$$u_{1}(t) = L_{1} \cdot \frac{di_{1}(t)}{dt} - M \cdot \frac{di_{2}(t)}{dt}$$
(2.1.3)
$$di_{1}(t) = di_{1}(t)$$

$$u_{2}(t) = M \cdot \frac{dt_{1}(t)}{dt} - L_{2} \cdot \frac{dt_{2}(t)}{dt}$$
(2.1.4)

2.1.4.1 Model transformátoru proudu ve tvaru hybridní H₁-matice

Protože tato práce je zaměřena na proudový transformátor, tak vyjádření jeho modelu je nezbytné. Základní Z-matici převedeme do tvaru H_I-matice.

Matematický model transformátoru proudu lze pak psát ve tvaru:

$$u_{1}(t) = L_{1} \cdot (1 - k^{2}) \cdot \frac{di_{1}(t)}{dt} + k \cdot \sqrt{\frac{L_{1}}{L_{2}}} \cdot u_{2}(t)$$
(2.1.5)

$$i_{2}(t) = k \cdot \sqrt{\frac{L_{1}}{L_{2}}} \cdot i_{2}(t) - [I_{\mu 0} + \frac{1}{L_{2}} \cdot \int u_{2}(t) dt]$$
(2.1.6)

Vzájemnou indukčnost můžeme vyjádřit následujícím způsobem:

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \tag{2.1.7}$$

Potom pro převod transformátoru zřejmě platí:

$$K_{I,21,K} = U_{U,12,0} = \frac{M}{L_2} = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \simeq k \cdot \frac{N_1}{N_2} \simeq \frac{N_1}{N_2}$$
(2.1.8)

Magnetizační sekundární proud:

$$i_{\mu}(t) = I_{\mu0} + \frac{1}{L_2} \cdot \int u_2(t) dt$$
(2.1.9)

Sekundární proud nakrátko:

$$i_{2,K}(t) = k \cdot \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \cdot i_1(t)$$
 (2.1.10)



Sekundární výst. měřený proud, zatížený principiální neodstranitelnou chybou o velikosti $[-i_{\mu}(t)]$ $i_{2}(t)=i_{2,K}(t)-i_{\mu}(t)$ (2.1.11)

Primární napětí přepočítáno ze sekundárního:

$$u'_{2}(t) = k \cdot \sqrt{\frac{L_{1}}{L_{2}}} \cdot u_{2}(t)$$
 (2.1.12)

Vstupní indukčnost transformátoru vnesená do měřeného primárního obvodu.

$$L_{vst} \equiv L_{1K} = (1 - k^2) \cdot L_1 \tag{2.1.13}$$

Úbytek na vstupní indukčnosti, vnesený do měřeného primárního obvodu.

$$\Delta u_{1}(t) = (1 - k^{2}) \cdot L_{1} \cdot di_{1} \frac{(t)}{dt}$$
(2.1.14)

2.1.5. Ekvivalentní zapojení transformátoru

Ze znalosti stupňů volnosti transformátoru víme, že jsou tyto stupně tři. Pak je tedy možné transformátor vždy nahradit ekvivalentním zapojením v podobě T-članku nebo také Π-článku. Ekvivalentní zapojení se skládá ze tří indukčností viz. Obr. 3.



Obr. 3 Náhrada transformátoru ekvivalentním zapojením v podobě T-článku, převzato z [2]

Když vyjdeme z Obr. 3, tak pro Z-matici ekvivalentního obvodu můžeme psát:

$$u_{1}(t) = L_{A} \frac{di_{1}(t)}{dt} + L_{C} \frac{d(i_{1}(t) - i_{1}(t))}{dt} = (L_{A} + L_{C}) \frac{di_{1}(t)}{dt} - L_{C} \frac{di_{2}(t)}{dt}$$
(2.1.15)

$$u_{2}(t) = L_{C} \frac{d(i_{1}(t) - i_{1}(t))}{dt} - L_{B} \frac{di_{2}(t)}{dt} = L_{C} \frac{di_{1}(t)}{dt} - (L_{B} + L_{C}) \frac{di_{2}(t)}{dt}$$
(2.1.16)



$$L_A = L_1 - M$$
 (2.1.17a)
 $L_B = L_2 - M$ (2.1.17b)

$$L_c = M$$
 (2.1.17c)

Důležitým faktorem je, že hovoříme opravdu o ekvivalentním zapojení a ne náhradním. Důvodem jsou jeho vlastnosti na vnějších svorkách, které jsou naprosto totožné jako u původního transformátoru. Prvky v podélné větvi nemají význam rozptylových indukčností a svislý prvek nemá význam indukčnosti hlavní. Vezmeme-li v úvahu schopnosti transformovat, tak to je možné

Ekvivalentního zapojení se využívá protože, pomocí "jednoduchého" děliče jsme schopní popsat přenosové vlatsnosti transformátoru. Problém není ani v případě potřeby transformovat sekundární napětí směrem nahoru. Toho lze docílit za předpokladu, že jedna z indukčností L_A , L_B bude "záporná".

Pro přenos bude platit:

$$K_{U210} = \frac{M}{M + (L_1 - M)} = \frac{M}{L_1} = k \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$
(2.1.18)

2.2. Transformátor proudu s nízkým dolním mezním kmitočtem

Na *Obr. 4* je znázorněn obvodový model transformátoru proudu zatížený odporovým bočníkem R_z . Odpor sekundárního vinutí je reprezentován odporem R_{cu2} . V energetice a s klasickým vyhodnocením bývá zpravidla splněna nerovnost $R_z > R_{Cu2}$. Použijeme-li elektronického vyhodnocení signálu, bývá tato nerovnost obvykle opačného charakteru $R_z \ll R_{Cu2}$ a ve zvláštních případech uvažujeme odpor zátěže R_z i "nulový" Pro dolní mezní kmitočet transformátoru f_d budeme vycházet z výpočtu časové konstanty τ_d sekundárního obvodu.



Obr. 4 Obvodový model transformátoru proudu zatížený bočníkem, převzato z[2]

Pro časovou konstantu τ_d obvodu platí:

$$\tau_d = \frac{L_2}{R_z + R_{Cu2}} \tag{2.1.23}$$

a následný dolní mezní kmitočet můžeme vyjádřit jako:

$$f_{d} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau_{d}} = \frac{R_{Cu2} + R_{z}}{2 \cdot \pi \cdot L_{2}}$$

$$(2.1.24)$$

Z rovnice je patrné, že k dosažení co možná nejnižšího dolního mezního kmitočtu $f_d \rightarrow 0$, musí nastat případ:

- ▲ buď při $R_z + R_{Cu2} \rightarrow 0$ (tj. se supravodivým sekundárním vinutím)
- A nebo při $L_2 \rightarrow \infty$, v tomto případě i při $R_z + R_{Cu2} > 0$

Nesmíme opomenout magnetizační proud o velikosti $[-i_{\mu}(t)]$. Tento proud bude podle rovnice (2.1.9) limitně klesat k nule. Pokud bude transformátor pracovat na straně sekundárního vinutí téměř úplně nakrátko, tak je patrně možné docílit a realizovat proudový transformátor s dolním mezním kmitočtem řádově 0,5Hz.

