UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Bakalářská práce

Lucie Bindzarová

Analýza úloh státní maturity z matematiky 2010–2020

Olomouc 2021 vedoucí práce: Mgr. David Nocar, Ph.D.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracovala samostatně a použila jsem jen prameny uvedené v seznamu literatury.

V Olomouci dne 30.5.2021 **Lucie Bindzarová**

Poděkování

Chtěla bych poděkovat panu Mgr. Davidu Nocarovi, Ph.D., za odborné vedení, užitečné rady, doporučení a usměrňování při zpracování této bakalářské práce.

Dále chci poděkovat svojí rodině, která mě podporovala.

Obsah

Úvod

Bakalářská práce je zaměřena na jednotné zkoušky státní maturity z matematiky. Konkrétně na řešení příkladů objevujících se v didaktických testech od začátku zavedení státní maturitní zkoušky, a to na téma logaritmy. Z dostupných informací, které jsem získala na internetovém portálu výsledků maturit od CERMATU, vyplývá, že právě v oblasti logaritmů dochází k chybám, které mají za následek neúspěch u maturitní zkoušky.[1] V této práci se pokusím zodpovědět otázku, proč tomu tak je. Je to snad tím, že studenti nevěnují tolik času přípravě a dostatečnému procvičování, zařazením učiva v rámci školního vzdělávacího plánu nebo je hlavním faktorem při konání státní maturitní zkoušky stres, pod kterým musí studenti pracovat? Chci žákům prostřednictvím příkladů z uplynulých let státní maturitní zkoušky ukázat, jak přistupovat k výpočtu jednotlivých typů příkladů, na co si dát pozor, aby v řešení logaritmů uspěli a nemuseli se bát neúspěchu.

Cílem práce je zjistit, zda jsou opravdu příklady na logaritmy tak těžké, že s jejich řešením mají maturanti problémy častěji než s řešením ostatních příkladů. Hlavním cílem je provést analýzu příkladů na logaritmy v uplynulých deseti letech. Pro tuto práci byly zvoleny příklady z termínů jarních zkoušek. Analýza by mohla sloužit maturantům jako opora k přípravě na maturitní zkoušku. Tento cíl je i mojí motivací, ráda bych pro žáky vytvořila návod, jak dané úlohy řešit. V dnešní moderní době, kdy si mohou spoustu informací najít na internetu, zadání, výsledky a postupy testů z uplynulých let či zaplatit přípravné kurzy k maturitní zkoušce, by si někteří mohli myslet, že je tato práce zbytečná. Já jsem opačného názoru, protože ze své praxe vím, že student, který se připravuje na zkoušku, často potřebuje studijní materiály z více zdrojů. Dle mého názoru jsou pro žáka nejlepší materiály, ve kterých se mu snadno čte a lze z nich pochopit danou látku. Při svém vlastním studiu mi nejvíce pomohly poznámky od studentů, kteří danou problematiku vysvětlili svými slovy. Proto jsem se rozhodla zpracovat analýzu úloh jak početně, tak i s přidaným komentářem, kterému by mohli porozumět všichni žáci bez rozdílu.

Ve své práci se budu zabývat testy za období jara od roku 2010 do roku 2020. Vzhledem k tomu, že v roce 2010 se konaly první celostátní maturitní zkoušky, je toto období zvoleno účelově.

[1] Statistické údaje o úspěšnosti maturitních zkoušek. *CERMAT*. [online]. [cit. 2021-5-25]. Dostupné z: https://vysledky.cermat.cz/data/Default.aspx

