



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VEKTOROVÁ METODA ANALÝZY KINEMATIKY MECHANISMŮ

MECHANISM KINEMATIC ANALYSIS USING VECTOR APPROACH

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Miroslav Lauko

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

BRNO 2023

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Miroslav Lauko
Studijní program:	Mechatronika
Studijní obor:	bez specializace
Vedoucí práce:	doc. Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.
Akademický rok:	2022/23

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Vektorová metoda analýzy kinematiky mechanismů

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Vektorová metoda je jednou ze základních metod řešení kinematiky otevřených a uzavřených kinematických řetězců. Vektorová metoda je univerzální a lze ji efektivně počítačově zpracovat. Úkolem práce je vytvořit matematický model a uživatelské rozhraní pro zadání geometrie mechanismu a zpracování analýzy otevřených a uzavřených kinematických řetězců, včetně vykreslení kinematických veličin v grafech.

Cíle bakalářské práce:

1. Přehled metod řešení kinematiky otevřených a uzavřených kinematických řetězců
2. Analýza otevřeného kinematického řetězce
3. Analýza uzavřeného kinematického řetězce s jedním stupněm volnosti
4. Zpracování metody a vizualizace v prostředí MATLAB

Seznam doporučené literatury:

HAUG, Edward J ., 1989. Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems. Prentice Hall College Div. ISBN 978-0205116690.

SCHIEHLEN, W., 1997. Multibody System Dynamics: Roots and Perspectives. Multibody System Dynamics. 1(2), 149–188. ISSN 13845640.

ABSTRAKT

Táto práca obsahuje analýzu kinematických reťazcov numerickými metódami pomocou vektorovej metódy. Príkladom pre analýzu boli vybrané tri druhy reťazcov, štvorkĺbový reťazec, kľukový reťazec a robotický manipulátor. Analýza bola uskutočnená v programe Matlab, kde boli následne vytvorené grafické užívateľské prostredia. V týchto prostrediach je simulovaný pohyb jednotlivých reťazcov spolu so zobrazením dôležitých parametrov.

KĽÚČOVÉ SLOVÁ

vektor, vektorová metóda, kinematika, kinematický reťazec, Matlab

ABSTRACT

This work contains the analysis of kinematic chains by numerical methods using the vector method. Three types of chains, a four-joint chain, a crank chain and a robotic manipulator were selected as an example for analysis. The analysis was carried out in the Matlab program, where a graphical user interfaces were created. In these interfaces, the movement of individual chains is simulated together with the display of important parameters.

KEYWORDS

vector, vector method, kinematics, kinematic chain, Matlab

LAUKO, Miroslav. *Vektorová metoda analýzy kinematiky mechanismů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, 2033, 52 s. Bakalářská práce. Vedúci práce: doc.Ing. Zdeněk Hadaš, Ph.D.

Vyhlásenie autora o pôvodnosti diela

Meno a priezvisko autora: Miroslav Lauko
VUT ID autora: 228715
Typ práce: Bakalárska práca
Akademický rok: 2022/23
Téma záverečnej práce: Vektorová metóda analýzy kinematiky mechanizmov

Vyhlasujem, že svoju záverečnú prácu som vypracoval samostatne pod vedením vedúcej/cého záverečnej práce, s využitím odbornej literatúry a ďalších informačných zdrojov, ktoré sú všetky citované v práci a uvedené v zozname literatúry na konci práce.

Ako autor uvedenej záverečnej práce ďalej vyhlasujem, že v súvislosti s vytvorením tejto záverečnej práce som neporušil autorské práva tretích osôb, najmä som nezasiahol nedovoleným spôsobom do cudzích autorských práv osobnostných a/alebo majetkových a som si plne vedomý následkov porušenia ustanovenia § 11 a nasledujúcich autorského zákona Českej republiky č. 121/2000 Sb., o práve autorskom, o právach súvisiacich s právom autorským a o zmene niektorých zákonov (autorský zákon), v znení neskorších predpisov, vrátane možných trestnoprávných dôsledkov vyplývajúcich z ustanovenia časti druhej, hlavy VI. diel 4 Trestného zákonníka Českej republiky č. 40/2009 Sb.

Brno

.....

podpis autora*

*Autor podpisuje iba v tlačenej verzii.

POĎAKOVANIE

Rád by som poďakoval vedúcemu bakalárskej práce doc.Ing.Zdeněkovi Hadašovi, Ph.D. za odborné vedenie, konzultácie, trpezlivosť a podnetné návrhy k práci. Ďalej by som chcel poďakovať rodine a priateľom, ktorí pri mne stáli a podporovali ma počas celého štúdia.

Obsah

Úvod	11
1 Teoretický úvod do mechanizmov	12
2 Metódy riešenia kinematických reťazcov	14
2.1 Priame metódy kinematických reťazcov	15
2.1.1 Trigonometrická metóda	15
2.1.2 Maticová metóda	15
2.1.3 Metóda s použitím D-H parametrov	18
2.1.4 Vektorová metóda	20
2.2 Inverzná metóda s použitím pseudo-inverzného Jakobiánu	21
3 Numerické riešenie vektorovej metódy v kinematických mechaniz- moch	23
3.1 Riešenie vektorovej metódy pomocou Newtonovej metódy	23
3.2 Riešenie pohybových parametrov pomocou diferencií a numerickej in- tegrácií v Matlabe	24
3.3 Pseudo-inverzia Jakobiárovej matice	24
4 Riešené mechanizmy	26
4.1 Štvorkĺbový mechanizmus	27
4.2 Klukový mechanizmus	28
4.3 Rovinný robotický manipulátor	29
5 Analýza kinematických reťazcov vektorovou metódou	31
5.1 Analýza uzavretých kinematických reťazcov	31
5.2 Analýza otvorených kinematických reťazcov	35
6 Spracovanie vektorovej metódy v Matlabe	39
6.1 Uzavreté kinematické reťazce	39
6.2 Otvorený kinematický reťazec	43
Záver	46
Literatúra	47
Zoznam symbolov a skratiek	50
Zoznam príloh	51

A Príloha	52
A.1 Kódy pre riešenie štvorkĺbového reťazca vektorovou metódou	52
A.2 Kódy pre riešenie kĺukového reťazca vektorovou metódou	52
A.3 Kódy pre riešenie rovinného robotického manipulátoru vektorovou metódou	52

Zoznam obrázkov

1.1	Maltézsky mechanizmus [1]	12
2.1	Rotácia súradnicového systému [6]	16
2.2	Posunutie súradnicového systému [4]	17
2.3	Znázornenie pre DH parametre [9]	18
2.4	Vektorový mnohouholník [5]	20
4.1	Štvorkĺbový mechanizmus [10]	27
4.2	Excentrický a centrický kľukový mechanizmus [3]	29
4.3	Rovinný robotický manipulátor [2]	30
5.1	Štvorkĺbový kinematický reťazec	32
5.2	Kľukový kinematický reťazec.	34
5.3	Schéma rovinného robotického manipulátora [12]	36
6.1	Zadanie vstupných parametrov	39
6.2	Zvolenie sledovaného bodu	40
6.3	Kalkulácia a upozornenie na pohyb	40
6.4	Tlačidlá pre GUI štvorkĺbeho reťazca	40
6.5	Vektorový obrazec štvorkĺbeho reťazca a trajektória bodu E	41
6.6	Štvorkĺbový reťazec a trajektória bodu E	41
6.7	Vypočítané priebehy parametrov členu 3	42
6.8	Vypočítané priebehy parametrov členu 4	42
6.9	Vypočítané priebehy parametrov bodu E	43
6.10	Zadanie vstupných parametrov	44
6.11	Tlačidlá pre GUI rovinného robotického manipulátora	44
6.12	Vypočítané priebehy parametrov členu 2	45
6.13	Vypočítané priebehy parametrov bodu E pre manipulátor	45

Zoznam tabuliek

4.1	Tabuľka pohybov vstupného a výstupného člena mechanizmu	26
-----	---	----

Úvod

S mechanizmami sa človek stretáva vo všetkých vetvách strojárstva. Preto je potrebné analyzovať pohyb týchto mechanizmov, aby dokázal využiť ich vlastnosti v praxi.

Táto práca sa zameriava na vektorovú metódu, ktorá je jednou so základných metód analýzy pohybu mechanizmov. Presnejšie sa bude venovať numerickému riešeniu analýzy rovinných mechanizmov, z hľadiska kinematiky. Spracovanie numerickej analýzy sa uskutočňuje v programe Matlab, v ktorom sú spracované aj grafické užívateľské prostredia(GUI). Pre túto analýzu boli vybraté tri najpoužívanejšie druhy mechanizmov a to štvorkĺbový mechanizmus, klukový mechanizmus a rovinný robotický manipulátor.

Cieľom je poskytnúť prehľad metód riešenia kinematiky otvorených a uzavretých kinematických reťazcov. Prvým cieľom je zoznámenie sa s existujúcimi metódami na riešenie kinematiky otvorených a uzavretých kinematických reťazcov a poskytnúť ich porovnanie a hodnotenie z hľadiska ich použiteľnosti. Po opísaní metód je potrebné zoznámenie sa s numerickými metódami, ktoré sú použité pri analýze reťazcov.

Výsledkom tejto práce je podrobná analýza a postup výpočtu dvoch uzavretých a jedného otvoreného reťazca a spracovanie metódy v prostredí Matlab. V analýze je popísaný kompletný návod ako by sa reťazce mali analyzovať pomocou vektorovej metódy, či sa analyzujú priamou alebo inverznou kinematikou. Spracovanie obsahuje popis GUI, návod k používaniu a popis jeho funkcií. Ďalej obsahuje krátko popísané vlastné funkcie vytvorené v Matlabe, hlavne ich význam a čo v programe spracovávajú.

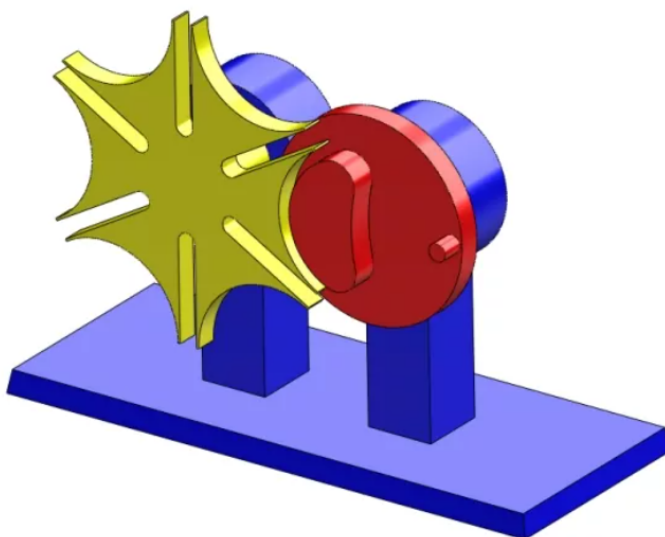
1 Teoretický úvod do mechanizmov

V problematike riešenia mechanizmov v kinematike existuje celý rád základných pojmov, ktoré sú nevyhnutné k pochopeniu tejto témy. Preto je dôležité vysvetlenie a zoznámenie sa s týmito pojmami, aby bolo možné ďalej pokračovať v hlbšom skúmaní danej problematiky.

Najdôležitejšími fyzikálnymi veličinami v kinematike sú rýchlosť a zrýchlenie, ktoré určujú ako sa teleso pohybuje v priestore alebo v rovine a ako sa tento pohyb mení. Tieto veličiny majú veľký význam pri návrhu a analýze mechanizmov v kinematike.

Ďalej je potrebné poznať základné typy pohybu, ako je rovnomerný pohyb, rovnomerný priamočiary pohyb, rotačný pohyb a podobne. Tieto typy pohybov ako aj ich kombinácie ako napríklad obecný rovinný pohyb alebo sférický pohyb sa často vyskytujú v mechanizmoch v kinematike a ich poznanie umožní lepšie porozumenie funkčnosti týchto mechanizmov.

Mechanizmus tvorí sústava telies, ktoré sú navzájom spojené určitým spôsobom v celok zaisťujúci jednoznačný pohyb jednotlivých prvkov. Ak má mechanizmus jeden hnací člen, ostatné jeho členy, hnané členy, budú vykonávať len taký pohyb, ktorý je možný od hnacieho člena odvodiť. K tomu, aby bol mechanizmus mechanizmom je potrebné, aby bol zafixovaný. To znamená, že jeden z jeho členov bude nepohyblivý a tento člen je nazývaný rámom [15], [14]. Príklad takéhoto mechanizmu sa nachádza na obrázku 1.1.



Obr. 1.1: Maltézsky mechanizmus [1]

V mechanike je mechanizmus definovaný ako zariadenie alebo časť stroja s istým počtom telies o známych rozmeroch a vlastnostiach, ktoré transformuje pohyb vstupnej súčiastky na výstupný, predvídateľný a obmedzený pohyb inej súčiastky. Sú základnými stavebnými blokmi strojov a mechanických systémov a ich správny návrh, analýza a implementácia sú kritické pre úspešnú funkčnosť a výkonnosť týchto systémov [8], [10].

Môžu mať rôzne účely a konštrukčné formy. Niektoré mechanizmy sa používajú na zvýšenie sily, iné na prenos pohybu alebo prenos sily a pohybu súčasne. Niektoré mechanizmy umožňujú rotáciu, iné posuv a ďalšie kombinácie pohybov [14].

Návrh a analýza mechanizmov zahŕňa množstvo disciplín, ako sú kinematika, dynamika, teória mechanizmov a konštrukčná analýza. Tieto disciplíny sa zaoberajú rôznymi aspektami mechanizmov ako sú pohyb, sila, torzia, vibrácie a materiálové vlastnosti použité na konštrukciu mechanizmov.