V případě vysokých kmitočtů není transformátor proudu principiálně omezen. V reálném případě však s rostoucí frekvencí roste i hlavně parazitní mezizávitová kapacita sekundárního vinutí. Pokud bychom však minimalizovali nepříznivé vlivy, mohli bychom se dostat se šířkou pásma řádově 50 MHz¹

¹Hodnota byla převzatá z [2]



2.2.1. Určení počtu primárních závitů

Spřažený magnetický tok transformátoru je dán integrálem primárního napětí:

$$\Psi(t) = \int u(t) dt = \int U_{\text{lampl}} \cos \omega t \, dt = \frac{U_{\text{lampl}}}{\omega} \sin \omega t \quad .$$
(2.1.25)

Tato rovnice je všestranně platná jak pro lineární tak i nelineární magnetický obvod. Velikost amplitudy spřaženého toku je dána tedy vztahem:

$$\Psi_{ampl} = \frac{U_{iampl}}{\omega} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{1ef}}{\omega} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{1ef}}{2\pi f} = \frac{U_{1ef}}{\sqrt{2}\pi f}$$
(2.1.26)

Amplitudu spřaženého toku lze vyjádřit pomocí maximální indukce:

$$\Psi_{ampl} = N_1 B_{max} S_j k_{pFe}$$

$$(2.1.27)$$

Porovnáním pravých stran rovnic (2.1.26) a (2.1.27) můžeme následně vyjádřit počet primárních závitů:

$$N_{1} = \frac{U_{1ef}}{\sqrt{2}\pi f B_{max}S_{j}k_{pFe}} = \frac{U_{1ef}}{4.44 f B_{max}S_{j}k_{pFe}}$$
(2.1.28)

Pro nás je tato rovnice naprosto nezbytná. Důvodem je její využití při návrhu sekundární strany transformátoru, kde výpočet je naprosto analogický.

Rovnice (2.1.28) taktéž ověřuje maximální nasycení jádra magnetickou indukcí *B*, což budeme právě využívat ve svém návrhu.

2.2.2. Činitel plnění

Další nezbytnou podmínkou je i tzv. činitel plnění. Okno pro primární i sekundární vinutí, musí být zcela zaplněno. Tento činitel respektuje nedokonalosti výroby a konstrukčního provedení (např. kruhový průřez sekundárního vodiče a tudíž nemožnost je navinout bez mezer mezi sebou, nebo i přeskakování závitů při navíjení atd.). Co možná nejpřesnější znalost tohoto činitele plnění je právě nezbytnou podmínkou optimálního návrhu:

Celkový činitel plnění je definován takto:

$$k_{p,Cu} = \frac{N \cdot S_{Cu}}{S_0}$$
(2.1.29)





Obr. 5 Činitel plnění jádra

2.3. Měřicí transformátor proudu s elektronickým zkratem na výstupu

Na *Obr.* 6 je základní obvodové zapojení měřicího transformátoru proudu s elektronickým zkratem na výstupu. Jeho princip se opírá o výše uvedenou kapitolu transformátoru proudu. Rovnice (2.1.24) nám vyjádřila, závislost indukčnosti L_2 a odporu R_{cu2} s R_z . Také jsme si uvedli případy, za kterých je možné dosáhnout $f_d \rightarrow 0$. Jeden z případů vychází z $R_z + R_{Cu2} \rightarrow 0$. Z Obr. 5 je patrné, že pokud použijeme operační zesilovač (OZ) zapojený do invertujícího vstupu, dostaneme mezi tímto invertujícím vstupem a zemí virtuální zkrat. Dostatečně velký odpor vstupu OZ nám zaručuje, že proud i(t) se bude blížit nule a my jej můžeme proto zanedbat. Aby se tedy jednalo o zkrat, tak výstupní proud ze sekundární strany transformátoru $i_2(t)$ musí být dodáván výstupem OZ. To je potřeba si uvědomit, protože musíme dbát na to, aby převod transformátoru byl zvolen optimálně a nedošlo k proudovému přetížení na výstupní straně OZ. Zapojením dvou diod antiparalelně mezi invertující a neinvertující vstup, je možné OZ chránit proti velkým nadproudům. Při normální činnosti se na svorkách diod neobjeví žádné napětí a proud bude rovněž tedy nulový a to právě nijak neovlivni činnost OZ.



Obr. 6 Transformátor proudu s el. zkratem na výstupu



OZ zde má funkci i jako převodník proudu na napětí. Převodní vztah má tvar:

$$u_0(t) = -R_0 i_2(t) (2.1.30)$$

Invertující zapojení OZ má za následek záporné znaménko.

Důvodem použití OZ a celého zapojení je eliminace vlivu zátěže na dolní mezní kmitočet transformátoru.

Ten je pak dán pouze časovou konstantou samotného sekundárního vinutí:

$$f_{d} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau_{2}} = \frac{R_{Cu2}}{2 \cdot \pi \cdot L_{2}}$$
(2.1.31)

Toto zapojení se využívá především ve výkonové elektronice a pro snímání velkých proudů (v energetice) již není příliš vhodné.



2.4. Rogowského cívka

Rogowského cívka, jak je zachycena na *Obr. 6*, se chová jako vzduchový transformátor. Díky tomu se může chovat jako snímač proudu. Primární obvod tvoří vodič, kterým protéká proud $i_1(t)$, který chceme měřit. Obvod sekundáru je tvořený právě Rogowského cívkou. Do primárního obvodu (Rogowského cívky) je vnucován proud a ne napětí. Uvedli jsme si, že se jedná o vzduchový transformátor svojí podstatou. Díky tomu není magnetické pole primárního vinutí narušeno magnetickým polem sekundárního vinutí, což byla jedna z podmínek. Jako další podmínku si uvedeme, že feromagnetikum se nesmí vyskytovat ve vnitřním objemu Rogowského cívky, mimo něj již může. Rozdílem oproti běžnému transformátoru proudu spočívá v tom, že Rogowského cívka musí pracovat v režimu naprázdno. Klasický transformátor proudu pracuje nakrátko viz. kap. "Transformátor proudu". Pokud bychom ale zapojili Rogowského cívku do režimu nakrátko, tak by se opět chovala jako transformátor proudu. V režimu naprázdno, kdy se jedná právě o Rogowského cívku, v sekundárním obvodu nesmí téct žádný proud. Pokud tomu tedy tak bude, nevznikají tedy ani žádné silové účinky mezi oběma vinutími. Toho můžeme využít při měření velkých proudů, nadproudů a dokonce i zkratů.

2.4.1. Princip Rogowského cívky

Abychom lépe pochopili Rogowského cívku, využijeme toho, že se jedná o jak již bylo zmíněno o transformátor proudu. Na Obr. 4, který si zde ještě jednou pro názornost uvedeme, je zachycen obvodový model transformátoru proudu. Pokud ovšem ale odstraníme bočník R_b dostaneme Rogowského cívku. Na Obr. 4 je taktéž patrné to, že funkci bočníku přebírá právě indukčnost L_2 . Indukční zákon říká, že napětí na indukčnosti je přímo úměrné derivaci sekundárního proudu $u(t) = L \cdot d i_{2k}/d t$. Z toho je ale zřejmé, že výstupní napětí musíme integrovat, abychom dostali proud $i_{2K}(t)$. Jestliže ale měříme proud $i_{2K}(t)$, vyhodnocujeme proud bez systematické chyby transformátoru, způsobené magnetizačním proudem $-i_{\mu}$.