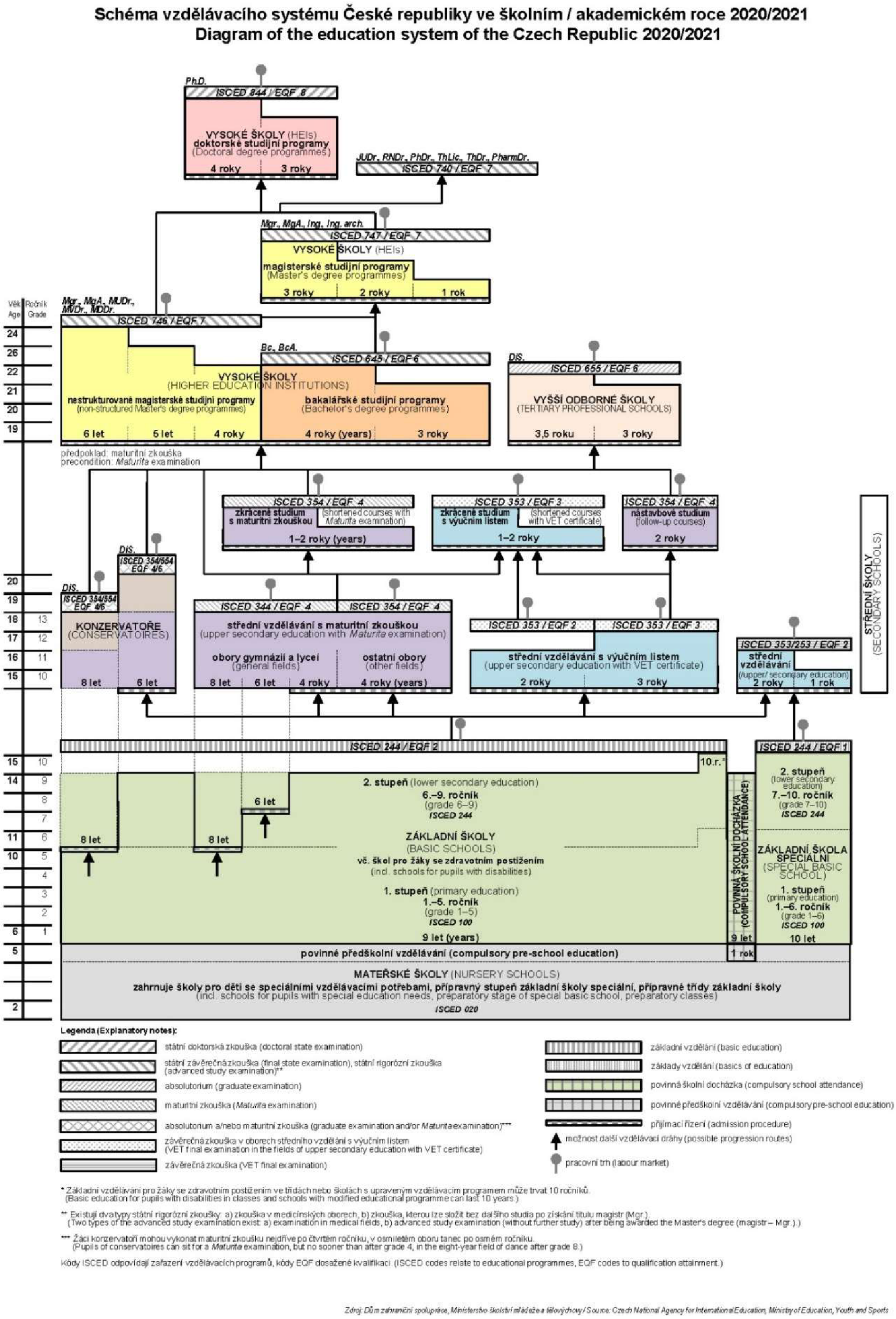
Pro ukotvení a lepší pochopení řešeného problému do širší perspektivy se v první kapitole zabývám vzdělávacím systémem ve školství v České republice v minulosti až po současnost. Zmíním se o strategii vzdělávání 2030+, vzdělávání na středních školách a objasním obsah rámcového vzdělávacího programu pro střední školy. V následující podkapitole se zaměřím na historii maturitní zkoušky až po prvotní pokusy o zavedení státní maturitní zkoušky od roku 2010, rozdíly mezi státní maturitní zkouškou a školní maturitní zkouškou. Druhá kapitola je věnována analýze úloh na logaritmy vyskytujících se v didaktických testech, které vyřeším a pro lepší pochopení doplním slovním komentářem.

Bakalářská práce je určena zájemcům z řad budoucích absolventů státní maturitní zkoušky, současným i budoucím učitelům, případně každému, koho tato problematika zajímá.

1 Vzdělávání v České republice

1.1 Vzdělávací systém

Každý občan České republiky má právo na vzdělání a toto právo je zakotveno v článku 33 Listiny základních práv a svobod České republiky. Díky tomuto ustanovení má také každý občan ČR možnost se bezplatně vzdělávat nejen na základní škole, ale také na střední a vysoké škole.



