Univerzita Palackého v Olomouci Přírodovědecká fakulta Společná laboratoř optiky UP a AV ČR

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Složení kosmického záření nejvyšších energií určené z měření atmosférických spršek fluorescenčními teleskopy



Vypracovala: Studijní program: Studijní obor: Forma studia: Vedoucí diplomové práce: Konzultant: Termín odevzdání práce:

Zuzana Svozilíková

N0533A110002 Aplikovaná fyzika 1702T001 Aplikovaná fyzika Prezenční RNDr. Petr Trávníček, Ph.D. Mgr. Jiří Kvita, Ph.D. Srpen 2021

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracovala samostatně pod vedením RNDr. Petra Trávníčka, Ph.D. a že jsem použila zdrojů, které cituji a uvádím v seznamu použitých pramenů.

V Olomouci dne

Zuzana Svozilíková

Bibliografická identifikace

Jméno a příjmení autora	Zuzana Svozilíková	
Název práce	Složení kosmického záření nejvyšších energií	
	určené z měření atmosférických spršek fluoresce-	
	nčními teleskopy	
Typ práce	Diplomová	
Pracoviště	Společná laboratoř optiky UP a FZÚ AV ČR	
Vedoucí práce	RNDr. Petr Trávníček, Ph.D.	
Konzultant	Mgr. Jiří Kvita, Ph.D.	
Rok obhajoby práce	by práce 2021	
Abstrakt	Jedním z hlavních úkolů experimentů měří-	
	cích rozsáhlé atmosférické spršky kosmického	
	záření iniciované extrémně energetickými čás-	
	ticemi přilétajících z vesmíru je stanovit složení	
	kosmického záření. Observatoř Pierra Augera	
	rozkládající se na ploše 3000 kilometrů čtvereč-	
	ních v argentinské pampě za tímto účelem vy-	
	užívá především měření podélného profilu at-	
	mosférických spršek fluorescenčními teleskopy	
	a zejména pak určení distribuce pozic maxim	
	spršek. Jedním z cílů práce je z veřejných dat	
	Observatoře a za využití vlastních Monte-Carlo	
	simulací spršek stanovit střední logaritmickou	
	hmotnost primárních částic a ukázat vliv přes-	
	nosti určení pozice maxima spršky na proces	
	stanovení složení kosmického záření. Práce si	
	klade také cíl stanovit schopnost separace lehké	
	komponenty kosmického záření z dat fluoresce-	
	nčních detektorů.	
Klíčová slova	kosmické záření ultravysokých energií, podélný	
	profil spršky kosmického záření, složení kosmic-	
	kého záření, fluorescenční teleskop, maximum	
	spršky kosmického záření	
Počet stran	56	
Počet příloh	4	
Jazyk	český	
~	·	

Bibliographical identification

Autor's first name and surname Title	Zuzana Svozilíková Determination of cosmic rays composition at highest energies from air showers measure-	
Type of thesis Department Supervisor Consultant	ments using fluorescence telescopes Master Joint Laboratory of Optics RNDr. Petr Trávníček, Ph.D. Mgr. Jiří Kvita, Ph.D.	
The year of presentation Abstract	2021 One of the main goals of experiments observing extensive air showers of cosmic rays initiated by high energy particles from space is to determine the composition of the cosmic rays. For this purpose, the Pierre Auger Observatory, spanning some 3000 square kilometers of Argentinian pampa, measures longitudinal shower profiles using fluorescence telescopes, by finding the position of showers maxima. One of the goals of the thesis is to compare publicly available data from this observatory to private Monte Carlo shower simulations to determine the mean logarithm of the primary particle mass and evaluate the effect of uncertainties in shower maxima	
	on the precision of determination of the cos- mic rays composition. Further tasks involve studying the possibility to separate the light cosmic rays component in the fluorescence te- lescope data.	
Keywords	ultrahigh-energy cosmic rays, longitudinal profile of cosmic-ray air showers, cosmic-ray composition, fluorescence telescope, cosmic- ray air shower maximum	
Number of pages Number of appendices Language	56 4 czech	

Ráda bych poděkovala svému vedoucímu RNDr. Petru Trávníčkovi Ph.D. za odborné vedení, ochotu a cenné rady, které mi poskytl při zpracování této diplomové práce.

Dále bych poděkovala Mgr. Jiřímu Kvitovi, Ph.D. za cenné rady při zpracování diplomové práce.

Též bych ráda poděkovala své rodině, příteli a přátelům, kteří mi byli oporou v průběhu studia a při jeho zakončení.

Obsah

Ú	vod		8
1	Kos 1.1 1.2	mické zářeníPrimární kosmické záření	9 9 10 12 14 14 17 18 20
2	Det 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6 2.7	ekce kosmického záření Observatoří Pierra Augera Observatoř Pierra Augera Povrchový detektor Fluorescenční detektor Další detekční zařízení Observatoře Pierra Augera Rekonstrukce spršky kosmického záření Vybrané výsledky Observatoře Pierra Augera Další experimenty kosmického záření	21 23 24 27 28 31 33
3	Sim v at 3.1 3.2	ulace spršek kosmického záření s ohledem na maximum sprškymosféřeInterakční modely EPOS a SIBYLLSimulace pozice maxima spršky pomocí programu CONEX3.2.1Nastavení simulací3.2.2Distribuce pozic maxima spršky3.2.3Srovnání modelů EPOS a SIBYLL3.2.4Porovnání simulací s daty Observatoře Pierra Augera	35 35 37 37 38 43 44
4	Inte 4.1 4.2	erpretace výsledků s ohledem na složení kosmického záření Určení střední hodnoty $\langle \ln A \rangle$ pomocí vlastních simulovaných dat a veřej- ných dat Observatoře Pierra Augera	46 46 49
Zá	ivěr		50
Se	znan	n použitých zkratek	52

Literatura	53
Α	57
В	66
С	70
D	71

Úvod

Diplomová práce se zabývá složením kosmického záření nejvyšších energií určeném z měření atmosférických spršek fluorescenčními teleskopy.

V první části seznámí s problematikou kosmického záření. U primárního kosmického záření se bude zabývat jeho zdroji, složením a energetickým spektrem. U sekundárního kosmického záření bude popsána sprška kosmického záření v zemské atmosféře a modely vývoje elektromagnetické a hadronové kaskády.

Druhá část bude zaměřena na Observatoř Pierra Augera, detekci kosmického záření povrchovým a fluorescenčním detektorem. Bude popsán princip detekce tohoto záření a rekonstrukce atmosférické spršky s využitím těchto dvou zmiňovaných detektorů.

Cílem práce bude za použití programu CONEX, který využívá metodu Monte Carlo, s využitím interakčních modelů EPOS a SIBYLL simulovat podélné profily atmosférických spršek kosmického záření iniciované vysokoenergetickými částicemi, následně studovat distribuci pozice maxima spršky a stanovit její střední hodnoty. Dalším úkolem je porovnání výsledků simulací s oficiálními výsledky Observatoře Pierra Augera a stanovení střední logaritmické hmotnosti, pomocí které bude interpretováno možné složení kosmického záření. Na dalších místech práce též budou představeny související oficiální výsledky Observatoře Pierrra Augera.

Kapitola 1 Kosmické záření

Kosmické záření je složeno z vysokoenergetických částic, které dopadají na vrchní vrstvy atmosféry a jedná se tak o primární kosmické záření. Sekundární kosmické záření se vytváří při průletu nabité částice atmosférou a následnými srážkami s jádry atmosférických plynů [1].

Objev částic pocházejících z vesmíru se připisuje rakouskému fyzikovi Victoru Franzovi Hessovi. Zkoumal, proč stíněné ionizační komory stále zaznamenávaly radiaci i ve vysokých výškách nad zemí. Převládalo tvrzení, že zdrojem ionizujícího záření jsou horniny na Zemi. V roce 1911 dosáhl balón, na kterém byla umístěna ionizační komora, výšky přes 1 km. Ovšem při porovnání radiace s radiací na úrovni zemského povrchu nezjistil žádné významné výkyvy hodnot. Měření opakoval 17. dubna v roce 1912. Toto měření bylo prováděno za úplného zatmění Slunce a jelikož ionizace během zatmění neklesala, usoudil z toho, že zdrojem ionizujícího záření nemůže být Slunce [2].

Objev kosmického záření učinil 7. srpna 1912, kdy let balónem odstartoval z Ústí nad Labem a přistál nedaleko Berlína. Při vynesení ionizační komory do výšky přes 5 km nad zemským povrchem zjistil, že místo toho, aby radiace s výškou klesala, naopak rostla, což ho vedlo k závěru, že musí radiace přicházet z kosmického prostoru. Více než 30 let pak trvalo zjistit, že se jedná o převážně kladně nabitá atomová jádra, která přilétávají do vrchních vrstev atmosféry. V roce 1936 Victor Franz Hess obdržel za svůj objev Nobelovu cenu za fyziku [2, 3].

1.1 Primární kosmické záření

Primární kosmické záření je složeno především z 86 % protonů, 11 % alfa-částic. Dále se vyskytují elektrony, jenž tvoří 2 %, 1 % výskytu připadá na jádra těžších prvků až po uran a velmi malé množství pozitronů a antiprotonů, u kterých se domníváme, že mají sekundární původ a vznikají interakcí primárních částic s mezigalaktickým plynem. Neutrální částice jsou složeny z gama záření, neutrin a antineutrin. Neutrina můžou pocházet např. ze Slunce či supernov, gamma záření z aktivních galaktických jader či z Krabí mlhoviny [1].

Chemické složení jader kosmického záření je velmi podobné chemickému složení sluneční soustavy. Tzv. licho-sudý efekt (viz obr. 1.1) popisuje, že jádra se sudým protonovým číslem Z a nukleonovým A číslem jsou silněji vázána, než jádra, která tato čísla mají lichá. Pro prvky C, N, O a Fe jsou vrcholy normalizované četnosti velmi podobné, a proto předpokládáme, že velká část jader musí být hvězdného původu, protože jádra s lichým číslem často vznikají ve hvězdách při termonukleárních reakcích. Na druhou stranu jsou zde vysoké rozdíly mezi kosmickým a slunečním výskytem prvků

Li, Be a B, jelikož těchto prvků je ve hvězdách velmi málo (rychle se spotřebovávají v reakcích ve hvězdách). Energetická spektra Li, Be a B jsou strmější než u C a O, což naznačuje, že při vyšších energiích jádra nepodléhají tolik fragmentaci, díky tomu, že unikají z Galaxie mnohem dříve než jádra o nižších energiích [1].



Obrázek 1.1: Licho-sudý efekt. Relativní četnost chemického složení sluneční soustavy (přerušovaná čára) a primárního kosmického záření (plná čára). Převzato z [1].

1.1.1 Energetické spektrum kosmického záření

Ohledně primárního kosmického záření můžeme konstatovat, že jeho velká část je galaktického původu. Ovšem spektrum energií je velmi rozsáhlé – velmi vysoké energie, a to až nad 10^{20} eV, jsou neseny částicemi, které vznikají mimo Galaxii, neboť uvnitř ní se žádné takto výkonné zdroje nenacházejí. Důležité místo ve spektru energií je $4 \cdot 10^{18}$ eV v tzv. kotníku. Od této energie se dnes předpokládá, že začínají dominovat mimogalaktické zdroje [1, 4].

V tzv. kolenu o energii cca 10^{16} eV částice začínají unikat z Galaxie či dochází ke konci urychlovacího mechanismu v supernovách. Třetím důležitým bodem v energetickém spektru je hodnota GZK meze (Greisen–Zatsepin–Kuzmin) o energii $5 \cdot 10^{19}$ eV, která značí, že vysokoenergetické částice musí pocházet z blízkých zdrojů, tj. vzdálenosti do desítek Mpc, jelikož nad hodnotou GZK meze jádra protonů interagují s fotony reliktního záření, které jsou pozůstatkem po Velkém třesku. Každou interakcí tak částice ztrácí část své energie a po prolétnutí vzdálenosti 100 Mpc klesne hodnota energie pod hodnotu $5 \cdot 10^{19}$ eV [1, 5, 4]. Energetické spektrum kosmického záření znázorněno na obr. 1.2.



Obrázek 1.2: Energetické spektrum kosmického záření. Převzato z [1].

Energetické spektrum můžeme rozdělit na 4 části, tj. energie pod kolenem, mezi kolenem a kotníkem, nad kotníkem a nad GZK mezí. Energetické spektrum pro energii pod kolenem, tj. $E < E_{\rm knee} = 10^{16} \text{ eV}$ můžeme popsat vztahem

$$\frac{\mathrm{d}N(E)}{\mathrm{d}E} = \mathrm{const} \cdot E^{-2,7}.$$
(1.1)

Mezi kolenem a kotníkem, tj. $E_{\rm knee} < E < E_{\rm ankle}$ se energetickém spektrum mění strměji dle

$$\frac{\mathrm{d}N(E)}{\mathrm{d}E} = \mathrm{const} \cdot E^{-3,0}.$$
(1.2)

Pro spektrum na energiích okolo kotníku $E_{\rm ankle} = 4 \cdot 10^{19} \ {\rm eV}$ platí vztah

$$\frac{\mathrm{d}N(E)}{\mathrm{d}E} = \mathrm{const} \cdot E^{-2,69}.$$
(1.3)

Poslední část tvoří energie nad GZK mezí, tj. $E>E_{\rm GZK},$ kde $E_{\rm GZK}=5\cdot10^{19}~{\rm eV}$ a lze ji popsat vztahem

$$\frac{\mathrm{d}N(E)}{\mathrm{d}E} = \mathrm{const} \cdot E^{-4,2},\tag{1.4}$$

tedy v této oblasti energetické spektrum klesá nejstrměji [1].

1.1.2 Zdroje primárního kosmického záření a jeho šíření ve vesmíru

Modelové představy zdrojů kosmického záření o vysokých energiích můžeme rozdělit do dvou skupin: tzv. "bottom-up" a "top-down" modely. První skupina modelů "bottom-up" předpokládá postupné urychlování částice na vyšší energie různými astrofyzikálními mechanismy. Např. urychlování mechanismem cyklotronu na površích hvězd, kdy dochází k nárůstu energie částic poblíž skvrn, které mají nižší teplotu a tedy vyšší hodnotu magnetického pole B. Tímto způsobem lze urychlit na hodnoty energie v oblasti GeV. Dalším způsobem jak urychlit částice na energie kolem GeV je urychlování na pohybující se skvrně, která indukuje elektrostatické pole. Dále nabitá částice může být urychlena díky Fermiho (vícestupňového) urychlování – dochází k rozptylu na rázových vlnách a částice tak získává energii. Tento mechanismus urychlování se pravděpodobně odehrává ve slupkách supernov nebo ve výtryscích aktivních galaxií. Posledním příkladem je přímé (jednorázové) urychlování v rychle rotující neutronové hvězdě nebo v černé díře s akrečním diskem, ovšem v těchto prostředích dochází k velkým energetickým ztrátám [6].

Druhá skupina modelu "top-down" předpokládá rozpad supertěžkých částic temné hmoty na pozorovatelné částice UHECR (Ultra High Energy Cosmic Ray). Tento model může vysvětlit výskyt částic nad hodnoty GZK mezí [6, 4].

Ať už bude docházet k jakémukoliv urychlování, můžeme použít obecný přístup tzv. Hillasův diagram, který popisuje závislost intenzity magnetického pole (nutné k udržení částice v procesu urychlování) na velikosti objektu (obr. 1.3). Z diagramu můžeme vidět, že je pouze několik typů objektů, které dokáží urychlit proton, popř. železo, na vysoké energie. Urychlování železa je mnohem efektivnější díky jeho většímu náboji.

Šíření ve vesmíru závisí na druhu primární částice. Zatímco fotony a neutrina se šíří vesmírem po přímkách a směřují tak ke zdroji, nabité částice jsou ovlivňovány magnetickým polem, které zakřivuje jejich dráhu a nelze tak určit původní směr zdroje částice. Jak moc je částice zakřivována magnetickým polem závisí na tzv. magnetické rigiditě R

$$R = \frac{pc}{z|e|},\tag{1.5}$$

kde p je hybnost částice, c rychlost světla ve vakuu a z|e| je náboj částice [4, 1]. Srovnání šíření protonu a Fe znázorněno na obr. 1.4.



Obrázek 1.3: Hillasův diagram popisující závislost intenzity magnetického pole na velikosti objektu. Převzato z [7].



Obrázek 1.4: Ilustrace šíření primárních částic kosmického záření ve vesmíru. Zatímco proton se šíří po přímkách, tak Fe (nabitá částice) se šíří chaoticky. Převzato z [4].

1.2 Sekundární kosmické záření

Sekundární kosmické záření vzniká interakcí primárního kosmického záření s atomovými jádry v zemské atmosféře, jejichž hustota postupně roste, celkové množství atmosféry, kterým částice projdou, dosáhne cca 1000 g · cm⁻² na povrchu Země (odpovídá atmosférickému tlaku přibližně 1000 hPa). Radiační délka je pro fotony a elektrony ve vzduchu $\lambda_r = 36,66 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2}$, tedy přibližně 27 radiačních délek na atmosféru. Oproti tomu interakční délka pro hadrony ve vzduchu $\lambda_{\text{int}} = 90,0 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2}$, čili přibližně 11 interakčních délek na atmosféru. K první interakci dochází v nadmořské výšce okolo 15 km až 20 km, nejprve dochází k hadronové kaskádě, následně k elektromagnetické kaskádě. Při průchodu atmosférou vzniká sprška kosmického záření [4].

Atmosférická hloubka x se mění přibližně exponenciálně s výškou h (v jednotkách km) dle vztahu

$$x = Xe^{\frac{-h}{H}},\tag{1.6}$$

kde X je celková atmosférická hloubka (X = 1030 g \cdot cm⁻²) a H = 6,5 km [1].