Obr. 4 Obvodový model transformátoru proudu zatížený bočníkem, převzato z [2]



2.4.2. Matematický popis Rogowského cívky

Matematický popis vychází z platnosti Ampérova zákona, v předpokládaném zapojení naprázdno a z *Obr*. 7.



Obr. 7 Rogowského cívka

V tom případě je možné jej psát takto:

$$\int_{l} \vec{H} \cdot \vec{d} \, l = N_{1} \cdot i_{1} \, . \tag{2.2.1}$$

Na *Obr.* 7 je tedy zachycena Rogowského cívka, kde rozměry *d* a *D* jsou průměry. Pokud bude průměr *d* vůči průměru *D* velmi malý $d \ll D$, můžeme ji prohlásit za "nekonečně štíhlou". V křivkovém integrálu podle rovnice (3.10) ji lze ztotožnit s hraniční křivkou *l*. Je-li tento předpoklad splněn, tak tvar cívky neovlivní velikost indukovaného napětí $u_2(t)$. To je největší výhoda Rogowského cívky. Cívka se zpravidla řeší tak, že na dlouhou plastovou hadičku navineme sekundární vinutí. Hadička musí být nemagnetická (μ_r =1.vzduchová cívka). To byla jedna z podmínek, které byly zmíněny na začátku kapitoly, že cívka nesmí ovlivňovat magnetické pole primárního vodiče. Z toho vyplívá, že jí nesmí téct ani žádný proud *i*₂ a proto vstupní impedance připojeného OZ musí být nekonečně velká.

Podmínky, které byly stanoveny, mají další důsledky nachování Rogowského cívky. Protože je materiál, ze kterého je hadička vyrobena nemagnetický a jeho průměr je malý oproti délce tak to zhoršuje vlastnosti a tím pádem citlivost snímače, zvláště v případě nízkých kmitočtů (např. pod 100 Hz). Citlivost zvýšíme, zvýšíme-li počet závitů. Řádově se můžeme dostat až na tisíce, což není takový problém, protože jím neteče žádný proud. Nesmíme opomenout i samotné navíjení na hadičku: musejí se plnit přísná topologická pravidla.

Podle Ampérova zákona (2.2.1) jsme si již zmínili, že hodnota křivkového integrálu je určena pouze těmi proudy, které leží uvnitř integrační křivky *l*. A tak lze celou situaci zjednodušit, jestliže nezáleží hodnota integrálu na tvaru integrační cesty.



Volba kruhového, středově symetrického uspořádání, pro kterou zřejmě podle [1] platí:

$$N_{1} \cdot i_{1}(t) = \int_{l} \vec{H}(t) \cdot \vec{dl} = H_{2}(t) \pi D = H_{2}(t) l$$
(2.2.2)

Z rovnice můžeme vyjádřit intenzitu pole $H_2(t)$ a pomocí ni indukci $B_2(t)$ uvnitř cívky:

$$B_2(t) = \mu_0 \cdot H_2(t) = \mu_0 \frac{N_1 \cdot i_1(t)}{l} .$$
(2.2.3)

Odtud jde snadno určit tok, spřažený s Rogowského cívkou:

$$\Psi_{2}(t)N_{2}\cdot\Phi_{2}(t) = N_{2}\cdot B_{2}(t)\cdot S = N_{2}\cdot B_{2}(t)\cdot \frac{\pi \cdot d^{2}}{4} = N_{1}\cdot N_{2}\mu_{0}\frac{\pi \cdot d^{2}}{4 \cdot l}\cdot i_{1}(t)$$
(2.2.4)

Protože se dá vzájemná indukčnost vyjádřit vztahem

$$\Psi_2(t) = M \cdot i_1(t)$$
, (2.2.5)

mužeme vyjádřit vzájemnou indukčnost *M* podle vztahu:

$$M = N_1 \cdot N_2 \mu_0 \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot l}$$
(2.2.6)

Vlastní indukčnost *L*² můžeme vyjádřit jako indukčnost dlouhého tenkého vzduchového toroidu:

$$L_2 = N_2^2 \mu_0 \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot l}$$
(2.2.7)

Z rovnice (2.2.4) můžeme vyjádřit převodní vztah mezi $i_1(t)$ a $u_2(t)$:

$$i_1(t) = \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot d^2 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \mu_0} \cdot \Psi_2(t) = \frac{4 \cdot l}{\pi \cdot d^2 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \mu_0} \int u_2(t) dt \quad (2.2.8)$$

Z rovnice plyne, že proud je přímo úměrný integrálu z výstupního napětí cívky $u_2(t)$, vynásobený konstantou.

Abychom tedy dostaly výstupní napětí, musíme na výstup připojit integrátor.

Pro nízké kmitočty se může využit aktivního integrátoru za pomocí operačního zesilovače.

Pro velmi vysoké kmitočty, při kterých již operační zesilovače nepracují, můžeme využít pasivního integrátoru za pomocí dolní RC-propusti. Pokud bychom docílili stavu, že by na odporu a na kondenzátoru nevznikaly parazitní indukčnosti, může být zrealizován integrátor až do 100 MHz.

Je třeba brát v úvahu, že rovnice (2.2.8) platí pouze pro "nekonečně štíhlou" cívku. U Rogowského cívky odpadá i systematická chyba. Avšak v praxi je nemožné realizovat nekonečnou délku a je potřeba stanovit skutečnou délku *d*. Dopustíme se tak chyby, kterou ale můžeme vyjádřit jako odhad maximální chyby převodu:

relativní chyba
$$<\frac{d}{l}$$
 (2.2.9)

Chyba se bude pohybovat pod 1% za rozumných deformací. Rovnice byly převzaty z [2].



2.5. Rogowského cívka s co nejmenším dolním mezním kmitočtem

Jestliže chceme dosáhnout nízkého dolního mezního kmitočtu, tak jak jsme si již uváděli, je zapotřebí použít aktivní integrátor. Na *Obr. 8* je nakresleno zapojení.



Obr. 8 Zapojení pro nízké kmitočty se zesilovačem a integrátorem

Zde si můžeme všimnout, že za výstup Rogowského cívky je zařazen OZ v neinvertujícím zapojení. Důvodem je právě vstupní impedance a tím možnost pro Rogowského cívku pracovat naprázdno. Navíc je možné operačním zesilovačem přispět k napěťovému zesílení $K_U > 1$, abychom zvýšili citlivost celého snímače. Za pomocí druhého OZ je již realizován integrátor. OZ je zapojený v invertujícím vstupu. Odpor R_3 slouží jako ochranný prvek pro nízké kmitočty a jeho hodnota jsou jednotky M Ω . Kondenzátory C_1 a C_2 oddělují stejnosměrnou složku (offset) na výstupu obou OZ.

