



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## NÁVRH NOSNÉ KONSTRUKCE SOCHY DRAKA V BOJNICI NA SLOVENSKU

DESIGN OF THE SUPPORTING STRUCTURE OF THE DRAGON STATUE IN BOJNICE IN SLOVAKIA

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Radek Novotný

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. František Šebek,  
Ph.D.

BRNO 2023

## Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Radek Novotný</b>
Studijní program:	Základy strojního inženýrství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	<b>doc. Ing. František Šebek, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2022/23

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### Návrh nosné konstrukce sochy draka v Bojnici na Slovensku

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Ocelové konstrukce neslouží pouze pro průmyslové účely, pokud například nesou nějaké umělecké dílo. Tím může být například socha draka, která stojí od roku 2022 poblíž Kúpelí Bojnice v areálu Čajky v oblacích na Slovensku. I v takovém případě je nutné dílo navrhnout způsobem, který zajistí bezpečnost v okolí realizace, jež je turistickou atrakcí.

#### Cíle bakalářské práce:

1. Návrh ocelové konstrukce s využitím dostupných polotovarů.
2. Návrh postupu výroby.
3. Vytvoření trojrozměrného počítačového modelu.
4. Deformačně–napěťová analýza.

#### Seznam doporučené literatury:

HIBBELER, R. C. Mechanics of Materials. 10th Ed. Boston: Pearson, 2017. ISBN 978-0-134-31965-0.

JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a J. BURŠA. Mechanika těles: Pružnost a pevnost I. 3. přeprac. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-X.

LEINVEBER, J. a P. VÁVRA. Strojnické tabulky: Pomocná učebnice pro školy technického zaměření. 4. dopl. vyd. Úvaly: Albra, 2008. ISBN 978-80-7361-051-7.

ONDRÁČEK, E., J. VRBKA, P. JANÍČEK a J. BURŠA. Mechanika těles: Pružnost a pevnost II. 4. přeprac. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2006. ISBN 80-214-3260-8.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2022/23

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Bakalářská práce se zabývá návrhem nosné konstrukce, která je stěžejním prvkem sochy znázorňující trojhlavého pohádkového draka. Jako každá stavba musí být i tato socha a její konstrukce navržena tak, aby nezpůsobila žádnou újmu na zdraví nebo na lidských životech. V práci je obsažena teorie pružnosti a pevnosti včetně teorie metody konečných prvků. Prvním krokem je iterační návrh nosné konstrukce včetně vhodných polotovarů, které byly skutečně použity. Následuje detailně zpracovaná pevnostní analýza navrženého řešení pomocí metody konečných prvků v prostředí ANSYS Workbench 2022. V poslední části je popsán postup výroby konstrukce, a to včetně popisu stavby sochy a použitých výrobních postupů. Výsledkem práce je zhodnocení navržené konstrukce, její bezpečnosti a popis vzniku uměleckého díla, které dokonale zapadá do tamní scenérie poblíž zámku Bojnice.

### **Klíčová slova**

Nosná konstrukce, socha, pevnostní analýza, metoda konečných prvků.

## **ABSTRACT**

The thesis deals with the design of a supporting structure which is a crucial element of a sculpture depicting a three-headed fairy tale dragon. Like any construction this sculpture and its structure must be designed in such a way as to not cause any harm to health or human lives. The thesis includes the theory of strength of materials, including the theory of the finite element method. The first step is an iterative design of the supporting structure including suitable semi-finished products for construction that were actually used. This is followed by a detailed strength analysis of the proposed solution using finite element method in the ANSYS Workbench. The last section describes the manufacturing process of the structure including the description of the sculpture's construction. The result is an evaluation of the proposed structure, its safety and a description of the creation of the artwork which fits perfectly into the local scenery near Bojnice Castle.

### **Key words**

Supporting structure, sculpture, strength analysis, finite element method.

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

NOVOTNÝ, Radek. *Návrh nosné konstrukce sochy draka v Bojnici na Slovensku* [online]. Brno, 2023. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/147122>. Bachelářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce František Šebek.

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma *Návrh nosné konstrukce sochy draka v Bojnici na Slovensku* vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu.

---

13. 5. 2023

---

Radek Novotný

## PODĚKOVÁNÍ

Děkuji panu doc. Ing. Františku Šebkovi, Ph.D., že mi umožnil volbu vlastního tématu bakalářské práce. Rovněž mu děkuji za odborné vedení, cenné rady a vstřícnost při řešení problémů bakalářské práce.

Velké poděkování umělci, skláři a sochaři, skvělému a srdečnému člověku Oldřichu Šimpachovi staršímu a jeho minimálně stejně tak skvělému synu Oldřichu Šimpachovi mladšímu, že mi umožnili podílet se na tomto velmi nevšedním a zajímavém projektu, díky kterému jsem mohl získat nejen cenné zkušenosti, ale i naučit se řadě nových věcí a zpracovat originální téma závěrečné práce.

Velké díky patří i mým rodičům za podporu při mém studiu. Díky vám jsem se mohl plně soustředit na své učení a dosáhnout svých cílů.

Poslední díky všem, které jsem za dobu bakalářského studia poznal. Díky vám bylo studium příjemnější, zábavnější a jednodušší. Děkuji za pomoc, společně strávený čas a vzpomínky, jak ty sladké, tak ty hořké.

## OBSAH

1	Úvod.....	11
2	Cíle práce .....	12
3	Sochařství.....	13
4	Teoretická část .....	15
	4.1 Deformace tělesa .....	15
	4.1.1 Posuvy.....	15
	4.1.2 Deformace všech elementů tělesa.....	16
	4.2 Napjatost tělesa.....	17
	4.3 Zatížení tělesa.....	18
	4.4 Mezní stavy .....	18
	4.4.1 Mezní stav pružnosti.....	18
	4.4.2 Mezní stav vzpěrné stability .....	20
	4.4.3 Mezní stav únavové pevnosti.....	21
	4.5 Deformačně pevnostní spolehlivost .....	23
	4.6 Teorie výpočtu prutů .....	24
	4.6.1 Prutové předpoklady .....	24
	4.6.2 Prutová napjatost a prut jako modelové těleso .....	25
	4.7 Klasifikace prutů .....	26
	4.7.1 Hledisko modelovatelnosti .....	26
	4.7.2 Hledisko geometrie prutu .....	26
	4.7.3 Hledisko vazeb.....	28
	4.8 Prostý tah a tlak u prutů.....	29
	4.8.1 Deformace prutu .....	29
	4.8.2 Napětí v prutu .....	30
	4.9 Prutové soustavy.....	31
	4.9.1 Statická určitost .....	31
	4.9.2 Styčnicková metoda.....	32
	4.10 Teorie metody konečných prvků.....	32
	4.10.1 MKP jako variační metoda .....	33
	4.10.2 Rozdělení prvků .....	34
	4.10.3 Singularita.....	36
5	Návrh konstrukce .....	38
	5.1 Vzhled sochy .....	38
	5.2 Specifikace sochy a volba konstrukce.....	39
	5.3 Prvotní návrh .....	39
	5.4 Konzultace výsledků .....	42
	5.5 Finální konstrukce .....	44
	5.5.1 Použitý hutní materiál.....	44
	5.5.2 Model finální konstrukce .....	45
6	Definice zatížení .....	48



---

6.1	Aproximace zatížení hlav .....	48
6.1.1	Pravá (nejvyšší hlava) .....	48
6.1.2	Prostřední hlava.....	49
6.1.3	Levá hlava .....	49
6.2	Způsob zatížení .....	50
7	Deformačně-napět'ová analýza.....	53
7.1	Základní parametry .....	53
7.2	Tvorba konečnoprvkové sítě.....	54
7.3	Okrajové podmínky a zatížení .....	55
7.4	Výsledek hlavní analýzy .....	57
7.4.1	Celkové deformace.....	57
7.4.2	Celková napětí.....	58
7.4.3	Reakce ve vazbách .....	60
7.5	Subanalýzy.....	61
7.5.1	Uchycení krků .....	61
7.5.2	Koleno pravé .....	64
7.5.3	Koleno levé .....	65
7.5.4	Kontrola maxima.....	66
7.6	Analýza konstrukce křídel .....	67
7.6.1	Celková analýza křídel .....	68
7.6.2	Submodel uložení paprsků .....	70
7.7	Shrnutí výsledků a zhodnocení bezpečnosti .....	71
8	Postup výroby a montáže.....	73
8.1	Postup výroby konstrukce a dílců .....	73
8.2	Montáž sochy .....	75
9	Závěr.....	78
	Seznam použitých zdrojů.....	80
	Seznam použitých symbolů .....	81
	Seznam obrázků.....	83
	Seznam tabulek.....	85



## 1 Úvod

Mnohé konstrukce se navrhují a počítají tak, aby byly funkční, jednoduché a ekonomicky přijatelné ať už pro kusovou nebo sériovou výrobu. Veškeré designové návrhy těchto konstrukcí vycházejí právě z těchto konstrukčních požadavků. Vznikají díky tomu krásné budovy, mosty nebo rozhledny. Ne vždy je však designový návrh podřízen právě těmto konstrukčním požadavkům na symetrii, podpory nebo použité konstrukční prvky. I přes to zůstává ochrana zdraví a bezpečnost velmi důležitým faktorem. Je zapotřebí navrhnout konstrukci dle specifických potřeb na vzhled výsledného výrobku. Toto je i případ této práce, která si bere za cíl navrhnout nosnou konstrukci, dle požadavků sochaře, pro několik metrů vysokou a několik desítek tun vážící sochu draka. Právě tyto estetické požadavky na tvar celé konstrukce značně stěžují pevnostní výpočet. Ovšem ne každý má tu možnost pracovat na takovýchto projektech, a i z tohoto důvodu jsem si zvolil právě toto téma bakalářské práce.

K dimenzování a kontrole těchto konstrukcí lze využít několika způsobů. Jedním z nich je mechanika těles a její součást pružnost a pevnost, která využívá nahrazení reálné konstrukce vhodnými výpočetními modely. To mohou být prutová tělesa a jejich soustavy. Tyto modely umožňují zavést předpoklady, díky kterým lze za pomoci zjišťování výsledných vnitřních sil a momentů vypočítat napětí a deformace daného prvku. Toto řešení je však z hlediska analytického výpočtu značně složité, a to zvláště co se týče velkých nesymetrických soustav prutů, nebo v případě, jedná-li se o staticky neurčité úlohy. Z toho důvodu jsou analytická řešení hojně nahrazována numerickým řešením pomocí metody konečných prvků (MKP).

Metody konečných prvků zpravidla pracují s různými typy sítí tvořených malými výpočetními prvky různých tvarů, velikostí a vlastností. Díky rozložení velkých těles na mnoho malých prvků je možné využít numerických výpočtů a výpočet provést pomocí výpočetního výkonu počítače. MKP má však své zákonitosti a pravidla, kterými je nutné se při výpočtu řídit a umět správně vyhodnotit získané výsledky.

Výroba navržené konstrukce je minimálně stejně tak důležitá jako její výpočet. Pouze volbou vhodných výrobních a montážních postupů a jejich správným provedením lze docílit požadovaného výsledku, který bude splňovat stanovené parametry.

## 2 Cíle práce

Hlavní náplní práce je skloubení teorie s praxí. Jde o využití teoretických znalostí získaných během bakalářského studia na reálný problém a jeho vyřešení. Cílem práce je zhotovit vhodný návrh nosné konstrukce sochy draka. Při návrhu jsou využity znalosti z předmětů Statika, Pružnost a pevnost I a Řešení základních úloh mechaniky těles pomocí metody konečných prvků a předmětů Konstruování. Okrajově je pak využito znalostí z předmětů Úvod do materiálových věd a inženýrství, CAD – pokročilé techniky, Dynamika a Pružnost a pevnost II.

Dílčí cíle lze shrnout v několika bodech:

- stanovení teoretického základu,
- volba vhodného způsobu řešení,
- tvorba trojrozměrného modelu navržené konstrukce,
- podrobná pevnostní analýza navrženého řešení,
- postup výroby konstrukce,
- způsob přepravy, montáže a finální stavby.

Do teoretického základu je potřeba zahrnout i teorii prutových těles a soustav prutů. Konstrukce by se totiž dala považovat za soustavu prutů a tyto znalosti by mohly být užitečné pro případný analytický výpočet.

Spojením těchto dílčích cílů vznikne správné a bezpečné řešení stanoveného problému, jímž je stavba sochy. Její složitost je natolik velká, že není možné pojmout všechny parametry a požadavky do této práce. Práce tak představuje pouze jednu z mnoha částí důležitých pro realizaci projektu.



Obr. 2.1 Socha draka v Bojnících na Slovensku

### 3 Sochařství

Sochařství je řazeno mezi nejstarší umělecké obory. Jeho kořeny sahají až do prehistorické doby, kdy vznikají první sochy antropomorfních a zoomorfních figur. Tyto sochy často představovaly předky, různé duchy nebo božstva a ve většině případů sloužily k náboženským účelům. Podobně je tomu dnes v kostelích, katedrálách a v různých obřadních a náboženských sálech a síních. Postupem času se sochařství transformovalo a dále vyvíjelo, až se dostalo k základům sochařství tak, jak je známe dnes [1].

První sochy byly tvořeny z přírodních a volně dostupných materiálů, jako je dřevo, kámen nebo hlína. Postupem času se v sochařství objevovaly i další, převážně kovové, materiály jako cín, bronz, olovo nebo zlato. V dnešní době můžeme najít různé umělecké sochy i ze železa, betonu, sádry, pryskyřice, nebo i různých druhů plastů, a to včetně silikonů [1].

- **Kámen**

Kamenictví je řemeslným oborem spadajícím do oboru sochařství. Sochy z kamene zpravidla vznikají opracováním větších či menších kamenů. Základním kamenickým nástrojem je kamenická špice doplněná kamenickým dlátem, zubákem, dvojzubákem nebo šalírkou a nezbytná je rovněž kovová kamenická palička [2]. Kamenné opracování je zpravidla ruční, v dnešní době se však objevují i techniky strojní, včetně opracování pomocí CNC strojů. Kamenné sochy se dále dělí dle druhu použitého kamene.

- **Kov**

Sochy mohou být též tvořeny pomocí kovu. Nejčastěji tomu tak bývá sléváním stříbra, bronzu, mědi nebo zlata. Tato metoda se podobá strojnímu slévárenství, kde je zapotřebí vytvořit patřičný model, pomocí něj následně vytvořit formu a do ní odlít sochu. Používá se též metoda, kdy se přímo do formy tvořené z Lukoprenu [3, 4] (silikonový dvousložkový kaučuk) vymodeluje tvar sochy. Tuto metodu lze ale použít pouze pro nízko tavitelné kovy.

- **Dřevo**

Řezbářství je způsob tvorby soch ze snáze obrobitelných materiálů. Jejich výroba je obdobná tvorbě soch z kamene, ale díky charakteristickým vlastnostem dřeva je snazší. Dřevěné sochy ale zpravidla nemají takovou životnost jako sochy z ostatních materiálů.

Sochařství mělo svůj význam i v období antiky, kdy se stalo jedním z nejvýznamnějších uměleckých oborů. Sochaři se zaměřovali hlavně na lidskou postavu, její přirozený tvar a proporce. V průběhu staletí vznikaly různé styly (např. klasicismus, helénismus, rokoko, baroko apod.), které měly na sochařství, ale nejen na něj, vliv.

Po pádu antické civilizace bylo sochařství na ústupu. Velký rozkvět posléze zaznamenalo v období renesance, kdy se sochaři opět snažili o co největší dokonalost a realističnost. V této době vznikají díla známá dodnes, například Michelangelova socha Davida nebo Berniniho socha Extáze sv. Terezie.

V baroku se sochařství stalo velmi expresivním až dramatickým, kladlo velký důraz na emotivitu a pohyb. Během 19. století se sochařství stalo méně realistickým a více abstraktním, zaměřovalo se na výraz a emocionální obsah.

I v České republice má sochařství dlouhodobou tradici a historii. K nejvýznamnějším a zajisté neznámějším českým sochařům patří Josef Václav Myslbek. Uměleckým skvostem je pak jím vytvořený pomník sv. Václava na pražském Václavském náměstí.

Stejně jako pomník sv. Václava je značné množství velkých soch odlito z kovu. Odlití sochy je proces, při kterém se vytváří replika originálního modelu ve formě nového materiálu. Tento proces se obvykle skládá ze dvou hlavních fází.

První fází je příprava modelu. Sochař vyrábí originální model sochy, který slouží jako vzor pro odlití. Tento model může být vytvořen z různých materiálů, jako je hlína, vosk, nebo jiné formovatelné hmoty. Sochař pracuje na dosažení požadovaných tvarů a detailů, aby model co nejpřesněji vyjadřoval jeho uměleckou vizi.

Druhou fází je samotné odlití. Proces začíná vytvořením forem, které zajišťují přesný tvar a detaily sochy. Nejčastěji se používají elastické materiály, jako je například silikon, který se aplikuje na povrch modelu a následně se vytváří odlehčená forma. Po vytvrzení se forma rozdělí a odstraní se z originálního modelu.

Tímto způsobem vznikají krásné, stabilní a trvalé sochy. Tento způsob je ale velmi náročný a nákladný. I z toho důvodu byl na finální realizaci sochy, kterou se zabývá tato práce, použit železobeton.

## 4 Teoretická část

Přímou neboli základní úlohou oboru pružnost a pevnost, jako jedné ze základních součástí mechaniky těles, je určení napjatosti a deformace obecného tělesa, případně porušování celistvosti v závislosti na vnějším zatížení. Úloha je definována geometrií, materiálem, zatížením a vazbami. Pro základní úlohu pružnosti a pevnosti je nutné vyřešit patnáct neznámých spojitých funkcí tří prostorových proměnných. Do řešení lze zakomponovat i proměnlivost v čase.

Těchto patnáct neznámých veličin se skládá ze tří složek vektoru posuvu  $\mathbf{u}$ , šesti složek tenzoru přetvoření  $\mathbf{T}_\varepsilon$  a šesti složek tenzoru napětí  $\mathbf{T}_\sigma$ . Jedná se o tenzory druhého řádu, které jsou symetrické díky větě o sdruženosti smykových napětí. Tyto veličiny jsou součástí základních pojmů, které budou vysvětleny a doplněny v následujících podkapitolách [5, 6].

### Základní pojmy:

Mezi základní pojmy pružnosti a pevnosti patří [5, 6]:

- deformace tělesa,
- napjatost tělesa,
- zatížení tělesa,
- mezní stavy tělesa,
- deformačně pevnostní spolehlivost.

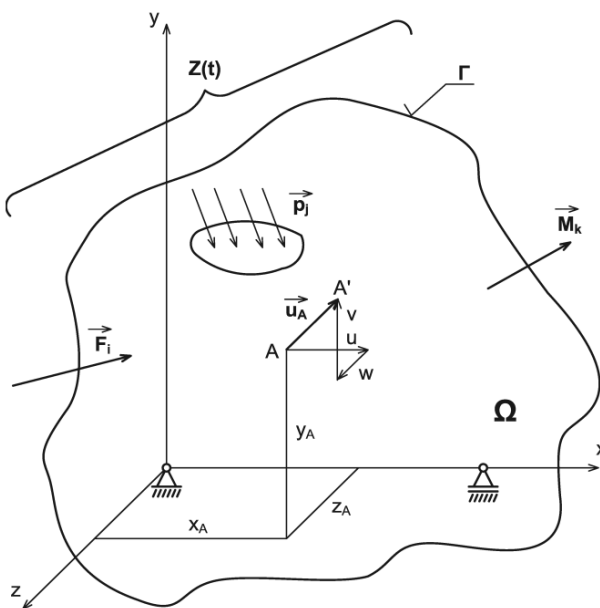
### 4.1 Deformace tělesa

Pokud se těleso deformuje, mění se poloha bodů tělesa vzhledem ke vztažnému souřadnicovému systému. Změnou polohy se rozumí změna vzdálenosti bodů a tvaru tělesa jako celku i jeho částí.

Matematicky můžeme popsat deformace tělesa dvěma způsoby, a to posuvy a deformací všech elementů tělesa [5].

#### 4.1.1 Posuvy

$\vec{u} = (u, v, w)$  ve všech bodech, kde  $\mathbf{A} \subset \Omega$ , jak je znázorněno na obrázku 4.1.



Obr. 4.1 Znázornění posuvů v prostoru [5]

#### 4.1.2 Deformace všech elementů tělesa

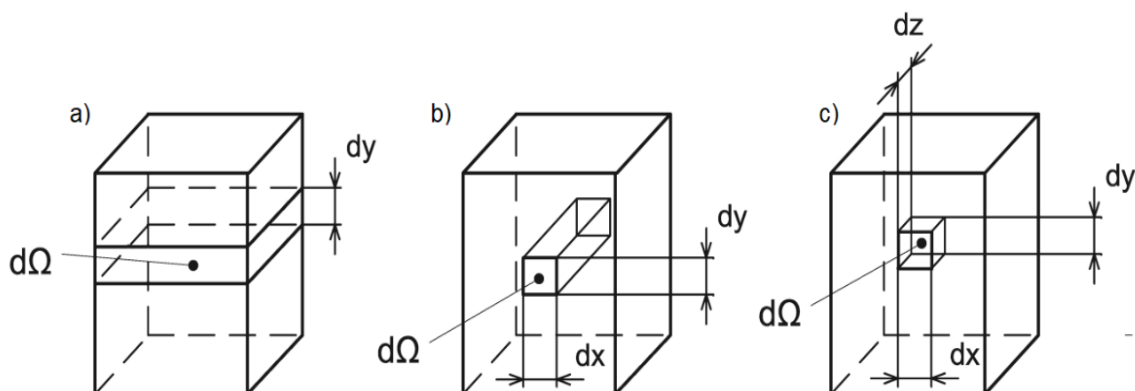
Jako prvek (element) označujeme každou oddělitelnou část tělesa.

Dále definujeme:

- konečný prvek – všechny jeho rozměry jsou konečné,
- elementární prvek – alespoň jeden rozměr prvku je infinitesimálně malý.

Elementární prvky dále dělíme na:

- jednonásobně elementární – obrázek 4.2 a,
- dvojnásobně elementární – obrázek 4.2 b,
- trojnásobně elementární – obrázek 4.2 c.



Obr. 4.2 Elementární prvky [5]

Všechny deformace trojnásobně elementárních prvků pak určují celkovou deformaci daného tělesa.

Změna rozměrů elementu je popsána délkovými přetvořeními  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  a  $\varepsilon_z$  [5].

$$\varepsilon_x = \frac{dx' - dx}{dx} \quad \varepsilon_y = \frac{dy' - dy}{dy} \quad \varepsilon_z = \frac{dz' - dz}{dz} \quad (4.1)$$

Změna tvaru je poté popsána úhlovými přetvořeními (zkosy). Tyto zkosity představují geometrickou změnu pravého úhlu.

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \alpha + \beta \quad \gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \gamma + \delta \quad \gamma_{zx} = \gamma_{xz} = \varepsilon + \psi \quad (4.2)$$

Kde:  $\alpha + \beta$ ,  $\gamma + \delta$ ,  $\varepsilon + \psi$  jsou změny pravých úhlů promítnuté do roviny xy, yz a zx. Podmínkou platnosti těchto vztahů jsou malá přetvoření, tedy  $\alpha, \gamma, \varepsilon < 0,05$  [5, 6].

Jak již bylo zmíněno výše, obecná deformace v bodě tělesa je popsána deformací elementárního prvku, který tento bod obsahuje, díky čemuž můžeme z již zmíněných délkových a úhlových přetvoření definovat tzv. tenzor přetvoření  $\mathbf{T}_\varepsilon$  v maticovém tvaru.

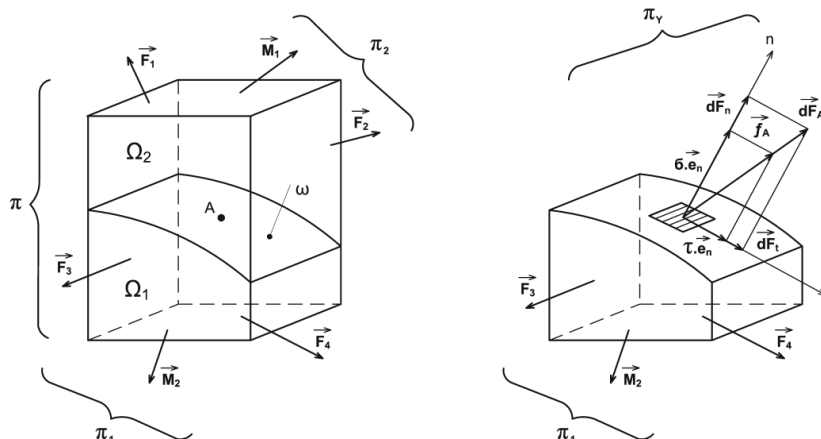
$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{zy}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (4.3)$$



Tenzor přetvoření na své hlavní diagonále obsahuje délková přetvoření a symetricky přes hlavní diagonálu polovinu přetvoření úhlových. Obsahuje tak šest nezávislých prvků, mezi nimiž existují vztahy.

## 4.2 Napjatost tělesa

Napjatostí tělesa v bodě rozumíme množinu obecných napětí  $\vec{f}$  a jeho složek  $\sigma$  a  $\tau$ , které působí ve všech řezech  $\omega$  procházejících daným bodem. Základním bodem pro stanovení těchto obecných napětí  $\vec{f}$  a jejich složek je uvolnění elementárního prvku tělesa řezem  $\omega$ . V této řezné rovině posléze zavádíme vzájemné působení vnitřních účinků, tzv. plošných sil, jak je znázorněno na obrázku 4.3 [5, 6].



Obr. 4.3 Zobrazení řezu elementárního prvku [5]

Elementární sílu značíme  $d\vec{F}_A$ , viz obrázek 4.3 [5, 6].

$$d\vec{F}_A = \vec{f}_A dS = d\vec{F}_n + d\vec{F}_t \quad (4.4)$$

Vztah obsahuje normálovou a tečnou složku síly. Toho můžeme využít pro určení normálového a smykového napětí za pomoci jednotkových vektorů  $\vec{e}_n$  a  $\vec{e}_t$ . Součin obou vektorů s normálovým a tečným napětím je znázorněn na obrázku 4.3 v jeho pravé části.

Pro řešení základních úloh pružnosti a pevnosti je nezbytné zavádět pro již zmíněné normálové napětí znaménkovou konvenci. Tato konvence je pouze smluvní, nicméně se s ní setkáváme v naprosté většině odborné literatury, proto je použita i v této práci [5].

$\sigma > 0$  napětí tahové, má směr vnější normály (směřuje z tělesa ven)

$\sigma < 0$  napětí tlakové, má směr vnitřní normály (směřuje do tělesa)

Znaménková konvence pro smyková napětí je závislá na použitém souřadnicovém systému.

Pro stanovení obecného napětí  $\vec{f}_A$  v řezu se v rámci obecné pružnosti a pevnosti využívají dva přístupy [5, 6]:

- **diferenciální** – využívá především podmínek rovnováhy pro uvolněný elementární prvek, geometrických podmínek, okrajových podmínek a konstitutivních vztahů jako je Hookův zákon.
- **integrální** – využívá variačních principů jako je Lagrangeův variační princip nebo princip virtuálních prací.

Pro výpočet v rámci prosté pružnosti a pevnosti se úloha zjednodušuje. Zavádějí se určité předpoklady o průběhu deformací a napětí v charakteristických řezech vyplývající z praktických zkušeností. Tento princip tedy využívá pracovních předpokladů [6].

### 4.3 Zatížení tělesa

K tomu, aby měla jakákoli úloha z pružnosti a pevnosti smysl, musíme uvažovat tělesa, která jsou zatížena. Známe mnohé způsoby zatěžování, ať už se jedná o zatížení vlastní tíhou tělesa (tíhové zrychlení), vnějším působením interakcí tělesa s okolím, nebo působení vnitřních účinků a procesů, které v tělese probíhají. Výsledkem těchto zatížení je vznik napětí a deformace. To může způsobit porušení celistvosti tělesa.

Rozdělení zatěžovacího působení [5]:

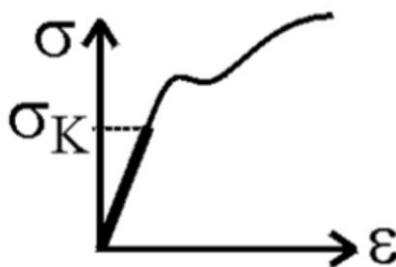
- **silové zatěžování** – osamělé, liniové, plošné nebo objemové síly.
- **deformační zatěžování** – vzniká v důsledku posuvu  $\vec{u}$  v jistém místě na povrchu tělesa (dotažení matice, nasazení objímky hřídele – uložení s přesahem/nalisováním).
- **objemové zatěžování** – teplotní zatížení, změna objemů průběhu fázových změn (austenit – martenzit), zbytkové napětí způsobené tepelným zpracováním nebo tvářením.

### 4.4 Mezní stavy

Mezní stav tělesa je takový, při němž se kvalitativně mění schopnost tělesa plnit svoji funkci nebo některou z nich. V této práci lze uvažovat se třemi mezními stavy, a to mezní stav pružnosti, vzpěrné stability a únavové pevnosti. Tyto stavy by mohly ovlivnit linearitu úlohy, kterou předpokládáme pro její vyřešení, a proto se těchto stavů snažíme vyvarovat.

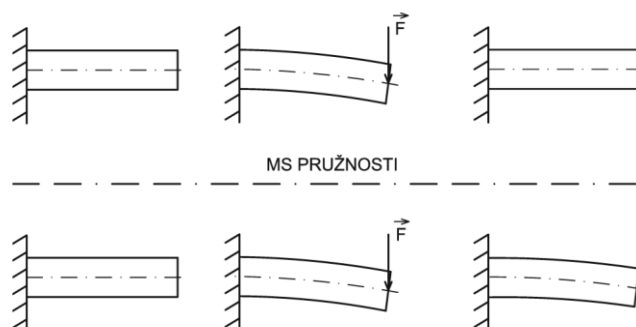
#### 4.4.1 Mezní stav pružnosti

Mezní stav pružnosti (MSP) nastává vznikem první makroplastické deformace. Ta vzniká v momentě překročení mezní hodnoty napětí, která se zpravidla značí jako mez kluzu  $\sigma_K$ , obrázek 4.4. V okamžiku, kdy nastane v tělese MSP, se deformační charakteristika stává nelineární [7]. V této práci se tohoto MSP snažíme vyvarovat, protože úlohu považujeme za lineární.



Obr. 4.4 Diagram tahové zkoušky [7]

Obecně lze MSP na tělese ověřit pomocí jednoduchého zátěžného cyklu, kdy dojde k zatížení tělesa a jeho následnému uvolnění. Pokud v tělese nebyl překročen MSP, pak se těleso po odlehčení vrátí zpět do svého původního stavu a posuvy tak budou nulové, pokud však dojde k překročení MSP, zůstanou na tělese plastické deformace v podobě posuvů, viz obrázek 4.5.



