



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra aplikované fyziky a techniky

Bakalářská práce

Simulace vedení tepla pomocí programu COMSOL Multiphysics

Vypracoval: David Doležal
Vedoucí práce: doc. RNDr. Petr Bartoš, Ph.D.

České Budějovice 2017

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

Datum:

Podpis studenta:

Poděkování:

Velmi rád bych poděkoval mému vedoucímu bakalářské práce doc. RNDr. Petru Bartošovi, Ph.D. za jeho velmi odborné vedení, velkou trpělivost, poskytnutí odborných rad, připomínek a především za jeho čas. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Martinu Filipovi za pomoc s měřením, úpravami materiálů a čas po který mi byl k dispozici. Nakonec bych chtěl poděkovat Mgr. Tomáši Zoubkovi za poskytnutí odborných rad a za čas který mi byl k dispozici v průběhu výroby modelu.

Obsah:

1 Program COMSOL Multiphysics.....	8
1.1 Aplikace COMSOL Multiphysics	9
1.2 Modul přenosu tepla programu COMSOL Multiphysics.....	10
1.2.1 Aplikace modulu přenosu tepla	11
2 Fyzikální mechanismy přenosu tepla	12
2.1 Kondukce (vedení)	14
2.1.1 Tepelná vodivost.....	14
2.1.2 Vybrané veličiny charakterizující vedení tepla.....	17
2.1.3 Vedení tepla pevnými látkami a obecná diferenciální rovnice vedení tepla	20
2.2 Konvekce (proudění)	23
2.2.1 Přestup tepla při konvekci.....	24
2.2.2 Diferenciální rovnice přenosu tepla konvekcí	25
2.3 Radiace (vyzařování, sálání).....	26
2.3.1 Radiační veličiny	28
2.3.2 Radiační vlastnosti	29
2.3.3 Definice pojmů černé a šedé těleso.....	30
2.3.4 Výměna tepla zářením	31
3 Experimentální stanovení teplot materiálů pomocí termokamery	32
3.1 Vybavení.....	32
3.2 Měřené materiály a jejich vlastnosti	35
3.3 Podmínky měření.....	37
3.4 Průběh měření.....	37
3.5 Výsledky a termogramy.....	38
4 Vytvoření modelu a jeho numerická realizace	42
4.1 Úvod do vytvoření nového modelu	43
4.1.1 Výběr prostorové dimenze.....	43

4.1.2 Přidání a volba vhodné fyziky	44
4.1.3 Volba studia	45
4.2 Vytvoření modelu a posloupnost operací	47
4.2.1 Definování geometrie.....	47
4.2.2 Definování materiálů	56
4.2.3 Definování fyziky	63
4.2.4 Definování mříže	68
4.2.5 Definování studia	69
4.2.6 Definování zobrazení	71
5 Diskuze a porovnání výsledků	74
5.1 Porovnání vytvořeného modelu s experimentem	75
5.2 Porovnání přizpůsobeného modelu s experimentem	79
6 Závěr.....	83
7 Použité materiály a zdroje informací	84

Abstrakt:

Tato bakalářská práce se zabývá studiem vedení tepla pevnými látkami a vytvořením modelu v komerčním programu COMSOL Multiphysics. Práce je celkem členěna do pěti tématických celků. První část se stručně zabývá významem a charakteristikou programu i modulu přenosu tepla. Teplo, jako jedna z forem energie, doprovází všechny fyzikální děje se kterými se můžeme setkat a je nedílnou součástí našich životů. V souvislosti s tímto jsou ve druhé části práce uvedeny základní fyzikální mechanismy přenosu tepla, kterými jsou vedení, proudění a záření. Taktéž je pozornost věnována fyzikálním veličinám, teoriím a pojmům, jejichž znalost je k vyšetřování mechanismů přenosu tepla nezbytná. Třetí část práce je věnována experimentu, spočívajícím ve sledování teplot zahřívaných materiálů pomocí termokamery. Ve čtvrté části práce jsou nejprve obecně popsány kroky doprovázející výrobu modelu a následně výroba konkrétního modelu v samotném programu. Poslední pátá část práce je věnována porovnání výsledků experimentu s daty z modelu.

Abstract:

This bachelor thesis deals with the study of heat conduction in solids and the creation of a model in the commercial program COMSOL Multiphysics. The work is divided into five thematic units. The first part deals briefly with the meaning and characteristics of both the program and the heat transfer module. Heat, as one form of energy, accompanies all the physical processes we can encounter and is an integral part of our lives. In this connection, the basic physical mechanisms of heat transfer, such as conduction, flow and radiation, are presented in the second part. Attention is also paid to physical variables, theories and concepts whose knowledge is necessary to investigate heat transfer mechanisms. The third part of the thesis is devoted to the experiment, consisting in the observation of temperatures of heated materials by a thermal camera. In the fourth part of the thesis are first described in general the steps accompanying the production of the model and subsequently production of a particular model in the program itself. The last part of the thesis is devoted to comparing experimental results with data from the model.

Úvod

Cílem této bakalářské práce je nastínit práci v programu COMSOL Multiphysics na konkrétním příkladě, který je věnovaný vyšetřování přenosu tepla. Ke správnému pochopení je bakalářská práce celkem rozdělena do pěti kapitol.

První kapitola slouží k seznámení s programem COMSOL Multiphysics a tepelným modulem přenosu tepla. Ve stručnosti jsou v první kapitole tedy shrnuty obecné informace, základní principy, možnosti a oblasti použití programu.

Druhá kapitola má za úkol seznámit čtenáře s problematikou přenosu tepla. V jednotlivých podkapitolách jsou zde uvedeny a popsány základní fyzikální mechanismy přenosu tepla, včetně souvisejících teorií, definic a fyzikálních veličin.

Praktickým experimentem, jeho provedením a výsledky se zabývá třetí kapitola. V této kapitole jsou uvedeny a zdokumentovány podmínky měření, které měřicí přístroje včetně dalšího potřebného vybavení byly k experimentu použity a nutné úpravy vyšetřovaných materiálů spolu s jejich vlastnostmi a rozměry. Pro snadné zopakování experimentu je uveden i postup měření. Výsledné termogramy jsou uvedeny v poslední podkapitole.

Čtvrtá kapitola se věnuje výrobě modelu v programu COMSOL Multiphysics. Je zde popsán poměrně podrobný postup výroby modelu přizpůsobeného podmínkám experimentu.

Pátá kapitola se zabývá diskuzí a porovnáním provedeného experimentu s vytvořeným modelem a následně i modelem přizpůsobeným skutečnosti ještě více. Porovnání je reprezentováno grafy s dvojicemi snímků. Taktéž jsou zde okomentovány různé zvláštnosti a výsledky porovnání.

Závěr práce je věnovaný subjektivnímu dojmu z používání programu COMSOL Multiphysics, cenovým rozbořem některých licencí a shrnutí a naplnění cílů práce.

1 Program COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics je účinným interaktivním nástrojem používaným k modelování a řešení všech nám známých vědeckých a výrobních problémů. Program nabízí velmi výkonné prostředí spolu s panelem *Model Builder*, který přidává mnoho možností správy, přehledu a přístupu k funkcionalitě modelu. S COMSOL Multiphysics lze snadno rozšířit konvenční modely řešené v rámci jednoho fyzikálního děje o řešení, kde budou modely řešeny v rámci více fyzikálních dějů - multifyzikálně. Největší výhodou potom je, že k využití této možnosti nepotřebujete velmi hluboké znalosti matematiky nebo numerické analýzy [1].

Použitím vestavěných fyzikálních rozhraní a pokročilého nastavení vlastností materiálů lze vytvářet modely definováním relevantních fyzikálních kvantit, jako jsou materiálové vlastnosti, zátěže, kontrakce, zdroje a toky, spíše, než vytvářet je definováním potřebných rovnic. Tyto proměnné, výrazy, nebo čísla lze vždy použít přímo na pevné a tekuté domény, meze, hrany a body nezávisle na výpočetní mříži. Tento soubor rovnic reprezentujících model poté COMSOL převede a díky tomu k veškerým možnostem programu COMSOL lze přistoupit skrze grafické uživatelské rozhraní, nebo skript naprogramovaný v jazyku Java či MATLAB (vyžaduje LiveLink pro MATLAB licenci). Použitím těchto fyzikálních rozhraní lze studovat:

- Stacionární a časově závislá studia.
- Lineární a nelineární studia.
- Vlastní frekvence, způsobené frekvence a za frekvenci zodpovědná studia [1].

Při řešení modelování COMSOL shromáždí a vyřeší problém pomocí sady pokročilých numerických nástrojů a metod. Software spustí analýzu spolu s adaptivním síťováním (pokud ho zvolíme) a kontrolami chyb, za použití několika numerických řešičů (solverů). Tento výpočet může využít víceprocesorové systémy a výpočetní klastry a tím zpracovávat několik úloh najednou včetně protřídění parametrů [1].

K tvorbě modelu COMSOL přistupuje tak, že vytvoří sekvence sestávající z vytvoření geometrie, mříže (mesh), studia včetně nastavení řešiče a nakonec zobrazení výsledků. Tento postup umožňuje velmi jednoduše parametrizovat kteroukoliv část modelu. Jednoduše stačí pouze změnit nastavení uzlu (položky) a opětovně spustit sekvence [1].

1.1 Aplikace COMSOL Multiphysics

Základní přírodní zákony jsou formovány parciálními diferenciálními rovnicemi a tyto rovnice umožňují vytváření modelů ze širokého spektra vědeckých a inženýrských oblastí.

Těmito oblastmi jsou:

- Akustika
- Bio-vědy
- Chemické reakce
- Koroze a ochrana proti korozi
- Difúze
- Elektrochemie
- Elektromagnetismus
- Únavové analýzy
- Dynamika tekutin
- Palivové články a elektrochemie
- Geofyzika a geomechanika
- Přenos tepla
- Mikroelektrochemické systémy
- Mikrofluidika
- Mikrovlnné inženýrství
- Dynamika více těles
- Optika
- Trasování částic
- Piezoelektrická zařízení
- Fotonika
- Fyzika plazmy
- Tok porézních medií
- Kvantová mechanika
- Díly o rádiové frekvenci
- Polovodičová zařízení
- Strukturální mechanika
- Oblasti transportu
- Propagace vln

Příkladem skutečné aplikace může být vyšetřování elektrického odporu vodiče. Odpor elektrického vodiče se velmi často liší s jeho teplotou a vytvořený model by tedy měl zahrnovat odporové zahřívání [1].

V základním nastavení COMSOL nabízí modelování a analýzu v mnoha aplikovaných oblastech. Pro několik zásadních aplikačních oblastí jsou v programu přítomny volitelné moduly. Tyto aplikačně-specifické moduly používají terminologii a řešení metod vlastních dané oblasti, což zjednodušuje vytváření a analyzování modelu. Tyto moduly navíc obsahují obsáhlé aplikační knihovny se vzory modelů, které poukazují na použití výrobků v jejich aplikačních oblastech. Jedním z těchto modulů je právě modul přenosu tepla [1].

1.2 Modul přenosu tepla programu COMSOL Multiphysics

Tepelný modul je určen především pro designéry, vývojáře a vědce, kteří využijí detailních geometrických modelů, ke studiu procesů či vlivu zahřívání a chlazení různých přístrojů, dílů nebo zařízení. Obsahuje modelovací nástroje pro simulaci všech základních mechanismů přenosu tepla, mezi které patří vedení tepla, proudění tepla a vyzařování tepla. Dále tepelný modul programu COMSOL má v nabídce i fyzikální mechanismy přenosu tepla ve formě elektromagnetického zahřívání, termoelektrického efektu či přenosu tepla biologickou tkání. Jeho největší výhodou oproti konkurenci je to, že umí i kombinovat jednotlivé fyzikální procesy. Tyto simulace mohou být provedeny za ustálených nebo přechodových podmínek v 1D, 1D osově souměrných, 2D, 2D osově souměrných a 3D souřadnicových systémech [1].

Vysoká úroveň detailnosti poskytovaná těmito simulacemi, umožňuje optimalizování návrhu a provozních podmínek v zařízeních a procesech ovlivněných přenosem tepla. Aplikační knihovny tohoto modulu taktéž obsahují tutoriály, stejně jako průmyslové vybavení a benchmark pro ověření a validaci výsledků [1].

Kromě základních fyzikálních mechanismů přenosu tepla, které jsou rozepsané v další kapitole, řeší modul přenosu tepla především studium bilance neboli vyrovnanosti energie v systému. V návaznosti na energetickou bilanci způsobenou vedením, prouděním a vyzařováním lze studovat i původ energie z latentního tepla, Joulova zahřívání a přídavných tepelných zdrojů i chladičů (odvaděčů tepla). V případě pohybující se pevné látky mohou být pohybová pravidla převedena do modulu tepelného přenosu, typickým příkladem může být rotující stroj – například turbína. Stejně tak lze vymodelovat teplotní deformace a jejich dopad na tepelné vlastnosti. Fyzikální vlastnosti a tepelné zdroje, případně chlazení, mohou být popsány jako libovolné výrazy obsahující závislé proměnné v modelu (například teplota a elektrické pole). Rovnice přenosu tepla jsou definovány automaticky vyhrazeným fyzikálním rozhraním pro přenos tepla a proudění tekutin. Formulace těchto rovnic mohou být zviditelněny detailně v nastavení fyzikálního rozhraní za účelem ověření [1].

Fyzikální vlastnosti jako je tepelná vodivost, tepelná kapacita, hustota a emisivita mohou být pro pevné a tekuté látky získány z vestavěné materiálové knihovny, případně z modulu materiálové knihovny. Modul materiálové knihovny navíc obsahuje koeficienty přenosu tepla, související s různými typy přenosu tepla prouděním z povrchu. Pro turbulentní přenos tepla také představuje vztahy používané k výpočtu tepelné vodivosti v turbulentním toku a to sice pomocí vířivé difuzivity z modelů turbulence (označované jako turbulentní vodivost) [1].

1.2.1 Aplikace modulu přenosu tepla

Generování a přenos tepla jsou přítomny ve většině fyzikálních procesů a jevů, které doprovází buď jako vedlejší účinky anebo jako požadované účinky. Modul přenosu tepla může být velmi účinně použit ke studiu různých procesů jako třeba ventilace budov, k zahrnutí volné turbulentní konvekce do přenosu tepla, k analýze dopadu generování tepla a chlazení v elektronických součástkách a taktéž i ke studiu účinků fázové přeměny [1].

Aplikační části v aplikační knihovně obsahují připravené aplikace, které mohou být spuštěny vyhrazenými rozhraními. Tyto aplikace jsou uzpůsobeny k řešení konkrétních problémů a disponují navíc zjednodušeným grafickým uživatelským rozhraním. Modul přenosu tepla nabízí k dispozici tyto aplikační části:

- Část budov a konstrukcí.
- Část tepelných výměníků.
- Část medicínských technologií.
- Část fázové přeměny.
- Část napájecí elektroniky a chlazení elektroniky.
- Část tepelného kontaktu a tření.
- Část tepelného zpracování.
- Část tepelného vyzařování.
- Část tepelného napětí.
- Část výuková.
- Část ověření vzorů [1].

2 Fyzikální mechanismy přenosu tepla

Teplu je jedna z forem energie, která podobně jako práce se přenáší uvnitř systému anebo z jednoho systému do druhého. Tato energie může být uložena jako kinetická nebo potenciální energie v atomech a molekulách (obecně částicích) daného systému [1].

Množství tepla přenesené za jednotku času (rychlost přenosu tepla) závisí na základním fyzikálním mechanismu, který definuje způsob přenosu. Způsoby přenosu tepla tedy rozlišujeme podle realizace fyzikální podstaty dějů na přenos tepla vedením v látkách (kondukce), přenos tepla prouděním látek (konvekce) a přenos tepla zářením (radiace). COMSOL Multiphysics k řešení přenosu tepla pevnými látkami používá diferenciální rovnici ve tvaru

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \mathbf{q} = Q + Q_{ted}, \quad (1)$$

kde:

- ρ je hustota [$kg \cdot m^{-3}$],
- C_p je specifická tepelná kapacita za konstantního tlaku [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$],
- T je absolutní teplota [K],
- t je časový úsek [s],
- \mathbf{u} je vektor rychlosti přenosu pohybu [$m \cdot s^{-1}$],
- \mathbf{q} jsou tepelné toky [$W \cdot m^{-2}$],
- Q představuje přídatné zdroje tepla [$W \cdot m^{-3}$],
- Q_{ted} představuje termoelastické tlumení [$W \cdot m^{-3}$] [1].

Jednotlivé veličiny, jejich význam a rozsahy jejich hodnot jsou popsány v kapitole 2.1.2.

Dále je nutno podotknout, že rovnice (1) je řešena za Dirichletovo (rovnice (2)) a Neumannovo (rovnice (3)) okrajových podmínek

$$T = T_0 \quad (2)$$

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = q_0, \quad (3)$$

přičemž T a T_0 značí teploty vazeb, \mathbf{n} normálový vektor, \mathbf{q} tepelný tok a q_0 tepelné toky.

Ve své základní podobě jsou hustota ρ [$kg \cdot m^{-3}$], tepelná kapacita C_p [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$], součinitel tepelné vodivosti λ [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$], zdroje tepla Q [$W \cdot m^{-3}$], teploty vazeb T_0 [K] a tepelné toky q_0 [$W \cdot m^{-2}$] brány jako konstanty, což vede k lineárnímu systému a tím i poměrně jednoduchému řešení. Nicméně se mohou vyskytnout nelinearity a to sice v následujících případech:

- Materiálové vlastnosti definované hustotou ρ , tepelnou kapacitou C_p a součinitelem tepelné vodivosti λ jsou závislé na teplotě.
- Zdroje tepla nejsou lineární.
- Neumannovi mezní podmínky nejsou lineární s teplotou proto, že:
 - Konvektivní ochlazovací podmínka typu $-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = \alpha(T_{ext} - T)$ udržuje linearitu chyby, když je koeficient přenosu tepla h konstantní.
 - Radiační podmínka typu $-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = \varepsilon\sigma(T_{amb}^4 - T^4)$ je velmi výrazně nelineární [1].

Rovnice (1) je řešením pro všechny tři způsoby přenosu tepla a setkáme se s ní v různých rozepsaných podobách jak v dokumentaci k programu COMSOL Multiphysics, tak i v této podobě přímo v uživatelském rozhraní v kroku definování fyziky.

2.1 Kondukce (vedení)

Přenos tepla vedením je následkem různých mechanismů v různých mediích, čili může probíhat v podstatě v pevných, kapalných i plynných látkách ve spojitém látkovém prostředí (neboli kontinuálním) a díky tomu je tedy vyloučen průběh vedení tepla vakuem. Obecně by se dalo říci, že při vedení tepla si molekuly či jiné stavební částice látky vzájemně předávají kinetickou energii neuspořádaných tepelných pohybů [1], [3].

Tím tedy dochází k přenosu této kinetické energie z míst o vyšší teplotě do míst o teplotě nižší, aby byla zachována tepelná rovnováha. Vedení tepla je tedy formou přenosu tepla, která může být popsána jako úměrnost teplotních gradientů v systému a matematicky je formulováno Fourierovým zákonem [1].

2.1.1 Tepelná vodivost

Tepelná vodivost z fyzikálního hlediska označuje schopnost látky vést teplo, čili jinak řečeno představuje rychlost, s jakou se teplo šíří ze zahřátých částí do částí chladnějších [1].

Součinitel tepelné vodivosti - Tepelnou vodivost látky charakterizuje součinitel tepelné vodivosti, který se značí buď symbolem k nebo λ [lambda] a základní jednotkou je watt na metr a kelvin [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]. Jedná se o fyzikálně tepelný parametr látky, který je závislý na teplotě, tlaku a chemickém složení dané látky. Součinitel tepelné vodivosti udává množství tepla, které projde za jednu sekundu plochou jednoho metru čtverečního izotermického povrchu, přičemž teplota tělesa vzroste o jeden kelvin. Součinitel tepelné vodivosti se určuje experimentálně pomocí různých metod, jakými jsou například laserová metoda, metoda horké desky nebo odporová metoda. V současnosti se používá k jeho určení moderních experimentálních měřících přístrojů nadnárodních společností, které s dostatečnou přesností určí hodnotu součinitele tepelné vodivosti pro libovolný materiál. Toto je stěžejní pro matematické výpočty ohřevů a ochlazování materiálů, určování přestupů tepla a především pro určení součinitele tepelné vodivosti jako vstupní veličiny pro oblast numerických simulací fyzikálně-technických dějů [2].

Vedení tepla se teoreticky odehrává v plynu kolizemi molekul, v kapalinách skrze oscilace (kmitání) molekul v "kleci" složené z nejbližších sousedních molekul či částic, v kovech převážně pomocí valenčních elektronů přenášejících teplo a v ostatních pevných látkách pohybem molekul, které v krystalech na sebe berou podobu kmitů mřížce. Tyto kmity mřížce šířící se látkou až rychlostí zvuku a založené na přenosu energie podobající se akustickému vlnění, připisujeme interakcím mezi částicemi, které nazýváme fonony [1].

Tato energie, kterou si fonony předávají, se nepřenáší plynule, ale v jakýchsi kvantech energie hf podobných těm, která přenášejí v elektromagnetickém vlnění fotony. Na přenosu tepla se tedy podílejí jak volné (valenční) elektrony tak i fonony a výsledný součinitel tepelné vodivosti λ tedy dostaneme jako

$$\lambda = \lambda_e + \lambda_f, \quad (4)$$

kde λ_e představuje součinitel tepelné vodivosti volných elektronů a λ_f součinitel tepelné vodivosti fononů [3].

Z hlediska hodnot tepelné vodivosti různých látek (viz tabulka 1) se vyznačují vysokými hodnotami především kovy, kde je přenos tepla uskutečňován převážně valenčními elektrony, které se v kovové krystalické mřížce v pevné fázi volně pohybují. U těchto látek má fononová vodivost na hodnotu součinitele tepelné vodivosti zcela zanedbatelný vliv [3].

Naproti tomu špatné vodiče tepla a tepelné izolanty se vyznačují fononovou tepelnou vodivostí, jelikož disponují velmi malým počtem volně se pohybujících elektronů a dosahují tedy díky tomu nižších hodnot tepelné vodivosti [3].

Těchto tepelně-izolačních vlastností se běžně využívá ve stavebnictví používáním různých pórovitých látek, které v dutinách obsahují vzduch (skelná vata, minerální plst, pěnový beton, cihly, apod.). Nejlepším dosud známým tepelným izolantem je ovšem vakuum, kterým se však dobře šíří všechny druhy záření, včetně tepelného. Izolačních vlastností vakua se využívá například v Dewarových nádobách nebo v oknech [4], [6].

Hodnoty součinitele tepelné vodivosti jsou závislé na teplotě, a proto se udává i teplota, při které byla hodnota součinitele tepelné vodivosti zjišťována. V tabulce 1 jsou uvedeny hodnoty součinitele tepelné vodivosti různých látek, přičemž v závorce za danou látkou je uveden rozsah teplot, při kterém byla hodnota součinitele tepelné vodivosti naměřena.

Tabulka 1: Hodnoty součinitele tepelné vodivosti uvedených látek převzaté z [2], [9], [10], [11].

Látka	Hodnota λ [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
Plynné látky	0,015 až 0,36
Oxid uhličitý (0 – 1400°C)	0,015 až 0,12
Vodík (0 – 1400°C)	0,2 až 0,8
Metan (0 – 900°C)	0,03 až 0,22
Koksárenský plyn (0 – 1000°C)	0,08 až 0,36
Kapalné látky	0,08 až 0,70
Voda (127°C)	0,69
Benzin (0 – 200°C)	0,121 až 0,09
Tuhé látky	0,04 až 2300
Diamant (25°C)	895 až 2300
Stříbro (20 – 25°C)	418 až 429
Měď (0 – 1000°C)	400 až 300
Zlato (25°C)	317
Hliník (0 – 600°C)	210 až 270
Dural (EN AW 2017) (25°C)	145
Mosaz (0 – 600°C)	100 až 180
Zinek (0 – 400°C)	110 až 90
Platina (25°C)	71,6
Cín (0 – 200°C)	65 až 55
Šedá litina (0 – 500°C)	50 až 36
Ocel křemíková (0 – 800°C)	32 až 24
Legovaná ocel (0 – 800°C)	16 až 24
Polovodiče	0,3 až 84
Křemík (0°C)	84
Germanium (0°C)	63
Selen (20°C)	0,3 až 0,7
Nekovy	0,16 až 3,0
Mramor (0°C)	1,30 až 3,0
Led (0°C)	0,9
Sklo (0 – 100°C)	0,74 až 0,88
Nylon (PA6) (25 °C)	0,26
PVC (20°C)	0,16 až 0,21
Pórovité tuhé látky	0,06 až 0,84
Beton suchý (20°C)	0,84
Dřevo (0 – 15°C)	0,20 až 0,21
Cihla (20°C)	0,06
Žárovzdorné a izolační látky	0,04 až 2,1
Šamot (0 – 1500°C)	1,15 až 2,1
Skelná vata (0 – 400°C)	0,04 až 0,18

Jak je z tabulky 1 patrné, nejvyšších hodnot tepelné vodivosti dosahují diamant a kovy, nízkých naopak nekovy a plynné látky. Rozsahy hodnot se pohybují dle materiálu a látky od setin až po stovky či jednotky tisíc $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$. Zde by bylo důležité podotknout, že se jedná většinou o čisté látky bez příměsí, proto jsou udávané hodnoty relativně vysoké. Jakkoliv znečištěné látky vedou teplo již podstatně hůře.

2.1.2 Vybrané veličiny charakterizující vedení tepla

Vybrané veličiny, které jsou členy v diferenciální rovnici pro přenos tepla a jejichž znalost je nezbytná k jejímu řešení.

Měrná (specifická) tepelná kapacita - Měrná tepelná kapacita je veličina udávající množství tepla, které je potřebné k ohřátí jednoho kilogramu látky o jeden teplotní stupeň a její hodnota je závislá na teplotě. Značí se písmenem c a jednotkou SI je joule na kilogram a kelvin $[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$. Pokud uvažujeme s většími teplotními intervaly, tak se v praxi udává střední hodnota měrné tepelné kapacity \bar{c} . Taktéž se v praxi setkáme s udáváním měrné tepelné kapacity s dolními indexy p nebo V , které označují konstantní veličinu při probíhající zjištění hodnoty tepelné kapacity. Rozlišujeme tedy měrnou tepelnou kapacitu při stálém (konstantním) tlaku c_p a stálém objemu c_V [12].

V tabulce 2 je zobrazeno, jakých hodnot měrné tepelné kapacity dosahují různé materiály zastoupené v různých skupenstvích při teplotě 20 °C.

Tabulka 2: Hodnoty měrné tepelné kapacity vybraných materiálů převzaté z [9], [10], [12], [13].

Materiál	Platné pro 20 °C $c_p [J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$
Nylon (PA6)	1700
PVC	900
Ocel	450 až 500
Sklo	670 až 750
Dural (EN AW 2017)	900
Hliník	896
Měď	383
Voda	4180
Ethanol	2430
Vzduch (0°C)	1003

Jak je z tabulky 2 patrné, mezi látky s vysokou hodnotou měrné tepelné kapacity c patří kapaliny, jako například voda či ethanol. Nízkých hodnot c naopak dosahují kovy. Z pevných látek má poměrně vysokou hodnotu c nylon (PA6).

Teplo - Teplo je termodynamická veličina, která vyjadřuje míru změny vnitřní energie [14]. Dle Hallidaye [5] je teplo forma energie vyměněná mezi systémem a okolím jako důsledek teplotního rozdílu mezi nimi. Značí se symbolem Q a základní jednotkou SI je joule $[J]$. Rozlišujeme dvě různé veličiny:

- a) Teplo - Popisuje změnu energie tělesa provedenou jistým konkrétním způsobem, čili se jedná o dějovou veličinu.
- b) Teplota - Popisuje stav tělesa, čili se jedná o stavovou veličinu.

Stavovou veličinu, která popisuje tepelnou výměnu, nazýváme entropie [16].

Absolutní teplota (termodynamická teplota) - Termodynamická teplota je fyzikální stavová veličina související s hladinami vnitřní energie systému. Její nerovnost určuje směr samovolného přestupu tepla od teplejšího systému k systému chladnějšímu, v případě uvedení těchto systémů do tepelného kontaktu. Symbolem termodynamické teploty je T a základní jednotkou SI je kelvin $[K]$ [15].

Entropie - Entropie je veličina vyjadřující míru neurčitosti systému, značí se symbolem S a její jednotkou SI je joule na kelvin $[J \cdot K^{-1}]$. Entropie popisuje to, jakým způsobem dochází k transformaci tepla při termodynamické změně a má velký význam, jelikož umožňuje vyjádřit kvantitativně nevratnost tepelných pochodů [16]. Dle dokumentace k programu COMSOL Multiphysics [1] je také jedním ze tří extenzivních parametrů (spolu s objemem V a hmotností m) charakterizujících systém.

Hustota - Fyzikální veličina vyjadřující hmotnost objemové jednotky látky. Představuje hodnotu dané veličiny vztažené k jednotkovému objemu (objemová hustota), jednotkovému obsahu plochy (plošná hustota) nebo jednotkové délce (lineární hustota). Ve fyzice se používá i k vyjádření objemových hustot částic, hustot elektrických nábojů, či pokud není pojem upřesněn, tak vyjadřuje hmotnost jednotkového objemu. U látek sypkých či pórovitých se udává jako objemová hmotnost. Hustota se značí řeckým písmenem ρ [ró] a její jednotkou SI je kilogram na metr krychlový $[kg \cdot m^{-3}]$ [17].

Mezi veličinami charakterizujícími přenos tepla je hustota zmíněna proto, že je nutná její znalost pro dosažení do diferenciální rovnice přenosu tepla.

V tabulce 3 je zobrazeno jakých hodnot hustot nabývají jednotlivé látky. Tyto látky jsou reprezentovány jak organickými tak i anorganickými zástupci a rozděleny dle skupenství.

Tabulka 3: Hodnoty hustot vybraných látek převzaté z [10], [18], [19].

Látka	Hustota ρ při 20 °C [$kg \cdot m^{-3}$]
Pevné látky	100 až 22 600
Korek	150 až 200
Dřevo	100 až 720
Nylon (PA6)	1150
PVC	1200 až 1500
Sklo	2400 až 2700
Hliník	2700
Dural (EN AW 2017)	2800
Diamant	3500
Ocel	7850
Měď	8960
Platina	21 450
Osmium	22 600
Kapalné látky	659,4 až 13 579
Hexan	659,4
Ethanol	789,3
Nafta	800 až 880
Voda	998
Voda mořská	1024
Kyselina sírová	1840
Rtuť	13 579
	Hustota ρ při 0 °C a tlaku 10^5 Pa [$kg \cdot m^{-3}$]
Plynné látky	0,08895 až 5,78
Vodík	0,08895
Helium	0,1762
Vzduch (suchý)	1,2759
Oxid uhličitý	1,951
Xenon	5,78

Jak je z tabulky 3 patrné, nejvyšších hodnot hustoty při teplotě 20 °C dosahují přechodné kovy, které dosahují hodnot v rozmezí $3000 kg \cdot m^{-3}$ (platí pro prvek skandium) až $22\,600 kg \cdot m^{-3}$ (platí pro prvek osmium). Dále z tabulky číslo 3 můžeme zjistit, že existují pevné látky, které mají nižší hustotu než kapaliny, a to sice díky tomu, že jsou pórovité. Jedná se o látky jako dřevo či korek. Kapalné látky dosahují hodnot hustoty v rozmezí $660 kg \cdot m^{-3}$ (platí pro hexan) až $13\,579 kg \cdot m^{-3}$ (platí pro rtuť), přičemž maximální hodnota platící pro rtuť je ale spíše výjimkou, jelikož se jedná o jediný kapalný kov při teplotě 20 °C. Pro plyny jsou hodnoty naměřených hustot stanoveny při 0 °C a tlaku 10^5 Pa a dosahují hodnot v rozmezí několika setin až jednotek $kg \cdot m^{-3}$.