Pro napětí v jednotlivých uzlech přenosového řetězce na Obr. 8 zřejmě platí:

$$u_4(t) = \frac{1}{R_0 \cdot C_0} \int u_3(t) dt = \frac{K_U}{R_0 \cdot C_0} \int u_2(t) dt$$
(2.2.10)

Pokud osamostatníme integrál $\int u_2(t) dt$ a dosadíme do rovnice (2.2.8) dostaneme:

$$i_{1}(t) = \frac{4 \cdot l \cdot R_{0} \cdot C_{0}}{K_{U} \pi \cdot d^{2} \cdot N_{1} \cdot N_{2} \cdot \mu_{0}} u_{4}(t) .$$
(2.2.11)

Z rovnice (2.2.11) plyne, že přenos snímače, definovaný jako přenosová impedance naprázdno:

$$\frac{u_4(t)}{i_1(t)} = \frac{K_U \pi \cdot d^2 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \mu_0}{4 \cdot l \cdot R_0 \cdot C_0} = \text{konst.}$$
(2.2.12)

to znamená, že není závislý na kmitočtu. Ovšem jak jsme si již uvedli, tak dolní mezní kmitočet je omezen odporem R_3 , který je naprosto nutný. Amplitudová frekvenční charakteristika s omezením pro nízké kmitočty je na *Obr. 9*.





Obr. 9 Dolní mezní kmitočet Rogowského cívky

Od kmitočtu $1/R_3C_0$ níže není integrátor schopen integrace a tím je určen dolní mezní kmitočet celého snímače:

$$f_d = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_3 \cdot C_0} \ . \tag{2.2.13}$$

Při tomto kmitočtu dosahuje amplitudová chyba hodnoty -3dB a fázová chyba +45°. Při dobrém obvodovém řešení lze dosáhnout dolního mezního kmitočtu v oblasti jednotek Hz.

Horní mezní kmitočet je omezen parazitní paralelní mezizávitovou kapacitou Rogowského cívky. S ohledem na velké množství závitů N_2 je kapacita C_2 značná a s indukčností L_2 vytváří paralelní rezonanci na kmitočtu f_0 . Nad tímto kmitočtem je cívka nepoužitelná. Horní mezní kmitočet má tedy velikost:

$$f_{h} = f_{0} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_{2} \cdot C_{2}}} , \qquad (2.2.14)$$

a u cívek používaných v energetice se zpravidla nachází v oblasti do 20kHz, velmi však závisí na rozměrech cívky. Přitom ale předpokládáme, že použité operační zesilovače mají horní mezní kmitočet vyšší.



2.6. Hallova sonda

2.6.1. Halluv jev

Náboj, který se pohybuje v magnetickém poli při působení Lorentzovy síly, vyvolává Hallův jev. Na *Obr. 10* je nakreslen prinpip funkce. Protéká-li destičkou, na kterou působí magnetické pole *B*, podélně proud *I*, vznikne na svorkách Hallovo napětí.



Obr. 10 Princip Hallova jevu

Začneme s předpokladem, že se v destičce nacházejí pouze volené elektrony.

Pak tedy musí platit vztah pro objemovou hustotu:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{Q}{q_e V} = \frac{Q}{q_e S l} = \frac{Q}{q_e a dl} \quad \Rightarrow \quad Q = n q_e V = n q_e S l \tag{2.3.1}$$

Pro proud, který teče podélně destičkou, musí platit vztah:

$$I = \frac{Q}{t} = n \cdot q_e \cdot S \cdot \frac{l}{t} = n \cdot q_e \cdot S \cdot v_d$$
(2.3.2)

Podle [1] pro proudovou hustotu a driftovou rychlost bude platit:

$$J = \frac{I}{S} = n \cdot q_e \cdot v_d \quad \rightarrow \quad v_d = \frac{J}{n \cdot q_e}$$
(2.3.3)

Pak tedy na elektron pohybující se driftovou rychlostí bude působit příčná Lorentzova síla:

$$F_e = -q_e \cdot (\vec{v_d} \times \vec{B}) = -q_e \cdot B \cdot v_d = -\frac{JB}{n}.$$
(2.3.4)

Síla je definována pro kladný náboj, proto je znaménko záporné.

Hallovo elektrické pole je potom definováno jako:

$$E_H = \frac{F_e}{q_e} = -\frac{JB}{n \cdot q_e} \,. \tag{2.3.5}$$



2.6.2. Hallovo napětí:

Pokud se vrátíme k rovnici (2.3.5), elektrickému poli, tak Hallovo napětí se dá vyjádřit jako:

$$U_{H} = E_{H} \cdot a = -\frac{J \cdot a \cdot B}{n \cdot q_{e}} = -\frac{a \cdot B}{n \cdot q_{e}} \cdot \frac{I}{a \cdot d} = -\frac{B \cdot I}{n \cdot q_{e} \cdot d} \quad (2.3.6)$$

Velikost Hallova napětí dosahuje přibližně jednotky až desítky mV, což není moc. To právě bývá problémem v oblasti nežádoucího šumu. Malý odstup *signál/šum*, který souvisí s malou citlivostí sondy. Taky tloušťka destičky je důležitým faktorem. Čím bude tato tloušťka menší, tím bude citlivost větší. Taktéž citlivost ovlivňují volné nosiče náboje, jejich koncentrace by měla být co nejmenší. Jako materiál lze použít polovodič, protože kovy mají velkou koncentraci volných elektronů velkou.

Rovnici (2.3.6) lze přepsat jako:

$$U_{H} = -\frac{B \cdot I}{n \cdot q_{e} \cdot d} = R_{H} \cdot \frac{I \cdot B}{d} , \qquad (2.3.6b)$$

Hallova konstanta $R_{\rm H}$ se tedy rovná:

$$R_H = -\frac{1}{n \cdot q_e}.$$
(2.3.7)

Obecné vyjádření rovnice (2.3.7) současně pro volné díry i elektrony:

$$R_{H} = -\frac{p \cdot \mu_{p}^{2} - n \cdot \mu_{n}^{2}}{q_{e} \cdot (p \cdot \mu_{p} + n \cdot \mu_{n})^{2}}.$$
 (2.3.7b)

Teplota ovlivňuje koncentraci volných elektronů a děr podle rovnice:

$$n(l) = n_i \cdot e^{+\frac{q_e}{k \cdot T} \cdot \varphi(l)}$$
(2.3.8)

$$p(l) = n_i \cdot e^{-\frac{q_e}{k \cdot T} \cdot \varphi(l)}$$
(2.3.9)

Teplotní nezávislost je velmi důležitá a kvalitní sondy by měly být teplotně nezávislé. Pokud použijeme rovnici (2.3.6b) jsme schopní teplotní kompenzace.

Rovnice (2.3.6b) nám říká, že ovlivňuje-li koncentrace Hallovo napětí, tak i měrný odpor materiálu bude toto napětí ovlivňovat. Mezi driftovou rychlostí, středním zrychlením volného elektronu a střední dobou mezi dvěma srážkami platí vztahy:

$$v_d = a_{st\bar{r}} \tau = F_{st\bar{r}} \frac{\tau}{m_e} = E \cdot q_e \cdot \frac{\tau}{m_e} = E \cdot q_e \cdot \mu_e \quad \to \quad E = \frac{v_d}{q_e \cdot \mu_e} \quad . \tag{2.3.10}$$

Z nich můžeme vyjádřit pohyblivost jako:

$$\mu_e = \frac{\tau}{m_e} \,. \tag{2.3.11}$$

Složením rovnic (2.3.10) a (2.3.2) můžeme vyjádřit odpor:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{E \cdot l}{n \cdot q_e \cdot v_d \cdot S} = \frac{1}{\mu_e \cdot n \cdot q_e^2} \cdot \frac{l}{S} = \rho \cdot \frac{l}{S}$$
(2.3.12)



Pro měrný odpor materiálu bude tedy platit:

$$\rho = \frac{1}{\mu_e \cdot n \cdot q_e^2} \quad \Rightarrow \quad n \cdot q_e = \frac{1}{\rho \cdot \mu_e \cdot q_e} \,. \tag{2.3.13}$$

Dosazením rovnice (2.3.13) do (2.3.6b), lze Hallovo napětí psát jako:

$$U_{H} = -\frac{B \cdot I}{n \cdot q_{e} \cdot d} = -\rho \cdot \mu_{e} \cdot q_{e} \cdot \frac{I \cdot B}{d} = R_{H} \cdot \frac{I \cdot B}{d} . \qquad (2.3.6c)$$

Pomocí rovnice (2.3.6c) je možné experimentální určení pohyblivosti volných nosičů náboje.