2 Metódy riešenia kinematických reťazcov

V kinematike sa členy mechanizmov berú ako nedeformovateľné a nehmotné to znamená, že jednotlivé členy sa nebudú vplyvom pohybu, krútiť, ohýbať, stláčať alebo natahovať. Ďalšou charakteristikou mechanizmov v kinematike je, že sú nehmotné, to znamená, že sa pri riešení neberie do úvahy ich energia a hybnosť. Spojenie týchto členov je kinematický reťazec. Pohyb týchto reťazcov sa analyzuje pomocou dvoch rôznych spôsobov a to priamou kinematikou a inverznou kinematikou [15].

Priama kinematika je proces zisťovania pozície koncového efektora alebo bodu na kinematickom reťazci vzhľadom ku konfigurácií a pozícií jeho členov. Inak povedané, pohyb hnacieho členu je daný a pohyb hnaného členu je pozorovaný. [12].

Inverzná kinematika, na druhej strane, je proces zisťovania uhlov a posunutí jednotlivých väzieb kinematického reťazca na dosiahnutie želanej pozície a orientácie koncového efektora alebo bodu na reťazci. To znamená, že pohyb alebo poloha hnaného členu sú dané a pohyb hnacích členov je pozorovaný [12].

Metódy riešenia pohybu a pozície bodov na kinematickom reťazci sa môžu ešte rozdeliť do ďalších dvoch skupín a to grafické metódy a počítařské metódy.

Grafické metódy riešenia kinematických reťazcov sú grafické reprezentácie, ktoré slúžia na analýzu pohybu mechanizmu. V týchto metódach je pohyb reťazca reprezentovaný vektorovými diagramami, diagramami voľných telies a inými grafickými nástrojmi. Pohyb reťazca je rozložený na pohyby jednotlivých jeho členov a každý člen je samostatne analyzovaný. V kinematike sú grafické metódy vhodné pre určenie rýchlosti a zrýchlení reťazca. Grafická metóda je rýchla a viac názorná ako počítařské metódy. Nevýhodou je, že je nepresná, keďže sa riešenie znázorňuje od ruky. Je nevyhnutné mať poznatky vzťahov pre rotácie a translácie. Takéto riešenia sú založené na súčasných pohyboch telies. Sú riešené na poznatkoch obecného rovinného pohybu, ktorý hovorí o translácii referenčného bodu a rotácii okolo neho. Alebo pomocou zloženého pohybu, ktorý sa skladá z relatívneho pohybu medzi dvoma telesami a unášavého pohybu medzi telesom, ktoré koná zložený pohyb a rámu [17].

Podstatou počítařských metód sú geometrické vzťahy určujúce polohu členov reťazca a bodov na týchto členoch, ktoré sú sledované a súradnice hnacích členov, ktoré sú funkciou času. Tieto súradnice hnacích členov predstavujú stupne voľnosti mechanizmu, čiže nezávislé súradnice.

Zostavenie týchto metód je viac náročné a menej názorné ako riešenie grafickou metódou, ale sú presnejšie. Najčastejšie sa jedná o úlohu polohy, z ktorej sa rýchlosť a zrýchlenie získa deriváciou alebo diferenciou. Tieto metódy môžu byť použité ako na priamu tak aj na inverznú kinematiku. Analýza pomocou týchto metód sa takmer vždy realizuje pomocou počítačového algoritmu, keďže vzniknuté rovnice môžu byť nelineárne a výsledok bude možné získať len s použitím numerických metód s neurčitým množstvom iterácií [18].

Existujú rôzne druhy grafických a počítačových metód, keďže podstatou tejto práce je vektorová metóda, bude naďalej venovaná pozornosť už len predstaveniu priamych počítačových metód a to trigonometrickej metódy, maticovej metódy, metóda s použitím D-H parametrov a vektorovej metódy, ktorá bude aj následne použitá v analýze. Z inverzných počítačových metód je uvedená len jedna a to metóda inverznej kinematiky s použitím pseudo-inverzného Jakobiánu, ktorá je tiež používaná v analýze s vektorovou metódou.

2.1 Priame metódy kinematických reťazcov

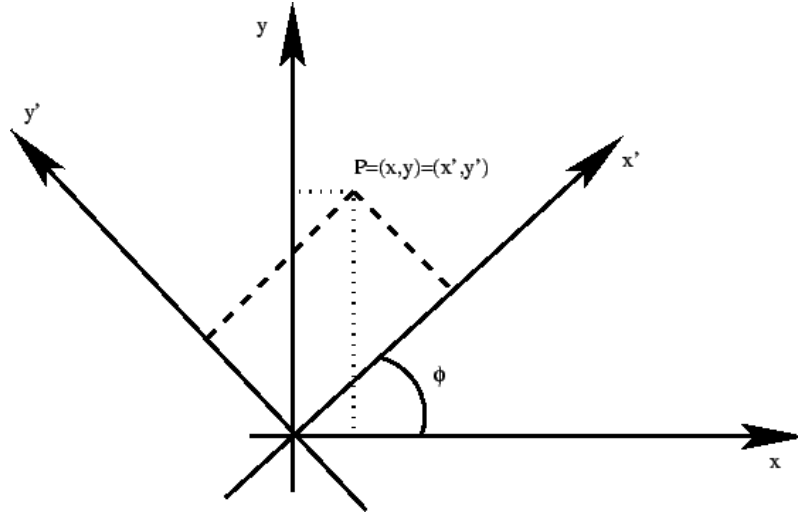
2.1.1 Trigonometrická metóda

Pri tejto metóde je rovinný kinematický reťazec uvažovaný ako trigonometrický útvar, v ktorom sú niektoré uhly a strany známe a ostatné je z nich potrebné dopočítať. Väčšinou sa vzniknutý geometrický útvar delí na trojuholníky, preto je potrebná znalosť kosínusových a sínusových viet. Táto metóda je intuitívna ale neuniverzálna a pri zložitejších reťazcoch veľmi náročná, preto je vhodná len pre jednoduchšie mechanizmy [18].

2.1.2 Maticová metóda

Táto metóda je vhodná aj pre rovinné aj pre priestorové reťazce. Na rozdiel od trigonometrickej je úplne univerzálna pre všetky reťazce. Pomocou nej sa dajú vypočítať aj zložité reťazce. Je veľmi presná, ale je neintuitívna, pretože použité transformačné matice môžu byť mätúce. Aj keď je táto metóda neintuitívna, je vďaka týmto maticiam veľmi dobre algoritmizovateľná a je vhodná pre počítačové analýzy. Používa relatívne súradnice, čo znamená, že súradnice každého bodu sa vzťahujú k bodu pred ním nie k počiatku súradnicového systému [18], [6].

Na popísanie reťazca sa použijú vektorové veličiny a pre ich priemety do osí sa použijú ortogonálne transformácie. Ortogonálne transformácie slúžia na transformáciu veličiny z jedného súradnicového systému do druhého. Tieto transformácie sa vykonávajú pomocou matice smerových kosínov \mathbf{C}_{12} [18]. Pre zjednodušenie sa uvažuje len v rovina $x - y$ ako je na obrázku 2.1 .



Obr. 2.1: Rotácia súradnicového systému [6]

$$\mathbf{C}_{12} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

A pre polohový vektor \mathbf{r}_1^A bude platiť:

$$\mathbf{r}_1^A = \mathbf{C}_{12} \mathbf{r}_2^A \quad (2.2)$$

Rýchlosť sa určí pomocou časových derivácií rovnice 2.2.

$$\dot{\mathbf{r}}_1^A = \mathbf{v}_1^A = \dot{\mathbf{C}}_{21} \mathbf{r}_2^A + \mathbf{C}_{21} \dot{\mathbf{r}}_2^A \quad (2.3)$$

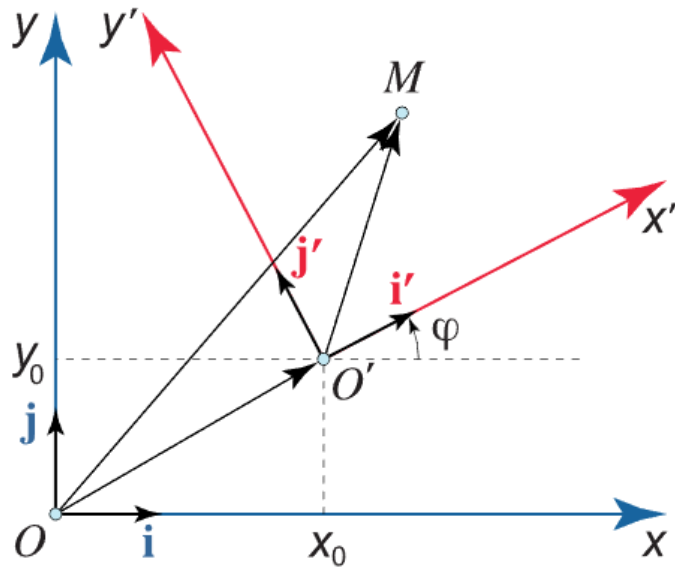
Vzniknutá matica $\dot{\mathbf{C}}_{21}$:

$$\dot{\mathbf{C}}_{21} = \begin{bmatrix} -\dot{\theta} \sin(\theta) & -\dot{\theta} \cos(\theta) & 0 \\ \dot{\theta} \cos(\theta) & -\dot{\theta} \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\dot{\mathbf{C}}_{21} = \Omega_{21} \mathbf{C}_{12} \quad (2.5)$$

Matica Ω_{21} je matica uhlových zrýchlení okolo osi z . Zrýchlenie sa určí druhou deriváciou 2.3.

Keďže by tieto transformácie vedeli popísať len rotáciu okolo počiatočného bodu súradnicového systému, čo je pri zložitejšom kinematickom reťazci zbytočné, obohatia sa tieto rovnice posuvom v rovine $x - y$, podľa obrázku 2.2.



Obr. 2.2: Posunutie súradnicového systému [4]

Polohu bodu O' voči súradnicovému systému 1 sa definuje:

$$\mathbf{r}_1^{O'} = \mathbf{T}_{12} \mathbf{r}_2^{O'} \quad (2.6)$$

Kde člen \mathbf{T}_{12} predstavuje rozšírenú maticu:

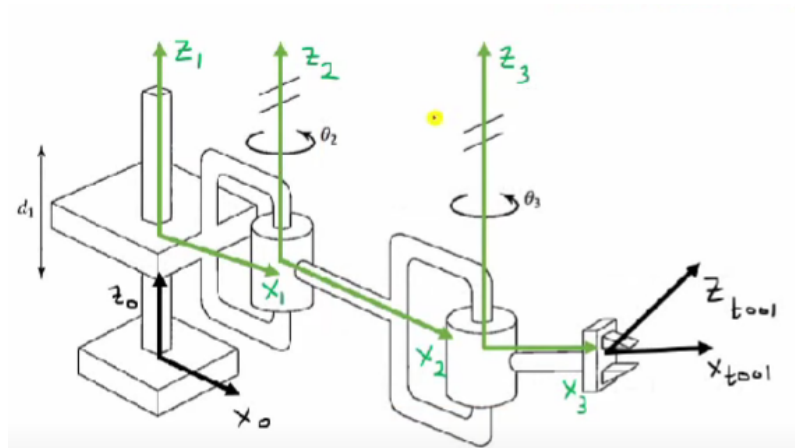
$$\mathbf{T}_{12} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & x_1^O \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & y_1^O \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Rovnica 2.6 sa môže reťaziť a bude mať toľko rozšírených matic, koľko členov má daný reťazec. Rýchlosť a zrýchlenie sa získa tak, ako pri ortogonálnych transformáciách deriváciami.

2.1.3 Metóda s použitím D-H parametrov

Denavit–Hartenberg parametre alebo D-H parametre sú štyri parametre, ktoré popisujú vzájomnú polohu väzieb reťazca [7]. Tieto parametre sú skratkou k nájdeniu celkovej transformačnej matice a používajú sa v dokumentáciách pre priemyselné roboty ako je napríklad SCARA. Táto metóda je podstate zjednodušená maticová metóda.

Pre nájdenie D-H parametrov je potrebné zvoliť správnu orientáciu lokálnych súradnicových systémov pre každú kinematickú väzbu. Používa sa z, x rovina aby rotačné väzby rotovali okolo osi z . Ak sa jedná o posuvnú väzbu, os z bude na osi posuvu a os x bude v smere ďalšieho člena. Ak ide o rotačnú väzbu, os z bude osou rotácie a os x bude v smere ďalšieho člena. Osi základného telesa a konečného bodu manipulátora alebo nástroja manipulátora sú zakreslené podľa riešiteľa, nemajú vplyv na výsledok pokiaľ sú nájdené správne parametre [7]. Znázornenie je vidieť na obrázku 2.3.



Obr. 2.3: Znázornenie pre DH parametre [9]

Parametre sú:

- d_i - vzdialenosť osi x_{i-1} od osi x_i po osi z_i
- θ_i - uhol osi x_{i-1} , ktorý zvierá s osou x_i okolo osi z_i
- a_i - vzdialenosť osi z_{i-1} od osi z_i po osi x_{i-1}
- α_i - uhol osi z_{i-1} , ktorý zvierá s osou z_i okolo osi x_{i-1}

Parametre d a θ súvisia s pohybom jednotlivých väzieb reťazca okolo spoločnej osi pomocou šroubového pohybu, ktorý sa popisuje pomocou matice 2.8 [7].

$$\mathbf{Z}_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Parametre a a α súvisia s rozmerom člena definovaného šroubovým pohybom okolo spoločnej normály z väzby i do väzby $i+1$ a to popisuje matica 2.9 [7].

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i,i+1} \\ 0 & \cos(\alpha_{i,i+1}) & -\sin(\alpha_{i,i+1}) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_{i,i+1}) & \cos(\alpha_{i,i+1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Keď sa skrutkový pohyb rozloží na čistú rotáciu a čistú transláciu je vidieť, že matice 2.8 a 2.9 sú súčinom rotačných a translačných matíc [7].

$$\mathbf{Z}_i = \text{Trans}_{z_i}(d_i)\text{Rot}_{z_i}(\theta_i) \quad (2.10)$$

$$\mathbf{X}_i = \text{Trans}_{x_i}(a_{i,i+1})\text{Rot}_{x_i}(\alpha_{i,i+1}) \quad (2.11)$$

Kde transláciu väzieb popisuje parameter d_i a transláciu členov $a_{(i,i+1)}$. Rotáciu väzieb θ_i a rotáciu členov $\alpha_{i,i+1}$.