Obrázek 1 – Schéma vzdělávacího systému České republiky ve školním/akademickém roce 2020/2021

1.1.1 Vzdělávání v minulosti a současnosti

Princip povinného školního vzdělávání je v českých zemích zakotven od roku 1774, kdy byl ustanoven zákonem. Od roku 1781 se stala školní povinnost závaznou pro všechny děti od 6 do 12 let. Střední školství prošlo reformou v roce 1775, kdy po zrušení jezuitského řádu přešla gymnázia do rukou státu a změnila se na pětitřídní střední školy. Úkolem gymnázií tehdejší doby bylo nejen zajistit dostatečné vzdělání mládeže, ale také prakticky připravovat úředníky pro potřeby státní služby. Nástup na gymnázium byl v té době podobný současnosti: student mohl na gymnázium nastoupit pouze po ukončení základní školy a po složení přijímací zkoušky. Po úspěšném ukončení páté třídy mohl student pokračovat v dalším studiu na vyšším stupni. Reformami Marie Terezie a Josefa II. byla vytvořena první souvislá soustava vzdělávání (základní škola, střední škola, univerzita), která se víceméně zachovala do současné doby[2].

V současnosti je začátek školního vzdělávání dětí různý. Záleží na rodičích, kdy se rozhodnou do vzdělávacího systému dítě zařadit, než jim vznikne povinnost tohoto zařazení. Povinnost předškolního vzdělávání vzniká dle novely vyhlášky č. 14/2005 Sb., o předškolním vzdělávání, ve chvíli, kdy dítě od začátku školního roku dovrší 5 let. Tato povinnost je v České republice zavedena od školního roku 2017/2018[3].

Po ukončení předškolního vzdělávání začíná dítěti (dle zákona č. 561/2004 Sb.) povinná školní docházka, která začíná počátkem školního roku, který následuje po dni, kdy dítě dosáhne šestého roku věku, pokud není povolen její odklad. Dítě pak navštěvuje školu po dobu devíti školních let, nejvýše však do konce školního roku, v němž dosáhne 17 let věku[4]. Povinná školní docházka není ukončena žádnou zkouškou. Žák ji ukončí pouze tím, že uplyne období školního vyučování, v němž má docházku ukončit, tím také žákovi končí jeho základní vzdělání.

Na základní docházku navazuje střední vzdělávání, které má žákovi pomoci rozvinout jeho vědomosti, dovednosti, schopnosti, postoje a hodnoty. Střední vzdělávání probíhá na

---

[2] KUZ'MIN, Michail Nikolajevič. *Vývoj školství a vzdělání v Československu*. Praha: Academia, 1981.

[3] Školní vzdělávací systém. *MŠMT*. [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-4]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/vzdelavani/predskolni-vzdelavani/nejcastejsi-dotazy-k-predskolnimu-vzdelavani-aktualizace-k

[4] Zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon). [online]. [cit. 2021-4-4]. Dostupné z: http://zakony.centrum.cz/skolsky-zakon/cast-3-hlava-1

několika typech škol – gymnázia, střední odborné školy, střední odborná učiliště. Střední vzdělávání pak lze ukončit (dle typu školy) několika stupni: žák získá pouze střední vzdělání, dále je to střední vzdělání s výučním listem a střední vzdělání s maturitní zkouškou.[5]

Na střední školu ukončenou maturitní zkouškou navazuje další vzdělávání na vyšší odborné škole nebo na vysoké škole. Vzdělání na vyšší odborné škole je ukončeno absolutoriem a získáním titulu „diplomovaný specialista“, DiS., který se uvádí za jménem. Vysokoškolské vzdělávání je ukončeno závěrečnou zkouškou a závěrečnou prací. Titul uváděný před jménem studentovi náleží dle typu studované školy (Bc., Mgr., Ing., …).