2.7. Snímač stejnosměrného proudu s Hallovou sondou, se zpětnovazební kompenzací

Schéma je naznačeno na *Obr. 11.* Princip činnosti spočívá v tom, že vložením Hallovy sondy do vzduchové mezery jádra kompenzačního transformátoru, snímáme magnetický tok a regulujeme na nulovou hodnotu. O regulaci se stará PI-regulátor s dvojitým emitorovým sledovačem na výstupu.



Obr. 11 Snímač proudu s Hallovou sondou, se zpětnovazební kompenzací

Při velkém množství závitů, se uplatňuje parazitní kapacita zpětnovazebního vinutí a snižuje to šířku kmitočtového pásma. Nutnost velkých sekundárních proudů cca desetiny A, při napájení $\pm 15 \text{ V}_{-}$

Protože jádro pracuje neustále kolem nuly magnetizační křivky, neuplatňuje se fystereze feromagnetického jádra. Celkovou šířku pásma udává transformátor, protože pro nízké kmitočty až do kmitočtu horního mezníh opracuje OZ s Hallovou sondou. U frekvencí nad tuto hranici, transformátor pracuje již jako proudový transformátor. Šířka pásma je řádově do 100 kHz.



3. Nový způsob návrhu měřicího transformátoru proudu s elektronickým zkratem na výstupu

3.1 Dolní mezní kmitočet daný časovou konstantou

Budeme vycházet z rovnice (2.1.31) pro dolní mezní kmitočet transformátoru. K této rovnici jsme si už uvedli, že dolní mezní kmitočet je dán pouze časovou konstantou τ_2 a tudíž odporem sekundárního vinutí R_{cu2} a indukčností sekundárního vinutí L_2 .

Pro odpor sekundárního vinutí bude platit:

$$R_{Cu2} = \rho \cdot \frac{l_{cu2}}{S_{cu2}} , \qquad (3.1)$$

kde l_{cu2} je délka závitů sekundárního vinutí a S_{cu2} je průřez sekundárního vodiče.

Tuto rovnici můžeme rozepsat:

$$l_{Cu2} = N_2 \cdot 2 \cdot (a+b+d-d_1)$$
(3.2)

$$S_{Cu2} = \frac{k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2)}{4 \cdot N_2}$$
(3.3)

a následně vložit do původního vzorce (3.1).

$$R_{Cu2} = \rho \cdot \frac{N_2 \cdot 2 \cdot (a+b+d-d_1)}{\frac{k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2)}{4 \cdot N_2}} = \rho \frac{8 \cdot N_2^2 \cdot (a+b+d-d_1)}{k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2)}$$
(3.1b)

Přičemž N_2 je počet závitů sekundární strany transformátoru. K_{pm} respektuje činitel plnění mědi. Proměnné *a*, *b*, *d*, *d*₁, jsou nakresleny v *Obr. 12*. Zde je vlastně nakreslen rozměr jádra, ale právě na rozměru jádra závisí délka sekundárního vinutí a průřez. Rozměr *a* a *b* představuje průřez jádrem transformátoru. Rozměr *d*₁ představuje průměr primárního vodiče a rozměr *d* představuje průměr celkové plochy pro **obě vinutí.**





Obr. 12 Rozměr jádra

Na *Obr. 12* si můžeme všimnout, že rovnice jsou opravdu správné. Pro délku vodiče sekundárního vinutí transformátoru budeme uvažovat délku středního vodiče vynásobenou počtem závitů. A pro průřez sekundárního vinutí můžeme napsat rozdíl dvou obsahů vztaženým k hodnotám d_1 a d a poděleným počtem závitu na sekundární straně transformátoru.

Nyní již bylo určeno R_{cu2} a můžeme přistoupit k určení indukčnosti L_2 , kterou můžeme vyjádřit vztahem:

$$L_2 = N_2^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{Fe} \cdot \frac{S_{Fe}}{l_{lfe}}$$
(3.4a)

I tuto rovnici (4.5) můžeme rozepsat do tvaru podle Obr. 11.

$$L_2 = N_2^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{Fe} \cdot \frac{a \cdot b}{2 \cdot (a+b)}$$
(3.4b)

Nyní můžeme doplnit do původní rovnice pro dolní mezní kmitočet (2.1.31)

$$f_{dl} = \frac{R_{Cu2}}{2 \cdot \pi \cdot L_2} = \frac{\rho \frac{8 \cdot N_2^2 \cdot (a+b+d-d_1)}{k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2)}}{N_2^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{Fe} \cdot \frac{a \cdot b}{2 \cdot (a+b)}} = \frac{16 \cdot \rho \cdot (a+b+d-d_1) \cdot (a+b)}{k_{pm} \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot \mu_{Fe} \cdot (d^2 - d_1^2) \cdot (a \cdot b)}$$
(2.1.31b)

Můžeme si všimnout, že závity sekundární strany N_2 se vykrátily. Nyní máme rozepsán vzorec pro dolní mezní kmitočet proudového transformátoru s elektronickým zkratem na výstupu.



3.2 Ověření sycení jádra transformátoru

Nesmíme však opomenout skutečnost, že proudový transformátor může být přesycen. K ověření maximálního sycení jádra transformátoru můžeme použít vztah (2.1.28) a upravit ho do podoby :

$$f_{d2} = \frac{U_{2ef}}{\sqrt{2}\pi \cdot N_2 \cdot B_{max} S_{Fe} k_{pFe}} = \frac{U_{2ef}}{4,44 \cdot N_2 \cdot B_{max} S_{Fe} k_{pFe}}$$
(2.1.28b)

Pokud začneme upravovat a vyjdeme z Ohmova zákona:

$$U_{2ef} = R_{Cu2} \cdot I_{2ef} \tag{3.5}$$

S geometrie jádra a podle Obr.12 můžeme i průžez jádra vyjádřit jako :

$$S_{Fe} = a \cdot b \tag{3.6}$$

A po dosazení tedy můžeme dostat vztah:

$$f_{d2} = \frac{R_{Cu2} \cdot I_{2ef}}{4,44 \cdot N_2 \cdot B_{max}(a \cdot b) k_{pFe}}$$
(2.1.28c)

Použijeme-li i vztah (3.1b) pro odpor sekundárního vinutí, můžeme napsat výsledný vztah pro dolní mezní kmitočet pro sycení jádra ve tvaru:

$$f_{d2} = \frac{U_{2ef}}{\sqrt{2}\pi \cdot N_{2} \cdot B_{max}} S_{Fe} k_{pFe} = \frac{\rho \frac{8 \cdot N_{2}^{2} \cdot (a+b+d-d_{1})}{k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^{2}-d_{1}^{2})} \cdot I_{2ef}}{4,44 \cdot N_{2} \cdot B_{max}(a \cdot b) k_{pFe}}$$

$$f_{d2} = \frac{8 \cdot \rho \cdot N_{2} \cdot (a+b+d-dI) \cdot I_{2ef}}{4,44 \cdot k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^{2}-d_{1}^{2}) \cdot B_{max} \cdot (a \cdot b) \cdot k_{pFe}}$$
(2.1.28d)

Pokud se vrátíme k rovnici (2.1.31) k určení dolního mezního kmitočtu, musíme si uvědomit, že návrh transformátoru proudu je tedy nutné ověřit na maximální sycení pro dané jádro.