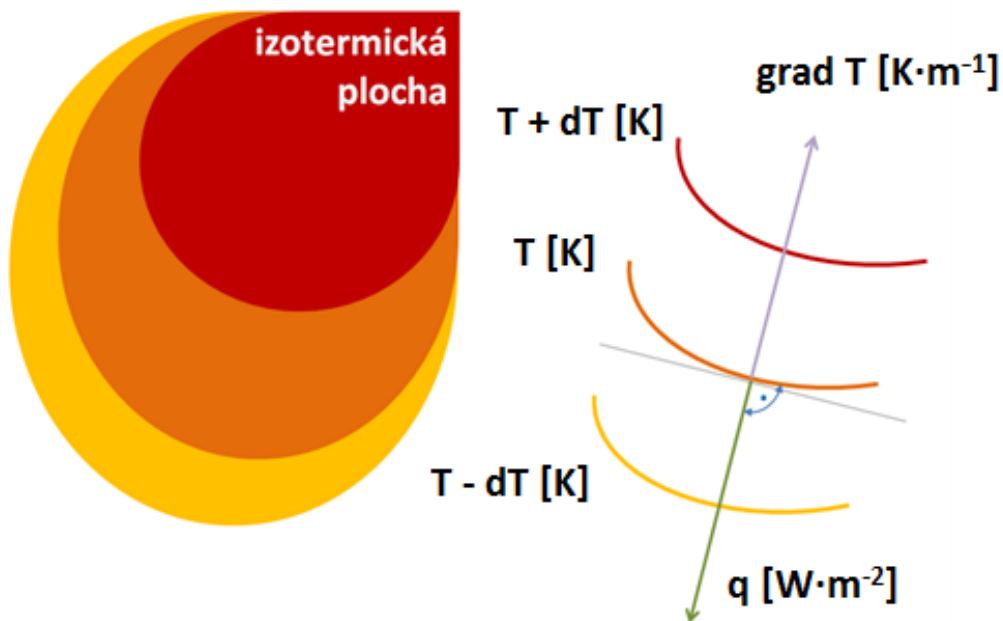
2.1.3 Vedení tepla pevnými látkami a obecná diferenciální rovnice vedení tepla

Prvním předpokladem k tomu, aby systémem Ω mohlo být vedeno teplo je existence teplotního pole, především pak existence rozdílu teplot (u kterého nezáleží v podstatě na tom, zda zvolíme jako základní jednotku stupně Celsia nebo Kelviny) a toto pole můžeme matematicky zapsat jako

$$T = f_{\Omega}(x, y, z, t), \quad (5)$$

kde T je v tomto případě symbolem pro teplotní pole [K], f_{Ω} nám říká, že teplotní pole systému Ω může být funkcí tří (x, y, z) , dvou (x, y) , nebo případně i jedné souřadnice (x) a t [s] udává závislost na čase. Děje závislé na čase označujeme jako *nestacionární*, naopak děje na čase nezávislé jako *stacionární* [2].

V COMSOL Multiphysics se vždy v počátečním nastavení ve volbě studia volí, zda chcete danou simulaci zkoumat stacionárně či v závislosti na čase. Na obrázku 1 můžeme vidět představu teplotního pole, včetně izotermických ploch, které představují místa se stejnou hodnotou teploty.



Obrázek 1: Představa teplotního pole a izoterm, převzato a upraveno z [2].

Rychlost přenosu tepla je vyjádřena veličinou nazývanou tepelný tok, nebo taktéž tepelný výkon q [W] a je definována vztahem

$$q = \frac{dQ}{dt}, \quad (6)$$

kde Q značí množství přeneseného tepla [J] a t daný časový úsek [s]. Když zahrneme do vztahu prostorové souřadnice, například plochu S [m^{-2}], kterou teplo Q prochází, dostaneme vektor \mathbf{q} , který nazýváme hustotou tepelného toku [$W \cdot m^{-2}$] a tu můžeme vyjádřit vztahem

$$\mathbf{q} = \frac{d^2Q}{dS \cdot dt} = \frac{dq}{dS} \quad [2]. \quad (7)$$

Tepelný tok - Tepelný tok je tedy veličina vyjadřující rychlost přenosu tepla, neboli změnu tepla Q za určitý malý časový úsek dt a značí se písmenem q , viz rovnice (6). Pokud projde plochou S určité množství tepla Q za čas t , dostaneme hustotu tepelného toku \mathbf{q} matematicky formulovanou rovnicí (7). Hustota tepelného toku je vektor, který je vyjádřen pomocí Fourierova zákona dle rovnice (8), případně v rozepsané formě v rovnici (9). Hustotu tepelného toku danou vedením tepla značíme symbolem \mathbf{q} . Jednotkou tepelného toku je watt na metr čtvereční [$W \cdot m^{-2}$] [2].

Se znalostí teplotního pole a veličin s ním souvisejících byl roku 1811 zaveden první Fourierův zákon, který udává teplotní spád, nebo taktéž hustotu tepelného toku \mathbf{q} , vyjádřenou součinem gradientu teploty T [$K \cdot m^{-1}$] a součinitele tepelné vodivosti λ [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$] jako

$$\mathbf{q} = -\lambda \cdot \mathit{grad} T \quad (8)$$

neboli

$$\mathbf{q} = -\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (9)$$

Na obrázku 1 jsou vyobrazeny vektory \mathbf{q} a $\mathit{grad} T$ ležící na jedné přímce. Tyto vektory jsou ovšem v opačném směru, a jelikož teplo se předává z oblasti o vyšší teplotě do oblasti s teplotou nižší, je výsledný gradient opačného směru (smyslu). Tím je tedy vysvětleno, proč je v rovnici (8) znaménko mínus [2].

První Fourierův zákon stanovuje hustotu tepelného toku přenášeného vedením, takže pokud známe rozložení a průběh teplot ve sledovaném objemu, můžeme předpokládat, že když na naše těleso přivedeme teplo, prochází jím tedy tepelný tok a těleso se ohřívá. Element dm tělesa ohřátý o ΔT (v tomto zápisu jako rozdíl teplot ($T_2 - T_1$)) tedy přijme a zadrží teplo

$$dQ = dm \cdot c_p \cdot \Delta T. \quad (10)$$

Objemovou hustotu přijatého tepla získáme tak, že si z rovnice (10) vyjádříme dm jako $\rho \cdot dV$ a následně levou část rovnice vydělíme dV následovně

$$\frac{dQ}{dV} = \rho \cdot C_p \cdot \Delta T, \quad (11)$$

kde ρ je hustota látky tělesa a C_p je tepelná kapacita látky za konstantního tlaku [3].

Divergenci hustoty tepelného toku vyjádříme jako

$$-div \mathbf{q} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho C_p \Delta T) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (12)$$

za \mathbf{q} dosadíme vztah pro první Fourierův zákon z rovnice (8) a dostaneme tedy

$$\lambda div grad T = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (13)$$

Následně vydělíme levou stranu rovnice členem ρC_p a rozepíšeme operace *div grad* pro kartézské souřadnice, čímž dostaneme

$$\frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (14)$$

kde první člen $\frac{\lambda}{\rho C_p}$ vystupující jako další materiálová konstanta označujeme jako tepelnou difuzivitu neboli součinitel teplotní vodivosti látky [2], [3].

Součinitel teplotní vodivosti - Součinitel teplotní vodivosti určuje rychlost vyrovnávání teplot v tělese (například jak rychle se změní teplota na povrchu tělesa), značí se obecně symbolem a a jeho základní jednotkou je metr čtvereční za sekundu [$m^2 \cdot s^{-1}$] [2]. Po přepsání rovnice (14) tedy dostaneme diferenciální rovnici vedení tepla ve tvaru

$$a \cdot \nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (15)$$

kde člen ∇^2 je Laplaceův operátor ($\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = div grad$) a ten je speciálně v trojrozměrném euklidovském prostoru obecně zapisován jako $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ [2], [7].

Pokud se bude teplo šířit v prostředí, kde je umístěn další tepelný zdroj Q [W], přičteme tento člen na levou stranu rovnice (15) a po jeho dosazení dostaneme finální podobu trojrozměrné diferenciální rovnice vedení tepla

$$Q + a \cdot \nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t} \quad [2], [3]. \quad (16)$$

2.2 Konvekce (proudění)

Přenos tepla konvekcí probíhá prostřednictvím pohybu tekutin, čili probíhá pouze u plynů a kapalných látek, ovšem velmi často v kombinaci s vedením tepla, které probíhá i v pevných látkách. Takto se pohybující tekutina proudí, čímž s sebou přenáší energii ve formě tepla a tím tedy teplá tekutina může teplo do systému přinášet (vytápí) a chladná tekutina může teplo odebrat (ochlazuje) [1], [2]. Dle Hallidaye [5] můžeme přenos tepla prouděním pozorovat, když se tekutina dostane do styku s předmětem vyšší teploty, čímž tedy teplota tekutiny roste a klesá její hustota. Tím se tedy ohřátá tekutina stává lehčí než okolní chladnější tekutina a začne stoupat vzhůru, čehož se například využívá u létajících kluzáků, jejichž piloti musí hledat stoupající vzdušné proudy. Taktéž je možné přenos tepla prouděním pozorovat v nitru Slunce, kde se energie z termionukleárních dějů dostává na povrch pomocí proudů žhavé tekutiny (plazmy). Dle toho, jaký byl důvod ke vzniku proudění, rozdělujeme proudění na volné (přirozené) a nucené [5], [8].

Volné proudění vzniká v důsledku rozdílných teplot v objemu tekutiny a tím i tedy různých hustot, které se vyrovnávají. Lehčí teplejší látka tedy stoupá vzhůru a těžší chladnější látka klesá, načež teplejší látka se díky vlivům okolního prostředí začne ochlazovat a opět klesat a tím se začne dostávat na místo chladné látky. Zde se opět začne zahřívat a celý proces se opakuje [5], [8].

Nucené proudění tepla vzniká v důsledku použití vnějších sil, které mohou vyvolat například ventilátor, čerpadlo nebo komín. V technické praxi je hojně používané ke zlepšení a zrychlení přenosu tepla a jeho výhodou je, že jím lze i chladit [2], [8].

Oba dva typy konvekce v podstatě probíhají společně, ovšem podíl nucené a volné konvekce se odvíjí od rychlosti tekutiny a to sice tak, že čím je vyšší rychlost volné konvekce, tím je menší rychlost nucené konvekce. Taktéž platí, že čím jsou teplotní gradienty v tekutině větší, tím je i větší vliv volné konvekce. Obecně při vysokých rychlostech konvekce platí to, že převládá vliv nucené konvekce a tím je tedy vliv volné konvekce takřka zanedbatelný [2].

Teoretický popis proudění tepla je poměrně složitý díky tomu, že veličiny popisující proudění reálné tekutiny jsou funkcemi velkého počtu proměnných parametrů, v praxi se tedy k vyšetřování šíření tepla používají sofistikované simulační programy spolu s prováděním experimentů. Nutno podotknout, že většinou se problémy spjaté s jakýmkoliv prouděním (nejen prouděním tepla) opírají o teorie podobnosti vycházející z hydromechaniky a termomechaniky.

2.2.1 Přestup tepla při konvekcí

Proudění mezi tuhou látkou a tekutinou probíhá například jako přenos tepla ze stěny do tekutiny, přičemž šíření tepla probíhá ze stěny vedením přes laminární vrstvu a pak následně prouděním tekutiny. Mezi proudící tekutinou a povrchovou vrstvou se tedy vytváří z částic proudící tekutiny tzv. *mezní (laminární) vrstva*, která celý proces výrazně komplikuje, jelikož ji nelze úplně zanedbat. Proto pro zjednodušení je uvažováno, že napříč vrstvou vzniká teplotní spád a přenos tepla vedením. Matematicky je přestup tepla vyjádřen v rovnici (17) jako přenášený tepelný výkon neboli měrný tepelný tok \mathbf{q} [$W \cdot m^{-2}$] ve směru normály n k povrchu, nebo taktéž jako rovnost prvního Fourierova zákona a Newtonova zákona takto

$$\mathbf{q}_{konvekce} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) = \alpha_{kon} \cdot (T_{povrch} - T_{tekutina}), \quad (17)$$

kde α_{kon} [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$] označujeme jako součinitel přestupu tepla konvekcí a ten je vyjádřen jako

$$\alpha_{kon} = -\frac{\lambda}{(T_{povrch} - T_{tekutina})} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) [2], [3], [4]. \quad (18)$$

Součinitel přestupu tepla konvekcí - Součinitel přestupu tepla konvekcí udává množství tepla, které je předané za jednu sekundu mezi tekutinou a jednotkovou plochou povrchu stěny, pokud bude mezi povrchem a tekutinou rozdíl teplot právě jeden K . Součinitel přestupu tepla konvekcí tedy stanovuje jakousi intenzitu výměny tepla na rozhraní (v mezní vrstvě) tekutiny a povrchu stěny. Platí, že čím je jeho hodnota vyšší, tím intenzivněji dochází k výměně tepla, a proto je jeho znalost pro správné vyjádření konvekce stěžejní [2]. V tabulce 4 můžeme vidět, jakých hodnot součinitel přestupu tepla nabývá v jaké fázi a při jakém typu konvekce byla jeho hodnota zjišťována.

Tabulka 4: Rozsahy hodnot součinitele přestupu tepla konvekcí pro dané tekutiny a jejich fáze, převzaté a upravené z [2].

Děj	α [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]
Plyny (Přirozená konvekce)	5 až 100
Voda (Přirozená konvekce)	100 až 1000
Plyny (Proudění v trubkách a mezi trubkami)	10 až 5000
Voda (Proudění v trubkách)	50 až 10 000
Voda (Bublinový var)	2000 až 40 000
Pára (Kapková kondenzace)	30 000 až 140 000

Jak je z tabulky 4 patrné, součinitel přestupu tepla konvekcí nabývá hodnot v rozmezí 5 až $140\,000\text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, přičemž při nucených konvekcích nabývá mnohem vyšších hodnot nežli při konvekcích přirozených.

Součinitel přestupu tepla konvekcí se zjišťuje výhradně experimentálně, přičemž výsledky těchto experimentálních měření se zpracovávají do kritériálních rovnic. Platnost těchto rovnic je ovšem omezena rozsahem měření. Naměřené výsledky při experimentu odpovídají skutečnému ději, který je však závislý na všech zúčastněných veličinách. Z toho vyplývá, že rovnice, která umožní výpočet součinitele přestupu tepla konvekcí, by musela obsahovat vlivy fyzikálních vlastností tekutiny, charakter proudění za daných podmínek a musela by zohledňovat i geometrii zkoumané oblasti [2].

2.2.2 Diferenciální rovnice přenosu tepla konvekcí

Teplotní pole proudícího prostředí je popsáno Fourierovou-Kirchhoffovou diferenciální rovnicí

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \left(v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = a \cdot \nabla^2 T + Q, \quad (19)$$

kde h je měrná entalpie [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$], v_x , v_y , v_z jsou složky rychlosti, a je součinitel teplotní vodivosti, T je termodynamická teplota. Tato rovnice platí pro izobarický děj, kdy se změna měrné entalpie $dh = C_p \cdot dt$. Pokud se složky rychlosti $v_x = v_y = v_z$ rovnají nule, tak rovnice (20) přechází na rovnici vedení tepla (viz rovnice (14), případně (15) i (16)) [1].

2.3 Radiace (vyzařování, sálání)

Přenos tepla vyzařováním jako jediný z dosud uvedených způsobů přenosu tepla nevyžaduje látkové prostředí, čili může probíhat i ve vakuu. Každá látka jakéhokoliv skupenství je zdrojem elektromagnetického záření důsledkem fluktuací nabitých částic, které způsobují tepelné pohyby v látce a to již při nízkých teplotách blízcích se absolutní nule (přibližně $-273,15\text{ °C}$). V roce 1900 byly tyto zákonitosti objasněny Planckovým vyzařovacím zákonem v souvislosti s kvantovou teorií záření, čímž se dostáváme k tomu, jaká je povaha světla. Rozlišujeme dvě teorie chování světla a to sice vlnovou teorii a kvantovou teorii (korpuskulární), která nám říká, že světlo má vlnově-částicovou povahu. V případě kvantové teorie hovoříme tedy o dualismu světla [2], [3].

Vlnová teorie definuje světlo pomocí vlnové optiky, ve které má světlo charakter vlny a rychlost světla c , což je matematicky vyjádřeno jako součin frekvence f [Hz] a vlnové délky λ [m] takto

$$c = f \cdot \lambda, \quad (20)$$

kde rychlost světla ve vakuu c odpovídá $2,9979 \cdot 10^8\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Pomocí této teorie se vysvětlují pojmy jako interference, polarizace a difrakce [2].

Naproti tomu kvantová teorie definuje pojem energetického kvanta, jakési určité dávky, která je atomy buď pohlcována, nebo vyzařována. Energie záření E [J] tohoto kvanta odpovídá součinu konstanty úměrnosti h a frekvence f

$$E = h \cdot f, \quad (21)$$

kde h je Planckova konstanta a ta má hodnotu $6,626 \cdot 10^{-34}\text{ J} \cdot \text{s}$. Toto kvantum elektromagnetického pole nazýváme foton, přičemž ze vztahu $E = m \cdot c^2$ si můžeme vypočítat jeho hmotnost i hybnost [2].

Platí, že čím je kratší vlnová délka anebo čím je větší frekvence vyzařování, tím je vyzařovaná energie vyšší. V tabulce 5 jsou zobrazeny rozsahy frekvencí a vlnových délek jednotlivých typů elektromagnetických záření, které tělesa vyzařují a to ať už za běžných či vyvolaných podmínek, přičemž je v tabulce i uvedeno k čemu a kde se těchto záření využívá.

Tato kapitola je tedy podstatná především pro účely snímání tepla s pomocí termokamery a objasnění s tím souvisejících vlastností spekter záření, především z infračervené oblasti spektra.

Podle tabulky 5 je tepelné záření poměrně energeticky slabé, jelikož dosahuje relativně malých frekvencí a poměrně vysokých hodnot vlnových délek. Díky tomu je tedy možné tepelné záření zachytit a pozorovat pomocí termokamery.

Tabulka 5: Přehled spekter a použití elektromagnetického záření, převzatý a upravený z [2].

Typ elektromagnetického záření	Rozsah vlnových délek λ [pm až mm]	Rozsah frekvence f [Hz až EHz]	Použití
γ [gamma] - záření	< 124 pm	2,42 EHz	Fotoelektrický jev, Comptonův jev, Lekselův gamma nůž, hubení bakterií.
Rentgenové záření (X-rays)	100 pm až 10 nm	10^{17} až 10^{20} Hz	Tomografie, denzitografie, defektoskopie, diagnostika materiálů, CT.
Ultrafialové záření (UV záření)	1 až 400 nm	10^{15} až 10^{17} Hz	Svítidla, výbojky, desinfekce prostorů, spektroskopie, detektory, laserové technologie, soudní znalectví.
Viditelné záření (světelné)	380 až 740 nm	480 až 700 THz	LCD monitory a obrazovky, DVD přehrávače, svařování, atd.
Infračervené záření (IR záření)	0,76 až 1000 μm	300 GHz až 400 THz	Telekomunikace - O až U pásma.
Tepelné záření	8 až 12 μm	Podobně jako IR	Ohřevy, snímání termokamerami.
Mikrovlny	1 až 100 mm	3 až 300 GHz	Vysokorychlostní přenosy dat, mikrovlnná zařízení, Wi-Fi, radary.
Rozhlasové vlny	> 100 mm	3 Hz až 3 GHz	Televizní, rádiové, krátkovlnné a AM vysílání. Komunikace země-země, vzduch-vzduch, navigace.

Elektromagnetické záření umožňující sdílení tepla zářením odpovídá rozsahu vlnových délek v rozmezí 10^{-4} až 10^{-7} m (řádově stovky až desetiny μm), čili dle tabulky 5 tento rozsah odpovídá infračervenému (tepelnému), viditelnému (světelnému) a ultrafialovému (UV) záření.

V dalších podkapitolách jsou uvedeny veličiny, vlastnosti a zákony související s vyzařováním energie. V souvislosti se sáláním energie jsou v této práci taktéž zavedeny pojmy černé a šedé těleso, jejichž znalost je pro problematiku vyzařování nezbytná.

2.3.1 Radiační veličiny

Zářivý tok - Přenos zářivé energie je vyjádřen kvantitativní veličinou nazývanou zářivý tok (výkon) a obecně se značí symbolem Φ [phi] s různými dolními indexy (např. e, λ , atd.). V dokumentaci k programu COMSOL Multiphysics [1] je zářivý tok označován q_r , čili jako tepelný tok daný vyzařováním. Zářivý tok podobně jako tepelný tok q určuje množství energie, které ovšem v případě zářivého toku vystupuje z plochy (povrchu tělesa), případně danou plochou prostupuje a zahrnuje výkon záření, v němž jsou zastoupeny všechny vlnové délky. Základní jednotkou zářivého toku je watt [W]. Obecně se v souvislosti s problematikou záření zavádějí integrální a spektrální veličiny, kdy integrální veličiny zahrnují celou oblast spektra, kdežto spektrální veličiny jsou derivacemi integrálních veličin a zahrnují pouze určitou část spektra. Spektrální veličiny se obvykle značí s dolním indexem λ , viz rovnice (24). Zářivý tok je definován vztahem

$$\Phi = \frac{dQ}{dt}, \quad (22)$$

kde dt [s] je doba, po kterou teplo dQ [W] (případně energie dE) vystupuje z plochy [2], [3].

Stejně jako u tepelného toku je i u zářivého toku definována hustota zářivého toku Φ [$W \cdot m^{-2}$], které se také jinak říká intenzita vyzařování (v literatuře se značí také písmeny E , M nebo I) a vyjádříme ji analogicky

$$\Phi = \frac{d^2Q}{dS \cdot dt} = \frac{d\Phi}{dS}, \quad (23)$$

příčemž plochu S [m^2] můžeme specifikovat jako vlnovou délku λ [m] a poté hovoříme o spektrálním toku Φ_λ [$W \cdot m^{-1}$], kterým můžeme určit spektrální rozdělení zářivého toku. Spektrální tok je tedy definován rovnicí

$$\Phi_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda} \quad [2], [3]. \quad (24)$$

2.3.2 Radiační vlastnosti

V souvislosti se zářivým tokem se zavádí pojmy, které souvisí s tím, co se stane, když na těleso dopadne záření. Účastníci se médium libovolného skupenství fotony ze zářivého toku Φ buď pohltní (absorbuje) Φ_a , odrazí (reflektuje) Φ_r , propustí (transmituje) Φ_t , emituje či rozptýlí. Pro zjednodušení se obecně pracuje pouze s pohltivostí A , odrazivostí R a propustností T vyjádřenými jako poměrné veličiny takto

$$A = \frac{\Phi_a}{\Phi}; R = \frac{\Phi_r}{\Phi}; T = \frac{\Phi_t}{\Phi}. \quad (25)$$

Celková suma dopadajícího zářivého toku je tedy rozdělena do těchto tří složek a ty dohromady musí dát 100 % následovně

$$\Phi = A \cdot \Phi + R \cdot \Phi + T \cdot \Phi, \quad (26)$$

z čehož vyplývá, že

$$A + R + T = 1. \quad (27)$$

V souvislosti s tuhými kovovými i nekovovými látkami se uvažuje, že tyto látky tepelné záření nepropouští, z čehož vyplývá, že pro ně platí propustnost $T = 0$. Z toho tedy vyplývá, že tuhé látky tepelné záření pohlcují či odrazí a platí pro ně tedy pouze $A + R = 1$. U černého tělesa se zavedlo, že veškeré tepelné záření pohlcuje, čili pro něj platí $T + R = 0$ a z toho vyplývá, že $A = 1$. Pro ostatní látky a materiály pak platí, že disponují kombinacemi jednotlivých radiačních vlastností [2], [3].

Emisivita - S výše uvedenými radiačními vlastnostmi souvisí pro praxi asi nejdůležitější radiační vlastnost, a to sice emisivita ε [epsilon], která se jinak nazývá poměrná pohltivost. Její znalost je třeba v souvislosti s bezkontaktním měřením teploty v čase za použití termokamery. Emisivita je určena jako poměr intenzity vyzařování tělesa Φ k intenzitě vyzařování černého tělesa Φ_0 při stejné teplotě takto

$$\varepsilon = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{\Phi}{\sigma \cdot T^4}. \quad (28)$$

Platí, že emisivita černého tělesa Φ_0 je rovna jedné ($\varepsilon_{\Phi_0} = 1$), ale protože černé těleso ve skutečnosti neexistuje, pracuje se s emisivitou šedého tělesa. Hodnota emisivity šedého tělesa se pohybuje v rozsahu od nuly až do jedné, čili matematicky v intervalu $\varepsilon \in (0,1)$. Dále hodnota ε kromě teploty závisí i na povrchu materiálu, jelikož šedý povrch část záření pohltní a část odrazí [2], [3].

V tabulce 6 jsou uvedeny hodnoty emisivity různých materiálů v závislosti na teplotě a kvalitě povrchu. Materiály jsem vybíral tak, aby byly co nejpodobnější materiálům použitým v experimentu.

Tabulka 6: Přehled hodnot emisivity různých materiálů, převzatých a upravených z [2], [20].

Materiál	Emisivita ε
Hliník (Al), nezoxidovaný povrch (100 °C)	0,03
Hliník (Al), zoxidovaný povrch (599 °C)	0,19
Měď (Cu), zoxidovaný povrch, tmavý (38 °C)	0,78
Měď (Cu), vysoce leštěný povrch (38 °C)	0,02
Ocel (Fe+C), nezoxidovaný povrch (100 °C)	0,08
Ocel (Fe+C), zoxidovaný povrch (25 °C)	0,80
Plast (akryl)	0,94
Plast (polypropylen)	0,97

Jak je z tabulky 6 patrné, velikost emisivity je závislá především na struktuře, kvalitě povrchu a teplotě tělesa. Obecně je ale její velikost závislá i na jednotlivých vlnových délkách dopadajícího a vyzářeného záření Φ_λ a na směrových podmínkách.

Vzájemnou závislost mezi emisivitou a absorpcí záření těles vyjadřuje Kirchhoffův zákon. Pro něj platí, že při tepelné rovnováze je absorpce záření tělesem rovna jeho emisivitě, čili dle vztahu

$$A = \varepsilon = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{\Phi}{\sigma \cdot T^4}. \quad (29)$$

Jak je z rovnice (29) patrné, Kirchhoffův zákon dává do souvislosti vyzařování a pohlcování teplotního záření jako funkce teploty. Základním poznatkem tedy je, že tělesa, která záření nejvíce pohlcují, také nejvíce vyzařují a naopak tělesa, která nejvíce záření odrážejí, pohlcují záření nejméně a tedy i nejméně vyzařují [2], [3].

2.3.3 Definice pojmů černé a šedé těleso

Černé těleso - Černé těleso je ideální, čili ve skutečnosti neexistující těleso, které pohlcuje nebo vyzařuje maximální možné množství sálavé energie na všech vlnových délkách. Množství vysálané energie a rozložení intenzity záření dle vlnových délek je závislé jen na teplotě černého tělesa a to sice takto

$$\Phi_0 = \sigma \cdot T^4, \quad (30)$$

kde Φ_0 vyjadřuje intenzitu vyzařování černého tělesa [$W \cdot m^{-2}$], σ je Stefanova-Boltzmannova konstanta jejíž hodnota je $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ a T udává teplotu tělesa [K]. Tento vztah jinak nazýváme Stefanovo-Boltzmannovým zákonem, který představuje základ nejrůznějších výpočtů přenosu tepla zářením [2], [3].

Šedé těleso - Šedé těleso představuje těleso mnohem blíže skutečnému tělesu, u kterého dochází k vyzařování a pohlcování záření méně než u černého tělesa (v rozsahu vlnových délek a při stejné teplotě). Vztah pro intenzitu vyzařování šedého tělesa je vyjádřen jako

$$\Phi = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4, \quad (31)$$

kde Φ je intenzita vyzařování šedého tělesa, ε je emisivita povrchu, σ opět Stefanova-Boltzmannova konstanta a T teplota tělesa. V praxi se používá upraveného vztahu zobrazeného v rovnici (32) [2], [3].

2.3.4 Výměna tepla zářením

Stefanův-Boltzmannův zákon uvedený v rovnici (31) platí pouze pro ideální černý zářič s maximální absorpcí vyzařování $A = 1$. Jak již bylo uvedeno, žádné skutečné těleso této absorpce nedosahuje a dochází u něj k částečnému odrazu či propouštění záření. Jako příklady skutečných těles lze uvést suchý vzduch, který disponuje téměř dokonalou propustností $T \approx 1$ a tedy takřka nulovou absorpcí $A \approx 0$, z pevných látek je na tom podobně například kamenná sůl. Tyto látky nazýváme průteplivé, jelikož propouští teplo. Naproti tomu vlhký vzduch, plyny (např. CO_2), kapaliny a průhledné pevné látky (např. sklo) absorbují záření různých vlnových délek, především pak z oblasti infračerveného spektra, nazýváme selektivní pohlcovače a zářiče. Pro pevné látky pak platí, že absorbují zpravidla jen část dopadajícího teplotního záření všech vlnových délek a zbylé odrážejí. Takovéto pevné látky nazýváme tedy šedými tělesy, případně šedými zářiči a intenzitu vyzařování u nich definujeme rovnicí (31). Vzhledem k tomu, že hodnota Stefanovy-Boltzmannovy konstanty je velmi nízká (řádově 10^{-8}) a hodnota teploty naproti tomu roste po umocnění na čtvrtou do velmi vysokých hodnot, zavedl se proto do praxe modifikovaný Stefanův-Boltzmannův zákon ve tvaru

$$\Phi = \varepsilon \cdot C_0 \cdot \left(\frac{T}{100}\right)^4, \quad (32)$$

kde ε je emisivita, C_0 je součinitel vyzařování dokonale černého tělesa, jehož udávaná hodnota je $5,67 W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ a T je teplota tělesa [2], [3], [4].

3 Experimentální stanovení teplot materiálů pomocí termokamery

Tato kapitola je věnována provedení experimentu, který je nezbytný pro porovnání s vytvořeným modelem v programu COMSOL Multiphysics. Obsahem této kapitoly tedy jsou seznam potřebného vybavení k provedení experimentu a uvedení materiálů včetně jejich úprav. Dále jsou zde uvedeny podmínky, za jakých měření probíhalo, průběh samotného měření a poslední část je věnována termogramům a vyhodnocení výsledků experimentu.

3.1 Vybavení

Termokamera Testo 875-2 - K pozorování rozložení tepla v materiálech byla při experimentu použita pistolová termokamera Testo 875-2.



Obrázek 2: Termokamera Testo 875-2. Vlevo boční pohled, vpravo pohled na displej a ovládání.

Termokamera Testo 875-2 disponuje oproti modelu 875-1 navíc digitálním fotoaparátem, čili je schopna pořizovat reálné snímky zároveň s termogramy. Výrobce udává, že typickými oblastmi použití této termokamery jsou kontroly budov, strojů, zařízení a kvality výroby. Dále termokamera Testo 875-2 disponuje vyměnitelnými čočkami a displejem zobrazujícím vlhkost povrchu [21]. V tabulce 7 jsou pro úplnost uvedeny technické specifikace použité termokamery.

Tabulka 7: Technické specifikace termokamery Testo 875-2 převzaté z [21].

Vlastnost	Hodnoty
Infračervený obrazový výstup	
Teplotná citlivost	< 110 mK při 30 °C
Obnovovací frekvence	9 Hz
Ostření	Manuální
Typ detektoru	FPA 160 x 120 pixelů, a.Si
Spektrální rozsah	8 až 14 μm
Viditelný obrazový výstup	
Rozlišení	640 x 480 pixelů
Obnovovací frekvence	8 až 15 Hz
Měření	
Rozsah teplot	-20 až 100 °C; 0 až 280 °C
Přesnost	+/- 2 °C nebo +/- 2 % hodnoty
Reprodukovatelnost	+/- 1 °C nebo +/- 1 %
Čas mezi snímky	30 s
Kompenzace za odraženou teplotu	Manuální
Nastavení emisivity	0,01 až 1,00

Stativ - Stativ posloužil k zajištění stabilní polohy termokamery a bylo tedy i díky němu možné všechny snímky pořídít ze stejné vzdálenosti a úhlu při maximální možné kvalitě.

Hrnc - Velký kuchyňský nerezový hrnc, který posloužil k pojmání vody v takovém množství, aby tyče byly ponořené 11,3 cm.

Vařič - Elektrický vařič s poměrně malou spirálou. Sloužil především k udržení teploty vody kolem 100 °C.

Varná konvice - Varná konvice sloužila k dolévání vody o teplotě co nejbližší 100 °C.

OSB deska - OSB deska posloužila jako těsnění a odstínění výparů z vařící vody a také jako držák tyčí ve svislé poloze. Tloušťka OSB desky byla 1,8 cm. Vzhledem k tomu, že jsem desku sám ručně upravoval, musel jsem zohlednit i nepatrné rozdíly ve vzdálenostech mezi

otvory. Mezi měděnou a duralovou tyčí byla vzdálenost od středu tyčí 5,7 cm, mezi duralovou, ocelovou a nylonovou tyčí byly vzdálenosti od středů tyčí 5,5 cm.