Súčinom matíc 2.10 a 2.11 sa dostane celková transformačná matica $\mathbf{T}_{(i,i+1)}$ medzi väzbou i a $i+1$.

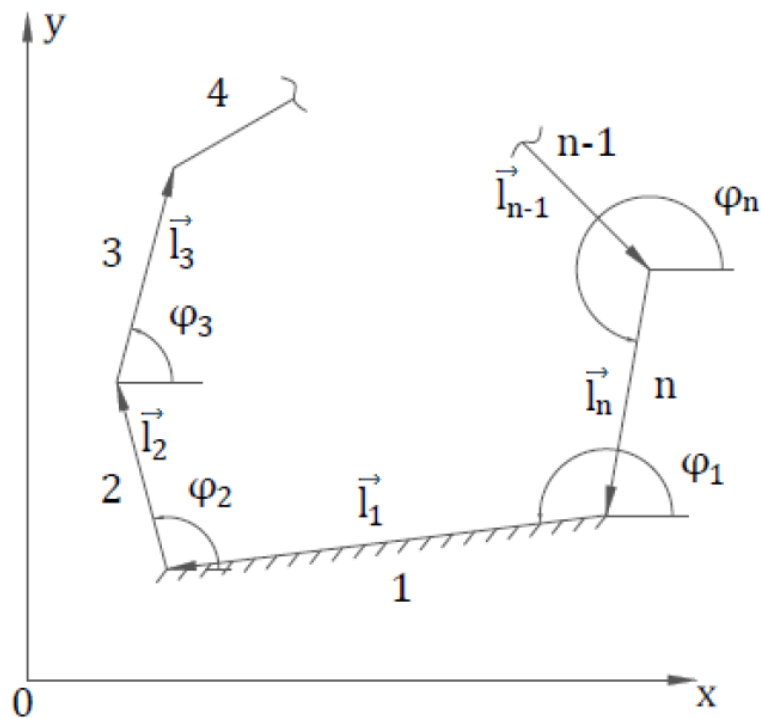
$$\mathbf{T}_i = \mathbf{Z}_i \mathbf{X}_i \quad (2.12)$$

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Tak ako pri maticovej metóde 2.1.2 sa môžu matice \mathbf{T}_i reťaziť to znamená, že súčinom matíc 2.13 napríklad pre robotický manipulátor s n ramenami, vznikne výsledná celková transformačná matica popisujúca transformáciu polohy konečného bodu manipulátora alebo nástroja manipulátora voči základni [7].

2.1.4 Vektorová metóda

Kinematický reťazec popísaný jedným alebo viacerými mnohoúhľníkmi. Pre písanie súradníc dôležitých bodov sú použité absolútne súradnice, to znamená, že sa určujú vždy od počiatku súradnicového systému. Strany týchto mnohoúhľníkov sa považujú za vektory. Uhly týchto vektorov sa uvažujú vždy v kladnom smere, to znamená, že sú merané vždy od kladnej osi x . Vrcholy mnohoúhľníka teda konce a začiatky vektorov sú volené v strede rotačných väzieb a na osiach posuvných väzieb [13], [18]. Pre vektory vo vzniknutom mnohoúhľníku v obrázku 2.4 platí rovnica 2.14.



Obr. 2.4: Vektorový mnohoúhľník [5]

$$\sum_{i=1}^n \vec{l}_i = \vec{0} \quad (2.14)$$

Rovnica 2.14 sa rozpíše do dvoch skalárnych rovníc pre osi x a y .

$$x : \sum_{i=1}^n l_i \cos(\varphi_i) = 0 \quad (2.15)$$

$$y : \sum_{i=1}^n l_i \sin(\varphi_i) = 0 \quad (2.16)$$

Rovnice 2.15 a 2.16 určujú polohu reťazca a jeho bodov. Ich deriváciou sa dostane rýchlosť.

$$v_x : \sum_{i=1}^n \dot{l}_i \cos(\varphi_i) - \sum_{i=1}^n l_i \sin(\varphi_i) \dot{\varphi}_i = 0 \quad (2.17)$$

$$v_y : \sum_{i=1}^n \dot{l}_i \sin(\varphi_i) + \sum_{i=1}^n l_i \cos(\varphi_i) \dot{\varphi}_i = 0 \quad (2.18)$$

Ďalšou deriváciou rovníc 2.17 a 2.18 sa získa zrýchlenie.

$$a_x : \sum_{i=1}^n \ddot{l}_i \cos(\varphi_i) - 2 \sum_{i=1}^n \dot{l}_i \sin(\varphi_i) \dot{\varphi}_i - \sum_{i=1}^n l_i \cos(\varphi_i) \dot{\varphi}_i^2 - \sum_{i=1}^n l_i \sin(\varphi_i) \ddot{\varphi}_i = 0 \quad (2.19)$$

$$a_y : \sum_{i=1}^n \ddot{l}_i \sin(\varphi_i) + 2 \sum_{i=1}^n \dot{l}_i \cos(\varphi_i) \dot{\varphi}_i - \sum_{i=1}^n l_i \sin(\varphi_i) \dot{\varphi}_i^2 + \sum_{i=1}^n l_i \cos(\varphi_i) \ddot{\varphi}_i = 0 \quad (2.20)$$

Pri riešení reťazcov vektorovou metódou sa dajú vzniknuté rovnice napísať v maticovom tvare kde sa oddelia neznáme veličiny. Vzniknuté matice sú väčšinou ťažko spočítateľné ručne, ale sú dobre algoritmizovateľné [18]. Táto metóda je intuitívna a univerzálna pre každý mechanizmus. Problém pri tejto metóde nastáva pri riešení rovníc polohy kde sa príde na riešenie transcendentných rovníc, ktoré sú potrebné riešiť numericky. Tomuto riešeniu je venovaná pozornosť v kapitole 3.1. Použitím numerického riešenia namiesto analytického riešenia klesá presnosť výsledku.

K určení polohy bodu \mathbf{E} na člene $\vec{\mathbf{k}}$ reťazca s \mathbf{n} členmi, sa použije rovnica 2.21.

$$\vec{\mathbf{r}}_E = \vec{\mathbf{l}}_1 + \vec{\mathbf{l}}_2 + \dots + \vec{\mathbf{l}}_{k-1} + \vec{\mathbf{l}}_{kE} \quad (2.21)$$

Kde vektor $\vec{\mathbf{l}}_{kX}$ vzdialenosť od väzby spájajúcej člen $\mathbf{k}-1$ a člen \mathbf{k} .

Rovnicu 2.21 sa rozpíše na zložky do osí x a y .

$$r_{Ex} : l_1 \cos(\varphi_1) + l_2 \cos(\varphi_2) + \dots + l_{k-1} \cos(\varphi_{k-1}) + l_{kE} \cos(\varphi_k) = 0 \quad (2.22)$$

$$r_{Ey} : l_1 \sin(\varphi_1) + l_2 \sin(\varphi_2) + \dots + l_{k-1} \sin(\varphi_{k-1}) + l_{kE} \sin(\varphi_k) = 0 \quad (2.23)$$

Prvou a druhou deriváciou 2.22 a 2.23 podľa 2.17 2.18 a 2.19 2.20 sa získajú parametre bodu \mathbf{E} .

2.2 Inverzná metóda s použitím pseudo-inverzného Jakobiánu

Metóda s použitím pseudo-inverzného Jakobiánu je jednou z inverzných numerických metód. Existujú aj analytické inverzné kinematické metódy, ale tento prístup sa stáva zložitejším a oveľa pomalším pre komplexnejšie kinematické reťazce, zatiaľ čo numerické metódy môžu zabezpečiť lepšie výsledky.

Výhodou použitia pseudo-inverzného Jakobiánu je, že lineárne modeluje pohyb koncového efektora alebo bodu na reťazci relatívne k okamžitej zmene uhlov alebo posunutí väzieb a taktiež to, že sa táto metóda dá kombinovať s vektorovou metódou. Táto metóda je užitočná pre manipulátory, ktoré majú viac stupňov voľnosti ako je potrebné pre danú úlohu [19], [24].

Použitie tejto metódy nesie riziko v tom, že výsledok tejto metódy môže viesť manipulátor cez singularity, čo môže viesť k nepredvídateľnému chovaniu manipulátora [19], [24].

Postup pri použití tejto metódy je nasledujúci.

$\mathbf{E}=[x_E, y_E, z_E]^T$ označuje polohu koncového efektora a $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$ sú uhly členov manipulátora, potom pre rýchlosti pre tento bod platí.

$$\dot{\mathbf{E}} = \frac{df(\theta)}{d\theta} \cdot \dot{\theta} \quad (2.24)$$

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{J} \cdot \dot{\theta} \quad (2.25)$$

$$\dot{\mathbf{E}} = [\dot{x}_E, \dot{y}_E, \dot{z}_E]^T \quad (2.26)$$

$$\dot{\theta} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dots, \dot{\theta}_n]^T \quad (2.27)$$

Kde \mathbf{J} je Jakobiánova matica o rozmere $3 \times n$, a n je počet stupňov voľnosti.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial x}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial y}{\partial \theta_n} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial z}{\partial \theta_1} & \cdots & \frac{\partial z}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Potom sa z týchto rovníc dá vyjadriť rovnica inverznej kinematiky.

$$\dot{\theta} = \mathbf{J}^+ \cdot \dot{\mathbf{E}} \quad (2.29)$$

Kde člen \mathbf{J}^+ je pseudo-inverzný Jakobián, ktorého vypočet je vysvetlený v kapitole 3.3.

3 Numerické riešenie vektorovej metódy v kinematických mechanizmoch

Ako bolo spomínané v kapitole 2.1.4 rovnice polohy pri vektorovej metóde vedú k sústave transcendentných rovníc, čo znamená že neznáme parametre sa nachádzajú vo vnútri goniometrických funkcií a ide o sústavu nelineárnych rovníc. Táto sústava je neriešiteľná analyticky, preto sa k nej bude pristupovať numericky, pomocou Newtonovej metódy pre sústavy nelineárnych rovníc.

Rýchlosti a zrýchlenie členov mechanizmu sa budú počítat pomocou numerických derivácií, čiže diferencií alebo s pomocou numerických integrácií.

Pri počítaní inverznej kinematiky sa môže stať že Jakobiánová matica \mathbf{J} nebude vždy štvorcová z dôvodu použitia viacerých členov. Keď takýto prípad nastane je potrebné použitie pseudoinverzie.

3.1 Riešenie vektorovej metódy pomocou Newtonovej metódy

Pre prípad jednej neznámej, Newtonová metóda je odvodená lineárnou aproximáciou funkcie f v počiatočnom odhade x_0 [20]. Pre tento prípad platí rovnica 3.1.

$$f(x) = f(x_k) + f'(x_k)d_k \quad (3.1)$$

$$d_k = x_{k+1} - x_k \quad (3.2)$$

Kde člen $f'(x_k)$ je prvá derivácia funkcie a d_k je aproximačný Newtonov krok.

Je potrebné nájsť vektor neznámych parametrov \mathbf{x} , aby sa sústava nelineárnych rovníc \mathbf{f} rovnala nulovému vektoru [20], preto sa hľadá \mathbf{x}_{k+1} tak, aby platilo:

$$0 = \mathbf{f}(x_k) + \mathbf{f}'(x_k)\mathbf{d}_k \quad (3.3)$$

Keďže ale ide o sústavu dvoch nelineárnych rovníc je potrebné $\mathbf{f}'(x_k)$ nahradiť Jakobiánovou maticou. Pre výpočty v tejto práci bude stačiť 2×2 .

$$\mathbf{f}'(x_k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_k)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x_k)}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2(x_k)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x_k)}{\partial x_2} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Z rovnice 3.3 sa získa rovnica pre \mathbf{x}_{k+1} .

$$\mathbf{d}_k = \frac{\mathbf{f}'(x_k)}{\mathbf{f}(x_k)} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{d}_k \quad (3.6)$$

Pre ukončenie iterácie sa použije nasledovné stop kritérium:

$$\|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k\| < \varepsilon \quad (3.7)$$

Kde ε je zvolená presnosť, čím je menšia tým bude získaný výsledok \mathbf{x}_{k+1} bližšie k reálnemu výsledku \mathbf{x}^* . Táto metóda dokáže konvergovať ak je počiatočný odhad neznámych hodnôt \mathbf{x}_0 dostatočne blízko reálnemu koreňu \mathbf{x}^* . Chyba, ktorá vzniká pri tejto metóde je na treťom až štvrtom ráde, má na to hlavne vplyv zvolená presnosť ε , takže sa pri výpočtoch s dobre zvolenou presnosťou dá zanedbať [20].

3.2 Riešenie pohybových parametrov pomocou diferencií a numerickej integrácií v Matlabe

Vyjadrené neznáme parametre z vektorovej metódy nemajú žiadny predpis. Preto je potrebné pre výpočet ich derivácií alebo ich primitívnych priebehov použiť numerické operácie a to numerické derivácie a numerické integrácie. Tieto operácie sú už zabudované vo funkciách programu Matlab.

Funkcia *diff()*, umožní vypočítať diferencie medzi susednými hodnotami dát. Pomocou tejto funkcie vieme určiť priebeh rýchlosti a zrýchlenia z polohy. Táto funkcia sa dá reprezentovať nasledujúcim vzorcom pre doprednú diferenciu [21].

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (3.8)$$

Kde h je časový krok medzi jednotlivými hodnotami dát.

Niekedy, keď je zadaný priebeh rýchlosti v súbore dát a nie je známe aký priebeh bude mať poloha, je potrebné použiť numerickej integráciu. V Matlabe funkcia *trapz()* slúži na vypočítanie numerickej integrácie lichobežníkovou metódou [22]. Táto funkcia sa dá reprezentovať nasledujúcim vzorcom:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}h[f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1})] \quad (3.9)$$

Kde h je znovu časový krok medzi jednotlivými hodnotami dát.