1.1.2 Vzdělávání v budoucnosti – Strategie vzdělávání 2030+

„Má-li se člověk stát člověkem, musí se vzdělat.“ Tímto citátem J. A. Komenského je uvedena strategie vzdělávací politiky České republiky do roku 2030+. Jedná se o dokument, který v roce 2020 vydalo Ministerstvo školství mládeže a tělovýchovy (dále MŠMT) a který obsahuje strategické cíle, které by měly vést k vytvoření a rozvoji otevřeného vzdělávacího systému. Tento systém by pak měl reagovat na měnící se vnější prostředí a poskytovat relevantní obsah vzdělávání v celoživotní perspektivě. Hlavními strategickými cíli jsou:

- zaměřit vzdělávání více na získávání kompetencí potřebných pro aktivní občanský, profesní a osobní život (transformovat nejen vzdělávací prostředí, ale také vzdělávací obsahy a způsob jejich předávání; práci se znalostmi změnit z memorování na jejich pochopení a vzájemné provázání; primární pozornost nezaměřovat jen na obsahovou znalost obsahů předmětů, ale zaměřit se také na praktickou aplikaci, spolupráci žáků v hledání společných řešení apod.);
- snížit nerovnosti v přístupu ke kvalitnímu vzdělávání a umožnit maximální rozvoj potenciálu dětí, žáků a studentů (snížení nerovností vzdělávání mezi kraji získáváním kvalifikovaných a kvalitních pedagogů; posílit kompetence pedagogů v inovativních formách a metodách práce; diferencovat výuku dle potřeb žáků; zajištění vzdělávání a mentoringu učitelů apod.).

[5] Zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon). [online]. [cit. 2021-4-4]. Dostupné z: http://zakony.centrum.cz/skolsky-zakon/cast-4.

Aby mohly být splněny tyto plánované strategické cíle, je nutné postupovat podle strategických linií:

- strategická linie 1 – proměna obsahu, způsobů a hodnocení vzdělávání (hledání cest k vnitřní motivaci žáků; časový prostor pro práci učitele, hlubší poznání a osvojení látky; podpořit schopnost hlubšího porozumění problémům v širších souvislostech); je nezbytné, aby vznikl modernizovaný, provázaný a především jasně vymezený obsah kurikula, které by popsalo vztah dané vzdělávací oblasti k očekávaným cílům tak, aby bylo možné zvolit co nejlepší pedagogickou strategii. Jedním z bodů této strategické linie je také změna konceptu maturitní zkoušky, a to jak státní maturity, tak té školní. V případě státní maturity se změna týká toho, že se v základní verzi stanoví minimum znalostí a dovedností, kterých má dosáhnout každý žák maturitního oboru. Maturitní zkouška má jako celek více reflektovat kompetenční model vzdělávání. Cílem školní části maturitní zkoušky je komplexní ověření osvojení výstupů vzdělávacího programu s důrazem na kompetenční pojetí.
- strategická linie 2 – rovný přístup ke kvalitnímu vzdělávání – tato linie si klade za cíl napříč celým vzdělávacím systémem zavést řadu opatření, které zajistí spravedlivé šance na dostupné kvalitní vzdělání pro každého občana bez rozdílu. Je nutná změna obsahu a způsobu vzdělávání tak, aby byl ve školách rozvíjen potenciál všech žáků zohledňující také genderovou rovnost.
- strategická linie 3 – podpora pedagogických pracovníků – nezbytně nutnou a žádoucí podporu pedagogů je potřeba pojistit prostřednictvím širokého spektra opatření. Jedním z cílů strategické linie je vytvořit kompetenční profil pedagogických pracovníků, který bude definovat kvalitu pedagogické práce a rozvoj kompetencí po celý jeho profesní život.
- strategická linie 4 – zvýšení odborných kapacit, důvěry a vzájemné spolupráce – nejen kvůli přetíženosti škol administrativními úkoly, ale také se zvyšováním objemu dat, informací a se zvyšujícími se požadavky rodičů i žáků narůstají rozdíly mezi školami různých regionů. Je tedy nutné, aby školy získaly potřebnou podporu a pomoc pro efektivní řízení a získávání důvěry pro vzájemnou komunikaci a spolupráci v rámci vzdělávacího systému.[6]

[6] Strategie vzdělávání 2030+. *MŠMT*. [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-4]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/strategie-2030

1.2 Střední školy

„Vzdělávání, které se realizuje ve středním odborném školství, poskytuje mladým lidem vědomosti, dovednosti a kompetence potřebné pro výkon povolání nebo skupiny povolání. Je zaměřeno k přípravě pro práci, nezahrnuje ovšem pouze specifické odborné vzdělávání jako přípravu pro výkon povolání, ale také všeobecné vzdělání a klíčové kompetence umožňující efektivní vykonávání pracovní role v průběhu celého individuálního pracovního života člověka."[7]

Střední vzdělávání připravuje studenta na jeho další život, kdy by si měl vytvořit předpoklady pro dobré fungování ve svém pracovním životě a následně získání odpovídajícího zaměstnání a uplatnění na trhu práce nebo předpoklady pro pokračování vzdělávání na vyšším stupni.