3.3 Maximální volený rozměr jádra d

Nabízí se možnost tyto rovnice řešit jako soustavu rovnic (2.1.31b) a (2.1.28d). Avšak řešení soustavy je možné pouze numericky, protože dostaneme rovnici čtvrtého řádu a ta je **algebraicky neřešitelná**.

Proto je nutné najít přijatelnější podobu řešení. Budeme tedy vycházet z podmínky $f_{dl} \leq f_{d2}$. To je základní úvaha pro splnění maximálního sycení. Pokud z ní vyjdeme a řekneme, že budou obě frekvence stejné, nebo že dolní mezní kmitočet pro sycení bude vetší, pak vyhovíme oběma podmínkám.

Složením rovnic (2.1.31b) a (2.1.28d) a upravením můžeme dostat vztah:

$$f_{d2} = f_{dI} \rightarrow \frac{8 \cdot \rho \cdot N_{2} \cdot (a+b+d-d_{1}) \cdot I_{2ef}}{4.44 \cdot k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^{2}-d_{1}^{2}) \cdot B_{max} \cdot (a \cdot b) \cdot k_{pFe}} = \frac{16 \cdot \rho \cdot (a+b+d-d_{1}) \cdot (a+b)}{k_{pm} \cdot \pi \cdot \mu_{0} \cdot \mu_{Fe} \cdot (d^{2}-d_{1}^{2}) \cdot (a \cdot b)}$$

$$(a+d) = \frac{N_{2} \cdot \mu_{0} \cdot \mu_{Fe} \cdot I_{2ef}}{2,22 \cdot B_{max}} = \frac{\mu_{0} \cdot \mu_{Fe} \cdot I_{1ef}}{2,22 \cdot B_{max}}$$

$$(3.8)$$

Na první pohled se může zdát, že rovnice (3.8) prakticky nic neřeší, protože se pokrátily důležité proměnné jako třeba samotný dolní mezní kmitočet. Vzorec je patrně správný a říká nám, že rozměr (a + d) je vlastně podle Obr. 5 střední průměr toroidního jádra. Dále je jasné, že pokud chceme pracovní kmitočet stejný jako dolní mezní kmitočet daný časovou konstantou obvodu τ_2 , je rozměr transformátoru dán pouze primárním proudem I_{1ef} , materiálovými vlastnostmi jádra a hodnotou maximálního sycení jádra (indukce) B_{max} . Ze vzorce (3.8) je ještě patrné to, že pokud bychom zvyšovali hodnotu indukce B_{max} tak bude rozměr (a + d) klesat a zase naopak. Tím nám vlastně vzorec (3.8) určí maximální rozměry transformátoru, které nemůžeme překročit.

Nyní máme vyřešené maximální rozměry. Protože však chceme transformátor proudu objemově minimalizovat, proto budeme volit rozměr (a + d) podstatně menší.



3.4 Minimální volený vnitřní průměr d jádra

Můžeme si stanovit i minimální hodnotu rozměru *d* a to přímo pomocí rozměru d_1 a proudové hustoty σ_2 , která nesmí být větší než hustota σ_1 v primárním vodiči. Musíme dbát na to, aby bylo okno na *Obr. 11*, tj. plocha (S₁+S₂), využito celé. Proto můžeme napsat:

$$\sigma_1 \ge \sigma_2 \tag{3.9}$$

proto z Obr. 11 plyne nerovnost

$$S_1 \le S_2 \tag{3.9a}$$

Z geometrie a Obr. 11 můžeme určit *d* následujícím způsobem:

$$\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} - \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4}$$
(3.9b)

$$d \ge \sqrt{2} \cdot d_1 \tag{3.9c}$$

Tímto jsme vyřešili problém s minimálním průměrem jádra.

Shrnutí:

Maximální hodnota rozměru d je určena rovnicí (3.8) (je třeba brát v úvahu rozměr a).

Minimální hodnota rozměru d je určena rovnicí (3.9c).



3.5 Algoritmus návrhu proudového transformátoru

V dalším kroku návrhu přistoupíme k vyřešení problému s rovnicemi (2.1.31b) a (2.1.28d). Budeme postupovat následující úvahou: Vyjdeme z předpokladu, že pokud vyřešíme rovnici (2.1.28d) na splnění maximálního sycení a zároveň splníme podmínku maximálních rozměrů, měl by dolní mezní kmitočet f_{d2} být vždy "menší" než pracovní (to ovšem vždy nefunguje a bude potřeba zavést další podmínku). Ta ale vyplyne z řady iteračních výpočtů.

Řešení rovnice (2.1.31b):

Předpoklad analýzy:

Zadané veličiny: I_{1ef} , f_{d2}

Zvolené veličiny: I_{2ef} , B_{max} , σ_1 , σ_2 , k_{pCu} , k_{pFe}

Konstanty: ρ , μ_0 , μ_{rFE}

Pokud budeme uvažovat, že *známými* veličinami jsou veličiny zadané, veličiny zvolené a konstanty, pak za neznámé veličiny musí být považovány rozměry a, b, d, d_1 .

Protože máme stále ještě velký počet neznámých, pokusíme se jej zredukovat zavedením dalších podmínek:

Pomocí proudové hustoty σ_1 a proudu I_{1ef} lze určit průměr d_1 primárního vodiče.

Dalším krokem je zavedení (tj. volba) parametru jádra p, který bude reprezentovat poměr a:b a opět nám odstraní jednu další neznámou, konkrétně rozměr b:

$$b = a \cdot p \tag{3.10}$$

Jelikož tedy nejde algebraicky řešit soustavu rovnic (2.1.31b) a (2.1.28d), jak jsme si již uvedli dříve, další odstranění neznámé není možné a jsme nuceni jeden ze dvou neznámých rozměrů vhodně zvolit. Volit budeme rozměr d, a to z praktických důvodů, protože tak můžeme lépe ovlivnit rozměr celého transformátoru. (Pozn.: opět však nesmíme překročit maximální rozměr (a+d))

Nyní tedy máme vyřešen problém s počtem neznámých proměných, a proto můžeme vyřešit samotou rovnici (2.1.28d), kterou zde pro přehlednost znovu uvedeme:

$$f_{d2} = \frac{8 \cdot \rho \cdot N_2 \cdot (a+b+d-dI) \cdot I_{2ef}}{4.44 \cdot k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2) \cdot B_{max} \cdot (a \cdot b) \cdot k_{pFe}}$$