1.2.1 Sprška kosmického záření

Pokud se podíváme na spršku kosmického záření, tak v ní nalezneme 4 hlavní složky a to hadronovou, mionovou, elektromagnetickou a neutrinovou. Průběh spršky je znázorněn na obr. 1.5.



Obrázek 1.5: Sprška kosmického záření a její komponenty. Převzato z [4].

Interakcí primární částice v atmosféře vznikají především piony: π^+ , π^- , π^0 . Doba života nabitých pionů je okolo $\tau_{\pi^{\pm}} = 26$ ns. Rozpad $\pi^0 \to 2\gamma$ se vyznačuje velmi krátkou dobou života $\tau_{\pi^0} = 8 \cdot 10^{-17}$ s. Fotony z tohoto rozpadu vytvářejí následnou elektromagnetickou kaskádu - elektromagnetickou část spršky a tzv. měkkou část kosmického záření. Nabité piony a hadrony mohou také interagovat s atomovými jádry atmosféry dříve než se stihnou rozpadnout. Piony podléhají rozpadům:

- $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$
- $\pi^- \rightarrow \mu^- + \overline{\nu}_{\mu}$
- $\pi^0 \to 2\gamma$

Kaony se pak rozpadají následovně:

- $K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$
- $K^- \to \mu^- + \overline{\nu}_\mu$

Miony jsou též nestabilní a rozpadají se dle:

- $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \overline{\nu}_\mu$
- $\mu^- \rightarrow e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu$

Doba života mionů je přibližně $\tau_{\mu^{\pm}} = 2200$ ns. Hmotnost mionu je 0,105 GeV. Délka rozpadu 1 GeV mionu (mion je relativistická částice) činí přibližně 6,6 km (což je vzdálenost přibližně rovná vzdálenosti H ve vztahu (1.6)), miony o energii nižší než 1 GeV se budou v atmosféře především rozpadat. Miony tvoří tzv. tvrdou složku kosmického záření [1, 4].

Na obr. 1.6 je zobrazeno srovnání elektromagnetické a hadronové kaskády. Kromě podélného vývoje se sprška též vyvíjí příčně. Příčný vývoj elektromagnetické kaskády je způsoben vícenásobným rozptylem elektronů a pozitronů, u hadronové kaskády pak příčný vývoj ovlivňuje příčná hybnost z produkce sekundárních částic [4].

Jestliže se budeme zabývat složením spršky na úrovni moře, tak na obr. 1.7 můžeme pozorovat, že počet hadronů je velmi nízký, naopak mionů je na úrovni moře nejvíce.



Obrázek 1.6: Porovnání elektromagnetické kaskády (obr. vlevo) o primárním fotonu s energií 100 TeV. Hadronová kaskáda (obr. vpravo) tvořena primárním protonem o energii 100 TeV. Na obrázcích jsou zobrazeny pouze sekundární částice s energií ≥ 1 GeV. Převzato z [4].



Obrázek 1.7: Částicové složení spršky v závislosti na atmosférické hloubce. Převzato z [4].

1.2.2 Heitlerův model

Pro zjištění vlastností původní primární částice, je nutné provést numerické simulace. Avšak je zde určitá komplikace spočívající v tom, že vysokoenergetická sprška může dosahovat až přes 10¹⁰ nabitých částic. Heitlerův model je zjednodušený model, který se zabývá vývojem elektromagnetické kaskády a dokáže velmi přesně určit její nejdůležitější vlastnosti [8].

U elektromagnetické kaskády je na počátku γ foton, který konvertuje na pár e^+e^- dle obr. 1.8 nebo e^- či e^+ vyzáří brzdný γ foton. Jestliže elektron urazí vzdálenost tzv. rozpadové délky d

$$d = \lambda_{\rm r} \ln 2, \tag{1.7}$$

tak ztratí v průměru polovinu svojí energie zářením. $\lambda_{\rm r}$ je radiační délka, po jejimž uražení dochází vždy k rozštěpení částice na 2 další. Po *n* interakcí tak bude ve spršce N částic dle vztahu

$$N = 2^n = e^{\frac{\lambda}{\lambda_{\rm r}}},\tag{1.8}$$

kde \boldsymbol{X}

$$X = n\lambda_{\rm r}\ln 2 \tag{1.9}$$

je hloubka spršky [8]. Elektromagnetická kaskáda je znázorněna na obr. 1.8.



Obrázek 1.8: Elektromagnetická kaskáda. Převzato z [8].

Tento kaskádový průběh ustane, když energie nabitých částic poklesne pod kritickou hodnotu E_c , kde již nebudou dominovat radiační ztráty, ale ionizační ztráty či jiné ztráty energie. Hodnota kritické energie je pro vzduch $E_c^e = 85$ MeV. Tímto rozvojem lze velmi přesně určit maximální počet N_{max} elektronů, pozitronů a gamma fotonů a také určit hloubku maxima spršky X_{max}^{γ} . Jestliže budeme mít na začátku pouze jeden foton s počáteční energií E_0 , tak pro tuto kaskádu bude $N = N_{\text{max}}$, právě když energie bude rovna kritické energii E_c^e , tedy

$$E_0 = E_c^e N_{\text{max}}.\tag{1.10}$$

S využitím (1.8) a (1.10) dostáváme, že pro maximální počet částic N_{max} platí

$$N_{\rm max} = 2^{n_{\rm c}} = \frac{E_0}{E_c^e},\tag{1.11}$$

kde n_c je počet interakcí potřebných k tomu, aby energie částice poklesla na kritickou hodnotu E_c^e a ze vztahu (1.10) dostáváme

$$n_{\rm c} = \frac{\ln \frac{E_0}{E_{\rm c}^e}}{\ln 2}.$$
 (1.12)

Pro hloubku maxima spršky $X^{\gamma}_{\rm max}$ s využitím (1.11) a (1.12) platí

$$X_{\max}^{\gamma} = n_{\rm c} \lambda_{\rm r} \ln 2 = \lambda_{\rm r} \ln \frac{E_0}{E_{\rm c}^e}.$$
 (1.13)

Můžeme si povšimnout ze vztahů (1.13) a (1.11), že X_{\max}^{γ} je úměrné logaritmicky a N_{\max} lineárně na počáteční energii E_0 . Dále můžeme definovat veličinu tzv. elongation rate Λ

$$\Lambda^{\gamma} = \frac{\mathrm{d}X_{\mathrm{max}}}{\mathrm{d}\log_{10}E_0},\tag{1.14}$$

která popisuje nárůst hloubky maxima spršky X_{max} s rostoucí energií E_0 [8].

1.2.3 Heitler-Matthewsův model a superpoziční model

Heitler-Matthewsův model popisuje vývoj hadronové kaskády. Hadronová sprška kromě hadronové kaskády obsahuje i elektromagnetickou kaskádu, která vzniká okamžitým rozpadem $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Ovšem π^{\pm} budou vytvářet nové generace pionů, dokud jejich energie neklesne pod kritickou energii E_c^{π} , kde se piony začnou rozpadat na miony (dle rozpadů pionů uvedené v kapitole 1.2.1) [8]. Hadronová kaskáda je znázorněna na obr. 1.9.



Obrázek 1.9: Hadronová kaskáda. Převzato z [8].

Pro hadrony zavádíme tzv. interakční délku (pro rozpětí energie mezi 10 GeV až 1000 GeV můžeme brát λ_{int} jako konstantu, pro piony ve vzduchu je $\lambda_{int} \approx 120 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2}$). Jestliže hadron urazí typicky interakční délku, pak dochází k rozpadu za vzniku N_{ch} nabitých pionů a $\frac{1}{2}N_{ch}$ neutrálních pionů. Dále platí, že $\lambda_{int} \gg \lambda_r$, tedy hadronové spršky jsou mnohem delší než elektromagnetické spršky [8, 6]. Dále můžeme jako u elektromagnetické kaskády zavést pro hadronovou kaskádu kritickou energii E_c^{π} , hloubku maxima spršky X_{max} , počet interakcí potřebných na pokles energie na kritickou hodnotu n_c [8]. Rozpad nabitých pionů π^{\pm} bude pokračovat, dokud neklesne jejich energie na kritickou energii E_c^{π} . V tomto okamžiku bude střední volná dráha nabitých pionů menší než potřebná interakční délka, aby došlo k interakci pionů. Piony se pod kritickou hodnotou energie budou rozpadat na miony. Pokud bude primární částicí proton o počáteční energii E_0 , tak po *n* interakcí bude $N = (N_{ch})^n$ nabitých pionů, které ponesou energii $(\frac{2}{3})^n E_0$ a zbytek počáteční energie E_0 bude odnesen neutrálními piony π^0 , které vytváří elektromagnetickou kaskádu. Energie na jeden nabitý pion je tedy v průměru

$$E_{\pi} = \frac{E_0}{\left(\frac{2}{3}N_{\rm ch}\right)^n}.$$
 (1.15)

Počet interakcí n_c potřebných k poklesu energie na kritickou hodnotu energie $(E_{\pi} = E_c^{\pi})$ bude rovna

$$n_{\rm c} = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{E_c^{\pi}}\right)}{\ln\left(\frac{2}{3}N_{\rm ch}\right)} = 0.85\log_{10}\left(\frac{E_0}{E_c^{\pi}}\right). \tag{1.16}$$

První interakce protonu nastává v atmosférické hloubce X_0

$$X_0 = \lambda_{\rm I} \ln 2, \tag{1.17}$$

kde $\lambda_{\rm I}$ je interakční délka primárního protonu. Hloubka maxima spršky pro tento primární proton bude

$$X_{\rm max}^{\rm p} = X_0 + \lambda_{\rm r} \ln\left(\frac{E_0}{3N_{\rm r}E_{\rm c}^e}\right),\tag{1.18}$$

ovšem takto spočítané X_{max}^{p} je zhruba o 100 g · cm⁻² nižší oproti přesnějším simulacím a to v důsledku toho, že zanedbává generování elektromagnetické kaskády. Pro přesnější výpočet je nutné zahrnout i elektromagnetickou kaskádu

$$X_{\max}^{p} = X_{\max}^{\gamma} + X_{0} - \lambda_{r} \ln(3N_{ch}).$$
(1.19)

Elongation rate je pak u protonové spršky

$$\Lambda^{\mathrm{p}} = \Lambda^{\gamma} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\log_{10} E_0} [X_0 - \lambda_r \ln\left(3N_{\mathrm{ch}}\right)]. \tag{1.20}$$

Hodnota $\Lambda^{\rm p}$ je oproti Λ^{γ} nižší a podílí se na tom dva efekty: rostoucí počet $N_{\rm ch}$ a rostoucí účinný průřez, což vede ke klesající hodnotě X_0 [8].

Superpoziční model se zabývá interakcí jádra s nukleonovým číslem A a energií E_0 kosmického záření s atmosférou. Každý nukleon pak nese energii $\frac{E_0}{A}$ a vytváří samostatnou spršku. Součet těchto samostatných spršek pak tvoří výslednou spršku a všechny spršky začínají ze stejného bodu. Celková energie spršky E_0 je pak

$$E_0 = 0.85 \text{GeV}(N_e + 25N_\mu), \qquad (1.21)$$

kde N_e je počet elektronů, N_{μ} počet mionů obsažených ve spršce. Spršky vzniklé interakcí jader mají oproti protonovým sprškám při stejné celkové energii více mionů. Pokud mají nukleony, které iniciují spršku, méně energie, tak dochází k menšímu počtu interakcí a tím pádem ztrácí mnohem méně energie v elektromagnetické kaskádě. Mezi počtem mionů vzniklých ve spršce z jádra o nukleonovém čísle A a počtem mionů vzniklých z protonové spršky je závislost

$$N^A_{\mu} = N^{\rm p}_{\mu} A^{0,15}. \tag{1.22}$$

Dále hodnota X_{max} je rovna

$$X_{\max}^{A} = X_{\max}^{p} - \lambda_{r} \ln A.$$
(1.23)

Např. jestliže spršku bude inicializovat železo Fe o A = 56, bude tato sprška obsahovat cca 1,8krát více mionů a hloubka maxima spršky bude o cca 150 g \cdot cm⁻² nižší než u protonové spršky pro všechny energie [8].

1.2.4 Monte Carlo simulace

Jak bylo uvedeno v kapitole 1.2.2 a 1.2.3 Heitlerův a Heitler-Matthewsův model jsou zjednodušenými modely vývoje spršky. Nejsou tedy zcela přesné a jelikož počet částic obsažených ve spršce může přesahovat až 10¹⁰, je vhodnější použít algoritmy pro simulaci jednotlivých spršek na úrovni jejich plného částicového obsahu. Spolehlivost simulací je omezena současnými znalostmi hadronových interakcí a také při vysokých energiích spršek roste doba výpočtů pomocí metody Monte Carlo. V současnosti pro simulaci spršek existují dva nejpoužívanější nástroje a to CORSIKA a CONEX, které řeší tato omezení. Pomocí kombinace programu CORSIKA a CONEX lze dosáhnout rychlých a 3D simulací rozsáhlých spršek [8, 9].

Program CORSIKA (Cosmic Ray Simulations for Kascade) umožňuje simulovat interakce a rozpady jader, hadronů, mionů, elektronů a fotonů. Tento program je možné použít až do energie 100 EeV. Se vzrůstající energií velmi prudce roste doba výpočtů. Tyto simulace poskytují informace o typu, energii, poloze, směru a době příletu sekundárních částic, které vznikají během spršky. Dalšími poskytnutými informacemi je např. hloubka maxima spršky, longitudinální profil spršky, zenitový a azimutální úhel. Hadronové interakce lze popsat několika hadronovými interakční modely, např. VENUS, QGSJET, DPMJET, SIBYLL či nejnovějším interakčním modelem EPOS. Program CORSIKA se skládá ze 4 částí. První část se zabývá vstupem a výstupem, rozpadem nestabilních částic a ztrátami energií způsobené ionizačními ztrátami či magnetickým polem Země. Druhá část se zabývá hadronovými interakcemi vysokoenergetických jader s atmosférou, třetí část též hadronovými interakcemi, ale na nižších energiích. Poslední část řeší interakce elektronů, pozitronů a fotonů. [10, 11].

Druhým nástrojem je program CONEX, který využívá pouze jednorozměrnou simulaci spršek a díky tomuto zjednodušení se značně zkrátí doba výpočtů. Informace získaná ze simulací je např. podélný profil spršky pro všechny částice z elektromagnetické a hadronové kaskády. Výpočty probíhají pouze podél osy spršky, tedy není obsažena informace o bočním rozdělení spršky [12].

V diplomové práci je využíván nástroj CONEX, který je plně dostačují vzhledem k tomu, že se zabýváme jen podélnými profily spršek a zejména pozicemi hloubky maxima spršek. Používanými interakčními modely jsou EPOS a SIBYLL. Avšak fyzika interakčních modelů vyžaduje dlouhé úsilí k plnému pochopení a je nad rámec diplomové práce popisovat detaily použitých teoretických přístupů. Některé aspekty modelů EPOS a SIBYLL budou zmíněny v kapitole 3.1.

Kapitola 2

Detekce kosmického záření Observatoří Pierra Augera

Observatoř Pierra Augera (PAO) o rozloze 3000 km² se nachází v argentinské pampě u městečka Malargue v provincii Mendoza a výstavba probíhala mezi léty 2000 až 2008. Jedná se o mezinárodní spolupráci, na které se podílí 18 zemí a přes 400 vědců z více než 90 institucí. Česká republika se stala členem v roce 1997 a na projektu se podílí oddělení astročásticové fyziky FZÚ AV ČR, Společná laboratoř optiky UP a FZÚ AV ČR v Olomouci (SLO) a Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy. Na SLO byla vyrobena polovina zrcadel pro fluorescenční teleskopy a skupina se zabývá např. kalibrací fluorescenčních teleskopů. Dále se české instituce podílí na monitorování atmosféry, což je důležité pro rekonstrukci a analýzu dat detekovaných spršek [13, 14, 15].

PAO byla postavena za účelem rozluštění záhady původu částic s extrémní energií přilétávajících z vesmíru. V 90. letech 20. století totiž existovaly dva protichůdné výsledky dvou předních experimentů AGASA a HiRes, kdy AGASA byla tvořena povrchovými detektory a HiRes naopak fluorescenčními detektory. Při pozorování částic s energií nad 10²⁰ eV experiment HiRes pozoroval mnohem prudší útlum toku částic než experiment AGASA. Porovnání energetických spekter je znázorněno na obr. 2.1. PAO využívá hybridní systém tvořený jak povrchovými, tak fluorescenčními teleskopy za účelem vysvětlení tohoto rozporu [16, 17, 18].

Cílem PAO je studium kosmického záření o nejvyšších energií, tj. energie nad $\sim 10^{19}$ eV, jeho naměřené energetické spektrum zasahuje přes 10^{20} eV. PAO nedávno prokázala, že takto energetické částice musí pocházet ze zdrojů mimo naši Galaxii. Tok částic se vzrůstající energií prudce klesá. Avšak studium těchto vysokoenergetických částic je výzvou pro současnou vědu, jelikož částici o energii 10^{19} eV detekujeme pouze 1 na km² za rok a částici o energii 10^{20} eV dokonce pouze 1 na km² za století. Proto je detekční pole velice rozsáhlé [13, 14, 15].

2.1 Observatoř Pierra Augera

Detekce kosmického záření probíhá nepřímo hybridním systémem, který detekuje sekundární částice ze spršky a využívá čerenkovské a fluorescenční teleskopy. V rozsáhlých detekčních polích můžeme najít také vodní čerenkovské detektory, scintilační a mionové detektory [5].