Bílá barva ve spreji - Materiály použité k experimentu vykazují různé kvality povrchu a povrchové úpravy a tím i různé hodnoty emisivity. Bílá barva ve spreji zaručila jednotnou povrchovou vrstvu i barvu a tím minimalizovala možnou chybu v měření.

Silikon - Silikon posloužil k utěsnění otvoru pro tyč a tím zmenšení zkreslení výsledků měření. Další jeho funkcí bylo uchycení tyčí ve stejné výšce a lepší manipulace s tyčemi a deskou. Navíc díky uchycení byly ponořeny všechny materiály ve stejný čas a tím jsem eliminoval další odchylku či případnou chybu měření.

3.2 Měřené materiály a jejich vlastnosti

K provedení experimentu jsem nejprve potřeboval vybrat zajímavé materiály a vymyslet jak je vhodně uchytit. S vedoucím práce jsme se po probírání mnoha možností nakonec shodli, že tři až čtyři materiály ve formě tyčí budou dobrou volbou. Materiály jsem objednal na zakázku od firmy CB ocel s.r.o.

Materiály k experimentu byly především zvoleny tak, aby mezi nimi byly jak tepelné vodiče, tak i tepelný izolant. Průměr všech čtyř tyčí byl 2 cm. Materiály od dodavatele dorazily ale různé délky, čili jsem je musel zkrátit na délku nejkratší tyče. Nylonová tyč měla délku 50 cm, ocelová 49,8 cm, duralová 48,6 cm a měděná 50,5 cm. Po nástřiku byly všechny tyče zkráceny na 48,6 cm.



Obrázek 3: Materiály vsazené do OSB desky a již uchycené silikonem. Zdola nahoru: Nylon, ocel, dural a měď.

Jak je z obrázku 3 patrné, tyče skutečně mají rozdílnou délku a i odlišné povrchy. Zkusil jsem nejprve měření bez povrchové úpravy, ale vzhledem k velmi rozdílné emisivitě materiálů jsem musel tyče nastříkat stejnou barvou. K tomu posloužil již zmíněný bílý sprej.

Na obrázku 4 jsou zobrazeny tyče po nástřiku a již zkrácené na 48,6 cm. Všechny zde uvedené rozměry jsou samozřejmě zohledněny v modelu.



Obrázek 4: Pozorovaná část tyčí nastříkaná bílou barvou ve spreji. Zdola nahoru: Nylon, ocel, dural, měď.

V tabulce 8 nalezneme hodnoty všech materiálových konstant, které jsou potřeba k následnému vytvoření modelu, kterým se zabývá kapitola 4. Dle hodnoty λ je patrné, které materiály budou přenášet teplo dobře a které nikoliv.

Tabulka 8: Materiálové vlastnosti a použité materiály k experimentu, hodnoty převzaté z [9], [10], [19].

Materiál	Hodnota λ [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]	c_p [$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$]	Hustota [$kg \cdot m^{-3}$]
Nylon (PA6)	0,26	1700	1150
Ocel	44,5	475	7850
Dural (EN AW 2017)	145	900	2800
Měď	400	385	8960

Hodnoty materiálových konstant jsou převzaty z vestavěné materiálové knihovny programu COMSOL Multiphysics [10] a pro dural z technických a fyzikálních tabulek na e-konstruktor [9]. Hodnota hustoty duralu je převzata z fyzikálních tabulek na converter.cz [19].

3.3 Podmínky měření

Před provedením experimentu bylo nutné stanovit a zajistit podmínky, při jakých experiment bude proveden, aby pak tyto podmínky mohly být zohledněny při realizování modelu.

Teplotu v místnosti jsem naměřil v době pokusu 22 °C. Teplotu ohřevu jsem vzhledem k absenci schopného teploměru ověřoval pomocí termokamery a udržení teploty vody kolem 100 °C jsem zajistil rychlovarnou konvicí, vařičem a druhou OSB deskou jako poklicí přes hrnec. Hloubka ponořené části tyčí odpovídá 11,3 cm. Hladinu vody jsem průběžně ověřoval metrem. Termokamera byla uchycena ve stativu ve výšce 113,5 cm a vzdálenosti 116 cm od tyčí. Výška a vzdálenost je vztažena k čočce termokamery.

3.4 Průběh měření

V tomto bodě by bylo nutné podotknout, že měření jsem opakoval a zkoušel několikrát, abych našel vhodné podmínky a tomu mohl potom přizpůsobit model. Na obrázku 5 je zobrazena finální podoba podmínek a průběhu měření, při kterých byly snímky pořizovány.

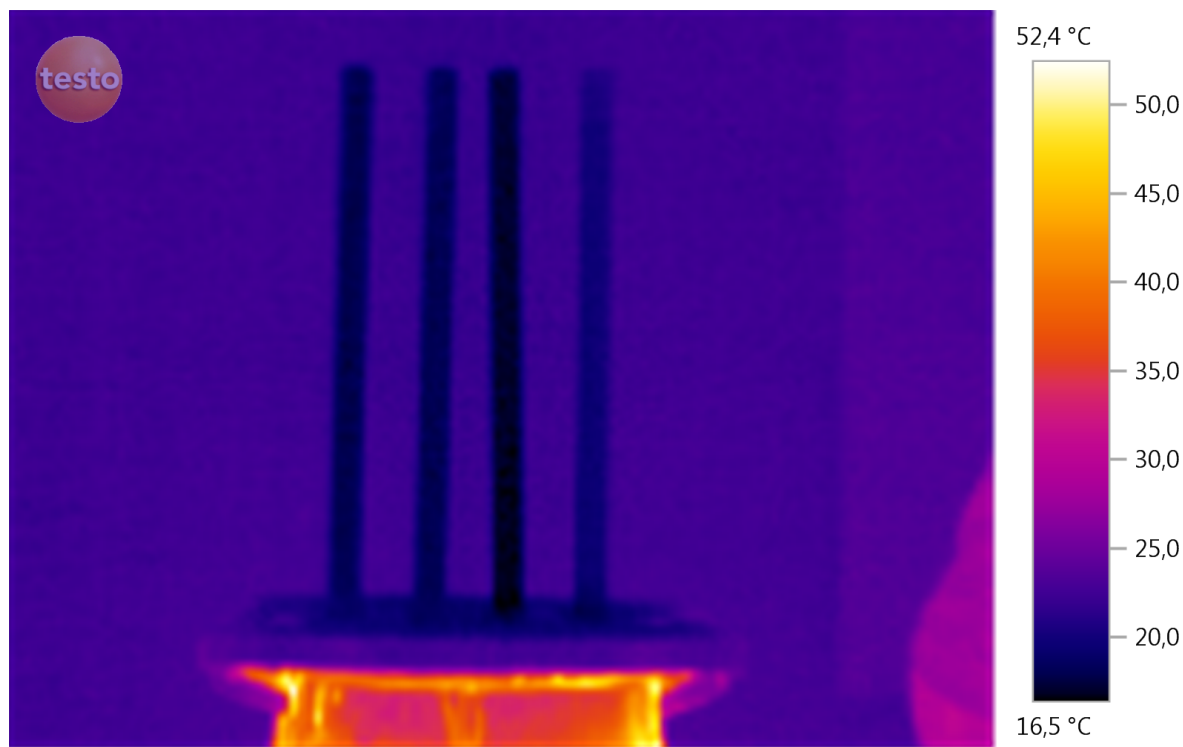


Obrázek 5: Podmínky a průběh měření.

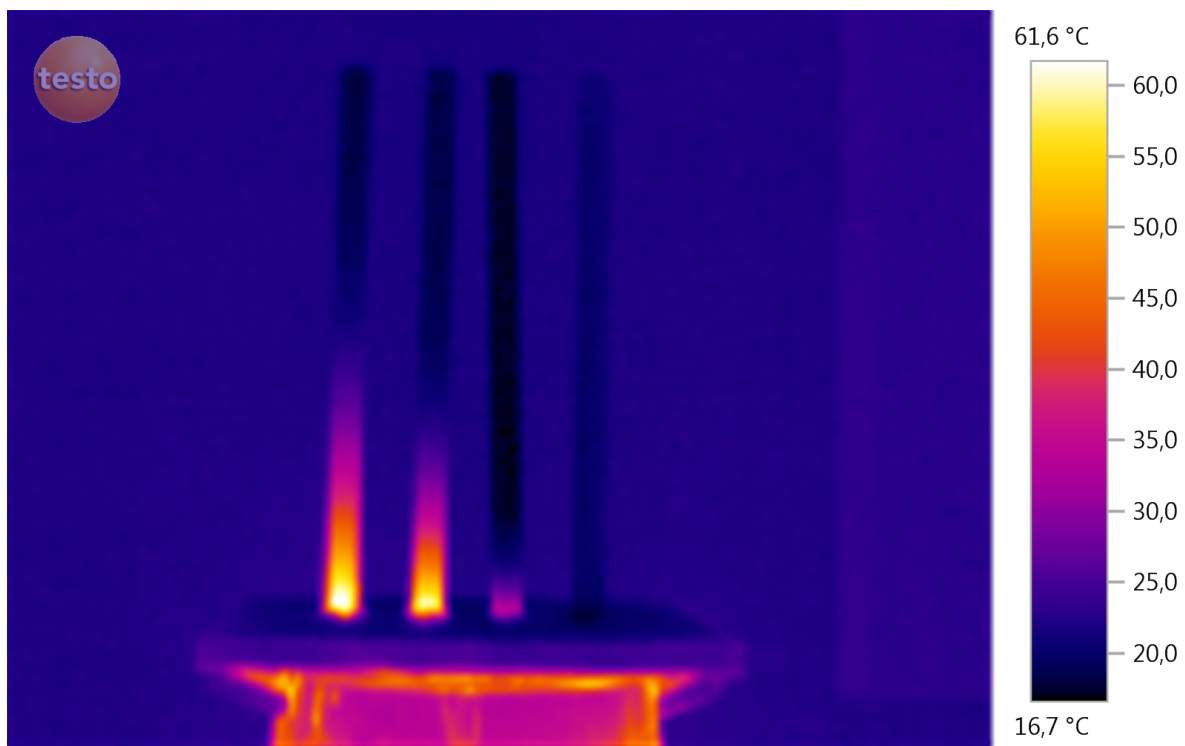
Měření probíhalo tak, že jsem vybalil veškeré vybavení, rozložil stativ a umístil na něj termokameru. Poté jsem zapnul vařič na nejvyšší výkon a umístil na něj hrnec s trochou horké vody po dně včetně OSB desky. Mezitím jsem horkou vodou naplnil i rychlovarnou konvici, zapnul ji a vždy při ohřátí vody v konvici jsem ji vylil do hrnce a ten poté opět přikryl OSB deskou. V průběhu ohřívání vody v hrnci a konvici jsem zapnul termokameru a vhodně nastavil výšku a pozici termokamery vůči pozorované oblasti nad hrncem. Dle termokamery skutečně voda z konvice vřela a měla kolem 100 °C. Jakmile jsem doplnil hladinu vody v hrnci na 11,3 cm, připravil jsem si mobilní telefon s nastavenými stopkami na 300 sekund a vložil OSB desku s tyčemi do vroucí vody. Následně jsem spustil stopování a začal dělat snímky termokamerou. Po uplynutí 300 sekund jsem vše odpojil, vypnul a sklídil. Mohl jsem tedy přistoupit k vyhodnocení snímků.

3.5 Výsledky a termogramy

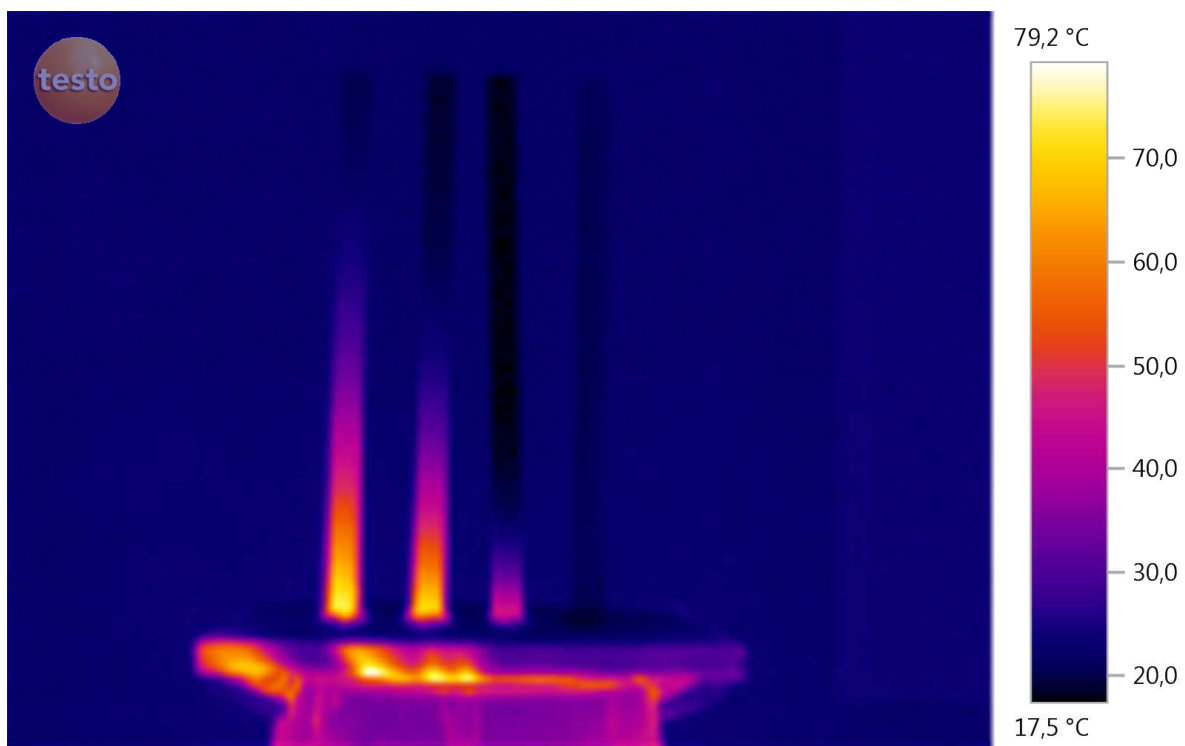
Za 300 sekund snímování jsem byl schopen vytvořit 76 snímků. Zde uvedu celkem 6 snímků od počátku do konce měření, čili každý snímek po jedné minutě včetně snímku z počátku měření. Na všech termogramech jsou zobrazeny vždy zleva doprava: Měď, dural, ocel a nylon. Použitý program pro zpracování termogramů byl Testo IRSoft2. Zbylé snímky spolu s videi jsou dodány na DVD.



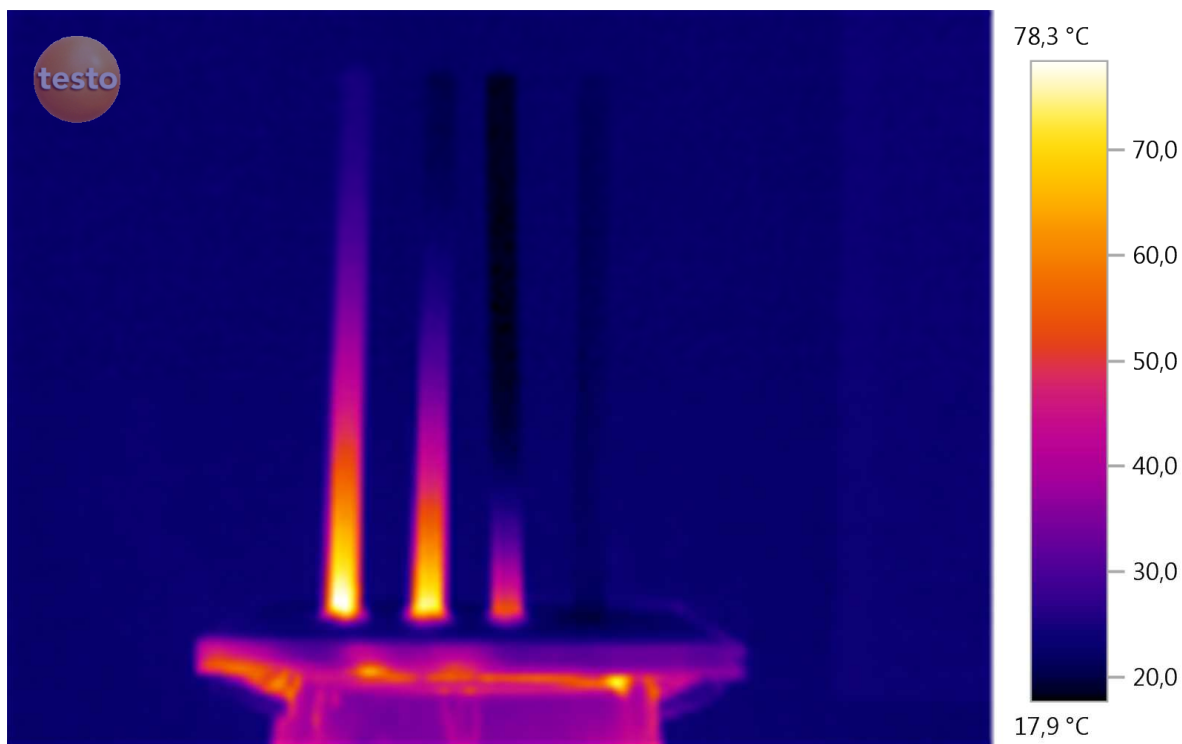
Obrázek 6: Termogram z počátku měření.



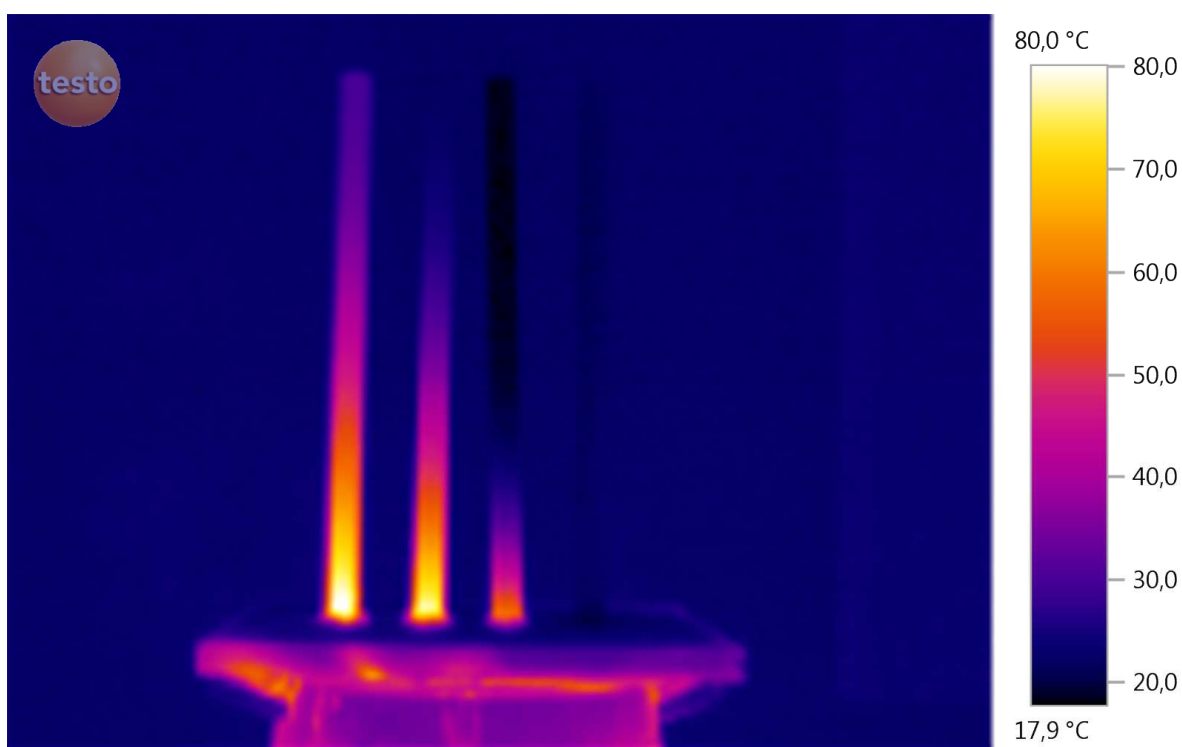
Obrázek 7: Termogram po 60 sekundách měření.



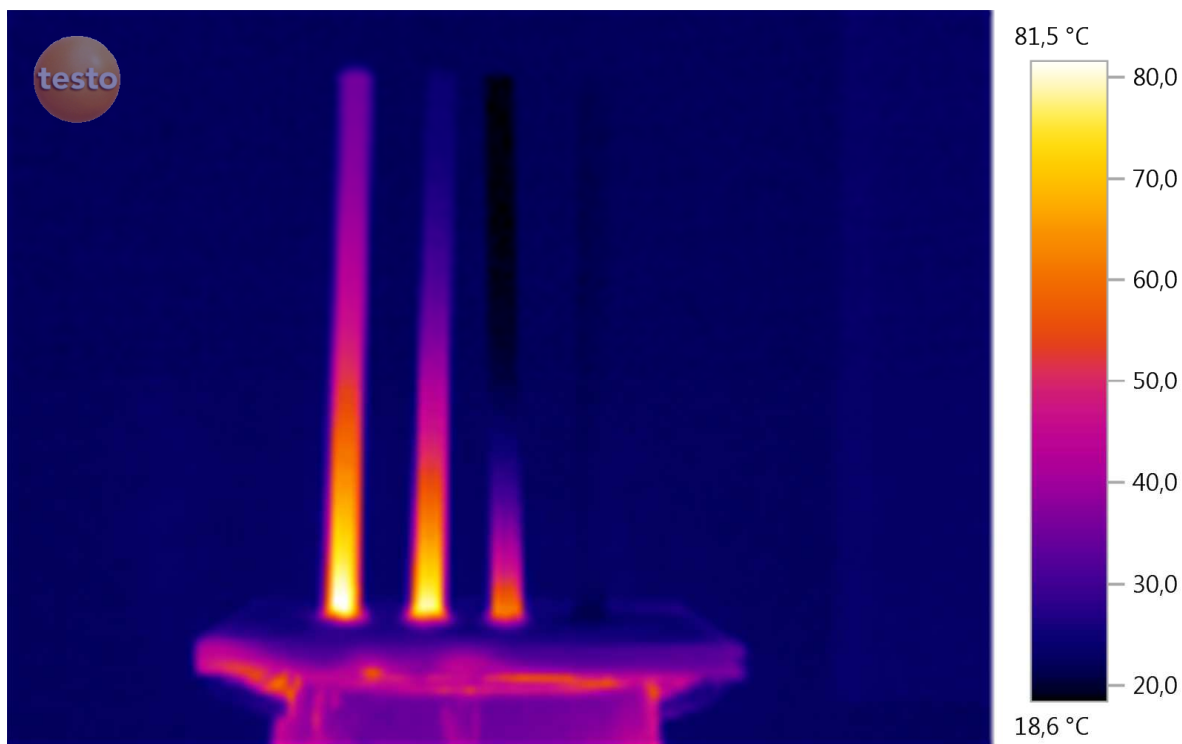
Obrázek 8: Termogram po 120 sekundách měření



Obrázek 9: Termogram po 180 sekundách měření.



Obrázek 10: Termogram po 240 sekundách měření.



Obrázek 11: Termogram po 300 sekundách měření.

Na obrázcích 7 až 11 je vidět, že nejvyšších hodnot teplot dosahuje vždy měď umístěná úplně nalevo, naopak nejnižších hodnot teplot dosahuje vršek kovů (především oceli, viz obrázek 6) a nylon v podstatě na ohřívání nereaguje vůbec - čili chová se jako tepelný izolant.

Jak je dále z termogramů patrné, program při zpracování má možnost vyobrazení teplotního rozsahu a vlevo nahoře umísťuje i logo výrobce. Teplotní rozsah je možné zobrazit pouze ve stupních Celsia nebo Fahrenheita. Barevné schéma jsem nechal na výchozí nastavení. Nesrovnalosti a zajímavosti související s termogramy jsou probrány v kapitole 5 zabývající se diskuzí a porovnáním snímků s modelem.

4 Vytvoření modelu a jeho numerická realizace

Model byl vytvořený ve verzi COMSOL Multiphysics 5.2. Obecný postup vytvoření modelu neboli simulování fyzikálních a technických úloh má tři základní fáze:

1. Preprocessing (příprava vstupních dat)

V první části se připravuje geometrický model, přičemž ten může být připravován v rámci simulačního softwaru (COMSOL Multiphysics, ANSYS Multiphysics, FLUENT, FORGE, FORFEM, atd.) anebo importován z některého z CAD systémů (Autodesk Inventor, SolidWorks, Pro/Engineer, atd.). COMSOL Multiphysics je schopen načítat geometrické soubory definované povrchovou sítí ve formátech STL a VRML, 2D modely ve formátu DXF a modely popsané 3D sítí ve formátu NASTRAN. Dále se v této části určují materiálové konstanty, parametry výpočtu, parametry pracovního procesu (neboli tzv. okrajové podmínky procesu), tvorba výpočetních mříží (meshing) a případně pohyby těles nebo nástrojů. Samozřejmostí COMSOL Multiphysics je to, že umožňuje definovat geometrii, materiálové vlastnosti a okrajové podmínky pomocí funkcí nebo závisle proměnných, jelikož tyto definice mohou být proměnné v čase i prostoru [2], [22].

2. Processing (výpočet)

Ve druhé části simulační software provádí samotný výpočet zvolenými metodami, s vlastnostmi implementovanými do systému pomocí řešiče (solveru). Obecně se řeší problémy například z oblastí vícefázových reakcí látek, posunů a deformací těles díky silovému resp. napěťovému zatížení, konvekce, radiace, vedení, šíření mechanického vlnění, akustiky, spalování, svařování, turbulencí při kterých se vytváří turbulentní modely, atd. Konkrétně COMSOL Multiphysics obsahuje několik typů řešičů pro výpočet lineárních i nelineárních úloh, úloh ve frekvenční a časové oblasti nebo úloh se zvoleným proměnlivým parametrem, přičemž pro řešení soustav lineárních rovnic disponuje přímými i iteračními řešiči [2], [22].

3. Postprocessing (zpracování dat)

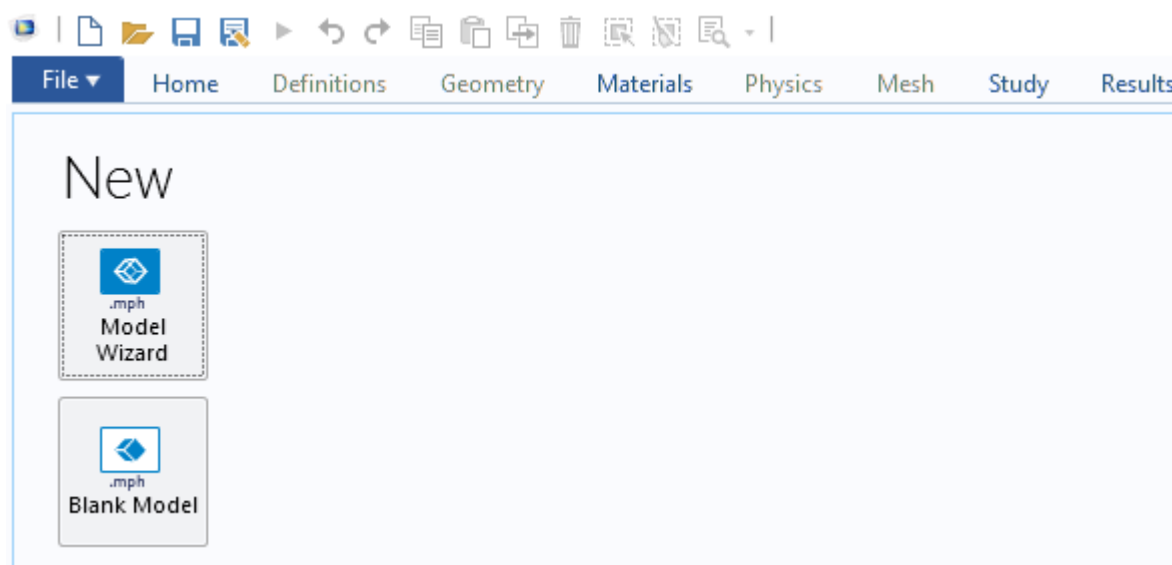
Ve třetí části lze pomocí simulačního softwaru detailně zobrazit výsledky simulačního výpočtu jako třeba animace nebo grafy. Dále většina simulačních softwarů umožňuje širokou škálu výstupu všech proměnných vstupujících do výpočtu. Zobrazovanými proměnnými bývají teplota, tlak, rychlost proudění či hodnoty kritérií, apod., přičemž zobrazení probíhá ve všech směrech (na všech osách) a ve formě vektorového či proudnicového znázornění, pomocí tzv. kontur.

U COMSOL Multiphysics může být konečné zpracování výsledků provedeno mnoha způsoby, jelikož multifyzikální úlohy obsahují vždy řadu vypočtených proměnných, které lze ve zvolených jednotkách zobrazovat současně pomocí barevných map, izočar, izoploch, proudnic, šipek, částic nebo řezů. Úlohy, které jsou řešeny v závislosti na čase lze snadno animovat s možnostmi převedení do formátu AVI, GIF anebo Flash. Dále lze exportovat jakákoliv řešení do textových souborů a samozřejmě je i export obrázků a grafů [2], [22].

Vytvoření modelu v prostředí COMSOL Multiphysics probíhá v několika krocích, které jsou popsány v následujících podkapitolách.

4.1 Úvod do vytvoření nového modelu

Po spuštění programu je na výběr ze dvou možností, a to zda chcete využít k vytvoření modelu *Model Wizard* nebo v případě importu modelu můžete využít možnosti *Blank Model*. Vzhledem k jednoduchosti a názornosti jsem využil k vytvoření modelu možnosti *Model Wizard*.

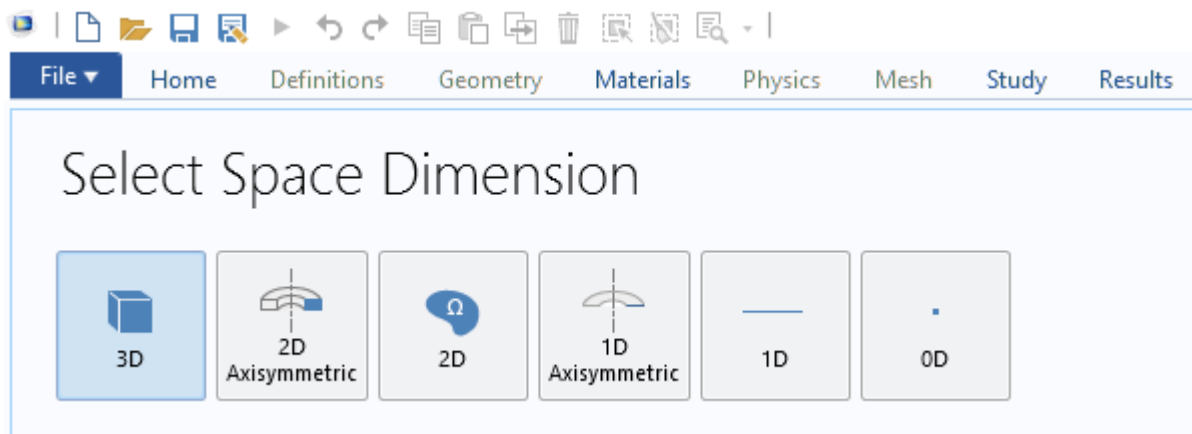


Obrázek 12: Model Wizard a úvod to tvorby nového modelu.

Prostředí *Model Wizard* umožní uzpůsobení a vytvoření modelu s koncovkou *.mph*.

4.1.1 Výběr prostorové dimenze.

Na výběr je z voleb *3D*, *2D osově symetrické*, *2D*, *1D osově symetrické*, *1D* a *0D*.