Upravíme ji do tvaru:

$$f_{d2} \cdot 4.44 \cdot k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2) \cdot B_{max} \cdot (a \cdot a \cdot p) \cdot k_{pFe} = 8 \cdot \rho \cdot (a + (a \cdot p) + d - d1) \cdot I_{1ef}$$
(2.1.28e)

Pro snadnější výpočet zavedeme substituci, která nahradí všechny známé veličiny:

$$A = 4.44 \cdot f_{d2} \cdot k_{pm} \cdot k_{pFe} \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2) \cdot B_{max}$$
(3.11)



Získáme kvadratickou rovnici o neznámém parametru a:

$$A \cdot (a^2 \cdot p) - (8 \cdot \rho \cdot I_{1ef} + 8 \cdot \rho \cdot I_{1ef} \cdot p) \cdot a - 8 \cdot \rho \cdot I_{1ef} (d - d_1) = 0$$

$$(3.12)$$

Jejím vyřešením obdržíme kořeny a tím i rozměr strany *a* jádra. Protože získáme kořeny dva, jeden kladný a druhý záporný, za správný vybereme pouze ten kladný.

Nyní je potřeba provést kontrolu výpočtů a výsledné rozměry dosadit do rovnice (2.1.31b) pro dolní mezní kmitočet obvodu a ověřit tak dolní mezní kmitočet sekundárního magnetického obvodu.

Při kontrolních výpočtech můžeme i dopočítat zbylé prvky transformátoru. Velkou výhodou tohoto způsobu je, že při výpočtu nezáleží na počtu závitů sekundární strany MTP, díky tomu můžeme výstupní proud sami volit.

$$N_2 = \frac{I_{1\text{ef}}}{I_{2\text{ef}}} \tag{3.13}$$



4 Ověření pomocí výpočtů:

4.1 Výchozí podmínky:

V této kapitole se zaměříme na konkrétní výpočet transformátoru proudu s elektronickým zkratem na výsledný návrh ověříme rovnicemi a tím dokážeme správnost návrhu.

Námi zadané a požadované hodnoty transformátoru:

Zadané veličiny: $I_{1ef} = 100$ A, $f_{d2} = 0.8$ Hz Zvolené veličiny: $I_{2ef} = 0.1$ A, $B_{max} = 1.2$ T, $\sigma_1 = \sigma_2 = 3.5$ A/mm², $k_{pCu} = 0.5$, $k_{pFe} = 0.96$, p = 1.5Konstanty: $\rho_{cu} = 0.0169 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$, $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ H/m, $\mu_{rFE} = 1200$

Nyní můžeme zahájit samotný výpočet. Protože ještě neznáme všechny potřebné veličiny pro stanovení maximálního a minimálního rozměru rce. (3.8) a (3.9c), je nutné je stanovit předem.

První krok: Výpočet průměru d_1 primárního vodiče z proudové hustoty a primárního proudu I_{1ef} .

$$S_{cul} = \frac{I_{1ef}}{\sigma} = \frac{100}{3.5} = 28,57 \text{ mm}^2$$
$$d_1 = \sqrt{4\frac{S_{cul}}{\pi}} = \sqrt{4\frac{28,57}{\pi}} = 6,03 \text{ mm}$$

Dále budeme počítat s rozměrem $d_1 = 6$ mm.

Druhý krok: Stanovení minimálních rozměrů pomocí rovnice (3.9c):

 $d \ge \sqrt{2} d_1 \ge \sqrt{2} \cdot 6 \ge 8,49 \text{ mm}$

Třetí krok: Stanovení maximálních rozměrů pomocí rovnice (3.8):

$$(a+d) = \frac{\mu_0 \cdot \mu_{Fe} \cdot I_{1ef}}{2,22 \cdot B_{max}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1200 \cdot 100}{2,22 \cdot 1,2} = 0,0566 \text{ mm} = 56,6 \text{ mm}$$

Protože, jak jsme si již uvedly dříve, volba je rozměru d musí v tomto případě respektovat i rozměr a, naše volba by se tedy měla pohybovat cca 8,5 mm až po cca² 50 mm.

Zvolíme tedy rozměr *d*, nějak rozumně v rozmezí maximálního a minimálního rozměru. Taky jsme si řekli, že můžeme zvolit v tomto rozmezí volit prakticky libovolně.

Budeme tedy uvažovat zvolený rozměr d = 30 mm.

²Odhad čísla (ve skutečnosti ještě nedokážeme určit velikost rozměru a).



Čtvrtý krok: Teď už máme tedy vyřešené všechny vstupní proměnné a můžeme dosadit do rovnice (3.11) a následně do rovnice (3.12).

$$A = 4,44 \cdot f_{d2} \cdot k_{pm} \cdot k_{pFe} \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2) \cdot B_{max} = 4.44 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,96 \cdot \pi \cdot (0,03^2 - 0,006^2) \cdot 1,2 = 5.55 \cdot 10^{-3}$$

Páty krok: Vyřešení kvadratické rovnice (3.12):

$$A \cdot (a^2 \cdot p) - (8 \cdot \rho \cdot I_{1ef} + 8 \cdot \rho \cdot I_{1ef} \cdot p) \cdot a - 8 \cdot \rho \cdot I_{1ef} (d - d_1) = 0$$

5,55 \cdot 10^{-3} \cdot (a^2 \cdot 1,5) - (8 \cdot \rho \cdot 100 + 8 \cdot \rho \cdot 100) \cdot a - 8 \cdot 1,5 \cdot \rho \cdot 100 (0,03 - 0,006) = 0

Kořeny rovnice jsou:

a = -0,004534 m

a = 0,008596 m = 8,6 mm

Vybereme kladný kořen a provedeme kontrolu.

4.2 Kontrola dolního mezního kmitočtu:

Provedeme tedy kontrolu dolního mezního kmitočtu obvodu podle vzorce (2.1.31). Použijeme rozepsaný vzorec (2.1.31b)

$$f_{dI} = \frac{R_{Cu2}}{2 \cdot \pi \cdot L_2} = \frac{16 \cdot \rho \cdot (a + a \cdot p + d - d_1) \cdot (a + a \cdot p)}{k_{pm} \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot \mu_{Fe} \cdot (d^2 - d_1^2) \cdot (a \cdot a \cdot p)}$$

$$f_{dI} = \frac{16 \cdot 0,0169 \cdot 10^{-6} (0,0086 + 0.0086 \cdot 1,5 + 0,03 - 0,006) \cdot (0,0086 + 0,0086 \cdot 1,5)}{0,5 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 10^{-7} \cdot 1200 (0,03^2 - 0,006^2) \cdot (0,0086 \cdot 0,0086 \cdot 1,5)}$$

$$f_{dI} = 0,546 \text{ Hz}$$

Výsledná frekvence je tedy nižší než-li frekvence kterou jsme požadovali, tudíž byla podmínka splněna.