Hybridní systém Observatoře Pierra Augera je složen ze 4 fluorescenčních detektorů a 1660 pozemních detektorů. Zařízení umožňuje spolehlivé určení směru letu a



Obrázek 2.1: Porovnání toku částic při vysokých energií u experimentů AGASA a HiRes. Energetické spektrum vynásobeno E^3 . Převzato z [18].

místa dopadu spršky i určení její energie a částicového složení s vysokou přesností, ovšem oba dva typy detektorů využívají jiné principy detekce, které budou popsány v následujících kapitolách. Měření získané kombinací těchto dvou typů teleskopů má vysokou kvalitu, díky čemu lze získat přesnější informace o směru spršky než kdyby byl použitý např. pouze povrchový detektor. Avšak výhodou povrchového detektoru je to, že měření probíhá prakticky neustále, kdežto fluorescenční detektor může měřit pouze v bezměsíčných nocích [19, 15]. Rozmístění detektorů observatoře je znázorněno na obr. 2.2.



Obrázek 2.2: Rozmístění detektorů na Observatoři Pierra Augera. Červeně označené čerenkovské detektory, modře fluorescenční detektory. Převzato z [20].

Observatoř o rozloze 3000 km² se nachází ve výšce 1340 m až 1610 m nad mořem s průměrnou výškou 1400 m, což odpovídá hustotě atmosféry 875 g \cdot cm⁻².

Spršky kosmického záření detekované PAO můžeme rozdělit buď na vertikální spršky, což jsou spršky se zenitovým úhlem menším než 60° , a na horizontální spršky o zenitovém úhlu mezi 60° až 80° .

2.2 Povrchový detektor

Výhodou povrchových detektorů (SD) je zejména to, že pracují neustále a sbírají data z celé plochy 3000 km^2 . Na této ploše je umístěno 1660 vodních čerenkovských detektorů, které jsou pravidelně rozmístěné 1,4 km od sebe. Další výhodou SD je to, že se zvyšující energií spršky roste kvalita měření [15].

Principem čerenkovských detektorů je detekce Čerenkovova záření. Jedná se o elektromagnetické záření, které je vyzařováno při průchodu částice transparentním látkovým prostředím rychlostí vyšší, než je rychlost světla v dané látce. Vyzařované kontinuální spektrum se nachází v rozmezí vlnových délek od ultrafialové oblasti do viditelné oblasti (přibližně 420 nm). V infračervené či mikrovlnné oblasti se nachází zanedbatelné množství emisí. Jestliže se bude částice pohybovat rovnoměrně přímočaře v látkovém prostředí, dochází k lokální polarizaci po dráze nabité částice. Po průchodu částice se polarizované molekuly vracejí do původního stavu a dojde k emisi elektromagnetického záření. Pokud je rychlost částice větší než rychlost světla v daném prostředí, mohou elektromagnetické vlny spolu interferovat. Interference bude nastávat pod úhlem Θ dle vztahu

$$\cos\Theta = \frac{1}{\beta n},\tag{2.1}$$

kde $\beta = \frac{v}{c}$ a *n* je index lomu daného látkového prostředí. Pod tímto úhlem dochází ke kuželovitému rozbíhání emitovaného záření od dráhy částice. SD reagují jak na elektromagnetické, tak i na mionové složky spršky [21]. Čerenkovovo záření uvnitř detektoru znázorněno na obr. 2.3.



Obrázek 2.3: Čerenkovovo záření uvnitř čerenkovského detektoru. Převzato z [21].

Na obr. 2.4 je znázorněna stavba povrchového detektoru na PAO, který se skládá z nádrže o průměru 3,6 m a výšce 1,2 m a je vyplněn 12 tisíci litry velmi čisté vody. Uvnitř nádrže jsou umístěné 3 fotonásobiče PMT (viz obr. 2.3), které zaznaménavají Čerenkovovo záření a díky výšce povrchového detektoru jsou SD citlivé na vysokoenergetické fotony, které se rozpadají na pár elektron-pozitron. Každý SD je samostatná nezávislá jednotka, obsahuje baterii a solární panel. Detektor se skládá dále z procesoru, GPS antény (přijímač) a telekomunikační antény (rádiový vysílač a přijímač). Avšak SD podléhá velmi náročným podmínkám prostředí, ve kterých je umístěn (velké teplotní výkyvy, vlhkost a prach) a proto jsou nutné pravidelné údržby [15].



Obrázek 2.4: Stavba povrchového detektoru. Převzato z [7].

2.3 Fluorescenční detektor

Fluorescenční detektor poskytuje velmi přesné stanovení podélného profilu spršky, tj. jakousi fotografii spršky podél celé její dráhy v atmosféře. Velkou nevýhodou fluorescenčních detektorů (FD) je ovšem to, že zaznamenávají vývoj spršky pouze v bezměsíčné noci asi 13 % celkového času. Po obvodu observatoře jsou umístěné 4 fluorescenční detektory a jsou jimi Los Leones (zobrazen na obr. 2.5), Los Morados, Loma Amarilla a Coihueco. Každý fluorescenční detektor je složený ze 6 nezávislých fluorescenčních teleskopů (FT)(viz obr. 2.6) umístěných v klimatizované budově. Zorné pole každého FT je $30^{\circ} \times 30^{\circ}$ v azimutu a elevaci. Nejmenší elevace je minimálně 1,5° nad horizontem. Díky této kombinaci dokáže 6 FT pokrýt 180° zorné pole.



Obrázek 2.5: Budova fluorescenčního detektoru Los Leones (bezpečnostní clona odkryta z důvodu údržby). Převzato z [22].

Princip fungování FD je následující: fluorescenční světlo je emitováno v ultrafialové oblasti, v rozsahu 300 - 430 nm, převážně elektromagnetickou složkou spršky. Dochází k interakci spršky sekundárního kosmického záření s molekulami dusíku v atmosféře,

v které se excitují a následnou deexcitací vznikají fluorescenční fotony. Produkce emitovaných fluorescenčních fotonů je úměrná energii obsažené ve spršce. Tento princip detekce vede k velmi přesnému stanovení energie částice primárního kosmického záření. FD dále měří podélný vývoj spršky, ze kterého lze s velmi dobrou přesností stanovit pozici maxima spršky X_{max} [22].



Obrázek 2.6: Stavba fluorescenčního detektoru s 6 fluorescenčními teleskopy. Převzato z [22].

Mezi základní prvky fluorescenčního teleskopu (viz obr. 2.7) patří vstupní okénko, které je během dne či špatného počasí v noci (déšť, silný vítr) zakryté bezpečnostní clonou. Dále optický systém FT tvoří vstupní apertura s UV filtrem, korekční prstenec, segmentované zrcadlo, z něhož je světelný signál koncetrovaný na kameru s fotonásobiči.



Obrázek 2.7: Optické prvky fluorescenčního teleskopu na Coihueco. Převzato z [7].

UV filtr u vstupní apertury absorbuje viditelnou oblast vlnových délek. Pokud by nebyl umístěn filtr, došlo by ke ztrátě fluorescenčního signálu v šumu fotonů z oblasti viditelných vlnových délek, čili filtr zvyšuje poměr signálu k šumu pro měřené vlnové délky. Propustnost filtru dosahuje více než 50 % pro oblast vlnových délek 310-390 nm a 80 % pro vlnové délky 330-380 nm [15].

Ve vnější části kruhové clony je umístěn korekční prstenec, který eliminuje sférickou aberaci a komu. Korekční prstenec o vnitřním poloměru 850 mm a vnějším poloměru 1100 mm je segmentován z důvodu zjednodušení jeho výroby, snížení hmotnosti a je složen z 24 segmentů. Zároveň slouží k tomu, aby byly zachovány vlastnosti Schmidtovy apertury, kdy clona teleskopu je dvojnásobná s využitím korekčního prstence [22, 15].

Jelikož je plocha primárního zrcadla 13 m^2 , je segmentováno, a to za účelem snížení hmotnosti a celkové ceny zrcadla. Segmenty zrcadel tvoří buď 60 hexagonálních skleněných zrcadel, na kterých je vakuově nanesena reflexní vrstva a nachází se na FD Coihueco a Loma Amarilla, nebo je segmentované zrcadlo složeno ze tří různých velikostí 36 obdélníkových hliníkových zrcadel, které se nachází na FD Los Leones a Los Morado. Odrazivost u hexagonálních zrcadel dosahuje až 90 % při vlnové délce 370 nm [22, 15].

Kamera s fotonásobiči (znázorněna na obr. 2.8) je složená z matice o 440 pixelů (22×20) . Sprška kosmického záření aktivuje na této matici dané pixely. Jsou zde využívány fotonásobiče, které jsou tvořeny šestihrannými trubicemi o průměru 40 mm (PMT) a každá trubice funguje jako jeden fotonásobič. Trubice fotonásobiče je osmistupňová a vysoké napětí k zesílení signálu zajišťuje vysokonapěťový dělič. Před fotonásobičem je umístěna fotokatoda, která dosahuje kvantové účinnosti 25 % pro vlnové délky v rozsahu (350-400) nm. Pokud budeme mít bezměsíčnou noc, bude indukovaný proud na každém fotonásobiči přibližně 0,8 μ A [22, 15].

Elektronika FT musí mít velký dynamický rozsah (kvůli měření fluorescence) a nominální zisk je nastaven na cca $5 \cdot 10^4$. Každý PMT je pak připojený k distribuční desce, kdy na jednu desku je připojených 44 PMT. Signál je následně digitalizován pomocí tzv. front-end elektroniky. Ke každému teleskopu je pak připojen počítač MPC a pomocí rozhraní FireWire jsou data přenesena z front-end elektroniky. V posledním kroku jsou data pomocí rozhraní LAN přenesena na centrální počítač, tzv. EyePC, kde jsou následně uložena na pevném disku [15].



Obrázek 2.8: Kamera fluorescenčního detektoru. Převzato z [22].

Simulace optického systému jsou prováděny pomocí Geant 4 a simulací Monte Carlo pro vznik záření a šíření světla. Šíření fotonů popisujeme pomocí odrazu, lomu, Rayleighovým rozptylem a absorpcí; optické prostředí pak indexem lomu, absorpční délkou a koeficienty odrazivosti, a to vše jako funkce vlnové délky. Výsledky dat jsou v souladu s konstrukcí optického detektoru, které Geant4 správně předpověděl [22]. Aby bylo možné provést přesnou rekonstrukci spršky, je nutné provést kalibraci. Kalibrace spočívá v tom, že na vstupní aperturu se umístí tzv. buben (drum) o průměru 2,5 m a hloubce 1,4 m, ve kterém je umístěn pulzní zdroj UV LED světla o vlnové délce 365 nm (viz obr. 2.9). Světlo je pak následně o boky bubnu rozptýleno po celém objemu. Nad každý pixel dopadá stejný světelný tok a zjišťuje se odezva každého pixelu. Díky tomuto lze zkalibrovat každý pixel a kalibrace fluorescenčních teleskopů probíhá ideálně jednou za rok. Dále je ke kalibraci bubnu možné použít laser o vlnové délce 355 nm, který je umístěn několik km od FT a svisle míří do atmosféry, kde dochází k převážně Rayleighovu rozptylu na molekulách atmosféry a následná fluorescence je pozorována fluorescenčními teleskopy [15].



Obrázek 2.9: Kalibrace fluorescenčního teleskopu. Převzato z [22].

V poslední době se od kalibrace bubnem ovšem upustilo a skupina při SLO vyvíjí zcela nový způsob absolutní kalibrace.

2.4 Další detekční zařízení Observatoře Pierra Augera

Kromě povrchových a fluorescenčních detektorů jsou na PAO umístěné další zařízení. Jedny z nejdůležitějších jsou zařízení pro monitorování atmosféry, jelikož se atmosféra dá využít jako obrovský kalorimetr a pro přesnou kalibraci detektorů je potřeba znát její aktuální stav. Na obr. 2.10 jsou znázorněny další zařízení na PAO. U každého fluorescenčního detektoru je umístěn Lidar, infračervená kamera (detekce oblačnosti) a meteorologická stanice. U FD Coihueco a Los Morados je umístěn Aerosol Phase Function (APF) a na Los Leones umístěn Horizontal Attenuation Monitor (HAM) a (Ph/F)otometric Robotic Atmospheric Monitor (FRAM). Dále je v poli mezi povrchovými detektory umístěn Central Laser Facility (CLF), eXtreme Laser Facility (XLF) a Balloon Launching Station (BLS).

Lidar slouží pro kalibraci atmosféry nad FD a využívá Nd:YLF laser o energii 0,1mJ a vlnové délce 351 nm. Pomocí detekce rozptýleného záření od aerosolů v atmosféře vypočítává útlum měřeného signálu FD [15].



Obrázek 2.10: Další zařízení na Observatoři Pierra Augera. Převzato z [15].

APF měří rozptyl fluorescenčního a Čerenkovova světla v atmosféře. Rozptylové úhlové rozlišení lze odhadnout na základě velikosti a tvarů aerosolů [15].

Zařízení HAM monitoruje horizontální útlum v atmosféře. Na Coihueco je instalovaná výbojka, která směřuje na 45 km vzdálený Los Leones, na kterém se měří horizontální útlum na pěti vlnových délkách v rozmezí 350 nm až 550 nm [15].

FRAM je dalekohled o průměru zrcadla 0,3 m, zkoumá gama záblesky a monitoruje atmosféru pomocí pomocí vybraných neproměnných hvězd [15].

Testovací lasery CLF a XLF využívají vlnovou délku 355 nm, která leží v oblasti UV dusíkového fluorescenčního světla o vlnových délkách 337 nm a 357 nm. Maximální energie laserového pulzu je 7 mJ, což je ekvivalent 100 EeV spršky. Používají se k měření optických hloubek profilu aerosolů, které pak jsou využívány při rekonstrukci spršky fluorescenčními detektory [15].

2.5 Rekonstrukce spršky kosmického záření

Díky využití hybridní konstrukce (viz obr. 2.11) a současného použití naměřených dat z fluorescenčních i povrchových detektorů, lze spršku přesněji rekonstruovat a získat tak důležité informace o jejích vlastnostech. Již s využitím údajů jednoho zasaženého povrchového detektoru můžeme stanovit přesnější geometrickou rekonstrukci než jen při použití dat fluorescenčních teleskopů. Každý SD má svoji polohu v poli detektorů a zaznamenává se čas dopadu čela spršky na detektor. Tyto údaje jsou klíčové pro zpřesnění rekonstrukce fluorescenčními teleskopy [15, 22].



Obrázek 2.11: Rekonstrukce spršky. Převzato z [15].

Geometrická rekonstrukce spršky je znázorněna na obr. 2.12.



Obrázek 2.12: Geometrická rekonstrukce spršky pomocí fluorescenčního teleskopu. Převzato z [22].

Nejprve je nutné stanovit rovinu mezi sprškou a detektorem SDP (Shower Detector Plane). Pokud čelo spršky S_i projde v čase t_0 bodem roviny kolmé k nejbližšímu fluorescenčnímu teleskopu R_p , tak v čase t_i dorazí signál k i-té pozici na kameře. Tuto spršku pozoruje fluorescenční teleskop pod úhlem χ_i a lze ji popsat následující rovnicí

$$t_{\rm i} = t_0 + \frac{R_{\rm p}}{c} \tan\left(\frac{\chi_0 - \chi_{\rm i}}{2}\right). \tag{2.2}$$

Ovšem při rekonstrukci se využívají pouze impulsy s poměrem signálu k šumu, který je ≥ 5 [15, 22].

Jestliže je známa geometrická rekonstrukce spršky, můžeme stanovit energii spršky ze závislosti množství naměřeného fluorescenčního světla FT a atmosférické hloubky. Je nutné zahrnout útlum světla mezi sprškou a detektorem a dále oddělit fluorescenční, Čerenkovovo a rozptýlené světlo. Jelikož v zorném poli fluorescenčního teleskopu se nenachází celý profil spršky, je nutné využít Gaisser-Hillasovu fitovací funkci

$$f_{\rm GH}(X) = \left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}X}\right)_{\rm max} \left(\frac{X - X_0}{X_{\rm max} - X_0}\right)^{\frac{X_{\rm max} - X_0}{\lambda}} e^{\frac{X_{\rm max} - X}{\lambda}},\tag{2.3}$$

která popisuje energetické ztráty $\left(\frac{dE}{dX}\right)$ v závislosti na atmosférické hloubce X. Integrál Gaisser-Hillasovy funkce pak udává celkovou kalorimetrickou energii E_{cal} . Abychom

získali celkovou energii spršky E_0 je nutné provést korekci i na neviditelnou energii odnášenou neutriny či vysokoenergetickými miony [15, 22].

Rekonstrukce povrchovými detektory probíhá pomocí určení času dopadu čela spršky na jednotlivé SD (viz obr. 2.14) a již z časového profilu průběhu lze stanovit geometrii spršky, tj. směr a velikost spršky (např. sprška kosmického záření o energii 10 EeV se rozprostře na ploše větší než 25 km²) [15].



Obrázek 2.13: Rekonstrukce spršky povrchovým detektorem. Převzato z [15].



Obrázek 2.14: Dopad spršky na povrchové detektory. Nejprve sprška dopadla na žluté detektory a postupně se šířila směrem na červené detektory. Převzato z [15].

Čelo spršky znázorněné na obr. 2.13 se pohybuje rychlostí světla c, v čase t_i dopadne na i-tý detektor, jehož pozice je \vec{x}_i , časový vývoj lze popsat dle

$$c(t_{\rm i} - t_0) = |\vec{x}_{\rm sh} - \vec{x}_{\rm i}|,$$
(2.4)

kde t_0 a $\vec{x}_{\rm sh}$ popisují počáteční čas a polohu spršky [15].