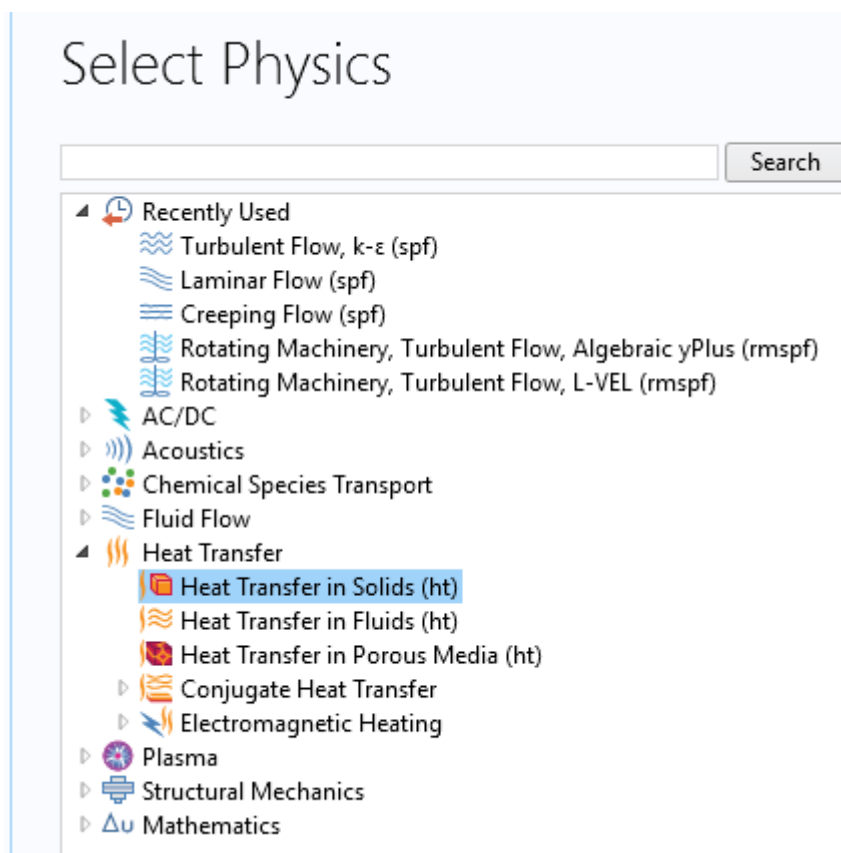


Obrázek 13: Výběr z voleb prostorových dimenzí.

Pro vytvoření modelu zvolíme možnost *3D*.

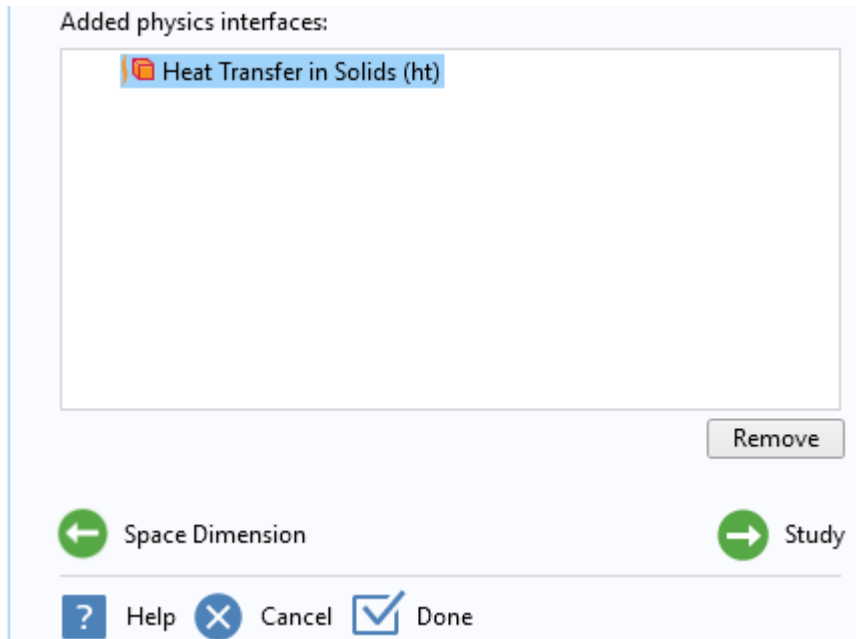
4.1.2 Přidání a volba vhodné fyziky.

Nejprve následuje volba vhodné fyziky, v případě vytváření tohoto modelu jsem zvolil *Heat Transfer* a následně typ *Heat Transfer in Solids (ht)*, jelikož vyšetřuji přenos tepla pevnými látkami. Po vybrání vhodné fyziky její výběr potvrdíme dole umístěnou ikonkou *Add*.



Obrázek 14: Výběr vhodné fyziky.

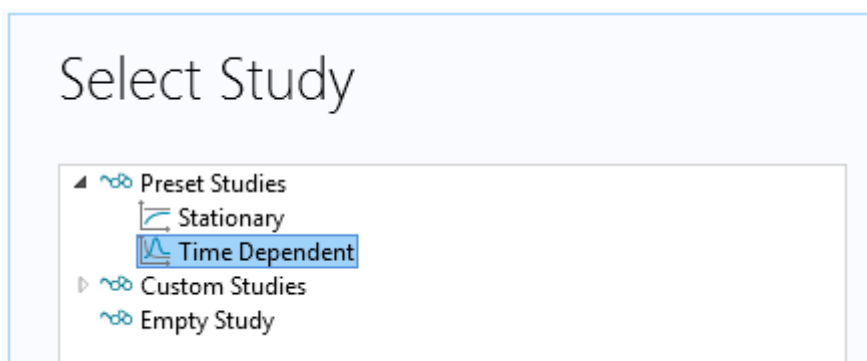
Po výběru vhodné fyziky je námi zvolená fyzika zobrazena ve výběru a můžeme přejít k volbě studia.



Obrázek 15: Potvrzení výběru fyziky a přechod ke studiu.

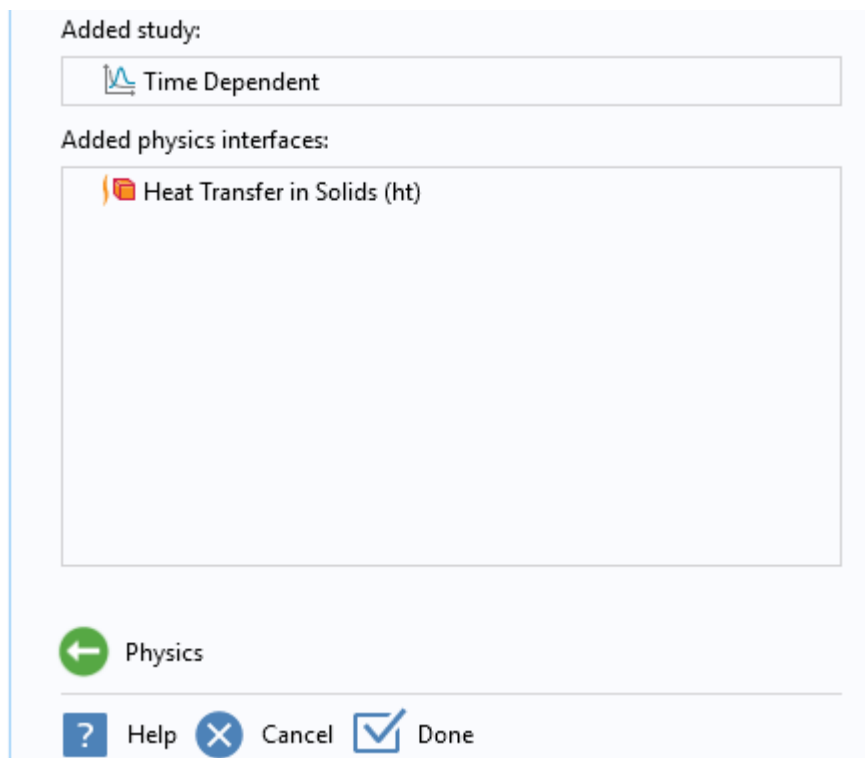
4.1.3 Volba studia.

Při volbě studia zvolíme *Time Dependent*, jelikož simulaci chceme provádět s ohledem na působení teploty po určitou dobu a v průběhu této doby pozorovat přenos tepla různými materiály. Potvrdíme dvojitým kliknutím a tím se přidá zvolené studium do výběru.



Obrázek 16: Výběr studia.

Výběr studia následně potvrdíme ikonkou *Done*.



Obrázek 17: Potvrzení výběru studia.

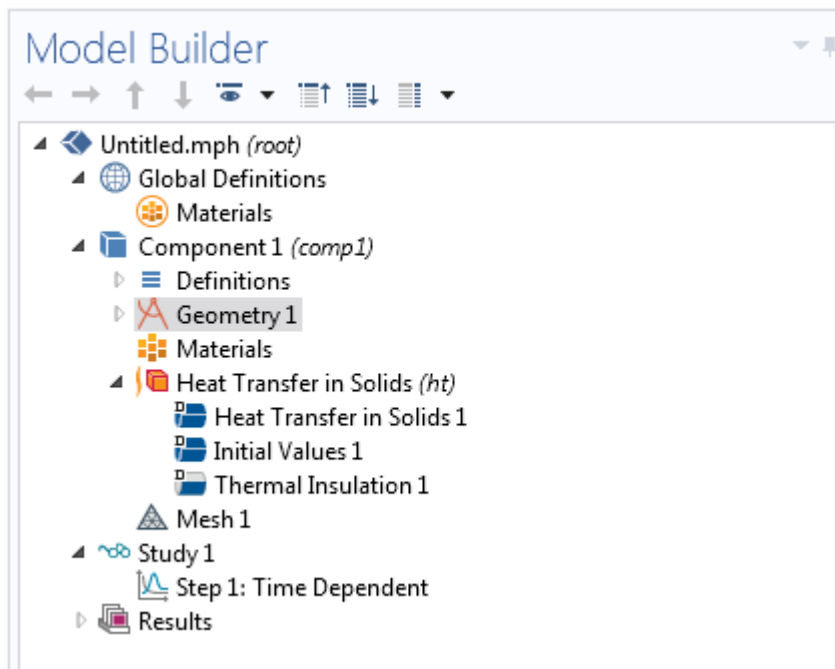
4.2 Vytvoření modelu a posloupnost operací

V okénku *Model Builder* se nachází *Model Tree*, který zobrazuje přehled všech částí modelovacího procesu a to sice od definování proměnných až ke konečnému výsledku a způsobu jeho zobrazení. Z uspořádání *Model Tree* je patrná posloupnost operací při výrobě modelu a ta by se dala obecně vyjádřit jako definování:

- Geometrie.
- Materiálů.
- Fyziky.
- Pletiva.
- Studia.
- Zobrazení výsledků.

4.2.1 Definování geometrie

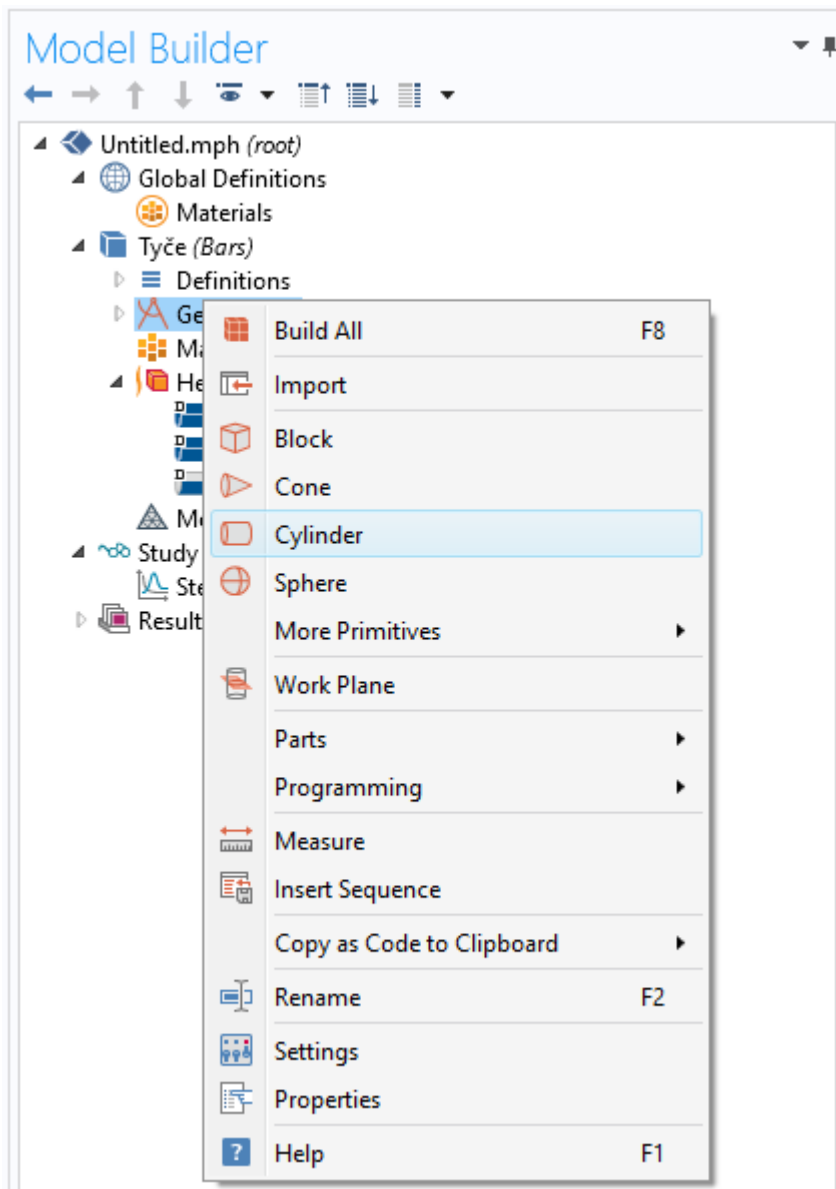
Prvním krokem při výrobě modelu je definování geometrie. COMSOL Multiphysics poskytuje 1D, 2D a 3D geometrické modelování pomocí vlastních modelovacích nástrojů, které souhrnně COMSOL nazývá *Model Wizard*. V případě přítomnosti *CAD Import* modulu a *LiveLink* modulu lze pracovat s importovanými CAD modely vytvořenými v CAD programu. V mojí práci jsem ovšem využil možnosti tvorby geometrie v rámci možností *Model Wizard* a vytvořil vlastní poměrně jednoduchý model, reprezentující všechny čtyři materiály jako tyče.



Obrázek 18: Počáteční stav okna Model Builder.

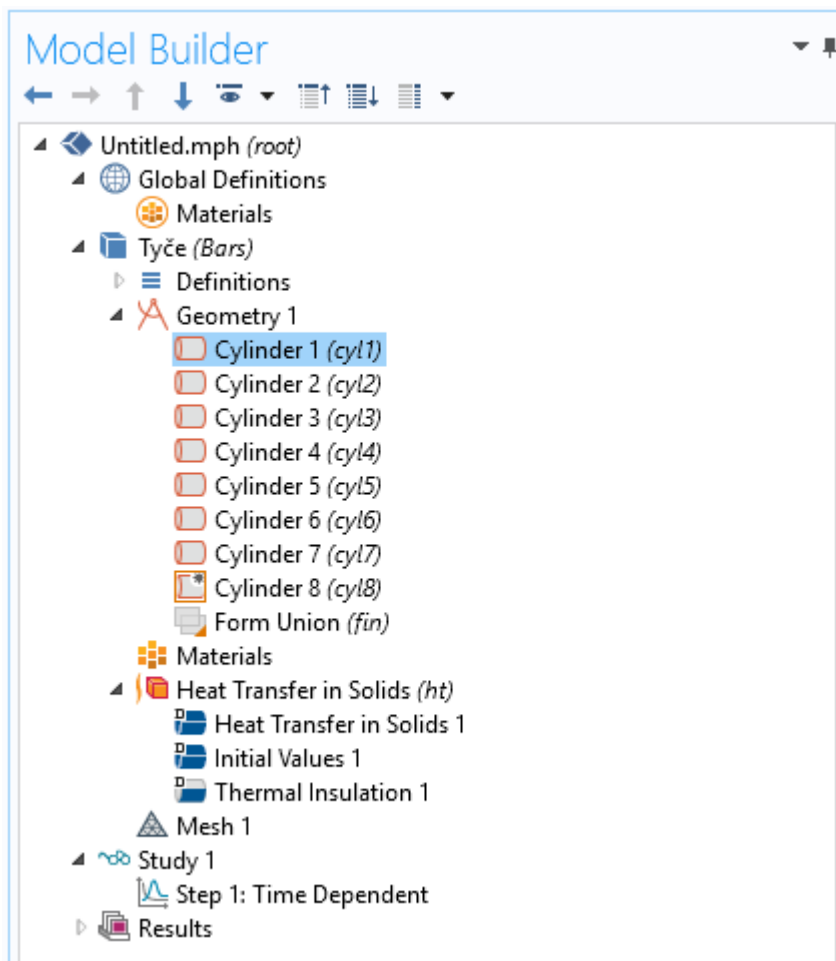
V okně *Model Builder* je na prvním místě uveden název souboru a o úroveň níže je uzel s nastavením obecné definice. Na stejné úrovni následuje uzel označený původně jako *Component 1*, zde přejmenovaný na *Tyče (Bars)*. Tento uzel má opět o úroveň níže obecnou definici, ale dále i definovanou geometrii, materiály, fyziku, mříž, studium a vyobrazení výsledků.

Rozklikneme pravým tlačítkem myši uzel *Geometry 1*, klikneme na *Cylinder*.



Obrázek 19: Vložení válce.

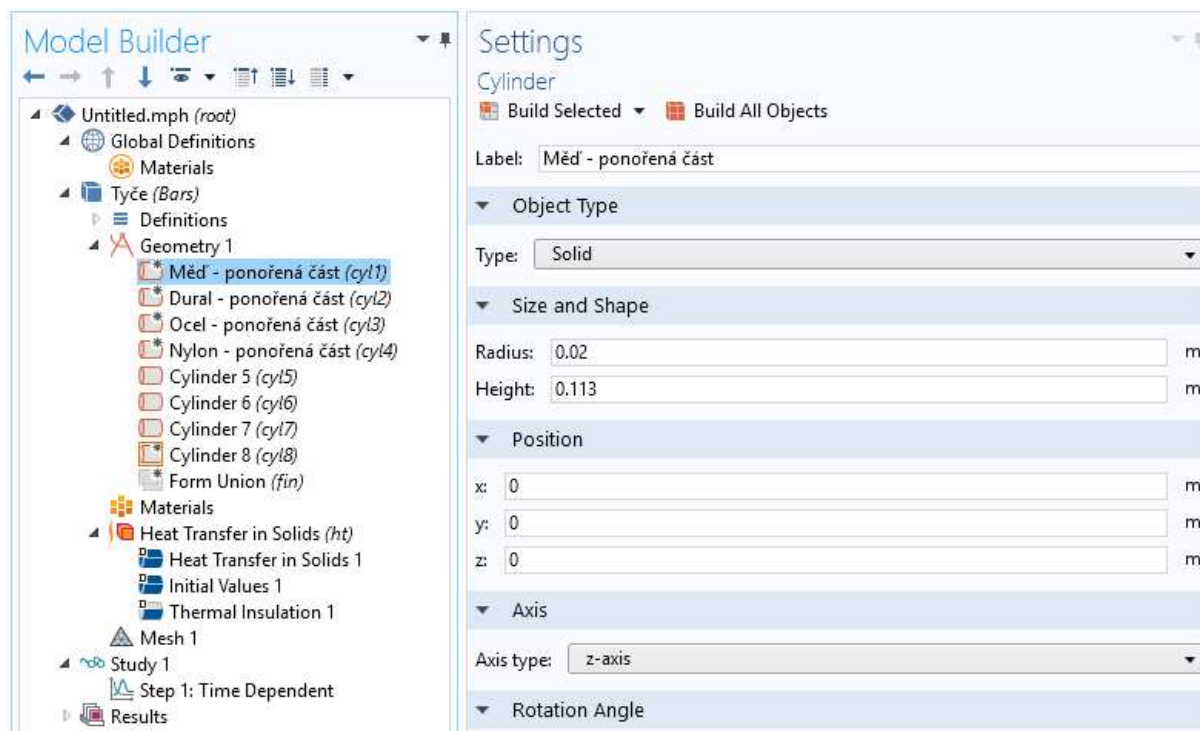
Takto vložíme osm válců, které ve výchozím nastavení budou pojmenovány jako *Cylinder 1* až *Cylinder 8*.



Obrázek 20: Uzel geometrie po přidání osmi válců.

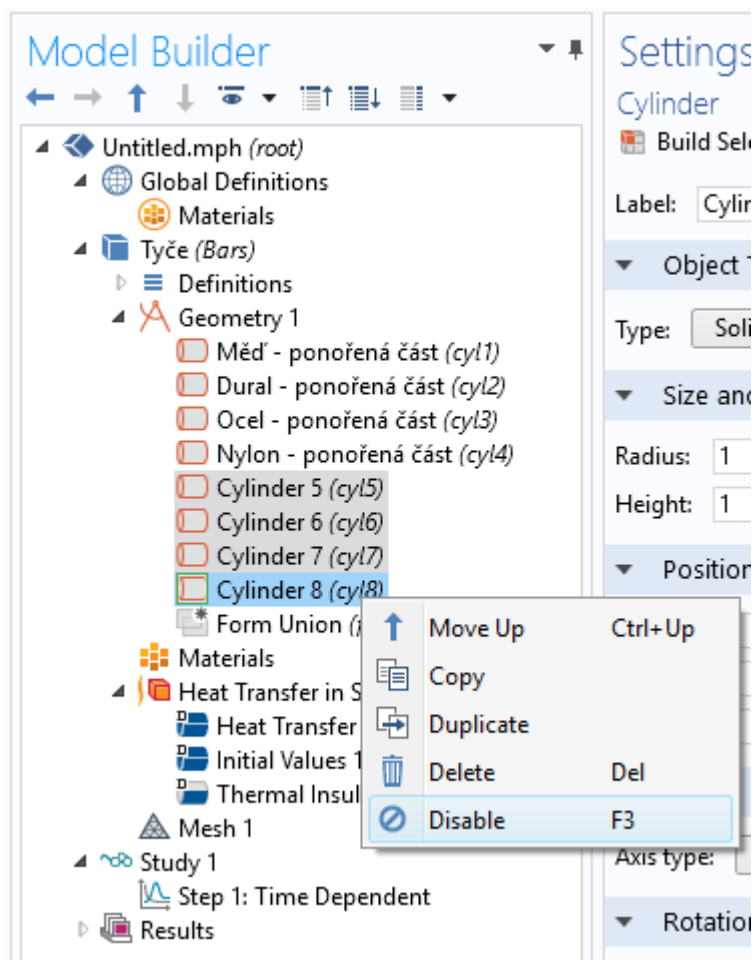
Nyní bude následovat nastavení rozměrů válců a definování rozmístění válců tak, aby se model mohl co nejvíce přiblížit skutečnosti. První čtyři válce budou reprezentovat ponořenou ohřívanou část a zbylé čtyři válce část nad OSB deskou, na níž budeme pozorovat přenos tepla pomocí termokamery.

Klikneme na *Cylinder 1* a následně ve vedlejším okně nazvaném *Settings* rozklikneme nastavení *Size and Shape*, kde nastavíme *Radius* na 0,02 m a *Height* na 0,113 m. *Radius* představuje průměr tyče, *Height* výšku, respektive hloubku ponořené části tyče. Toto nastavení aplikujeme na *Cylinder 1* až *Cylinder 4*. Pro *Cylinder 5* až *Cylinder 8* nastavíme prozatím pouze *Radius* na 0,02 m. Kvůli lepší přehlednosti jsem si i jednotlivé válce pojmenoval dle materiálu a jeho umístění.



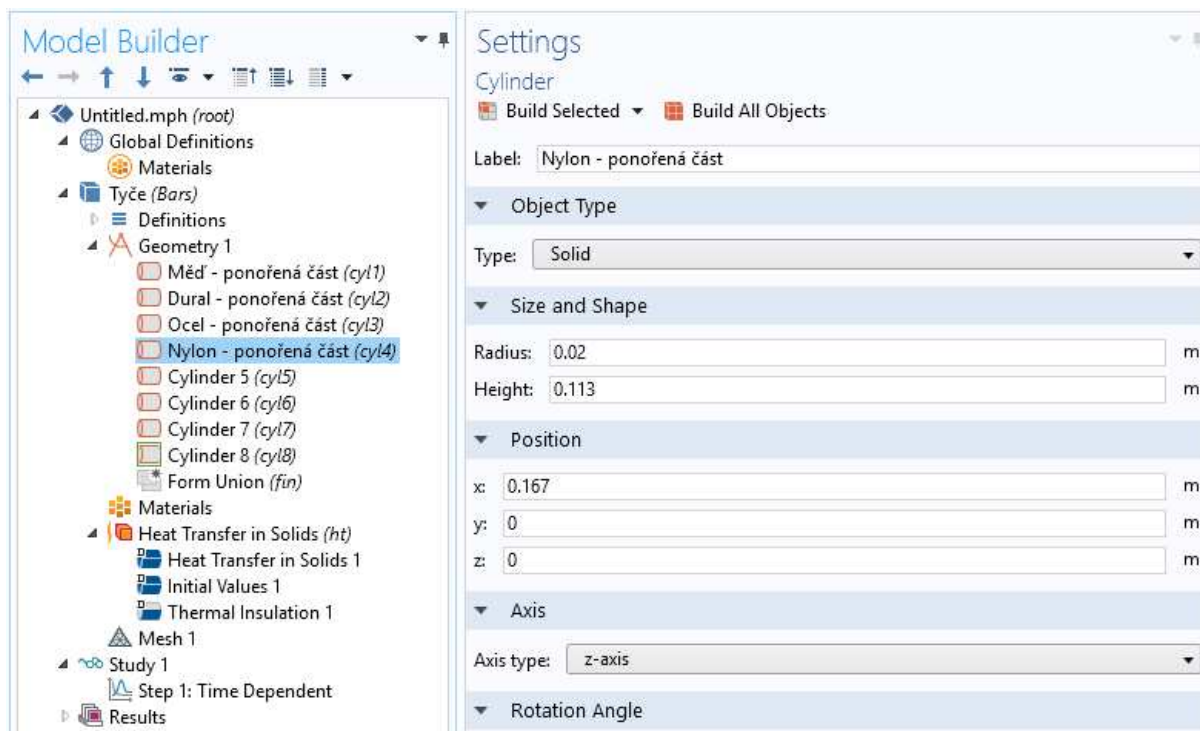
Obrázek 21: Nastavení průměru a hloubky ponořené části měděné tyče.

Než provedeme další krok, je nutné *Cylinder 5* až *Cylinder 8* deaktivovat. Levým tlačítkem klikneme na *Cylinder 5*, podržíme SHIFT a klikneme levým tlačítkem na *Cylinder 6* až *8*. Tím je všechny označíme, klikneme pravým tlačítkem a vybereme volbu *Disable*.



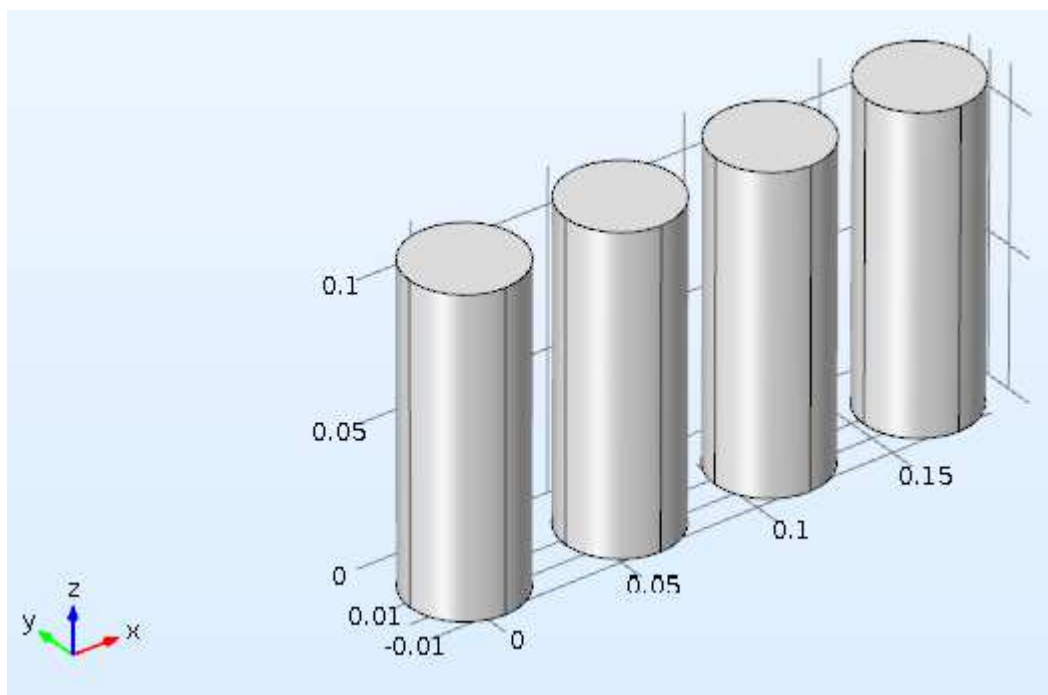
Obrázek 22: Deaktivování prozatím nedefinovaných válců za účelem zobrazení ponořené části.

Další krok představuje nastavení umístění válců v prostoru. K tomuto nastavení slouží v okně *Settings* položka *Position* (viz. obrázek 21). Pozici lze měnit napříč všemi osami x , y a z . Pro *Měď* necháme všechna nastavení na výchozí (nastaveny nuly), pro *Dural* nastavíme pozici na ose x na $0,057\text{ m}$, pro *Ocel* a *Nylon* změníme pozici na ose x s přírůstkem o $0,055\text{ m}$. Pro *Dural* tedy nastavíme osu x na $0,057\text{ m}$, pro *Ocel* na $0,112\text{ m}$ a pro *Nylon* na $0,167\text{ m}$. Na obrázku 23 je uveden příklad nastavení pozice ponořené části tyče pro *Nylon*.



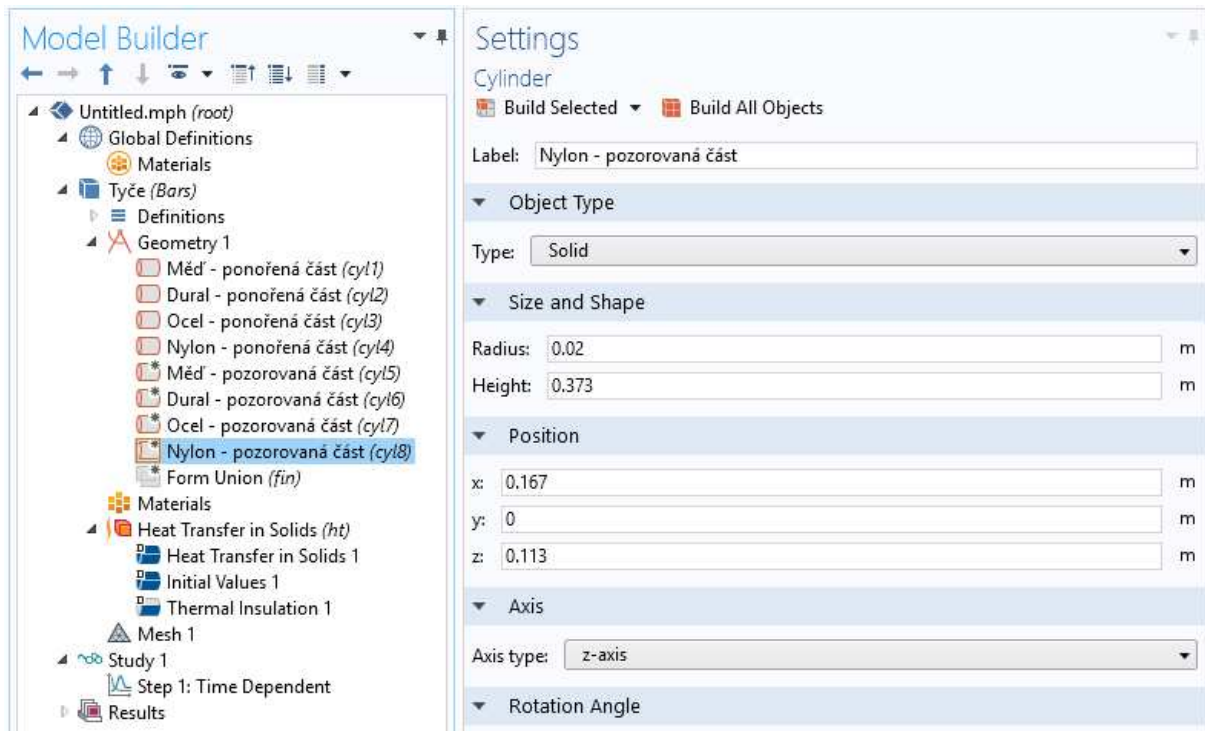
Obrázek 23: Nastavení ponořené části nylonové tyče.