3.3 Pseudo-inverzia Jakobiánovej matice

Pseudo-inverzná metóda alebo Moore-Penrose pseudo-inverzná metóda, dokáže nájsť výsledok preurčených alebo neurčitých systémov lineárnych funkcií, čiže inak povedané vieme vypočítať inverznú maticu aj pre neštvorcové matice. Moore-Penrose pseudo-inverzná metóda spočíva na základe singulárneho rozkladu Jakobiánu na maticový súčin [19], [23].

$$\mathbf{J} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (3.10)$$

Kde:

\mathbf{U} je unitárna matica o rozmere $3 \times n$

$\mathbf{\Sigma}$ je diagonálna matica nezáporných čísel o rozmere $3 \times n$

\mathbf{V} je unitárna matica o rozmere $n \times n$

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \cdot \dot{\theta} \quad (3.11)$$

$$\dot{\theta} = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^T \cdot \dot{\mathbf{E}} \quad (3.12)$$

Kde súčin matíc $\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^T$ je pseudo-inverzný Jakobián označovaný \mathbf{J}^+ [23]. Keďže by programovanie singulárneho rozkladu bol zložitý proces, dá sa použiť funkcia zabudovaná v Matlabe na výpočet pseudo-inverzného Jakobiánu $\text{pinv}()$, ktorá spraví tento výpočet. Rýchlosti $\dot{\theta}$ a $\dot{\mathbf{E}}$ sa môžu vyjadriť ako malé zmeny pozície $\Delta\mathbf{E}$ a malé zmeny uhlov $\Delta\theta$ za nekonečne malý čas takže sa môže napísať:

$$\Delta\theta = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{U}^T \cdot \Delta\mathbf{E} \quad (3.13)$$

$$\Delta\theta = \mathbf{J}^+ \cdot \Delta\mathbf{E} \quad (3.14)$$

$$\Delta\theta = \theta_i - \theta_{i+1} \quad (3.15)$$

$$\Delta\mathbf{E} = \mathbf{E}_i - \mathbf{E}_k \quad (3.16)$$

Kde \mathbf{E}_i a θ_i je aktuálna poloha koncového efektoru a aktuálne natočenie členov reťazca, θ_{i+1} je nové natočenie a \mathbf{E}_k je želaná pozícia.

Pre ukončenie iterácie je potrebné aby poloha koncového efektoru v i -tej iterácii bola menšia ako ε , čo je zvolená presnosť.

$$\Delta\mathbf{E} < \varepsilon \quad (3.17)$$

4 Riešené mechanizmy

V súčasnosti existuje množstvo rôznych druhov kinematických mechanizmov, ktoré sa vyznačujú rôznymi vlastnosťami a umožňujú riešenie rozmanitých úloh. Nasledujúca časť práce obsahuje zoznámenie s kinematickými mechanizmami, ktoré sú dôležité pre túto prácu a budú ďalej rozoberané aj v analýze. Tieto kinematické mechanizmy sú vybrané, pretože sú základnými stavebnými prvkami v mnohých strojárnských aplikáciách, v ktorých umožňujú prenos a transformáciu pohybu. Presnejšie pôjde o štvorkĺbový kinematický mechanizmus, kľukový kinematický mechanizmus a robotický manipulátor.

Všetky vybrané mechanizmy budú rovinné to znamená, že ich pohyby sú obmedzené do jednej alebo viacerých rovín [18].

Obecne pre mechanizmy so štyrmi väzbami existujú tri parametre (T_1, T_2, T_3) , podľa ktorých sa dá vyhodnotiť aký pohyb bude vykonávať vstupný a výstupný člen. Podľa toho či T_i bude kladné, záporné alebo nulové sa určuje druh pohybu [10].

Označenie: člen 1 - g , člen 2 - a , člen 3 - f a člen 4 - b potom

$$T_1 = g + f - b - a \quad (4.1)$$

$$T_2 = b + a - f - a \quad (4.2)$$

$$T_3 = f + b - g - a \quad (4.3)$$

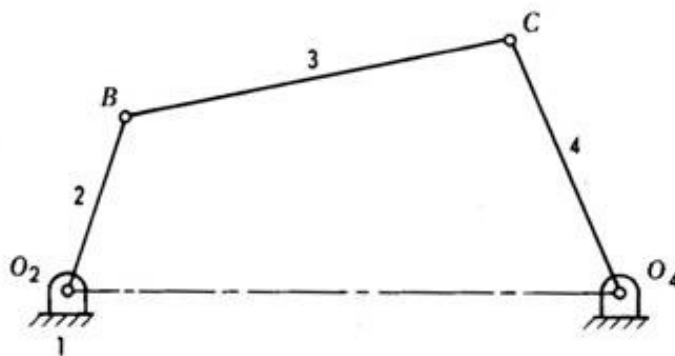
- Kľuka – člen koná kompletne rotácie
- Vahadlo – člen rotuje obmedzene mimo uhly 0° a 180°
- π -vahadlo - člen rotuje obmedzene, jeho pohyb zahrňuje uhol 180° ale nie 0°
- 0-vahadlo - člen rotuje obmedzene, jeho pohyb zahrňuje uhol 0° ale nie 180°

Tab. 4.1: Tabuľka pohybov vstupného a výstupného člena mechanizmu

T_1	T_2	T_3	vstup	výstup	T_1	T_2	T_3	vstup	výstup
+	+	+	kľuka	vahadlo	+	+	0	kľuka	π -vahadlo
0	+	+	kľuka	π -vahadlo	0	+	0	kľuka	π -vahadlo
-	+	+	π -vahadlo	π -vahadlo	-	+	0	π -vahadlo	π -vahadlo
+	0	+	kľuka	0-vahadlo	+	0	0	kľuka	kľuka
0	0	+	kľuka	kľuka	0	0	0	kľuka	kľuka
-	0	+	kľuka	kľuka	-	0	0	kľuka	kľuka
+	-	+	π -vahadlo	0-vahadlo	+	-	0	π -vahadlo	kľuka
0	-	+	kľuka	kľuka	0	-	0	kľuka	kľuka
-	-	+	kľuka	kľuka	-	-	0	kľuka	kľuka

4.1 Štvorkĺbový mechanizmus

Štvorkĺbový mechanizmus je najjednoduchší uzavretý pohyblivý mechanizmus. Má jeden stupeň volnosti, takže má jednu závislú súradnicu. Pozostáva zo štyroch členov zapojených do slučky väzbami. Jeden člen tohto mechanizmu je vo všeobecnosti označovaný ako rám, takže je nepohyblivý. Obecne sú väzby navrhnuté tak, aby sa členy pohybovali v paralelných rovinách, vtedy sa jedná o rovinný štvorkĺbový kinematický mechanizmus. Transformuje rotačný pohyb na iný rotačný pohyb [10]. Štvorkĺbový mechanizmus je zobrazený na obrázku 4.1.



Obr. 4.1: Štvorkĺbový mechanizmus [10]

Podstata tohto mechanizmu je nasledujúca: Člen 2, ktorý je hnacím členom, je poháňaný napríklad motorom a vykonáva rotačný pohyb. Tento pohyb je transformovaný na člen 4 pomocou člena 3. Člen 1, ako už bolo napísané je nepohyblivý rám, ktorý uzatvára reťazec [10].

Štvorkĺbové mechanizmy sa rozdeľujú na [10]:

- Dvoj-kľukové mechanizmy, člen 2 aj člen 4 konajú kompletne rotácie, pričom člen 1 je najkratší. Člen 3 koná obecný rovinný pohyb.
- Paralelogram je tiež mechanizmus dvoj-kľukový, ale členy 2 a 4, a 1 a 3 popripade všetky členy sú rovnako dlhé, pričom člen 3 koná translačný pohyb.
- Dvoj-vahadlové mechanizmy. Ani jeden člen nevykonáva kompletne rotácie, člen 3 je najkratším členom.
- Kľuko-vahadlové mechanizmy. Najkratším členom je člen 2, ktorý vykonáva kompletne rotácie a člen 3 prenáša pohyb na člen 4, ktoré koná kývavý pohyb.

Pre určenie pohybu najkratšieho člena štvorkĺbového mechanizmu sa používa Grashofova podmienka. Pre pohyb mechanizmu ako celku sa používa podmienka validity. Pre Grashofovu podmienku platí, že ak súčet najkratšieho s a najdlhšieho l člena rovinného kinematického mechanizmu je menší alebo rovný súčtu ostatných členov p a q , potom najkratší člen môže rotovať úplne s ohľadom na ostatné členy [10], [15].

$$s + l \leq p + q \quad (4.4)$$

Alebo aj:

$$G = s + l - p - q \quad (4.5)$$

Ak $G > 0$, potom najkratší člen môže rotovať úplne s ohľadom na ostatné členy. Ak $G < 0$, potom sa pohyb mechanizmu určuje podľa parametrov spomenutých v úvode tejto kapitoly 4, [10].

Podmienka validity tvrdí, že ak je najdlhší člen menší ako súčet ostatných členov $V < 0$, mechanizmus je nemožný pohybu [10].

$$l > p + q + s \quad (4.6)$$

Alebo aj:

$$V = l - s - p - q \quad (4.7)$$

4.2 Kľukový mechanizmus

Kľukový mechanizmus sa skladá zo štyroch členov, ktoré sú spojené dvoma rotačnými väzbami a jednou rotačne-posuvnou väzbou - šupátko. Tiež ako štvorkĺbový mechanizmus má jeden stupeň voľnosti. Tento druh mechanizmu transformuje rotačný pohyb vstupu na translačný pohyb výstupu [11], [13].

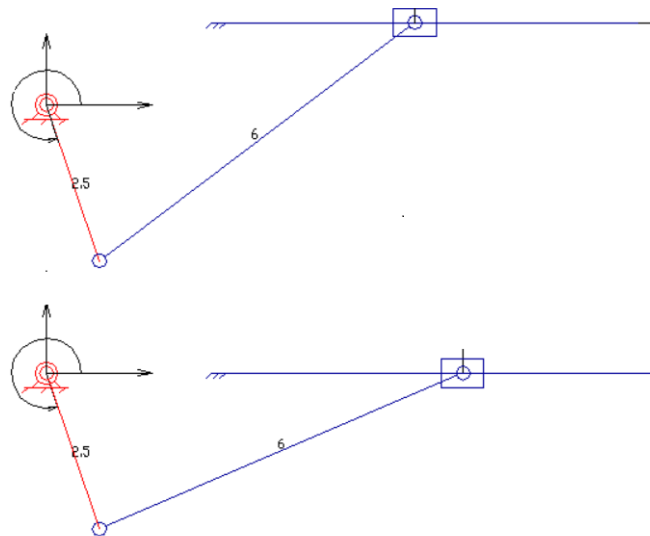
Pre pohyb kľukového mechanizmu platí, že ak je potrebné, aby člen 2 vykonával kompletne rotácie, musí byť kratší ako člen 3.

$$l_2 < l_3 \quad (4.8)$$

Kľukové mechanizmy sa rozdeľujú na dva druhy osových a mimo osových. Tieto mechanizmy sú zobrazené na obrázku 4.2.

Pri osových kľukových mechanizmoch sa šupátko pohybuje tak, že jeho trajektória pohybu je na jednej osi s rotačnou väzbou zabezpečujúcou pohyb mechanizmu. Šupátko vykonáva centrický pohyb, pohybuje sa rovnakou rýchlosťou v oboch smeroch [3].

Pri mimo osových kľukových mechanizmoch sa šupátko pohybuje tak, že jeho trajektória pohybu nie je na jednej osi s rotačnou väzbou zabezpečujúcou pohyb mechanizmu. Šupátko sa pohybuje excentricky. Tento mechanizmus sa tiež volá rýchlo-návratový mechanizmus [3].

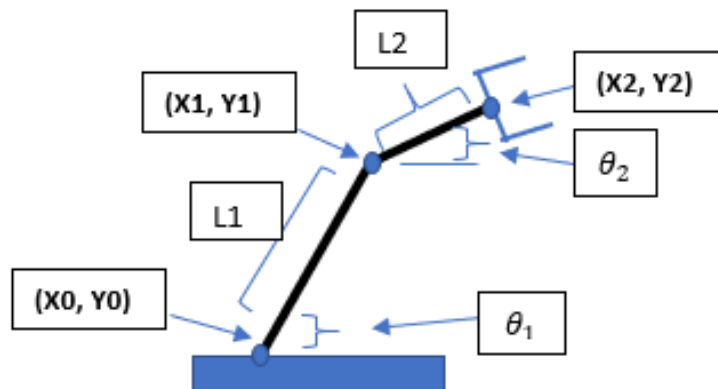


Obr. 4.2: Excentrický a centrický kľukový mechanizmus [3]

Tento mechanizmus má široké využitie v strojárnskej technike. Najznámejším a najpoužívanejším využitím je pohyb valca v palivovom motore, pumpy, poprípade všetky stroje, v ktorých je potrebný lineárny pohyb. Tento mechanizmus je jednoduchý, efektívny a spoľahlivý a dá sa navrhnuť na vysoké otáčky.

4.3 Rovinný robotický manipulátor

Robotický manipulátor je najznámejší otvorený kinematický mechanizmus. Je to typ mechanizmu, ktorý je navrhnutý tak, aby sa vedel pohybovať s viacerými stupňami voľnosti. Robotický manipulátor je navrhnutý ako séria členov spojených pomocou rotačných alebo translačných väzieb. Tieto členy a väzby dovoľujú manipulátoru pohyb a orientáciu koncového efektora alebo inak nástroja v priestore alebo v rovine. Počet stupňov voľnosti je určený počtom členov manipulátora [12], [2].



Obr. 4.3: Rovinný robotický manipulátor [2]

Využitie robotických manipulátorov sa dá nájsť takmer v každom priemysle, sú dobrou náhradou ľudskej sily, kde vedia urýchliť proces a zlepšiť kvalitu výroby. Používajú sa najmä pri montážnych linkách, zvaraní alebo pre akékoľvek manipulácie s materiálom.