1.2.1 Vzdělávání na středních školách

Střední vzdělávání lze rozdělit na dvě skupiny, a to:

- střední všeobecné vzdělávání

  V současné době je střední všeobecné vzdělávání reprezentováno vzděláváním na gymnáziích – výběrové vzdělávání akademického typu lze volit z několika druhů gymnaziálního vzdělávání – státní, soukromé a církevní. Studium pak může student absolvovat v denní, večerní, dálkové, distanční nebo v kombinované formě.
- střední odborné vzdělávání

  Připravuje žáky např. na dělnická povolání, na práci ve zdravotnictví, ve službách, zemědělství, ve školství aj.

  Sleduje dva základní cíle, a to profesionalizací (klade si za cíl připravit žáky na povolání a na vstup na trh práce) a obecně vzdělávací (klade si za cíl celkovou kultivaci osobnosti žáka, jeho přípravu na aktivní osobní život a na život ve společnosti).

[7] PRŮCHA, Jan (ed.). *Pedagogická encyklopedie*. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-546-2

Obsah středního odborného vzdělávání pak lze obecně dělit na teoretický (zahrnující převážně vědomosti a znalosti žáků) a na praktický (což jsou pracovní činnosti, dovednosti a návyky – liší se dle oborů – např. manuální zručnost).

Vzhledem k různorodosti odborností se také liší obsah vzdělávacích předmětů.

Střední všeobecné vzdělávání i střední odborné vzdělávání jsou ukončeny zkouškou, která souvisí se zaměřením a délkou studia. Studenti po jejich absolvování získávají níže uvedené vzdělání:

- střední vzdělání – získává se úspěšným ukončením vzdělávacího programu v délce jednoho až dvou let denní formy vzdělávání – ukončeno závěrečnou zkouškou, výstupem je závěrečné vysvědčení;
- střední vzdělávání s výučním listem – získává se úspěšným splněním vzdělávacího programu v délce dva nebo tři roky denní formy vzdělávání – ukončeno závěrečnou zkouškou, výstupem je výuční list;
- střední vzdělání s maturitní zkouškou – získává se úspěšným ukončením vzdělávacího programu v délce čtyři roky denní formy vzdělávání – ukončeno závěrečnou zkouškou, výstupem je maturitní vysvědčení:
    - úplné střední odborné vzdělání s maturitou – profesní charakter,
    - úplné střední odborné vzdělávání s odborným výcvikem a maturitou – připravuje studenty na náročná dělnická povolání a nižší řídící funkce,
    - úplné střední všeobecné vzdělání – je neprofesní a připravuje studenty především na vysokoškolské nebo vyšší odborné vzdělávání. [8]

1.2.2 Rámcové vzdělávací programy

„Rámcové vzdělávací programy (RVP) tvoří obecně závazný rámec pro tvorbu školních vzdělávacích programů škol všech oborů v předškolním, základním, základním uměleckém, jazykovém a středním vzdělávání.“[9] Na základě RVP si pak jednotlivé školy tvoří svoje školní

---

[8] Rámcový vzdělávací program. *NUV*. [online]. Praha: NUV, c2011–2021. [cit. 2021-4-12]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/stredni-vzdelavani

[9] Rámcový vzdělávací program. *NUV*. [online]. Praha: NUV, c2011–2021. [cit. 2021-4-12]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/rvp

vzdělávací programy, které musí být s RVP v souladu, ale jejich obsah může být jinak uspořádán. RVP jsou státem vydané dokumenty, které vymezují závazné požadavky na vzdělávání v jednotlivých stupních a oborech vzdělávání a určují požadované výstupy, tzn. jakých výsledků má žák dosáhnout v závěru studia. RVP také usilují o to, aby absolventi středního vzdělávání měli možnost lepšího uplatnění na trhu práce, aby byli připraveni dále se vzdělávat (možnost rekvalifikace) a mohli vést kvalitní osobní život. RVP pro jednotlivé obory jsou spravovány tak, aby zajišťovaly srovnatelnou úroveň odborného vzdělávání, ale také aby umožňovaly konkrétním školám reagovat na potřebu trhu práce v regionu či např. na vývoj technologií.