Obr. 4.5 Těleso během zátěžného cyklu [5]

Pro analýzu prutových soustav (definováno v kapitolách 4.6, 4.7, 4.8) nastává pouze jednoosá napjatost. Díky tomu můžeme stanovit bezpečnost vůči MSP. Tento výpočet se provádí jako poměr meze kluzu a nejvyššího dosaženého napětí na konstrukci.

$$k_M = \frac{\sigma_k}{\sigma_{max}} \quad (4.5)$$

Pro hodnoty bezpečnosti vyšší než 1 nastává pouze elastická deformace, obrázek 4.5 nahoře. Pro hodnoty nižší než 1 nastává i deformace plastická (trvalá), obrázek 4.5 dole [7].

V případě obecné napjatosti nemusí být dostačující zvolit ku příkladu největší z působících napětí a s jeho pomocí vypočítat bezpečnost vůči MSP. Z toho důvodu jsou, pro výpočet tzv. redukovaného napětí  $\sigma_{red}$ , v technické praxi využívány nejčastěji dva přístupy. Konkrétně se jedná o podmínku plasticity  $\max \tau$  a podmínku plasticity HMM.

Podmínka plasticity HMM (dle autorů – Hencky, Mises, Huber) posuzuje MSP při monotónním zatěžování materiálu. Jejím cílem je převést obecnou trojosou napjatost na jednoosou, kterou lze porovnat s výsledky tahové zkoušky, konkrétně s mezí kluzu  $\sigma_K$ . U podmínky HMM je kritériem porovnání několika typů napjatostí v oktaedrické rovině  $\tau_o$ . Pro naše využití je však důležitějším vztahem porovnání hlavních napětí  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , jež reprezentují normálová napětí v tělese a jsou seřazena dle jejich velikosti následujícím vztahem [7].

$$\sigma_{red} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]} \quad (4.6)$$

Pro různé druhy napjatosti (jednoosá, smyková) lze tento vztah dále upravovat a hlavně zjednodušovat, nám se zde bude nejlépe hodit upravený vztah pro prutovou napjatost [7].

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (4.7)$$

Cílem podmínky  $\max \tau$  (Tresca) je, obdobně jako u podmínky HMM, posoudit možnost vzniku mezního stavu při víceosé napjatosti. Využívá se přitom pouze výsledků tahové zkoušky, která má pouze jednoosý charakter, stejně jako u podmínky HMM. Pro posouzení se proto užívají hlavní napětí  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Z nich můžeme určit redukované napětí následujícím vztahem [7].

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (4.8)$$

Stejně jako u podmínky HMH je zde vhodné uvést upravený vztah pro prutovou napjatost dle podmínky  $\max \tau$  v následujícím tvaru [7].

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad (4.9)$$

Jak je ze vztahu prutové napjatosti patrné, tak podmínka  $\max \tau$  je z hlediska určování redukovaného napětí a následné bezpečnosti konzervativnější, oproti podmínce HMH, v níž se objevuje pouze trojnásobek smykového napětí  $\tau$ , zatímco zde je jeho čtyřnásobek.

Pro obě podmínky určování redukovaného napětí platí, že redukované napětí představuje fiktivní hodnotu jednoosého tahového napětí reprezentujícího víceosou napjatost. Díky tomu lze tuto hodnotu redukovaného napětí porovnat s hodnotou meze kluzu  $\sigma_K$ , získanou z tahové zkoušky, a zjistit tak bezpečnost vůči MSP při víceosé napjatosti. Bezpečnost díky redukovanému napětí získáme obdobně jako u jednoosé napjatosti, a to pomocí podílu meze kluzu a redukovaného napětí [7].

$$k_k = \frac{\sigma_K}{\sigma_{red}} \quad (4.10)$$

#### 4.4.2 Mezní stav vzpěrné stability

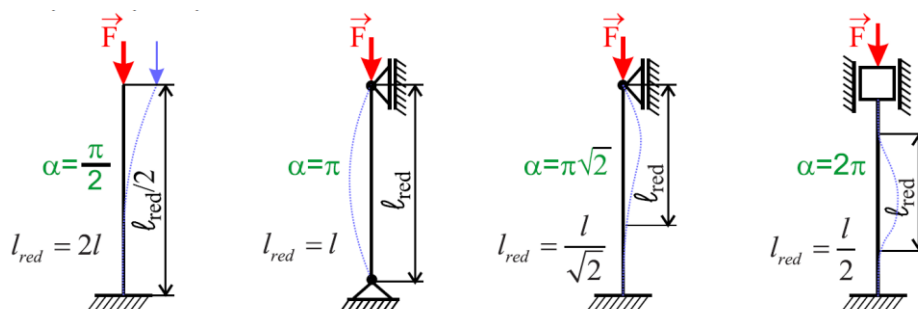
Mezní stav vzpěrné stability vychází z obecnějšího mezního stavu deformační stability. Mezní stav deformační stability je stav, při němž geometrická konfigurace, která byla stabilní před dosažením mezního stavu, se po jeho překročení stává labilní. To změní geometrickou konfiguraci, v níž bude těleso dále stabilní [7].

Tento stav je velmi často spojen se vznikem velkých deformací, a proto je jeho výpočtové řešení velmi obtížné. Rovněž je spojen s tělesy, jejichž rozměr je v některém směru podstatně menší než v jiném (tenkostěnné konstrukce, štíhlé pruty). A právě tato vlastnost nám definuje mezní veličinu, která je závislá na tvaru konstrukce, jíž je v případě prutů namáhaných tlakem kritická síla vzpěru, a mezní stav deformační stability je pak u prutů definován jako mezní stav vzpěrné stability [7].

Na přímém prutu, který je namáhaný prostým tlakem, může nastat vybočení střednice. Toto vybočení, jež má větší riziko vzniku nachází-li se v prutu imperfekce, nastává při zatížení, jež je rovno nebo větší než kritická síla, která lze určit ze vztahu [7].

$$F_{kr} = \frac{\alpha^2 EJ_2}{l^2} \text{ nebo } F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_2}{l_{red}^2} \quad (4.11)$$

Veličina  $\alpha$  je určena uložením prutu, obrázek 4.6. Pro volný prut nabývá hodnoty  $\pi$ . Redukovaná délka se stanovuje dle vzorců v obrázku 4.6. a značí volnou délku prutu, jehož kritická síla odpovídá kritické síle zadaného prutu [7].



Obr. 4.6 Typy uložení prutu [7]

Veličina  $J_2$  značí minimální osový kvadratický moment vzhledem k hlavnímu souřadnicovému systému příčného průřezu prutu. V případě, kdy je průřez symetrický, je jedna z os hlavního souřadnicového systému osou symetrie [6, 7].

Výpočet osového kvadratického momentu k ose  $y$  je dán následujícím vztahem [7].

$$J_y = \int_{\psi} z^2 dS = \iint_{\psi} z^2 dx dz \quad (4.12)$$

Bezpečnost vůči MSVS pak určuje vztah, který je podílem kritické síly a skutečné síly v prutu [7].

$$k_V = \frac{F_{kr}}{F} \quad (4.13)$$

Houževnatý materiál se však při vzpěru může chovat nejen lineárně, ale i nelineárně. Proto určujeme kritické napětí pro tento vzpěr následujícím vztahem [7].

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{S} = \alpha^2 \frac{E J_2}{l^2 S} = \frac{\alpha^2 E}{\lambda^2} \quad (4.14)$$

Veličina  $\lambda$  se nazývá štíhlostí prutu, je bezrozměrná a je určena níže uvedeným vztahem [7].

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J_2}{S}}} \quad (4.15)$$

#### 4.4.3 Mezní stav únavové pevnosti

Únava materiálu je proces porušování soudržnosti materiálu časově proměnnou silou (napjatostí). Tato únava je důsledkem kumulace poškození střídavou pružně plastickou deformací v případě nízkocyklové únavy [8].

Proces únavového poškození je závislý především na vnějším zatížení tělesa, které je časově proměnné, například ohybem za rotace. Průběh únavového poškození podstatně závisí na charakteru časového průběhu napjatosti nebo deformace. Tyto zatěžující průběhy můžeme rozdělit do několika různých průběhů závislých na proměnlivosti napětí vůči času a nazýváme je časové průběhy charakteristických veličin [8].

Časové průběhy charakteristických veličin je možné dělit do dvou základních skupin, a to na deterministické a stochastické. Deterministické průběhy se vykazují určitou zákonitostí, zatímco ty stochastické mají zcela nahodilý charakter.

Dělení deterministických časových průběhů [8]:

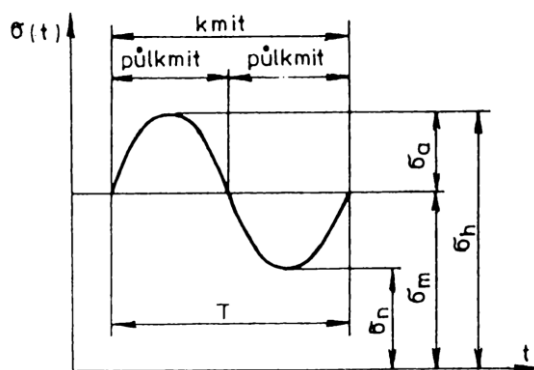
- stálé průběhy –  $\sigma(t)$  je konstantní pro všechna  $t$ , lze zde zařadit i nulový průběh,
- monotónní průběhy – mohou být rostoucí, nebo klesající,
- periodické průběhy – opakuje se buď jeden zátěžný cyklus, nebo série stejných, po sobě jdoucích cyklů,
- kvasiperiodické průběhy – poměry frekvencí nejsou periodická čísla.

Periodické časové průběhy lze dále dělit na harmonické a neharmonické [8].

Harmonické kmitání je takové, které lze popsat harmonickými funkcemi jako sinus nebo cosinus, tyto funkce utváří ustálený časový průběh. Ustálený časový průběh je takový, ve kterém charakteristické parametry zůstávají během celého děje konstantní, obrázek 4.7 [8].

Charakteristické parametry:

- $\sigma_a$  – amplituda napětí,
- $\sigma_m$  – střední napětí,
- $\sigma_h$  – horní (maximální) napětí,
- $\sigma_n$  – dolní (minimální) napětí,
- $T$  – perioda kmitu,
- $f$  – frekvence.

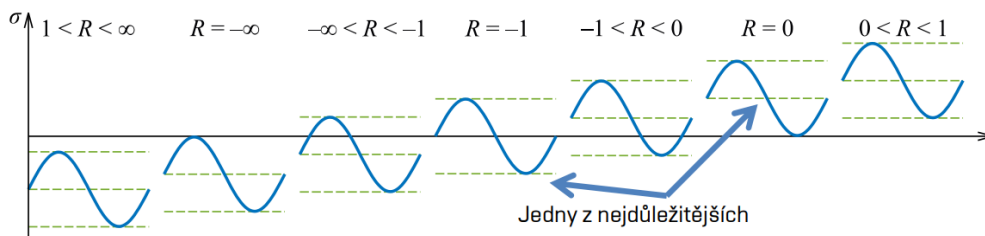


Obr. 4.7 Průběh harmonického napětí [8]

Rozdělujeme hned několik druhů těchto zatěžujících cyklů. Mezi nejdůležitější patří souměrný střídavý cyklus a mívivý cyklus v tahu, obrázek 4.8. Dělíme je pomocí součinitele asymetrie cyklu  $R$  (existují i jiné veličiny) [9].

$$R = \frac{\sigma_n}{\sigma_h} \quad (4.16)$$

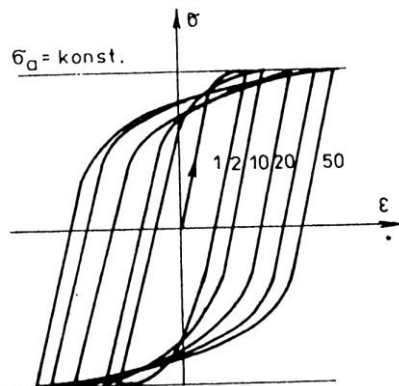
- pulzující v tlaku ( $1 < R < \infty$ ),
- mívivý v tlaku ( $R = -\infty$ ),
- nesouměrně střídavý v tlaku ( $-\infty < R < -1$ ),
- souměrně střídavý ( $R = -1$ ),
- nesouměrně střídavý v tahu ( $-1 < R < 0$ ),
- mívivý v tahu ( $R = 0$ ),
- pulzující v tahu ( $0 < R < 1$ ).



Obr. 4.8 Rozdělení namáhání pomocí asymetrie cyklu [9]

Čistě harmonické průběhy jsou však v praxi velmi výjimečné. Jejich popis a řešení je sice nejjednodušší, ale použitelnost je velmi omezena. Častěji se jedná o případy, které lze popsat za pomoci bloků harmonického kmitání a stálého časového průběhu, jemuž jednotlivé bloky odpovídají. Nastat může samozřejmě i již zmíněný neharmonický průběh, který patří do skupiny po částech přímkových časových a střídavých průběhů. Dle dostupných experimentů lze však tento typ průběhu aproximovat pomocí harmonických průběhů s dostatečnou přesností [8].

S problematikou únavové pevnosti úzce souvisí změna mechanických vlastností. Experimenty v této oblasti ukazují určité změny hlavně mechanických, ale i dalších fyzikálních vlastností kovů a jejich slitin. Ty mají většinou významný sytící charakter. Tyto vlastnosti popisuje nejlépe tzv. hysterezní smyčka, obrázek 4.9 [8].



Obr. 4.9 Hysterezní smyčka [8]

Tato smyčka představuje závislost napětí při harmonickém zatěžování při podmínkách jednoosé napjatosti. Při dosažení nasyceného stavu se již hysterezní smyčka nemění, znázorněno na obrázku 4.9 křivka 50 [8].

Ve strojírenské praxi se součásti, které jsou zatíženy cyklicky a hrozí u nich působení mezního stavu únavové pevnosti, dimenzují pomocí Wöhlerovy křivky, jež znázorňuje závislost počtu cyklů na zatížení. Tato křivka poté určuje odpovídající počet kmitů do lomu, tzv. životnost. Životnost bývá omezena mezí únavy. Ta představuje hodnotu zatěžující amplitudy napětí značenou  $\sigma_C$ . Pro tuto hodnotu bývá životnost v řádech milionů cyklů a je tak prakticky neomezená [8].

Charakteristické hodnoty napětí pro harmonický průběh zatěžování lze též převést do Haighovy roviny. Vzniká tak Haighův diagram, který nám umožňuje dimenzovat cyklicky zatížené součásti na únavu a pomocí meze únavy stanovit životnost součásti. Navíc Haighův diagram umožňuje určovat životnost již poškozených součástí, které v sobě obsahují například trhlinu, a určit její šíření pomocí Parisova–Erdoganova zákona [8].

#### 4.5 Deformačně pevnostní spolehlivost

Hlavním požadavkem na všechny konstrukce je plnění jejich funkce. Zpravidla to bývá po jejich montáži a dále za běžných, ale i některých mimořádných podmínek, případně po danou dobu. Tato vlastnost (schopnost) konstrukcí se nazývá spolehlivost a vyjadřuje se charakteristikami spolehlivosti. Tyto charakteristiky mají různá hodnocení, například slovní, porovnávací, koeficientem bezpečnosti nebo životnost (doba nebo počet cyklů, po které je konstrukce schopna plnit svoji funkci) [5].

Již zmíněný koeficient bezpečnosti, dále jen bezpečnost,  $k_M$  je hlavním kritériem spolehlivosti konstrukce v této práci a posuzuje se vůči meznímu stavu pružnosti materiálu konstrukce při daném typu zatížení, respektive namáhání [5].

$$k_M = \frac{\sigma_k}{\sigma}; \frac{\sigma_k}{\sigma_{red}} \quad (4.17)$$

$$k_M > 1 - \text{vyhovuje}$$

$$k_M \leq 1 - \text{nevyhovuje}$$

Vzhledem k možným nepřesnostem výpočtu (stav zatěžení, okrajové podmínky, vlastní výpočet) nebo nedokonalosti materiálových charakteristik je v praxi uvažována za bezpečnou hodnota vyšší než 1. Zpravidla se tato hodnota odvíjí od praktických zkušeností konstruktéra, charakteru řešené problematiky a specifických požadavků [5].

#### 4.6 Teorie výpočtu prutů

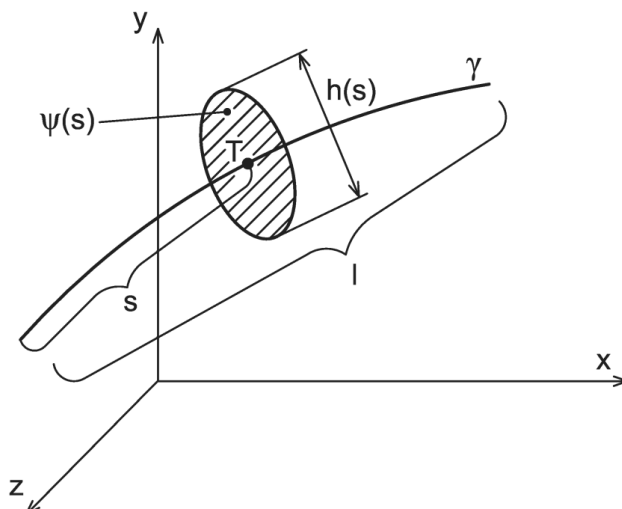
Nejjednodušším výpočtovým modelem reálného tělesa v pružnosti a pevnosti z hlediska vyšetřování deformace a napjatosti je prut. Prut je vhodný k výpočtu mnohých konstrukcí. K tomu, aby však mohl být použit jako výpočtový model, je nezbytné definovat určité prutové předpoklady, rozdělení prutů, vazby mezi pruty a znát teorii určování napjatosti a deformace, a to včetně výsledných vnitřních sil a momentů.

##### 4.6.1 Prutové předpoklady

Jak již bylo zmíněno v odstavci výše, tak prut je nejjednodušším výpočtovým modelem. K tomu, abychom mohli použít výpočtový model prutu, musíme zavést následující předpoklady [5, 6].

- **Geometrické předpoklady**

Prut je určen střednicí  $\gamma$  s příčným průřezem  $\psi(s)$  v bodě střednice. Střednicí  $\gamma$  se rozumí spojnice těžišť průřezů  $\psi$ , díky čemuž vzniká spojitá křivka. Průřez  $\psi$  je souvislá oblast obsahující všechny body tělesa ležící v normálové rovině vymezené hranicí. Celková délka  $l$  je pak alespoň stejně velká jako největší rozměr průřezu  $h_{max}$ , většinou ale  $l \gg h_{max}$ . Všechny tyto předpoklady jsou znázorněny na obrázku 4.10 [5, 6].



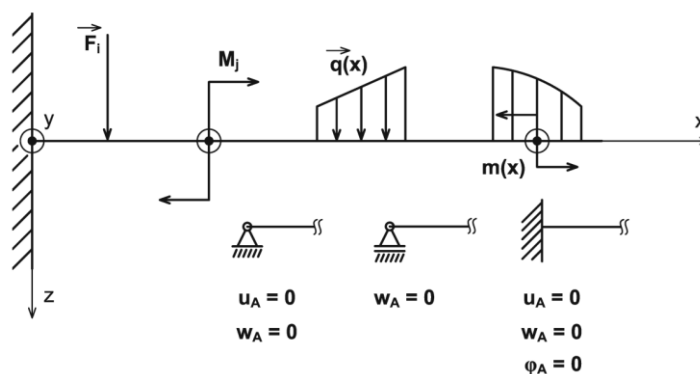
Obr. 4.10 Geometrické předpoklady [5]

- **Zatěžovací a vazebné předpoklady**

Zatížení patří mezi základní pojmy pružnosti a pevnosti. Zatěžení prutů a jejich vazby ale přináší další dodatečná pravidla, která je nutné respektovat.

Zatížení prutu je soustředěno vždy na jeho střednici  $\gamma$ . To znamená, že silová působení na prut jsou pouze osamělé nebo liniové síly a silové dvojice s působištem na střednici. Vazby (rotační, posuvná, vetknutí) dále omezují posuvy a úhly natočení střednice, obrázek 4.11.





Obr. 4.11 Zatížení a vazby prutu [5]

### • Deformační předpoklady

Hlavním deformačním předpokladem je, že střednice prutu  $\gamma$  zůstává v průběhu deformace spojitá a hladká. Zároveň zůstávají všechny příčné průřezy v průběhu deformace kolmé na deformovanou střednici a zachovávají si rovinnost, obrázek 4.12.



Obr. 4.12 Deformace prutu [5]

Dle charakteru zatěžování se příčné průřezy [6]:

- vzájemně oddalují a deformují – tah,
- vzájemně přibližují a deformují – tlak,
- natáčejí kolem osy ležící v průřezu a deformují se – ohyb,
- natáčejí se kolem osy kolmé k průřezu a nedeformují se – krut,
- posouvají se bez deformace – smyk.

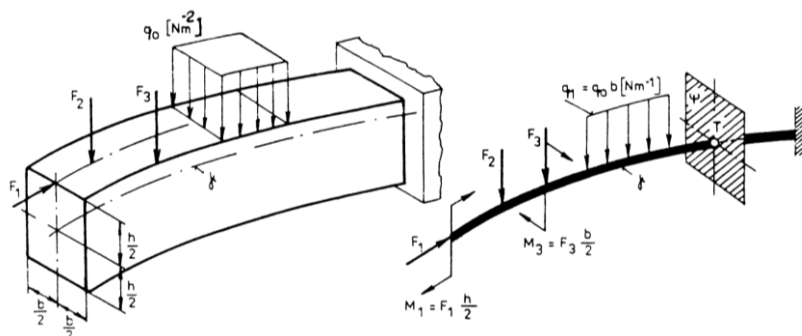
### • Napjatostní předpoklady

Prutová napjatost – takto se označuje napjatost v prutu, která je určena normálovým a smykovým napětím v příčném průřezu (definováno v 4.1.2). Prutová napjatost je natolik důležitý pojem, že jí bude věnována následující podkapitola.

#### 4.6.2 Prutová napjatost a prut jako modelové těleso

Z již zmíněných prutových předpokladů vyplývá, že obsahují spoustu důležitých formulací, které výrazným způsobem omezují základní definice a rozdělení obecné pružnosti a pevnosti, a definují tak nejen geometrii tělesa, ale i jeho uložení a zatížení. Ovšem v praxi existuje velmi málo případů, kdy může být těleso reálně vnímáno v pružnosti a pevnosti jako prut, to znamená, kdy bude těleso bez jakýchkoliv zjednodušení splňovat prutové předpoklady. Proto v pružnosti a pevnosti definujeme vedle ideálního prutu (dokonale splňuje prutové předpoklady) a prutu jako teoretického tělesa (těleso vytvořené tak, aby splňovalo prutové předpoklady) i prut jako modelové těleso.

Prut je jako modelové těleso formulováno pomocí prutových předpokladů, z nichž jsou odvozeny a formulovány podmínky použitelnosti. Tyto podmínky posléze vymezují, zda lze prut jako modelové těleso použít pro řešení konkrétního problému. Přechod je znázorněn na obrázku 4.13 [6].



Obr. 4.13 Přechod reálný – modelový prut [6]

U těchto prutů se při výpočtu uvažuje ideální pružné chování vycházející z Hookova zákona a platí pro něj charakteristické rovnice.

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu \varepsilon_x \quad (4.18)$$

$E$  je Youngův modul (pro ocel  $\cong 200$  [GPa]),  $\mu$  je Poisonovo číslo (pro ocel  $\cong 0,3$  [-]).

#### 4.7 Klasifikace prutů

Tělesa, která se z hlediska pružnosti a pevnosti klasifikují jako pruty, mají velkou různorodost. Lze je ale členit podle níže uvedených hledisek [6].

##### 4.7.1 Hledisko modelovatelnosti

Těleso lze považovat za prut buď přímo definicí, nebo vztahem k reálnému tělesu, a to dle splnění určitých podmínek použitelnosti. Pruty lze tedy členit na [6]:

- pruty ideální – u těchto prutů předpokládáme splnění všech prutových předpokladů,
- prut jako výpočtový model – u těchto prutů jsou definovány podmínky použitelnosti. Tyto podmínky vymezují, kdy lze těleso považovat za prut, případně, kdy lze jako teorii pro řešení problémů pružnosti a pevnosti použít prostou pružnost prutů.

##### 4.7.2 Hledisko geometrie prutu

Prut má různé geometrické vlastnosti, které ho dělí například dle křivosti a hladkosti střednice, proměnnosti průřezu nebo tvaru příčného průřezu.

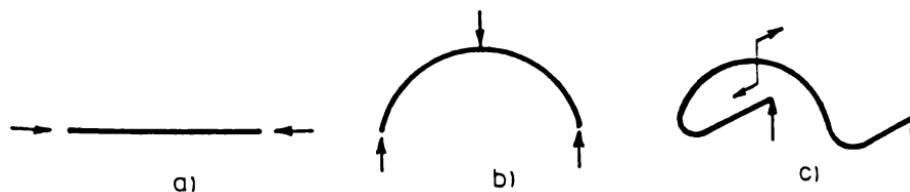
- **Podle křivosti střednice**

Dle křivosti střednice dělíme pruty na přímé a křivé [6].

Pruty přímé – jejich střednice má tvar úsečky, obrázek 4.14a.

Pruty křivé dále dělíme na:

- rovinné – jejich střednice je rovinná křivka, obrázek 4.14b,
- prostorové – střednice těchto prutů je prostorová křivka, obrázek 4.14c.

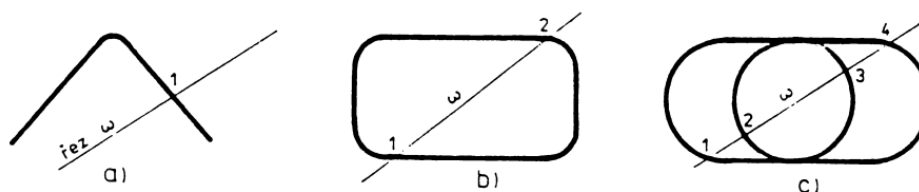


Obr. 4.14 Geometrie prutu [6]

- **Podle uzavřenosti střednice**

Dle uzavřenosti střednice se pruty dělí na [6]:

- otevřené: střednice těchto prutů je křivka, kterou lze rozdělit na dva prvky řezem procházejícím právě jedním jejím bodem, obrázek 4.15a,
- uzavřené: střednice těchto prutů je křivka, kterou lze rozdělit na dva nebo více prvků řezem určeným  $n+1$  body, obrázek 4.15b jedenkrát uzavřený, obrázek 4.15c vícekrát uzavřený.

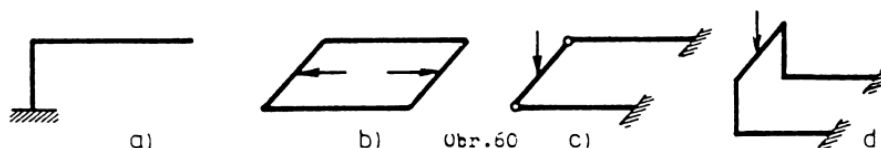


Obr. 4.15 Uzavřenost střednice prutu [6]

- **Hledisko hladkosti střednice**

Dle hladkosti střednice dělíme pruty na [6]:

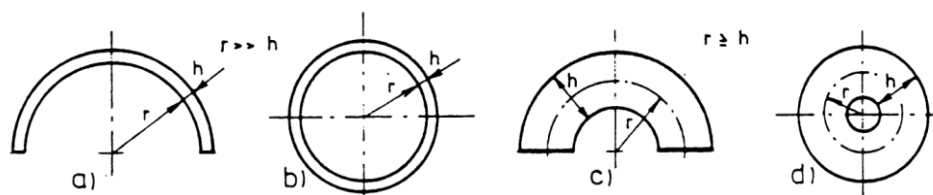
- pruty s hladkou střednicí: neobsahují žádné lomené nebo po částech lomené pruty, obrázek 4.14b nebo 4.15a, b, c [6].
- pruty s konečným počtem bodů hladkosti střednice: pokud u těchto prutů není v místech nespojitosti zaručena vzájemná pohyblivost, definujeme je jako rámy, obrázek 4.16a rám otevřený a 4.16b, d rám uzavřený. Případně může být v místech nespojitosti zaručena vzájemná pohyblivost, obrázek 4.16c [6].



Obr. 4.16 Hladkost střednice prutu [6]

- **Dle poměru křivosti charakteristického rozměru příčného průřezu k poloměru křivosti střednice prutu**

- pruty slabě zakřivené: u těchto prutů lze napětí a deformace řešit stejně jako u prutů přímých. Pro danou rozlišovací úroveň totiž zůstávají tyto vlastnosti zachovány, příkladem je prut na obrázku 4.17a prut otevřený a 4.17b prut uzavřený [6].
- pruty silně zakřivené: rovinnost řezů prutu zůstává zachována, mění se však napjatost a deformace, nelze je tak řešit stejně jako pruty přímé, obrázek 4.17c silně zakřivený otevřený prut, obrázek 4.17d silně zakřivený uzavřený prut [6].

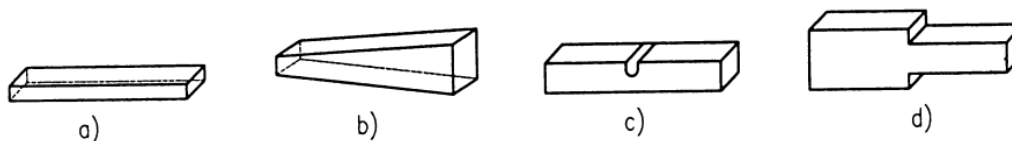


Obr. 4.17 Zakřivené pruty [6]

• Podle proměnnosti průřezu podél střednice

– konstantní průřez: rozměry i tvar příčného průřezu zůstávají podél střednice neměnné, obrázek 4.18a,

– proměnné průřezy: příčný průřez se může měnit spojitě, obrázek 4.18b, v malé části prutu, kde výrazně mění průřez (vruby, obrázek 4.18c, skoková změna, obrázek 4.18d [6].

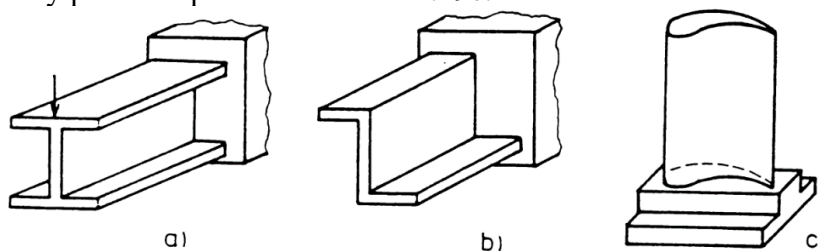


Obr. 4.18 Změna příčného průřezu [6]

• Podle tvaru příčného průřezu

Tvar příčného průřezu do značné míry ovlivňuje chování prutů při zatížení. K ovlivnění dochází především u velikosti deformace. Díky specifickým tvarům prutů lze i značně omezit spotřebu materiálu, a to při dosažení stejné, nebo i vyšší spolehlivosti prutu a prutové soustavy. Obecně dělíme pruty do tří tvarů příčného průřezu:

- pruty elementární (kruh, čtverec, obdélník, šestihran...),
- profily: jejich příčný průřez je normalizován, jedná se o různé válcované profily a profily typu I, U, Z, T, obrázek 4.19a, b,
- obecné profily příčného průřezu: obrázek 4.19c.