5 Analýza kinematických reťazcov vektorovou metódou

V kapitole 4 sú uvedené druhy riešených mechanizmov presnejšie štvorkĺbový mechanizmus, kľukový mechanizmus a rovinný robotický manipulátor. Mechanizmom sa bude ďalej referovať ako kinematické reťazce. Kapitola zahŕňa analýzu týchto kinematických reťazcov pomocou vektorovej metódy s pomocou numerických metód predstavených v kapitole 3. Uvedený prístup umožní získanie presných a spoľahlivých výsledkov a pomôže lepšiemu pochopeniu kinematiky reťazcov. Celkovo je táto kapitola kľúčovou časťou práce, pretože poskytuje teoretický základ pre neskôr opísané spracovanie vektorovej metódy v prostredí Matlab.

V obidvoch častiach tejto kapitoly budú body reťazcov predstavovať kinematické rotačné alebo posuvné väzby a spojnice týchto bodov budú jednotlivé členy reťazca. Veľkosť, čiže dĺžky jednotlivých spojnic, v prípade robotického ramena, poprípade počiatočné pozície jednotlivých bodov, štvorkĺbový alebo kľukový reťazec, budú vždy známe.

5.1 Analýza uzavretých kinematických reťazcov

V tejto časti je ukázaná analýza uzavretých rovinných kinematických reťazcov. V tomto prípade to bude štvorkĺbový kinematický reťazec a kľukový kinematický reťazec. Body A, B, C, D predstavujú rotačné väzby. Tento reťazec bude analyzovaný pomocou priamej kinematiky, ktorá umožní získať podrobné informácie o polohe a pohybe bodu E na reťazci, ktorý je skúmaný. Príklad analyzovaného reťazca je na obrázku 5.1.

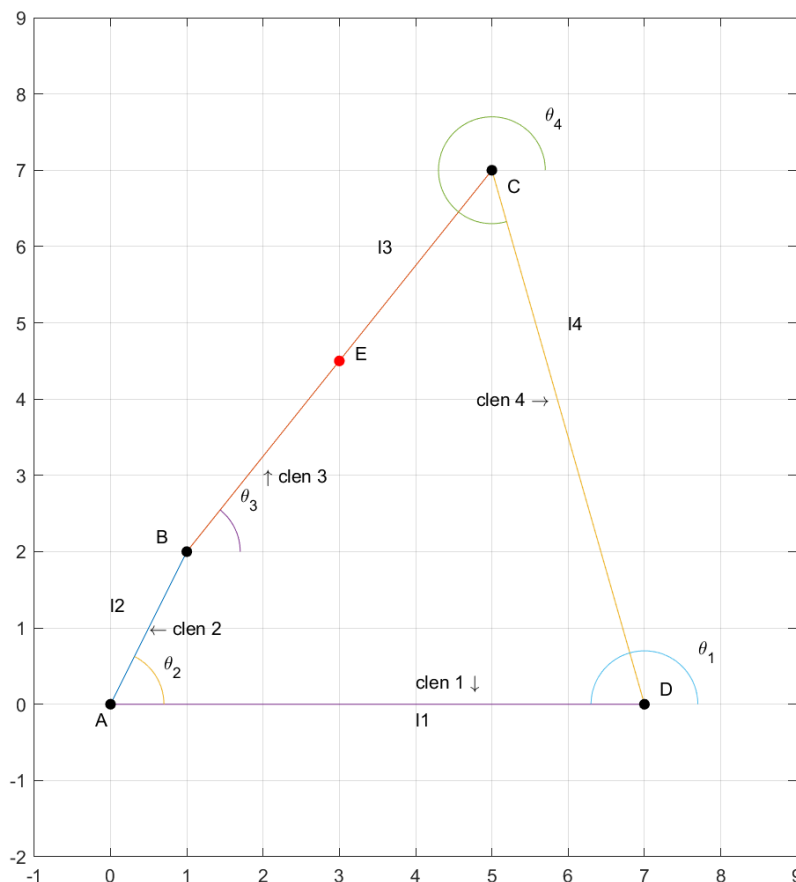
Aby bola analýza totožná so spracovaním v prostredí Matlab je potrebné vyhradiť isté zjednodušenia, ktoré sú pomocou pri určovaní parametrov bodu E .

Zjednodušenia sú nasledujúce:

- Hnací člen bude vždy vykonávať rotačný pohyb, ktorý bude popísaný rovnicou 5.1, kde θ_0 je počiatočné natočenie hnacieho člena, ω je uhlová rýchlosť, α je uhlové zrýchlenie a t je čas.

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad (5.1)$$

- Vstupný člen musí byť vždy kľuka, to sa zabezpečí pomocou parametrov pohybu popísaných v tabuľke 4.1.
- Hnacím členom bude vždy člen 2, člen 3 a 4 budú hnané členy a člen 1 bude vždy rám.
- Uhly θ_1 a θ_2 sú známe.



Obr. 5.1: Štvorkĺbový kinematický reťazec

Ako bolo uvedené v kapitole 2.1.4 vektorová metóda sa určuje tak, že jednotlivé členy reťazca sa nahradia vektormi, ktoré sa budú začínať a končiť vo väzbách. Uhly týchto vektorov sa budú vždy uvažovať od kladnej osi x . Z týchto vektorov vznikne uzavretý vektorový obrazec podľa rovnice 2.14.

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \vec{l}_4 = \vec{0} \quad (5.2)$$

Rovnica 5.20 sa rozpíše do zložiek podľa rovníc 2.15 a 2.16.

$$x : l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_2(t)) + l_3 \cos(\theta_3(\theta_2)) + l_4 \cos(\theta_4(\theta_2)) = 0 \quad (5.3)$$

$$y : l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_2(t)) + l_3 \sin(\theta_3(\theta_2)) + l_4 \sin(\theta_4(\theta_2)) = 0 \quad (5.4)$$

θ_1 je uhol, ktorý zvierá člen 1 s kladnou osou x . Keďže je člen 1 rám, je nepohyblivý, takže je uhol θ_1 konštantný. Uhol $\theta_2(t)$ je nezávislá súradnica, ktorej hodnoty sa dostanú z rovnice 5.1 pre časy 0 až t_{max} . $\theta_3(\theta_2)$ a $\theta_4(\theta_2)$ sú závislé súradnice, ktoré je potrebné určiť aby bolo možné dopočítať parametre bodu E .

Ako bolo povedané v kapitole 2.1.4 rovnice 5.3 a 5.4 sú transcendentné, čiže nelineárne. K ich vyriešeniu sa použije Newtonova metóda pre systém nelineárnych rovníc z kapitoly 3.1. Obidve rovnice sa môžu napísať do jednej matice $\mathbf{f}(x_k)$.

$$\mathbf{f}(x_k) = \begin{bmatrix} l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_2) + l_3 \cos(\theta_3) + l_4 \cos(\theta_4) \\ l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_2) + l_3 \sin(\theta_3) + l_4 \sin(\theta_4) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Najskôr je potrebné zadať počiatočné hodnoty \mathbf{x}_0 dostatočne blízko koreňa. Tieto hodnoty sa dajú získať goniometricky, aby bola zaistená konvergencia Newtonovej metódy.

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} \theta_{30} \\ \theta_{40} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Podľa 3.4 sa vytvorí Jakobiánova matica.

$$\mathbf{f}'(x_k) = \begin{bmatrix} -l_3 \sin(\theta_3) & -l_4 \sin(\theta_4) \\ l_3 \cos(\theta_3) & l_4 \cos(\theta_4) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Použitím rovníc 3.5 a následne 3.6 sa dostane vektor \mathbf{x}_1 , ktorý obsahuje prepočítané hodnoty θ_{3new} a θ_{4new} . Následne s použitím stop kritéria podľa rovnice 3.7 sa zistí, či sú vypočítané hodnoty dostatočné pre zvolenú presnosť ε . Ak je toto stop kritérium splnené, vypočítané θ_{3new} a θ_{4new} sú dostatočne blízko ich skutočným hodnotám. Ale ak toto kritérium splnené nebolo, θ_{3new} a θ_{4new} sa stanú novou počiatočnou hodnotou a celý výpočet sa opakuje do splnenie stop kritéria.

Po splnení stop kritéria sa $\theta_2(t)$ zmení o Δt podľa rovnice 5.1 a celý proces výpočtu sa opakuje pokiaľ sa nedostane po t_{max} . V každej novej iterácii sa používajú ako počiatočné hodnoty vypočítané hodnoty z minulej iterácie.

Keď sú určené uhly θ_3 a θ_4 so zvolenou presnosťou ε , pomocou príkazu *diff()* spomenutého v kapitole 3.2 sa určia rýchlosti ω_3 a ω_4 a následne zrýchlenia α_3 a α_4 . Vypočítané uhly natočenia z Newtonovej metódy sú absolútne. Tieto hodnoty sú následne použité na ďalšie výpočty. Priebehy jednotlivých vypočítaných veličín sú zobrazené v kapitole 6.1.

Ďalším krokom je určenie pohybových parametrov bodu E , ktorý leží v polovici člena 3. Keďže vektorová metóda pracuje v absolútnych súradniciach, pôjde o absolútne súradnice polohy.

$$r_{E_x} = l_2 \cos(\theta_2) + \frac{l_3}{2} \cos(\theta_3) \quad (5.8)$$

$$r_{E_y} = l_2 \sin(\theta_2) + \frac{l_3}{2} \sin(\theta_3) \quad (5.9)$$

Ich deriváciou podľa 2.17 a 2.18 sa určí rýchlosť bodu E . A ďalšou deriváciou podľa 2.19 a 2.20 sa vypočíta jeho zrýchlenie.

$$v_{E_x} = -l_2 \sin(\theta_2) \omega_2 - \frac{l_3}{2} \sin(\theta_3) \omega_3 \quad (5.10)$$

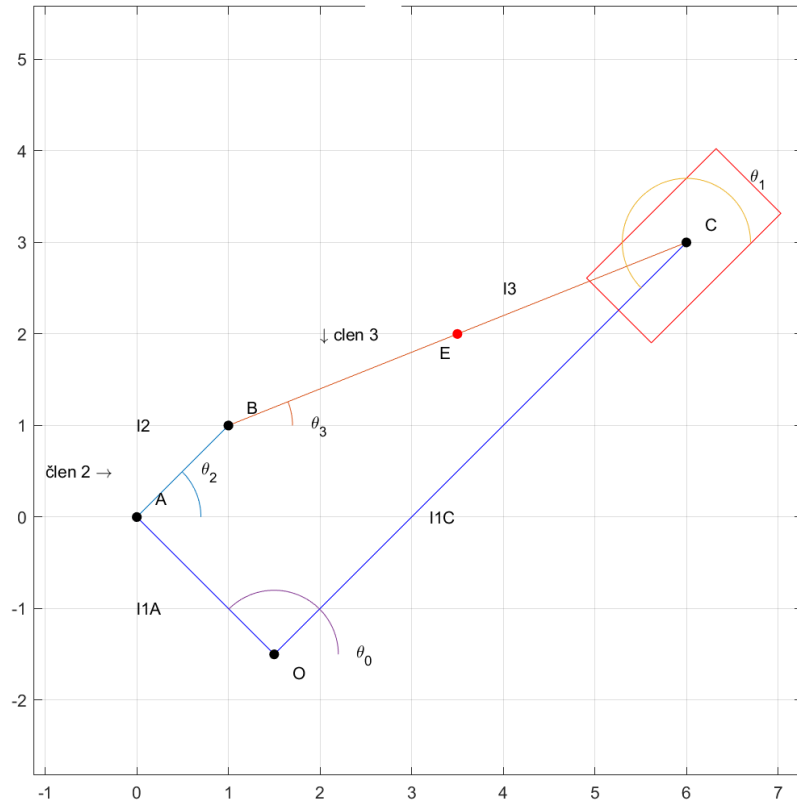
$$v_{E_y} = l_2 \cos(\theta_2) \omega_2 + \frac{l_3}{2} \cos(\theta_3) \omega_3 \quad (5.11)$$

$$a_{E_x} = -l_2 \cos(\theta_2) \omega_2^2 - l_2 \sin(\theta_2) \alpha_2 - \frac{l_3}{2} \cos(\theta_3) \omega_3^2 - \frac{l_3}{2} \sin(\theta_3) \alpha_3 \quad (5.12)$$

$$a_{E_y} = -l_2 \sin(\theta_2) \omega_2^2 + l_2 \cos(\theta_2) \alpha_2 - \frac{l_3}{2} \sin(\theta_3) \omega_3^2 + \frac{l_3}{2} \cos(\theta_3) \alpha_3 \quad (5.13)$$

Z určených polôh bodu E sa dá zostrojiť jeho trajektória.

Pre porovnanie klukový reťazec sa líši len závislými súradnicami a tvarom Jakobianovej matice. V tomto reťazci podľa obr. 5.2 sa nachádza rotačné posuvná väzba, ktorú predstavuje bod C . Ide o mimo osový klukový reťazec, k jeho výpočtu je potrebné najskôr určiť pozíciu bodu O , ktorý je priesečníkom smernice trajektórie šupátka a prechádza bodom A , takže sa reťazec uzatvára tak aby platili vektorové rovnice. Smerový vektor pohybu šupátka je známy, a pozícia bodu O sa určí pomocou priamkových rovníc. Potom vektor medzi bodmi O a A označený ako \vec{l}_{1A} a jeho uhol θ_0 sú konštantné. Príklad analyzovaného reťazca je na obrázku 5.2.



Obr. 5.2: Klukový kinematický reťazec.