Ve středním školství jsou RVP rozděleny na 2 oblasti. První oblast se týká gymnázií a obsahuje RVP pro gymnázia, gymnázia se sportovní přípravou, gymnázia v angličtině a dvojjazyčná gymnázia. Druhá oblast se týká RVP pro střední odborné vzdělávání. Zde jsou uvedeny RVP podle kategorií oborů vzdělávání: obory J (zdravotnictví, ekonomika a administrativa, pedagogika, sociální péče, umění), obory E (jedná se o obory poskytující střední vzdělávání s výučním listem, např. strojírenství, potravinářství, textilní výroba aj.), obory H (hornictví, doprava a spoje, zpracování dřeva aj.), obory L0 a M (soustava oborů poskytujících střední vzdělávání s maturitní zkouškou M a L, např. ekologie, polygrafie, informatické obory aj.), konzervatoře a nástavbové studium. [10] Každý obor vzdělávání pak má svůj RVP přizpůsoben konkrétní oblasti, kterou se zabývá, a obsahuje kromě klíčových kompetencí absolventa (kterých by měl dosáhnout každý absolvent středního vzdělávání) také kompetence odborné, které specifikují přímo danou oblast vzdělávání a umožňují absolventům jejich budoucí uplatnění.

Rámcový vzdělávací program pro gymnázia, část Matematika a její aplikace:

- výuka matematiky na gymnáziu by měla u žáků prohloubit jejich pochopení kvantitativních a prostorových vztahů reálného světa, utvářet schopnost geometrického vhledu, vytváření hypotéz a deduktivních úvah, rozšířit hlubší poznání a vytvořit si předpoklady pro další studium. Těžiště výuky spočívá v osvojení schopnosti formulace problému a strategie jeho řešení, objevení uplatnění matematiky

[10] Rámcový vzdělávací program středního odborného vzdělání. *Edu.cz* [online]. Praha: MŠMT, c2020. [cit. 2021-4-12]. Dostupné z: https://www.edu.cz/rvp/ramcove-vzdelavaci-programy-stredniho-odborneho-vzdelavani-rvp-sov/

v mnoha oborech lidské činnosti a uvědomění si, že matematika je součástí naší kultury.

- očekávané výstupy jsou vytvořeny pro oblasti:
  - argumentace a ověřování, zaměřené na učivo: základní poznatky z matematiky (výrok, definice, věta, důkaz), množiny (inkluze, rovnost a operace s množinami), výroková logika;
  - číslo a proměnná, zaměřené na učivo: číselné obory (přirozená, celá, racionální a reálná čísla), mocniny (mocniny a odmocniny s různými typy čísel), výrazy s proměnnými (mnohočleny, lomené výrazy, výrazy s mocninami a odmocninami), rovnice a nerovnice (lineární a kvadratické rovnice, soustavy rovnic);
  - práce s daty, kombinatorika, pravděpodobnost, zaměřené na učivo: kombinatorika (např. kombinace, permutace, variace, binomická věta aj.), pravděpodobnost (náhodný jev, pravděpodobnost sjednocení a průniku jevů aj.), práce s daty (analýza a zpracování dat, statistické soubory – medián, modus, percentil, kvartil aj.);
  - závislosti a funkční vztahy, zaměřené na učivo: obecné poznatky o funkcích (funkce, definiční obor, graf funkce aj.), funkce (lineární, kvadratické, lineární lomené, exponenciální aj.), posloupnost (určení a vlastnosti, aritmetická a geometrická posloupnost);
  - geometrie, zaměřená na učivo: geometrie v rovině (rovinné útvary, obsahy, obvody, Pythagorova věta a věty Euklidovy, shodná zobrazení, konstrukční úlohy aj.) geometrie v prostoru (základní tělesa, povrchy a objemy, volné rovnoběžné promítání aj.), trigonometrie (sinová a kosinová věta, trigonometrie trojúhelníků), analytická geometrie v rovině (vektory, analytická vyjádření přímky v rovině, kuželosečky).