Směr (rovinu) spršky a lze vypočítat jako

$$a = \frac{\vec{x}_{\rm sh} - \vec{x}_{\rm gr}}{|\vec{x}_{\rm sh} - \vec{x}_{\rm gr}|},\tag{2.5}$$

kde $\vec{x}_{\rm gr}$ je místo dopadu spršky na zem [15].

2.6 Vybrané výsledky Observatoře Pierra Augera

Jedním z největších cílů Observatoře Pierra Augera je proměření energetického spektra nejvyšších energií a to s velkou přesností. Nejnovější výsledek energetického spektru na PAO z roku 2021 je zobrazen na obr. 2.15. Energetický práh byl snížen na 10^{15} eV a celkově bylo nově na těchto nízkých energií použito 123 159 událostí, které byly sbírané od června 2012 až do prosince 2017. Energie kotníku byla stanovena na $E_{\rm ancle} = (5, 0 \pm 0, 1 \pm 0, 8) \cdot 10^{18}$ eV, kde 0,1 označuje statistickou chybu a 0,8 systematickou chybu. Dále měření stanovilo spektrální index γ , který označuje tempo poklesu toku částic s energií (dle $\phi \sim E^{-\gamma}$). Mezi kolenem a kotníkem je $\gamma_1 = (3,283 \pm 0,002 \pm 0,10)$ a dochází tam ke strmější změně spektra oproti změně za kotníkem, kde je $\gamma_2 = (2,54 \pm 0,003 \pm 0,05)$ [23]. V kapitole 1.1.1 byly γ faktory převzaty z [1] a jejich hodnoty byly pro oblast mezi kolenem a kotníkem $\gamma = 3,0$ a v kotníku $\gamma = 2,69$. Tyto hodnoty se liší od měření PAO. Ovšem nejnovější hodnoty naměřené PAO jsou přesnější.



Obrázek 2.15: Energetické spektrum (vynásobené E^3), oficiální výsledek PAO z roku 2021. Převzato z [23].

Mezi další důležité výsledky PAO patří studium chemického složení kosmického záření. Zajímavé je, že když se podíváme na tok vysokoenergetických částic na obr. 2.16, kde jsou vykresleny příspěvky jednotlivých jader primárního kosmického záření k celkovému toku (A je nukleonové číslo). Lze pozorovat, že s přibývající energií se posouvá částicové složení, tj. spektrum bude "těžknout". Zatímco na nižších energiích převládá A = 1, tedy proton, s rostoucí energií začnou převládat prvky o nukleonovém čísle mezi 23 až 38. Na nejvyšších energií se bude jednat dokonce o jádra s nukleonovým číslem $A \geq 39$. Obrázek je teoretickým modelem, jak lze výsledné energetické spektrum popsat, nikoli přímým měřením jednotlivých komponent spektra [24].



Obrázek 2.16: Částicové složení kosmického záření na nejvyšších energiích, oficální výsledek PAO z roku 2021. Převzato z [24].

Dalším výsledkem PAO je pozorování velkoškálové anizotropie kosmického záření. Obr. 2.17 popisuje tok kosmického záření pro energie nad $E \ge 8$ EeV. Uprostřed je znázorněn střed naší Galaxie. Napravo v přibližné vzdálenosti 125° od středu Galaxie se nachází oblast, ze které přilétává mnohem více částic a protože oblast leží mimo rovinu Galaxie, předpokládáme, že tyto částice musí mít původ mimo Galaxii, tedy jde o důkaz extragalaktického původu částic [25].



Obrázek 2.17: Velkoškálová anizotropie pro energie nad $E \ge 8$ EeV. Červeně je znázorněn přebytek toku částic, modře pak úbytek toku. Oficiální výsledek PAO z roku 2019. Převzato z [25].

Jako poslední vybraný oficiální výsledek uvádíme vyčíslení změn střední hodnoty $\langle X_{\text{max}} \rangle$ pro události s energií nad 10^{18,7} eV v závislosti na poloze na obloze, které je zobrazeno na obr. 2.18. V Galaktické rovině mají detekované spršky střední maximum posunuto k nižším hodnotám $\langle X_{\text{max}} \rangle$ (maximum je průměrně dále od povrchu Země), zatímco mimo Galaktickou rovinu se jedná o posun k vyšším hodnotám $\langle X_{\text{max}} \rangle$. Jak uvádíme podrobněji v kapitolách 3 a 4, posun k nižším hodnotám $\langle X_{\text{max}} \rangle$. Jak inžším hodnotám těžší. Z Galaktické roviny tak přilétá na Zemi více těžkých částic než z oblasti mimo naši Galaxii. Magnetické pole naší Galaxie tak viditelně ovlivňuje částicové složení kosmického záření [26].



Obrázek 2.18: Mapa popisující relativní složení kosmického záření pro energie nad 10^{18,7} eV. Modře znázorněné lehké částice, červeně těžší. Oficiální výsledek PAO z roku 2021. Převzato z [26].

2.7 Další experimenty kosmického záření

Dalším projektem zabývajícím se kosmickým zářením byl experiment AGASA (Akeno Giant Air Shower Array), který také zkoumal původ vysokoenergetických částic. Nacházel se na rozlehlé ploše 100 km^2 v Japonsku a byl složen z 111 pozemních detektorů rozmístěných 1 km od sebe a dále zde bylo rozmístěno 27 detektorů pro detekci mionů [16].

Projekt HiRes (The High Resolution Fly's Eye) v USA vznikl také za cílem objevit zdroje a urychlovací mechanismy, pomocí kterých je částice urychlena na nejvyšší energii. HiRes monitoroval oblast 3000 km² pomocí 2 fluorescenčních detektorů, sbíral okolo 300 událostí ročně s energiemi nad 10¹⁹ eV. Na HiRes 1 se nacházelo 21 zrcadel o průměru 3 metry, na HiRes 2 bylo 42 zrcadel a v ohnisku každého zrcadla byl fotonásobič o průměru 40 mm [17].

Mezi současné aktivní experimenty patří kromě Observatoře Pierra Augera také Telescope Array (TA). Telescope Array se nachácí v poušti Millard County v Utahu a funguje od roku 2007. Tato observatoř se zabývá vysokými energiemi kosmického záření nad 10^{18} eV. Na ploše 762 km² je umístěno přes 500 pozemních scintilačních detektorů, jenž jsou rozmístěné v mřížce 1,2 km od sebe. Dále jsou zde v trojúhelníku o obvodu 30 km umístěné 3 fluorescenční detektory, z nichž se každý skládá z 12-14 teleskopů. Rozšíření TALE (Telescope Array Low Energy) umožňuje pozorování kosmického záření na nižších energiích, tj. $3 \cdot 10^{16}$ eV. Cílem projektu TARA (Telescope Array RADAR) je snaha detekovat kosmické záření pomocí radarů. Vlny vyslané z upraveného vysílače jsou rozptýleny atmosférickou ionizací, kterou způsobuje kosmická sprška a následně jsou sbírány digitálními radiovými přijímači. Výhodou tohoto projektu má být zejména to, že dokáže sbírat data 24 hodin denně a není omezen jako fluorescenční detektory na bezměsíčné noci [27].

Kapitola 3

Simulace spršek kosmického záření s ohledem na maximum spršky v atmosféře

Cílem této části diplomové práce je zjištění, jakým způsobem se vyvíjí distribuce pozic maxima spršky X_{max} v závislosti na energii a typu primární částice. Nasimulované výsledky pomocí dostupných nových verzí interakčních modelů EPOS a SIBYLL jsou také porovnány s měřením na Observatoři Pierra Augera. Dalším cílem je zkoumání odlišností předpovědí různých modelů jádro-jaderných interakcí právě s ohledem na pozici maxima spršky.

3.1 Interakční modely EPOS a SIBYLL

Jelikož intenzita částic na vysokých energiích je velice nízká a protože pouze z naměřených dat nelze určit všechny vlastnosti primární částice, používají se pro studium kosmických spršek Monte Carlo simulace. Použitými interakčními modely pro potřeby této práce byly EPOS-LHC a SIBYLL 2.3d. Tyto modely simulují hadronové interakce a využívají odlišných přístupů aplikovaných na QCD (kvantová chromodynamika) a liší se také různými předpokládanými účinnými průřezy a jejich závislostmi na energii. Různé teoretické přístupy v použitých modelech se odráží také na dalších klíčových parametrech jaderných interakcí jako je multiplicita či elasticita srážek. Zkoumáním srážek na urychlovačích a ve sprškách kosmického záření můžeme následně ladit modely interakcí a hadronizace [28, 29, 30].

Interakční model EPOS pomocí metody Monte Carlo simuluje nejen interakce protonů a těžkých iontů na urychlovačích, ale lze jej využít i pro simulaci spršek kosmického záření. Tento model vychází z výsledků urychlovače LHC, který poskytl informace o hadronových srážkách p–p, p–Pb či Pb–Pb a je založený na partonech a pomeronech. Při interakci hadron–hadron bude účinný průřez záviset na PDF (partonová distribuční funkce). PDF je odvozena z poruchové QCD a z měření hlubokého nepružného rozptylu [28, 29].

Zpočátku byl interakční model SIBYLL založen na dual partonovém a minijet modelu a snažil se popsat měření ISR (Intersecting Storage Ring) či S $p\overline{p}$ S v CERNU nebo Tevatron ve Fermilabu. Současný SIBYLL je založen na dopředné fyzice srážek v urychlovači LHC a na velmi přesném měření celkového a nepružného účinného průřezu. Energie srážek v urychlovačích dosahuje až hodnoty $\sqrt{S} = 13$ TeV. Současný SIBYLL 2.3d je kromě dat p–p z LHC naladěn i na data ze srážkových experimentů využívajících pevných terčů a to zejména srážek p–C, π –p či π –C. Tento model se snaží vysvětlit hlavní rysy hadronové produkce částic, zabývá se nejen hadronovými interakcemi, ale i interakcemi mezi různě těžkými jádry, jelikož primární částice kosmického záření může být až železo, naopak v sekundárním kosmickém záření převažují lehké prvky a hadrony. Tvrdé hadronové interakce jsou založeny na poruchové QCD. Distribuce partonů podléhá PDF. U tzv. měkkých interakcí dochází k výměně virtuálních částic pomeronů a reggeonů [30].

Pokud srovnáme rozdíl středních pozic maxima spršky $\langle X_{\text{max}} \rangle$ pro modely EPOS-LHC a SIBYLL 2.3d s předešlým modelem SIBYLL 2.1 (viz obr. 3.1), plnou čárou je zobrazen proton a přerušovanou Fe, tak mezi modely EPOS-LHC (zeleně) a SIBYLL 2.3d (červeně) je rozdíl cca 10 g · cm⁻² pro proton, kdy SIBYLL 2.3d dává vyšší hodnoty $\langle X_{\text{max}} \rangle$. Na vyšších energiích je pak rozdíl mezi modely ještě nepatrně o něco vyšší. I pro Fe jsou hodnoty $\langle X_{\text{max}} \rangle$ modelu SIBYLL 2.3d vyšší, avšak jen o cca 5 g · cm⁻². Naopak ve srovnání modelů SIBYLL mezi verzemi 2.3d a předchozí 2.1, u současné verze 2.3d je hodnota ΔX_{max} v rozmezí 10 – 20 g · cm⁻² (s rostoucí energií se zvyšuje ΔX_{max}).



Obrázek 3.1: Predikce rozdílů středních hodnot $\langle X_{\text{max}} \rangle$ modelů EPOS-LHC (zeleně) a SIBYLL 2.3d (červeně) ve srovnání s modelem SIBYLL 2.1 pro p (plná čára) a Fe (přerušovaná čára) na nejvyšších energiích. Převzato z [30].

Porovnáme-li rozdíl středních pozic maxima spršky pro p a Fe (ΔX_{max}) znázorněné na obr. 3.2, tak s rostoucí energií se tento rozdíl nejprve prudce zmenšuje až po energii 10^{17} eV, kdy začne být pokles pozvolný. Dále s rostoucí energií se zvyšuje rozdíl mezi jednotlivými modely SIBYLL 2.3d (vyšší hodnoty ΔX_{max}) a EPOS-LHC, kdy rozdíl mezi těmito modely na energii 10^{20} eV dosahuje hodnoty cca 6 g · cm⁻².

Pro šířku distribuce $X_{\text{max}} \sigma_{X_{\text{max}}}$ (viz obr. 3.3) lze pozorovat, že s rostoucí energií primární částice $\sigma_{X_{\text{max}}}$ klesá. Pro model SIBYLL 2.3d a proton jsou hodnoty vyšší o cca 5 g · cm⁻² oproti EPOS-LHC. U Fe jsou hodnoty $\sigma_{X_{\text{max}}}$ pro model SIBYLL 2.3d nepatrně vyšší, avšak oproti p je u Fe pokles $\sigma_{X_{\text{max}}}$ s energií velmi pozvolný.


Obrázek 3.2: Rozdíl predikcí středních hodnot $\langle X_{\text{max}} \rangle$ p a Fe pro jednotlivé modely EPOS-LHC (zeleně) a SIBYLL 2.3d (červeně). Převzato z [30].



Obrázek 3.3: Závislost šířky distribuce $\sigma_{X_{\text{max}}}$ pro p a Fe a modely EPOS-LHC (zeleně) a SIBYLL 2.3d (červeně) ve srovnání s daty naměřenými na Observatoři Pierra Augera z roku 2019 (šedě). Převzato z [30].

V následující podkapitole 3.2 se budeme soustředit na nezávislé porovnání předpovědí modelů EPOS-LHC a SIBYLL 2.3d pro různé typy primárních částic a na porovnání s naměřenými daty na PAO. Budeme používat vlastní samostatně provedené simulace.

3.2 Simulace pozice maxima spršky pomocí programu CONEX

3.2.1 Nastavení simulací

Spršky kosmického záření byly v této práci nasimulovány v simulačním nástroji CONEX ve verzi 2r7.50 pomocí interakčních modelů EPOS-LHC a SIBYLL 2.3d. Celkově tak byly nasimulovány 2 sady simulací po 500 sprškách pro primární částice proton, He, N a Fe pro 10 různých energií v rozmezí $10^{15,5}$ eV až $10^{19,5}$ eV. Zenitový úhel simulovaných

spršek kosmického záření, který se v simulacích nenastavoval, byl tak ve výsledných souborech roven pro každou spršku výchozí hodnotě 60°. Při tomto zenitovém úhlu již dochází k plnému rozvinu spršek nad zemským povrchem. Celkově tak bylo nasimulováno na 80 000 spršek kosmického záření. Žádná další nastavení nebyla použita. Nasimulované spršky kosmického záření byly zpracovány pomocí programu ROOT [31].

3.2.2 Distribuce pozic maxima spršky

Pro každou simulaci primární částice p, He, N, Fe a zvolených 10 primárních energií v rozsahu 10^{15,5} eV až 10^{19,5} eV a oba interakční modely EPOS a SIBYLL se určila hodnota pozice maxima spršky X_{max} s využitím Gaisser-Hillasovy fitovací funkce (2.3) aplikované na podélný profil energetických ztrát. Hodnota X_{max} pak byla vynesena do histogramu závislosti četnosti hodnot maxima spršky při dané energii pro danou částici (viz Příloha A, obr. A.1–A.8) a z daného histogramu se následně určila střední hodnota pozice maxima spršky $\langle X_{\text{max}} \rangle$. Výčet hodnot $\langle X_{\text{max}} \rangle$, chyby střední pozice maxima spršky $\sigma_{\langle X_{\text{max}} \rangle}$ a šířka distribuce pozice maxima spršky $\sigma_{X_{\text{max}}}$ je uveden v Příloze B, tabulka B.1–B.4.

Na obr. 3.4 jsou znázorněné pozice X_{max} pro EPOS a SIBYLL pro proton jako primární částici při vybraných energiích. Obdobně dostáváme podobné obrázky pro He (viz obr. 3.5), N (viz obr. 3.6) a Fe (viz obr. 3.7). Lze pozorovat, že střední hodnota $\langle X_{\text{max}} \rangle$ se posouvá směrem k vyšším hodnotám s rostoucí energií primární částice a roste přibližně stejně rychle pro všechny typy částic. Šířka distribuce X_{max} s rostoucí energií nejprve klesá rychle a od cca 10^{17} eV je pokles s energií pomalejší. Podrobnější diskuze bude dále.



Obrázek 3.4: Četnost pozic X_{max} pro p pro 10 zvolených energií. Vlevo model EPOS, vpravo model SIBYLL.



Obrázek 3.5: Četnost pozic $X_{\rm max}$ pro He pro 10 zvolených energií. Vlevo model EPOS, vpravo model SIBYLL.



Obrázek 3.6: Četnost pozic X_{max} pro N pro 10 zvolených energií. Vlevo model EPOS, vpravo model SIBYLL.



Obrázek 3.7: Četnost pozic X_{max} pro Fe pro 10 zvolených energií. Vlevo model EPOS, vpravo model SIBYLL.

Pokud vykreslíme pro danou energii histogram X_{max} pro jednotlivé primární částice (viz obr. 3.8 pro model EPOS a obr. 3.9 pro model SIBYLL), lze pozorovat, že hodnota X_{max} pro Fe je nižší než pro p, obecně lze konstantovat, že s rostoucím nukleonovým číslem A se X_{max} posouvá k nižším hodnotám, což předpovídal vztah 1.23. Dále lze pozorovat, že se zvyšujícím se A se šířka distribuce zmenšuje, tedy že distribuce pro Fe je nejužší a jednotlivé hodnoty X_{max} jsou zastoupeny s větší četností oproti p, kdy je šířka distribuce daleko větší a tedy jednotlivé hodnoty X_{max} se vyskytují s menší četností.



Obrázek 3.8: Četnost X_{max} pro primární částice p, He, N, Fe pro model EPOS. Celkově nasimulováno 1000 spršek pro každou primární částici při dané energii.