Pre tento reťazec platia podobné zjednodušenia ako pre štvorkĺbový reťazec. Jedinou podmienkou pri centrických reťazcoch pre pohyb člena 2 aby konal kompletne rotácie je, že jeho dĺžka musí byť menšia ako člena 3. Pri excentrických musí byť dĺžka l_{1A} a dĺžka člena 2 menšia ako dĺžka člena 3.

$$l_2 < l_3 \quad (5.14)$$

$$l_2 + l_{1A} < l_3 \quad (5.15)$$

Polohové rovnice potom vyzerajú takmer totožne ako polohové rovnice pre štvorkĺbový reťazec.

$$x : l_{1O}(\theta_2)\cos(\theta_1) + l_2\cos(\theta_2(t)) + l_3\cos(\theta_3(\theta_2)) + l_{1A}\cos(\theta_O) = 0 \quad (5.16)$$

$$y : l_{1O}(\theta_2)\sin(\theta_1) + l_2\sin(\theta_2(t)) + l_3\sin(\theta_3(\theta_2)) + l_{1A}\sin(\theta_O) = 0 \quad (5.17)$$

Z týchto rovníc je vidieť, že závislými súradnicami sú $l_{1O}(\theta_2)$ a znova $\theta_3(\theta_2)$ tým pádom budú iné počiatkové hodnoty a Jakobiánová matica bude vyzeráť nasledovne.

$$\mathbf{f}(x_k) = \begin{bmatrix} -l_3\sin(\theta_3) & \cos(\theta_1) \\ l_3\cos(\theta_3) & \sin(\theta_1) \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

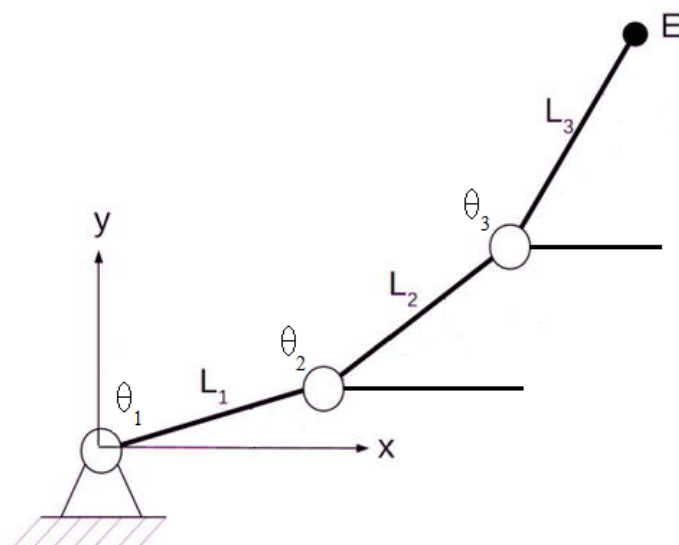
Počiatkové hodnoty sa dajú určiť goniometricky, aby bola zaistená konvergencia a následne výpočet pokračuje ako pri štvorkĺbovom reťazci.

Po vypočítaní všetkých hodnôt θ_3 a l_{1O} so zvolenou presnosťou ε , sa znovu pomocou diferencie určia rýchlosti ω_3 a v_{1O} a následne zrýchlenia α_3 a a_{1O} . Určená poloha a natočenie sú tiež absolútne. Tieto hodnoty sa použijú na ďalšie výpočty. Rovnako ako pri štvorkĺbovom reťazci sa vypočíta poloha, rýchlosť a zrýchlenie bodu E v absolútnych súradniciach. Z hodnôt polohy sa dá znovu určiť jeho trajektória.

5.2 Analýza otvorených kinematických reťazcov

Táto časť sa bude venovať analýze otvorených kinematických reťazcov. Analyzovať sa bude už spomenutý rovinný robotický manipulátor. K tejto analýze sa bude pristupovať inverznou kinematikou, ktorá umožní získať informácie o uhloch natočenia rotačných väzieb aby sa koncový efektor dostal na želanú pozíciu. Úlohou bude tento presun reťazca realizovať za čas Δt , pričom rýchlosti jednotlivých členov nebudú skokové, ale budú mať istý nábeh a istý dobeh.

Tento kinematický reťazec sa bude skladať z troch členov a troch rotačných väzieb. Prvá rotačná väzba je v bode A , ktorá je spojená s rámom a ďalších dvoch rotačných väzieb v bodoch B a C . Skúmaný bod E sa nachádza na konci reťazca, ktorého poloha sa dopočíta priamou kinematikou pomocou vektorovej metódy a pomocou inverznej kinematiky sa dostane na želanú pozíciu, ktorá bude zadaná. Uhly $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ a $\theta_3(t)$ sa uvažujú od kladnej osi x vždy v kladnom smere, jedná sa o absolútne natočenia.



Obr. 5.3: Schéma rovinného robotického manipulátora [12]

Prvým krokom k dosiahnutiu želanaj pozície je zistiť či je daný bod, do ktorého je potrebné sa dostať, v rovine pohybu manipulátora. Množina bodov, v ktorej sa môže manipulátor tejto konfigurácie pohybovať je kruh alebo medzikružie to závisí od konštrukcie. Pre tento prípad sa budú uvažovať všetky členy manipulátora rovnako dlhé a množina dosiahnuteľných bodov bude kruh.

$$(x_t - x_A)^2 + (y_t - y_A)^2 \leq (l_1 + l_2 + l_3)^2 \quad (5.19)$$

Kde

$r_t = [x_t, y_t]^T$ je želaná súradnica

$A = [x_A, y_A]^T = [0, 0]^T$ je súradnica prvej väzby

Keď sa zvolený bod bude nachádzať v množine bodov, v ktorej sa manipulátor môže pohybovať, pokračuje sa ďalším krokom a to priamou kinematikou.

Priamou kinematikou pomocou vektorovej metódy sa určí pozícia bodu E .

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \vec{l}_4 = \vec{r}_E \quad (5.20)$$

$$E_x = l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_2) + l_3 \cos(\theta_3) \quad (5.21)$$

$$E_y = l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_2) + l_3 \sin(\theta_3) \quad (5.22)$$

Po určení pozície bodu E sa pokračuje inverznou kinematikou podľa kapitoly 2.2 Najskôr sa určí hodnota ΔE .

$$\Delta E = [x_t - x_E, y_t - y_E]^T \quad (5.23)$$

Hodnotu ΔE sa môže ešte zmenšiť pomocou zvolenej konštanty c .

$$\Delta E_{new} = \frac{\Delta E}{c} \quad (5.24)$$

Táto operácia spomalí výpočet, pretože zvýši počet iterácií, ale dopomôže k presnejšiemu výsledku znížením kroku ΔE_{new} .

Potom z rovníc 5.21, 5.22 sa vytvorí podľa 2.28 Jakobiánova matica. Z tejto matice sa potom pomocou funkcie $pinv()$ vytvorí pseudo-inverzný Jakobián. S jeho pomocou sa určí vektor zmeny uhlov $\Delta\theta$ podľa rovnice 3.14.

$$\Delta\theta = [\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3]^T \quad (5.25)$$

S pomocou tohto vektora sa dopočítajú nové hodnoty uhlov $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ a $\theta_3(t)$.

$$\theta_{i,new}(t) = \theta_i(t) + k_i\Delta\theta_i \quad (5.26)$$

Kde k_i je ľubovoľná konštantá, ktorá môže urýchliť proces približovania k želanj hodnote. $\theta_1(t)$ je počiatočná hodnota uhla. Správnym nastavením konštánt c a k_i , sa vie zabezpečiť rýchla a presná konvergencia výpočtu. Keďže táto inverzná metóda modeluje pohyb reťazca lineárne, je potrebné aby konštanty k_i boli rôzne pre každý člen. Ak nebude táto podmienka splnená reťazec nedosiahne želanú pozíciu. Po určení nových uhlov natočenia je návrat do výpočtu novej pozície E_{new} a celý výpočet pokračuje až pokiaľ sa nesplní stop kritérium.

$$\Delta E < \varepsilon \quad (5.27)$$

Kde ε je zvolená presnosť.

Po vypočítaní veľkostí všetkých uhlov θ je potrebné určiť rýchlosť potrebnú na tento presun za predom zvolený čas Δt . Prvou úlohou je zvoliť funkcie nábehu a dobehu. Boli zvolené nasledovné rovnice 5.28 a 5.29. Pričom obidve tieto sekvencie budú vždy trvať 0,5 sekundy a medzi týmito dvomi sekvenciami je rýchlosť konštantná

$$\omega_1(t) = \frac{1}{1 + e^{-t}} \quad (5.28)$$

$$\omega_2(t) = \frac{1}{1 + e^t} \quad (5.29)$$

Na začiatok sa vypočíta priebeh testovacej $\omega_{test}(t)$. Priebeh rýchlosti nie je konečný, pretože sa ešte nevie maximálna rýchlosť potrebná na presun členov o uhly θ za zvolený čas Δt . Z tohto priebehu sa v Matlabe numerickou integráciou s použitím $trapz()$ vypočíta poloha $\theta_{test}(t)$. Vypočítaná poloha sa začína od nuly a končí v nejakom čísle, takže ďalšou úlohou je prepočítať priebeh tak, aby sa začínal na uhloch, z ktorých reťazec štartuje a končil vo vypočítaných uhloch.

Po prepočítaní $\theta_{test}(t)$ na správne okrajové hodnoty $\theta_r(t)$, numerickou deriváciou je určená skutočná rýchlosť $\omega_r(t)$ a zrýchlenie $\alpha_r(t)$, hodnoty natočenia sú znova absolútne pre každý člen. Priebehy vypočítaných veličín pre každý člen sú zobrazené v kapitole 6.2.

Z vypočítaných hodnôt uhlového natočenia, uhlových rýchlostí a uhlového zrýchlení sa pomocou rovníc 5.21 a 5.22 a ich prvých a druhých derivácií podľa 2.17, 2.18 a 2.19, 2.20 určí poloha, rýchlosť a zrýchlenie koncového efektora, ktorých priebehy sú zobrazené v kapitole 6.2.

6 Spracovanie vektorovej metódy v Matlabe

Táto kapitola sa bude zaoberať spracovaním vektorovej metódy v prostredí Matlab pomocou grafického užívateľského prostredia (GUI). Matlab je nástroj pre numerické výpočty a analýzu dát, jeho GUI poskytuje jednoduchý a interaktívny spôsob práce s dátami. Vytvorené GUI v Matlabe umožní užívateľom efektívny spôsob ovládania a vizualizácie výsledkov spracovanej vektorovej metódy.

6.1 Uzavreté kinematické reťazce

V prvej časti tejto kapitoly sa rozoberá GUI pre štvorkĺbový reťazec a kľukový reťazec, keďže ako to bolo v analýze tak aj v spracovaní týchto dvoch reťazcov nie sú veľké odlišnosti. Po vysvetlení funkčnosti a použitia tohto GUI, sú zobrazené priebehy vypočítaných veličín.

Obrázok 6.1 popisuje prvú časť GUI pre štvorkĺbové reťazce a to komponenty *edit box*, ktorých úlohy, ako už plynie z ich popisov, sú vstupné parametre, ktoré si zadáva sám užívateľ. Jedná sa o súradnice jednotlivých rotačných väzieb reťazca, času trvania pohybu a rýchlosť a zrýchlenie hnacieho člena.

B	1;2
C	5;7
D	7;0
Čas pohybu	5
Omega	3
Alpha	0

Obr. 6.1: Zadanie vstupných parametrov

Druhou časťou je zvolenie člena pomocou komponentov *check box*, na ktorom bude vyšetrovaný bod *E* a pomocou komponentu *slider* sa zvolí pozícia tohoto bodu na zvolenom člene. Tieto komponenty sa nachádzajú na obrázku 6.2.



Obr. 6.2: Zvolenie sledovaného bodu

Tretou časťou zobrazenou na obrázku 6.3 sú dva komponenty jeden *push button*, ktorý, už podľa názvu spúšťa kalkuláciu a *edit box*, ktorý v prípade nesprávne zadaných vstupných parametrov upozorní, či sa reťazec dokáže hýbať alebo nie.



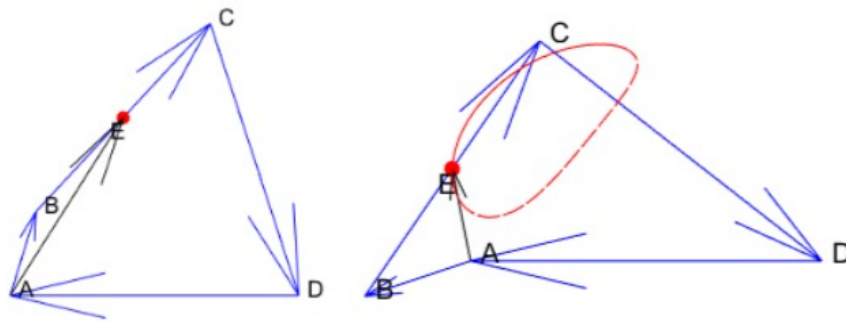
Obr. 6.3: Kalkulácia a upozornenie na pohyb

Táto kalkulácia spúšťa najdôležitejšiu funkciu *Four_bar_fcn*. V tejto funkcii sa pomocou už popísanej Newtonovej metódy počíta vektorová metóda, z ktorej sa určia neznáme parametre popísané v kapitole 5.1. Taktiež vykonáva výpočet všetkých pohybových parametrov pre každý z členov a parametrov pre bod E .

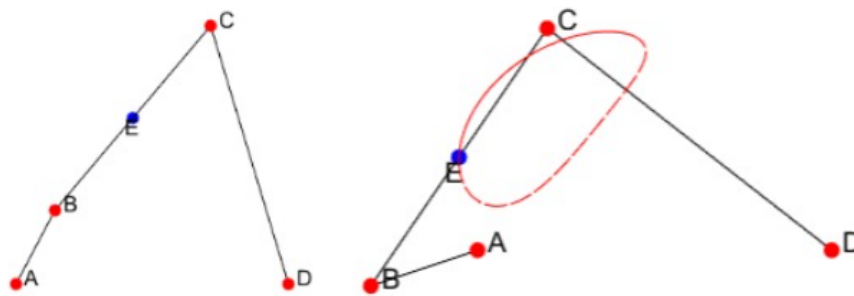
Poslednými dvomi časťami GUI sú tlačidlá na spustenie nejakej akcie alebo vykreslenia grafov, obrázok 6.4. Tak ako pri ostatných komponentoch, aj pri týchto ich názvy prezrádzajú ich funkciu. Prvé tlačidlo spustí simuláciu pohybu vektorového reťazca (obrázok 6.5), druhé spustí pohyb reťazca (obrázok 6.6). Simulácie sa uskutočňujú v zobrazenom grafe, ktorý predstavuje poslednú časť GUI.