Jak by mělo rozmístění válců po tomto nastavení vypadat je zobrazeno na obrázku 24.



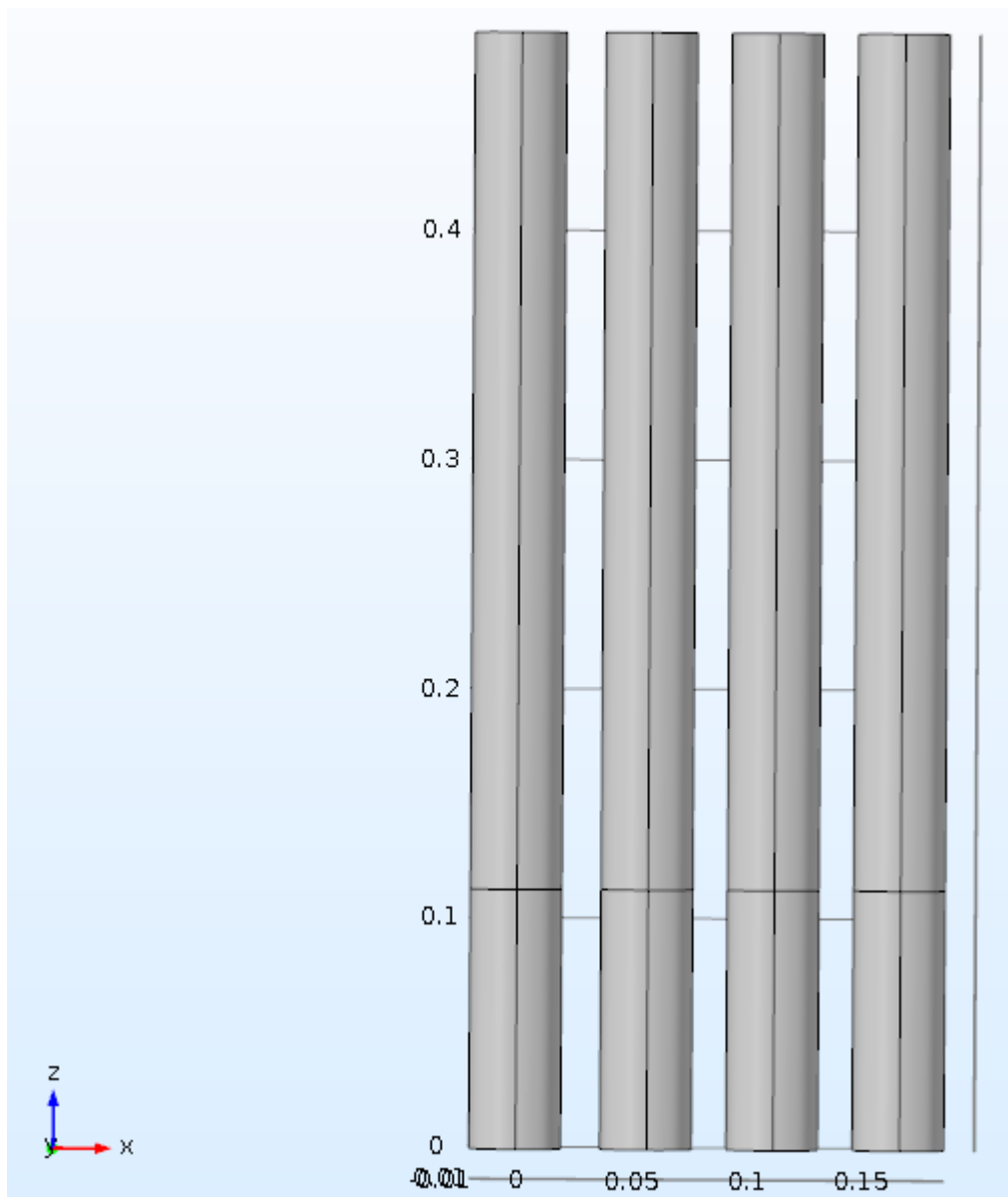
Obrázek 24: Ponořené části tyčí.

Pozorované části vytvoříme obdobně, akorát nastavíme v položce *Size and Shape* jejich různou výšku *Height*, která odpovídá součtu tloušťky OSB desky a výšky pozorované oblasti. Pro všechny materiály nastavíme *Height* na 0,373 m. Dále Pro *Měď* až *Nylon* (v pozorované oblasti) změňme souřadnice na ose z v položce *Position* na výšku ponořené části, čili na 0,113 m. Pro *Dural*, *Ocel* a *Nylon* navíc opět musíme zohlednit různé x souřadnice, které odpovídají stejným přírůstkům, jako tomu bylo u stanovení geometrie ponořených částí. Například nastavení pozorované části pro *Nylon* by tedy mělo vypadat následovně:

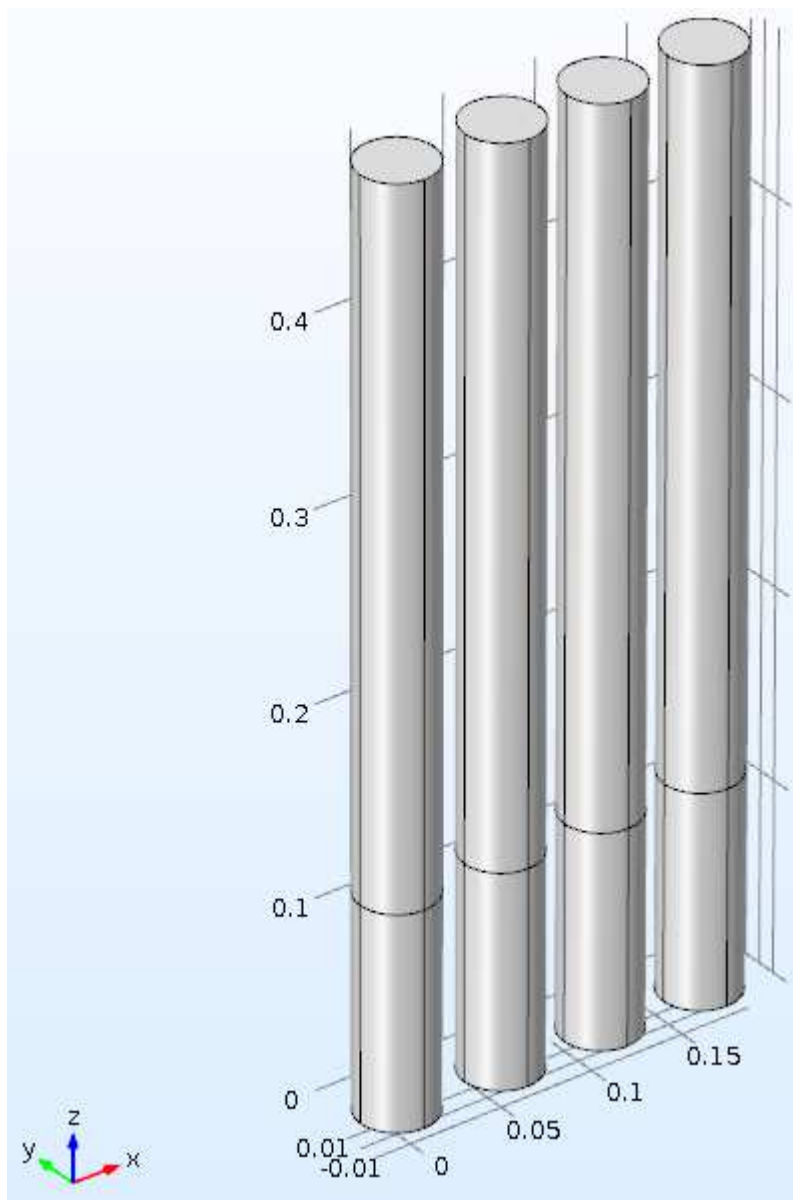


Obrázek 25: Nastavení délky a pozice pozorované části nylonové tyče.

Celková délka tyče by potom měla odpovídat součtu ponořené části, pozorované části a tloušťce OSB desky. Jakmile je vše takto nastaveno, v okně *Settings* klikneme na *Build All Objects*. Kompletní geometrie tyčí by měla vypadat jako na obrázcích 26 a 27.



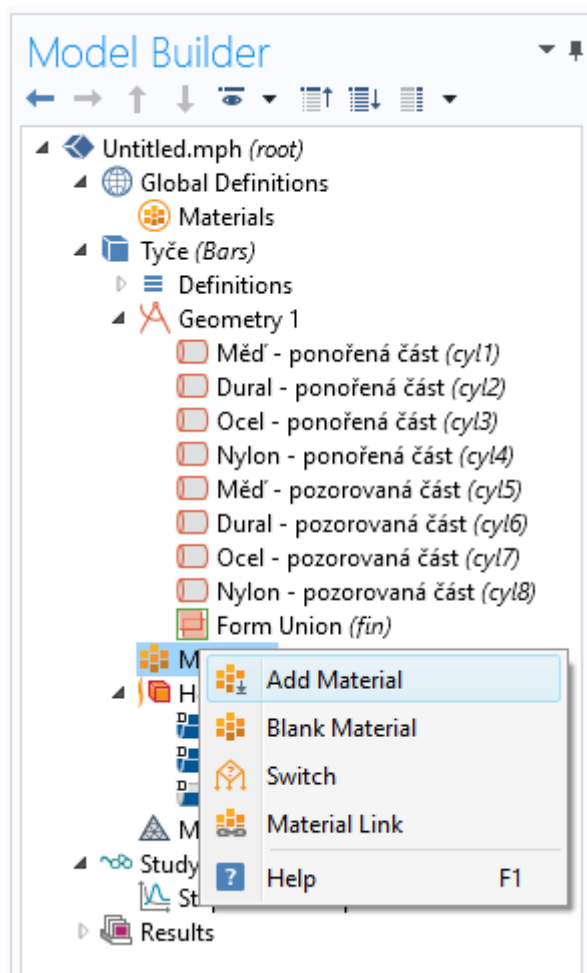
Obrázek 26: Boční ručně nastavený pohled na kompletní geometrii tyčí.



Obrázek 27: Výchozí pohled na kompletní geometrii všech tyčí.

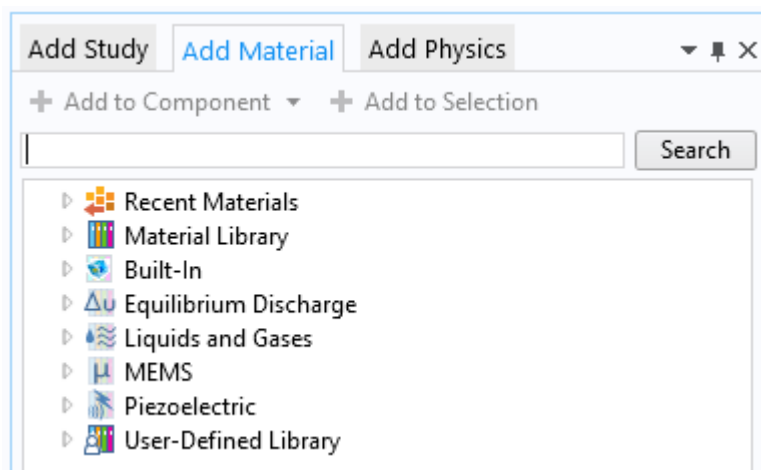
4.2.2 Definování materiálů

Druhým krokem při vytváření modelu je definování materiálů. Materiál charakterizuje základní vlastnosti modelu a hodnoty veličin potřebných k simulaci fyzikálního děje. Nejprve klikneme pravým tlačítkem v panelu *Model Builder* na položku *Materials* a následně vybereme položku *Add Material*.



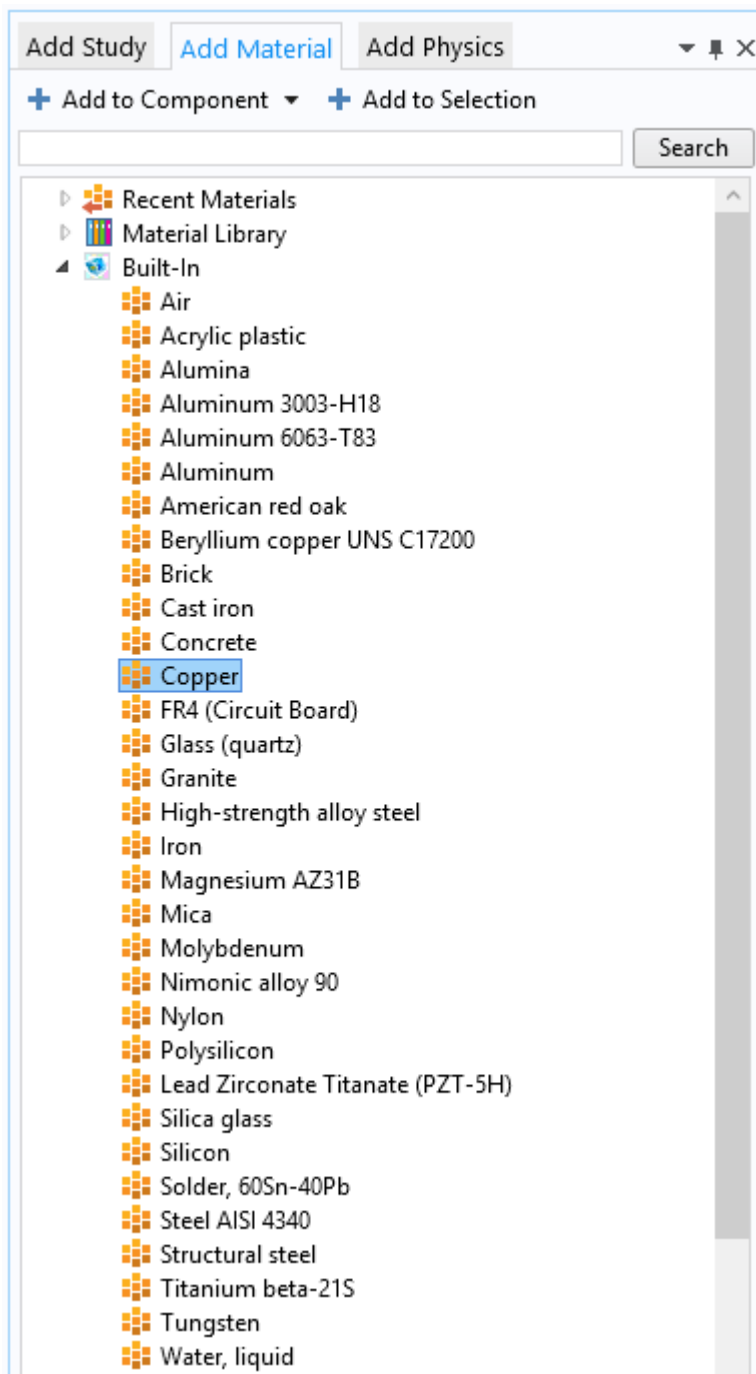
Obrázek 28: Přidání materiálů.

Tím se nám volba materiálu přesune do panelu napravo od grafického okna, kam jsme dříve přidávali i volbu studia a fyziky.



Obrázek 29: Panel s přehledem přidání materiálů.

Celkem musíme zvolit čtyři materiály, které jsou reprezentovány tyčemi. V případě výroby tohoto modelu jsem vycházel z *Built-In* (základních, vestavěných) materiálů a jeden materiál bylo nutno zvolit z knihovny. *Built-In* materiály jsou součástí základní verze programu COMSOL Multiphysics a není k nim potřeba přídatného modulu. Vybranými materiály byly v tomto pořadí *Copper, 2017 (UNS A92017)*, *Steel AISI 4340*, a *Nylon*. Materiál, který bylo nutno definovat je dural, zde pod označením *2017 (UNS A92017)*.



Obrázek 30: Přehled vestavěných materiálů.

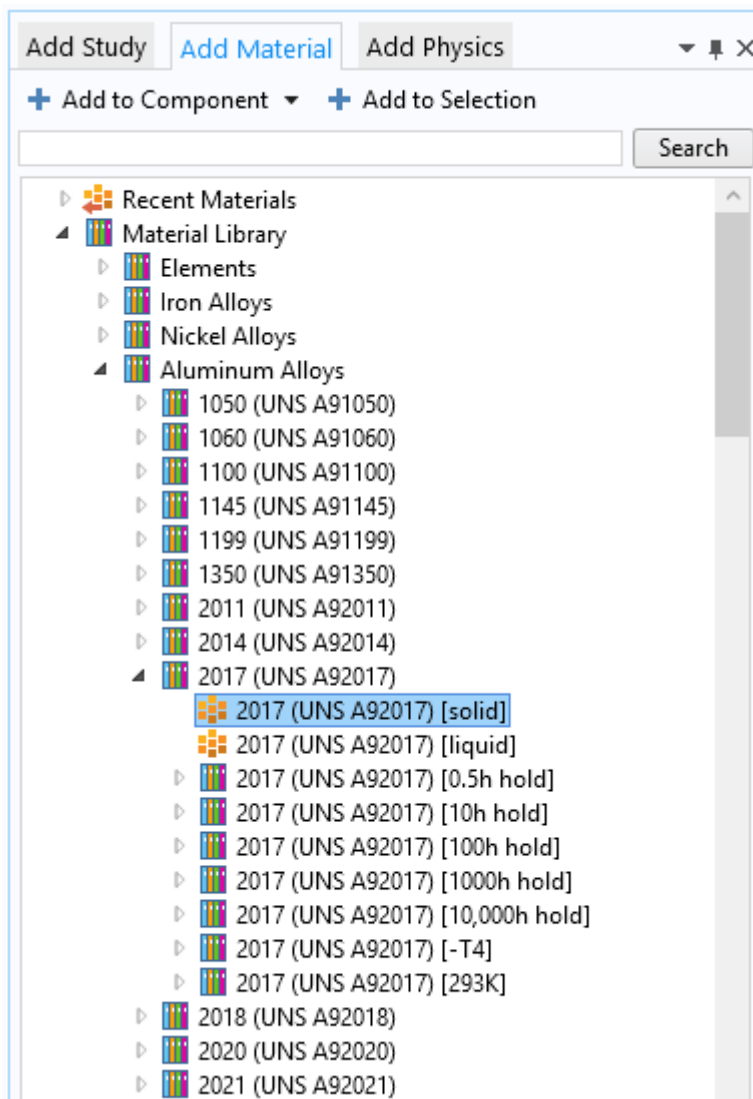
Built-In materiály jednoduše přidáme dvojitým kliknutím na požadovaný materiál.

Definování vlastního materiálu

V programu lze definovat i vlastní materiál nebo využít materiálové knihovny. K využití materiálové knihovny je nutná přítomnost modulu *Material Library*. Těchto možností ale můžeme využít pouze tehdy, pokud známe potřebné vlastnosti materiálu (například udává je výrobce).

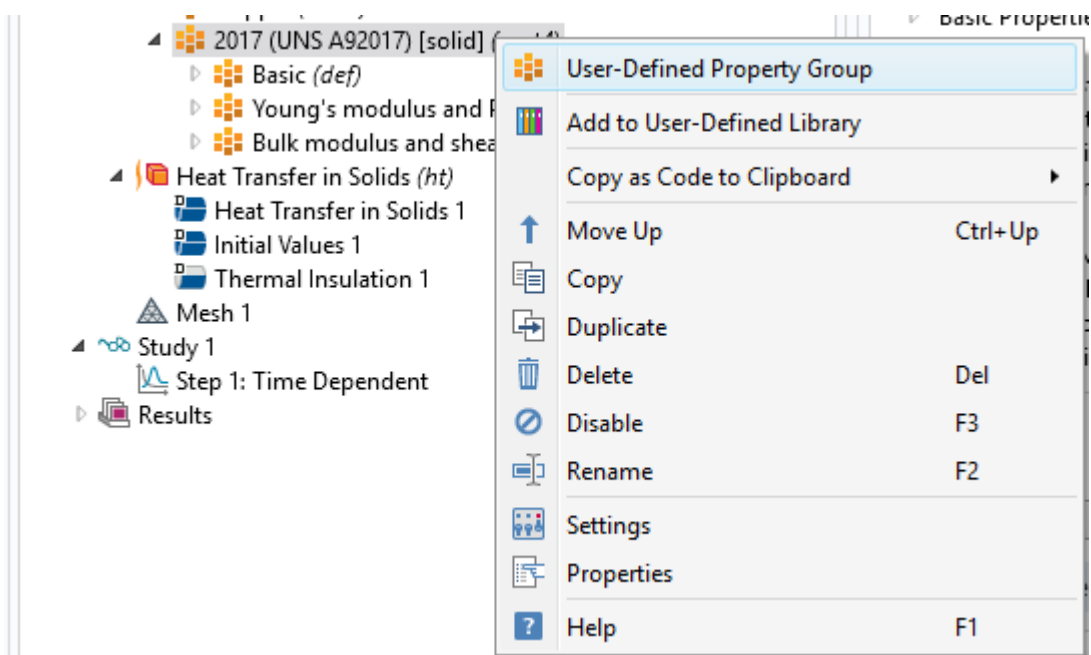
Materiál, který potřebujeme definovat, je dural. Jako dural se obchodně označují slitiny hliníku (90 až 96 %) a většinou mědi (4 až 6 %) s přísadami dalších prvků jako hořčík, křemík, mangan atd. [23]. V knihovně dural najdeme pod číselným značením dle evropské normy EN. Konkrétně dural EN AW 2017 se skládá z hliníku, mědi, hořčíku a křemíku - jeho hutní značení je AlCuMg1Si [24].

Materiál tedy vyhledáme v *Material Library* pod *Aluminum Alloys* s konkrétním označením *2017 (UNS A92017) [solid]* a přidáme ho dvojitým kliknutím.



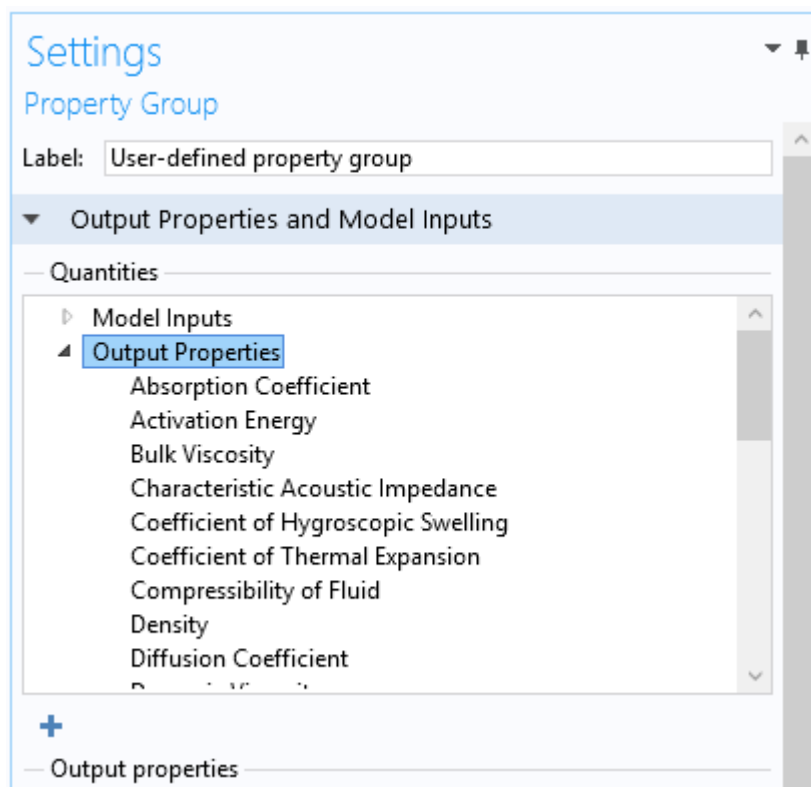
Obrázek 31: Přidání duralu z materiálové knihovny.

Nyní musíme nastavit vlastnosti námi definovaného materiálu. V panelu *Model Builder* klikneme pravým tlačítkem na *2017 (UNS A92017)[solid]* a vybereme položku *User-Defined Property Group*.



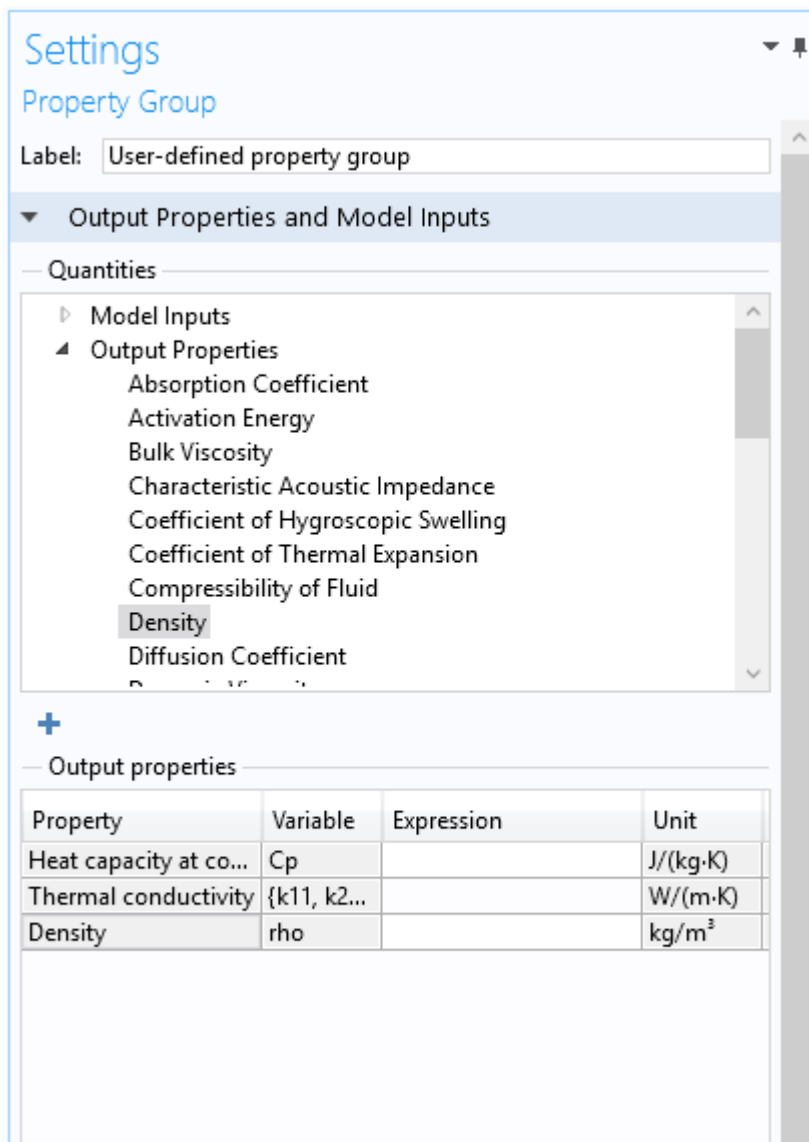
Obrázek 32: Nastavení vlastností vybraného materiálu z knihovny.

Po vytvoření uzlu (položky) *User-Defined Property Group* a jeho otevření lze v panelu *Settings* navolit z velkého množství materiálových vlastností.



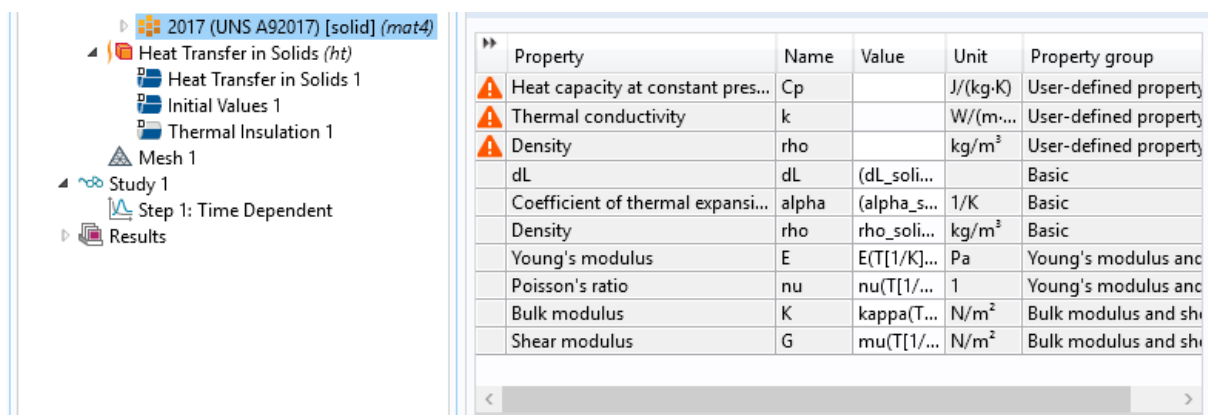
Obrázek 33: Výběr z materiálových vlastností.

V případě vyšetřování přenosu tepla, vyžaduje program hodnoty měrné tepelné kapacity, hustoty a tepelné vodivosti.



Obrázek 34: Vybrané a potřebné materiálové vlastnosti.

Po zvolení potřebných materiálových vlastností program vyžaduje nastavení konkrétních hodnot.



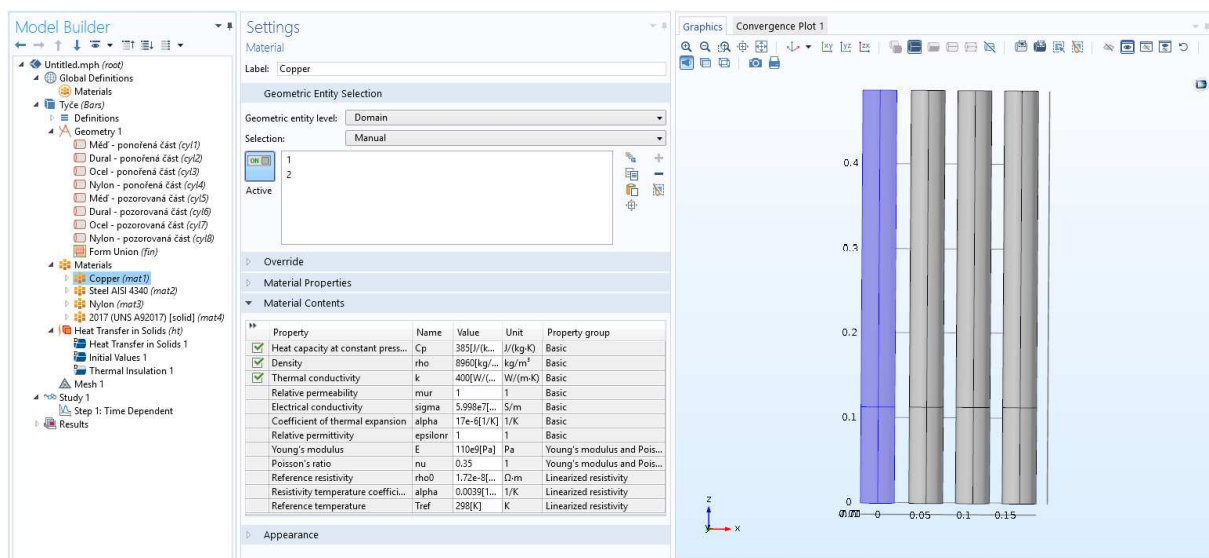
Obrázek 35: Požadavek na zadání konkrétních hodnot veličin.

Hodnoty těchto veličin pro dural jsem čerpal z tabulek přítomných na e-konstrukter [9] a converter [19] pro dural EN AW 2017.

Property	Name	Value	Unit	Property group
Heat capacity at constant press...	Cp	900	J/(kg·K)	User-defined property gro...
Thermal conductivity	k	145	W/(m·K)	User-defined property gro...
Density	rho	2800	kg/m ³	User-defined property gro...
dL	dL	(dL_solid...		Basic
Coefficient of thermal expansion	alpha	(alpha_s...	1/K	Basic
Density	rho	rho_soli...	kg/m ³	Basic
Young's modulus	E	E(T[1/K])...	Pa	Young's modulus and Pois...
Poisson's ratio	nu	nu(T[1/K])	1	Young's modulus and Pois...
Bulk modulus	K	kappa(T[...	N/m ²	Bulk modulus and shear...
Shear modulus	G	mu(T[1/...	N/m ²	Bulk modulus and shear...

Obrázek 36: Nastavení konkrétních hodnot veličin.