1.3 Závěrečná zkouška – maturita

Tento pojem pochází z latinského slova „*maturitas*“, což byl výraz pro zralost či dospělost. V období druhé světové války se používal výraz *zkouška z dospělosti,* který se hojně používá dodnes.[11]

1.3.1 Historie maturitních zkoušek

První zmínka o konání maturitní zkoušky, tzv. zkoušky z dospělosti, na území střední Evropy se objevuje již v roce 1788 v Prusku na latinských školách. Nešlo však o maturitu v současném slova smyslu. Studenti, kteří maturitu absolvovali, ať úspěšně, či neúspěšně, dostali pouze vysvědčení jako prostředek doporučení k dalšímu možnému studiu na univerzitě. Její neúspěšné složení tedy oproti současnosti nemělo na další studium vliv. První standardizované maturitní zkoušky, které umožňovaly absolventům pokračovat ve vzdělávání na univerzitě, se datují k roku 1812 v Prusku. Maturita dnešní podoby se objevuje v rakouské monarchii v roce 1834. Důvodem byla politická snaha tehdejšího režimu v čele s rakouským kancléřem a knížetem Metternichem potlačit šíření revolučního myšlení mezi studenty a současně zamezit vstupu politicky nespolehlivých studentů gymnázií do státní správy. Maturita se tedy stala nástrojem pro kontrolování studentů.[12]

Státní maturitní zkoušky byly na našem území zavedeny v roce 1848. Dne 16. 9. 1948 proběhla provizorní reforma pojmenovaná Nástin organizace gymnázií a reálek v Rakousku. Tato reorganizace trvala po dobu šesti let do té doby, než ji v roce 1854 oficiálně Josef II. schválil. Původně, dle Nástinu, byly maturitní zkoušky zavedeny pouze pro gymnázia. Důvodem, proč tuto výsadu měla gymnázia, byla vysoká úroveň vzdělávání na daném typu školy. Takto vysoká úroveň vzdělávání spočívá v té nejkvalitnější výuce a přípravě studentů pro vysokoškolské vzdělání na univerzitě. Studium na gymnáziích bylo náročné a určené především pro studenty, kteří byli ochotni se vzdát zábavy, pilně a zodpovědně přistupovat k plnění studijních povinností.[13] Maturitní zkouška měla dvě části – písemnou a ústní.

---

[11] Maturita. W*ikipedia.org* [online]. Poslední aktualizace 24. 11. 2020. [cit. 2021-4-12]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Maturita

[12] Prečo sa maturuje. *Edupage.org* [online]. [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://cloud2k.edupage.org/cloud/MVV__Preco_sa_maturuje.pdf?z%3ATA2Ho5XYwL41w8eK88IRgDTEbWf0jPuMNhQN103MLNI%2B9IuBC8gm082lIsZPIXLC

[13] MORKES, František. *Historický přehled postavení maturitní zkoušky a analýza jejích funkcí*. Praha: Centrum pro reformu maturitní zkoušky, 2003. s. 9–10. ISBN 80-211-0438-4

Jednotlivé části se skládaly z překladu z latiny a řečtiny, písemné části z matematiky a slohové práce v mateřském jazyce. V ústní části se zkoušely znalosti literatury mateřského jazyka, literatury a gramatiky řecké, latinské, dějepisu, zeměpisu, matematiky, přírodních věd, fyziky a gramatiky dalšího jazyka.[14]

Výraznou změnu do organizace školství i do samotné výuky přinesl říšský školní zákon, který přijala říšská rada v roce 1869. Tento zákon se označuje také jako Hasnerův zákon podle svého autora – univerzitního profesora, ministra školství a poslance Leopolda Hasnera. Tento zákon významně měnil a upravoval postavení školství ve vztahu ke státu a církvi. Zavedl maturitu i na tzv. reálkách, školách bez výuky klasických jazyků a s důrazem na přírodovědné předměty. Stanovil pravidla vyučování v obecných školách. Za velmi významný počin považuji zrovnoprávnění českého jazyka s německým, svobodu vědy a vyučování v českých zemích.[15]