Obr. 6.4: Tlačidlá pre GUI štvorkĺbeho reťazca

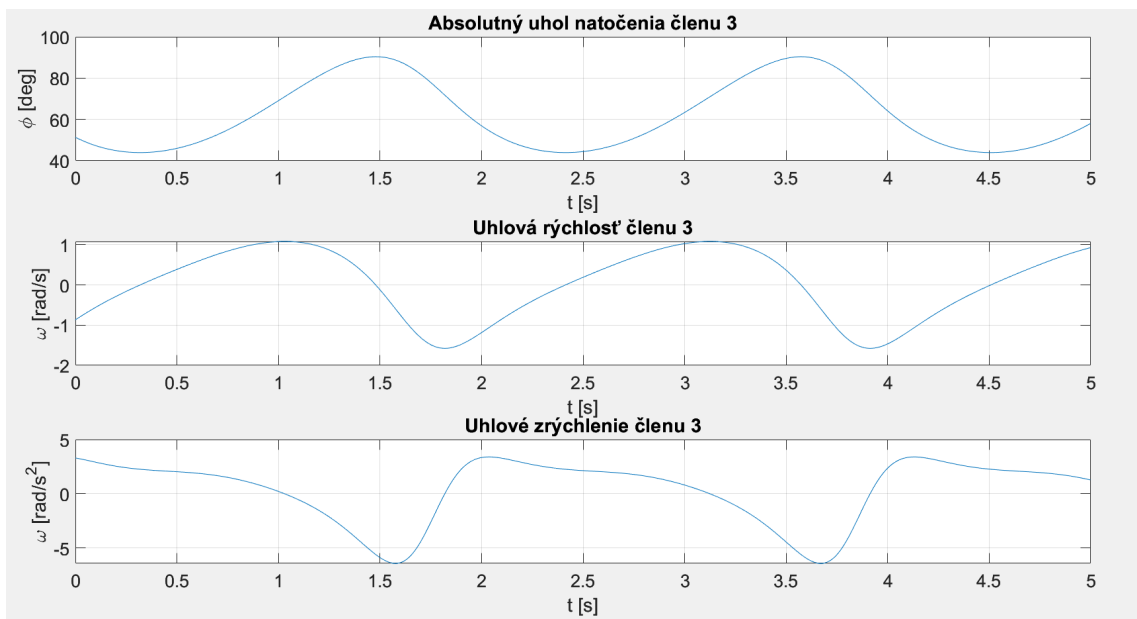


Obr. 6.5: Vektorový obrazec štvorkĺbeho reťazca a trajektória bodu E

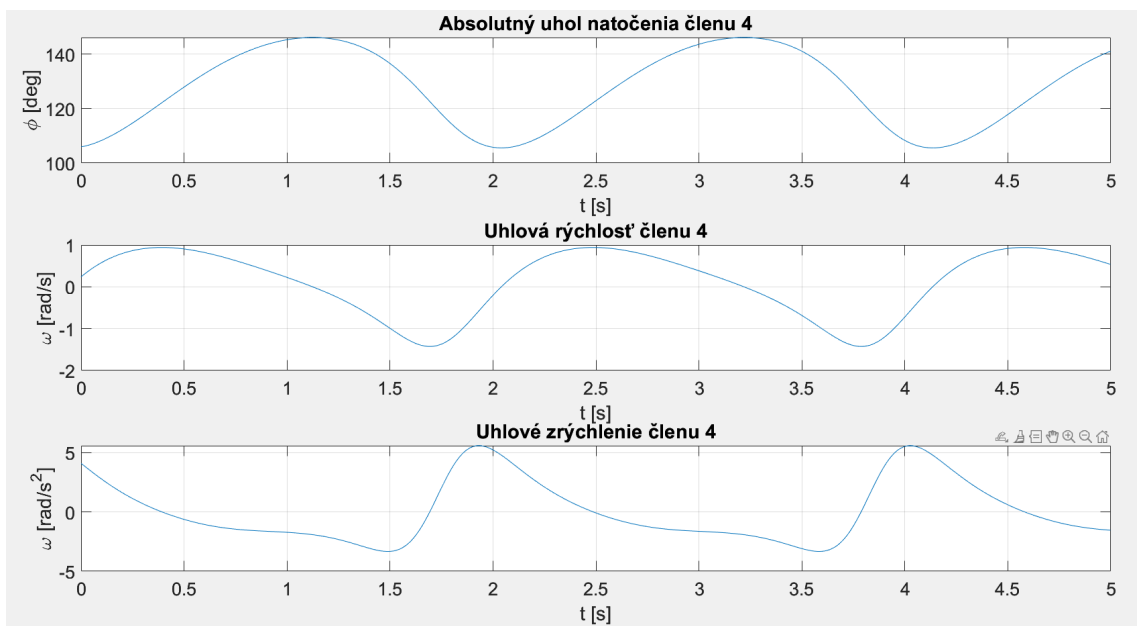


Obr. 6.6: Štvorkĺbový reťazec a trajektória bodu E

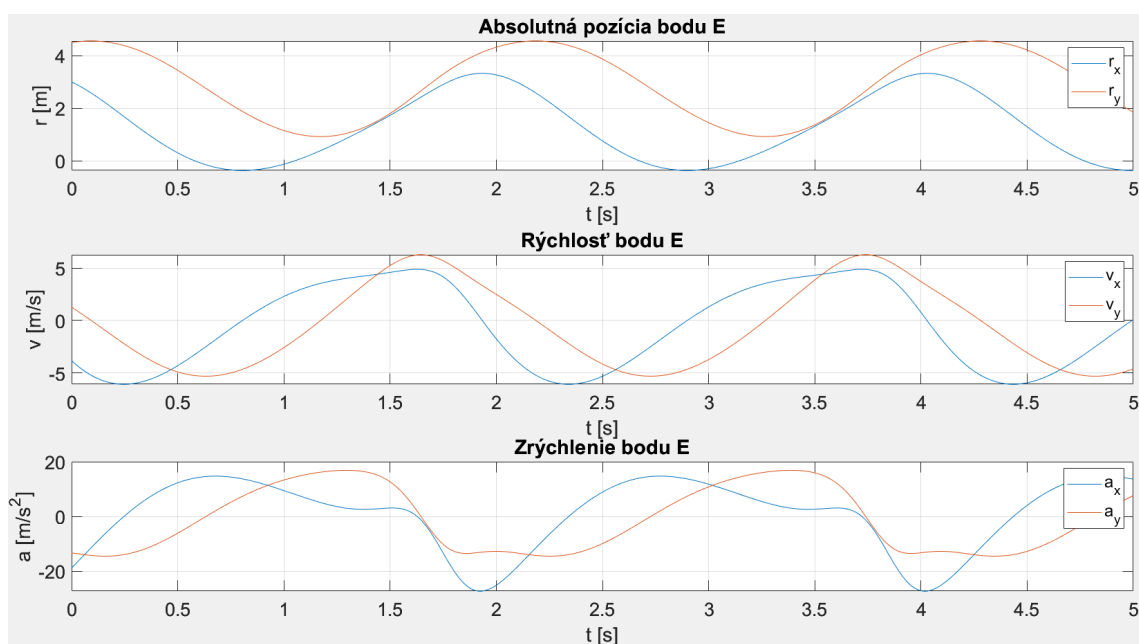
Ďalšie dve tlačidlá, ktoré sa nachádzajú nad sebou ukážu parametre pre členy podľa popisu a posledné tlačidlo ukáže translačné parametre bodu E . Všetky tieto závislosti sa otvárajú v samostatnom okne. Vykreslené priebehy parametrov členov pre príklad popísaný v analýze sú na obrázkoch 6.7 a 6.8. Priebehy parametrov bodu E sú na obrázku 6.9. Vytvorený kód pre GUI a jednotlivé funkcie sa nachádzajú v prílohe A.1.



Obr. 6.7: Vypočítané priebehy parametrov členu 3



Obr. 6.8: Vypočítané priebehy parametrov členu 4



Obr. 6.9: Vypočítané priebehy parametrov bodu E

Rozdiel GUI pre kľukový reťazec je, že namiesto bodu D je zadávaný smerový vektor pohybu šupátka a je možné sledovať pohyb bodu E len na jednom člene, takže toto GUI nepotrebuje *check box*. Posledným rozdielom je funkcia na kalkuláciu parametrov. Pre kľuku je to funkcia *Crank_fcn*. Tak ako pri štvorkĺbovom reťazci využíva sa na počítanie všetkých parametrov rovnakou metódou. Kód GUI a popísaná funkcia sa nachádzajú v prílohe A.2.

Keď sa na tieto dva reťazce pozerá pomocou vektorovej metódy sú svojim výpočtom celkom podobné, preto je analýza aj spracovanie podobné až na niekoľko odlišností, ale funkciou sú tieto reťazce veľmi odlišné.

6.2 Otvorený kinematický reťazec

Druhou časťou bude rozbor GUI pre rovinný robotický manipulátor. Rozbor obsahuje popis jednotlivých komponentov a popis dôležitých funkcií použitých v programe.

Tak ako to bolo pre GUI štvorkĺbového reťazca, aj pri robotickom manipulátore sú prvou časťou komponenty *edit box*, do ktorých sa zadávajú počiatočné hodnoty. Tieto komponenty sú zobrazené na obrázku 6.10. Presnejšie pôjde o hodnoty dĺžok jednotlivých členov a času potrebného na presun do zvoleného bodu.

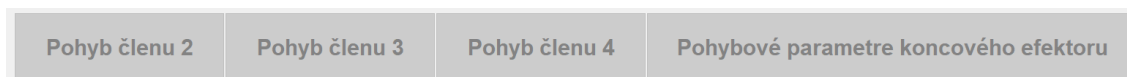
Dĺžka členu 2	5
Dĺžka členu 3	5
Dĺžka členu 4	5
Čas na presun	2

Obr. 6.10: Zadanie vstupných parametrov

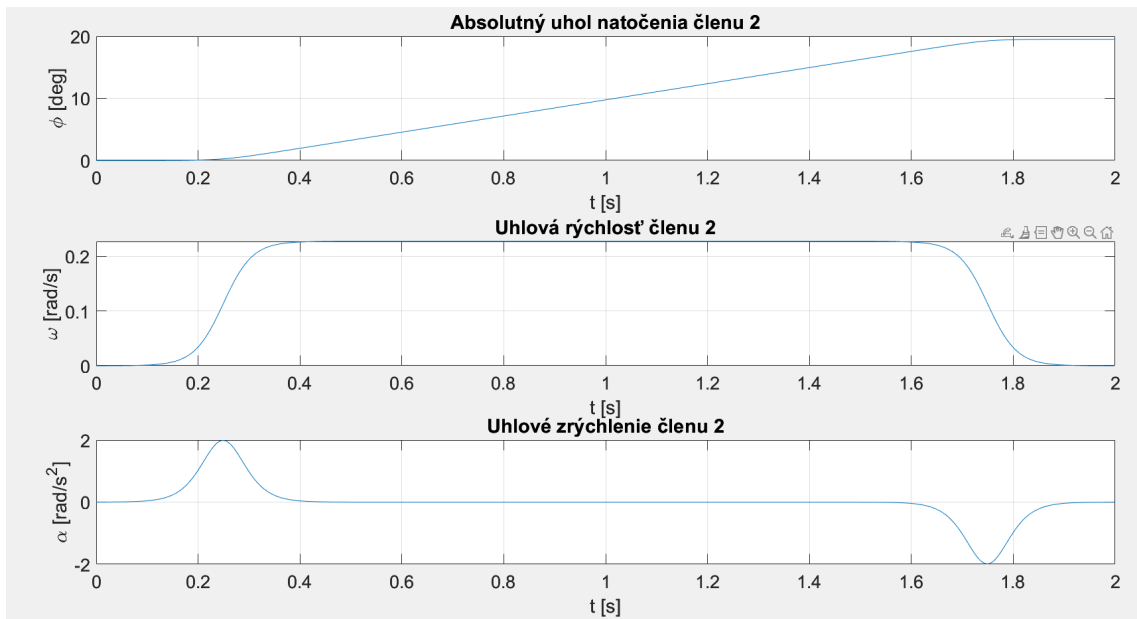
Druhou časťou je zvolenie bodu, do ktorého sa je potrebné premiestniť. Voľba bodu sa uskutočňuje kliknutím na súradnice grafu v GUI. Zadané súradnice sa potom zobrazia v ďalšej časti spolu so správou, či je zvolený bod dosiahnuteľný zadanou konfiguráciou členov alebo nie.

Ak sú zadané súradnice dosiahnuteľné, spustí sa prvá funkcia *fcn_tam_2D_v2*, v tejto funkcii sa počíta už spomínaná inverzná kinematika, z ktorej sa dostane absolútne natočenia každého z členov. Po vypočítaní absolútneho natočenia sa spúšťa druhá dôležitá funkcia *my_sigmoid*, ktorá počíta priebeh natočenia, rýchlosti a zrýchlenia jednotlivých členov, ako to bolo popísané v kapitole 5.2. Po vypočítaní parametrov sa manipulátor premiestni na želanú pozíciu.