V posledním kroku definování materiálů již jen přiřadíme ke každému materiálu vhodné tyče. Když klikneme na materiál, v panelu *Graphics* a *Settings* hned vidíme k jakým doménám je materiál přidružený. Nyní přiřadíme správný materiál ke správným doménám, čili k doménám 1 a 2 přiřadíme *Copper*, k doménám 3 a 4 *2017 (UNS A92017)*, k doménám 5 a 6 *Steel AISI 4340* a k doménám 7 a 8 *Nylon*.



Obrázek 37: Celkový přehled materiálových vlastností a správného přiřazení pro měď.

Dále v panelu *Settings* je položka *Material Contents*, ve které jsou definovány vlastnosti materiálu. V podstatě jde o fyzikální veličiny, jejich značky, jednotky, hodnoty a výjimečnost použití. Například pro *Nylon*, jakožto *Built-In* materiál vypadají materiálové vlastnosti takto:

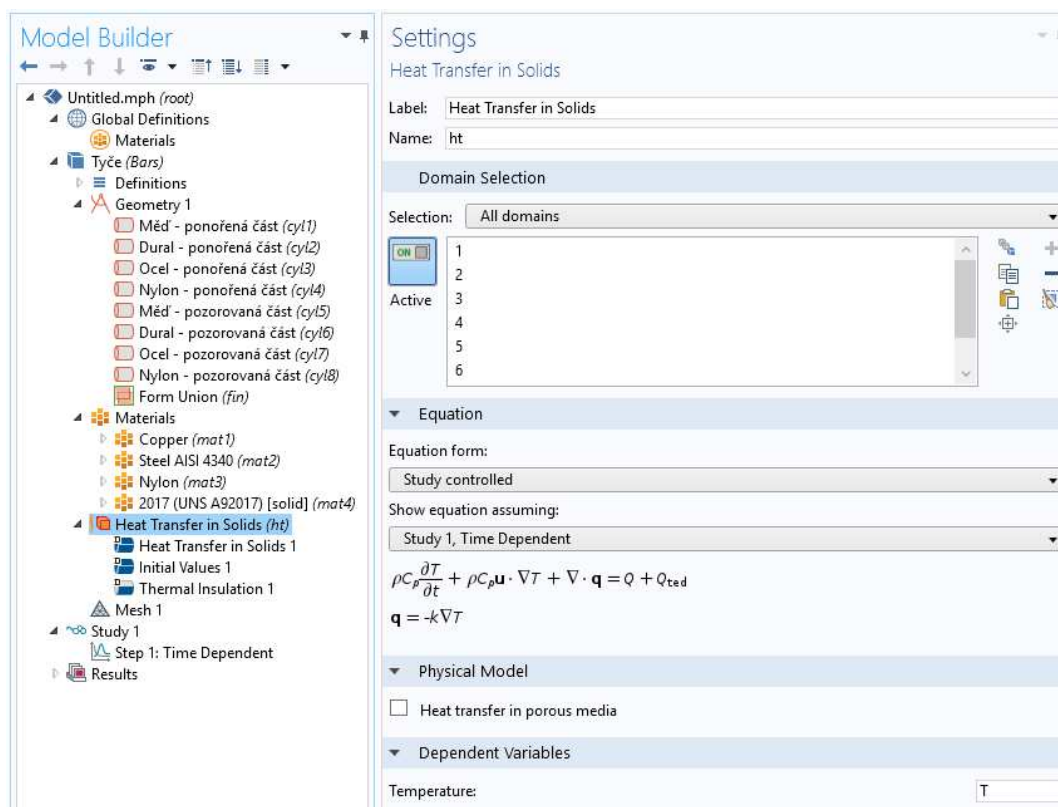
Material Contents					
»	Property	Name	Value	Unit	Property group
<input checked="" type="checkbox"/>	Heat capacity at constant pres...	Cp	1700[J/(...]	J/(kg·K)	Basic
<input checked="" type="checkbox"/>	Density	rho	1150[kg...	kg/m ³	Basic
<input checked="" type="checkbox"/>	Thermal conductivity	k	0.26[W/...	W/(m...	Basic
	Relative permittivity	epsilon _r	4	1	Basic
	Coefficient of thermal expansi...	alpha	280e-6[...	1/K	Basic
	Young's modulus	E	2e9[Pa]	Pa	Young's modulus and Po...
	Poisson's ratio	nu	0.4	1	Young's modulus and Po...

Obrázek 38: Materiálové vlastnosti s konkrétními hodnotami pro nylon.

Zaškrtnuté veličiny jsou ty, které jsou potřeba k numerické realizaci a dosažení do diferenciální rovnice. Pro všechny použité materiály jsou hodnoty těchto veličin shrnuty v tabulce 8 s metodikou a použitými materiály.

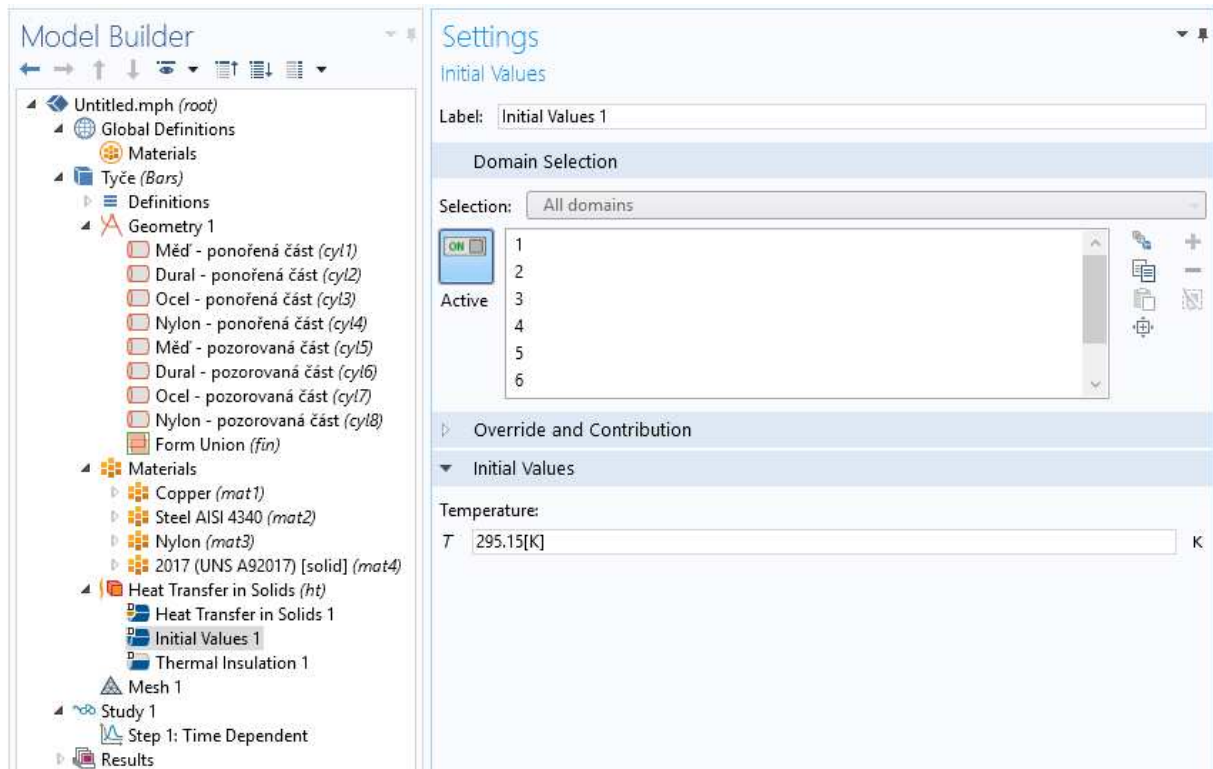
4.2.3 Definování fyziky

Po definici materiálů a tím i fyzikálních veličin lze přistoupit k definování fyziky. Levým tlačítkem v panelu *Model Builder* klikneme na *Heat Transfer in Solids (ht)*. V panelu *Settings* je opět vidět, kterých domén se nastavení fyziky bude týkat, které diferenciální rovnice a fyzikální modely budou použity a nakonec je zde i výpis závislých proměnných.



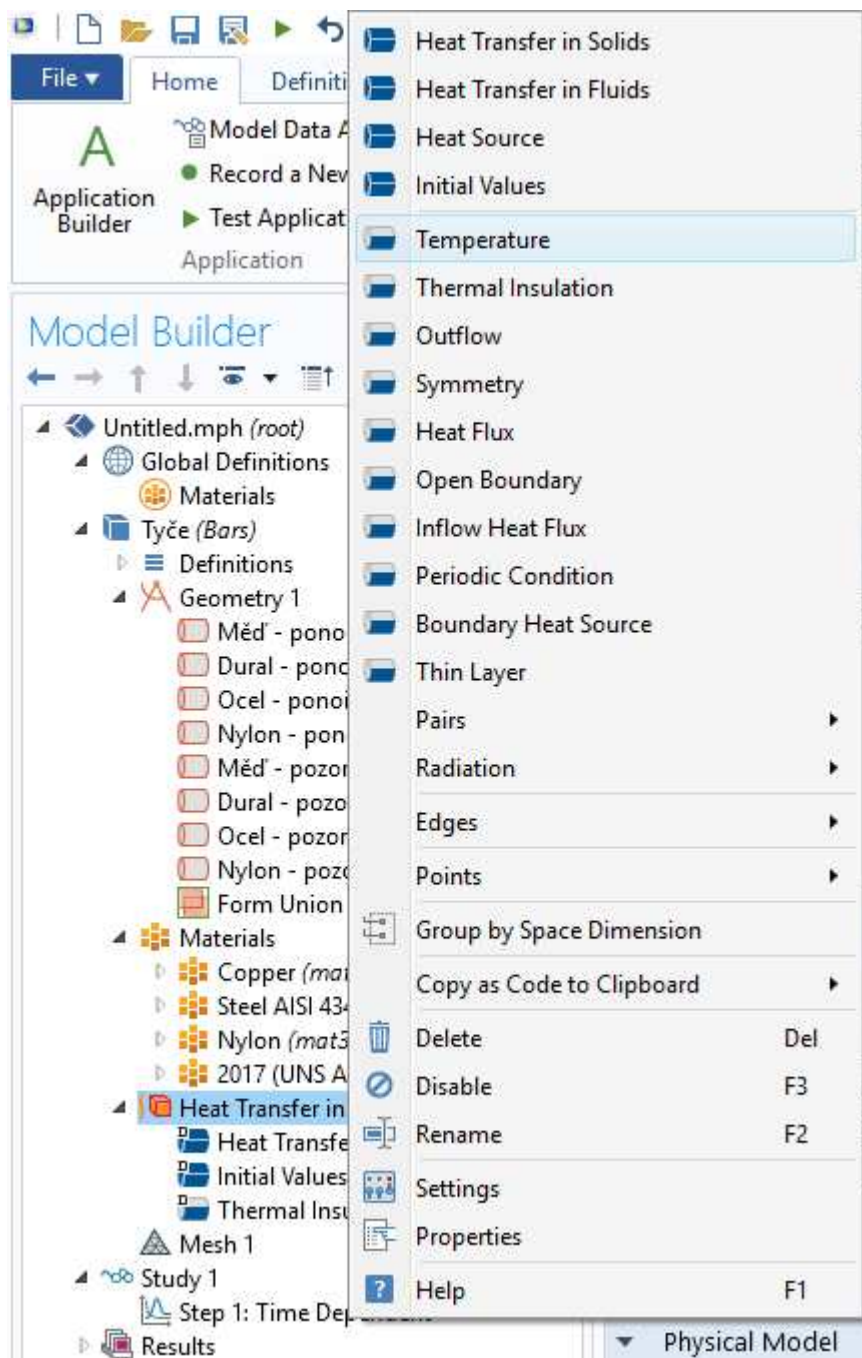
Obrázek 39: Přehled nastavení fyziky.

Jak je z obrázku 39 patrné, jedinou závislou proměnnou je zde teplota a tu tedy bude nutné nastavit. V panelu *Model Builder* pod *Heat Transfer in Solids (ht)* klikneme na *Initial Values 1* a zde nastavíme jako výchozí hodnotu teplotu v místnosti, v našem případě 22 stupňů Celsia neboli 295,15 Kelvina.



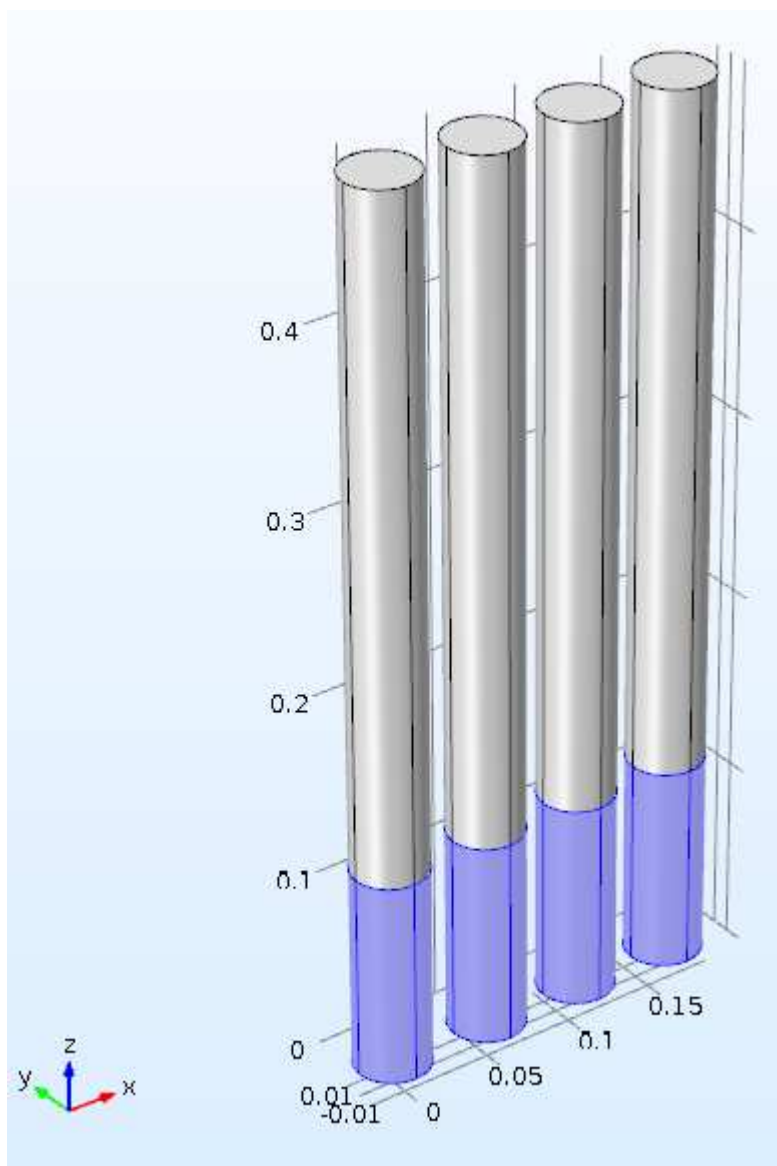
Obrázek 40: Nastavení výchozí teploty.

Nyní zadáme teplotu tyčí umístěných v ohřívané části. K tomuto kroku musíme pravým tlačítkem kliknout na položku *Heat Transfer in Solids (ht)* v panelu *Model Builder* a zde zvolíme možnost *Temperature* a potvrdíme levým tlačítkem.

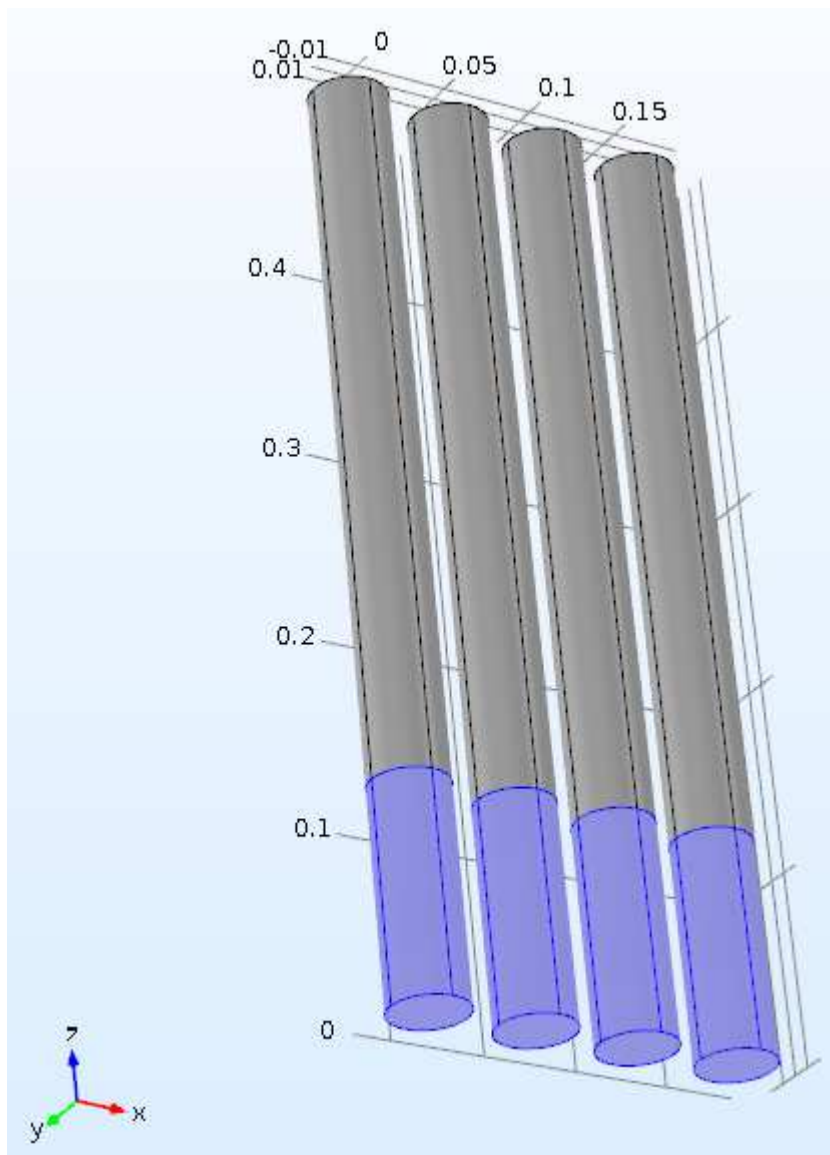


Obrázek 41: Přidání teploty jako funkce.

V panelu *Model Builder* pod položkou *Heat Transfer in Solids (ht)* přibyla možnost nastavení *Temperature 1*. Klikneme na ni levým tlačítkem a přejdeme k panelu *Settings*, kde nejprve musíme vybrat správné hranice neboli meze, které budou mít nastaveny teplotu vařící vody a tím simulovat zahřívanou část tyče. Tyto meze stanovíme kliknutím na spodní hranice tyče, jako je tomu na obrázcích 42 a 43.

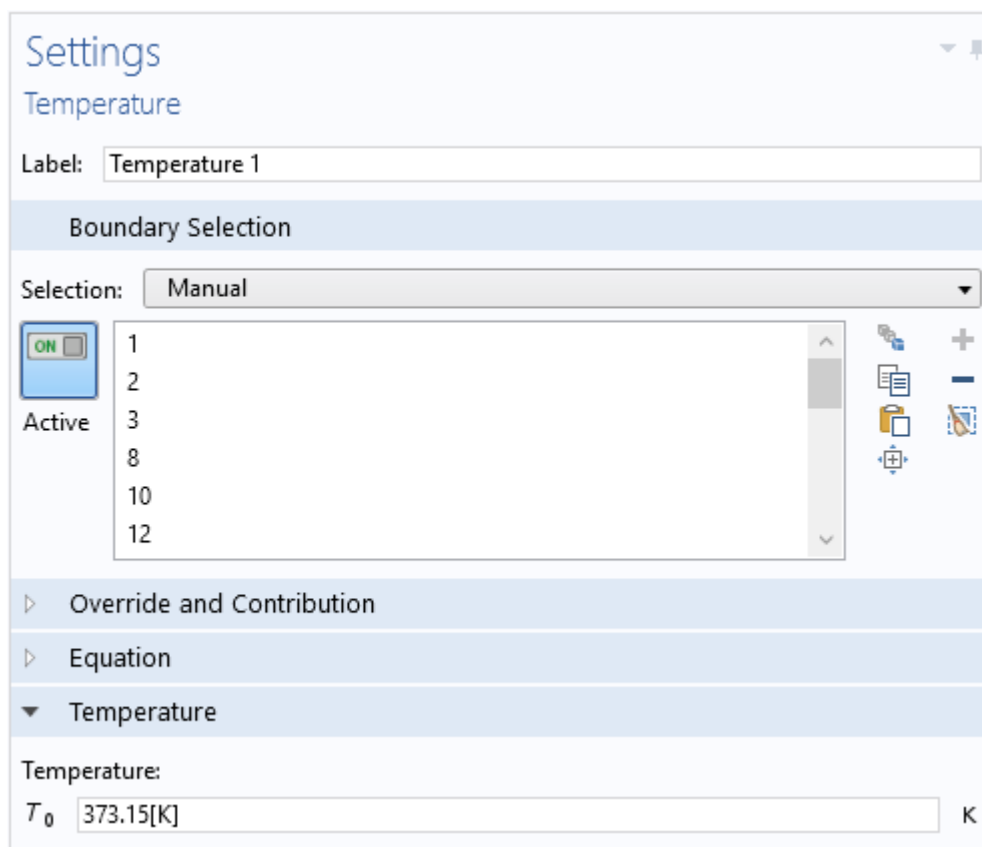


Obrázek 42: Pohled zepředu na předních osm vybraných entit.



Obrázek 43: Pohled zezadu odspoda na spodní čtyři entity a zadních osm entit.

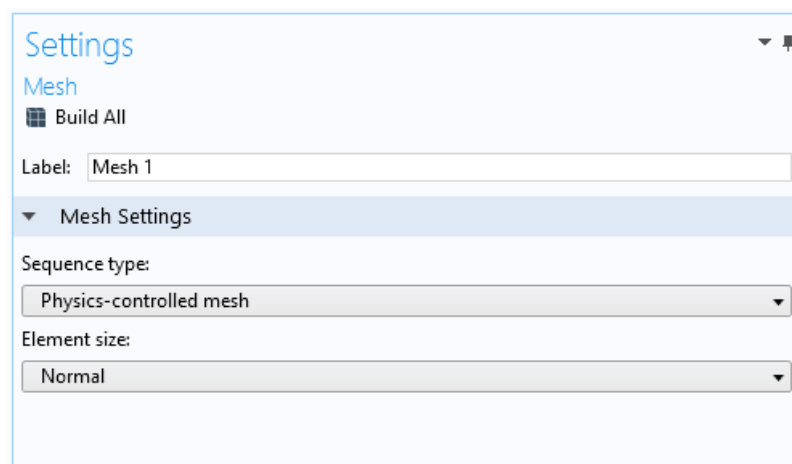
Jak je z obrázků 42 a 43 patrné, celkově musíme vybrat dvacet entit a to sice osm zepředu, osm zezadu a čtyři zespona. Všechny vybrané entity jsou taktéž vyobrazeny v poloze *Boundary Selection*. Nyní nastavíme v položce *Temperature* hodnotu T_0 na 373,15 K.



Obrázek 44: Nastavení hranic a teploty ohřívané části tyčí.

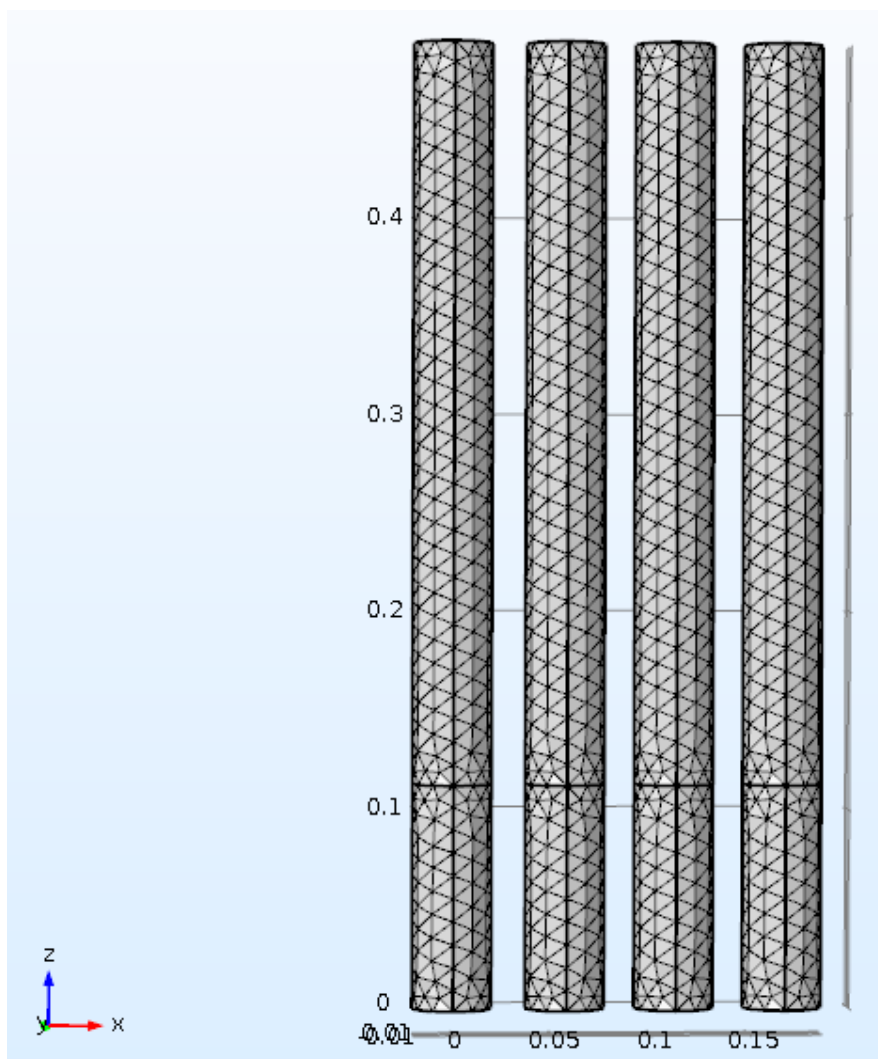
4.2.4 Definování mříže

V panelu *Model Builder* klikneme levým tlačítkem myši na položku *Mesh 1* a přejdeme k panelu *Settings*, kde můžeme nastavit velikost prvku a typ sekvence. Obě tato nastavení postačí nechat na výchozí nastavení. Definování mříže potvrdíme tlačítkem *Build All* v panelu *Settings*.



Obrázek 45: Nastavení mříže.

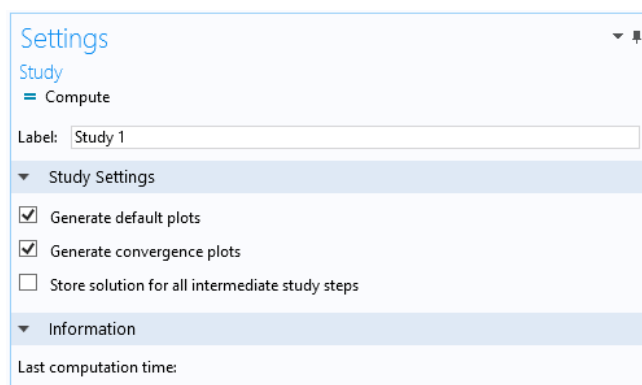
Po aplikování nastavení z obrázku 45 by mříž měla vypadat jako na obrázku 46.



Obrázek 46: Aplikované nastavení mříže.

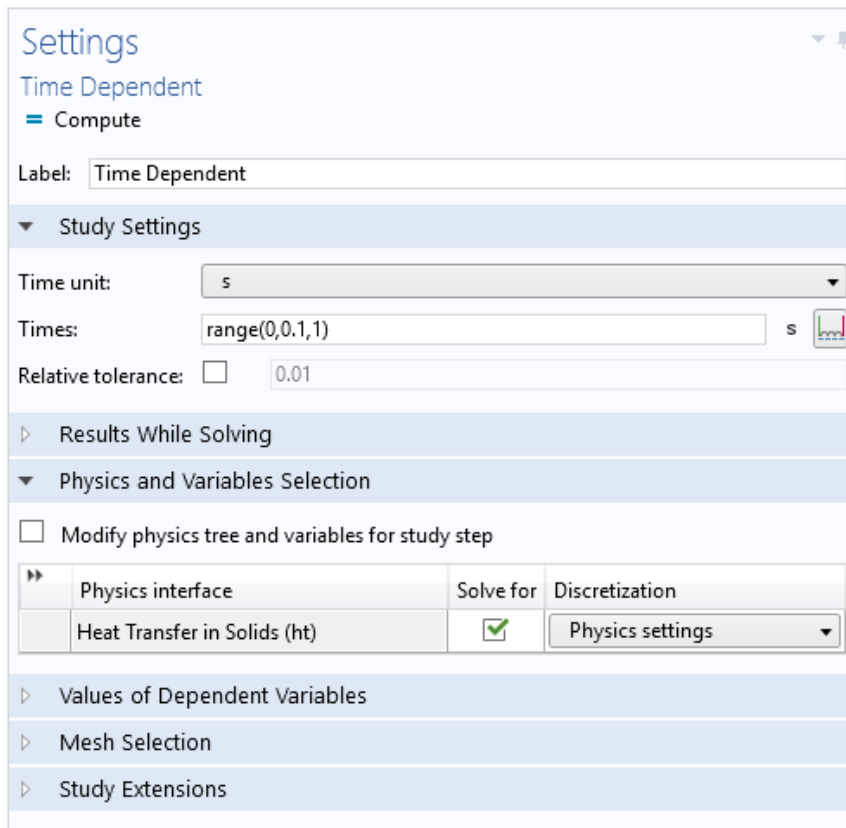
4.2.5 Definování studia

Posledním krokem v rámci přípravy vstupních dat (preprocessingu) je definování studia. Klikneme levým tlačítkem v panelu *Model Builder* na *Study 1*. V panelu *Settings* lze nastavit generování grafů a ukládání řešení všech mezikroků.



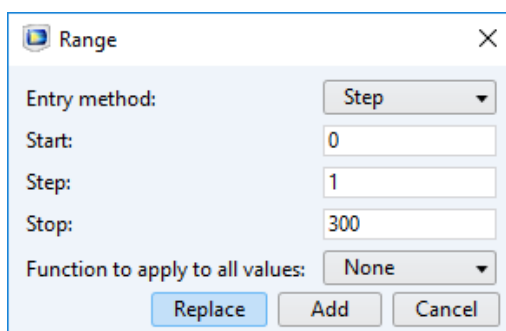
Obrázek 47: Nastavení studia.

V panelu *Model Builder* klikneme o úroveň níže na *Step 1: Time Dependent* kde nás zajímá především nastavení času. Rozklikneme položku *Study Settings* a nastavíme *Time Unit* na s, jako je tomu na obrázku 48.



Obrázek 48: Nastavení časové závislosti.

V dalším řádku nadepsaným *Times* klikneme úplně vpravo na ikonku *Range*. Vyskočí na nás okno s nastavením rozsahu. Jako vstupní metodu lze nastavit režim *Step* (po krocích), který je předvolen, anebo lze nastavit *Number of values* (počet hodnot). Pro naší potřebu necháme nastaveno na režim *Step*. Dále můžeme nastavit *Start* (počátek), *Step* (velikost kroku) a pak *Stop* (ukončení). Do kolonky *Start* napíšeme 0, dále do kolonky *Step* napíšeme 1 a do kolonky *Stop* napíšeme 300, stejně jako na obrázku 49.