Obrázek 3.9: Četnost X_{max} pro primární částice p, He, N, Fe pro model SIBYLL. Celkově nasimulováno 1000 spršek pro každou primární částici při dané energii.

Podrobněji je $\sigma_{X_{\text{max}}}$ studována na obr. 3.10, ze kterého je vidět, že hodnoty šířky distribuce šířky distribuce $\sigma_{X_{\text{max}}}$ pro p a Fe odpovídají výsledkům z [30] vykreslených na obr. 3.2, tedy že s rostoucí energií u p dochází k prudšímu poklesu $\sigma_{X_{\text{max}}}$ až do energie cca $10^{17} - 10^{18}$ eV. U Fe je tento pokles pozvolnější. Chyba $\sigma_{X_{\text{max}}}$ nasimulovaných distribucí není na obr. 3.10 vykreslena, počítala by se za využití čtvrtého momentu distribuce X_{max} a vzhledem k počtu nasimulovaných dat v jednotlivých binech by byla srovnatelná se statistickou chybou $\sigma_{X_{\text{max}}}$ určené z dat.



Obrázek 3.10: Závislost šířky distribuce $\sigma_{X_{\text{max}}}$ na logaritmu energie p a Fe pro modely EPOS (červeně) a SIBYLL (modře). Šířka distribuce pro naměřené hodnoty na PAO znázorněna křížky. Nasimulované hodnoty dle modelů EPOS a SIBYLL proloženy ilustračním fitem (polynom 2. stupně).

3.2.3 Srovnání modelů EPOS a SIBYLL

Pokud zakreslíme do jednoho histogramu pozici středních hodnot $\langle X_{\text{max}} \rangle$ dané primární částice pro jednotlivé energie interakčních modelů EPOS a SIBYLL, lze porovnat, jak se tyto dva modely v simulacích liší. Z obr. 3.11 můžeme usoudit, že přes původní očekávání se tyto dva modely ve střední hodnotě $\langle X_{\text{max}} \rangle$ nakonec příliš neodlišují. Pro proton model SIBYLL dosahuje nepatrně vyšších hodnot $\langle X_{\text{max}} \rangle$ oproti modelu EPOS. Podobně u He, ale rozdíl mezi modely je zde ještě menší než u protonu. U jader N a Fe se oba modely téměř shodují. Lze tedy konstatovat, že model SIBYLL dává nepatrně vyšší střední hodnoty $\langle X_{\text{max}} \rangle$ pro lehčí jádra a s těžšími jádry se tyto dva modely budou téměř shodovat. Toto pozorování je opět v souladu s prací [30].



Obrázek 3.11: Porovnání $\langle X_{\text{max}} \rangle$ u simulací pro interakční modely EPOS (červeně) a SIBYLL (modře) pro primární částice p, He, N a Fe. Dále jsou zobrazena naměřená data na PAO.

3.2.4 Porovnání simulací s daty Observatoře Pierra Augera

Na obr. 3.12 je vykreslená závislost střední hodnoty $\langle X_{\text{max}} \rangle$ na energii pro jednotlivé primární částice dle předpovědi modelů EPOS a SIBYLL a data naměřená na PAO (viz Příloha C).

Pro analytický popis předpovědi modelů EPOS a SIBYLL pro p
 a Fe byl použit následující vztah

$$\langle X_{\max} \rangle = X_0 + D \log_{10} \left(\frac{E}{E_0 A} \right) + \xi \ln A \, \log_{10} \left(\frac{E}{E_0} \right) + C^{\text{add}}, \quad (3.1)$$

kdy hodnoty X_0 , D, ξ , δ jsou konstanty (viz tabulka 3.1), $E_0 = 10^{19}$ eV a A je nukleonové číslo (pro pA = 1, Fe A = 56). Pro superpoziční model se parametry ξ a δ očekávají nulové [32]. Dále je námi zavedena další aditivní konstanta C^{add} , která je výsledkem vlastního dodatečného fitu, aby křivka lépe popisovala námi nasimulované hodnoty.

Pro všechny typy částic je růst $\langle X_{\text{max}} \rangle$ s energií zhruba stejně velký. U fitů pro p a Fe lze sledovat, že tyto fity jsou téměř rovnoběžné a při dané energii je rozdíl mezi p a Fe zhruba 100 g · cm⁻². Podrobněji se budeme rozdílem pozic maxima spršky mezi p a Fe $\langle X_{\text{max}}^{\text{p}} \rangle - \langle X_{\text{max}}^{\text{Fe}} \rangle$ zabývat v kapitole 4.

Tabulka 3.1: Hodnoty parametrů pro hadronové interakční modely EPOS a SIBYLL při energii $E_0 = 10^{19}$ eV. Převzato z [33]. Dále hodnoty pro zavedené aditivní konstanty C^{add} .

parametr	EPOS-LHC	SIBYLL 2.3d
$X_0 \left[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2} \right]$	806,04	815,87
$D [\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-2}]$	56,295	57,873
$\xi [g \cdot cm^{-2}]$	0,3463	-0,3035
$\delta \left[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2} \right]$	1,0442	0,7963
$C_{\rm p}^{\rm add}$	$12,954 \pm 0,671$	$12,\!626\pm0,\!710$
$C_{\rm Fe}^{\rm add}$	$16,961 \pm 0,245$	$12,056 \pm 0,285$



Obrázek 3.12: Graf závislosti středních hodnot $\langle X_{\text{max}} \rangle$ na logaritmu energie primárních částic p, He, N, Fe a porovnání s daty naměřené na PAO. Pro energie $10^{17} - 10^{20}$ eV vykreslen fit pro p (plná čára) a Fe (přerušovaná čára). Model EPOS vlevo, model SIBYLL vpravo.

U naměřených hodnot PAO se růst střední hodnoty $\langle X_{\text{max}} \rangle$ při energii ~ 10^{18,25} eV zpomaluje. Při této energii tedy s velkou jistotou dochází ke změně složení primárního kosmického záření.

Ačkoliv data naměřená na PAO se nachází většinou mezi předpověďmi pro He a N, nutně to neznamená, že složení bude čisté He nebo N a může docházet k míchání různých typů primárních částic. Problematika určení tzv. středního složení bude více popsána v následující kapitole 4.

Kapitola 4

Interpretace výsledků s ohledem na složení kosmického záření

Cílem kapitoly je navázat na předchozí obecnou diskuzi o získaných výsledcích a složení kosmického záření více kvantifikovat. K tomuto se využívá ve fyzice kosmického záření tzv. střední logaritmická hmotnost $\langle \ln A \rangle$, která bude popsána a interpretována v následující kapitole.

4.1 Určení střední hodnoty $\langle \ln A \rangle$ pomocí vlastních simulovaných dat a veřejných dat Observatoře Pierra Augera

Mezi i-tou složkou střední hodnoty pozice maxima spršky $\langle X_{\text{max}}^{i} \rangle$ a i-tou složkou logaritmu hmotnosti ln A_{i} platí přibližná aproximace

$$\langle X_{\max}^{i} \rangle \approx \ln A_{i} + C,$$
 (4.1)

kde C je konstanta. Střední logaritmickou hmotnost $\langle \ln A \rangle$ definujeme jako sumu

$$\langle \ln A \rangle = \sum_{i=1}^{N} r_i \ln A_i,$$
(4.2)

kde r_i je frakce i-té komponenty primárního kosmického záření o nukleonovém čísle A. Tuto veličinu lze stanovit z dat a simulací střední pozice maxima spršky $\langle X_{\max} \rangle$, tedy vztáhnout naměřená data na PAO $\langle X_{\max}^{\text{data}} \rangle$ vzhledem k modelové představě pomocí vztahu

$$\langle \ln A \rangle = \frac{\langle X_{\max}^{p} \rangle - \langle X_{\max}^{data} \rangle}{\langle X_{\max}^{p} \rangle - \langle X_{\max}^{Fe} \rangle} \cdot \ln 56, \qquad (4.3)$$

kde $\langle X_{\max}^{p} \rangle$ je střední pozice maxima spršky pro proton, pro železo obdobně $\langle X_{\max}^{Fe} \rangle$ [34].

Pokud se podíváme na rozdíl středních hodnot maxima spršky pro p a Fe, který je uveden ve jmenovateli předcházející rovnice (4.3) a tento rozdíl hodnot vykreslíme do závislostí na logaritmu energie (viz obr. 4.1), lze pozorovat na daném intervalu energií, že s rostoucí energií tento rozdíl pozic maxima spršky v rozmezí energií $10^{15,5}$ eV až do cca 10^{18} eV prudce klesá. Od této energie rozdíl $\langle X_{\text{max}}^{\text{p}} \rangle - \langle X_{\text{max}}^{\text{Fe}} \rangle$ pro model SIBYLL fluktuuje kolem hodnoty cca $103 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2}$ a pro model EPOS fluktuují hodnoty rozdílu kolem cca 95 g · cm⁻². Námi získaný průběh závislosti je shodný s předpokladem z [30], který je uveden na obr. 3.2.



Obrázek 4.1: Rozdíl pozic maxima spršky $\langle X_{\text{max}} \rangle$ v závislosti na logaritmu energie pro p a Fe pro model EPOS (červená) a SIBYLL (modrá) a jejich statistická chyba. Přerušovanými čárami znázorněný ilustrační fit (polynom 2. stupně).

Při pohledu na naměřená data z PAO (viz Příloha C tabulka C.1) vidíme, že u energie $10^{17,26}$ eV je 1052 událostí. Počet událostí se vzrůstající energií roste až do energie $10^{17,85}$ eV, kde je 7303 událostí. Od této energie s rostoucí energií nastává pokles počtu událostí, avšak se vzrůstající energií se zvětšuje dohled fluorescenčního detektoru. Proti tomuto jde vliv energetického spektra, kdy energetické spektrum kosmického záření prudce klesá s rostoucí energií (viz kapitola 1.1.1). Dle výsledků PAO (viz obr. 2.15), energetické spektrum prudce klesá v oblasti mezi kolenem a kotníkem až do energie cca $5 \cdot 10^{18}$ eV, kde dochází ke zpomalení poklesu toku částic s energií a na energii $10^{19,5}$ eV dochází k prudkému zrychlení poklesu energetického spektra s energií.

Ohledně pozice střední hodnoty maxima spršky naměřené na PAO $\langle X_{\text{max}} \rangle$ (viz Příloha C tabulka C.1) lze z dané tabulky pozorovat, že s rostoucí energií se zvyšuje hodnota až do energie $10^{18,75}$ eV, kdy na této energii dojde k malému poklesu $\langle X_{\text{max}} \rangle$. Od této energie je opět $\langle X_{\text{max}} \rangle$ rostoucí až do $10^{19,35}$ eV, kdy u $10^{19,35} - 10^{19,44}$ eV dochází opět k menšímu poklesu, následně na energii $10^{19,55}$ eV je nárůst a na poslední dostupné energii opět malý pokles.

Jestliže se podíváme na obr. 3.12 a vztah (4.3) tak vidíme, že poloha naměřených dat PAO mezi předpověďmi pro protony a Fe umožňuje ihned interpretovat z dat střední logaritmickou hmotnost $\langle \ln A \rangle$. Na obr. 4.2 zobrazena závislost střední logaritmické hmotnosti $\langle \ln A \rangle$ na logaritmu energie $\log_{10}(E)$. Při výpočtu chyby střední logaritmické hmotnosti byla zohledněna statistická a systematická chyba. Pro výpočet statistické chyby $\langle \ln A \rangle$ byla použita standardní propagace chyb do vztahu (4.3). Systematická chyba $\langle X_{\rm max}\rangle$ a tím pádem
i $\langle \ln A\rangle$ je asymetrická, tedy máme systematickou chybu Low
 $\sigma^{\rm SystLow}_{\langle \ln A \rangle}$ a systematickou chybu Up $\sigma^{\rm SystUp}_{\langle \ln A \rangle}$. Přehled nasimulovaných hodnot
 $\langle \ln A \rangle$ a jejich chyb je uveden v Příloze D, tabulka D.1 pro model EPOS a tabulka D.2 pro model SIBYLL.

Na obr. 4.2 je znázorněna střední logaritmická hmotnost $\langle \ln A \rangle$ interpretována pomocí obou interakčních modelů EPOS a SIBYLL. Střední logaritmická hmotnost $\langle \ln A \rangle$ nejprve s rostoucí energií klesá až do energie $10^{18,25}$ eV. Od této energie pak $\langle \ln A \rangle$ roste. Dále lze pozorovat, že při energii okolo oblasti kotníku $10^{18,25}$ eV $\langle \ln A \rangle$ odpovídá jádru He. S následně vzrůstající energií dochází k těžknutí a v oblasti okolo $10^{19,35}$ eV odpovídá $\langle \ln A \rangle$ jádru N. Nad touto energií dochází k dalšímu těžknutí částic a na nejvyšší dostupné energii $10^{19,73}$ eV dosahuje $\langle \ln A \rangle$ až hodnot Fe. Střední logaritmická hmotnost ovšem znamená, že se bere průměr logaritmu hmotnosti $\ln A$ všech částic, tedy $\langle \ln A \rangle$ může někdy připadnout např. na He, N nebo Fe, ovšem ve skutečnosti může být svazek primárních částic směsí mnoha prvků.



Obrázek 4.2: Graf závislosti střední logaritmické hmotnosti $\langle \ln A \rangle$ interpretovaný z dat na logaritmu energie. Červeně znázorněn výsledek s pomocí modelu EPOS, modře SIBYLL a dále znázorněna statistická chyba a systematická chyba Low a Up z dat. Přerušovanými čárami znázorněny $\langle \ln A \rangle$ pro p, He, N a Fe.

Pro pochopení fyzikální podstaty obr. 4.2 je důležité brát v potaz, že přírodní zdroje nedokáží urychlit proton na vysoké energie tak dobře jako těžší jádra, jelikož efektivita urychlování na vysokých energií je tím účinnější, čím má daná částice větší náboj. Navíc na energii kotníku dochází k míchání primárních částic kosmického záření z naší Galaxie a mimogalaktických částic a právě při této energii dochází ke zlomu ve složení kosmického záření. Změna ve složení kosmického záření směrem k těžším jádrům na energii odpovídající zhruba pozici kotníku tak není překvapivá. Přesto pozorování těžknutí složení kosmického záření bylo zprvu nečekané.

4.2 Oficiální výsledky Observatoře Pierra Augera s ohledem na složení kosmického záření

Oficiální výsledek Observatoře Pierra Augera ohledně střední logaritmické hmotnosti $\langle \ln A \rangle$ prezentovaný na konferenci ICRC 2019 (International Cosmic Ray Conference) je znázorněn na obr. 4.3. Minimální hodnota $\langle \ln A \rangle$ na energii $10^{18,25}$ eV dosahuje pro model EPOS-LHC cca 0,8 a pro model SIBYLL 2.3c hodnoty cca 1,2. Se vzrůstající energií hodnota střední logaritmické hodnoty $\langle \ln A \rangle$ roste [35].



Obrázek 4.3: Závislosti střední logaritmické hmotnosti $\langle \ln A \rangle$ na logaritmu energie pro interakční modely EPOS-LHC (vlevo) a SIBYLL 2.3c (vpravo). Oficiální výsledek PAO. Převzato a upraveno z [35].

Pokud srovnáme oficiální výsledek PAO (viz obr. 4.3) a $\langle \ln A \rangle$ určené pomocí vlastních simulací (viz obr. 4.2), tak pro vlastní hodnoty určené ze simulací dostáváme při daných energiích o něco vyšší hodnoty $\langle \ln A \rangle$. Posun výsledných hodnot $\langle \ln A \rangle$ určených v této diplomové práci oproti oficiálním výsledkům Observatoře Pierra Augera souvisí se zavedením aditivní konstanty C^{add} v energetické závislosti $\langle X_{\text{max}} \rangle$ ve vztahu (3.1) kvůli možným odlišnostem v detailech simulace. Tvar energetického průběhu $\langle \ln A \rangle$ určený v diplomové práci se ovšem shoduje s oficiálními výsledky. Minimum $\langle \ln A \rangle$ se též nachází na energii $10^{18,25}$ eV.

Závěr

Diplomová práce se zabývá složením kosmického záření nejvyšších energií, které lze studovat pomocí distribuce pozice maxima spršky naměřené na Observatoři Pierra Augera interpretované pomocí nasimulovaných dat. Práce je rozdělena do čtyř částí.

První část diplomové práce se zabývá primárním a sekundárním kosmickým zářením. V podkapitole primárního kosmického záření je popsáno jeho složení a energetické spektrum se třemi důležitými místy ve spektru, v tzv. kolenu, kotníku a GZK mezi, kde dochází ke změně energetického spektra. Dále jsou popsány možné principy urychlení částic primárního kosmického záření. V části o sekundárním kosmickém záření je popsána interakce primárního kosmického záření s atomovými jádry v zemské atmosféře, díky které vzniká sekundární kosmické záření. V atmosféře se následně rozvíjí sprška kosmického záření, která je složena ze 4 hlavních komponent, tj. hadronové, mionové, elektromagnetické a neutrinové. Vývoj spršky v atmosféře lze popsat podle zjednodušeného Heitlerova modelu, který popisuje elektromagnetickou kaskádu a Heitler-Matthewsova modelu, jenž popisuje vývoj hadronové kaskády. Superpoziční model se zabývá interakcí jádra kosmického záření s atmosférou. V poslední části kapitoly byla stručně popsána metoda Monte Carlo simulace, kterou využívá v diplomové práci používaný program CONEX, popřípadě program CORSIKA.