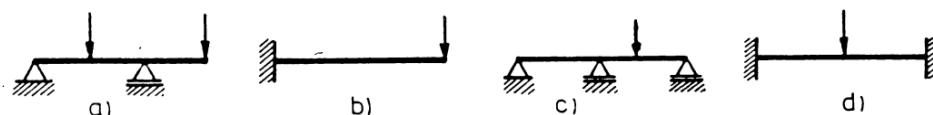


Obr. 4.19 Příčné průřezy prutů [6]

**4.7.3 Hledisko vazeb**

Vazebné předpoklady jsou jedním ze základních předpokladů v definici prutů. S tím je samozřejmě i úzce spojeno hledisko vazeb, které ovlivňuje počet stupňů volnosti prutu a prutových soustav v závislosti na typu použitých vazeb. Dle toho pak dělíme pruty na [6]:

- pruty volné,
- pruty vázané: staticky určité uložení, obrázek 4.20a, b, staticky neurčité, obrázek 4.20c, d.



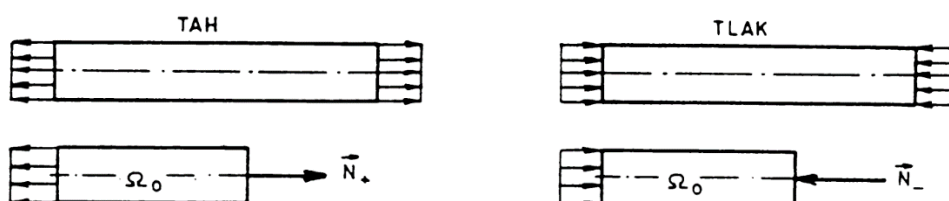
Obr. 4.20 Uložení prutů [6]

#### 4.8 Prostý tah a tlak u prutů

Prostým tahem (tlakem) se označuje namáhání přímého prismatického prutu v případě, že je na dané rozlišovací úrovni splněny [6]:

- prutové předpoklady (kapitola 4.6.1),
- přímočaré průřezy se navzájem oddalují – tah, nebo přibližují – tlak a následně deformují,
- jedinou nenulovou složkou výsledných vnitřních účinků je normálová síla,
- prvek se pro určení statické rovnováhy uvolňuje ve výchozím nedeformovaném stavu.

Pro rozdělení tahového a tlakového namáhání slouží normálová síla  $N$ . Pro tahové namáhání je tato síla  $N$  orientovaná ve směru vnější normály, znaménko  $+$ , pro tlakové má směr vnitřní normály, znaménko  $-$ , znázorněno na obrázku 4.21 [6].



Obr. 4.21 Znázornění tahu a tlaku [6]

##### 4.8.1 Deformace prutu

Pro prostý tah a tlak je posuv v celém průřezu jednotný pro všechny body daného příčného průřezu. Deformace lze vyjádřit poměrem změny vzdáleností dvou příčných průřezů vztažených k jejich původní vzdálenosti, a to stejně jako v kapitole 4.1.2. Pro prut však dle předpokladů uvažujeme deformaci pouze v jednom směru, a to ve směru střednice prutu, dle konvence ve směru  $x$ . Deformace jsou při prostém tahu a tlaku u prismatického prutu konstantní, a to při splnění malých deformací v oblasti se stejnou normálovou silou a stejným modulem pružnosti. Výpočet tak lze použít pro dva libovolné příčné průřezy [6, 7].

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = konst. \quad (4.19)$$

Pro deformaci prutu zároveň platí, že jsou deformované příčné průřezy podobné, díky čemuž se pouze rovnoměrně zvětší, nebo zmenší, což zajistí, že jsou úhlové deformace příčného průřezu nulové [6, 7].

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0 \quad (4.20)$$

Lze tedy říci, že nenulové složky deformací jsou pouze ve třech na sebe kolmých osách. Jedna z nich je právě deformace ve směru osy  $x$ , zbylé dvě ve směru  $y$  a  $z$  jsou této deformaci přímo úměrné. Je možné je určit za pomoci hodnoty Poissonova poměru a opačného znaménka [6, 7].

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu\varepsilon_x = konst. \quad (4.21)$$

V prutu tak vznikne trojosá deformace, kterou lze vyjádřit za pomoci tenzoru přetvoření, jehož složky jsou vyjma hlavní diagonály nulové a dva z těchto prvků na hlavní diagonále jsou závislé. Oproti obecnému tenzoru přetvoření, definovanému v kapitole 4.1.2, získáváme vcelku jednoduché vztahy pro určení deformace.

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & -\mu\varepsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & -\mu\varepsilon_x \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

#### 4.8.2 Napětí v prutu

Pro materiál, který odpovídá hookovskému modelu a platí tak pro něj Hookův zákon popisující lineární závislost deformace v závislosti na modulu pružnosti, lze říci, že napětí je, stejně jako deformace, za stejných podmínek konstantní [7].

$$E\varepsilon_x = \text{konst.} \quad (4.23)$$

Pro prutovou napjatost pak platí, že nenulová složka napětí je pouze ve směru osy x, jak to vyplývá z napjatostních předpokladů prutu [7].

$$\sigma_y = \sigma_z = 0 \quad (4.24)$$

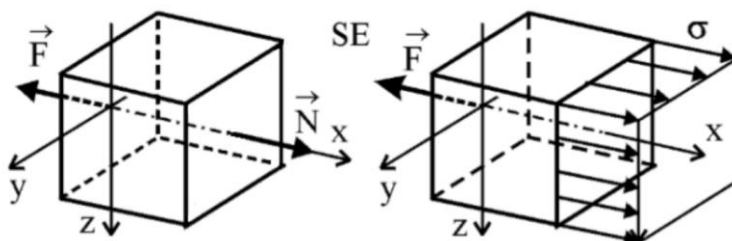
Ze skutečnosti, že jsou úhlová přetvoření na prutu nulová, vyplývá, že jsou nulová i smyková napětí [7].

$$\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (4.25)$$

V prutu tak získáváme pouze jednoosou napjatost vyjádřenou tenzorem přetvoření [7].

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Vztah pro napětí lze odvodit pomocí statické rovnováhy, obdobně jako u analogie s normálovou silou, protože napětí je u prostého tahu a tlaku pouze plošné zatížení na pomyslný řez daného prvku, jenž uvádí prvek do statické rovnováhy. Jeho převod je tak za pomoci statické ekvivalence (SE) na sílu, která má působiště na střednici prutu [6]. Statická ekvivalence je znázorněna na obrázku 4.22.



Obr. 4.22 Statická ekvivalence síly a napětí prutu [7]

Definujeme pak vztah, kde se integrace osového napětí přes příčný průřez prutu rovná normálové síle [6].

$$\int_{\psi} \sigma_x dS = N \quad (4.27)$$

Pro prutovou napjatost, tak jak je definována v této práci, platí, že deformace a napětí jsou na příčném průřezu jednotné (konstantní). Celý vztah je tedy možné zjednodušit a normálovou sílu definovat jako součin napětí a plochy příčného průřezu [6].

$$\sigma S = N \rightarrow \sigma = \frac{N}{S} \quad (4.28)$$

#### 4.9 Prutové soustavy

Osamělý prut se ve strojírenské praxi vyskytuje pouze ojediněle. Proto se pruty jako výpočtová i reálná tělesa seskupují do prutových soustav. Prutové soustavy jsou nejjednodušší modelovou soustavou prutových a příhradových konstrukcí. V praxi tyto soustavy reprezentují svařované nebo montované pruty. Místa, kde jsou tyto pruty svařeny, spojeny šrouby nebo nýtovány, se nazývají styčníky. K tomu, abychom mohli tyto prutové soustavy řešit, je nutné nejprve definovat následující předpoklady [10]:

- vazby mezi tělesy jsou sférické kinematické dvojice pro prostorové úlohy a rotační kinematické dvojice pro rovinné úlohy, pro oba případy platí podmínky nepropustnost, neproměnnost, tlakovost a neutrálnost,
- jednotlivá tělesa soustavy jsou buď pruty, nebo styčnicková tělesa,
- okolí prutové soustavy působí silami výhradně na styčnicková tělesa,
- uložení prutových soustav k základnímu tělesu je realizováno stykem ve styčnicku,
- každý z prutů je vázán nejméně na další dva pruty prostřednictvím styčnickových těles. To zajistí, že pruty jsou nepohyblivé. Soustava prutů poté utváří nepohyblivé prutové těleso.

##### 4.9.1 Statická určitost

Pro výpočet prutových soustav je nezbytné určit vnitřní a vnější statickou určitost. Statickou určitost symbolizují neznámé veličiny, které je nutné před samotným výpočtem definovat. V případě styčnickové metody získáme tyto neznámé parametry díky uvolnění styčnicků. Každý z těchto styčnicků nám dá počet rovnic podle toho, do kolika vzájemně kolmých směrů jsou rozloženy silové účinky. Neznámé poté představují normálové síly v prutech [10].

Vnější statická určitost se využívá k určení vnějších neznámých stykových sil, dle podmínek statické rovnováhy, a to uvolněním prutového tělesa v prostoru jako celku [10].

Tuto podmínku lze vyjádřit vztahem [10].

$$v = \mu_A \quad (4.29)$$

$\mu_A$  je počet neznámých parametrů vnějšího silového působení,  
 $v$  je počet použitelných statických podmínek rovnováhy.

Počet použitelných podmínek je možné určit z charakteru soustavy  $\pi_v = \pi \cup \pi_R$ , kde  $\pi$  je soustava zadaných silových prvků a  $\pi_R$  je soustava neúplně určených vnějších stykových sil [10].

Vnitřní statická určitost se používá k určení sil v prutech, a to při uvolnění všech těles prutové soustavy. Uvolnění se liší pro prostorové a rovinné prutové soustavy sil se společným působištem. To ovlivňuje počet použitelných podmínek statické rovnováhy, a to pro prostorovou  $3k_s$  a pro rovinnou  $2k_s$ . Při použití vhodných algebraických úprav následně získáváme podmínky statické rovnováhy prutového tělesa. Z toho vyplývá, že podmínky statické rovnováhy prutových těles jsou lineárně závislé se soustavou podmínek statické rovnováhy styčnicků. Tím získáváme následující vztahy pro určení vnitřní statické rovnováhy [10].

$$3k_s - 6 = p - \text{pro prostorovou prutovou soustavu} \quad (4.30)$$

$$2k_s - 3 = p - \text{pro rovinou prutovou soustavu} \quad (4.31)$$

$k_s$  je počet styčnicků,  $p$  je počet prutů.

Pokud je soustava staticky určitá, je možné ji vyřešit pomocí styčnickové metody. Pokud je soustava vnitřně staticky neurčitá, musí se určitý počet prutů částečně uvolnit. Do uvolnění se zavede silové působení tak, aby se soustava stala vnitřně staticky určitou. Pro případ vnější statické neurčitosti se postupuje obdobným způsobem, ale s tím rozdílem, že se částečně uvolní vazby. Je nutné zajistit, aby při tomto uvolnění zůstala soustava nepohyblivá [10].

#### 4.9.2 Styčnicková metoda

Styčnicková metoda se využívá k výpočtu prutových soustav. Její funkce spočívá v uvolnění soustavy ve styčnicích. Pro každý ze styčnicků jsou posléze napsány rovnice. Dle přístupu lze metodu rozdělit na dva druhy, a to konkrétně na metodu postupnou a obecnou [10].

Postupná styčnicková metoda je vcelku intuitivní a rychlá. Spočívá ve vyřešení rovnic jednoho styčnicku, které obsahují dostatečný počet parametrů pro výpočet rovnic. Posléze se parametry určené z tohoto styčnicku použijí pro výpočet dalšího. Tento cyklus se opakuje do chvíle, než je vyřešena celá soustava. Vzhledem ke své značné časové náročnosti je metoda vhodná pouze pro malé prutové soustavy [10].

Pro větší staticky určité soustavy se využívá metoda obecná. V té se využívá úpravy rovnic do maticového tvaru  $\mathbf{Ax} = \mathbf{B}$ , matice  $\mathbf{A}$  v tomto případě charakterizuje matici hodnot, kterými jsou násobeny normálové síly,  $\mathbf{x}$  představuje vektor všech neznámých normálových sil prutů nebo neznámých sil ve vazbách a  $\mathbf{B}$  je vektor známého silového zatížení. Tuto metodu lze velmi lehce algoritmizovat a snadno řešit pomocí počítače [10].

#### 4.10 Teorie metody konečných prvků

Metoda konečných prvků (MKP) je numerická metoda. Používá se k řešení různých fyzikálních problémů. Tyto problémy jsou popsány matematickým modelem pomocí parciálních diferenciálních rovnic. Tyto rovnice popisují chování materiálu (jako je například tepelné šíření, proudění tekutin nebo mechanické deformace). MKP umožňuje aproximovat řešení těchto rovnic pomocí numerických výpočtů. Složitý problém rozkládá na jednodušší geometrické prvky nazývané konečné prvky.

Tyto konečné prvky jsou vytvořeny rozdělením původního prostoru na množství menších podprostorů, a to tzv. síťováním. Tyto prvky jsou tvarově jednoduché jako například trojúhelníky nebo čtyřúhelníky v rovině nebo čtyřstěny v prostoru. Každý z těchto prvků je popsán pomocí matematické funkce přesně definované v rámci prvku. V každém bodě prvku se funkce mění. Všechny prvky v celém prostoru jsou pak propojeny pomocí určených hraničních podmínek. Ty jsou buď známé předem, nebo jsou získány z fyzikálního modelu [11].

MKP řeší chování těchto geometrických prvků na základě určených podmínek na hranicích a vnitřních bodech (uzlech), a vypočítává tak řešení pro celé těleso nebo soustavu těles. Výsledkem jsou aproximovaná řešení fyzikálního modelu. Ta jsou z pravidla zobrazena graficky a dále analyzována [11].

MKP se používá především v oblasti inženýrství, kde se často používá k řešení mechanických, termodynamických nebo proudových problémů. Je možné simulovat i velmi složité modely materiálů jako anizotropní chování, viskoelastické vlastnosti svalové a vazovité tkáně, rezonance nebo únavové porušování. MKP je tak často implementována v počítačových programech, které umožňují jednoduché vytváření modelů a řešení složitých problémů. Těchto programů existuje celá řada, například ABAQUS, ADINA, ANSYS a NASTRAN. Někdy jsou tyto programy implementovány přímo do programů pro tvorbu dvojrozměrných (2D) a trojrozměrných (3D) modelů, jako je Autodesk Inventor nebo SolidWorks [11].



#### 4.10.1 MKP jako variační metoda

Variační metody v mechanice těles vycházejí z variačních principů. Deformační varianty MKP jsou východiskem Lagrangeova variačního principu. Tento princip je formulován následovně: mezi všemi funkcemi posuvů zachovávajících spojitost tělesa a splňujících okrajové i geometrické podmínky se realizují ty, které udělají potenciální energii  $\mathbf{P}$  stacionární hodnotu [11].

Uvedená stacionární hodnota je jednoznačná, existuje a zároveň je minimum  $\mathbf{P}$ .  $\mathbf{P}$  lze vyjádřit níže popsáním vztahem [11].

$$\mathbf{P} = W - E_p \quad (4.32)$$

$W$  je energie napjatosti tělesa  $\Omega$ .

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dV \quad (4.33)$$

$E_p$  je potenciál vnějšího zatížení.

$$E_p = \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{o} dV + \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{p} dS \quad (4.34)$$

V těchto rovnicích vystupují sloupcové matice

- posuvů  $\mathbf{u}^T = [u, v, w]$ ,
- přetvoření  $\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]$ ,
- napětí  $\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]$ ,
- objemového zatížení  $\mathbf{o}^T = [o_x, o_y, o_z]$ ,
- plošného zatížení  $\mathbf{p}^T = [p_x, p_y, p_z]$ .

Při aplikaci těchto rovnic na základní úlohu modelové pružiny je z nich možné vyjádřit základní rovnici MKP pro výpočet prutů. Tato rovnice má ale přesah i do vícerozměrných úloh.

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (4.35)$$

$\mathbf{K}$  je matice tuhosti,  $\mathbf{U}$  je vektor posuvů a  $\mathbf{F}$  je matice vnějšího zatížení.

Matice tuhosti má velký vliv na složitost řešené úlohy, a hlavně na potřebný výpočetní výkon, jelikož obsahuje neznámé parametry řešení. Zároveň se dle počtu neznámých odvíjí celkový rozměr matice.

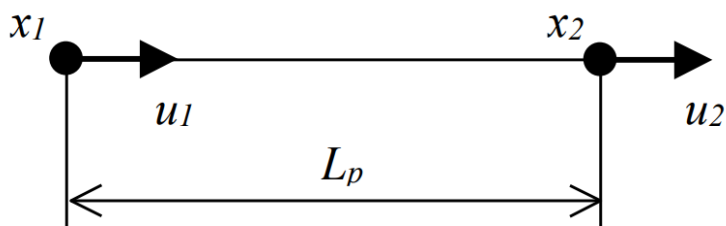
Při řešení úloh pomocí MKP je nutné rozdělit řešené oblasti na konečný počet podoblastí. U těchto podoblastí je nutné zajistit spojitost a jednoznačné vyplnění řešeného tělesa prvky. Pro každý typ prvku je vyjma tvaru a jeho dimenze charakteristický počet a poloha jeho uzlů. Jako uzly nazýváme body, v nichž hledáme neznámé parametry řešení. Pro deformační variantu MKP označujeme tyto parametry jako deformační parametry. Tyto deformační parametry mají fyzikální význam posuvu, případně natočení uzlového bodu. Zadáním prvků a jejich uzlů vytvoříme síť MKP na řešené oblasti. Její hustota a topologie ovlivňuje kvalitu výsledků získaných pomocí MKP a má zásadní vliv na výpočetní výkon, který je k řešení potřebný [11].

V případě, že budeme uvažovat pouze tahové zatížení ve směru osy prutu, obrázek 4.23, se pak jedná o nejjednodušší způsob zatížení prutového prvku s lineární aproximací posuvu po

délce prvku. V případě, kdy řešíme pouze jeden uzel, získáváme níže uvedený vztah k jeho vyřešení [11].

$$u(x) = \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\delta} \quad (4.36)$$

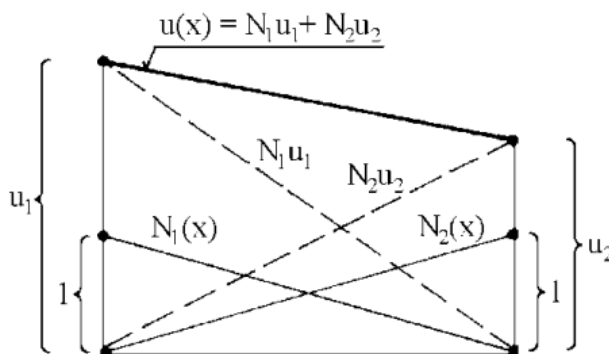
$\mathbf{N} = [N_1, N_2]$  je matice bázových funkcí posuvů a  
 $\boldsymbol{\delta} = [u_1, u_2]^T$  je matice deformačních parametrů, její parametry představují neznámé posuvy reprezentující parametry řešení.



Obr. 4.23 Osově namáhaný prutový prvek [11]

Bázové funkce v MKP jsou matematické funkce, které slouží k aproximaci řešení daného problému. V MKP se používají pro reprezentaci neznámého pole (například teploty, tlaku, deformací apod.) v každém elementu sítě. Bázové funkce jsou obvykle definovány na celém elementu a mají vlastnost ortogonality. Explicitní tvar bázových funkcí, viz obrázek 4.24 [11].

$$N_1 = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}, N_2 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (4.37)$$



Obr. 4.24 Bázové funkce prutového prvku [11]

$x_1, x_2$  jsou souřadnice uzlových bodů dle obrázku 4.23. Průběh bázových funkcí na prutovém prvku je uveden na obrázku 4.24.

#### 4.10.2 Rozdělení prvků

Při řešení pomocí MKP je využíván software ANSYS Workbench. Právě z toho důvodu budou v následující kapitole popsány prvky obsažené v jeho knihovně.

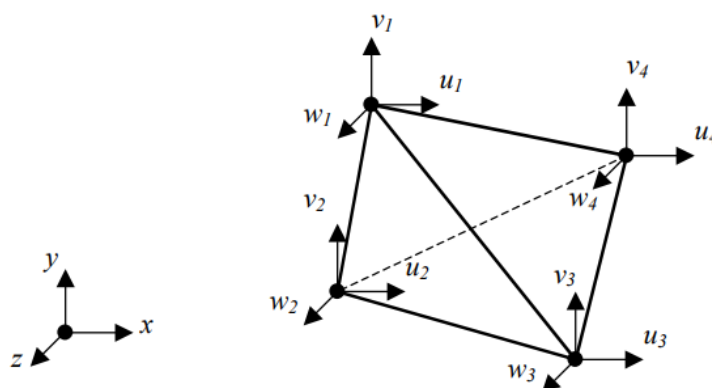
Obecně rozdělujeme prvky dle jejich dimenze na prutové prvky a tělesové prvky v rovině a prostoru. Prutové prvky však lze též použít pro prostorovou úlohu. Zároveň se prvky liší v mnoha ohledech podle počtu uzlů, zda jsou lineární či kvadratické, případně izoparametrické. Konečných prvků je tedy nepřeberné množství ať už v teorii MKP nebo přímo v knihovně ANSYS Workbench. Proto je zde uveden úzký výběr prvků použitých při řešení v této práci [11, 12].

Tabulka 4.1 Použité tělesové prvky [11]

Prvek	Charakteristika	Počet uzlů	Def. param.
SOLID45 SOLID185	8uzlový šestistěn včetně degenerovaných tvarů	8 (6, 5, 4)	u, v, w
SOLID73	8uzlový šestistěn včetně degen. tvarů s rotačními stupni volnosti v uzlu	8 (6, 5, 4)	u, v, w, $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$
SOLID95 SOLID186	20uzlový šestistěn včetně degen. tvarů	20 a více	u, v, w

- **Prostorový čtyřstěn (tetraedr)**

Prostorový čtyřstěn je nejjednodušším prostorovým prvkem. Obecně jej lze považovat za přímočaré rozšíření rovinného lineárního trojúhelníku do třetího rozměru. V jeho uzlech jsou tři složky posuvů:  $u, v, w$ , které jsou aproximovány pomocí lineární funkce tří prostorových souřadnic [12]. Jelikož jsou všechny složky posuvů aproximovány stejným typem polynomu a jedná se o lineární prvek, je posuv prvku plně určen pomocí dvanácti deformačních parametrů, zobrazených na obrázku 4.25, v každém z uzlových bodů prvku [11].



Obr. 4.25 Prostorový čtyřstěn [11]

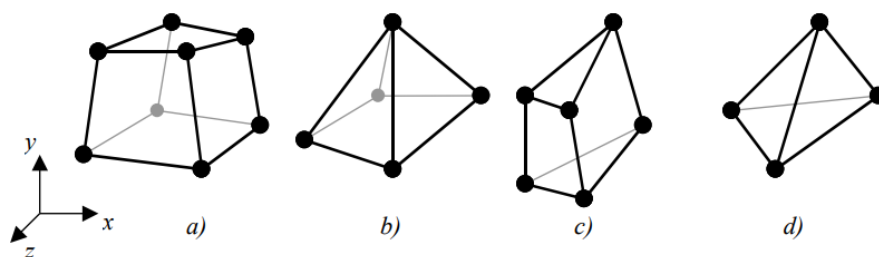
Tento prvek však není ve výpočtu příliš přesný a k jeho používání jsou tedy oprávněné výhrady [12]. V systému ANSYS lze tento typ prvku použít pouze jako speciální degenerovaný tvar šestistěnného prvku SOLID45, případně SOLID185. Přesto je však používání čtyřstěnných prvků jako tvaru vhodné pro generování komplikovaných prostorových sítí. Tento tvar je totiž jediným použitelným k plně automatickému vykrytí tvarově složitých objemů těles modelovaných ve 3D [11].

Sít z čtyřstěnu vyžaduje poměrně složitou topologickou přípravu a poskytne tak pouze omezené množství lokálního zhušťování. Kombinuje se tak zpravidla s dalšími typy prvků jako například prostorovým šestistěnem. Tato kombinace ale vyžaduje speciální přechodové oblasti [11].

- **Prostorový šestistěn (hexaedr)**

Prostorový šestistěn je prvek obsahující osm uzlových bodů, a tím i osm základních bázevých funkcí. Funkce jsou tvořeny systematickým vzájemným násobením lineárních bázevých funkcí. Vyjma základního šestistěnu (krychle, kvádr) lze postupným odstraňováním hran, ploch nebo vrcholů získat řadu dalších tvarů. V závislosti na upraveném tvaru je nutné upravit i tvar bázo-

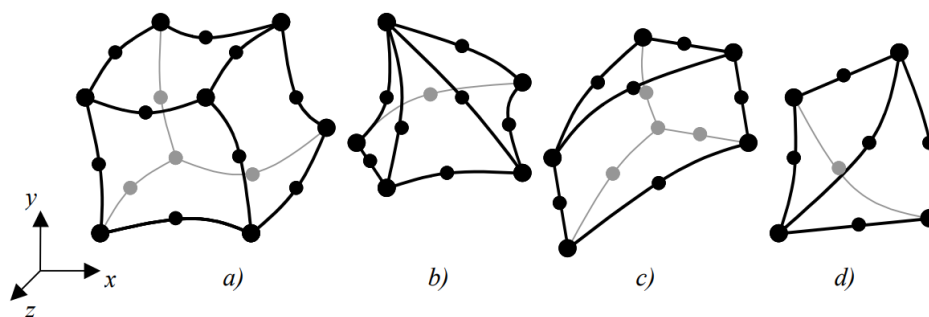
vých funkcí. Nejvyužívanější tvary jsou označeny na obrázku 4.26. Některé ze systémů je v knihovně uvádějí jako samostatné prvky, systém ANSYS je značí jako SOLID45 a SOLID185 [11, 12].



Obr. 4.26 Nejpužívanější tvary šestistěnného prvku [11]

Tvar typu *a*) se používá ke tvorbě tzv. „mapovaných“ sítí. Uživatel u nich musí zpravidla předem sám rozhodnout, jakým způsobem se řešená oblast rozdělí na suboblasti, které budou vyhovovat tomuto rozdělení. Naopak tvar *d*) se využívá pro plně automatické generování sítě (tento tvar prvku je v jeho kvadratické formě zobrazen na obrázku 4.27 d a v této práci je využit např. pro vysítování prvků křídél). Uživatelem jsou zadány pouze základní požadavky, typicky na velikost prvku, případně oblastí, u nichž se vyžaduje zhuštění prvku. Prvky typu *b*) nebo *c*) se využívají převážně jako přechodové prvky mezi *a*) a *d*), protože korektní spojení mezi těmito prvky nelze vytvořit, pro tvorbu sítě se využívají jen ojedinele nebo vůbec ne [12].

Pro zlepšení přesnosti a zvýšení použitelnosti se tyto prvky dále upravují na izoparametrické. Při jejich výpočtu jsou využívány vyšší stupně bazových funkcí. Jsou tak pro výpočet značně složitější. Přináší však mnohé výhody, a to hlavně vyšší přesnost výpočtu. Z tohoto důvodu byly využity při výpočtu pomocí ANSYS Workbench i v této práci. Jedná se tedy o kvadratické prvky značené v ANSYSu jako SOLID95 a SOLID186, jejichž různé tvary jsou zobrazeny na obrázku 4.27 [11].



Obr. 4.27 Tvary kvadratických prvků [11]

### 4.10.3 Singularita

Singularita je v MKP oblast výrazného zvýšení gradientu řešené veličiny, jako jsou například napětí nebo deformace. Singularita se vyskytuje v oblastech s bodovými nebo ostrými zdroji nebo v oblastech s výraznými změnami geometrie. V oblasti singularit mohou být numericky vypočtené hodnoty nestabilní a mohou vést k nesprávné interpretaci výsledků nebo k chybným rozhodnutím při návrhu konstrukcí [12].

Pro předcházení singularitám v MKP lze použít několik metod. Jednou z možností je použití vhodného typu prvků s dostatečnou flexibilitou, aby bylo možné numericky modelovat oblasti s vysokými gradienty. Další možností je použití speciálních technik, jako jsou metody adaptivní sítě nebo metody vyhlazování, které pomáhají minimalizovat vliv singularit na výsledky MKP.

V některých případech může být také užitečné použít analytické nebo numerické techniky k odstranění singularity z výpočtu. To může být provedeno například pomocí změny geometrie nebo přidáním umělých uzlů nebo prvků v oblasti singularit [12].

Při řešení problémů se singularitami je důležité mít na paměti, že výsledky MKP jsou numerickými aproximacemi skutečného fyzikálního systému. Je tedy důležité provádět kontrolu kvality výpočtu a ověřovat výsledky pomocí experimentálních dat nebo jiných metod [12].

## 5 Návrh konstrukce

Přáním zákazníka byla stavba sochy znázorňující trojhlavého draka. Dle jeho slov: „urobte mi velikého zlého šarkana<sup>1</sup>!“

Předtím, než mohla vzniknout finální socha, bylo nezbytné vytvořit zmenšený model, díky němuž bylo možné navrhnout tvar a proporce sochy, do které byla následně konstrukce vytvořena. Tato kapitola tak popisuje postup návrhu konstrukce a případné další zvažované varianty řešení.

### 5.1 Vzhled sochy

Před začátkem jakéhokoli řešení konstrukce, a hlavně realizace sochy, a to ať už po stránce finanční, právníkové nebo konstrukční, bylo nejprve zapotřebí vytvořit návrh sochy dle přání zákazníka. To bylo v rukou sochaře, který za celou realizaci zodpovídal.

Sochař vytvořil malý model sochy z modelářského tmelu v měřítku cirká 1:14, obrázek 5.1. Tento model byl zcela zásadní pro jakoukoli následující práci, a to nejen z důvodu, aby zákazník mohl vznést případné námitky k velikosti, celkovému vzhledu a rozpoložení sochy, ale hlavně v pozdější fázi konstrukce „kostry“.



Obr. 5.1 Zmenšený model 1:14

Mezi hlavními požadavky bylo zajištění volné hrudi draka, resp. přáním zákazníka bylo, aby co nejlépe vynikl tvar sochy jako takové a nebylo nutné použít různé podpůrné prvky pod hlavy nebo tělo (například v podobě umělé skály). Konstrukce tak musí být natolik pevná a stabilní, aby zajistila soudržnost celé sochy a nedošlo k její destrukci.

---

<sup>1</sup> šarkan – trojhlavý pohádkový drak

Jako jediné možné řešení tedy zůstává zajištění přenosu veškeré hmotnosti sochy přes vnitřní konstrukci do podstavce prostřednictvím kontaktu nohou a kořene ocasu s podstavcem.

Vůbec první návrh vznikal přímo z modelu, obrázek 5.1. Všechny proporce sochy byly odměřeny a na základě těchto údajů byly přepočteny délky a pozice jednotlivých dílů konstrukce včetně předpokládaného zatížení.