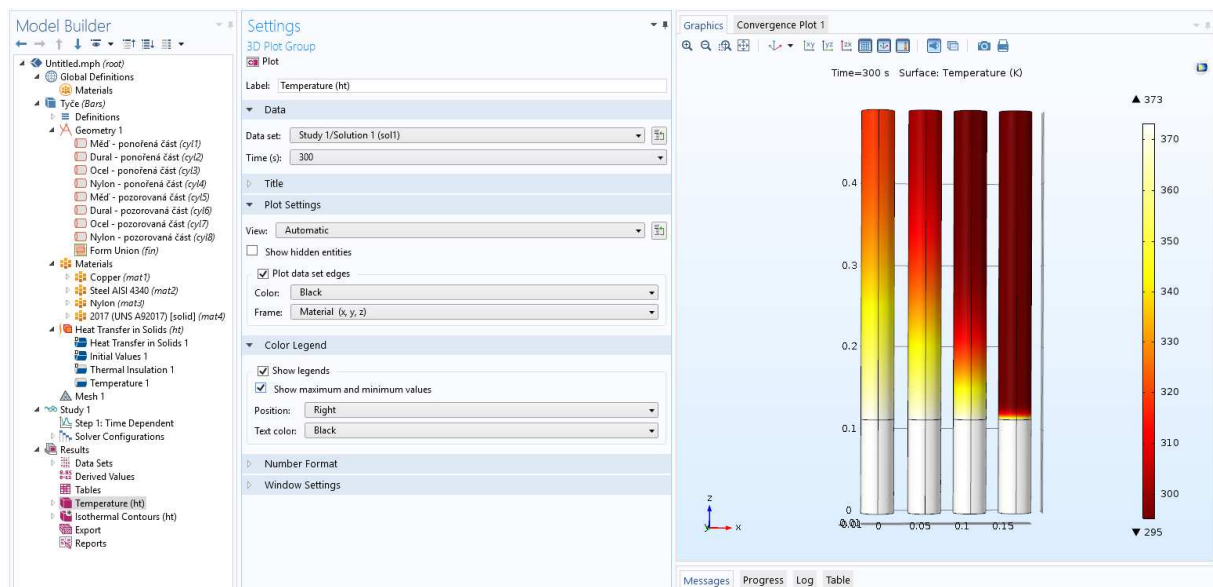


Obrázek 49: Nastavení časového rozsahu.

Potvrdíme tlačítkem *Replace* a tím jsme provedli nastavení doby rozsahu na 300 sekund, po 1 sekundových krocích, s počátkem v 0 sekundách. Vše ostatní necháme nastaveno na výchozí nastavení, čili jako na obrázku 48. Když je vše takto nastaveno, klikneme úplně nahoře pod názvem panelu na *Compute* a tím zahájíme výpočet.

4.2.6 Definování zobrazení

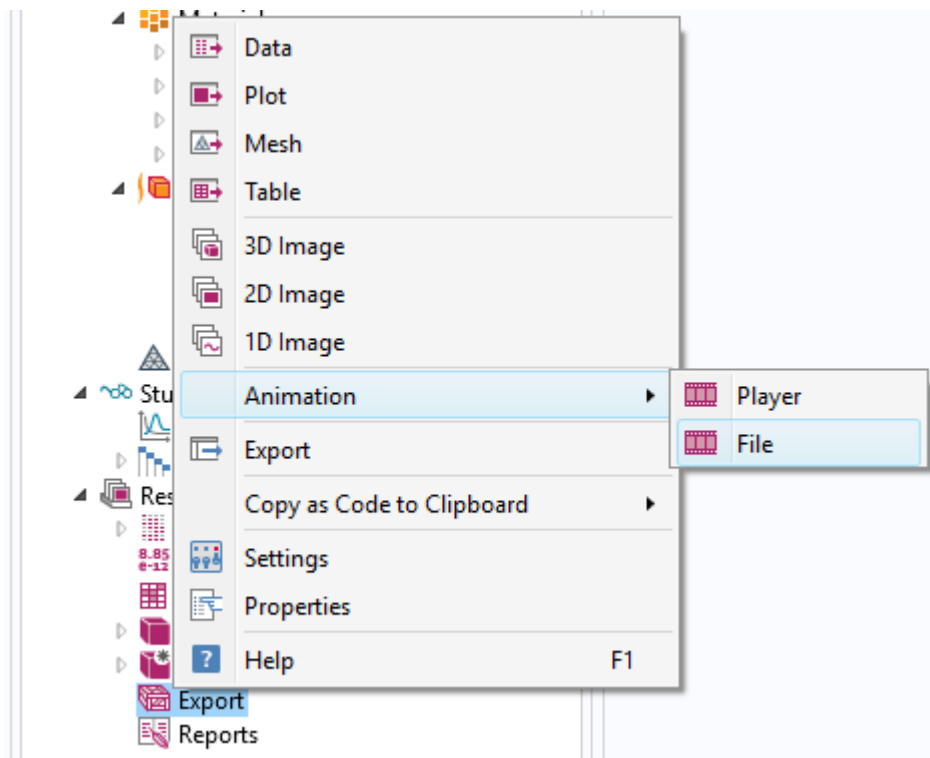
Posledním krokem je vhodně nastavit vyobrazení teplot, vytvořit video a správně představit výsledný model. V panelu *Model Builder* rozklikneme *Results*, kde v podstatě můžeme v panelu *Settings* nastavit akorát automatické obnovování dějů, tak to necháme zaškrtnuto. Dále klikneme na položku *Temperature (ht)* v panelu *Model Builder*. Zde můžeme nastavit zdrojová data a čas, při kterém chceme děj staticky vyobrazit, respektive jak děj vypadá ve zvoleném kroku. Také je vhodné zaškrtnout položku *Show maximum and minimum values*. Po provedení výpočtu a aplikování všech nastavení model tedy vypadá následovně:



Obrázek 50: Nastavení zobrazení výsledného rozložení teploty.

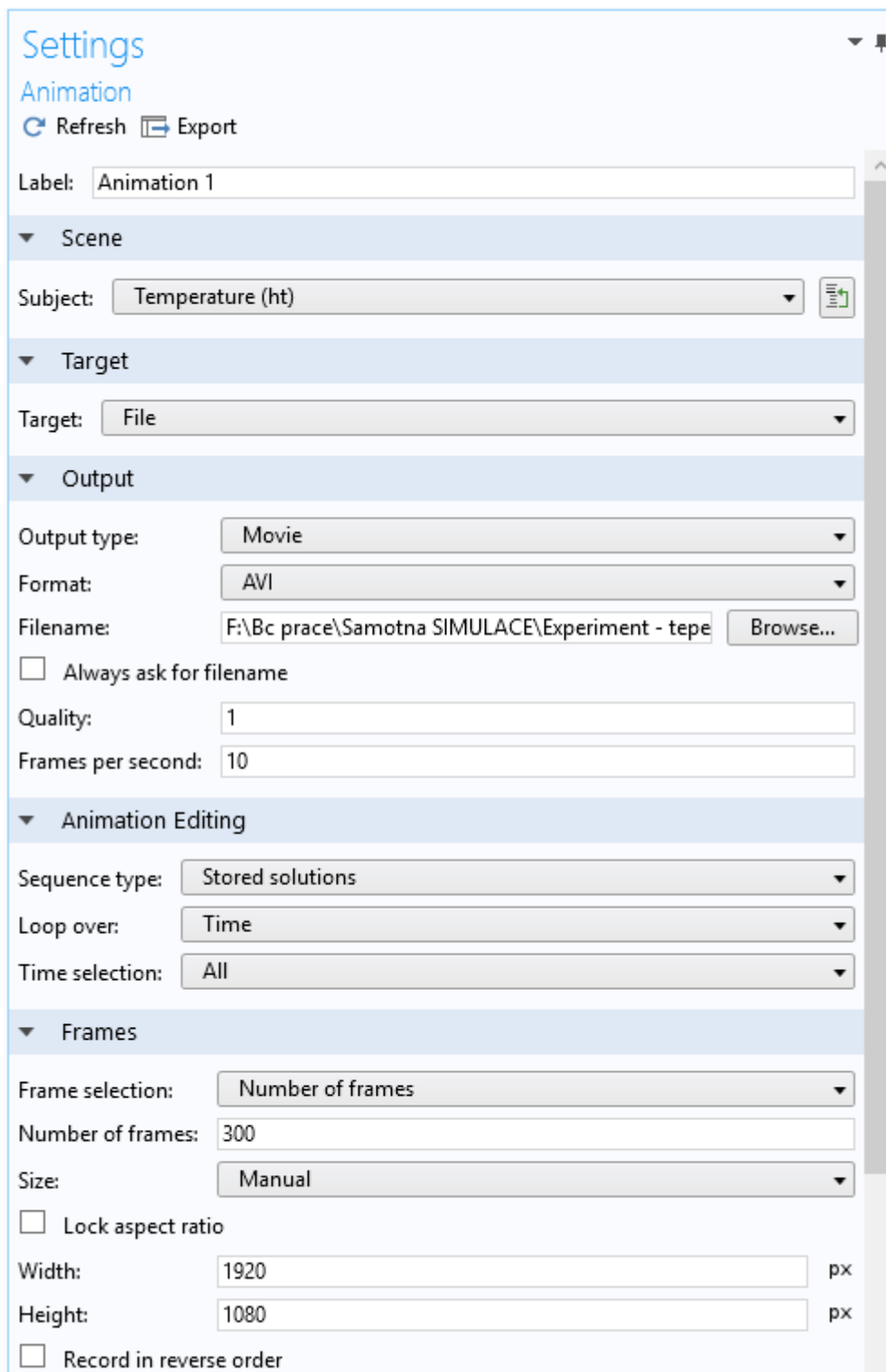
Na obrázku 50 je úplně vpravo v okénku *Graphics* vidět vhodně nastavená teplotní stupnice [K] se zobrazenou minimální a maximální hodnotou, nahoře konkrétní časový krok a která veličina je pozorována. Nalevo od zobrazovacího okna je dále na obrázku 50 zobrazen panel *Settings* a nastavení barev jednotlivých popisků, hran a legendy. V položce *Time (s)* si můžeme vybrat, v jakém časovém kroku chceme děj vyobrazit. Po nastavení hodnoty klikneme úplně nahoře vlevo na ikonku *Plot*. Obrázek 50 například zobrazuje děj, při *Time (s)* nastaveném na 300 sekund.

Jak je z obrázku 50 patrné, teplota materiálů se po ohřívání jejich spodní části o teplotě nastavené na 373,15 K, po dobu 300 sekund, značně změnila. Průběh všech kroků lze zaznamenat na video a to sice tak, že klikneme v panelu *Model Builder* pravým tlačítkem na položku *Export* a vybereme položku *Animation*. Poté animaci uložíme jako soubor výběrem položky *File*, viz obrázek 51.



Obrázek 51: Export animace jako souboru.

Po kliknutí na položku *File*, přejdeme k oknu *Settings*, kde lze editovat formát animace, její název, samotnou animaci a snímky. Na obrázku 52 je uveden příklad nastavení animace.



Obrázek 52: Nastavení animace.

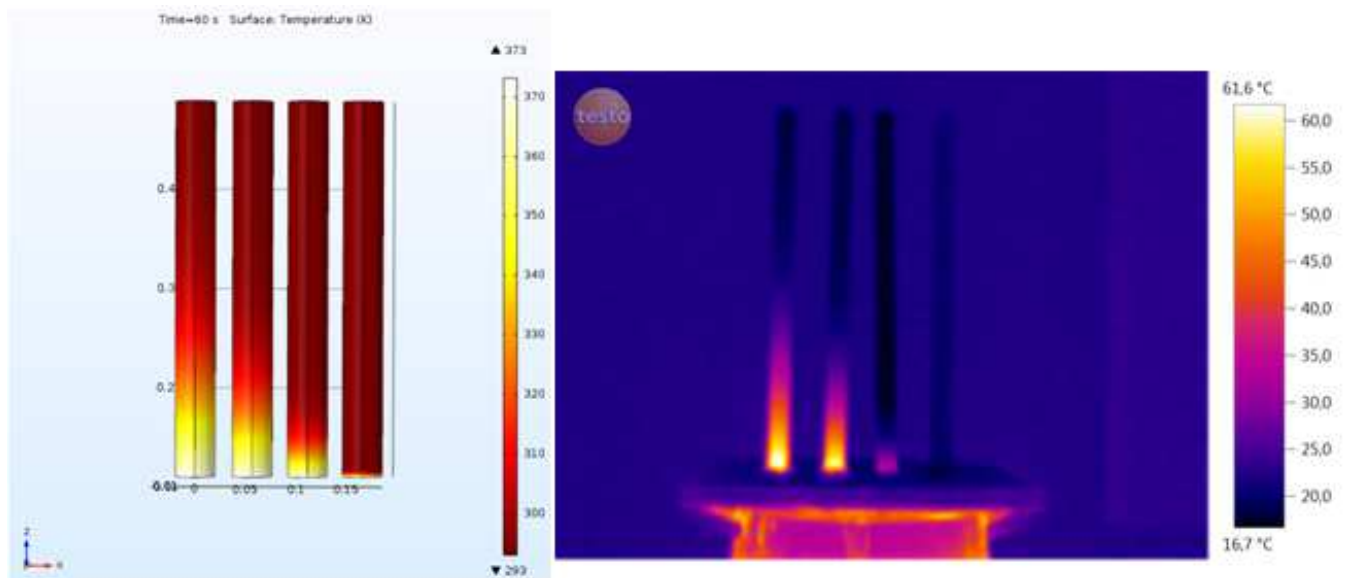
5 Diskuze a porovnání výsledků

Tato kapitola se věnuje porovnání vytvořeného modelu s termogramy získanými při provádění experimentu. Výsledky jsou reprezentovány termogramy z měření, porovnanými se snímky jednotlivých modelů a následně grafy, ve kterých jsou přítomna data získaná jak z modelu, tak ze skutečného měření. Naměřená data bylo nutné z termogramů i modelu vyexportovat. Minimální a maximální teploty materiálů z vyexportovaných dat jsem uvedl do tabulek. Zde by bylo dobré podotknout, že z termogramů jsem vyexportoval pro každý materiál celkem 88 hodnot, zatímco pro model jsem vyexportoval řádově stovky hodnot (konkrétní počty hodnot pro každý materiál: Měď 408, dural 373, ocel 432 a nylon 408). Vyexportovaná data včetně grafů jsou k dispozici na DVD ve formátu *.xlsx* (v Excelu).

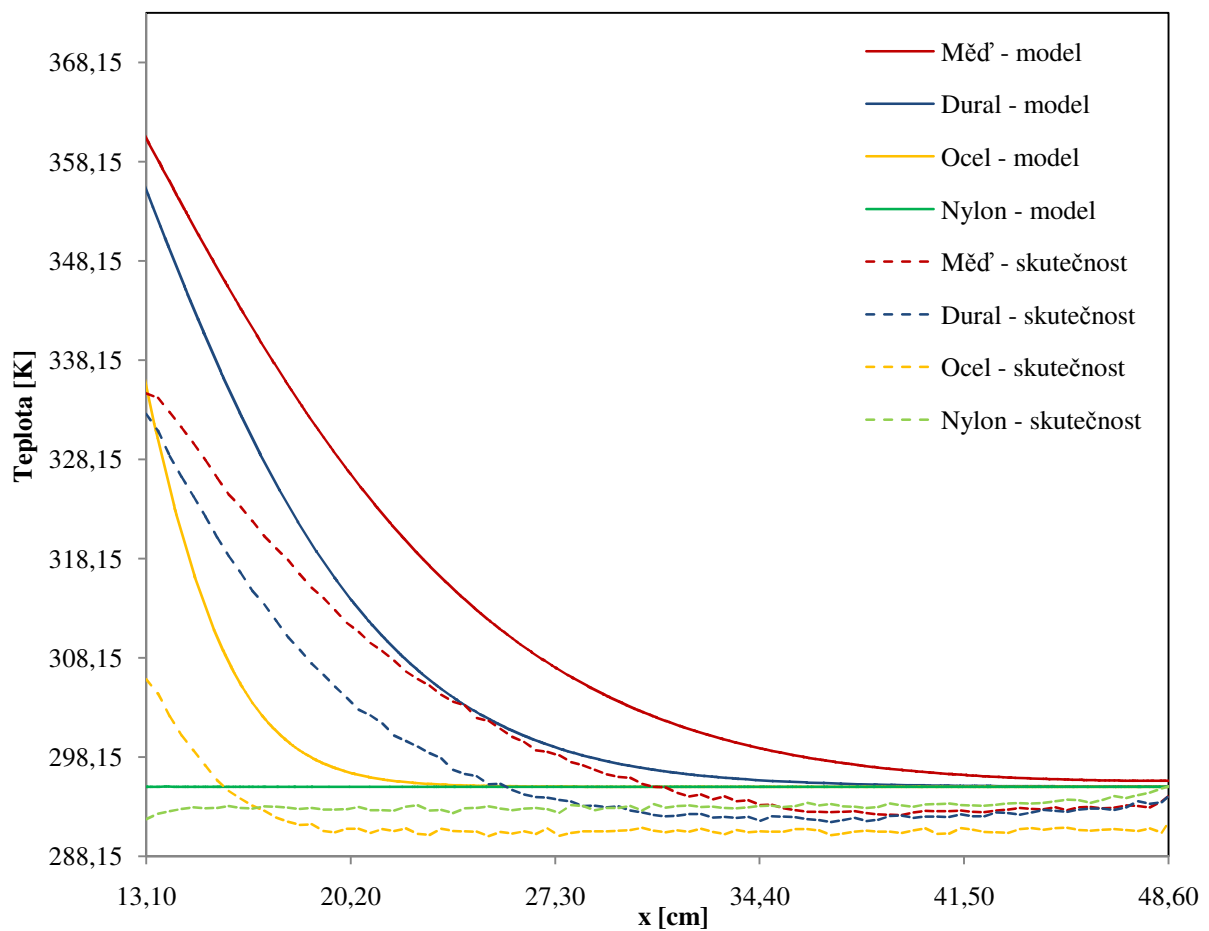
Celkem jsem se rozhodl použít k reprezentaci výsledků trojice měření, a to sice po 60 sekundách, po 180 sekundách a po 300 sekundách. Vzhledem k poměrně velkému rozdílu počátečních teplot materiálů jsem ještě vytvořil dodatečně model, ve kterém spodní část materiálů byla ohřívána pouze na teplotu 358,15 K, čili o 15 K méně. Tento model jsem taktéž porovnal se skutečností pro všechny tři časy.

Jak je z grafů a termogramů v kapitole 3.5 i v podkapitolách 5.1 a 5.2 zde patrné, ocelová tyč má dle termokamery nižší teplotu, než je teplota místnosti a navíc je mírně nakřivo umístěná. Mírné odchýlení a tím zapříčiněná změna úhlu může mít vliv na emisivitu povrchu a tím jiný záznam teploty. Také tato odchylka může být způsobena tím, že se teplota v místnosti vlivem vytápění místnosti změnila na oněch 21 až 22 °C, ovšem ráno mohla být teplota v místnosti menší a ocel se ještě pořádně neprohřála. Podobně jsou na tom i vršky zbylých kovů (duralu a mědi), u nylonu k tomuto jevu nedošlo a držel si hodnotu teploty místnosti.

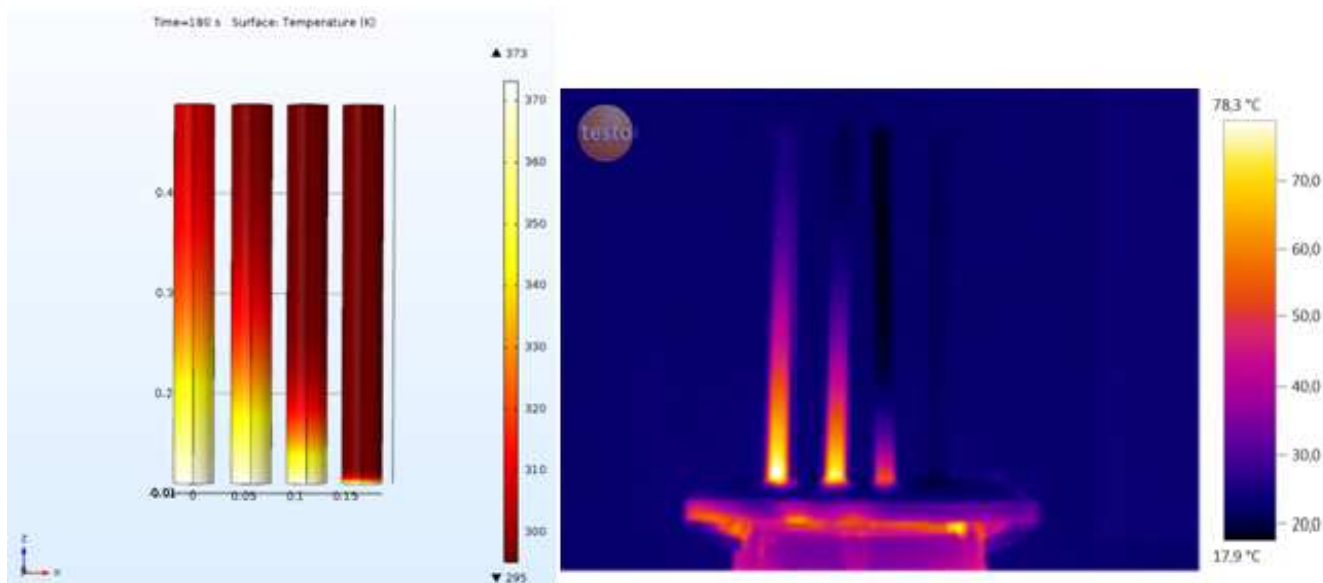
5.1 Porovnání vytvořeného modelu s experimentem



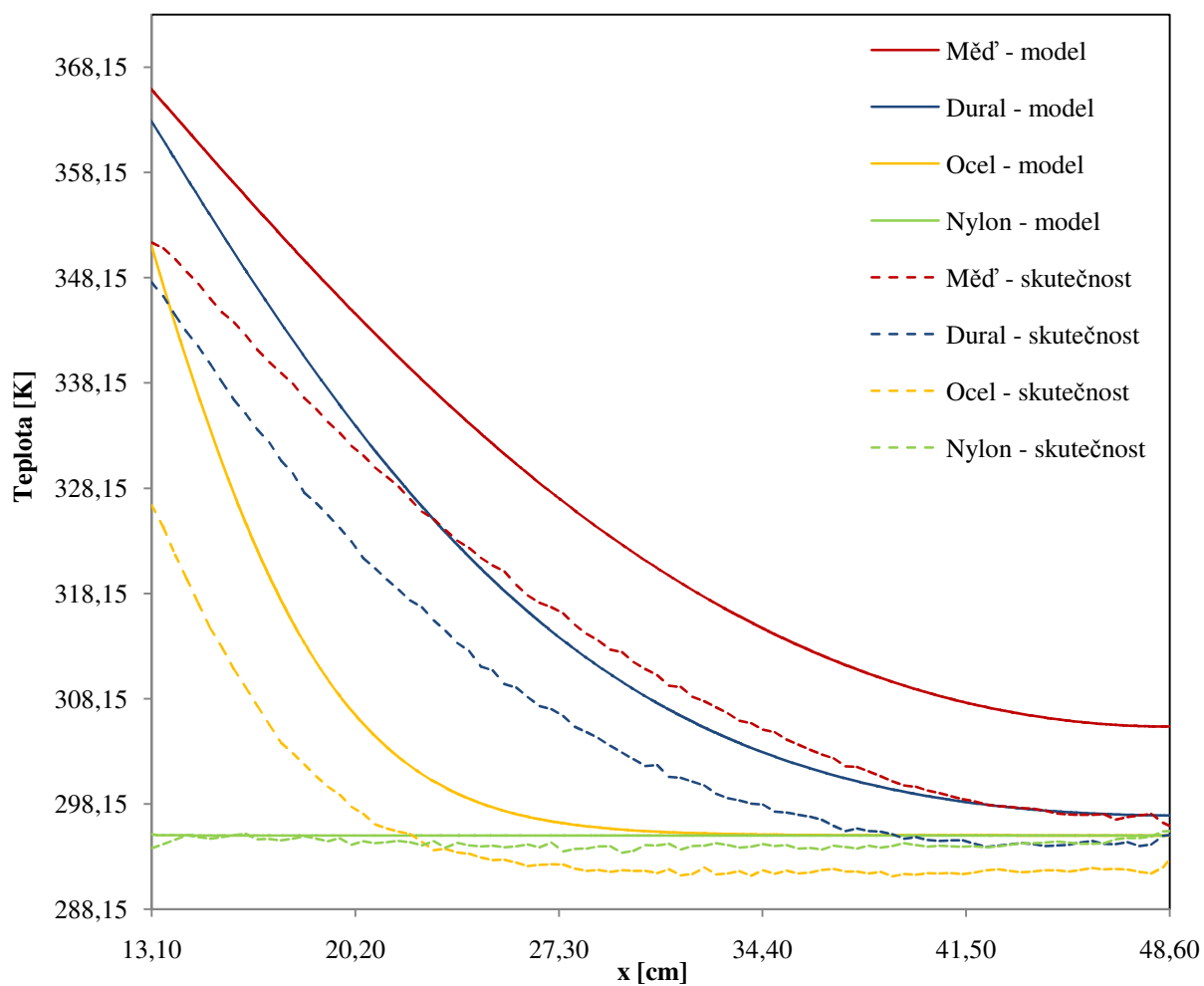
Obrázek 53: Porovnání modelu se skutečným snímkem po 60 s zahřívání.



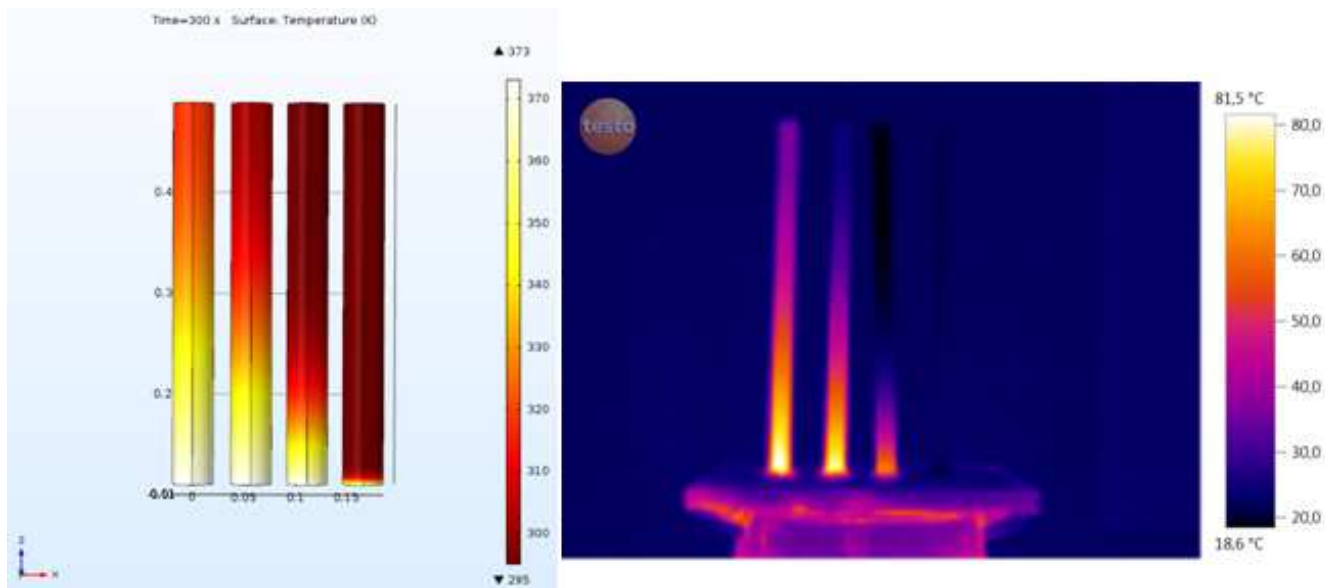
Obrázek 54: Graf znázorňující porovnání teplot materiálů v čase 60 s. Teplota zahřívání materiálů pro model byla stanovena na 373,15 K.



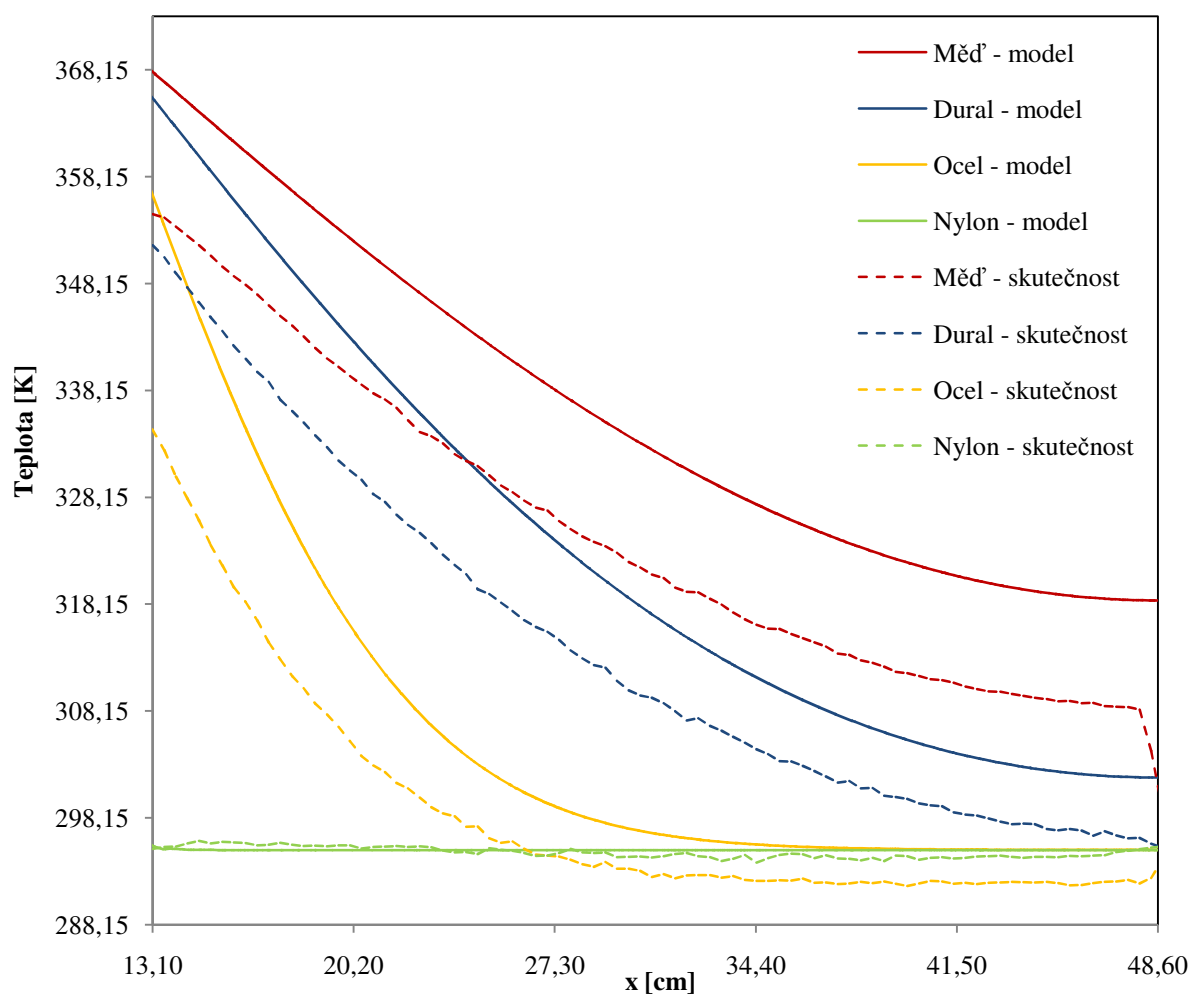
Obrázek 55: Porovnání modelu se skutečným snímkem po 180 s zahřívání.



Obrázek 56: Graf znázorňující porovnání teplot materiálů v čase 180 s. Teplota zahřívání materiálů pro model byla stanovena na 373,15 K.



Obrázek 57: Porovnání modelu se skutečným snímkem po 300 s zahřívání.



Obrázek 58: Graf zobrazující porovnání teplot materiálů v čase 300 s. Teplota zahřívání materiálů pro model byla stanovena na 373,15 K.