Druhá část diplomové práce je zaměřena na Observatoř Pierra Augera nacházející se v argentinské pampě. Česká republika je jejím členem od roku 1997. K detekci ze využívá tzv. hybridní systém, který je složený ze 4 fluorescenčních detektorů (v každém detektoru je umístěných 6 fluorescenčních teleskopů) a 1660 povrchových detektorů, které jsou založeny na principu detekce Čerenkovova záření. U fluorescenčních teleskopů byl popsán princip fungování a jejich stavba. Právě z měření fluorescenčních teleskopů byla v této práci použita naměřená data. Díky kombinaci fluorescenčního a povrchového detektoru lze přesněji zrekonstruovat geometrii spršky sekundárního kosmického záření. Kromě již zmíněných typů detektorů se nachází na PAO další důležitá zařízení. Mezi vybrané výsledky PAO bylo zařazeno energetické spektrum primárního kosmického záření, částicové složení kosmického záření na nejvyšších energiích a velkoškálová anizotropie. Kapitola zmiňuje i další projekt zabývající se kosmickým zářením a to experiment Telescope Array. V minulosti šlo např. o vědecká zařízení AGASA či HiRes.

Třetí část diplomové práce se zabývá již vlastní simulací spršek sekundárního kosmického záření. Při simulaci byl použít program CONEX ve verzi 2r7.50 a interakční modely EPOS-LHC a SIBYLL 2.3d. Celkově byly nasimulovány 2 sady simulací po 500 sprškách pro primární částice p, He, N a Fe pro 10 zvolených energií v intervalu $10^{15,5} - 10^{19,5}$ eV. Pro jednotlivé primární částice byl vykreslen histogram četnosti pozice maxima spršky X_{max} pro jednotlivé energie. Následně byla pro dané primární částice a energie určena střední hodnota pozice maxima spršky $\langle X_{\text{max}} \rangle$. Bylo pozorováno, že se střední hodnota $\langle X_{\text{max}} \rangle$ posouvá k vyšším hodnotám s rostoucí energií a roste přibližně stejně rychle pro všechny typy částic, naopak šířka distribuce X_{max} zůstává s rostoucí energií od energie cca 10^{18} eV podobná. U srovnání četnosti X_{max} při dané energii pro jednotlivé primární částice bylo zjištěno, že s rostoucím nukleonovým číslem A dochází k posunu k nižším hodnotám X_{max} , s rostoucím A se šířka distribuce zmenšuje a jednotlivé hodnoty X_{max} jsou zastoupeny s vyšší četností. Dále byly vykresleny hodnoty šířky distribuce $\sigma_{X_{\text{max}}}$ pro p a Fe v závislosti na logaritmu energie. Šířka distribuce pro p dosahuje daleko vyšších hodnot než Fe a u obou primárních částic s rostoucí energií dochází k poklesu $\sigma_{X_{\text{max}}}$ s energií, avšak u Fe je tento pokles pozvolnější na rozdíl od protonu. V následujícím kroku bylo provedeno srovnání interakčních modelů EPOS a SIBYLL pro jednotlivé primární částice p, He, N a Fe. Bylo konstatováno, že model SIBYLL dává nepatrně vyšší střední hodnoty $\langle X_{\text{max}} \rangle$ u lehčích jader, ovšem s těžšími jádry je tento rozdíl minimální. Nakonec byla $\langle X_{\text{max}} \rangle$ srovnána s daty naměřenými na Observatoři Pierra Augera a ačkoliv se tato data nacházela mezi předpovědí pro He a N, ještě to nutně neznamená, že složení bude čisté He nebo N a může docházet k míchání různých typů primárních částic.

Poslední kapitola se zaměřila na určení střední logaritmické hmotnosti $\langle \ln A \rangle$ z dat Observatoře Pierra Augera interpretovaných pomocí vlastních nasimulovaných dat modelem EPOS a SIBYLL. Nejprve byl určen rozdíl středních hodnot pozice maxima spršky $\langle X_{\text{max}} \rangle$ pro p a Fe a vykreslen v závislosti na energii. Bylo ukázáno, že s rostoucí energií se daný rozdíl zmenšuje. Data nasimulovaná dle modelu SIBYLL ovšem dávala o něco vyšší hodnoty tohoto rozdílu oproti modelu EPOS. Dalším krokem bylo porovnání určené střední logaritmické hmotnosti $\langle \ln A \rangle$ v závislosti na energii. S rostoucí energií nejprve hodnota $\langle \ln A \rangle$ klesala a na hodnotě $10^{18,25}$ eV dosáhla minima, od této energie následně dochází k nárůstu $\langle \ln A \rangle$. Okolo minima, které se nachází v oblasti kotníku, by se mohlo jednat o He, avšak je nutno vzít v potaz, že střední logaritmická hmotnost $\langle \ln A \rangle$ bere průměr logaritmu hmotnosti $\ln A$ všech částic. Model SIBYLL pak dává nepatrně vyšší hodnoty $\langle \ln A \rangle$. V posledním kroku byly vlastní výsledky porovnány s oficiálními výsledky Observatoře Pierra Augera, kdy výsledky $\langle \ln A \rangle$ získané v diplomové práci byly oproti oficiálním výsledkům PAO o něco posunuty k vyšším hodnotám, avšak průběh vývoje $\langle \ln A \rangle$ s rostoucí energií byl shodný s oficiálními výsledky.

Seznam použitých zkratek

AGASA	Akeno Giant Air Shower Array
APF	Aerosol Phase Function
BLS	Balloon Launching Station
CLF	Central Laser Facility
FD	fluorescenční detektor
FRAM	(Ph/F)otometric Robotic Atmospheric Monitor
FT	fluorescenční teleskop
HAM	Horizontal Attenuation Monitor
HiRes	The High Resolution Fly's Eye
ICRC	International Cosmic Ray Conference
ISR	Intersecting Storage Ring
PAO	Observatoř Pierra Augera
PDF	partonová distribuční funkce
QCD	kvantová chromodynamika
SD	povrchový detektor
SDP	Shower Detector Plane
SLO	Společná laboratoř optiky UP a FZÚ AVČR
TA	Telescope Array
TALE	Telescope Array Low Energy
TARA	Telescope Array RADAR
XLF	eXtreme Laser Facility

Literatura

- D. H. PERKINS, Particle Astrophysics, Vyd. 2. Oxford University Press, Oxford Master Series in Condensed Matter Physics, 2008. ISBN 978-0-1985-0952-3.
- [2] Victor Hess discovers cosmic rays, CERN [online]. [cit. 2021-04-25]. Dostupné z: https://timeline.web.cern.ch/victor-hess-discovers-cosmic-rays-0.
- [3] J. W. CRONIN, More Things in Heaven and Earth: A Celebration of Physics at the Millennium, Springer New York, 1999, s. 278-290. Cosmic Rays: The Most Energetic Particles in the Universe. ISBN 978-1-4612-1512-7.
- [4] C. GRUPEN, Astroparticle Physics, Vyd. 2. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Oxford Master Series in Condensed Matter Physics, 2005, (442). ISBN 978-3-540-25312-9.
- [5] P. TRÁVNÍČEK, Kosmické záření (přednáška) [online]. [cit. 2021-04-24]. Dostupné z: https://www.fzu.cz/~travnick/prednasky/KosmickeZareni/.
- [6] P. TRÁVNÍČEK, Úvod do experimentální fyziky vysokých energií (přednáška) [online]. [cit. 2021-07-01]. Dostupné z: https://www.fzu.cz/~travnick/ prednasky/FyzikaVysokychEnergii/.
- [7] R. ŠMÍDA, M. PROUZA, Observatoř Pierra Augera přináší nová fakta o kosmickém záření. In: Fyzikální ústav Akademie věd České republiky, [online]. [cit. 2021-05-24]. Dostupné z: https://www.particle.cz/infrastructures/auger-cz/ vyzkcile.html.
- [8] J. MATTHEWS, A Heitler model of extensive air showers. In: Astroparticle Physics 22 [online]. 2005, s. 387-397. ISSN 0927-6505. Dostupné z: https://doi.org/ 10.1016/j.astropartphys.2004.09.003.
- [9] T. PIEROG, R. ENGEL, D. HECK, 3D Air Shower Simulations Using CONEX in CORSIKA [online]. Forschungszentrum Karlsruhe, Institut für Kernphysik, Postfach 3640, Karlsruhe, Germany, 2009. Dostupné z: http://icrc2009.uni.lodz. pl/proc/pdf/icrc0425.pdf.
- [10] D. HECK, T. PIEROG, Extensive Air Shower Simulation with CORSIKA: A User's Guide (Version 7.7410 from May 1, 2021). In: Institut für Astroteilchenphysik [online]. KIT - Universität des Landes Baden-Württemberg und nationales Forschungszentrum in der Helmholtz-Gemeinschaft, 2021, (182). Dostupné z: https://web.iap.kit.edu/corsika/usersguide/usersguide.pd.

- [11] J. N. CAPDEVIELLE, C. LE GALL, K. N. SANOSYAN, Simulation of extensive air showers at ultra-high energy using the CORSIKA Monte Carlo code. In: Astroparticle Physics 13 [online]. 2000, s. 259-275. ISSN 0927-6505. Dostupné z: https://doi.org/10.1016/S0927-6505(00)00100-6.
- T. PIEROG et al., First results of fast one-dimensional hybrid simulation of EAS using CONEX. In: Nuclear Physics B 151 Proceedings Supplements [online]. 2006, s. 159-162. ISSN 0920-5632. [cit. 2021-07-10]. Dostupné z: https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2005.07.029.
- TRÁVNÍČEK, Observatoř [13] P. Pierra Augera dává k dispozici data o kosmickém záření nejvyšších energií. In: Fyzikální ústav Akademie 2021-07-10]. věd České republiky , [online]. 2021. cit. Dostupné z: https://www.fzu.cz/aktuality/observator-pierra-augera-dava-k-dispozici-data-
- [14] Kosmické záření nejvyšších energií Observatoř Pierra Augera. In: Fyzikální ústav Akademie věd České republiky , [online]. [cit. 2021-07-10]. Dostupné z: https://www.fzu.cz/vyzkum/vyzkumna-temata/ kosmicke-zareni-nejvyssich-energii-observator-pierra-augera.
- [15] A. AAB et al., The Pierre Auger Cosmic Ray Observatory. In: Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A 798 [online]. 2015, s. 172-213. ISSN 0168-9002. Dostupné z: https://doi.org/10.1016/j.nima.2015.06.058.
- [16] AGASA. Institute for Comic Ray Research Universitry of Tokyo, [online]. 2003.
 [cit. 2021-04-24]. Dostupné z: www-akeno.icrr.u-tokyo.ac.jp/AGASA/.
- [17] High Resolution Fly's Eye (HiRes) Project. In: High energy astrophysics, [online]. [cit. 2021-04-24]. Dostupné z: www.physics.adelaide.edu.au/astrophysics/ hires/index.html.
- [18] G. M. TANCO, Ultra-high Energy Cosmic Rays: From GeV to ZeV. In: Solar, Stellar and Galactic Connections Between Particle Physics and Astrophysics [online]. Springer Netherlands, 2007, s. 165-196. ISBN 9781402055751. SSN 1570-6591. Dostupné z: 10.1007/978-1-4020-5575-1_5.
- [19] M. F. L'ANNUNZIATA, Cherenkov radiation. In: Handbook of Radiactivity Analysis [online]. Vyd. 2. 2003, s. 719-797. ISBN 9780124366039.Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/topics/chemistry/cherenkov-radiation.
- [20] Pinpointing the origin of ultra-high energy cosmic rays. Auger Education [online]. [cit. 2021-04-24]. Dostupné z: http://auger.org/education/Auger_Education/ origincosmicrays.html.
- [21] A. U. ABEYSEKARA et al., The HAWC Gamma-Ray Observatory: Observations of Cosmic Rays. In: Contributions to ICRC 2013 [online]. 2013, (16). Dostupné z: https://arxiv.org/abs/1310.0072.
- [22] J. ABRAHAM et al., The fluorescence detector of the Pierre Auger Observatory. In: Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A 620 [online]. 2010, s. 227-251. ISSN 0168-9002. Dostupné z: https://www.sciencedirect. com/science/article/pii/S0168900210008727.

- [23] V. NOVOTNÝ for the Pierre Auger Collaboration, Energy spectrum of cosmic rays measured using the Pierre Auger Observatory. In:37th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2021) [online]. 2021, (12). PoS(ICRC2021)324. Dostupné z: https://pos.sissa.it/395/324/pdf.
- [24] E. GUIDO for the Pierre Auger Collaboration, Combined fit of the energy spectrum and mass composition across the ankle with the data measured at the Pierre Auger Observatory. In: 37th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2021) [online]. 2021, (12). PoS(ICRC2021)208. Dostupné z: https://pc.auger.unam.mx/sites/default/files/papers_file/ EDS-PHEN01_Proceeding_06Jul2021.pdf.
- [25] S. PETRERA for the Pierre Auger Collaboration, Recent results from the Pierre Auger Observatory. In: EPJ Web of Congerences 208 [online]. EDP Sciences, 2019, (8). ISSN 2100-014X. Dostupné z: https://arxiv.org/pdf/1903.00529.pdf.
- [26] E. MAYOTTE for the Pierre Auger Collaboration, Indication of a mass-dependent anisotropy above 10^{18.7} eV in the hybrid data of the Pierre Auger Observatory. In: 37th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2021) [online]. 2021, (12). PoS(ICRC2021)321. Dostupné z: urlhttps://pos.sissa.it/395/321/pdf.
- [27] Telescope Array Project , [online]. [cit. 2021-04-24]. Dostupné z: www. telescopearray.org.
- [28] T. PIEROG et al., EPOS LHC: Test of collective hadronization with data measured at the CERN Large Hadron Collider. In: Physical Review C 92 [online]. American Physical Society (APS), 2015, (15). ISN 1089-490X. Dostupné z: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.92.034906.
- [29] K. WERNER, The hadronic interaction model EPOS. In:Nuclear Physics B -Proceedings Supplements [online]. Subatech, University of Nantes, France, 2008, s. 81-87. ISSN 0920-5632. Dostupné z: https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps. 2007.10.012.
- [30] F. RIEHN et al., Hadronic interaction model Sibyll 2.3d and extensive air showers. In: Physical Review D 102 [online]. American Physical Society (APS), 2020, (29). ISSN 2470-0029. Dostupné z: https://arxiv.org/pdf/1912.03300.pdf.
- [31] I. ANTCHEVA et al., ROOT: A C++ framework for petabyte data storage, statistical analysis and visualization. In: Comput. Phys. Commun. [online]. 2009, s. 2499-2512. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/ pii/S0010465509002550.
- [32] P. ABREU et al., Interpretation of the Depths of Maximum of Extensive Air Showers Measured by the Pierre Auger Observatory. In: Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, JCAP02(2013)026 [online]. IOP Publishing, 2013, (19). ISSN 1475-7516. Dostupné z: http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2013/ 02/026.
- [33] S. PETRERA, Xmax parameterizations for post-LHC hadronic models [online]. Gran Sasso Science Institute, L'Aquila, Italy, 2020, (6). Dostupné z: https://www.auger.org/document-centre2?task=download.send& id=5196&catid=144&m=0 (Interní zpráva pro členy PAO).

- [34] M. NYKLÍČEK, Interpretation of the parameters of cosmic air showers using current models of the nucleus-nucleus interactions[online]. Praha, 2008. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze. Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská. Dostupné z: http://physics.fjfi.cvut.cz/publications/ejcf/ DP_Michal_Nyklicek.pdf.
- [35] A. YUSHKOV, Mass composition of cosmic rays with energies above 10^{17.2} eV from the hybrid data of the Pierre Auger Observatory. In: The Pierre Auger Observatory: Contributions to the 36th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2019) [online]. 2019, s. 83-90. Dostupné z: https://arxiv.org/pdf/1909.09073.pdf.
- [36] Xmax and ln(A) moments 2019, Pierre Auger Observatory Public Data [online]. [cit. 2021-02-15]. Dostupné z: https://www.auger.org/science/public-data/ data.

Příloha A



Obrázek A.1: Četnost X_{max} pro primární částici p
 pro model EPOS. Celkově nasimulováno 1000 spršek pro primární částici při dané energii.



Obrázek A.2: Četnost $X_{\rm max}$ pro primární částici p
 pro model SIBYLL. Celkově nasimulováno 1000 spršek primární částici při dané energii.



Obrázek A.3: Četnost X_{\max} pro primární částici He pro model EPOS. Celkově nasimulováno 1000 spršek primární částici při dané energii.



Obrázek A.4: Četnost X_{\max} pro primární částici He pro model SIBYLL. Celkově nasimulováno 1000 spršek primární částici při dané energii.



Obrázek A.5: Četnost X_{\max} pro primární částici N pro model EPOS. Celkově nasimulováno 1000 spršek primární částici při dané energii.



Obrázek A.6: Četnost X_{\max} pro primární částici N pro model SIBYLL. Celkově nasimulováno 1000 spršek primární částici při dané energii.



Obrázek A.7: Četnost X_{\max} pro primární částici Fe pro model EPOS. Celkově nasimulováno 1000 spršek primární částici při dané energii.



Obrázek A.8: Četnost X_{\max} pro primární částici Fe
 pro model SIBYLL. Celkově nasimulováno 1000 spršek primární částici při dané energii.