## 5.2 Specifikace sochy a volba konstrukce

Před tvorbou konstrukce je nezbytné nadefinovat parametry, jako je materiál, způsob výroby, montáž nebo doprava. To vše, a nejen to, je nutné implementovat do finálního návrhu, který bude podroben napět'ově-deformační analýze.

Jako materiál sochy byl, vzhledem k její velikosti a předešlým zkušenostem sochaře, zvolen železobeton. Konkrétněji je celá socha rozdělena do několika menších dílců, které jsou zhotoveny z betonu s vnitřní konstrukcí z betonářských ocelových tyčí (roxorů). Tyto dílce jsou navrženy tak, aby je bylo možné převést na místo montáže klasickou nákladní dopravou. Na místě realizace jsou pak všechny části konstrukce smontovány a na konstrukci jsou připevněny jednotlivé dílce sochy.

Vzhledem k těmto skutečnostem se pro tvorbu konstrukce nabízí využít právě ocel, která je vhodná pro kombinaci s betonem a díky svařitelnosti umožňuje jednoduchou montáž přímo na místě realizace. Navíc je tato kombinace ve stavebnictví běžně používaná a je tak zcela korektní ji využít.

Prvním návrhem na konstrukci ze strany sochaře byla celosvařovaná konstrukce z nařezaných plátů oceli. Tato konstrukce by byla zajisté vhodná pro zalití do betonu a vytvořila by v kombinaci s armaturou dílců pevný základ sochy. Byla by ale velmi náročná, co se týče technologického provedení svarů a nároků na jejich kvalitu. Složitost a množství dílců nutných k vytvoření konstrukce je vzhledem k povaze projektu příliš nákladné. Z toho důvodu byl po promyšlení všech různých kritérií zvolen jako hlavní konstrukční prvek obdélníkový normalizovaný profil o rozměrech  $300 \times 200 \times 10$  dle normy EN 10210 pro prvky páteře a pro příčné spoje byl zvolen I profil rozměru I 300 dle normy ČSN 42 5550 a případné další polotovary v podobě plechu.

## 5.3 Prvotní návrh

Pro tvorbu základní konstrukce jsou nutné určité parametry. Tyto parametry, jak již bylo zmíněno, byly získány z malého modelu sochy.

Základní rozměry:

- výška draka včetně křídel cca 11 m,
- délka draka cca 8 m,
- nozdry pravé nejvyšší hlavy ve výšce cca 8 m,
- spodní čelist prostřední hlavy od země ve výšce cca 3 m.

Přiblížení specifikace materiálu:

- hrud', kořen ocasu, hlavy a krky duté – betonová skořepina vyztužená betonářskými ocelovými dráty,
- blány křídel z tahokovu, pletiva nebo perforovaného plechu,
- paprsky křídel z plné masivní oceli,
- ostny, zuby, drápy a jiné detaily z oceli,
- prsty svařené z 20 mm tlustého plechu, nebo normalizovaného profilu.

Přibližné hmotnosti:

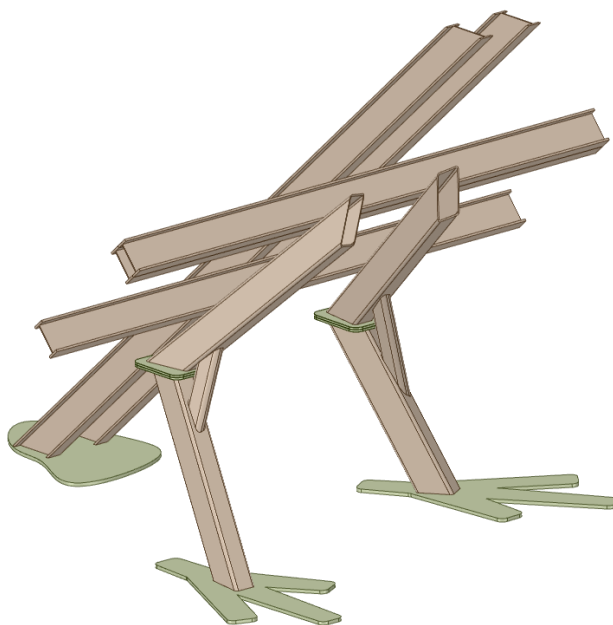
- celková hmotnost draka – odhad cca 31–35 t,
- hmotnost jedné hlavy cca 0,5 t,
- hmotnost jednoho krku cca 0,5 t,
- jedna noha se stehnem cca 3 t,
- hrud' a tělo po kolena cca 10 t,
- jedno křídlo cca 1,5 t,
- kořen ocasu s ocasem cca 6 t.

Doplňující informace:

- dílce, které jsou ve styku s povětrnostními podmínkami, budou pozinkovány,
- ukotvení v cca 18 bodech na půl metru dlouhých závitových tyčích průměru 30 mm, chemicky ukotvených v již stojícím betonovém podstavci,
- umístění poblíž Kúpele Bojnice, Slovensko, 291 m n. m.

Výše uvedené údaje jsou pouze orientační. Jsou získány jako základní parametry pro tvorbu návrhového modelu konstrukce ve 3D. Odvíjí se totiž od rozměrů z modelu sochy a nemusí tak být příliš přesné. Jednotlivé materiály a rozměry budou blíže specifikovány v dalších částech výpočtu. Zároveň byly z modelu odměřeny i základní pozice jednotlivých komponent jako nohy, stehna, hlavy apod., a to včetně základních rozměrů mezi nimi.

Díky těmto základním rozměrům tak bylo možné vytvořit návrhový 3D model konstrukce pomocí Autodesk Inventor, návrh je zobrazen na obrázku 5.2. Po několika úpravách a zpřesnění byl model dostatečný pro poskytnutí základních informací ohledně chování konstrukce při zatížení.

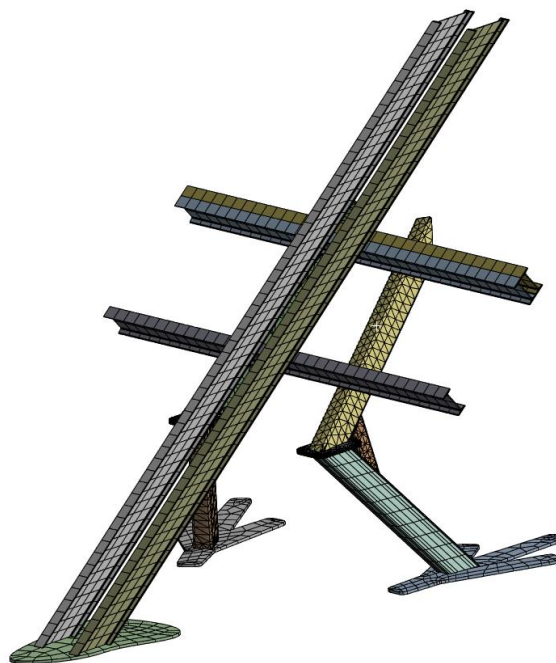


Obr. 5.2 Návrhový model konstrukce

Tento model byl následně obecně zatížen modelovým zatížením od jednotlivých dílců sochy.

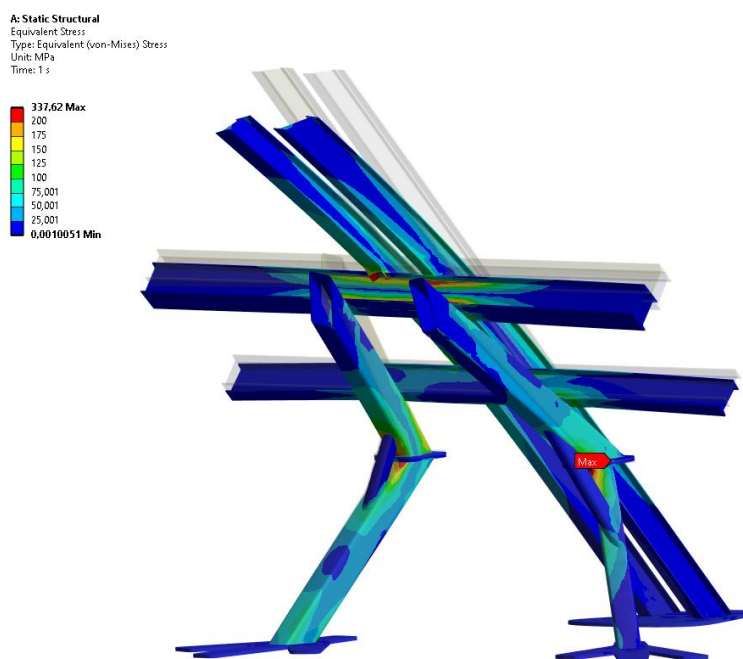
V průběhu modelování byl k orientačním výpočtům a lepší představě o rozložení napětí na konstrukci využit systémový doplněk aplikace Autodesk Inventor pro pevnostní analýzy. Tento doplněk je jistě vhodný pro rámcovou představu o napětí na konstrukci. Pro podrobnější analýzu byl využit software ANSYS Workbench, výsledky jsou znázorněny na obrázku 5.4.





Obr. 5.3 Síť konečných prvků návrhového modelu

Z důvodu omezení množství prvků konečnoprvkové sítě, při výpočtu ve studentské verzi, jsou prvky v této síti poměrně velké a výsledky tak mohou být zkresleny.



Obr. 5.4 Pevnostní analýza návrhového modelu

Jak je z výsledků pevnostní analýzy patrné, tak v kritických místech, jako jsou kolena a příčnický pod páteří, vznikají koncentrace redukovaného napětí výrazně vyšší než 200 MPa na poměrně velkých oblastech. Maximální hodnota je  $\sigma_{\text{redMAX}} = 338 \text{ MPa}$ . Je tedy nutné, tato místa do finálního modelu vyztužit, případně navrhnout jiný způsob tak, aby nevznikaly takto velké koncentrace napětí.

#### 5.4 Konzultace výsledků

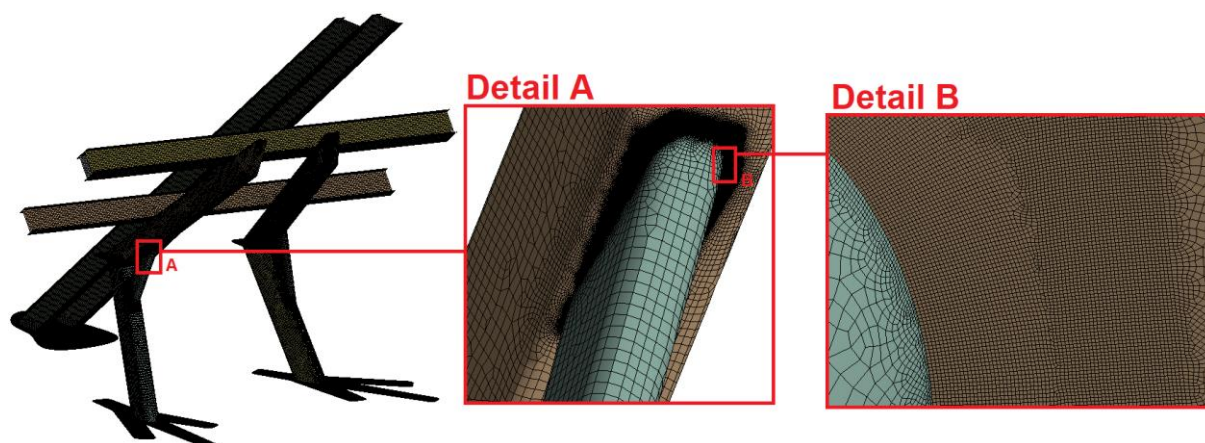
Vzhledem k mým malým zkušenostem ohledně této problematiky, a i kvůli softwarovému a hardwarovému omezení z hlediska výpočtu MKP analýz, se sochař obrátil i na prof. Ing. Karla Frydrýška, Ph.D., působícího na VŠB – Technická univerzita Ostrava, aby provedl pevnostně-napjatostní analýzu a uvedl závěr. Zde je ve zkratce zmíněna část informací, které jsou obsaženy ve zprávě vypracované prof. Ing. Karlem Frydrýškem, Ph.D., a jeho kolegy. Pro možnost pevnostní analýzy byl poskytnut návrhový model konstrukce. Pro tuto pevnostní analýzu byl využit software ANSYS 2020 R2.

V nastavení analýzy byl uvažován homogenní a izotropní materiál, což je běžná aproximace reality. Základní nastavení materiálu:

- modul pružnosti v tahu:  $E = 200 \text{ GPa}$ ,
- Poissonův poměr:  $\mu = 0.3$ ,
- hustota:  $\rho = 62241,4 \text{ kg m}^{-3}$  [13].

„Hustota byla získána tím způsobem, že celková hmotnost draka byla vydělena objemem skořepinového modelu. To znamená, že v návrhové konstrukci je zohledněna veškerá hmotnost sochy draka. Hmotnost draka je dle informací 33 tun.“ [13]

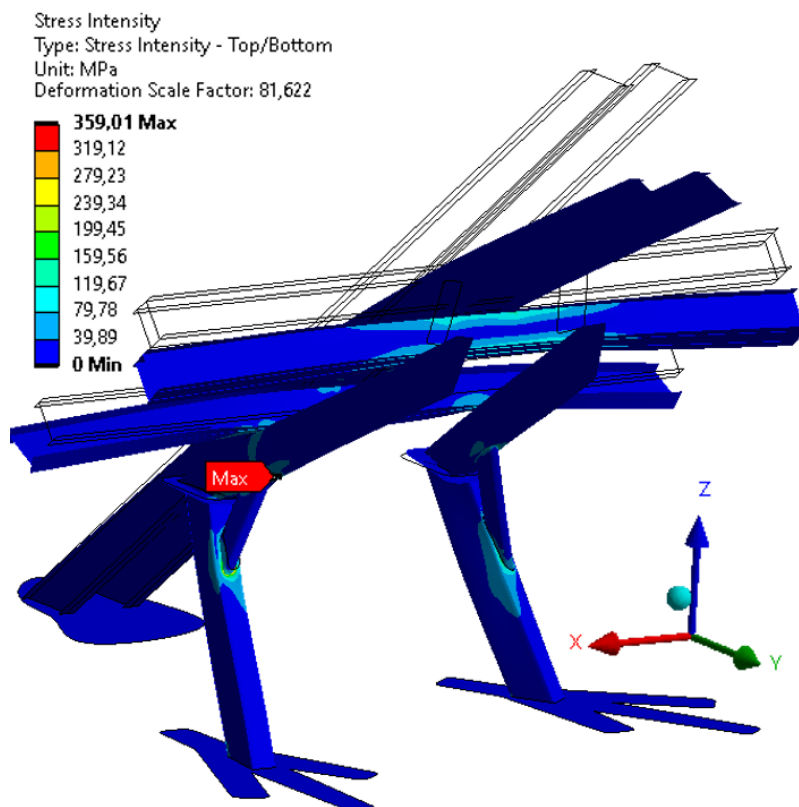
Jak je zřejmé z obrázků 5.3 a 5.5, tak díky plné licenci a vyššímu výpočetnímu výkonu mohlo být dosaženo mnohonásobně menšího prvku v síti konečných prvků.



Obr. 5.5 Konečnoprvková síť [13]

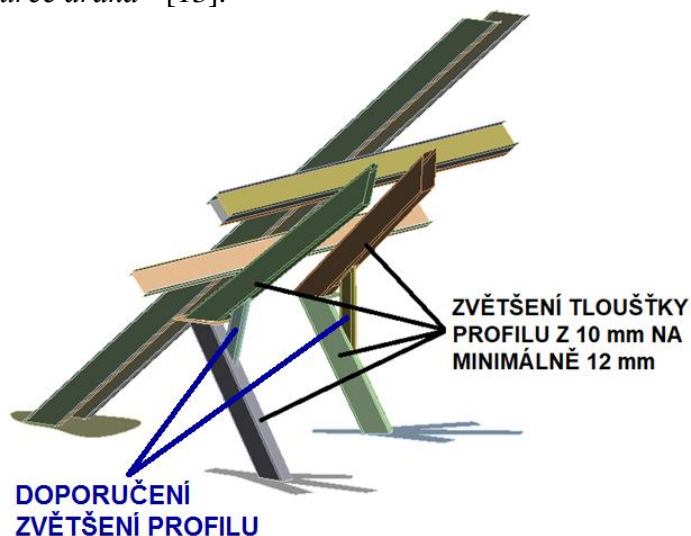
Rozdílem v této analýze je též uvažování zatížení od větru 16,8 kN v horizontální rovině. Velikost této síly byla určena z předpokladu, že se drak nahradil kvádrem o rozměrech 4×4×6 m (6 m je výška) a zjistil se tlak působící na stěnu kvádrů způsobený větrem, a to odborným odhadem podle normy (ČSN EN 1991-1-4). Protože drak ve skutečnosti není kvádr, byla síla přiměřeně upravena, a to tak, že se podělila 3, čímž se získala výsledná síla 16,8 kN. Postupnou iterací byl nalezen směr této působící síly tak, aby vytvářela nejvyšší napětí. Ve výsledcích se tak zobrazuje nejnebezpečnější stav [13].

Maximální zjištěné napětí na konstrukci bylo  $\sigma_{\text{redMAX}} = 359 \text{ MPa}$ , viz obrázek 5.6, z tohoto zjištění pak byly vyvozeny patřičné závěry a doporučení na úpravu konstrukce.



Obr. 5.6 Redukované napětí na konstrukci [13]

„Navrhovanou možností, jak napětí snížit, je zvětšit tloušťku obdélníkových profilů, kde se tato napětí vyskytují, z původních 10 mm na minimálně 12 mm. Vhodné je také rozumné zvětšení rozměrů profilů výztuhy (obr. 4.7 značeno modrou barvou) a to při zachování jeho tloušťky např. navýšením jeho výšky nebo zvětšením jeho tloušťky případně vhodným přivařením dalšího profilu. Do detailu již není návrh dořešen, protože zde také záleží na uměleckých a architektonických představách tvůrce draka“ [13].



Obr. 5.7 Znárodnění navržených úprav [13]

Obě na sobě nezávisle provedené analýzy mají obdobný závěr. Kritická místa jsou u obou analýz v kolenou sochy a je tak nutné se při úpravě a realizaci konstrukce zaměřit právě na tato místa. V konstrukci tato místa budou přepracována tak, aby byla celá konstrukce bezpečnější.

V této části (podkapitoly 5.3 a 5.4) nebyl příliš popsán způsob, jakým byla provedena deformačně-napětostní analýza. Celý postup a způsoby zatěžování budou blíže popsány v kapitolách 6 a 7. Tato kapitola měla mít spíše informativní charakter o průběhu návrhu celé konstrukce a zobrazení určitého vývoje.

Porovnání výsledků z nezávislé analýzy prof. Ing. Karla Frydrýška, Ph.D., napomohlo sochařovi k lepšímu pochopení problematiky. Mohl si tak lépe představit tvar nosné konstrukce včetně nutných úprav pro její realizaci. Zároveň analýza prof. Frydrýška posloužila ke kontrole dílčích výsledků.

## 5.5 Finální konstrukce

Vzhledem k časovému harmonogramu tvorby sochy, který není v souladu s touto prací, bylo potřeba již zahájit práce na výrobě konstrukce. Z toho důvodu byla pro konstrukci využita doporučení z návrhového modelu a finální model pro pevnostní analýzu vznikl jako kopie již reálné konstrukce. Tím mohlo dojít i k tomu, že některé dílce nejsou zcela totožné s reálnou konstrukcí. Předpokládaná odchylka je ale vzhledem k velikosti sochy poměrně nízká a odchylky se tak pohybují do 10 %, což by nemělo mít výraznější vliv na výsledky.

Vyšší nepřesnosti jsou přípustné pouze u konstrukce křídel. Jejich provedení za pomoci tyčí (bližší specifikace bude popsána v dalších částech) je poměrně pružné a poddajné, díky čemuž nelze jednoznačně vytvořit přesný model jejich tvaru. Pro modelování tak byly využity přesné průměry a délky, rádius zaoblení se však může v určitých částech měnit.

Finální model je zpracován, stejně jako návrhový, v softwaru Autodesk Inventor 2022, který obsahuje normalizované prvky, jež byly použity v konstrukci, a nebylo tak zapotřebí předepisovat dané profily přímo v prostředí ANSYS. Tvorba modelu byla poměrně složitá. Reálná konstrukce již nemá zcela standardní tvary (rozměry), jako tomu bylo u návrhové konstrukce, a to nejen proto, že musí lépe kopírovat architektonické požadavky sochy, ale také z důvodu, že je oproti návrhovému modelu daleko složitější a detailnější. Zároveň musí být konstrukce dle požadavku rozebíratelná na menší části, aby ji bylo možné převézt na místo montáže běžnou dopravou. Z toho důvodu jsou „kolena“ spojena pomocí přírub se šrouby a ostatní součásti, jako příčníky a část páteře, jsou poté svařeny až na místě.

### 5.5.1 Použitý hutní materiál

Pro tvorbu modelu a následnou pevnostní analýzu je nezbytné znát rozměry a materiál profilů použitých pro tvorbu finální konstrukce, viz tabulka 5.1. Tyto profily včetně materiálu jsou převzaty přímo z faktury z hutní prodejny a jedná se tedy o skutečně použité profily dle předepsané normy a materiálu.

Tabulka 5.1 Použité profily a materiál

Část konstrukce	Název a rozměry	Norma	Materiál	Další informace
drápy (prsty)	IPB 180/ HEB 180	DIN 1025-2 EN 10025-2	S235JR (11 375)	
nohy (lýtka, stehna)	RHS profil 300×200×12,5	EN 10210	S355J2H	
příčnick horní	RHS profil 250×250×16	BS EN 10 219-2	S355J2H	dutý čtvercový
příčnick spodní	RHS profil 300×300×16	BS EN 10 219-2	S355J2H	dutý čtvercový
páteř	I 300	ČSN 42 5550	S235JR (11 375)	válcované za tepla
uchycení krků	tr. Ø 82,5×10	EN 10210 EN 10297	S355J2H / E355 / P355NH	bezešvé ocelové trubky
uchycení křídel	tr. Ø 60,3×10	EN 10210 EN 10297	S355J2H / E355 / P355NH	bezešvé ocelové trubky
křídla	kruhová ocel Ø20	EN 10060	S355J2+AR/+M	válcovaná
	kruhová ocel Ø35	EN 10060	S355J2+AR/+M	válcovaná
	čtyřhran 14×14	EN 10059	S235JR+AR	za tepla válcovaný

Jediný materiál, který není v tabulce uveden, je použitý plech. Hlavní rozměr použitého plechu, jeho tloušťka, je u všech součástí stejná, tedy 20 mm. Zároveň je jeho materiál totožný s ostatními normovanými profily, tedy konstrukční ocel třídy 11.

Za zmínku jistě stojí i materiál šroubů použitých ke spojení jednotlivých dílců při montáži. Ty byly vysokopevnostní šrouby s označením 10.9. Pro výpočet však nejsou uvažovány (podrobněji rozvedeno v části s pevnostní analýzou). Stejně jsou na tom i svary. Materiál svaru je volen dle konstrukčního předpokladu a je stejné, nebo vyšší kvality než spojovaný materiál. V analýze jsou však svary považovány za homogenní a izotropní spojení jednotlivých profilů. Z analýzy je tedy lze, za předpokladu že jsou kvalitně zpracovány, vynechat a uvažovat místo nich pouze dokonalý kontakt dvou součástí.

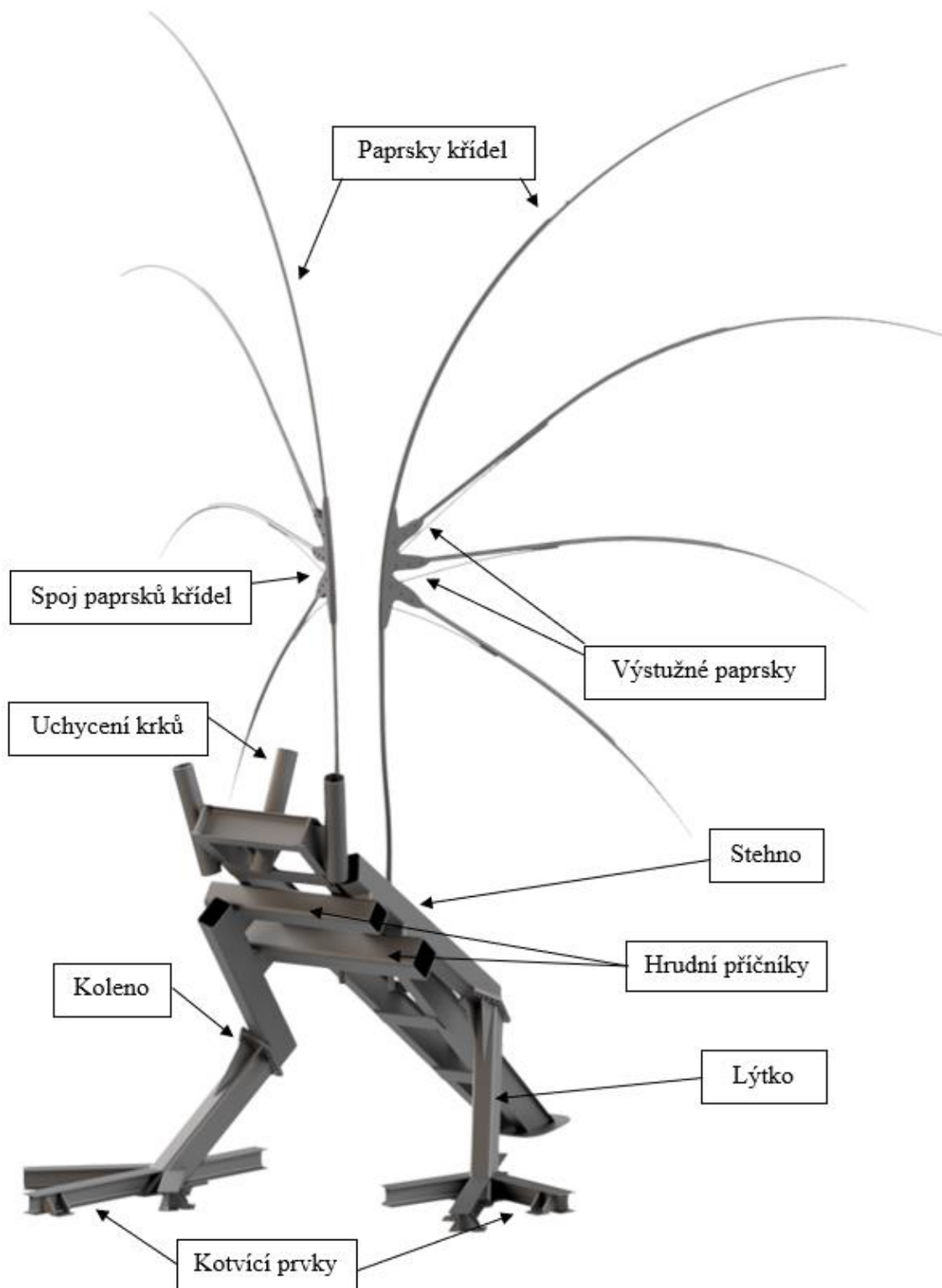
### 5.5.2 Model finální konstrukce

Vytvořený model je z části zjednodušený návrh skutečně použité konstrukce. Nicméně některé prvky, jako je například uchycení silnostěnných trubek držících hlavy, musely být zjednodušeny v podobu uchycení pomocí jednoho prvku, zatímco v reálné konstrukci byly tyto díly uchycené na více místech a na větší ploše. Tato aproximace by však neměla mít žádný negativní vliv na výpočet, ba naopak. Pokud bude toto uchycení vyhovovat při použití menších stykových ploch a menšího množství podpěr, bude to značit, že je skutečná konstrukce předdimenzovaná (bezpečnější), než je předpokládáno. Zároveň však nejsou výztuhy natolik velké, aby jakýmkoli způsobem ovlivnily napětí a deformace v celé konstrukci například kvůli své hmotnosti.

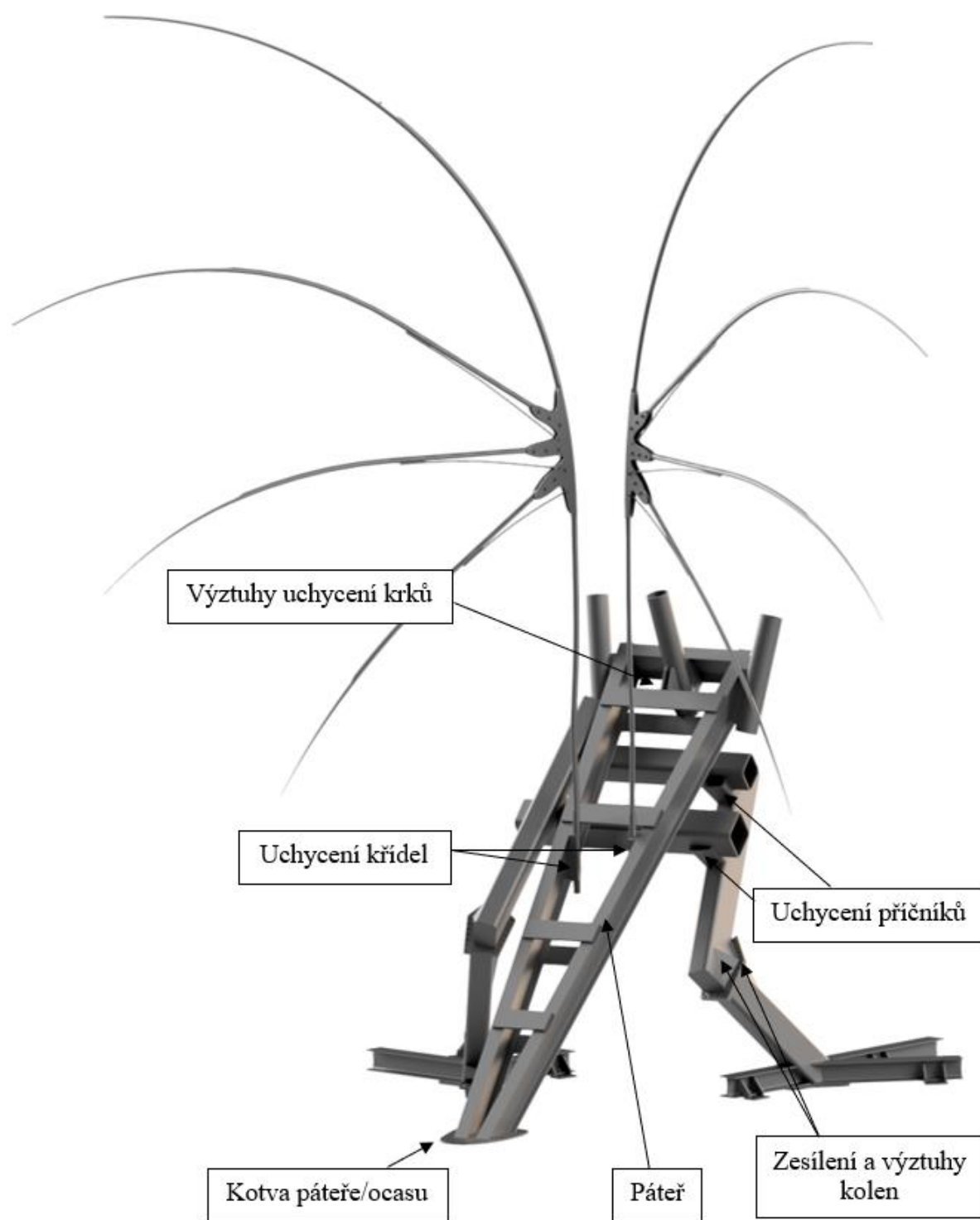
Problém vznikl při umístování uchycení hlav a křídel do konstrukce. Tyto prvky si totiž umístoval sochař za pomoci jeřábu přímo na konstrukci tak, aby vyhovovaly jeho uměleckým

představám. Jejich umístění na modelu je tedy spíše orientační a mohla tak vzniknout určitá nepřesnost, kterou bylo možné z části vykompenzovat přepočtem zatížení od hlav a krků.