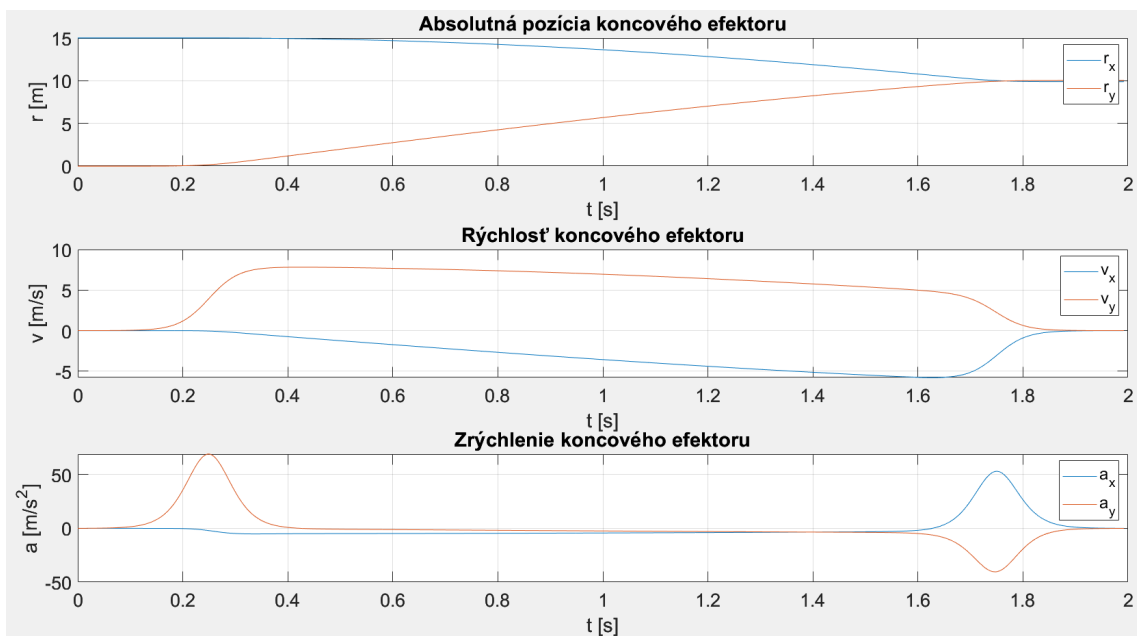
Poslednou časťou sú tlačidlá zobrazené na obrázku 6.11, ktoré umožnia zobraziť jednotlivé priebehy polohy, rýchlosti a zrýchlenia jednotlivých členov alebo translačné parametre vypočítané vektorovou metódou bodu *E*. Tieto priebehy sú zobrazené na obrázkoch 6.12, 6.13, tieto priebehy boli vypočítané podľa analýzy v kapitole 5.2. Kód vytvoreného GUI a ostatných funkcií sa nachádzajú v prílohe A.3.



Obr. 6.11: Tlačidlá pre GUI rovinného robotického manipulátoru



Obr. 6.12: Vypočítané priebehy parametrov členu 2



Obr. 6.13: Vypočítané priebehy parametrov bodu E pre manipulátor

Záver

Analýza mechanizmov z pohľadu kinematiky je jedným zo základných krokov k návrhu funkčného mechanizmu. V tejto práci sa podarilo predviesť analýzu kinematických mechanizmov, reťazcov vektorovou metódou, ktorá bola počítaná numericky, a ukázať spracovanie tejto metódy v prostredí Matlab.

Prvým bodom tejto práce bolo zoznámenie sa so základnou teóriou mechanizmov, ktorá slúžila ako hrubý základ informácií potrebných pre pochopenie danej problematiky.

Ďalším bodom bolo zoznámenie sa s rôznymi prístupmi, akými sa dajú kinematické reťazce analyzovať. K týmto prístupom boli popísané rôzne metódy, ktoré sa dajú použiť pri správne zvolenom prístupe. Po predstavení metód riešenia kinematických reťazcov, boli predstavené numerické metódy potrebné na vyriešenie vektorovej metódy, či už pre priamu alebo inverznú kinematiku. Dôležitou časťou tejto kapitoly bolo popísanie Newtonovej metódy pre systém nelineárnych rovníc, ktorá je hlavným výpočtovým postupom pri analýze priamou kinematikou. Ďalšou dôležitou časťou bolo predstavenie pseudo-inverzného Jakobiánu, ktorý bol hlavným postupom pri analýze s inverznou kinematikou.

Po predstavení metód na analýzu mechanizmov a numerických metód boli popísané druhy mechanizmov, ktoré boli vybrané pre analýzu. Vybranými mechanizmami boli štvorkĺbový mechanizmus, kľukový mechanizmus a robotický manipulátor. Tieto mechanizmy boli vybrané z dôvodu širokého použitia v praxi a ich jednoduchej konštrukcie. V prípade štvorkĺbového mechanizmu a kľukového mechanizmu existuje veľa spôsobov konfigurácie, preto bolo potrebné obmedziť ich konfiguráciu na takú, že vstupný člen bude konať vždy kompletne rotácie. V prípade rovinného robotického manipulátora žiadne obmedzenia potrebné neboli.

Výstupom tejto práce je analýza, v ktorej je ukázaný kompletný postup numerického riešenia uzavretých a otvorených kinematických reťazcov pomocou vektorovej metódy, aj pre prípad priamej aj inverznej kinematiky. Tento postup bol následne spracovaný a odskúšaný v programe Matlab. Po úspešnom otestovaní programu boli následne vytvorené jednotlivé grafické užívateľské prostredia so spracovanými metódami. Funkčnosť, jednotlivé komponenty a návod na používanie týchto prostredí boli vysvetlené v poslednej kapitole tejto práce. V tejto časti boli taktiež ukázané priebehy vypočítaných parametrov, pre jednotlivé členy aj pre sledovaný bod E pre rôzne mechanizmy.

Literatúra

- [1] PAGÁČ, Marek. Maltézsky mechanizmus: obrázok. In: *Mujsolidworks* [online]. 2013, 03.01.2013 [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <<https://www.mujsolidworks.cz/zalozka/maltezsky-mechanizmus/>>.
- [2] JACOB, Berry. Robotický manipulátor: obrázok. In: *Skill-lync* [online]. 2020, 20.04.2020 [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <<https://skill-lync.com/student-projects/Forward-kinematics-of-a-2R-Robotic-Arm-using-MATLAB-21075>>.
- [3] Slider-crank linkage: *Wikipédia* [online]. Posledná aktualizácia 01.05.2023 [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Slider-crank_linkage>.
- [4] Posunutie súradnicového systému: obrázok. In: *Math24* [online]. [cit. 2023-05-18]. Dostupné z: <<https://math24.net/transformation-cartesian-coordinates.html>>.
- [5] Vektorový mnohoúhelník: obrázok. In: Liberec, 2017. Bakalárska práca. Technická univerzita v Liberci. Vedoucí práce Doc. Ing. Iva Petříková, Ph.D.
- [6] HORN, Werner. Coordinate Transformations. *Csun.edu* [online]. 2006, 06.06.2006 [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <<http://www.csun.edu/~hcmth017/master/node19.html>>.
- [7] GREPL, Robert. Kinematika a dynamika mechatronických systémů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2007. ISBN 978-80-214-3530-8.
- [8] ŠÁMAL, Oldřich. Technická mechanika: Kinematika. Praha: Informatorium, spo. s r. o., 2018. ISBN 978-80-7333-134-4.
- [9] ThatsEngineering. (2020). Denavit - Hartenberg (DH) Tables For Robotic Systems - Direct Kinematics II. Znáznornenie pre DH parametre: [Snímka obrázovky z videa]. V: *YouTube*. Dostupné z: <<https://www.youtube.com/watch?v=DP09Se6ZqN0>>.
- [10] ALLAMRAJU, Dr. K. Viswanath a Prof. V.V.S.H PRASAD. KINEMATICS OF MACHINERY. In: *Iare.ac* [online]. Telangana, India: Institute of aeronautical engineering, 2000 [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <https://www.iare.ac.in/sites/default/files/lecture_notes/IARE_KOM_LECTURE_NOTES_0.pdf>.

- [11] Slider-crank mechanism. *Encyclopædia Britannica* [online]. Encyclopædia Britannica, 2016, Posledná aktualizácia 11.04.2016 [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <<https://www.britannica.com/technology/slider-crank-mechanism>>.
- [12] VOLOSENCU, Constantin, ed. *Automation and Control*. Londín, Spojené kráľovstvo: ItechOpen, 2021. ISBN 978-1-83962-714-9.
- [13] HAUG, Edward J., 1989. Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems. Prentice Hall College Div. ISBN 978-0205116690. SCHIEHLEN, W., 1997. Multibody System Dynamics: Roots and Perspectives. *Multibody System Dynamics*. 1(2), 149–188. ISSN 13845640.
- [14] ZHANG, Yi, Susan FINGER a Stephannie BEHRENS. *Introduction to Mechanisms*. Pittsburgh, Pa., Spojené štáty americké: Carnegie Mellon University, 2003. OCLC 184793331.
- [15] KINEMATICS OF MACHINERY. *Mrcet* [online]. Medchal, India: Malla Reddy college of engineering technology [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <<https://mrcet.com/downloads/B.tech%20Digital%20Lecture%20notes/B.Tech%20II%20Year%20I%20Semester/Kinematics%20of%20Machinery%20Digital%20Material.pdf>>.
- [16] WEST, Matthew. Four-Bar Linkages. *Dynref: Dynamics* [online]. 2015 [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <<https://dynref.engr.illinois.edu/aml.html>>.
- [17] MONKOVA, Katarina, Peter MONKA, Zuzana HUTYROVA, Andrea CIZIKOVA a Sulistyaningsih SULISTYANINGSIH. Modern Tools in Education Used within the Technical Mechanics Lessons. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* [online]. 2015, 174(1), 3264-3271 [cit. 2023-05-19]. ISSN 18770428. Dostupné z: doi:10.1016/j.sbspro.2015.01.992
- [18] PŘIKRYL, Karel. *Kinematika*. Brno: PC-DIR, 1994. ISBN 80-214-0535-X.
- [19] AGUSTIAN, Indra, Novalio DARATHA, Ruvita FAURINA, Agus SUANDI a Sulistyaningsih SULISTYANINGSIH. Robot Manipulator Control with Inverse Kinematics PD-Pseudoinverse Jacobian and Forward Kinematics Denavit Hartenberg. *Jurnal Elektronika dan Telekomunikasi* [online]. 2021, 21(1), 8-18 [cit. 2023-05-19]. ISSN 2527-9955. Dostupné z: doi:10.14203/jet.v21.8-18
- [20] Newton's Method on a System of Nonlinear Equations. *Csun.edu* [online]. Pittsburgh Pa. Spojené štáty americké: Carnegie Mellon University [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <https://www.cmu.edu/math/undergrad/suami/pdfs/2014_newton_method.pdf>.

- [21] Diff: Differences and approximate derivatives. *MathWorks* [online]. MathWorks [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <<https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/diff.html>>.
- [22] Trapz: Trapezoidal numerical integration. *MathWorks* [online]. MathWorks [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/trapz.html?searchHighlight=trapz&s_tid=srchtitle_trapz_1>.
- [23] Understanding Moore Penrose Pseudoinverse with Python: Topics: Machine Learning. *Section* [online]. Section, 2022, 17.02.2022 [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <<https://www.section.io/engineering-education/moore-penrose-pseudoinverse/>>.
- [24] JOUBERT, Niels. Numerical Methods for Inverse Kinematics. *Inst.eecs.berkeley.edu* [online]. UC Berkeley, 2008, 25.11.2008 [cit. 2023-05-19]. Dostupné z: <<https://inst.eecs.berkeley.edu/~cs184/fa09/resources/ik.pdf>>.
- [25] SCHIEHLEN, W., 1997. Multibody System Dynamics: Roots and Perspectives. *Multibody System Dynamics*. 1(2), 149–188. ISSN 13845640.

Zoznam symbolov a skratiek

C	[-] Matica smerových kosínov
\mathbf{l}, \mathbf{r}	[m] Poloha bodu
Ω	$[\frac{rad}{s}]$ Matica uhlových zrýchlení
T	[-] Rozšírená matica
$\dot{l}, \dot{r}, \mathbf{v}$	$[\frac{m}{s}]$ Rýchlosť
$\ddot{l}, \ddot{r}, \dot{v}, \mathbf{a}$	$[\frac{m}{s^2}]$ Zrýchlenie
φ, θ	[rad] alebo [°] Uhol natočenia
$\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \omega$	$[\frac{rad}{s}]$ Uhlová rýchlosť
$\ddot{\varphi}, \ddot{\theta}, \dot{\omega}, \alpha$	$[\frac{rad}{s^2}]$ Uhlové zrýchlenie
$J, \mathbf{f}'(x_k)$	[-] Jakobiánová matica
E	[m] Poloha sledovaného bodu
d_k	[-] Newtonov aproximačný krok
h	[s] Časový krok
t	[s] Čas
G	[m] Grashofovo číslo
V	[m] Validáčnè číslo
T_1, T_2, T_3	[m] Pohybové parametre
ε	[-] Presnosť
GUI	Grafické užívateľské prostredie
e	[-] Eulerovo číslo
x	[m] Súradnice v ose x
y	[m] Súradnice v ose y
z	[m] Súradnice v ose z

Zoznam príloh

A Príloha	52
A.1 Kódy pre riešenie štvorkĺbového reťazca vektorovou metódou	52
A.2 Kódy pre riešenie kĺukového reťazca vektorovou metódou	52
A.3 Kódy pre riešenie rovinného robotického manipulátoru vektorovou metódou	52

A Príloha

A.1 Kódy pre riešenie štvorkĺbového reťazca vektorovou metódou

Príloha obsahuje programy vo formáte m.file pre GUI štvorkĺbového reťazca spolu s funkciou na počítanie vektorovej metódy pomocou Newtonovej metódy a kontrolnými funkciami.

A.2 Kódy pre riešenie kĺukového reťazca vektorovou metódou

Príloha obsahuje programy vo formáte m.file pre GUI kĺukového reťazca spolu s funkciou na počítanie vektorovej metódy pomocou Newtonovej metódy.

A.3 Kódy pre riešenie rovinného robotického manipulátoru vektorovou metódou

Príloha obsahuje programy vo formáte m.file pre GUI rovinného robotického manipulátoru spolu s funkciou na počítanie vektorovej metódy pomocou pseudo-inverzného Jakobiánu a pomocnými funkciami.