Můžeme provést i kontrolu námi požadovaného dolního mezního kmitočtu pro sycení jádra podle rovnice (2.1.28d).

$$f_{d2} = \frac{8 \cdot \rho \cdot N_2 \cdot (a + a \cdot p + d - d1) \cdot i_2}{4.44 \cdot k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2) \cdot B_{max} \cdot (a \cdot a \cdot p) \cdot k_{pFe}}$$
$$f_{d2} = \frac{8 \cdot 0.0169 \cdot 10^{-6} \cdot 100(0.0086 + 1.5 \cdot 0.0086 + 0.03 - 0.006)}{4.44 \cdot 0.5 \cdot \pi \cdot (0.03^2 - 0.006^2) \cdot 1.2 \cdot (0.0086 \cdot 0.0086 \cdot 1.5) \cdot 0.96} = 0.7989 \,\mathrm{Hz}$$

Zde si tedy můžeme všimnout, že výpočet byl proveden správně a dolní mezní kmitočet pro sycení vychází prakticky totožný se zadaným.



4.3 Výpočet obvodových veličin:

Jelikož jsme si nezadali žádnou hodnotu požadovaného výstupního proudu, můžeme provést výpočet sekundárních závitů libovolně. Zvolíme např.: $I_{2ef} = 100 \text{ mA}$.

$$N_2 = \frac{I_{1\text{ef}}}{I_{2\text{ef}}} = \frac{100}{0.1} = 1000$$

Nyní známe počet závitů a jsme schopni dopočítat odpor sekundárního vinutí R_{cu2} z rovnice (4.4)

$$R_{Cu2} = \rho_{cu2} \cdot \frac{l_{cu2}}{S_{cu2}} = \rho_{cu2} \frac{8 \cdot N_2^2 \cdot (a + a \cdot p + d - d_1)}{k_{pm} \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2)} = 4,532 \,\Omega$$

Pokud vyjdeme z rovnice (3.7-2), můžeme určit indukčnost sekundárního vinutí:

$$L_2 = N_2^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_{Fe} \cdot \frac{S_{Fe}}{l_{lfe}} = 1,379 \,\mathrm{H}$$



5. Závěr

Cílem této bakalářské práce byla problematika snímačů střídavého proudu. V kapitole č.2 jsou rozebrány jednotlivé principy snímání proudu spolu s vybranými snímači pro nízký dolní mezní kmitočet (transformátor proudu, Rogowského cívka, Hallova sonda). Specifické chování každého typu snímače můžeme využít v široké škále způsobů snímání proudu, ať už ve výkonové elektronice nebo energetice.

Transformátor proudu z elektronickým zkratem na výstupu, jehož návrh je hlavním tématem této práce, a je řešen v kapitole č. 3, se svými vlastnostmi hodí více pro použití ve výkonové elektronice při měření menších hodnot proudů.

Rogowského cívka je principiálně schopna měřit proudy velké a dokonce i zkratové, její nevýhodou je však malá citlivost na nízkých kmitočtech. Pokud použijeme zapojení s integrátorem a zesilovačem, dolní mezní kmitočet je dán pouze odporem R_3 , viz *Obr. 8*.

Hallova sonda se zpětnovazební kompenzací měří velikost stejnosměrné složky. Její frekvenční omezení je dáno pouze vlastnostmi transformátoru. Výstupní proudy z cívky bývají relativně velké, proto musíme brát v úvahu možnosti napájení PI-regulátoru.

Těžiště práce spočívá v sestavení jednoznačného algoritmu pro elektromagnetický návrh měřicího transformátoru proudu s elektronickým zkratem na výstupu. Při sestavování algoritmu byla zvolena následující úvaha: Chceme-li MTP s nízkým dolním kmitočtem, musíme vycházet ze dvou základních rovnic (2.1.31b) a (2.1.28d). Jedna rovnice reprezentuje dolní mezní kmitočet obvodu spočítaný za pomocí časové konstanty τ_2 sekundárního obvodu a druhá rovnice ověřuje dolní mezní kmitočet na přesycení jádra indukcí B_{max} . Je jasné že požadovaný kmitočet na přesycení musí být roven nebo vetší než kmitočet obvodu. Řešení jako soustavu rovnic nebo nerovnic vedlo k výsledné rovnici vysokého řádu, kterou bylo algebraicky nemožné řešit. Nicméně díky tomuto velkému množství výpočtů se podařilo najít možný způsob řešení a obejít tak vzniklý problém.

Nově sestavený algoritmus pro návrh MTP se opírá o dvě základní podmínky, které byly stanoveny. Podmínky nám předem určí v jakém rozmezí musíme zvolit potřebné (minimální a maximální) rozměry, abychom mohli zbývající rozměry dopočítat a přitom se nedopustili špatně zvolených rozměrů, které by nevyhověli potřebným požadavkům na sycení jádra. Z *Obr. 12* jsou patrné veškeré rozměry používané ve výše uvedených vzorcích. Velkou výhodou nového algoritmu je, že počet závitů nerozhoduje, je tedy na nás jaký chceme požadovaný výstupní proud I_{2ef} a tedy odpovídající počet závitů na sekundární straně MTP. Jak jsme již zmiňovali, že frekvence dolního mezního kmitočtu pro sycení indukcí B_{max} musí být rovna nebo vyšší. Tudíž pokud splníme podmínky pro maximum a minimum a vyjdeme z rovnice (2.1.28d) pro sycení a vytvoříme speciální kvadratickou rovnici. Vyřešením kvadratické rovnice se dopočítáme neznámého rozměru jádra. Při kontrole si můžeme ověřit správnost výsledku, ale také dolní mezní kmitočtu 0,8Hz dosáhne tato chyba –30% (tj. –3dB).

Takto navržený a sestavený postup návrhu MTP tedy vyřešil problém se zpětným ověřováním přesycení jádra a stanovil podmínky za kterých návrh splní dané požadavky.

V kapitole č. 4 byla metoda návrhu početně ověřena. V příloze se nachází grafické zachycení iteračních výpočtů pro zadané a ověřované parametry MTP.



LITERATURA

1] Patočka.M: *Magnetické jevy a obvody-Ve výkonové elektronice Měřicí technice a silnoproudé elektrotechnice*. VUTIUM 2011 "564 s. ISBN: 978-80-214-4003-6

[2] Patočka.M: Vybrané statě z výkonové elektroniky svazek IV, Magnetické obvody ve výkonové elektronice, pulsní měniče a transformátory, Brno: VUT, 2008

[3] HALLIDAY, David. Fyzika: Vysokoškolská učebnice obecné fyziky. 1.vyd. Brno/Praha: VUTIUM,2000,1198 s. ISBN:80-214-1869-9



Přílohy

{1} Závislost dolního mezního kmitočtu na zadané frekvenci f = 0,8 Hz. Přičemž proudová hustota je konstantní pro oba průřezy. Proud primárním vodičem je rovnen $I_{1ef} = 100$ A. Barevné rozlišení se vztahuje na různé hodnoty násobku *p*. (*p*=1-zelená, *p*=2-červená, *p*=5- modrá)



Pokud budeme měnit průměr *d*, bude se vývoj vypočtené dolní mezní frekvence obvodu měnit podle výše uvedeného grafu. Můžeme si také všimnout, že mimo vypočtené minimální a maximální rozměry nebude obvod splňovat podmínky.

Za stejných podmínek je zde zachycena závislost změny rozměru a vůči d.



Zde si zase můžeme všimnout, že od stanoveného minima rozměru *d*, se rozměr *a* mění již nepatrně oproti *d*. Z grafu je možné si i předem stanovit pro přibližnou velikost *d* odpovídající rozměr jádra *a*. Grafy se budou posouvat nahoru a dolů podle zadané frekvence *f*.