Pro lepší pochopení a lepší představu o vzhledu celé konstrukce je nezbytné ji vizualizovat a alespoň z části popsat jednotlivé díly, jak je tomu na obrázcích 5.8 a 5.9.



Obr. 5.8 Model konstrukce – pohled zepředu



Obr. 5.9 Model konstrukce – pohled zezadu

## 6 Definice zatížení

Před zahájením výpočtu je nezbytné přesněji specifikovat zatížení konstrukce. Proto jsou zde znovu a přesněji uvedeny hmotnosti a rozměry jednotlivých dílů.

### Hlavní parametry:

- výška draka 11 m,
- délka draka 8,5 m,
- výška nejvyšší hlavy 7,8 m,
- výška střední hlavy 3,25 m.

### Hmotnost dílců:

- celková hmotnost 33 t,
- hmotnost jedné hlavy 0,75 t,
- hmotnost krku 1 t,
- hmotnost nohy 3,25 t,
- hrudní část včetně váhy zad 10 t,
- kořen ocasu 6 t,
- jedno křídlo 1,2 t.

Jako výplň křídel je použito ocelové zahradní pletivo, aby měla plocha křídla co nejmenší plochu vůči větru a byla co nejlehčí (tato síť je ve výpočtu zanedbána).

Všechny hmotnosti byly ověřeny při montáži pomocí váhy jeřábu. Řada LTM je vybavena senzory pro vážení přenášené hmotnosti. Vzhledem k možné nepřesnosti při vážení byly všechny hmotnosti pro výpočet navýšeny pro zajištění vyšší bezpečnosti a zaokrouhleny.

Použitý jeřáb: LIEBHERR LTM-2.1, manuál dostupný z: <https://www.polesovsky-geraby.cz/wp-content/uploads/2020/02/LTM-1030-2.1.pdf> (ke dni 12. 4. 2023).

### 6.1 Aproximace zatížení hlav

Model konstrukce neobsahuje hlavy s krky, které mají, na rozdíl od ostatních dílců, těžiště mimo navrhovanou konstrukci. Před zahájením výpočtu je tak nutné provést určitou aproximaci zatížení od jejich hmotnosti.

V rámci MKP analýzy by bylo možné použít k simulování zatížení funkci „Remote force“, kde by byla síla umístěna do těžišť hlav a krků. Tato těžiště by se však vzhledem ke složitému tvaru hledala poměrně složitě. Z tohoto důvodu byly před montáží odměřeny rozměry hlav, aby bylo možné stanovit reakce, které působí níže uvedeným způsobem.

#### 6.1.1 Pravá (nejvyšší hlava)

Tato hlava je rotována o 45° od středové roviny draka. Vyložení hlavy vůči vetknutí je  $a_1 = 1$  m, těžiště krku pak uvažují jako polovinu z vyložení hlavy.

- Síla působící ve vetknutí (platí pro všechny hlavy a krky).

$$\begin{aligned} F &= F_{G\text{ krk}} + F_{G\text{ hlava}} = g \cdot (m_{\text{hlava}} + m_{\text{krku}}) \\ F &= 9,81 \cdot (750 + 1000) = 17\,167,5 \cong \mathbf{17\,500\text{N}} \end{aligned} \quad (6.1)$$

- Moment působící od hlavy.

$$\begin{aligned} M_{1\text{hlava}} &= F_{G\text{ hlava}} \cdot a_1 = m_{\text{hlava}} \cdot g \cdot a_1 \\ M_{1\text{hlava}} &= 750 \cdot 9,81 \cdot 1 = 7357,5 \cong 7500\text{ Nm} \end{aligned} \quad (6.2)$$

- Moment působící od krku.

$$\begin{aligned} M_{1\text{krk}} &= F_{G\text{ krk}} \cdot \frac{a_1}{2} = m_{\text{krk}} \cdot g \cdot \frac{a_1}{2} \\ M_{1\text{krk}} &= 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,5 = 4905 \cong 5000\text{ Nm} \end{aligned} \quad (6.3)$$



- Celkový moment.

$$M_1 = M_{1hlava} + M_{1krk} \quad (6.4)$$

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{12500 Nm}$$

- Přepočítání pro zadání do souřadnicového systému.

$$M_{1x} = M_{1y} = M_1 \cdot \sin 45^\circ \quad (6.5)$$

$$\mathbf{M}_{1x} = |\mathbf{M}_{1y}| = \mathbf{8839 Nm}$$

### 6.1.2 Prostřední hlava

Krk prostřední hlavy je navržen tak, aby se těžiště nacházelo nad jeho usazením na konstrukci. Moment k vetknutí tak vytváří pouze hlava ve vyložení  $a_2 = 1,5$  m ve středové ose draka. Zároveň je tato hlava zčásti podepřena pevným kovovým řetězem, který je tak nejen samonosný, ale je schopen přenést i část zatížení hlavy. Nelze však zcela jednoznačně určit, jak byl řetěz při montáži umístěn a jaké se v něm vytvořilo napětí. Proto je uvažována celá hmotnost hlavy.

- Moment působící od hlavy.

$$M_{2y} = M_{2hlava} = F_{G hlava} \cdot a_2 = m_{hlava} \cdot g \cdot a_2 \quad (6.6)$$

$$\mathbf{M}_{2y} = 750 \cdot 9,81 \cdot 1,5 = 11036,25 \cong \mathbf{11\ 100 Nm}$$

### 6.1.3 Levá hlava

Levá hlava má stejné vyložení jako prostřední hlava, tedy  $a_3 = 1,5$  m, a je natočena o  $30^\circ$  vůči středové rovině draka, ale s tím rozdílem, že je zde vytvářen moment i od krku, jehož těžiště je opět uvažováno v půlce vyložení hlavy.

- Moment působící od hlavy.

$$M_{3hlava} = F_{G hlava} \cdot a_3 = m_{hlava} \cdot g \cdot a_3 \quad (6.7)$$

$$M_{3hlava} = 750 \cdot 9,81 \cdot 1,5 = 11036,25 \cong 11\ 100 Nm$$

- Moment působící od krku.

$$M_{3krk} = F_{G krk} \cdot \frac{a_3}{2} = m_{krk} \cdot g \cdot \frac{a_3}{2} \quad (6.8)$$

$$M_{3krk} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,75 = 7357,5 \cong 7400 Nm$$

- Celkový moment.

$$M_3 = M_{3hlava} + M_{3krk} \quad (6.9)$$

$$\mathbf{M}_3 = \mathbf{17500 Nm}$$

- Přepočítání pro zadání do souřadnicového systému.

$$M_{3x} = M_3 \cdot \sin 30^\circ \quad (6.10)$$

$$\mathbf{M}_{3x} = \mathbf{8750 Nm}$$

$$M_{3y} = M_3 \cdot \cos 30^\circ \quad (6.11)$$

$$\mathbf{M}_{3y} = \mathbf{15155 Nm}$$

Jak je již patrné ze zaokrouhlování ve výpočtu, tak veškerá zatížení jsou vždy zaokrouhlena na vyšší hodnotu. To má zajistit bezpečnější návrh konstrukce a zároveň eliminovat případné nepřesnosti a chyby při určování rozměrů a zatížení. Ve strojírenské nebo stavařské praxi toto samozřejmě není zcela běžné, zde se ovšem jedná o velmi specifickou úlohu, kde příliš nerozhoduje dokonalá přesnost vstupních parametrů. Daleko důležitější je zde bezpečnost a estetický vzhled, a to i na úkor mírně předimenzované konstrukce.

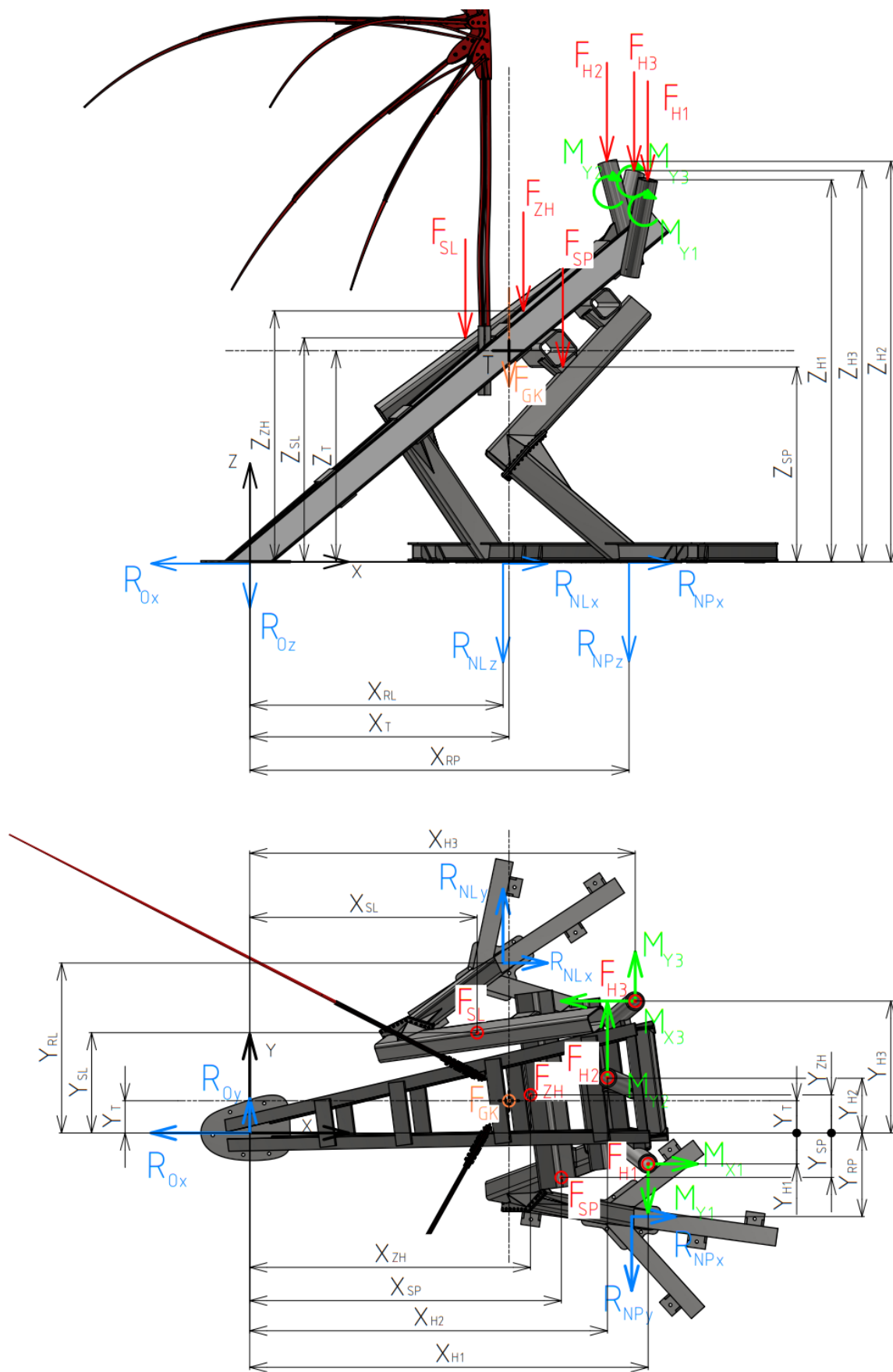
## 6.2 Způsob zatížení

Pro nastavení výpočetní analýzy je nutné nejprve definovat jak velké a jak umístěné síly jsou na konstrukci. Zatížení již bylo, alespoň z části, popsáno v předchozích kapitolách. U všech dílců sochy a celé konstrukce je zatížení přepočítáno z hmotnosti dílce na sílu působenou tíhovým zrychlením Země a následně je umístěno do přibližného těžiště dílu (jednotlivé díly jsou tvarově velmi rozmanité a přesné určení těžiště je tak poměrně složité). Pro návrhový výpočet je však tato aproximace umístění silového působení dostačující. Vzhledem ke skutečnosti, že je konstrukce primárně řešena pomocí MKP analýzy, je již v této části zatížení uvažováno tak, aby jej šlo snadno zadat do výpočtu v prostředí ANSYS Workbench.

V následující tabulce 6.1, která souvisí s obrázkem 6.1, jsou uvedeny síly a jejich pozice vzhledem ke globálnímu souřadnicovému systému. Momentová působení jsou vyčíslena v předěšlém výpočtu, jejich velikosti tak nejsou v tabulce uvedeny.

Tabulka 6.1 Silové zatížení pro výpočty

Název síly/dílce	Označení	Velikost síly [N]	Pozice vůči souřadnicovému systému [m]					
			X		Y		Z	
Pravá hlava	$F_{H1}$	17 500	$X_{H1}$	4,04	$Y_{H1}$	0,31	$Z_{H1}$	3,89
Prostřední hlava	$F_{H2}$	17 500	$X_{H2}$	3,62	$Y_{H2}$	0,23	$Z_{H2}$	4,07
Levá hlava	$F_{H3}$	17 500	$X_{H3}$	3,90	$Y_{H3}$	1,01	$Z_{H3}$	3,97
Stehno pravé	$F_{SP}$	5 000	$X_{SP}$	3,16	$Y_{SP}$	0,45	$Z_{SP}$	1,98
Stehno levé	$F_{SL}$	5 000	$X_{SL}$	2,3	$Y_{SL}$	1,02	$Z_{SL}$	2,29
Zatížení od zad a hrudníku	$F_{ZH}$	100 000	$X_{ZH}$	2,68	$Y_{ZH}$	0,37	$Z_{ZH}$	2,17
Váha konstrukce	$F_{GK}$	38 200	$X_T$	2,62	$Y_T$	0,33	$Z_T$	2,15



Obr. 6.1 Zobrazení zatížení na konstrukci

Modře označené síly s popisem R na obrázku 6.1 značí reakční síly v ukotvení konstrukce. Tyto síly jsou uvažovány v těžišti stykových ploch. Pro zjednodušení jsou uvažovány jednotlivé kotvicí prvky, které jsou různě rozmístěny na konstrukci, jako jedna styková plocha. Protože během montáže byla konstrukce podbetonována, a to vytvořilo dostatečnou stykovou plochu pro přenos tlakových zatížení na podstavec.

## 7 Deformačně-napěťová analýza

Navržená konstrukce je velmi složitá a její analytický výpočet by vyžadoval velké množství výpočtů s vysokou časovou náročností. Zároveň by bylo nutné provést několik zjednodušení a úprav konstrukce, protože v její aktuální podobě není možné využít zjednodušení jako například symetrie. Nejvýhodnější je tedy využití výpočetního softwaru s využitím MKP. Konkrétně pro tuto úlohu byl volen software ANSYS Workbench 2022.

### 7.1 Základní parametry

Celá úloha je řešena jako statická. Reálná konstrukce je sice vystavována i dynamickým účinkům, a to především větru, který může konstrukci rozvíbrovat. Konstrukce je ale upevněna k podstavci tak, že její podstatná část je buď přímo zalita, nebo alespoň z části skryta v betonovém obalu. Díky tomu lze předpokládat, že dojde k dostatečnému utlumení celé konstrukce při rozvíbrování. Jediným problémovým místem se v tomto ohledu může stát konstrukce křídel. U ní však byly přidány prvky tak, aby zabránily vzniku kmitání Karmánovým buzením nebo buzením na vlastní frekvence. Konkrétně se jedná o uchycení výplně křídel. Tato výplň v podobě zahradního pletiva byla přichycena na pruty tak, že se může v určitých částech volně posouvat po prutu. Díky tomu nedojde k dlouhodobému působení proudu vzduchu obtékajícího paprsek, protože je rozděleno do více menších proudů s různými směry.

Jedním z klíčových parametrů celého výpočtu je správné nastavení materiálu. Je nezbytné, aby co nejlépe odpovídal skutečnosti. U všech profilů použitých na tvorbu konstrukce je materiálem běžně používaná konstrukční ocel, viz tabulka 4.1 (str. 45). Pro detailnější analýzu by se nabízelo definovat konkrétní vlastnosti materiálu pro jednotlivé dílce, svary a šrouby. Ovšem tyto detaily jsou ve výpočtu zanedbány. Proto je pro celou konstrukci nastaven jednotný materiál z knihovny materiálů ANSYS, a to „Structural steel“ (konstrukční ocel). U tohoto materiálu byly provedeny změny pouze v nastavení modulu pružnosti  $E = 210 \text{ GPa}$  a Poissonova čísla  $\mu = 0,3 [-]$ . Podrobnější nastavení materiálu je zobrazeno na obrázku 7.1.

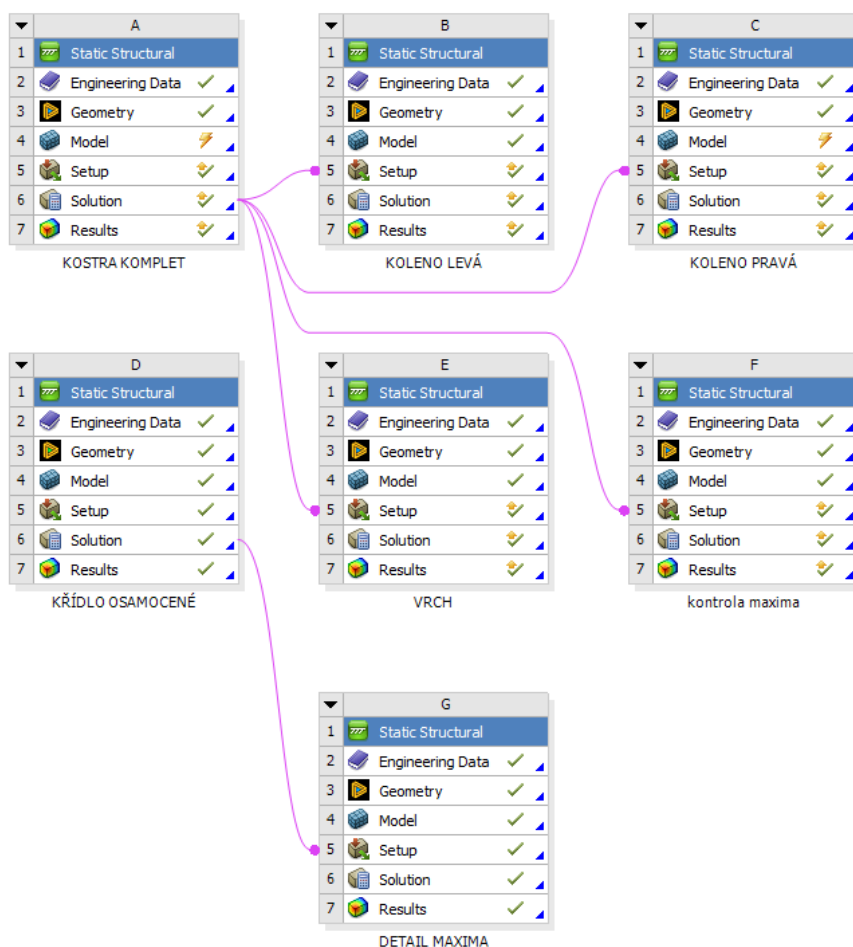
Properties of Outline Row 3: Structural Steel				
	A	B	C	
1	Property	Value	Unit	
2	Material Field Variables	Table		
3	Density	7850	kg m <sup>-3</sup>	
4	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion			
5	Coefficient of Thermal Expansion	1,2E-05	C <sup>-1</sup>	
6	Isotropic Elasticity			
7	Derive from	Young's Modulus and Poisson...		
8	Young's Modulus	210	GPa	
9	Poisson's Ratio	0,3		
10	Bulk Modulus	1,75E+11	Pa	
11	Shear Modulus	8,0769E+10	Pa	
12	Strain-Life Parameters			
20	S-N Curve	Tabular		
24	Tensile Yield Strength	2,5E+08	Pa	
25	Compressive Yield Strength	2,5E+08	Pa	
26	Tensile Ultimate Strength	4,6E+08	Pa	
27	Compressive Ultimate Strength	0	Pa	

Obr. 7.1 Charakteristiky materiálu v ANSYS

Jak již bylo zmíněno, jedná se o statickou úlohu. Pro další řešení je tedy využíván výhradně modul „Static Structural“. Kvůli tomu, aby nemusela být celá konstrukce vytvářena znovu v prostředí ANSYS, byl využit již existující model z Autodesk Inventor 2021. Model byl ve vysokém rozlišení převeden na formát STP a následně importován do výpočetního prostředí. Model však vzhledem k velkému množství sražených nebo zaoblených hran, tvarové rozmanitosti a normalizovaným součástem (šrouby, matice apod.) nebyl pro výpočet zcela vyhovující.

Všechny tyto prvky tak byly pro výpočet buď zcela odstraněny (sražení, zaoblení), nebo přemodelovány (šrouby, matice), aby mohla být vytvořena lepší síť konečných prvků.

Celkem byly vytvořeny dvě hlavní analýzy a k nim pět subanalýz, znázorněno na obrázku 7.2. Postup, parametry a výsledky jsou popsány v následujících podkapitolách.

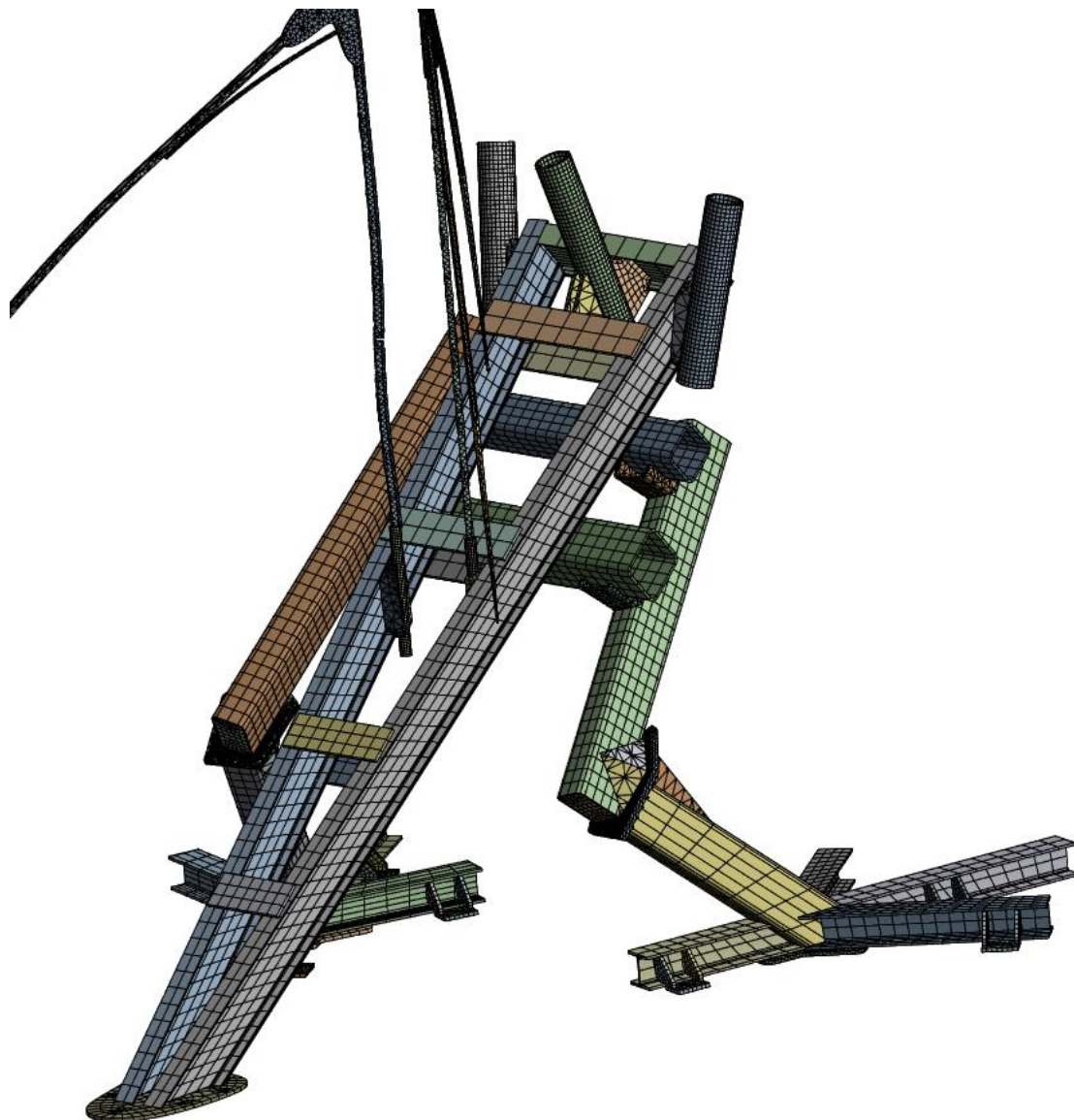


Obr. 7.2 Použité analýzy

## 7.2 Tvorba konečnoprvkové sítě

Ještě před samotnou tvorbou sítě konečných prvků proběhla kontrola vazeb mezi jednotlivými částmi konstrukce. Tyto vazby se vytvořily automaticky při importu modelu do výpočetního prostředí. Během importování však mohlo dojít k chybě, případně mohly být vazby špatně nastaveny už při tvorbě modelu. Celkem tak bylo zkontrolováno všech 580 vazeb, které se na konstrukci nachází, některé z nich byly upraveny a určitá část byla odstraněna. Tím bylo zajištěno, že se během výpočtu nevyskytnou chyby spojené s volnými, nezavazbenými tělesy.

Tvorba sítě proběhla dle automatického nastavení s následnými úpravami velikosti a tvaru prvku. Model pro výpočet je modelován jako objemové těleso. Pro tvorbu sítě jsou tak vhodné prvky typu SOLID popsané v teoretické části. Konečnoprvková síť použitá pro první výpočet je zobrazena na obrázku 7.3 a obsahuje celkem 179 849 prvků a 447 622 uzlů. Tyto počty nejsou vzhledem k celkové velikosti konstrukce nijak vysoké a pro lepší a přesnější výsledky by bylo vhodné volit síť prvků jemnější, a to alespoň u některých ze součástí. Kvůli výpočetnímu výkonu to nebylo možné, a proto bylo pro přesnější výsledky využito funkce sub-modeling.



Obr. 7.3 Síť konečných prvků

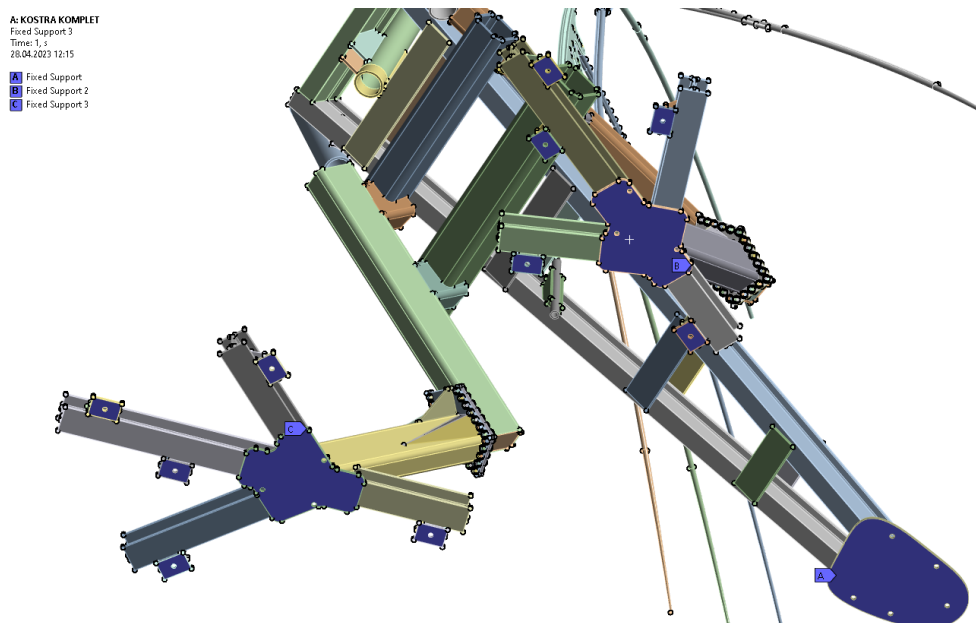
Pro větší přehlednost a lepší představu o tvaru sítě je z obrázku 7.3 vyjmuta poměrná část konstrukce křídel. Bližší náhled na síť a její parametry je možný v podkapitole 7.6.1.

Vhodnou alternativou pro tvorbu sítě by mohly být i prvky typu SHELL a jednotlivá tělesa počítat jako plošná, případně prvky BEAM – prutové (pro křídla), nikoli jako objemová. K tomu by však bylo nutné upravit část konstrukce, aby měla pro tento typ výpočtu lepší tvar a parametry.

### 7.3 Okrajové podmínky a zatížení

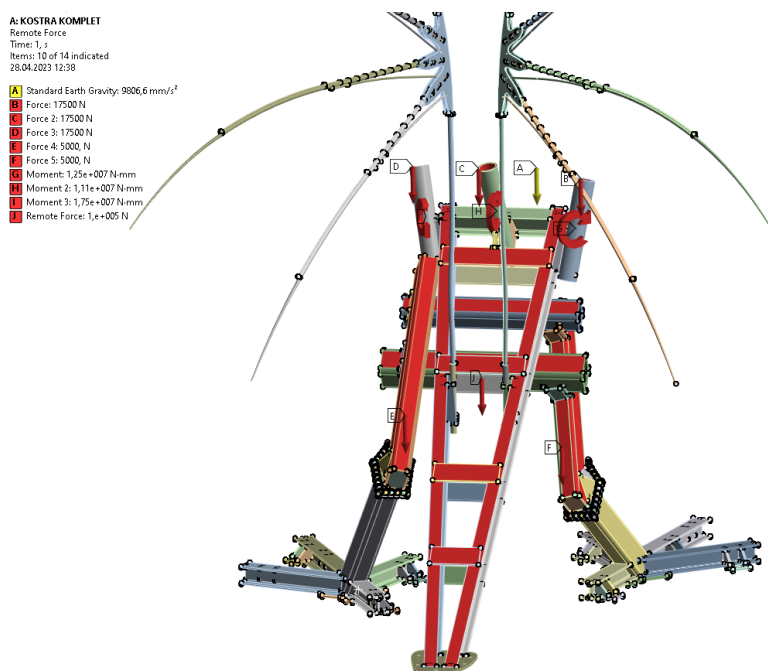
Pro výpočet je nyní nezbytné definovat okrajové podmínky v podobě vazeb konstrukce (jako vazbu uvažují i místo, kde se konstrukce dotýká podstavce) a zadat zatížení na patřičná tělesa (plochy) na konstrukci. Pro uchycení tělesa v prostoru je využita vazba typu „Fixed Support“. Pro možnost výpočtu reakčních sil v kontaktu konstrukce s podstavcem byly tyto vazby nastaveny zvlášť na každou nohu a na kořen ocasu. Na konstrukci nohou je umístěno vícero menších kotvicích prvků. Každý jednotlivý kotvicí prvek představuje vazbu mezi konstrukcí a podstavcem. Pro zjednodušení výpočtu, a přehlednějšího vyjádření reakčních sil od těchto vazeb, jsou ve výpočtu tyto vazby sloučeny do jedné, která zahrnuje všechny kontaktní plochy, znázorněno

na obrázku 7.4. Bylo by možné nastavit tyto okrajové podmínky na každý kotvicí prvek zvlášť, to by však vedlo k náročnějšímu výpočtu a složitějšímu určení reakčních sil.