Příloha B

Tabulka B.1: Hodnoty střední pozice maxima spršky $\langle X_{\text{max}} \rangle$ při daných logaritmech energií $\log_{10} \left(\frac{E}{\text{eV}}\right)$. Dále uvedena chyba střední pozice maxima spršky $\sigma_{\langle \text{max} \rangle}$ a šířka distribuce pozice maxima spršky $\sigma_{X\text{max}}$ pro proton a interakční modely EPOS (nahoře) a SIBYLL (dole).

proton	dle EPOS				
$\log_{10}\left(\frac{E}{\text{eV}}\right)$	$\langle X \max \rangle [g \cdot cm^{-2}]$	$\sigma_{\rm \langle max \rangle} [{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}]$	$\sigma_{X\max} \left[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2} \right]$		
15,5	620,24	2,60	82,16		
16,5	672,85	2,15	67,96		
17,5	736,40	2,10	66,52		
18	760,26	1,86	58,82		
18,25	776,92	1,97	62,37 59,42		
18,5	$791,\!97$	1,88			
18,75	803,99	1,86	58,91		
19	814,80	1,80	56,88		
19,25	833,81	1,98	62,54		
19,5	846,68	1,78	56,42		
	dle SIBYLL				
proton		dle SIBYLL			
$\begin{array}{ c c }\hline \mathbf{proton} \\ \hline \log_{10}\left(\frac{E}{\mathrm{eV}}\right) \end{array}$	$\langle X \max \rangle [g \cdot cm^{-2}]$	$\frac{\text{dle SIBYLL}}{\sigma_{\langle \max \rangle} \left[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2} \right]}$	$\sigma_{X \rm max} \ [\rm g \cdot \rm cm^{-2}]$		
$\begin{array}{c c} \mathbf{proton} \\ \hline \log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \end{array}$	$\frac{\langle X \max \rangle [g \cdot cm^{-2}]}{620,94}$	$\frac{\text{dle SIBYLL}}{\sigma_{\langle \max \rangle} \text{ [g} \cdot \text{cm}^{-2}]}$ 2,66	$\frac{\sigma_{X \text{max}} \left[\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}\right]}{84,22}$		
$\begin{array}{c c} \mathbf{proton} \\ \hline \log_{10}\left(\frac{E}{\mathrm{eV}}\right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \end{array}$	$\frac{\langle X \max \rangle [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}]}{620,94}$ $682,39$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle} [g \cdot cm^{-2}]$ 2,66 2,40			
$\begin{array}{ c c }\hline \mathbf{proton} \\ \hline \log_{10}\left(\frac{E}{\mathrm{eV}}\right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \\ 17,5 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} \hline \\ \langle X \text{max} \rangle [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline \\ 620,94 \\ \hline \\ 682,39 \\ \hline \\ 739,86 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 2,66 \\ \hline 2,40 \\ \hline 2,22 \end{array}$	$ \begin{array}{c} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ $		
$\begin{tabular}{ c c c c } \hline proton \\ \hline log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \\ 17,5 \\ \hline 18 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c} & \\ \hline \langle X \text{max} \rangle [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 620,94 \\ \hline 682,39 \\ \hline 739,86 \\ \hline 769,74 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 2,66 \\ 2,40 \\ 2,22 \\ 2,10 \end{array}$	$\frac{\sigma_{X_{\text{max}}} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}]}{84,22}$ $\frac{75,96}{70,21}$ $66,56$		
$\begin{array}{ c c c } \hline \mathbf{proton} \\ \hline \log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \\ 17,5 \\ \hline 18 \\ 18,25 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{c} \hline & \\ \langle X \text{max} \rangle [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline & 620,94 \\ \hline & 682,39 \\ \hline & 739,86 \\ \hline & 769,74 \\ \hline & 782,25 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 2,66 \\ 2,40 \\ 2,22 \\ 2,22 \\ 2,10 \\ 2,03 \end{array}$	$ \begin{array}{r} \sigma_{X \max} \left[{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2} \right] \\ $		
$\begin{tabular}{ c c c c } \hline proton \\ \hline log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline 17,5 \\ \hline 18,25 \\ \hline 18,5 \\ \hline 18,5 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c} & \\ & \langle X \text{max} \rangle [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 620,94 \\ \hline 682,39 \\ \hline 739,86 \\ \hline 769,74 \\ \hline 782,25 \\ \hline 799,94 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 2,66 \\ 2,40 \\ 2,22 \\ 2,10 \\ 2,03 \\ 2,08 \end{array}$	$\begin{array}{c} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 84,22 \\ \hline 75,96 \\ \hline 70,21 \\ \hline 66,56 \\ \hline 64,18 \\ \hline 65,90 \\ \end{array}$		
$\begin{array}{ c c c } \hline \mathbf{proton} \\ \hline \log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \\ 17,5 \\ 18 \\ 18,25 \\ 18,5 \\ 18,75 \\ \hline 18,75 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{c} \hline & & \\ \langle X \max \rangle [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline & 620,94 \\ \hline & 682,39 \\ \hline & 739,86 \\ \hline & 769,74 \\ \hline & 782,25 \\ \hline & 799,94 \\ \hline & 812,14 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 2,66 \\ 2,40 \\ 2,22 \\ 2,10 \\ 2,03 \\ 2,03 \\ 2,08 \\ 1,97 \\ \end{array}$	$\frac{\sigma_{X\max} [g \cdot cm^{-2}]}{84,22}$ 84,22 75,96 70,21 666,56 64,18 65,90 62,40		
$\begin{array}{ c c c } \hline \mathbf{proton} \\ \hline \hline \log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \\ 17,5 \\ 18,25 \\ 18,25 \\ 18,5 \\ 18,75 \\ 19 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{c} \langle X \max \rangle [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 620,94 \\ \hline 682,39 \\ \hline 739,86 \\ \hline 769,74 \\ \hline 782,25 \\ \hline 799,94 \\ \hline 812,14 \\ \hline 828,40 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 2,66 \\ 2,40 \\ 2,22 \\ 2,10 \\ 2,03 \\ 2,03 \\ 2,08 \\ 1,97 \\ 1,92 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 84,22 \\ 75,96 \\ 70,21 \\ 66,56 \\ 64,18 \\ 65,90 \\ 62,40 \\ 60,65 \\ \end{array}$		
$\begin{array}{ c c c } \hline \mathbf{proton} \\ \hline & \log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline & 15,5 \\ \hline & 16,5 \\ \hline & 17,5 \\ \hline & 18,5 \\ \hline & 18,25 \\ \hline & 18,25 \\ \hline & 18,75 \\ \hline & 19 \\ \hline & 19,25 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} & \langle X \max \rangle [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline & 620,94 \\ \hline & 682,39 \\ \hline & 739,86 \\ \hline & 769,74 \\ \hline & 782,25 \\ \hline & 799,94 \\ \hline & 812,14 \\ \hline & 828,40 \\ \hline & 841,37 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 2,66 \\ 2,40 \\ 2,22 \\ 2,10 \\ 2,03 \\ 2,03 \\ 2,08 \\ 1,97 \\ 1,92 \\ 1,87 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 84,22 \\ \hline 75,96 \\ \hline 70,21 \\ \hline 66,56 \\ \hline 64,18 \\ \hline 65,90 \\ \hline 62,40 \\ \hline 60,65 \\ \hline 59,20 \\ \end{array}$		

He	dle EPOS				
$\log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right)$	$X_{\langle X \max \rangle} [\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2}]$	$\sigma_{\langle \max \rangle} [\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-2}]$	$\sigma_{X \max} \left[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2} \right]$		
15,5	581,72	1,72	54,48		
16,5	642,57	1,58	49,87		
17,5	702,57	1,40	44,32		
18	731,79	1,34	42,27		
18,25	743,11	1,29	40,83		
18,5	756,29	1,27	40,14		
18,75	773,82	1,25	39,46		
19	785,49	1,23	38,85		
19,25	802,02	$1,\!27$	40,18		
19,5	814,68	1,29	40,71		
,					
He		dle SIBYLL			
$\boxed{ \begin{array}{c} \mathbf{He} \\ \hline \log_{10}\left(\frac{E}{\mathrm{eV}}\right) \end{array} }$	$X_{\langle X \max \rangle}[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2}]$	$\frac{\text{dle SIBYLL}}{\sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}]}$	$\sigma_{X \mathrm{max}} \left[\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-2} \right]$		
$\begin{array}{ c c }\hline \mathbf{He} \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \\ \\ \\ \hline \\$	$\frac{X_{\langle X \max \rangle} [\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2}]}{582,48}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,87 \end{array}$	$\frac{\sigma_{X\max} \left[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2} \right]}{58,98}$		
$\begin{tabular}{ c c c c }\hline \hline He \\ \hline \hline \log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline \hline \end{array}$	$\begin{array}{c c} \hline X_{\langle X \max \rangle} [\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-2}] \\ \hline 582,\!48 \\ 643,\!85 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,87 \\ \hline 1,66 \end{array}$	$\sigma_{X\max} [g \cdot cm^{-2}]$ 58,98 52,58		
$\begin{tabular}{ c c c c } \hline He \\ \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline 17,5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{c c} \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 582,48 \\ \hline 643,85 \\ \hline 707,75 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,87 \\ \hline 1,66 \\ \hline 1,52 \end{array}$	$ \frac{\sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}]}{58,98} \\ 52,58 \\ 48,08 $		
$\begin{tabular}{ c c c c }\hline \hline He \\ \hline \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline 17,5 \\ \hline 18 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c c} \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 582,48 \\ 643,85 \\ \hline 707,75 \\ \hline 736,85 \end{array}$		$ \begin{array}{c} \sigma_{X\max} \; [{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}] \\ \hline 58,98 \\ 52,58 \\ 48,08 \\ 46,15 \end{array} $		
$\begin{tabular}{ c c c c c } \hline He \\ \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \\ 17,5 \\ \hline 18 \\ 18,25 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c} \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 582,48 \\ \hline 643,85 \\ \hline 707,75 \\ \hline 736,85 \\ \hline 750,78 \\ \hline \end{array}$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle}$ [g · cm ⁻²] 1,87 1,66 1,52 1,46 1,46			
$\begin{tabular}{ c c c c c } \hline He \\ \hline \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline 17,5 \\ \hline 18 \\ \hline 18,25 \\ \hline 18,5 \\ \hline 18,5 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c c} \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 582,48 \\ 643,85 \\ \hline 707,75 \\ \hline 736,85 \\ \hline 750,78 \\ \hline 764,99 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,87 \\ 1,66 \\ 1,52 \\ 1,46 \\ 1,46 \\ 1,39 \end{array}$	$ \begin{array}{c} \sigma_{X \max} \; [{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}] \\ \hline 58,98 \\ 52,58 \\ 48,08 \\ 46,15 \\ 46,02 \\ 44,07 \end{array} $		
$\begin{tabular}{ c c c c c } \hline He \\ \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \\ 17,5 \\ 18,25 \\ \hline 18,25 \\ 18,5 \\ \hline 18,75 \\ \hline 18,75 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c} \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 582,48 \\ 643,85 \\ \hline 707,75 \\ \hline 736,85 \\ \hline 750,78 \\ \hline 764,99 \\ \hline 780,32 \\ \hline \end{array}$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle}$ [g · cm ⁻²] 1,87 1,66 1,52 1,46 1,39 1,39			
$\begin{tabular}{ c c c c c } \hline He \\ \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \\ 17,5 \\ 18,5 \\ \hline 18,25 \\ 18,5 \\ \hline 18,75 \\ \hline 19 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c} \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 582,48 \\ 643,85 \\ \hline 707,75 \\ \hline 736,85 \\ \hline 750,78 \\ \hline 764,99 \\ \hline 780,32 \\ \hline 792,88 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,87 \\ 1,66 \\ 1,52 \\ 1,46 \\ 1,46 \\ 1,39 \\ 1,39 \\ 1,39 \\ 1,34 \\ \end{array}$	$ \frac{\sigma_{X\max} [g \cdot cm^{-2}]}{58,98} \\ 52,58 \\ 48,08 \\ 46,15 \\ 46,02 \\ 44,07 \\ 44,07 \\ 42,27 \\ $		
He $log_{10} \left(\frac{E}{eV}\right)$ 15,5 16,5 17,5 18 18,25 18,5 18,75 19 19,25	$\begin{array}{c} \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 582,48 \\ 643,85 \\ \hline 707,75 \\ \hline 736,85 \\ \hline 750,78 \\ \hline 764,99 \\ \hline 780,32 \\ \hline 792,88 \\ \hline 811,05 \\ \hline \end{array}$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle}$ [g · cm ⁻²] 1,87 1,66 1,52 1,46 1,39 1,34 1,43	$ \frac{\sigma_{X\max} [g \cdot cm^{-2}]}{58,98} \\ 52,58 \\ 48,08 \\ 46,15 \\ 46,02 \\ 44,07 \\ 44,07 \\ 42,27 \\ 45,27 \\ 45,27 \\ $		

Tabulka B.2: Hodnoty střední pozice maxima spršky $\langle X_{\max} \rangle$ při daných logaritmech energií $\log_{10} \left(\frac{E}{\text{eV}}\right)$. Dále uvedena chyba střední pozice maxima spršky $\sigma_{\langle\max}$ a šířka distribuce pozice maxima spršky $\sigma_{X\max}$ pro He a interakční modely EPOS (nahoře) a SIBYLL (dole).

N	dle EPOS				
$\log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right)$	$X_{\langle X \max \rangle} [\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2}]$	$\sigma_{\langle \max \rangle} \left[\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-2} \right]$	$\sigma_{X \max} \left[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2} \right]$		
15,5	542,06	1,21	38,40		
16,5	609,42	1,04	33,04		
17,5	671,06	0,97	$30,\!64$		
18	699,73	0,94	29,76		
18,25	713,93	0,92	$29,\!18$		
18,5	728,63	$0,\!88$	$27,\!86$		
18,75	744,16	0,91	$28,\!69$		
19	755,82	0,90	$28,\!54$		
19,25	770,97	$0,\!87$	$27,\!50$		
19,5	785,58	0,85	$26,\!82$		
N		dle SIBYLL			
$\boxed{\frac{\mathbf{N}}{\log_{10}\left(\frac{E}{\mathrm{eV}}\right)}}$	$X_{\langle X \max \rangle}[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2}]$	$\frac{\text{dle SIBYLL}}{\sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}]}$	$\sigma_{X \mathrm{max}} \left[\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-2}\right]$		
$\boxed{\begin{array}{c} \mathbf{N} \\ \hline \log_{10}\left(\frac{E}{\mathrm{eV}}\right) \\ 15,5 \end{array}}$	$\frac{X_{\langle X \max \rangle}[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2}]}{541,83}$		$\frac{\sigma_{X\max} \left[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2} \right]}{46,11}$		
$\begin{array}{ c c }\hline \mathbf{N} \\ \hline \log_{10}\left(\frac{E}{\mathrm{eV}}\right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c c} & \\ \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 541,83 \\ \hline 608,77 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,46 \\ 1,30 \end{array}$	$ \begin{array}{c} \sigma_{X \rm max} \; [{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}] \\ \hline 46,\!11 \\ 41,\!16 \end{array} $		
$ \begin{array}{ c c c } \hline N \\ \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline 17,5 \\ \hline \end{array} $	$ \begin{array}{c c} & & \\ \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 541,83 \\ \hline 608,77 \\ \hline 670,03 \end{array} $		$ \frac{\sigma_{X_{\text{max}}} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}]}{46,11} \\ 41,16 \\ 36,90 $		
$\begin{tabular}{ c c c c }\hline \hline N \\ \hline \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline 17,5 \\ \hline 18 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,46 \\ 1,30 \\ 1,17 \\ 1,19 \end{array}$	$ \begin{array}{c} \sigma_{X \max} \; [{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}] \\ 46{,}11 \\ 41{,}16 \\ 36{,}90 \\ 37{,}55 \end{array} $		
$\begin{tabular}{ c c c c }\hline \hline N \\ \hline \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline 17,5 \\ \hline 18 \\ \hline 18,25 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c c} & \\ \hline X_{\langle X \text{max} \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 541,83 \\ \hline 608,77 \\ \hline 670,03 \\ \hline 703,53 \\ \hline 718,20 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,46 \\ 1,30 \\ 1,17 \\ 1,19 \\ 1,12 \end{array}$	$ \begin{array}{r} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ 46,11 \\ 41,16 \\ 36,90 \\ 37,55 \\ 35,49 \\ \end{array} $		
$\begin{tabular}{ c c c c c }\hline \hline N \\ \hline \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\\hline \hline 15,5 \\\hline 16,5 \\\hline 17,5 \\\hline 18 \\\hline 18,25 \\\hline 18,5 \\\hline \hline 18,5 \\\hline \end{tabular}$	$ \begin{array}{c c} & & \\ \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 541,83 \\ \hline 608,77 \\ \hline 670,03 \\ \hline 703,53 \\ \hline 718,20 \\ \hline 730,77 \\ \end{array} $	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,46 \\ 1,30 \\ 1,17 \\ 1,19 \\ 1,12 \\ 1,06 \\ \end{array}$	$ \begin{array}{c} \sigma_{X \max} \ [{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}] \\ \hline 46,11 \\ 41,16 \\ 36,90 \\ 37,55 \\ 35,49 \\ 33,45 \end{array} $		
$\begin{tabular}{ c c c c c }\hline N \\\hline\hline log_{10} $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $ $	$\begin{array}{c c} \hline & \\ \hline X_{\langle X \text{max} \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 541,83 \\ \hline 608,77 \\ \hline 670,03 \\ \hline 703,53 \\ \hline 718,20 \\ \hline 730,77 \\ \hline 746,61 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,46 \\ 1,30 \\ 1,17 \\ 1,19 \\ 1,12 \\ 1,06 \\ 1,07 \\ \end{array}$	$\begin{array}{c} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 46,11 \\ 41,16 \\ \hline 36,90 \\ \hline 37,55 \\ \hline 35,49 \\ \hline 33,45 \\ \hline 33,85 \\ \hline \end{array}$		
$\begin{tabular}{ c c c c }\hline \hline N \\ \hline \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\\hline 15,5 \\\hline 16,5 \\\hline 17,5 \\\hline 18,5 \\\hline 18,25 \\\hline 18,5 \\\hline 18,75 \\\hline 19 \\\hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c c} \hline & \\ \hline X_{\langle X \max \rangle} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 541,83 \\ \hline 608,77 \\ \hline 670,03 \\ \hline 703,53 \\ \hline 718,20 \\ \hline 730,77 \\ \hline 746,61 \\ \hline 763,14 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \; [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,46 \\ 1,30 \\ 1,17 \\ 1,19 \\ 1,12 \\ 1,06 \\ 1,07 \\ 1,07 \\ 1,07 \\ \end{array}$	$ \begin{array}{c} \sigma_{X \max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 46,11 \\ 41,16 \\ \hline 36,90 \\ 37,55 \\ \hline 35,49 \\ \hline 33,45 \\ \hline 33,85 \\ \hline 33,88 \\ \hline \end{array} $		
$\begin{tabular}{ c c c c c }\hline N \\\hline $log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right)$ \\\hline $15,5$ \\\hline $15,5$ \\\hline $16,5$ \\\hline $17,5$ \\\hline $18,25$ \\\hline $18,25$ \\\hline $18,25$ \\\hline $18,25$ \\\hline $18,75$ \\\hline 19 \\\hline $19,25$ \\\hline \end{tabular}$	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle}$ [g · cm ⁻²] 1,46 1,30 1,17 1,19 1,12 1,06 1,07 1,05	$ \begin{array}{c} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 46,11 \\ 41,16 \\ \hline 36,90 \\ \hline 37,55 \\ \hline 35,49 \\ \hline 33,45 \\ \hline 33,85 \\ \hline 33,88 \\ \hline 33,88 \\ \hline 33,08 \\ \end{array} $		

Tabulka B.3: Hodnoty střední pozice maxima spršky $\langle X_{\max} \rangle$ při daných logaritmech energií $\log_{10} \left(\frac{E}{eV}\right)$. Dále uvedena chyba střední pozice maxima spršky $\sigma_{\langle\max}$ a šířka distribuce pozice maxima spršky $\sigma_{X\max}$ pro N a interakční modely EPOS (nahoře) a SIBYLL (dole).