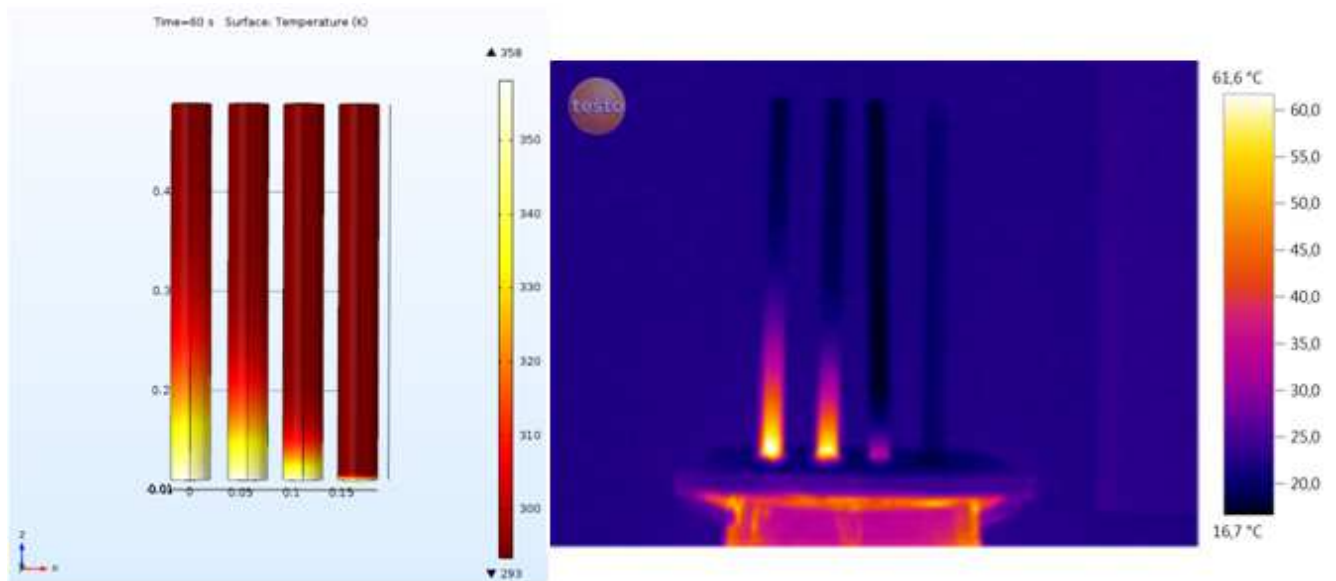
Na obrázcích 53 až 58 jsou uvedeny výsledná porovnání vytvořeného modelu se skutečným měřením. Z grafů na obrázcích 54, 56 a 58 je patrný podobný trend ohřívání materiálů, ovšem ve skutečnosti se teplota zahřívání jeví jako mnohem nižší než 373,15 K. Proto jsem model ještě poupravil na teplotu ohřevu na nižších 358,15 K a výsledky porovnané se skutečným měřením opět porovnal v další podkapitole. Skutečné materiály navíc vykazují pokles trendu s narůstající vzdáleností od zdroje zahřívání mnohem dříve, než je tomu u materiálů simulovaných v modelu (lépe je to vidět na grafech z kapitoly 5.2). Nižší tepelná vodivost skutečných materiálů je nejspíše zapříčiněna tím, že obsahují příměsi snižující tepelnou vodivost, zatímco simulovaný materiál z modelu je bez příměsí. Také je možné, že do měření mohla drobnou chybu vnést odchylka měření termokamery a mírné vychýlení materiálů do jiných úhlů. V tabulce 9 jsou uvedeny pro porovnání minimální a maximální teploty pro jednotlivé materiály. Hodnoty jsou získány z vyexportovaných dat. Minimální hodnoty teplot odpovídají svršku tyčí a maximální hodnoty teplot odpovídají teplotám těsně nad OSB deskou.

Tabulka 9: Porovnání teplot materiálů po zahřátí. Teplota zahřívání materiálů pro model byla stanovena na 373,15 K.

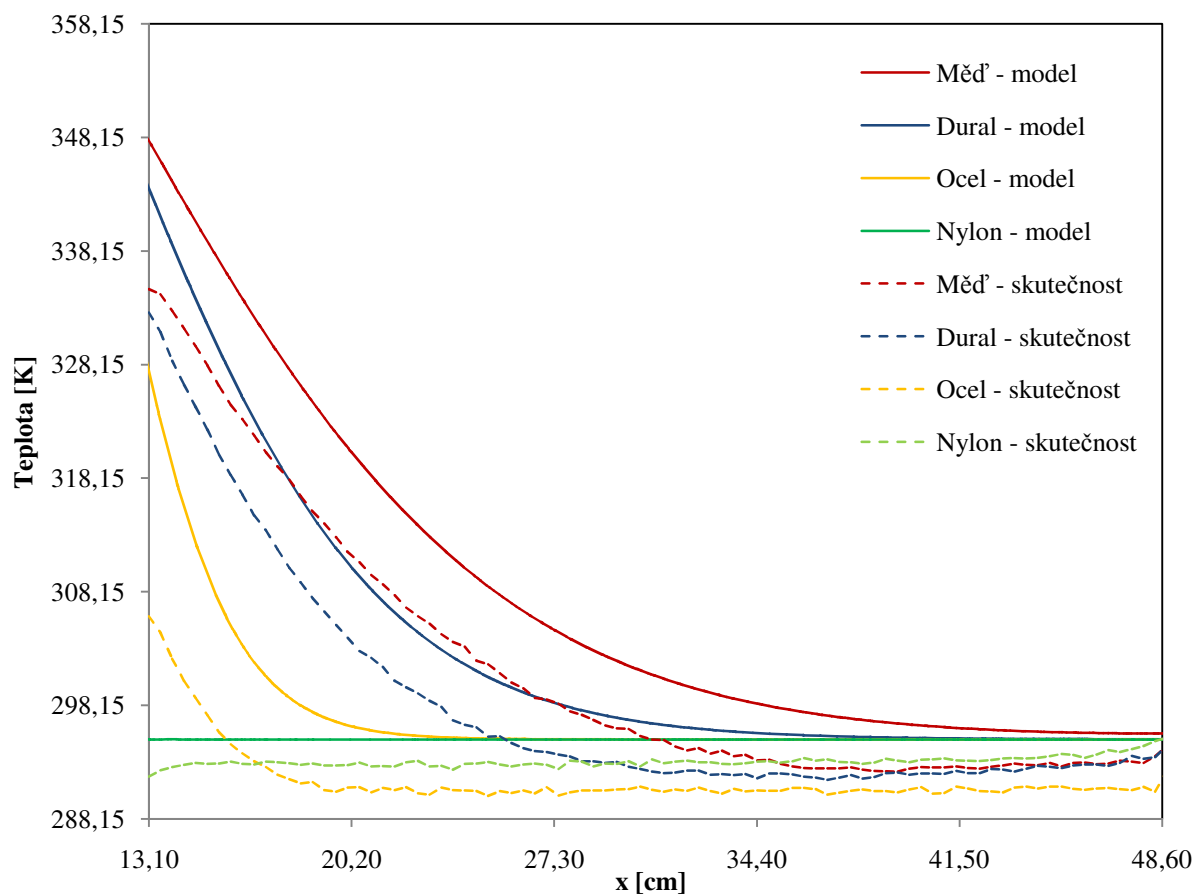
$T_{ohřevu}$ 373,15 K	60 s		180 s		300 s	
Materiál	T_{min} [K]	T_{max} [K]	T_{min} [K]	T_{max} [K]	T_{min}	T_{max} [K]
Měď - model	295,75	360,08	305,49	365,77	318,50	367,77
Měď - skutečnost	294,59	334,78	295,83	351,50	298,81	354,65
Dural - model	295,18	354,82	297,06	362,70	301,93	365,28
Dural - skutečnost	294,68	332,74	295,24	347,70	295,38	351,76
Ocel - model	295,15	331,74	295,15	348,57	295,16	354,46
Ocel - skutečnost	292,40	305,98	293,45	326,51	294,26	334,48
Nylon - model	295,15	295,15	295,15	295,25	295,15	295,50
Nylon - skutečnost	295,35	293,08	295,61	295,17	295,48	295,26

Jak je z tabulky 9 patrné, teplotní rozdíly mezi materiály z modelu a ze skutečnosti jsou po zahřátí s výjimkou nylonu v rozmezí přibližně 10 až 26 K. Nejpatrnější rozdíly teplot jsou pozorovány po 60 s zahřívání, přičemž s postupným ohříváním materiálů se rozdíly již snižují. Nejmenší podobnost modelu se skutečností vykazuje ocel. Měď a dural sice taktéž vykazují vysoké rozdíly naměřených teplot, ale rozdíly napříč hodnotami jsou po přesnějších skocích a odpovídají spíše rozdílným teplotám ohřívání - u vodičů tepla bude konkrétní velikost teploty ohřívání patrnější. Největší podobnost modelu se skutečností z daných materiálů vykazuje dural, u kterého je i po 300 s zahřívání nejpatrnější nejmenší rozdíl minimální teploty.

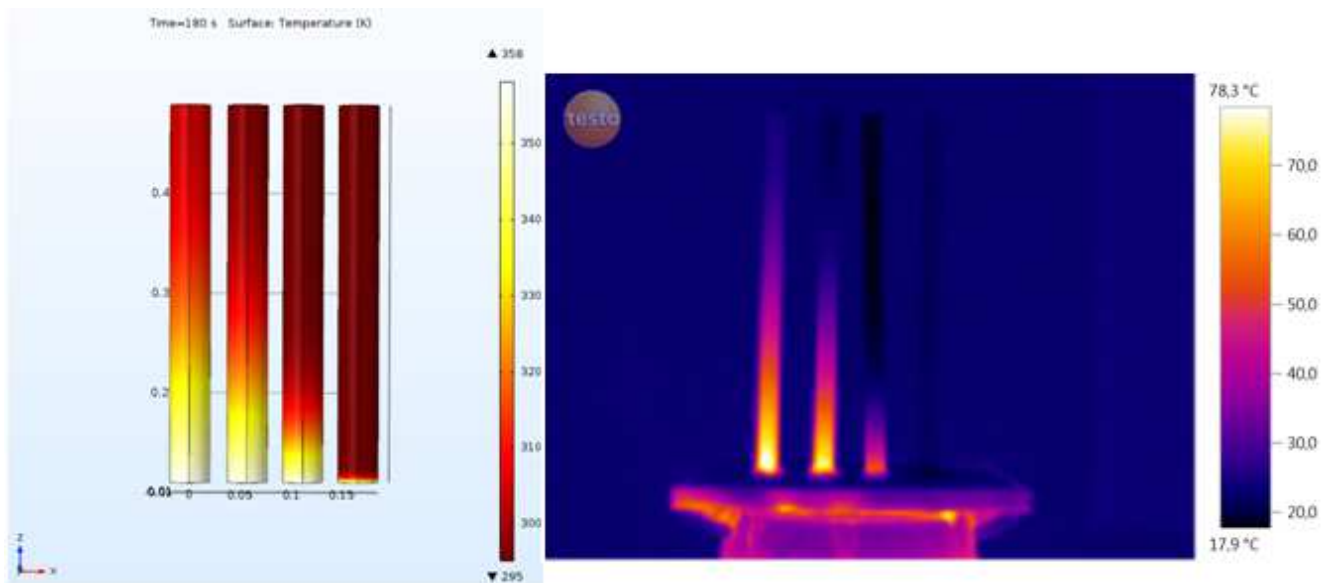
5.2 Porovnání přizpůsobeného modelu s experimentem



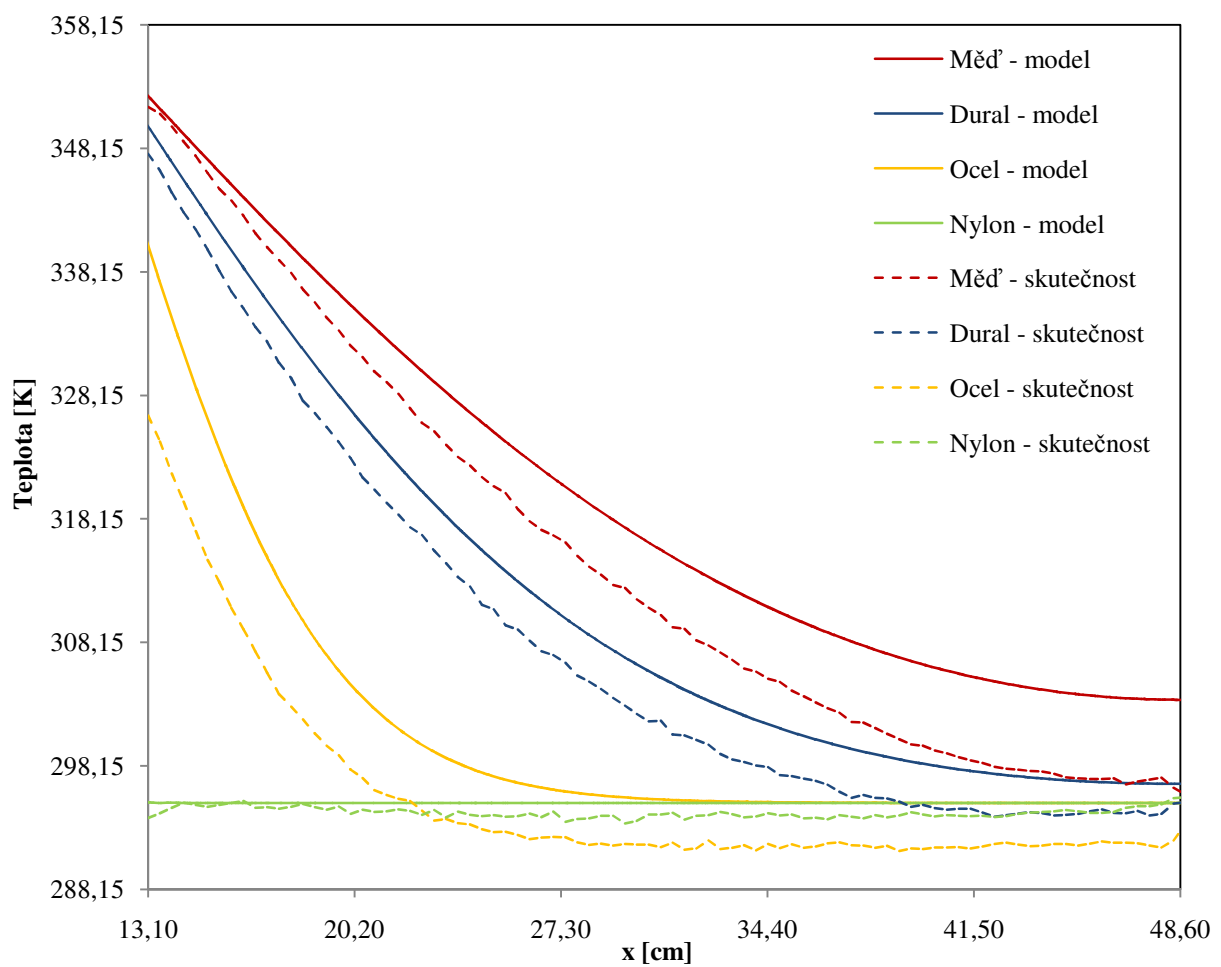
Obrázek 59: Porovnání přizpůsobeného modelu se skutečným snímkem po 60 s zahřívání.



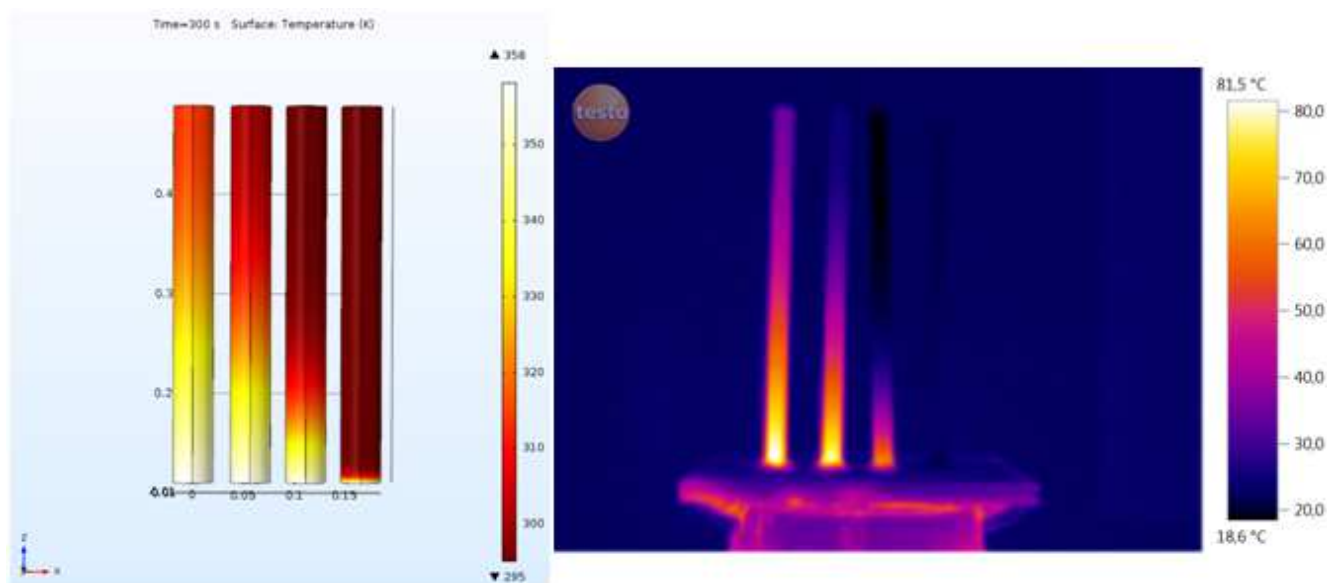
Obrázek 60: Graf zobrazující porovnání teplot materiálů v čase 60 s. Teplota zahřívání materiálů pro model byla stanovena na 358,15 K.



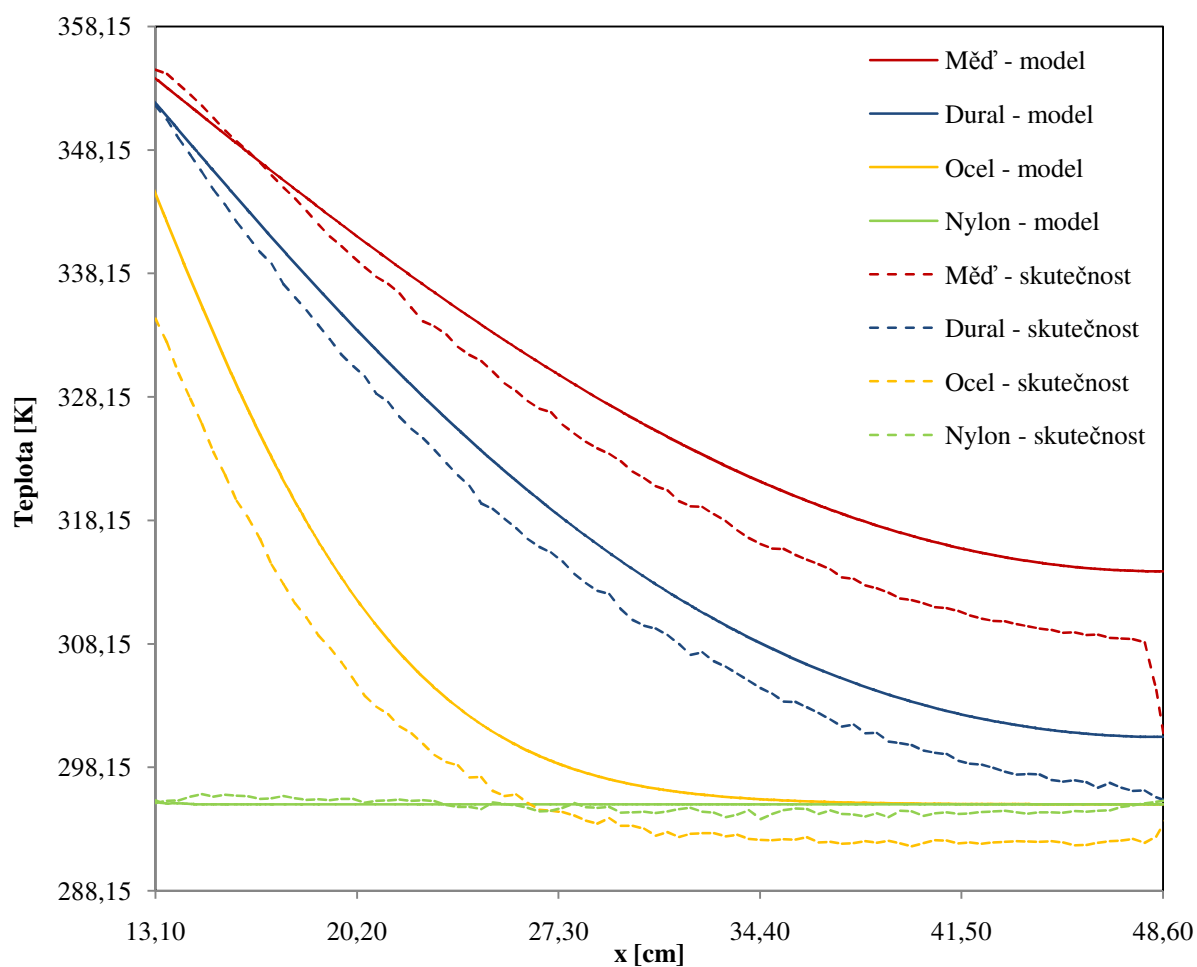
Obrázek 61: Porovnání přizpůsobeného modelu se skutečným snímkem po 180 s zahřívání.



Obrázek 62: Graf zobrazující porovnání teplot materiálů v čase 180 s. Teplota zahřívání materiálů pro model byla stanovena na 358,15 K.



Obrázek 63: Porovnání přizpůsobeného modelu se skutečným snímkem po 300 s zahřívání.



Obrázek 64: Graf zobrazující porovnání teplot materiálů v čase 300 s. Teplota zahřívání materiálů pro model byla stanovena na 358,15 K.

Z grafů na obrázcích 60, 62 a 64 je vidět, že nastavení nižší teploty ohřevu u modelu již více koreluje se skutečným měřením, po 300 s měření dokonce již teplota ohřívání materiálů byla zcela určitě výše než 358,15 K. S narůstající vzdáleností od zdroje zahřívání materiálů je ovšem opět vidět větší pokles hodnot teploty skutečných materiálů. Pro porovnání však model i tak posloužil velmi dobře. K tomu, aby model ještě přesněji vystihl skutečnost by bylo třeba definovat všechny materiály v knihovně a zjistit od výrobce přesné hodnoty potřebných fyzikálních veličin nebo si je pomocí experimentu zjistit sám. Pak by model reprezentoval skutečnost velmi přesně s minimálními odchylkami. V tabulce 10 jsou opět uvedena porovnání minimálních a maximálních teplot jednotlivých materiálů z vyexportovaných dat. Opět platí, že minimální hodnoty teplot odpovídají svršku tyčí a maximální hodnoty teplot odpovídají teplotám těsně nad OSB deskou.

Tabulka 10: Porovnání teplot materiálů po zahřátí. Teplota zahřívání materiálů pro model byla stanovena na 358,15 K.

$T_{ohřevu}$ 358,15 K	60s		180 s		300 s	
Materiál	T_{min} [K]	T_{max} [K]	T_{min} [K]	T_{max} [K]	T_{min}	T_{max} [K]
Měď - model	295,67	347,53	303,51	352,18	314,03	353,81
Měď - skutečnost	294,59	334,78	295,83	351,50	298,81	354,65
Dural - model	295,18	343,25	296,70	349,70	300,61	351,80
Dural - skutečnost	294,68	332,74	295,24	347,70	295,38	351,76
Ocel - model	295,15	324,54	295,15	338,28	295,16	343,08
Ocel - skutečnost	292,40	305,98	293,45	326,51	294,26	334,48
Nylon - model	295,15	295,15	295,15	295,21	295,15	295,43
Nylon - skutečnost	295,35	293,08	295,61	295,17	295,48	295,26

Jak je z tabulky 10 patrné, teplotní rozdíly napříč materiály jsou nejpatrnější opět z údajů po 60 s zahřívání a to sice v rozmezí 11 až 19 K (opět s výjimkou nylonu). Po 180 s zahřívání se již ovšem rozdíly snižují a hodnoty teplot pro model již více korelují s těmi naměřenými. To samé by se dalo říci i o porovnání hodnot teplot po 300 s zahřívání - dochází akorát k mírnému navyšování rozdílu minimálních teplot. Dále v grafech na obrázcích 58 a 64 je minimální hodnota teploty pro měď ze skutečného měření drobet vychýlená, o bod níže z měření termokamerou odpovídala hodnota teploty mědi 304 K (proto ten rapidní sklon křivky v grafech na obrázcích 58 a 64). Nejspíše se jednalo o mezní hranu mezi vrškem tyče a okolím, čili o chybu danou rozlišovacími schopnostmi detektoru termokamery (moc velké body, řešením by byla termokamera s vyšším rozlišením).

6 Závěr

Program COMSOL Multiphysics je všestranným, uživatelsky velmi přívětivým nástrojem, a to už v podstatě i ve své základní verzi bez modulů. V průběhu vytváření modelu jsem se nesetkal s jediným závažnějším problémem, který by se nedal pomocí COMSOL Multiphysics vyřešit. Díky možnostem nastavení zobrazení výsledků, velmi dobré přehlednosti všech kroků a úkonů, velmi rychlému výpočetnímu jádru a v podstatě neomezeným možnostem výpočetního jádra, bude ve vědecké sféře takovýto program hledat konkurenci velmi obtížně. V doporučených materiálech odkazuji na jeden článek, kde jsou konkurenční ANSYS a COMSOL Multiphysics vzájemně porovnání. Z článku se dozvíte, že oba dva programy si vedly velmi obstojně. Jediným problémem, který by mohl stát v rozšíření tohoto programu je extrémně vysoká cena, ale ta vzhledem k cílení těchto profesionálních programů nejspíš nebývá problém a konkurenční řešení bývají podobně drahá.

Pro zajímavost, komerční licence COMSOL Multiphysics 5.3 bez kteréhokoliv z modulů vyjde na jeden počítač přibližně na 275 000 Kč, síťová licence na 550 000 Kč. Cena školních licencí je přibližně pětina - na jeden počítač stojí necelých 50 000 Kč, síťová licence vyjde už na necelých 100 000 Kč a Classroom kit, licence pro 30 studentů na téměř 110 000 Kč. Ceny modulů a knihoven se pohybují v rozmezí přibližně jedné třetiny až plné ceny licence COMSOL Multiphysics, čili pokud bychom chtěli skutečně využít všech možností programu, jedná se o velmi drahý produkt s cenovkou přes několik milionů korun [25].

Seznámení s teoriemi a mechanismy přenosu tepla včetně uvedení potřebných veličin byla věnována celá druhá kapitola. Důraz byl kladen na snadné porozumění základních principů přenosu tepla a obeznámení s veličinami podílejících se na přenosu tepla.

Tato práce byla však především vypracována za účelem porovnání vytvořeného modelu se skutečným měřením. Výrobě modelu, jeho porovnáním a samotné metodice měření jsou věnovány celkem tři kapitoly. Veškeré úkony při výrobě modelu byly pečlivě zdokumentovány a popsány, čili i méně zkušený uživatel by měl být schopný model bez problémů vytvořit. K porovnání modelu se skutečným měřením posloužilo grafické znázornění průběhů teplot, uvedení minimálních a maximálních hodnot teplot materiálů v tabulkách a porovnání termogramů se screenshoty vytvořeného modelu. Metodika měření byla taktéž zdokumentována a postup, včetně podmínek měření by tedy mělo být poměrně snadné zopakovat. V případě změny podmínek měření by i neměl být problém přizpůsobit jim i model, což jsem dokázal v kapitole 5.2 změnou jediného parametru.

7 Použité materiály a zdroje informací

- [1] Manuál a dokumentace k programu COMSOL Multiphysics.
- [2] Macháčová A., Kocich R. (2012): Sdílení tepla a proudění.
- [3] ZČU - výukové materiály: Přenos tepla [online]. [cit. 2017-02-10]. Dostupné z: <https://kfy.zcu.cz/export/sites/kfy/dokumenty/FYSV/PrenosTepla.pdf>.
- [4] Horák Z., Krupka F., Šindelář V. (1961): Technická fyzika.
- [5] Halliday D., Resnic R., Walker J. (1997): Fyzika.
- [6] Schauer P. (2006): Aplikovaná fyzika - Modul 4 - Přenos tepla.
- [7] Divergence. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg Florida: Wikipedia Foundation, 11.12.2006, last modified on [cit. 2017-03-25]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Divergence>
- [8] Long Ch., Sayma N. (2009): Heat Transfer.
- [9] Fyzikální tabulky. *e-konstrukter* [online]. [cit. 2017-01-10]. Dostupné z: <https://e-konstrukter.cz/prakticka-informace/merna-tepelna-kapacita-soucinitel-tepelne-vodivosti-latek>
- [10] Vestavěná materiálová knihovna programu COMSOL Multiphysics.
- [11] Tepelná vodivost. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg Florida: Wikipedia Foundation, 11.12.2006, last modified on [cit. 2017-03-01]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Tepelná_vodivost
- [12] Měrná tepelná kapacita. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg Florida: Wikipedia Foundation, 11.12.2006, last modified on [cit. 2017-03-01]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Měrná_tepelná_kapacita
- [13] Fyzikální tabulky - kabinet fyzika [online]. [cit. 2017-03-01]. Dostupné z: <http://kabinet.fyzika.net/studium/tabulky/tepelna-kapacita-roztaznost.php#pevne-latky>
- [14] Teplo. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg Florida: Wikipedia Foundation, 11.12.2006, last modified on [cit. 2017-03-01]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Teplo>
- [15] Termodynamická teplota. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg Florida: Wikipedia Foundation, 11.12.2006, last modified on [cit. 2017-03-01]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Termodynamická_teplota

- [16] Entropie. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg Florida: Wikipedia Foundation, 11.12.2006, last modified on [cit. 2017-03-01] Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Entropie>
- [17] Hustota. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg Florida: Wikipedia Foundation, 11.12.2006, last modified on [cit. 2017-03-04]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Hustota>
- [18] Hustoty látek. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg Florida: Wikipedia Foundation, 11.12.2006, last modified on [cit. 2017-03-04]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Hustoty_látek
- [19] Fyzikální tabulky - *Converter* [online]. [cit. 2017-03-04]. Dostupné z: <https://www.converter.cz/tabulky/>
- [20] Tabulka emisivit materiálů - *Elso* [online]. [cit. 2017-03-05]. Dostupné z: <http://www.else.sk/sk/content/79-tabulka-emisivity-materialov>
- [21] Testo 875 - Thermal imager: Instruction manual [online]. [cit. 2017-10-10]. Dostupné z: <https://www.instrumart.com/products/34327/testo-875-2-thermal-imager#!docs-specs>
- [22] COMSOL Multiphysics. *Humusoft.cz* [online]. Dostupné z: www.humusoft.cz/comsol ; <http://www.humusoft.cz/comsol/details/>
- [23] Dural. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg Florida: Wikipedia Foundation, 11.12.2006, last modified on [cit. 2017-09-07]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Dural>
- [24] Hliník. *Alfun metal service center* [online]. [cit 2017-03-25]. Dostupné z: <http://www.alfun.cz/hlinik>
- [25] Ceník produktů systému COMSOL Multiphysics - k verzi 5.3. *Humusoft* [online]. [cit. 2017-12-12]. Dostupné z: <http://www.humusoft.cz/DOCS/comsol.pdf>

Další doporučená literatura a zdroje informací

1. Kittel Ch. (1985): Úvod do fyziky pevných látek.
2. Baehr H. D., Stefan K. (2006): Heat and Mass Transfer.
3. Honner M. (2003): Měření ve fyzikálních technologiích.
4. Salvi D., Boldor D., Ortego J., Aita G. M., Sabliov C. M. (2010): Numerical Modeling of Continuous Flow Microwave Heating: A Critical Comparison of COMSOL and ANSYS.
5. Fonon. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg Florida: Wikipedia Foundation, 11.12.2006, last modified on [cit. 2017-03-01] Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Fonon>
6. https://is.mendelu.cz/eknihovna/opory/334/Knihovna%20k%20projektu/Termomechanika/TERMOMECHANIKA_A_TERMOKINETIKA.....pdf [2017-02-07]
7. <http://www.termokamera.cz/princip-a-funkce/tepelne-zareni/> [2017-03-15]
8. <http://www.materialdatacenter.com/ms/en/tradenames/zytel/DuPont+Engineering+Polymers/Zytel®+FR50+NC010A/8600a047/839> [2017-03-16]
9. <https://www.comsol.com/heat-transfer-module> [2016-09-10]
10. Škorpík J. (2011): Přenos energie elektromagnetickým zářením. *Transformační technologie* [online - last updated 2014-08]. Dostupné z <http://www.transformacni-technologie.cz/46.html>
11. <http://fyzikalnipokusy.cz/1627/propustnost-plastu-pro-tepelne-zareni> [2017-03-06]
12. <http://www.mmspektrum.com/clanek/bezdotykovy-teplotni-senzor.html> [2017-03-05]
13. http://www.gymsusice.cz/images_users/predmety/fyzika/f_texty-zareni_cerneho_telesa.pdf [2017-03-08]

Příloha

V příloze je přiloženo DVD s vyexportovanými daty a termogramy z měření. Taktéž jsou na DVD uloženy i vytvořená animace modelu a video vytvořené z termogramů.