Obr. 7.4 Vazby konstrukce

V dalším kroku je na konstrukci přeneseno zatížení od jednotlivých dílců, hodnoty a rozmístění těchto sil a momentů odpovídá hodnotám v tabulce 6.1, znázorněno na obrázku 6.1. Jelikož však není vhodné umisťovat silová zatížení do jednoho bodu (uzlu), jsou veškeré síly a momenty situovány na plochy, které jsou na reálné konstrukci použity pro připevnění jednotlivých dílů. Při výpočtu tak nebudou vznikat singulární hodnoty od působení sil v jednom bodě a zároveň bude zatížení více odpovídat reálnému stavu, jak je zobrazeno na obrázku 7.5.



Obr. 7.5 Zatížení konstrukce



Jak je z obrázku 7.5 patrné, tak je ve výpočtu zahrnuto i tíhové zrychlení Země, aby ve výpočtu figurovala i tíhová síla od hmotnosti celé konstrukce, která vzhledem k její velikosti není zanedbatelná.

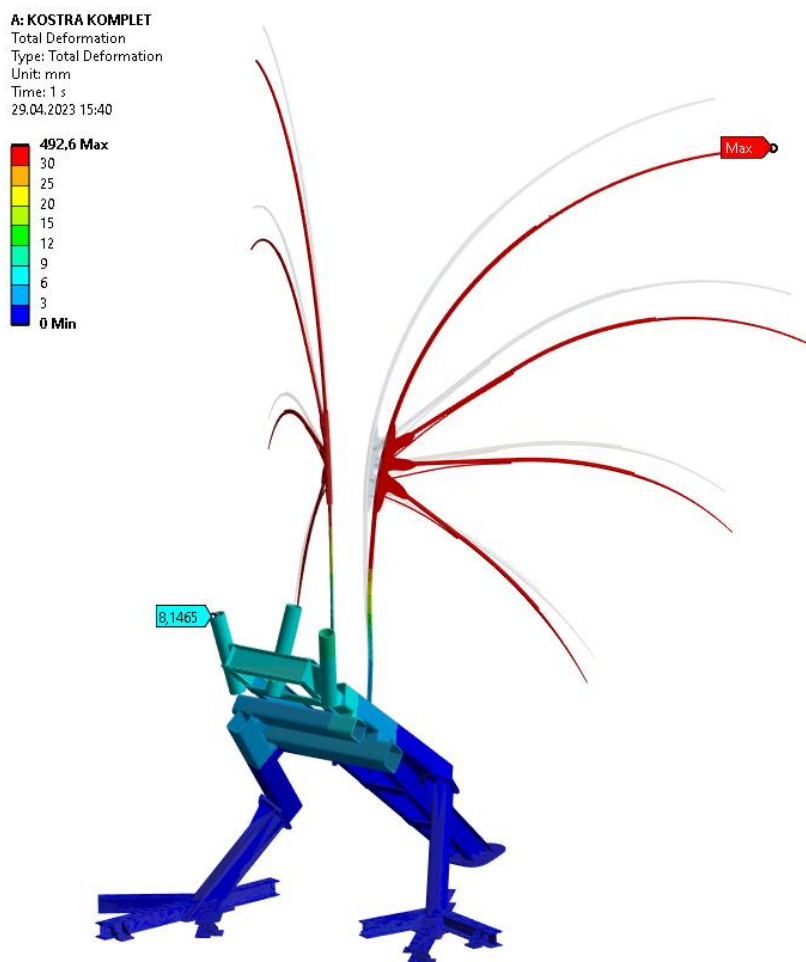
#### 7.4 Výsledek hlavní analýzy

Díky všem nastaveným parametrům je možné vyčíslit deformace a napětí na celé konstrukci a získat tak celkový pohled na navržené řešení.

Ve všech obrázcích je znázorněna i původní nedeformovaná konstrukce a měřítko je po každé automatické dle doporučení softwaru.

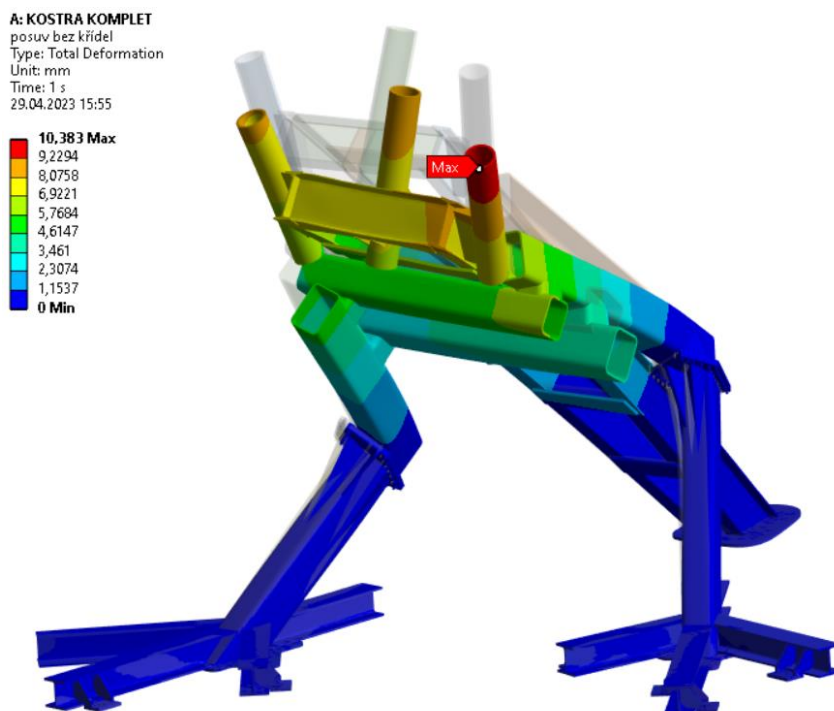
##### 7.4.1 Celkové deformace

Nejvhodnějším prvním výpočtem je zjištění celkových deformací (posuvů). Hodnoty těchto posunutí poslouží nejen pro kontrolu konstrukce, ale i ke kontrole nastavení celé analýzy. Pokud by se totiž posuvy na konstrukci vymykaly běžně přijatelným rozměrům, může to znamenat nejen nízkou tuhost konstrukce, ale i chybu při nastavení hodnoty zatěžujících parametrů nebo chybně definované vazby (spoje) mezi tělesy.



Obr. 7.6 Celkové deformace na konstrukci

Pro zobrazení výsledných posuvů z obrázku 7.6 byla upravena barevná stupnice zobrazující průběh deformací na konstrukci, viz legenda v levém horním rohu obrázku. I přesto není zcela zřejmé, v jakém místě konstrukce se vyskytuje maximální hodnota posuvu a jakou má hodnotu. Pro lepší přehlednost tak byla z vykreslení výsledků odstraněna křídla a hodnoty posuvů pouze na konstrukci bez křídel jsou na obrázku 7.7.



Obr. 7.7 Celkové deformace konstrukce bez křídel

Ze zobrazení deformací na obrázku 7.7, kde maximální hodnoty vychází mírně přes **10 mm**, je zřejmé, že vzhledem k velikosti celé konstrukce jsou tyto hodnoty posuvů malé. Celou konstrukci tak lze z hlediska deformací považovat za dostatečně tuhou.

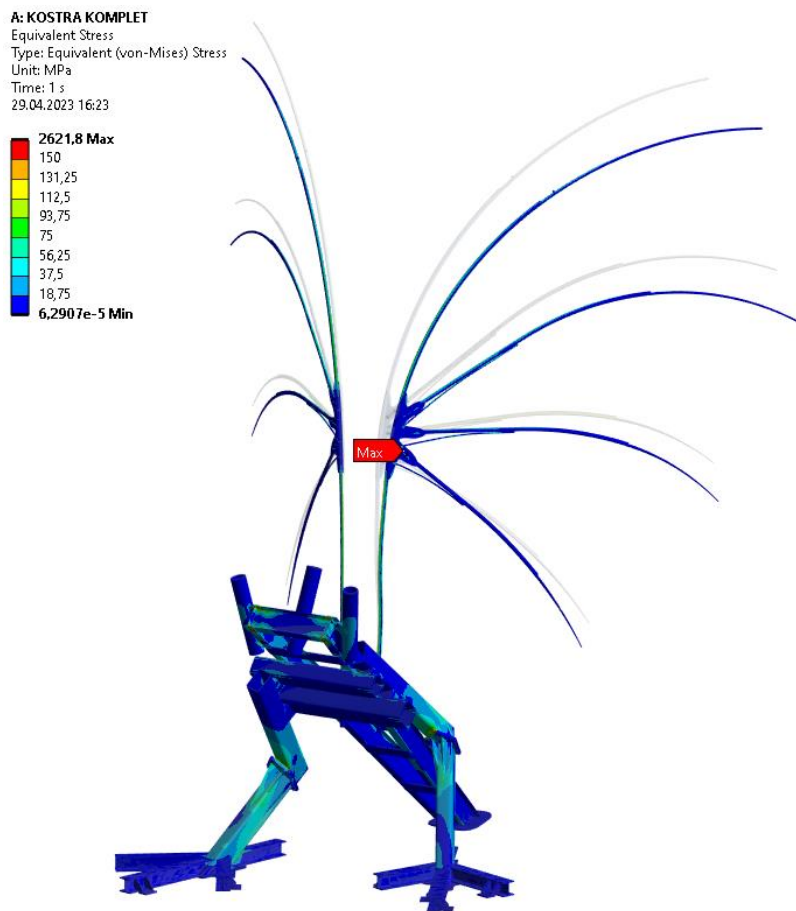
#### 7.4.2 Celková napětí

Dalším krokem při kontrole konstrukce je výpočet napětí na konstrukci. Konkrétně se jedná o výpočet Equivalent (von-Mises) Stress, jehož hodnoty odpovídají výpočtu redukovaného napětí dle HMH (blíže popsáno v teoretické části).

Výsledek výpočtu celkového napětí na celé konstrukci je zobrazen na obrázku 7.8. Maximální hodnota napětí vychází značně vysoká, přes 2600 MPa. To je jistě daleko za hodnotou dovoleného napětí pro konstrukční ocel. Nejedná se však o skutečnou hodnotu napětí, ale o singulární hodnotu způsobenou numerickou metodou, protože při detailnějším pohledu na daný bod s maximální hodnotou se toto maximum vyskytuje pouze v oblasti velmi malého počtu prvků sítě.

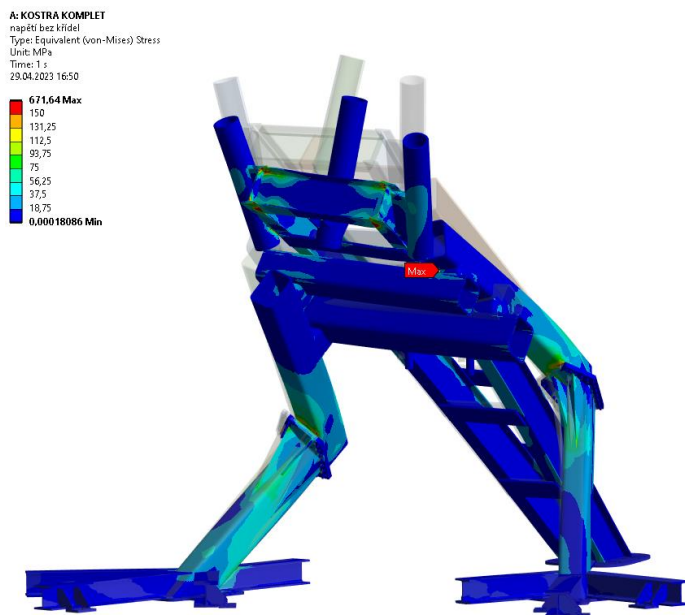
Z důvodu vykompenzování těchto chyb byla posunuta horní hodnota napětí na 150 MPa. Z toho je následně zřejmé, že nejvyšší běžně dosahované napětí na prvcích konstrukce se pohybuje v hodnotách mezi **50–100 MPa** (světle modrá až světle zelená barva na stupnici).

Napětí s hodnotou **nad 150 MPa** se vyskytuje pouze na poměrně malých oblastech, jako jsou kolena nebo uchycení krků. Pro získání přesnějších hodnot napětí v těchto místech jsou použity subanalýzy.



Obr. 7.8 Celková redukovaná napětí na konstrukci

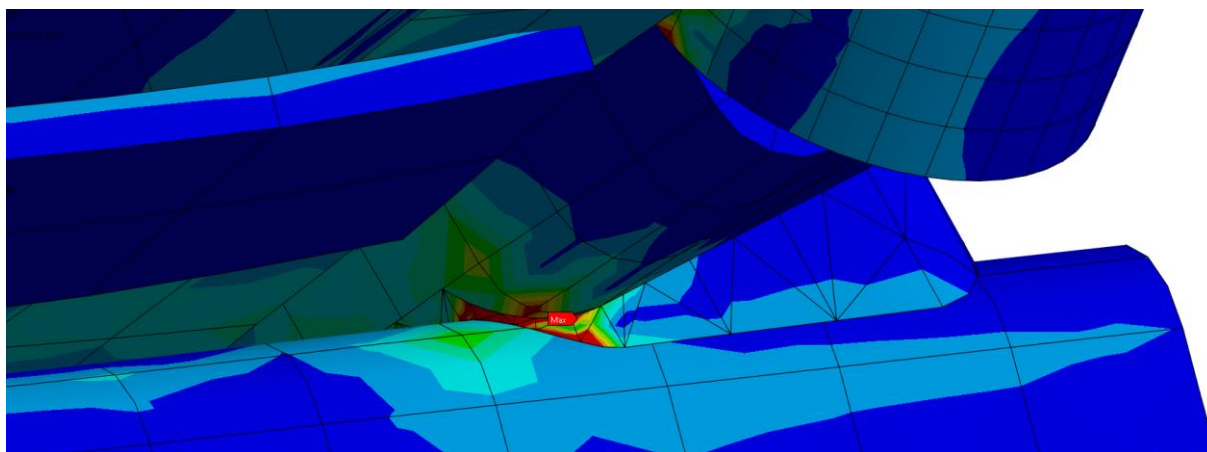
Jelikož maximální hodnota redukovaného napětí vychází na konstrukci křídel, je vhodné provést analýzu napětí ještě jednou, a to bez jejich zobrazení. To se provádí z toho důvodu, aby bylo možné zjistit místo s maximálním napětím na konstrukci, viz obrázek 7.9.



Obr. 7.9 Celkové redukované napětí na konstrukci bez křídel.

Díky zobrazení redukovaného napětí na obrázku 7.9 se místa zvolená pro výpočet za pomoci submodelu potvrzují jako vhodná. Zároveň zde přibývá ještě jedno místo, a to hodnota maximálního napětí. To se pohybuje v hodnotě **670 MPa**.

Díky detailnějšímu pohledu na toto nebezpečné místo, obrázek 7.10, lze usuzovat, že se jedná o singularitu vzniklou kvůli velkému rozdílu velikosti prvků sítě mezi příčnickem a spojovacím kusem. Velikost prvků příčnicku je řádově vyšší než velikost prvků na spojovacím kusu. Zároveň se zde projevuje nepřesnost geometrie modelu. Vzniká zde totiž kvůli zajištění dokonalého dotyku mezi součástmi velmi tenký kus materiálu. Na reálné konstrukci se však takto tenký prvek nevyskytuje.



Obr. 7.10 Detail maxima redukovaného napětí

### 7.4.3 Reakce ve vazbách

Pro případný návrh podstavce a ukotvení je potřeba získat i reakční síly mezi konstrukcí a podstavcem. Tyto síly byly vypočteny přímo ve vazbách pomocí příkazu „Force Reaction“. Pro úplnost jsou zde uvedeny pouze konkrétní hodnoty sil v daných vazbách. Vazby odpovídají okrajovým podmínkám z obrázku 7.4. Síly jsou vypsány tak, aby odpovídaly souřadnicovému systému z obrázku 6.1, jednotlivé osy a jejich směry se totiž oproti systému ANSYS liší. Znaménko u hodnoty síly značí kladný nebo záporný směr vzhledem k ose, nikoli k zobrazené reakci na obrázku 6.1.

Tabulka 7.1 Reakční síly z prostředí ANSYS

Umístění	Celková síla [N]	Velikost síly v ose [N]		
		X	Y	Z
Pravá noha	128 200	3 060,7	22 345	126 200
Levá noha	89 987	17 352	-22 412	85 407
Kotva ocasu	23 759	-20 413	67,2	- 12 156

Působíště reakčních sil jsou v těžišti vazeb. To odpovídá rozměrům z obrázku 6.1.

## 7.5 Subanalýzy

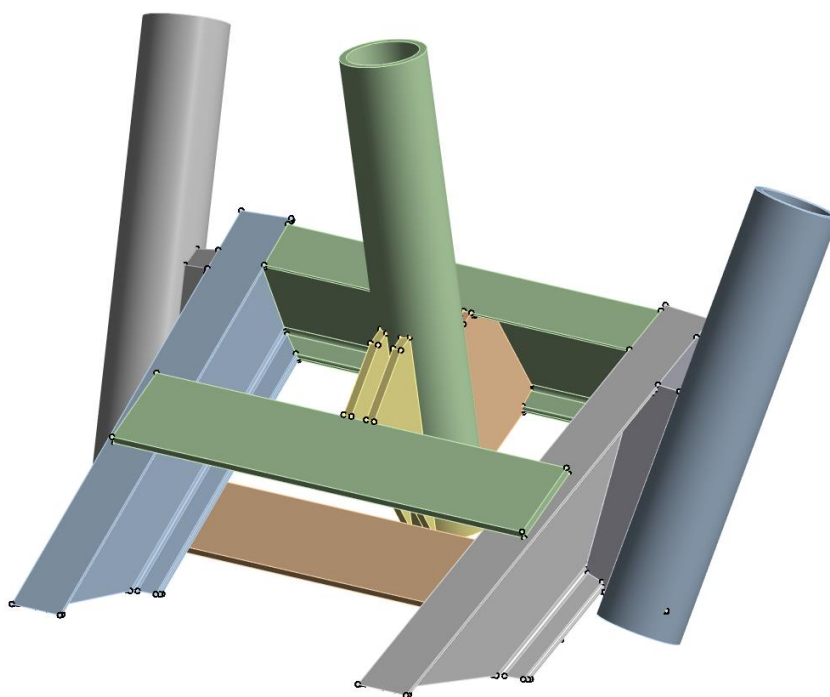
Nyní budou provedeny jednotlivé subanalýzy částí konstrukce vytipovaných v předchozí analýze. Bude zde uveden pouze jeden vzorový postup, který je pro všechny subanalýzy stejný. U ostatních budou uvedeny pouze výsledky deformací nebo hodnoty redukovaného napětí.

Pro tvorbu submodelu je využita úprava modelu v prostředí ANSYS SpaceClaim. Tento nástroj umožňuje úpravu již implementované geometrie tak, aby vyhovovala výpočtu pomocí submodelu. Zároveň tím bude zajištěno, že se model nachází na stejném místě v závislosti na souřadnicovém systému. To zajistí snadnou implementaci předchozích výsledků do submodelu.

### 7.5.1 Uchycení krků

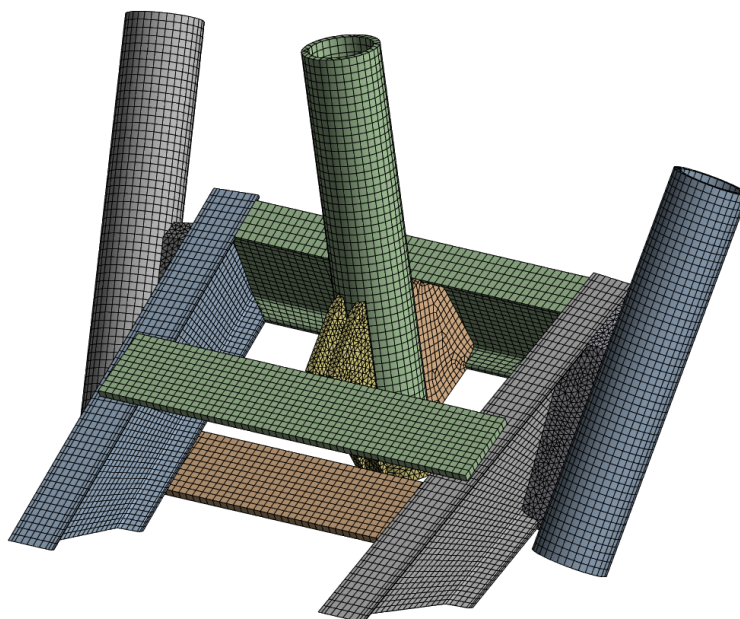
Jako první část pro subanalýzu je volena část, kde jsou uchyceny krky. Dle předešlých výpočtů jsou v této části největší zjištěné deformace (posuvy). Právě deformace jsou použity k importu zatížení z celé konstrukce na submodel. Díky tomu bude na této části snadné určit, zda byla data importována správně a zda je analýza dobře nastavena.

Pro subanalýzu uchycení krků byla využita část konstrukce, která je znázorněna na obrázku 7.11. Díky tomu, že je tato část pouze malou částí celé konstrukce, tak bylo možné použít mnohonásobně jemnější síť. To se projeví především na hranicích jednotlivých těles, protože všechna tělesa zde mají stejně velké prvky.



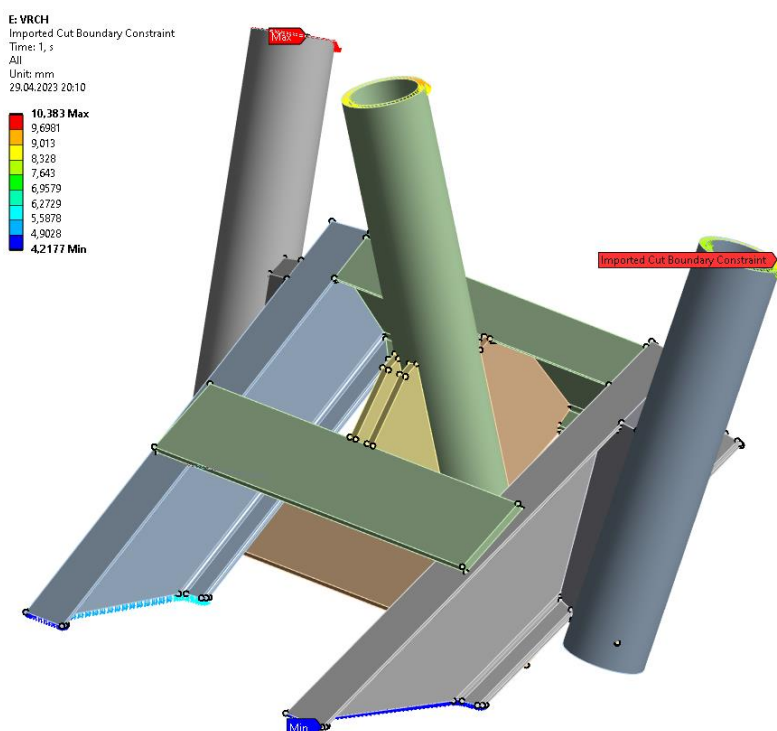
Obr. 7.11 Submodel uchycení krků

Na tomto modelu byla vygenerována a upravena vhodná síť konečných prvků. Stejně jako u analýzy celé konstrukce jsou zde použity prvky typu SOLID. Velikost jednoho prvku je 20 mm, celkový počet prvků je 57 739 a síť obsahuje 210 486 uzlů. Tvar sítě je zobrazen na obrázku 7.12.



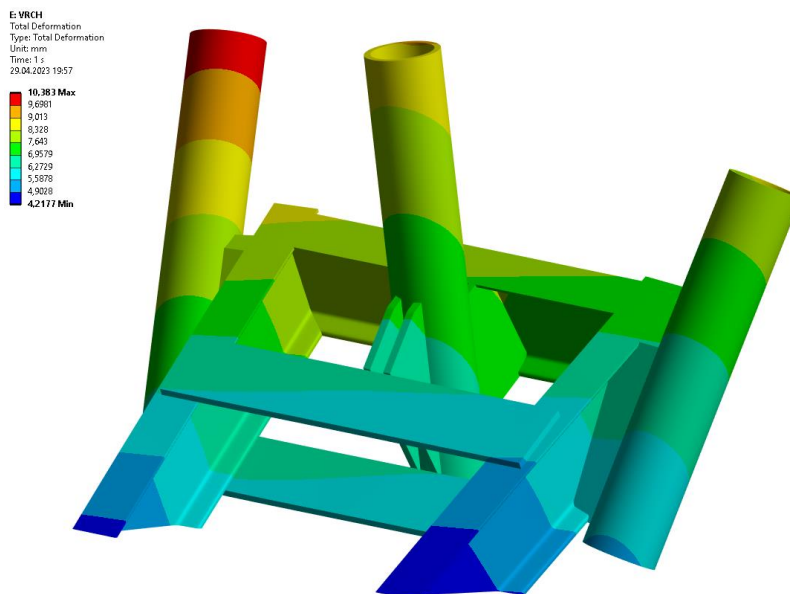
Obr. 7.12 Tvar sítě submodelu uchycení krků

V dalším kroku je třeba do submodelu importovat zatížení z předešlé analýzy. Konkrétně zde jsou implementovány hodnoty deformací na plochy, kde došlo k přerušení konstrukce od zbývajících částí, viz obrázek 7.13.



Obr. 7.13 Importované deformace na submodelu uchycení krků

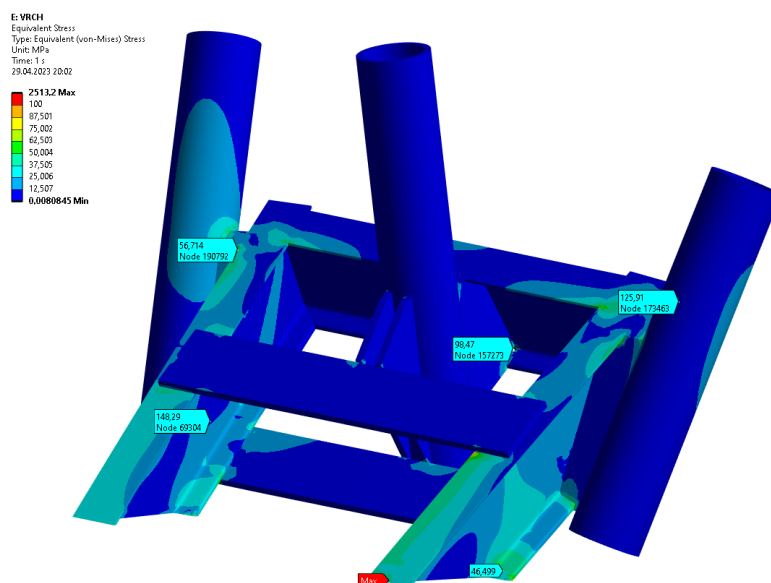
Pro kontrolu, zda jsou deformace importovány správně, je vhodné vykreslit jejich hodnoty na submodelu. Tím, že se jedná o import posuvů, by měly mít posuvy na submodelu i na celé konstrukci stejné hodnoty.



Obr. 7.14 Deformace submodelu uchycení krků

Při porovnání výsledných hodnot deformací z obrázků 6.7 a 7.14 je zřejmé, že průběh i hodnoty posuvů jsou v obou případech totožné. Lze tedy říci, že import deformací byl úspěšný a subanalýza je nastavena správně.

Jako výpočet redukovaného napětí na submodelu, stejně jako u všech ostatních analýz, je i zde vykresleno redukované napětí dle HMM.



Obr. 7.15 Redukované napětí na submodelu uchycení krků

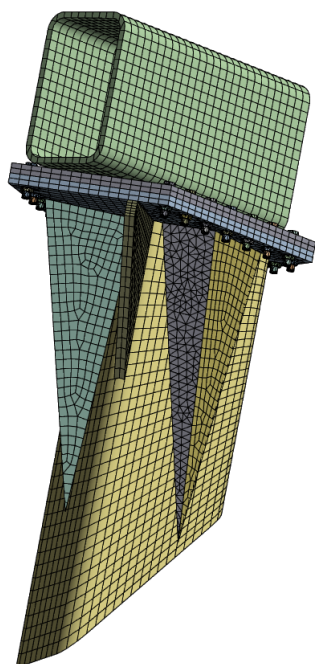
Výsledný průběh napětí, znázorněn na obrázku 7.14, značí, že se na celém submodelu takřka nevyskytuje redukované napětí přesahující 100 MPa. Maximální hodnota je dle výpočtu přes 2 500 MPa. Maximální napětí se nachází na řezu páteří v místě importu deformací na submodel. I po bližším prozkoumání se však tato hodnota na konstrukci nezobrazuje a značí to tedy spíše chybu na hranici prvků sítě.

Pro přesnější zobrazení hodnot napětí byly do kritických míst, ve kterých by mohlo docházet ke koncentraci napětí, vloženy body pro vypsání konkrétní hodnoty. Maximální zjištěná

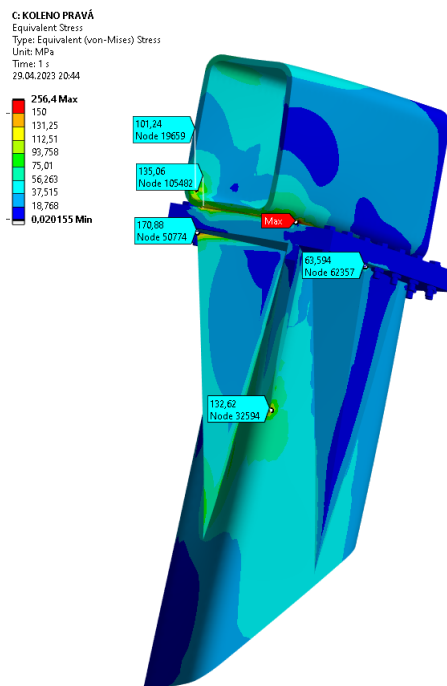
hodnota je tak **148 MPa**. Z obrázku nejsou tato místa, kde se nacházejí vyznačené hodnoty zcela patrné, protože jsou zakryta ostatními částmi konstrukce.