Fe	dle EPOS			
$\log_{10}\left(\frac{E}{\text{eV}}\right)$	$X_{\langle X \max \rangle} [g \cdot cm^{-2}]$	$\sigma_{\rm \langle max \rangle} [{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}]$	$\sigma_{X \max} \left[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2} \right]$	
15,5	496,69	0,88	27,95	
16,5	567,29	0,81	25,54	
17,5	634,95	0,72	22,75	
18	664,61	0,71	22,44	
18,25	679,32	0,72	22,87	
18,5	694,30	0,71	22,45	
18,75	709,42	0,69	21,94	
19	723,61	0,66	20,83	
19,25	737,72	0,69	21,91	
19,5	751,11	0,63	20,08	
,	11			
Fe		dle SIBYLL		
$\boxed{ \begin{array}{c} \mathbf{Fe} \\ \hline \log_{10}\left(\frac{E}{\mathrm{eV}}\right) \end{array} }$	$X_{\langle X \max \rangle} [\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2}]$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle} [g \cdot cm^{-2}]$	$\sigma_{X \text{max}} \left[\text{g} \cdot \text{cm}^{-2} \right]$	
$\begin{tabular}{ c c c c }\hline \hline Fe \\ \hline \hline \log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ \hline \end{tabular}$	$\frac{X_{\langle X \max \rangle}[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2}]}{494,48}$	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,05 \end{array}$	$\frac{\sigma_{X\max} \left[\mathbf{g} \cdot \mathbf{cm}^{-2} \right]}{33,22}$	
$\begin{tabular}{ c c c c }\hline \hline Fe \\ \hline \hline \log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline \hline \end{array}$	$ \begin{array}{c c} X_{\langle X \max \rangle}[g \cdot cm^{-2}] \\ 494,48 \\ 567,36 \end{array} $	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,05 \\ 0,94 \end{array}$		
$\begin{tabular}{ c c c c }\hline \hline Fe \\ \hline \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline 17,5 \\ \hline \end{tabular}$	$ \begin{array}{c} X_{\langle X \max \rangle}[\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 494,48 \\ \hline 567,36 \\ \hline 633,38 \\ \end{array} $	$\begin{array}{c} \text{dle SIBYLL} \\ \hline \sigma_{\langle \max \rangle} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 1,05 \\ 0,94 \\ 0,88 \end{array}$	$ \frac{\sigma_{X \text{max}} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}]}{33,22} \\ 29,81 \\ 27,81 $	
$\begin{tabular}{ c c c c c }\hline Fe \\ \hline \hline log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline 17,5 \\ \hline 18 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c c} \hline X_{\langle X \max \rangle}[{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}] \\ \hline 494,48 \\ \hline 567,36 \\ \hline 633,38 \\ \hline 664,34 \end{array}$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle}$ [g · cm ⁻²] 1,05 0,94 0,88 0,84	$ \frac{\sigma_{X\max} [g \cdot cm^{-2}]}{33,22} \\ 29,81 \\ 27,81 \\ 26,46 $	
$\begin{tabular}{ c c c c c }\hline Fe \\ \hline \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\ \hline 15,5 \\ 16,5 \\ 17,5 \\ \hline 18 \\ 18,25 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c c} \hline X_{\langle X \max \rangle}[{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}] \\ \hline 494,48 \\ \hline 567,36 \\ \hline 633,38 \\ \hline 664,34 \\ \hline 681,06 \\ \hline \end{array}$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle}$ [g · cm ⁻²] 1,05 0,94 0,88 0,84 0,87	$ \frac{\sigma_{X \text{max}} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}]}{33,22} \\ 29,81 \\ 27,81 \\ 26,46 \\ 27,59 $	
$\begin{tabular}{ c c c c c }\hline Fe \\ \hline \hline log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right) \\ \hline 15,5 \\ \hline 16,5 \\ \hline 17,5 \\ \hline 18 \\ \hline 18,25 \\ \hline 18,5 \\ \hline 18,5 \\ \hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c c} \hline X_{\langle X \max \rangle}[\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 494,48 \\ 567,36 \\ \hline 633,38 \\ \hline 664,34 \\ \hline 681,06 \\ \hline 696,84 \\ \hline \end{array}$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle}$ [g · cm ⁻²] 1,05 0,94 0,88 0,84 0,87 0,83	$ \begin{array}{c} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 33,22 \\ 29,81 \\ 27,81 \\ 26,46 \\ 27,59 \\ 26,22 \\ \end{array} $	
$\begin{tabular}{ c c c c c }\hline Fe \\ \hline \hline log_{10} \left(\frac{E}{eV} \right) \\\hline 15,5 \\\hline 16,5 \\\hline 17,5 \\\hline 18,25 \\\hline 18,25 \\\hline 18,5 \\\hline 18,75 \\\hline \hline 18,75 \\\hline \end{tabular}$	$\begin{array}{c c} \hline X_{\langle X \max \rangle}[{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}] \\ \hline 494,48 \\ \hline 567,36 \\ \hline 633,38 \\ \hline 664,34 \\ \hline 681,06 \\ \hline 696,84 \\ \hline 709,96 \\ \end{array}$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle}$ [g · cm ⁻²] 1,05 0,94 0,88 0,84 0,87 0,83 0,78	$\begin{array}{c} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 33,22 \\ 29,81 \\ 27,81 \\ 26,46 \\ 27,59 \\ 26,22 \\ 24,67 \\ \end{array}$	
Fe $\log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right)$ 15,5 16,5 17,5 18 18,25 18,5 18,75 19	$\begin{array}{c} X_{\langle X \max \rangle}[{\rm g} \cdot {\rm cm}^{-2}] \\ \hline 494,48 \\ 567,36 \\ 633,38 \\ 664,34 \\ 681,06 \\ 696,84 \\ \hline 709,96 \\ 725,52 \\ \end{array}$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle}$ [g · cm ⁻²] 1,05 0,94 0,88 0,84 0,87 0,83 0,78 0,80	$ \begin{array}{c} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 33,22 \\ 29,81 \\ 27,81 \\ 26,46 \\ 27,59 \\ 26,22 \\ 24,67 \\ 25,17 \\ \end{array} $	
Fe $log_{10} \left(\frac{E}{eV}\right)$ 15,5 16,5 17,5 18 18,25 18,5 18,75 19 19,25	$\begin{array}{c} \hline X_{\langle X_{\max}\rangle}[{\rm g}\cdot{\rm cm}^{-2}] \\ \hline 494,48 \\ 567,36 \\ \hline 633,38 \\ \hline 664,34 \\ \hline 681,06 \\ \hline 696,84 \\ \hline 709,96 \\ \hline 725,52 \\ \hline 739,46 \\ \end{array}$	dle SIBYLL $\sigma_{\langle \max \rangle}$ [g · cm ⁻²] 1,05 0,94 0,88 0,84 0,87 0,83 0,78 0,80 0,77	$\begin{array}{c} \sigma_{X\max} \ [\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}] \\ \hline 33,22 \\ 29,81 \\ 27,81 \\ 26,46 \\ 27,59 \\ 26,22 \\ 24,67 \\ 25,17 \\ 24,47 \end{array}$	

Tabulka B.4: Hodnoty střední pozice maxima spršky $\langle X_{\max} \rangle$ při daných logaritmech energií $\log_{10} \left(\frac{E}{eV}\right)$. Dále uvedena chyba střední pozice maxima spršky $\sigma_{\langle \max \rangle}$ a šířka distribuce pozice maxima spršky $\sigma_{X\max}$ pro Fe a interakční modely EPOS (nahoře) a SIBYLL (dole).

Příloha C

Tabulka C.1: Přehled hodnot naměřených na Observatoři Pierra Augera při daných logaritmech energií log₁₀ $\left(\frac{E}{\text{eV}}\right)$, kdy bylo zaznamenáno *n* počet událostí. Dále uvedeny hodnoty střední pozice maxima spršky $\langle X_{\text{max}} \rangle$ a její chyba $\sigma_{\langle X_{\text{max}} \rangle}$, systematická chyba Up střední pozice maxima spršky $\sigma_{\langle X_{\text{max}} \rangle}^{\text{SystUp}}$, systematická chyba Low střední pozice maxima spršky $\sigma_{\langle X_{\text{max}} \rangle}^{\text{SystUp}}$, systematická chyba Low střední pozice maxima spršky $\sigma_{\langle X_{\text{max}} \rangle}^{\text{SystLow}}$, šířka distribuce $\sigma_{X_{\text{max}}}$ a její statistická chyba $\sigma_{X_{\text{max}}}^{\text{Stat}}$. Převzato z [36].

$\log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right)$	n	$\langle X_{\max} \rangle$	$\sigma_{\langle X_{\max} \rangle}$	$\sigma^{ m SystUp}_{\langle X_{ m max} angle}$	$\sigma^{ m SystLow}_{\langle X_{ m max} angle}$	$\sigma_{X_{\max}}$	$\sigma_{X_{\max}}^{\mathrm{Stat}}$
		$[g \cdot cm^{-2}]$	$[g \cdot cm^{-2}]$	$[g \cdot cm^{-2}]$	$[g \cdot cm^{-2}]$	$[\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-2}]$	$[g \cdot cm^{-2}]$
17,26	1052	665,5	2,61	9,52	11,14	60,6	3,9
17,35	1617	680,2	2,08	9,17	10,93	64,7	3,0
17,45	2264	682,2	1,61	8,86	10,76	58,3	$2,\!5$
17,55	2565	688,9	1,61	8,58	10,64	59,1	2,5
17,65	2620	694,8	1,30	8,33	$10,\!54$	56,3	2,0
17,75	2320	705,0	$1,\!65$	8,06	$10,\!45$	60,5	$2,\!6$
17,85	7303	712,3	$1,\!0$	$7,\!63$	10,22	58,3	$1,\!3$
17,95	6232	720,3	1,1	7,49	10,24	58,9	1,5
18,05	5022	728,7	1,2	7,38	10,18	$59,\! 6$	1,8
18,15	4095	736,1	1,2	7,31	10,06	59,1	$1,\!6$
18,25	3255	742,8	$1,\!3$	7,27	9,89	58,0	1,7
18,35	2527	748,0	1,5	7,26	9,66	56,7	2,1
18,45	1933	752,8	$1,\!6$	7,29	9,40	54,0	2,1
18,55	1347	755,2	1,8	7,34	9,11	51,2	2,2
18,65	1007	760,8	2,0	7,43	8,80	54,5	2,8
18,75	707	757,2	1,9	7,54	8,49	43,5	2,5
18,85	560	763,2	2,0	7,67	8,18	42,0	2,4
18,95	417	766,0	2,4	7,83	7,88	$38,\! 6$	$2,\!9$
19,05	321	770,1	$2,\!6$	8,01	7,61	39,3	3,2
19,15	253	770,7	2,6	8,21	$7,\!37$	$34,\!8$	3,4
19,25	159	777,2	$3,\!5$	8,44	7,17	41,3	5,2
19,35	122	776,3	3,2	8,68	7,02	33,9	4,1
19,44	80	775,7	4,5	8,92	6,94	37,1	5,2
19,55	50	783,7	4,2	9,22	6,93	26,6	5,1
19,73	35	776,2	4,8	9,75	7,14	25,3	4,2

Příloha D

Tabulka D.1: Přehled hodnot pro střední hodnotu logaritmu hmotnosti $\langle \ln A \rangle$ při daném logaritmu energie $\log_{10} \left(\frac{E}{eV}\right)$ pro interpretaci modelem SIBYLL. Dále uvedena statistická chyba střední hodnoty logaritmu hmotnosti $\sigma_{\langle \ln A \rangle}^{\text{Stat}}$ a systematické chyby Up $\sigma_{\langle \ln A \rangle}^{\text{SystUp}}$ a Low $\sigma_{\langle \ln A \rangle}^{\text{SystLow}}$ střední logaritmické hmotnosti.

dle EPOS					
$\log_{10}\left(\frac{E}{\text{eV}}\right)$	$\langle \ln A \rangle$	$\sigma^{\mathrm{Stat}}_{\langle \ln A \rangle}$	$\sigma^{ m SystUp}_{\langle \ln A angle}$	$\sigma^{ m SystLow}_{\langle \ln A angle}$	
17,26	2,21	0,10	-0,39	0,45	
17,35	1,84	0,08	-0,38	0,44	
17,45	1,99	0,06	-0,36	0,43	
17,55	1,96	0,06	-0,35	0,43	
17,65	1,95	0,05	-0,34	0,43	
17,75	1,78	0,07	-0,34	0,42	
17,85	1,72	0,04	-0,32	0,41	
17,95	1,63	0,04	-0,31	0,42	
18,05	1,52	0,05	-0,31	0,42	
18,15	1,45	0,05	-0,30	0,42	
18,25	1,42	0,05	-0,31	0,41	
18,35	1,44	0,06	-0,31	0,41	
18,45	1,48	0,07	-0,31	0,40	
18,55	1,62	0,08	-0,31	0,39	
18,65	1,63	0,08	-0,32	0,38	
18,75	2,03	0,08	-0,33	0,36	
18,85	2,02	0,08	-0,33	0,36	
18,95	2,15	0,10	-0,35	0,35	
19,05	2,23	0,11	-0,36	0,34	
19,15	2,45	0,11	-0,37	0,34	
19,25	2,42	0,15	-0,39	0,35	
19,35	2,72	0,14	-0,40	0,33	
19,44	2,98	0,20	-0,44	0,36	
19,55	2,91	0,18	-0,44	0,36	
19,73	3,71	0,21	-0,48	0,38	

Tabulka D.2: Přehled hodnot pro střední hodnotu logaritmu hmotnosti $\langle \ln A \rangle$ při daném logaritmu energie log₁₀ $\left(\frac{E}{eV}\right)$ pro interpretaci modelem SIBYLL. Dále uvedena statistická chyba střední hodnoty logaritmu hmotnosti $\sigma_{\langle \ln A \rangle}^{\text{Stat}}$ a systematické chyby Up $\sigma_{\langle \ln A \rangle}^{\text{SystUp}}$ a Low $\sigma_{\langle \ln A \rangle}^{\text{SystLow}}$ střední logaritmické hmotnosti.

dle SIBYLL					
$\log_{10}\left(\frac{E}{eV}\right)$	$\langle \ln A \rangle$	$\sigma^{\mathrm{Stat}}_{\langle \ln A \rangle}$	$\sigma^{ m SystUp}_{\langle \ln A \rangle}$	$\sigma^{ m SystLow}_{\langle \ln A \rangle}$	
17,26	2,33	0,10	-0,50	0,43	
17,35	1,98	0,08	-0,51	0,42	
17,45	2,13	0,06	-0,49	0,41	
17,55	2,10	0,06	-0,48	0,40	
17,65	2,10	0,05	-0,47	0,40	
17,75	1,94	0,06	-0,48	0,40	
17,85	1,89	0,04	-0,47	0,39	
17,95	1,81	0,04	-0,48	0,39	
18,05	1,71	0,05	-0,48	0,40	
18,15	1,66	0,05	-0,50	0,39	
18,25	1,63	0,05	-0,51	0,38	
18,35	1,65	0,06	-0,50	0,38	
18,45	1,70	0,06	-0,51	0,37	
18,55	1,83	0,07	-0,51	0,37	
18,65	1,85	0,08	-0,52	$0,\!35$	
18,75	2,22	0,07	-0,49	0,34	
18,85	2,22	0,08	-0,51	0,33	
18,95	2,34	0,09	-0,51	0,33	
19,05	2,42	0,10	-0,52	0,32	
19,15	2,63	0,10	-0,51	0,31	
19,25	2,61	0,14	-0,54	0,32	
19,35	2,89	0,13	-0,53	0,31	
19,44	3,13	0,18	-0,54	0,33	
19,55	3,08	0,17	-0,56	0,32	
19,73	3,82	0,19	-0,51	0,35	