### 7.5.2 Koleno pravé

Tvar submodelu i sítě je znázorněn na obrázku 7.16. Nastavení sítě je totožné s předchozí subanalýzou. Celkem tato konkrétní analýza počítá s 33 051 prvky a se 107 699 uzly. V submodelu je zahrnuta i geometrie šroubů a matic vyjma prvku závitů, ten je uvažován za válcový profil.



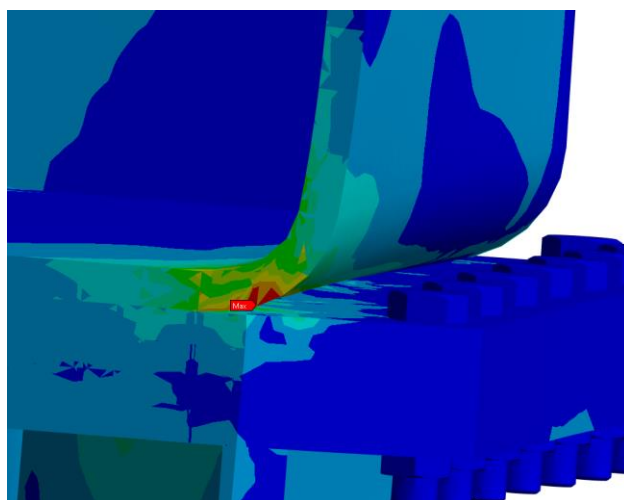
Obr. 7.16 Submodel a síť pravého kolena



Obr. 7.17 Redukované napětí submodelu pravého kolena

Na submodel byly importovány deformace z analýzy celé konstrukce a bylo vykresleno redukované napětí. Průběh a hodnoty napětí jsou znázorněny na obrázku 7.17.

Dle zjištěných hodnot se napětí na submodelu pohybuje do hodnoty 150 MPa. Pouze na velmi malých oblastech je tato hodnota vyšší. Maximální zjištěná hodnota je **256 MPa**.



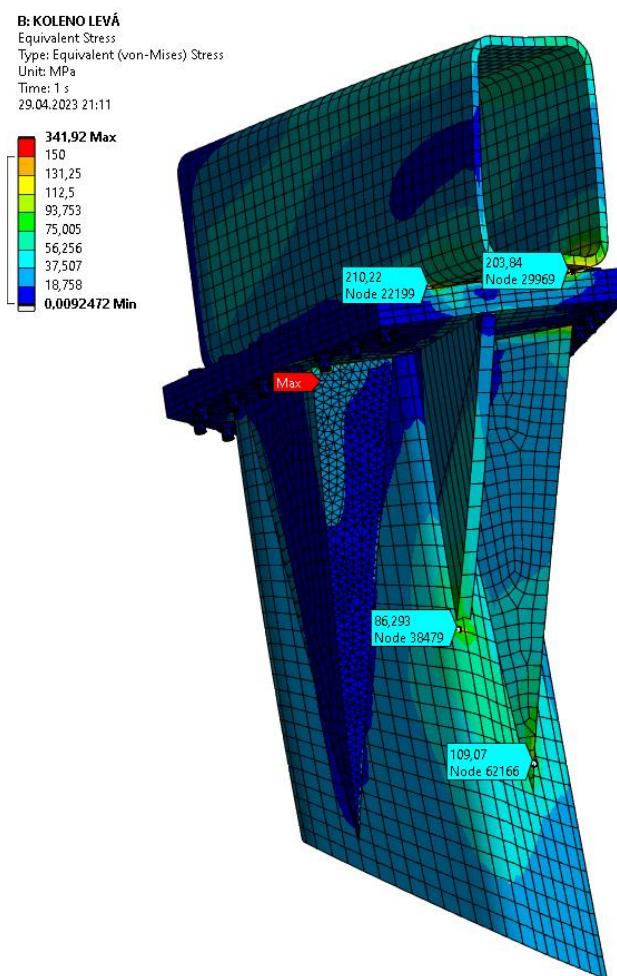
Obr. 7.18 Oblast maxima pravého kolena



Místo, kde se vyskytuje maximální napětí, je zobrazeno v řezu na obrázku 7.18. Toto napětí je na cirka polovině tloušťky použitého profilu. V závislosti na vzdálenosti od bodu působení se toto napětí poměrně rychle klesá. U reálné konstrukce je navíc toto místo kompletně vyplněno svarem, takže koncentrace napětí se sníží díky většímu množství materiálu a lepšímu přenosu síly mezi zaoblením profilu a spojovací deskou.

### 7.5.3 Koleno levé

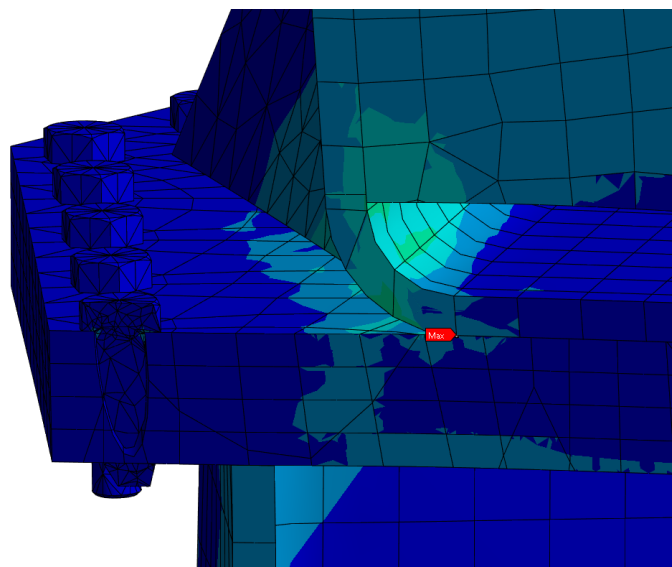
Nastavení analýzy levého kolena je úplně totožné, včetně použité sítě, jako u pravého. Z toho důvodu jsou zde pouze zobrazeny výsledky redukovaného napětí. Do výsledku napětí, zobrazeno na obrázku 7.19, byla prokreslena i síť konečných prvků, aby bylo zřejmé, že analýza má opravdu totožné nastavení. To značí i podobné hodnoty prvků a uzlů. Konkrétně se jedná o 32 926 prvků a 103 543 uzlů.



Obr. 7.19 Redukované napětí na submodelu levého kolena

Napětí na submodelu levého kolena se pohybuje v obdobných hodnotách jako na kolenu pravém. Maximální zjištěná hodnota v koncentrátorech napětí je 204 MPa. Celková maximální hodnota je pak 342 MPa. Při řezu modelem se však v místě, kde výpočet vykazuje největší hodnotu, nepropisuje žádné vyšší napětí. Bude se tak jednat o singulární hodnotu na hranicích prvků, která může být způsobena i chybou v modelu. Řez je zobrazen na obrázku 7.20.

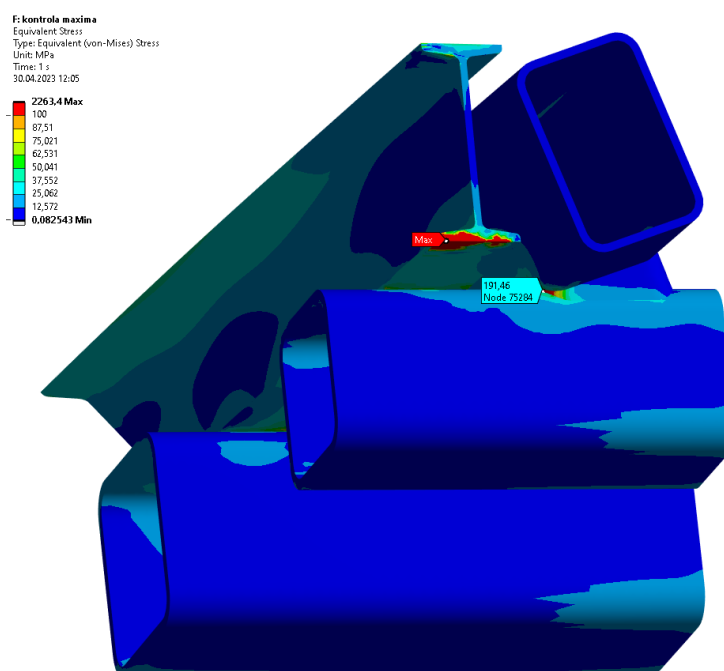
Jak je z obrázku patrné, žádné vyšší napětí v blízkém okolí bodu maxima nevzniká a maximum se prokazatelně nachází na hranici prvků. Maximální hodnota je tedy uvažována v obdobném místě, kde se vyskytuje i u pravého kolena s hodnotou **204 MPa**.



Obr. 7.20 Řez maxima, levé koleno

#### 7.5.4 Kontrola maxima

Pro zjištění, zda se v místě, v němž byla zjištěna maximální hodnota napětí na konstrukci, skutečně tato hodnota vyskytuje, nebo zda se jedná pouze o chybu výpočtu, jejíž příčiny již byly popsány, byl vytvořen submodel obsahující právě tuto část konstrukce. Největším problémem v tomto místě byl kontakt mezi velkými a malými prvky sítě. Toho se díky submodelu s maximální velikostí prvku 20 mm podařilo vyvarovat.



Obr. 7.21 Hodnoty redukovaného napětí submodelu kontroly maxima

Jak je z výsledků subanalýzy na obrázku 7.21 patrné, tak maximální hodnota napětí se v onom kritickém místě v subanalýze snížila z hodnoty 670 MPa na hodnotu **192 MPa**. Lze tedy s jistotou říci, že původní hodnota byla způsobena pouze chybou ve výpočtu. Tato chyba byla způ-

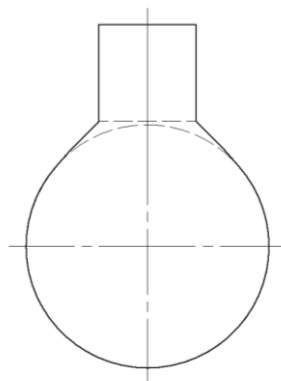
sobena nevhodným spojením prvků s velmi rozdílnou velikostí, což vyústilo v singulární hodnotu. Díky submodelu však bylo možné využití jemnější sítě, která měla v celém submodelu stejně velké prvky. Hodnoty získané ze subanalýzy tak lze pokládat za správné.

## 7.6 Analýza konstrukce křídel

Konstrukce křídel je velmi specifická a je tak vhodné se o ní alespoň zmínit. Výsledky celkové analýzy navíc ukázaly, že se na křídlech objevují velmi vysoké hodnoty deformací (posuvů) v řádech až stovek milimetrů. Tyto velké posuvy mají za následek i vznik vysokých napětí ve spojení paprsků křídel. Je tedy vhodné provést na nich podrobnější analýzu napětí. Pro lepší pochopení problematiky je ale vhodné blíže popsat jejich geometrii.

Celá křídla se skládají z volných prutů (paprsků). Ty jsou tvořeny tyčemi kruhového a mezikruhového profilu. Pro snazší přepravu a montáž se skládají z více částí, a to z hlavního prutu, kterým jsou křídla osazena na zbytku konstrukce, a třech menších prutů spojených s hlavním pomocí šroubového spoje.

Všechny pruty jsou kovány tak, aby byly mírně zaoblené. Zároveň jsou kováním zúženy. Průměr paprsků se tedy se vzdáleností od hlavního prutu zužuje. K tomu, aby prut lépe odolával průhybu, jsou na všechny pruty ještě umístěny čtvercové profily, které zvyšují jejich odolnost proti ohybu. Výsledný profil paprsků odpovídá řezu znázorněnému na obrázku 7.22.



Obr. 7.22 Profil paprsků křídel

Všechny paprsky jsou také do určité vzdálenosti podepřeny výstužnými paprsky kruhového průřezu. Na konstrukci je pak umístěna výplň v podobě zahradního pletiva, které imituje blány dračích křídel. Pletivo bylo voleno z důvodu co největšího snížení kontaktní plochy při namáhání větrem. Charakter pletiva a jeho volné uchycení na konstrukci zároveň zabrání vzniku Kármánových vírů<sup>2</sup> za paprsky a nehrozí tak rozkmitání konstrukce. Celá konstrukce je zároveň tlumena předepnutými lany. Ta jsou napnuta mezi oběma křídly a každé z křídel je lankem spojeno se zemí.

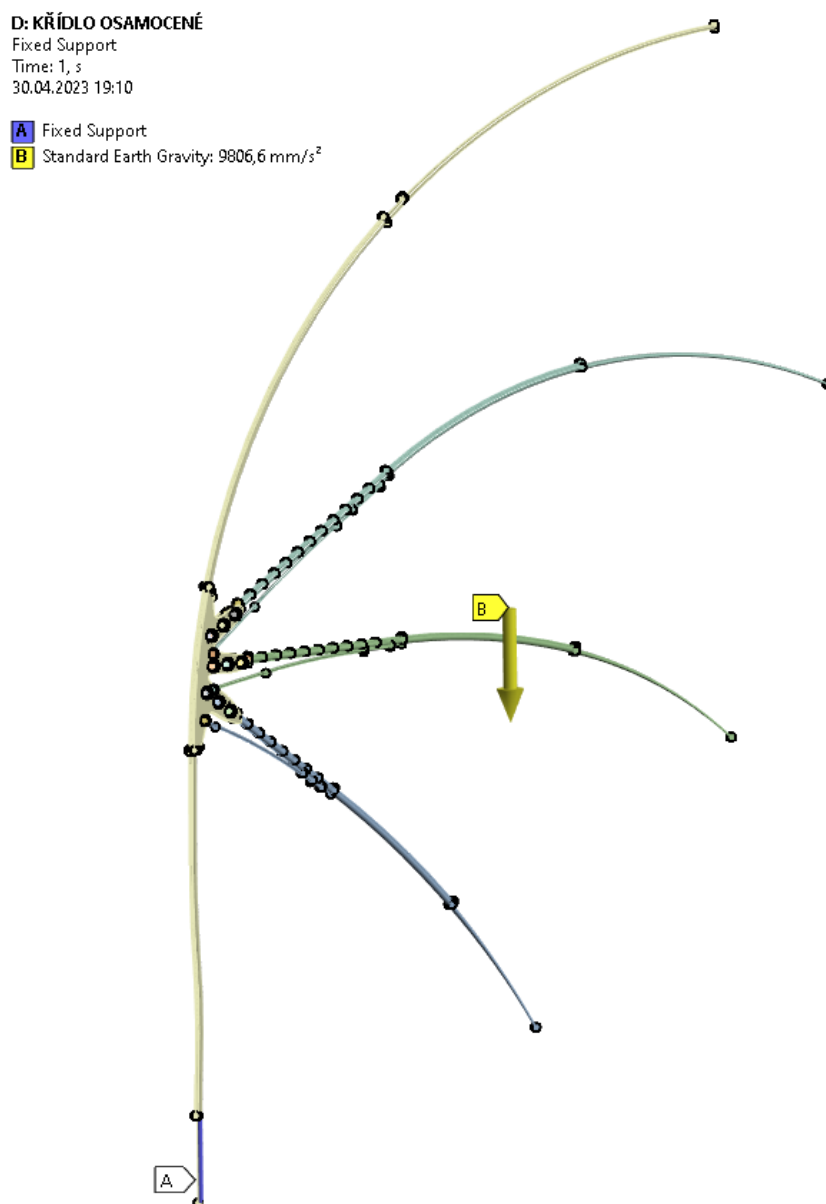
Obecně je konstrukce křídel namáhána pouze vlastní vahou, případně zatížením od větru, které však díky zvolenému řešení není nijak velké, a to ani při vysokých rychlostech větru.

---

<sup>2</sup> „Kármánovy víry tvoří se v úplavu za tělesem obtékaném tekutinou při podkritickém Reynoldsově čísle. Za tělesy s laminární mezní vrstvou se objevuje stabilní pravidelné uspořádání vírů, které se střídavě odtrhávají na obou stranách tělesa – tzv. Kármánova vírová cesta.“ Zdroj: Kármánovy víry - CoJeCo.cz. CoJeCo.cz - Vaše všeobecná encyklopedie. [online]. Copyright © 1999 [cit. 30.04.2023]. Dostupné z: <https://www.cojeco.cz/karmánovy-viry>

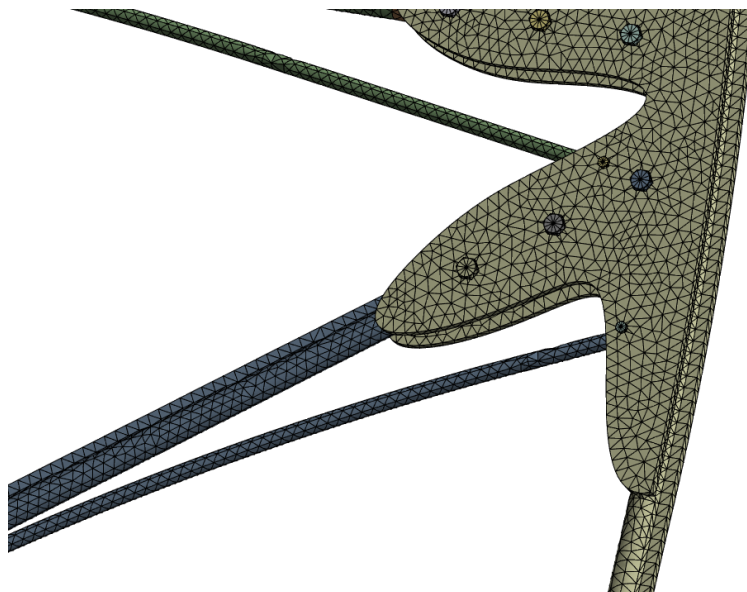
### 7.6.1 Celková analýza křídel

Pro analýzu křídel je použit samostatný model jejich konstrukce. Pro analýzu se předpokládá, že ukotvení křídel v konstrukci je dokonale tuhé. Proto je na části, která je ukotvena ve zbytku konstrukce, použita vazba „Fixed Support“ a jako zatížení je uvažována pouze vlastní tíha konstrukce. Tyto okrajové podmínky jsou znázorněny na obrázku 7.23.



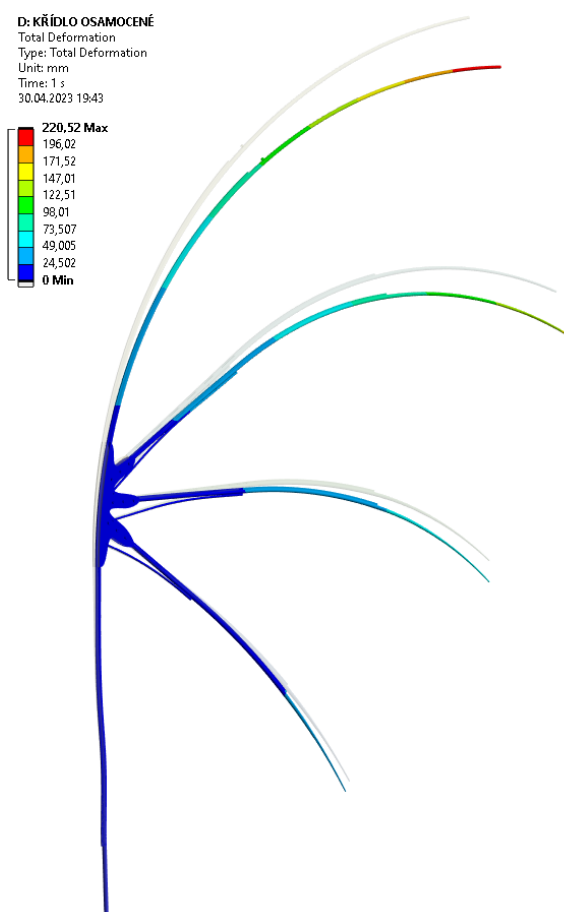
Obr. 7.23 Okrajové podmínky na křídle

Jedná se o poměrně malou část konstrukce a paprsky křídel jsou velmi tenké. Díky tomu lze použít pro výpočet velmi jemnou síť konečných prvků. Pro tuto analýzu bylo použito celkem 120 468 prvků a 228 997 uzlů. Detail použité sítě je zobrazen na obrázku 7.24.

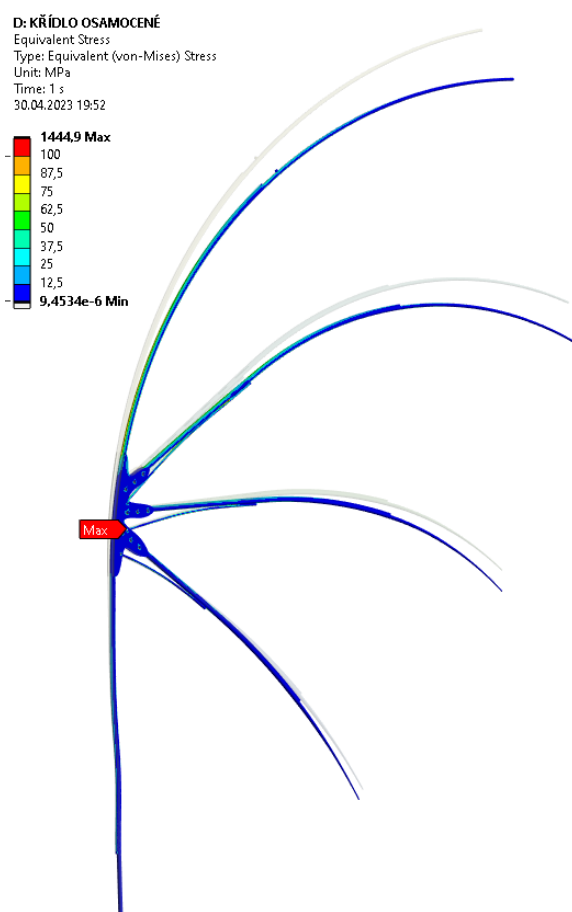


Obr. 7.24 Detail sítě křídla

První analýzou provedenou na křídlech jsou celkové deformace, její výsledek je na obrázku 7.25.



Obr. 7.25 Deformace na konstrukci křídel



Obr. 7.26 Redukované napětí na konstrukci křídel

Maximální hodnota deformace vychází na **220 mm**. Tato hodnota je tak více než o polovinu menší než u předchozí analýzy, kde vycházela hodnota deformace 490 mm. To je nejspíše způsobeno použitím detailnější sítě prvků a hodnoty tak lépe reprezentují reálný stav. Posuv v hodnotě 220 mm je tedy vzhledem k délce celého prutu (asi 7,5 m) celkem přijatelný.

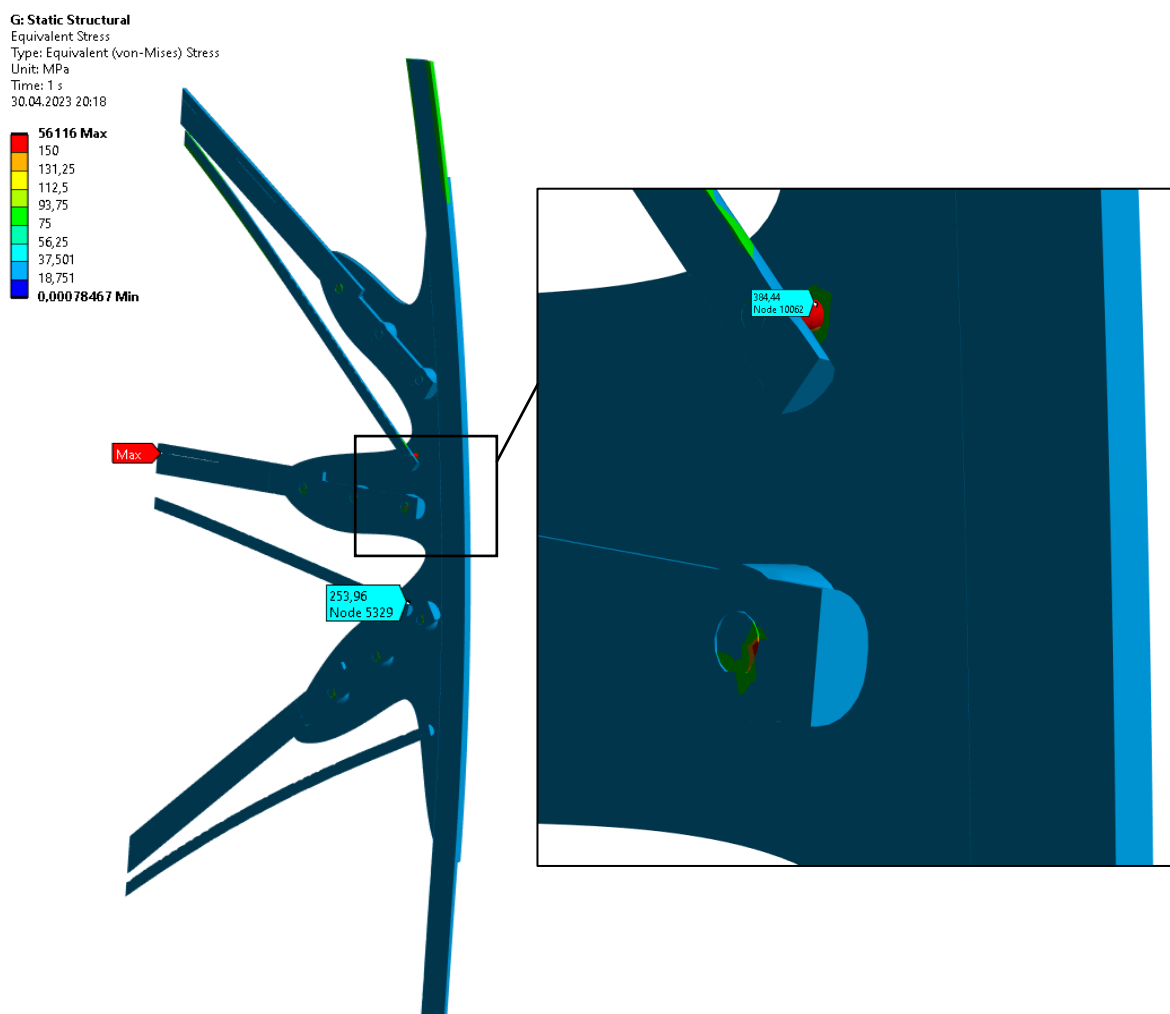
Tato deformace působí v prutu a v jeho uložení nemalé hodnoty napětí. Je tedy vhodné tato napětí vyčíslit a dle jejich velikosti vhodně upravit konstrukci. Hodnoty napětí je možné vidět na obrázku 7.26. Maximální hodnota napětí je dle analýzy **1 445 MPa**. To je hodně za hranou meze kluzu pro konstrukční ocel. Tato hodnota však nevychází v místě, kde se nachází konstrukce spoje, ale ve šroubu. Použité šrouby jsou vysokopevnostní s označením 10.9. Jedná se tak o šrouby s minimální hodnotou meze pevnosti 1 000 MPa a minimální hodnotou meze kluzu 900 MPa. I přes to je zjištěná hodnota na konstrukci vyšší než maximální dovolená.

Z těchto důvodů je pro zvýšení přesnosti napětí ve šroubech proveden zpřesňující výpočet pomocí submodelu.

### 7.6.2 Submodel uložení paprsků

Pro submodel uložení paprsků křídel bylo použito stejné nastavení, jak již bylo zmiňováno u všech ostatních submodelů. Na obrázku 7.27 jsou uvedeny výsledné hodnoty napětí.

Výpočet vykazuje maximální hodnotu jako 56 000 MPa. Jedná se pouze o chybu vzniklou v místě implementování deformací do submodelu. Tuto chybu se bohužel ani po přenastavení celé analýzy nepodařilo odstranit a na tuto hodnotu tak nebude brán žádný zřetel.



Obr. 7.27 Redukované napětí na submodelu křídla

Pro lepší přehlednost je na obrázku 7.27 zobrazen detail místa s nejvyšším napětím a celý sub-model je v řezu. Jak je vidět, tak vyšší hodnoty napětí se vyskytují pouze na šroubech. Na částech konstrukce z konstrukční oceli se vyskytuje maximální napětí **253 MPa**. Maximální zjištěné napětí na šroubech je pak **385 MPa**. To je vzhledem k použitým šroubům zcela v pořádku a konstrukci lze bezpečně provozovat.

### 7.7 Shrnutí výsledků a zhodnocení bezpečnosti

Jednotlivé dílčí výsledky ze subanalýz jsou zapsány v tabulce 7.2.

Tabulka 7.2 Výsledná redukovaná napětí

Řešená část	Číslo podkapitoly	Maximální redukované napětí [MPa]	Mez kluzu Re [MPa]	Bezpečnost k MSP k [-]
Uchycení krků	7.5.1	148	355	2,40
Koleno pravé	7.5.2	256		1,39
Koleno levé	7.5.3	204		1,74
Kontrola maxima	7.5.4	192		1,85
Uložení paprsků	7.6.2	253	345	1,36
		šrouby 385	900	2,34

Hodnota meze kluzu v tabulce 7.2 odpovídá materiálovému listu viz [14].

Hodnota bezpečnosti vzhledem k meznímu stavu pružnosti odpovídá výpočtům a stavům definovaných v kapitolách 4.4 a 4.5. Všechny dílčí hodnoty bezpečnosti splňují podmínku  $k > 1$ . Zároveň hodnoty bezpečnosti nejsou zbytečně velké. To značí, že celá konstrukce je vhodně navržena a splňuje bezpečnostní požadavky, ale není zbytečně předimenzována a nedochází tedy ke zbytečnému plýtvání materiálem a finančními prostředky.

Je zde ale vhodné připomenout i fakt, že na skutečné konstrukci se mohou vyskytovat i jiné, nižší, hodnoty než na výpočetním modelu. Hodnoty zatížení byly pro výpočet lehce navýšeny, aby se tak eliminovaly případné nepřesnosti modelu vůči reálné konstrukci. Zároveň je většina z kontrolovaných nebezpečných míst zpevněna betonem, který tvoří tvar sochy.

Beton je schopen přenášet tlaková napětí, bude tedy z části snižovat maximální hodnoty redukovaného napětí v nebezpečných místech. Není však možné říci do jaké míry. K tomu by bylo nutné vytvořit výpočet, ve kterém by byl obsažen i model betonu.

Možnost vzniku mezního stavu vzpěrné stability tak, jak byl popsán v teoretické části se na konstrukci nevyskytuje. Tento mezní stav vzniká při působení pouze tlakových napětí ve směru střednice prutu. Všechny části navržené konstrukce jsou však namáhány spojitým zatížením, nikoli prostým tlakem. K deformaci částí konstrukce vzhledem k meznímu stavu vzpěrné stability tak nedojde.

Co je však velmi podstatné z hlediska posouzení bezpečnosti, je únava materiálu a s ní spojený mezní stav únavové pevnosti. Především volné pruty konstrukce křídel, ale i další části konstrukce, mohou být cyklicky namáhány od vnějšího působení, a to převážně silou větru. V delším časovém intervalu tak mohou na konstrukci vznikat například trhliny. Mohlo by dojít

k únavě materiálu šroubů nebo okolní konstrukce, což vyústí v destrukci, ať už části, nebo celé konstrukce křídel. Tyto dynamické účinky, resp. cyklické namáhání, nejsou ve výpočtu zahrnuty. Pro předejití vzniku větších deformací se tedy doporučuje celou konstrukci pravidelně kontrolovat a v případě vzniku deformace tento problém odborně řešit.



## 8 Postup výroby a montáže

### 8.1 Postup výroby konstrukce a dílců

Naprostá většina konstrukce byla svařena z dílků a profilů popsaných v kapitole 5.5.1. Všechny svary prováděl kvalifikovaný dělník se svářečskými zkouškami, a to metodou MIG/MAG, nebo svařováním elektrickým obloukem obalovanou elektrodou. Všechny provedené svary byly vizuálně zkontrolovány. Jelikož se však jedná o poměrně velkou konstrukci, nebylo možné zabránit vzniku zbytkových napětí a mírným deformacím (zkroucení) konstrukce. Tyto odchylky nebyly nijak velké. A vzhledem k velikosti konstrukce a faktu, že se jedná o umělecké dílo, netvoří žádné problémy z hlediska tvaru.

Všechny části konstrukce je nutné nejprve nařezat na požadovanou délku a tvar. K tomu byla využita pásová pila. Některé tvarované dílce se řezaly plamenem nebo úhlovou bruskou. Pro všechny dílce z plechu (kotvy, výztuhy kolen) bylo využito řezání vodním paprskem. K tomu, aby bylo vyhověno tvarovým požadavkům sochy, byly jednotlivé části konstrukce sestavovány nejprve na nečisto, aby si sochař mohl tvar případně upravit, a až posléze byl celý díl kompletně svařen.

Na obrázku 8.1 je vyfocena jedna z nohou po svaření s již připevněnými drápy. Takto byly nachystány všechny jednotlivé dílce konstrukce. Celkem byla celá konstrukce rozdělena na šest dílů. Dvě nohy, dvě stehna, příčníky a páteř včetně uchycení krků a křídel. Po svaření celé konstrukce byly dílce, které přijdou do přímého kontaktu s betonem, ošetřeny protikoročním nátěrem, aby na nich nedocházelo ke korozi způsobené vlhkostí obsaženou v betonu.



Obr. 8.1 Svařená konstrukce nohy

Po vyhotovení celé konstrukce přišlo na řadu tvarování sochy z betonu. Na díly konstrukce, které byly přímo obetonovány, byly navařeny roxory (betonářské ocelové tyče), aby bylo možné na železné profily lépe nanést vrstvu betonu. Celý proces se skládal z několika vrstev jemného pletiva, které tvoří tvar celého dílce. Na toto pletivo je nanášeno vícero vrstev jemného betonu, který je poté tvarován do požadované struktury. Mohou tak vzniknout velmi detailní prvky celé konstrukce. Tento postup je znázorněn na obrázku 8.2. Na tomto obrázku můžete vidět nohu, jejíž konstrukce je na obrázku 8.1, již z části zabetonovanou a vytvarovanou. V betonu si lze všimnout malých otvorů, které jsou zde ponechány na kotvy konstrukce. V horní

polovině je připravena konstrukce před betonováním. Okolo nosného prvku je připevněno jemné pletivo a je připraveno bednění k zalití konstrukce do betonu. Po částečném zaschnutí se bednění sejme a z ještě vlhkého tvarovatelného betonu se postupně vyškrabává a tvaruje tvar sochy.



*Obr. 8.2 Znárodnění nohy v průběhu betonování*

Kvůli hmotnosti a spotřebě materiálu byla konstrukce přímo zabetonována od kolen dolů, viz obrázek 8.2 a jednotlivé části ocasu, které leží přímo na podstavci. Ostatní betonové dílce jsou duté a až při montáži jsou připevněny na konstrukci.

Duté dílce je vhodné vyrábět obdobným způsobem jako ty, v nichž je přímo zabetonovaná konstrukce, ale s tím rozdílem, že jejich tvar tvoří tyče nebo sítě z betonářské oceli vytvarované do podoby dílce. Betonářská ocel je dobře tvarovatelná a přímo určená pro armování a vyztužení stavebních konstrukcí. Díky svařitelnosti je navíc i dobrou volbou pro uchycení k ocelové konstrukci nebo uchycení ocelových detailů. Jako příklad tohoto využití slouží fotografie části jedné z hlav na obrázku 8.3, kde je vyfocena již kompletně vytvarovaná část hlavy. Zuby jsou z ocelové trubky, která je vykována do tvaru zubů. Zuby jsou následně přivařeny na výztuhy z betonářské oceli. Celý skelet je pak obalen jemným pletivem, na které je nanesen beton, jenž je postupně tvarován.



Obr. 8.3 Část hlavy

Tímto způsobem byly vytvářeny všechny betonové díly sochy. Betonový povrch je posléze nutné ještě vyspravit a vyhladit. Na to už má sochař své vlastní postupy a vytipované materiály tak, aby dosáhl požadovaných výsledků.

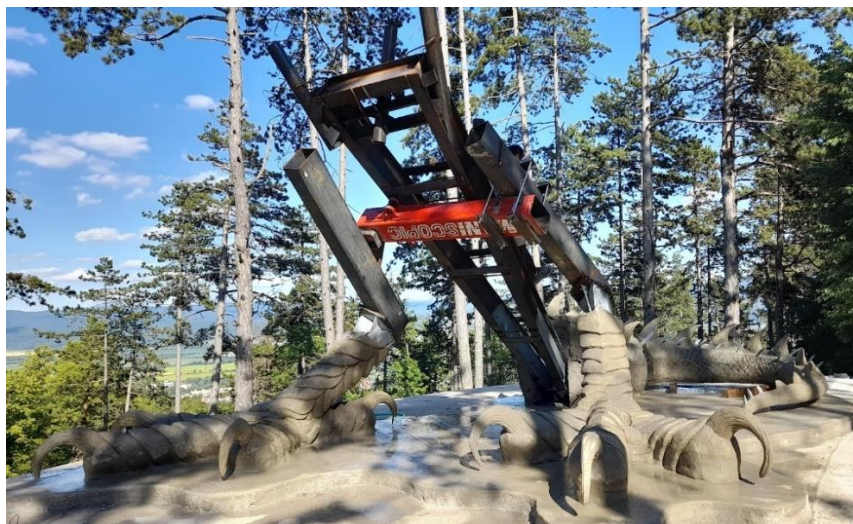
## 8.2 Montáž sochy

Před začátkem montáže bylo nutné jednotlivé dílce přepravit. Jelikož jedním z požadavků před zahájením výroby byla nutnost využití běžné nákladní dopravy, na což byl brán zřetel již při návrhu konstrukce a výrobě všech dílů, tak to nebyl nijak velký problém. Ve výsledku tak byly vypraveny celkem dva nákladní automobily, které přepravily všechny díly do areálu Čajka v Oblakoch a po areálu pak byly přepravovány pomocí běžné stavební a dopravní techniky.

Prvním krokem montáže je příprava kotvicích prvků konstrukce. Do již postaveného betonového podstavce, který byl vybudován zákazníkem, byly specializovanou firmou vyvrtány otvory pro závitové tyče. Tyče byly upevněny pomocí tzv. chemické kotvy<sup>3</sup>, nebo též chemické malty. Závitové tyče byly následovně ještě zality přídatnou vrstvou betonu, která nejen že tvoří vyvýšení podstavce, ale zároveň zvyšuje jeho pevnost a zlepšuje uchycení závitových tyčí v podstavci.

Dalším krokem montáže je sestavení konstrukce. Na již ztvrdlý beton bylo v místech kontaktu s konstrukcí nanášeno lepidlo a jednotlivé dílce konstrukce byly pevně přišroubovány pomocí matic a závitových tyčí k podkladu. Konstrukci v průběhu montáže zachycuje fotografie na obrázku 8.4. Na této fotografii je ještě ne zcela hotová konstrukce, ale pro porovnání tvaru použité konstrukce s výpočtovým modelem je dostačující.

<sup>3</sup> Rychletvrdnoucí polyesterová nebo vinylesterová pryskyřice s obsahem cementu.



*Obr. 8.4 Konstrukce v průběhu montáže*

Po sestavení konstrukce se na ni začaly uchycovat jednotlivé betonové dílce. Naprostá většina dílců je zavěšena pomocí svarů na konstrukci. Montáž probíhala pomocí jeřábu, který jednotlivé díly přenesl na jejich pozice a které ještě zavěšené na jeřábu byly přivařeny ke konstrukci. Dílce se montovaly v několika etapách, aby bylo dostatečné množství času a prostoru pro svařování a vyztužení přidavnými uchyceními mezi dílcem a konstrukcí a pro následnou kontrolu provedených svarů. Výsledná podoba sochy po uchycení všech dílů je znázorněna na obrázku 8.5.



*Obr. 8.5 Uchycené dílce*

Další fází bylo připevnění chybějících detailů a následné betonování a spojení dílců. To byla časově nejnáročnější část celé montáže. Bylo nutné dobetonovat a vymodelovat spojení mezi krky a zbytkem těla, dále i kolena, část podbřišku a celá záda. Vše probíhalo stejným způsobem, který byl popsán pro tvorbu jednotlivých betonových dílců.

Po dokončení celé skořepiny proběhl nátěr. Celá socha byla natřena dvěma vrstvami fasádní barvy s barevným odstínem RAL 3020. Jedná se o velmi sytou červenou barvu. Na ni pak byla nanášena vrstva černé olejové barvy, díky které vynikly všechny detaily a povrch získal pololesklý vzhled připomínající hadí kůži. Následně byla ještě celá socha opatřena bezbarvým postříkem odpuzujícím vodu a sloužícím jako ochrana před vyblednutím barev a ulpívání nečistot.

Posledním krokem při stavbě byla montáž křídel. Křídla byla sestavena z jednotlivých prutů až na místě montáže. Na pruty bylo uchyceno pletivo a další výplň symbolizující blány. Křídla pak byla za pomoci jeřábu umístěna na předpřipravené pozici na konstrukci, přivařena a montážní otvory byly zabetonovány.

Dokončená socha zobrazující trojhlavého draka, jejímž návrhem, pevnostní analýzou a postupem výroby a stavby se zabývá tato práce je vyfocena na obrázcích 2.1 a 8.6.



Obr. 8.6 Socha trojhlavého draka

## 9 Závěr

Bakalářská práce měla za cíl navrhnout nosnou konstrukci sochy draka, která stojí v areálu Čajka v Oblakoch poblíž Bojníc na Slovensku. Součástí tohoto úkolu bylo provést pevnostní analýzu a popsat postup výroby konstrukce a celé sochy.

Úvodem byly definovány cíle a důvod vzniku práce včetně stručného pojednání o sochařství, používaných materiálech a jedné z možných alternativ výroby takto velké sochy, a to je odlití z kovu.

První částí této práce je teoretický základ z mechaniky těles a MKP, prutů a prutových soustav a pružnosti a pevnosti, jejímiž zákonitostmi se řídí výpočty pomocí MKP.

Ve druhé části byl popsán návrhový tvar konstrukce a jeho pevnostní analýza. Tento model byl důležitým mezikrokem k lepší představě o rozměrech a tvaru celé nosné konstrukce. Díky poznatkům získaným během tvorby návrhové konstrukce a výsledkům pevnostní analýzy bylo možné vytvořit již finální model, který byl použit v hlavní části zabývající se pevnostní analýzou. Model konstrukce se skládá z normalizovaného hutního materiálu. Pro tvorbu 3D modelu byl zvolen software Autodesk Inventor 2021. Celá konstrukce je navržena tak, aby byla z velké části svařena. Pouze větší celky jsou spojeny pomocí šroubů, aby je bylo možné přepravit na místo stavby a na něm celou konstrukci snadno smontovat.

Třetí část práce popisuje definici zatížení celé konstrukce. Zatížení je uvažováno od jednotlivých částí sochy a pro výpočet bylo z určité části aproximováno a mírně navýšeno. Hodnoty zatížení tak odpovídají váze dílců, ze kterých se socha skládá.

Další, čtvrtou částí, je pevnostní analýza celé navržené konstrukce. Nejprve bylo nutné převést navržený model z prostředí Inventoru do prostředí ANSYSu. Import byl díky možnostem obou softwarů bezproblémový. Bylo však nezbytné celý model upravit prostřednictvím 3D modeláře SpaceClaim obsaženého v prostředí ANSYS Workbench 2022. Model z Inventoru je velmi detailní, protože obsahuje šrouby, včetně podložek a matic, zaoblené nebo sražené hrany a některé svary. Tyto prvky by mohly při vytváření konečnoprvkové sítě zbytečně komplikovat její tvar nebo v ní vytvářet chyby, a proto je většina těchto prvků z modelu odstraněna. V případě šroubů se jednalo o náhradu buď pouze válcovými prvky stejného průměru, nebo imitacemi šroubů, které obsahují šestihrannou hlavu a válcové tělo bez závitů. Na takto upravený model byly nadefinovány okrajové podmínky.

Díky tomu mohlo dojít k prvnímu výpočtu deformací a napětí na konstrukci. Největší hodnoty posuvů se objevily, jak bylo předpokládáno, na konstrukci křídel, přičemž největší hodnota deformace na nosné konstrukci byla vyčíslena na 10 mm. To je na konstrukci, která má rozměry několika metrů, malá hodnota. Dalším krokem bylo vyčíslení redukovaného napětí na konstrukci. Díky tomu bylo vytipováno celkem pět míst na tvorbu subanalýz.

Hodnoty součinitelů bezpečnosti v tabulce 7.2 vůči MSP jsou všechny větší než jedna. To znamená, že celá konstrukce je navržena správně a není na ní žádné napětí, které by bylo vyšší než hodnota meze kluzu pro daný materiál. Celou navrženou konstrukci tak lze postavit a bezpečně provozovat z hlediska statického zatížení.

Velký vliv na konstrukci má i mezní stav únavové pevnosti, resp. únava materiálu. Především volné pruty konstrukce křídel, ale i další části konstrukce, mohou být cyklicky namáhány od vnějšího působení, a to převážně silou větru. V určitém časovém intervalu tak může být konstrukce ohrožena vzhledem k bezpečnosti k meznímu stavu únavové pevnosti. Na konstrukci mohou vznikat trvalé plastické deformace v podobě otláčení součástí nebo vzniku trhlin na šroubech nebo okolní konstrukci, což vyústí v destrukci, ať už části nebo celé konstrukce křídel.

Únava materiálu se může vyskytnout nejen na křídlech, ale i na jiných částech konstrukce. Konkrétně se může jednat o uchycení krků, kdy krky sice nejsou tak pružné a nepodléhají tak velkým výchylkám jako křídla, ale i přesto může při dlouhodobém působení větších poryvů

větru dojit k vydrolení betonu v oblasti uchycení krků a hrozbě narušení stability vlivem únavy materiálů.

S těmito dynamickými účinky tato práce nepočítá. Je tedy nutné celou sochu, a hlavně kritická místa na konstrukci, v pravidelných intervalech kontrolovat a vzniklé poruchy odborně řešit.

Další důležité hodnoty získané z této analýzy jsou hodnoty reakčních sil ve vazbách mezi konstrukcí a podstavcem. Jejich směr a velikosti byly podrobněji popsány v tabulce 7.1. Tyto reakce je vhodné použít pro případný návrh ukotvení celé konstrukce, ale hlavně pro stavbu podstavce. Návrhem podstavce se ale práce nezabývá, pouze poskytuje silové působení pro možnost jeho dimenzování.

Celá pevnostní analýza využívala pro tvorbu sítě prvky typu SOLID. Během vyhodnocování výsledků se však ukázalo, že některé z těles mají po své tloušťce pouze jeden prvek, což není zcela ideální pro výpočet. Tato chyba byla alespoň z části eliminována díky použitím kvadratických prvků a submodelingu, ale i přesto jsou některé prvky tak tenké, že stále obsahují pouze jeden prvek. Bylo by tedy vhodnější využít prvky typu SHELL, jak již bylo zmíněno při tvorbě sítě, a počítat konstrukci jako skořepinu. K tomu, aby se tyto prvky daly použít, by musel být celý model do značné míry upraven, nebo zcela přemodelován. To by vyžadovalo velké množství úsilí a bylo by to časově náročné. Mohlo by to však přinést přesnější výsledky. Navíc by bylo možné tento skořepinový model použít i pro výpočet únavy svarů spojujících celou konstrukci. Je zde tedy prostor pro tvorbu navazující práce, která by zjištěné poznatky využila v analýze skořepinového modelu a zahrnovala by v sobě i dynamické vlivy na konstrukci.

Poslední část této práce byla věnována popisu postupu výroby nosné konstrukce, dopravě a popisu výroby jednotlivých dílců včetně stavby.

Součástí práce není výkresová dokumentace nosné konstrukce a jejích dílů. V případě, že by měla být konstrukce postavena přesně podle návrhu vycházejícího z této práce, by bylo vhodné zpracovat její kompletní výkresovou dokumentaci. I přesto byla stavba realizována a reálná konstrukce má obdobné parametry a celkové proporce. Nelze však přesně určit, nakolik jsou obě varianty konstrukcí shodné. Zároveň pevnostní analýza neuvažuje žádný přenos silového působení v rámci betonové skořepiny tvořící celou sochu. Pro zpřesnění výsledků, a ještě lepšímu se přiblížení k realitě, by tak bylo dobré provést například 3D scan celé sochy a implementovat tento skelet s materiálovými a fyzikálními vlastnostmi do výpočtu. Bylo by to však technologicky, časově, finančně i výpočetně velmi náročné a dalece převyšující rámec této práce.

Díky všem jednotlivým částem tato práce splnila všechny své cíle. Podařilo se navrhnout bezpečnou nosnou konstrukci sochy, a to vzhledem k MSP. Celý proces návrhu pevnostní analýzy a postupu výroby byl nedílnou součástí a klíčovým prvkem v realizaci celého projektu.

Dokončení celého projektu zabralo více než rok, během něhož se podařilo převést pouhý nápad na stavbu pohádkového draka ve skutečnost. Vznikla impozantní stavba, která návštěvníkům areálu bere dech. Do detailu zpracované díly a ručně tvarované tělo, včetně dokonalého barevného provedení, které připomíná skutečné šupiny, budí respekt nejen u malých dětí. Návštěvníci areálu tak získají neopakovatelný zážitek z prohlídky sochy, jejíž provedení nemá ve světě obdoby.

## Seznam použitých zdrojů

- [1] THIELE, C. *Sochařství*. Brno: Computer Press, 2004. Malá encyklopedie (Computer Press). ISBN 80-251-0288-2.
- [2] Contributors to Wikimedia projects. (2001, November 17). *Sculpture – Wikipedia*. Wikipedia, the free encyclopedia. <https://en.wikipedia.org/wiki/Sculpture>
- [3] RANDOVA, A., BARTOVSKA L., HOVORKA S., BARTOVSKY T., IZAK P., KARASZOVA M., VOPICKA O. a LINDNEROVA V. New approach for description of sorption and swelling phenomena in liquid+polymer membrane systems. *Separation and purification technology* [online]. Elsevier B.V, 2017, 179, 475-485 [cit. 2023-02-20]. ISSN 1383-5866. Dostupné z: doi: 10.1016/j.seppur.2017.02.032
- [4] SCHLOSSER, J. *Elastická socha*. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta výtvarných umění, 2012.
- [5] VRBKA, J. *Pružnost a pevnost I – učební text* [online]. Brno: VUT v Brně, 2011. [cit. 24-02-2023]. Dostupné z: <https://docplayer.cz/43734670-Pruznost-a-pevnost-i.html>
- [6] JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a J. BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I*. 3. přeprac. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-X.
- [7] BURŠA, Jiří, Jana HORNÍKOVÁ, Přemysl JANÍČEK a Pavel ŠANDERA. *Pružnost a pevnost* [online]. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003 [cit. 17-02-2023]. ISBN 80-7204-268-8. Dostupné z: <http://beta.fme.vutbr.cz/cpp/>
- [8] ONDRÁČEK, E., J. VRBKA, P. JANÍČEK a J. BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost II*. 4. přeprac. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2006. ISBN 80-214-3260-8.
- [9] ŠEBEK, F. *MEZNÍ STAV ÚNAVOVÉ PEVNOSTI PRUTOVÝCH TĚLES – KONCEPCE NOMINÁLNÍCH NAPĚTÍ*. Výuková prezentace – Pružnost pevnost II. VUT FSI v Brně 2022.
- [10] FLORIAN, Z, ONDRÁČEK E. a K. PŘIKRYL. *Mechanika těles: statika*. Vyd. 7., V Akademickém nakladatelství CERM 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3440-0.
- [11] PETRUŠKA, J. *MKP v inženýrských výpočtech – učební text* [online]. Brno: VUT v Brně. [cit. 22-03-2023]. Dostupné z <http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/MKP%20v%20inzenyrskych%20vypoctech/RIV.pdf>
- [12] Návrat, T., 2022/23. *Řešení základních úloh mechaniky těles pomocí MKP (6KP) – přednášky a cvičení předmětu, Elearning*. Brno: VUT FSI v Brně 2022/23.
- [13] Frydrýšek, K., Čepička, D., 2022. *Napětově-deformační analýza konstrukce draka*. Výpočetní zpráva. VŠB Fakulta Strojní – Ostrava 2022.
- [14] *ČVUT DSpace*[online] [cit. 17-04-2023] Dostupné z: <https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/84823/F2-BP-2019-Spernak-Michal-priloha-Pri-loha%201.pdf?sequence=-1&isAllowed=y>



## Seznam použitých symbolů

Symbol	Jednotka	Význam
$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \psi$	[°]	změny pravých úhlů elementárního tělesa
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	[°]	úhlová přetvoření
$\gamma$	[-]	střednice prutu
$\delta$	[-]	matice deformačních parametrů
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	[-]	délková přetvoření
$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$	[-]	deformační parametry natočení
$\lambda$	[-]	štíhlost prutu
$\mu$	[-]	Poissonovo číslo
$\mu_A$	[-]	počet neznámých parametrů vnějšího silového působení
$\nu$	[-]	počet použitelných podmínek statické rovnováhy
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	hustota
$\sigma$	[MPa]	normálové napětí
$\sigma_C$	[MPa]	zátěžná amplituda napětí v hysterezní smyčce
$\sigma_a$	[MPa]	amplituda napětí
$\sigma_{h,n}$	[MPa]	horní, dolní (maximální, minimální) napětí
$\sigma_K$	[MPa]	mez kluzu
$\sigma_{kr}$	[MPa]	kritické napětí
$\sigma_m$	[MPa]	střední napětí
$\sigma_{red}$	[MPa]	redukováné napětí
$\sigma_{x,y,z}$	[MPa]	normálová osová napětí
$\sigma_{1,2,3}$	[MPa]	hlavní napětí
$\tau$	[MPa]	tečné napětí
$\psi(s)$	[-]	příčný průřez střednice
$\omega$	[-]	řez elementárního prvku
$a_{1,2,3}$	[m]	délka vyložení hlav (délka krků)
$\vec{e}_n$	[-]	normálový jednotkový vektor
$\vec{e}_t$	[-]	tečný jednotkový vektor
$E$	[GPa]	Youngův modul
$E_P$	[J/m <sup>3</sup> ]	potenciál vnějšího zatížení
$f$	[Hz]	frekvence
$\vec{f}$	[-]	množina obecných napětí
$d\vec{F}_A$	[N]	elementární síla
$d\vec{F}_n$	[N]	průmět elementární síly do normálového směru
$d\vec{F}_t$	[N]	průmět elementární síly do tečného směru
$F$	[N]	síla
$F_{kr}$	[N]	kritická síla vzpěru
$F_{Hi}$	[N]	tíhová síla od hlav
$F_{SP, SL}$	[N]	tíhová síla od pravého a levého stehna
$F_{ZH}$	[N]	tíhová síla od zad a hrudníku
$F_{GK}$	[N]	tíhová síla od konstrukce
$\mathbf{F}$	[-]	matice vnějšího zatížení
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	tíhové zrychlení

$h_{max}$	[m]	největší rozměr průřezu prutu
$J_2$	[m <sup>4</sup> ]	osový kvadratický moment
$k$	[-]	koeficient bezpečnosti k určitému meznímu stavu
$k_s$	[-]	počet styčníků
$\mathbf{K}$	[-]	matice tuhosti
$l$	[m]	délka prutu
$l_{red}$	[m]	redukováná délka prutu
$m$	[kg]	hmotnost
$M$	[Nm]	moment
$N$	[N]	normálová síla v prutu
$N_{1,2}$	[-]	bázové funkce
$\mathbf{N} = [N_1, N_2]$	[-]	matice bázových funkcí posuvů
$p$	[-]	počet prutů
$\mathbf{P}$	[J/m <sup>3</sup> ]	potenciální energie
$R$	[-]	asymetrie zátěžného cyklu
$Re$	[MPa]	mez kluzu
$R_O, R_N$	[N]	reakční síly
$S$	[m <sup>2</sup> ]	plocha
$T$	[-]	perioda kmitu
$\mathbf{T}_\varepsilon$	[-]	tenzor přetvoření
$\mathbf{T}_\sigma$	[-]	tenzor napětí
$u, v, w$	[m]	složky vektoru posuvu
$\vec{u}$	[-]	vektor posuvu
$\mathbf{U}$	[-]	matice posuvů
$W$	[J/m <sup>3</sup> ]	energie napjatosti tělesa
$X_{Hi}, Y_{Hi}, Z_{Hi}$	[m]	pozice tíhové síly od hlav
$X_{SP, SL}, Y_{SP, SL}, Z_{SP, SL}$	[m]	pozice tíhové síly pravého a levého stehna
$X_T, Y_T, Z_T$	[m]	pozice těžiště
$X_{ZH}, Y_{ZH}, Z_{ZH}$	[m]	pozice tíhové síly od zad a hrudníku

## Seznam obrázků

Obr. 2.1 Socha draka v Bojniciích na Slovensku.....	12
Obr. 4.1 Znázornění posuvů v prostoru [5].....	15
Obr. 4.2 Elementární prvky [5].....	16
Obr. 4.3 Zobrazení řezu elementárního prvku [5].....	17
Obr. 4.4 Diagram tahové zkoušky [7].....	18
Obr. 4.5 Těleso během zátěžného cyklu [5].....	19
Obr. 4.6 Typy uložení prutu [7].....	20
Obr. 4.7 Průběh harmonického napětí [8].....	22
Obr. 4.8 Rozdělení namáhání pomocí asymetrie cyklu [9].....	22
Obr. 4.9 Hysterezní smyčka [8].....	23
Obr. 4.10 Geometrické předpoklady [5].....	24
Obr. 4.11 Zatížení a vazby prutu [5].....	25
Obr. 4.12 Deformace prutu [5].....	25
Obr. 4.13 Přejít reálný – modelový prut [6].....	26
Obr. 4.14 Geometrie prutu [6].....	27
Obr. 4.15 Uzavřenost střednice prutu [6].....	27
Obr. 4.16 Hladkost střednice prutu [6].....	27
Obr. 4.17 Zakřivené pruty [6].....	28
Obr. 4.18 Změna příčného průřezu [6].....	28
Obr. 4.19 Příčné průřezy prutů [6].....	28
Obr. 4.20 Uložení prutů [6].....	28
Obr. 4.21 Znázornění tahu a tlaku [6].....	29
Obr. 4.22 Statická ekvivalence síly a napětí prutu [7].....	30
Obr. 4.23 Osově namáhaný prutový prvek [11].....	34
Obr. 4.24 Bázové funkce prutového prvku [11].....	34
Obr. 4.25 Prostorový čtyřstěn [11].....	35
Obr. 4.26 Nejpoužívanější tvary šestistěnného prvku [11].....	36
Obr. 4.27 Tvary kvadratických prvků [11].....	36
Obr. 5.1 Zmenšený model 1:14.....	38
Obr. 5.2 Návrhový model konstrukce.....	40
Obr. 5.3 Síť konečných prvků návrhového modelu.....	41
Obr. 5.4 Pevnostní analýza návrhového modelu.....	41
Obr. 5.5 Konečnoprvková síť [13].....	42
Obr. 5.6 Redukované napětí na konstrukci [13].....	43
Obr. 5.7 Znázornění navržených úprav [13].....	43
Obr. 5.8 Model konstrukce – pohled zepředu.....	46
Obr. 5.9 Model konstrukce – pohled zezadu.....	47
Obr. 6.1 Zobrazení zatížení na konstrukci.....	51
Obr. 7.1 Charakteristiky materiálu v ANSYS.....	53
Obr. 7.2 Použité analýzy.....	54
Obr. 7.3 Síť konečných prvků.....	55
Obr. 7.4 Vazby konstrukce.....	56
Obr. 7.5 Zatížení konstrukce.....	56
Obr. 7.6 Celkové deformace na konstrukci.....	57
Obr. 7.7 Celkové deformace konstrukce bez křídel.....	58
Obr. 7.8 Celková redukovaná napětí na konstrukci.....	59
Obr. 7.9 Celkové redukované napětí na konstrukci bez křídel.....	59
Obr. 7.10 Detail maxima redukovaného napětí.....	60

Obr. 7.11 Submodel uchycení krků .....	61
Obr. 7.12 Tvar sítě submodelu uchycení krků.....	62
Obr. 7.13 Importované deformace na submodelu uchycení krků.....	62
Obr. 7.14 Deformace submodelu uchycení krků .....	63
Obr. 7.15 Redukované napětí na submodelu uchycení krků .....	63
Obr. 7.16 Submodel a síť pravého kolena .....	64
Obr. 7.17 Redukované napětí submodelu pravého kolena .....	64
Obr. 7.18 Oblast maxima pravého kolena .....	64
Obr. 7.19 Redukované napětí na submodelu levého kolena.....	65
Obr. 7.20 Řez maxima, levé koleno .....	66
Obr. 7.21 Hodnoty redukovaného napětí submodelu kontroly maxima.....	66
Obr. 7.22 Profil paprsků křídel .....	67
Obr. 7.23 Okrajové podmínky na křídle.....	68
Obr. 7.24 Detail sítě křídla .....	69
Obr. 7.25 Deformace na konstrukci křídel .....	69
Obr. 7.26 Redukované napětí na konstrukci křídel .....	69
Obr. 7.27 Redukované napětí na submodelu křídla.....	70
Obr. 8.1 Svařená konstrukce nohy.....	73
Obr. 8.2 Znárodnění nohy v průběhu betonování .....	74
Obr. 8.3 Část hlavy .....	75
Obr. 8.4 Konstrukce v průběhu montáže .....	76
Obr. 8.5 Uchycené dílce .....	76
Obr. 8.6 Socha trojhlavého draka .....	77

## Seznam tabulek

Tabulka 4.1 Použité tělesové prvky [11].....	35
Tabulka 5.1 Použité profily a materiál.....	45
Tabulka 6.1 Silové zatížení pro výpočty.....	50
Tabulka 7.1 Reakční síly z prostředí ANSYS.....	60
Tabulka 7.2 Výsledná redukovaná napětí.....	71