Poslední významnou reformu na území tehdejšího Rakouska-Uherska v roce 1908 zavedl ministr kultury a vyučování Gustav Marchet. *„Do Vídně byla svolána říšská anketa, na níž se měly konat porady o možných reformách.“*[16] Na tomto setkání se řešila úprava maturitní zkoušky a její klasifikace. Někteří středoškolští pedagogové měli potřebu vyřešit problém ohledně maturit, považovali ji za nesmyslnou a náročnou pro studenty i pedagogy. Současně se diskutovalo o problémech zkoušení, které čím dál tím více vystupovalo do popředí na úkor klasickému vyučování. Marchet zrovnoprávnil maturitní zkoušky na všech školách. Zároveň se snížily nároky na ústní zkoušky. Merchetova rozhodnutí nařídila pravidelné termíny konání maturitních zkoušek – letní, který probíhal v řádném termínu, podzimní a únorový termín, který byl určen pro studenty, kteří v řádném termínu zkoušky neuspěli. Hodnocení zkoušky nebylo prováděno pomocí známek, ale slovním hodnocením.[17] Slovní hodnocení rozhněvalo širokou veřejnost, protože maturitní zkoušku úspěšně vykonal i ten, který neuspěl v některém

---

[14] MORKES, František. *Historický přehled postavení maturitní zkoušky a analýza jejích funkcí.* Praha: Centrum pro reformu maturitní zkoušky, 2003. s. 14–15. ISBN 80-211-0438-4

[15] KASPER, Tomáš a Dana KASPEROVÁ. *Dějiny pedagogiky.* Praha: Grada, 2008. s. 96–98. ISBN 978-80-247-2429-4

Srov.: ŘEZNÍČKOVÁ, Kateřina. *Študáci a kantoři za starého Rakouska: české střední školy v letech 1867–1918.* Praha: Libri, 2007. s. 22–23. ISBN 978-80-7277-163-9

[16] CHLUP, Otokar. *Středoškolská didaktika.* Brno: Knihtiskárna Typia, 1935. s. 33.

[17] CHLUP, Otokar. *Středoškolská didaktika.* Brno: Knihtiskárna Typia, 1935. s. 33–35.

z předmětů. Objevily se názory, že by bylo dobré maturitu zpřísnit nebo úplně zrušit. Našly se i případy, kdy byly požadovány doplňující zkoušky před zahájením univerzitního studia.[18]

Po vzniku Československa začala nabývat důležitosti zkouška z českého jazyka, která byla povinná. Výuka náboženství byla omezena, a naproti tomu výuka přírodovědných předmětů rozšířena. Na gymnáziích byla rozšířena výuka o matematiku a chemii jako samostatný předmět. Na některých gymnáziích byla zavedena deskriptivní geometrie.[19] Další reformu prosadil v roce 1931 Václav Příhoda, český pedagog a držitel medaile Učitel národa J. A. Komenský. Tato reforma zavedla na českých školách písemnou zkoušku z německého jazyka, a naopak na německých školách zkoušku z českého jazyka. Ústní zkoušky pak byly o něco jednodušší.[20]

1.3.2 Maturitní zkouška 2009

Model maturitní zkoušky z roku 2009 nazvaný „maturitní generálka“ proběhl ve dnech 19. a 20. října 2009. Této generální zkoušky se mohly zúčastnit všechny střední školy, ve kterých žáci maturovali ve školním roce 2009/2010.

Nový model maturity charakterizuje Jan Průcha ve své Pedagogické encyklopedii takto:

- *„stát má povinnost nabídnout maturantům u povinných zkoušek společné části dvě úrovně obtížnosti – základní a vyšší;*
- *žák si úroveň obtížnosti svobodně volí;*
- *ředitel školy má možnost omezit svým rozhodnutím volitelnost předmětů v rámci povinně volitelné zkoušky společné části maturitní zkoušky;*
- *z českého jazyka a literatury a cizího jazyka bude probíhat komplexní zkouška (didaktický test, písemná zkouška, ústní zkouška);*
- *počet povinných profilových zkoušek není stanoven jednotně (2–3);*
- *reforma bude probíhat postupně.“*[21]

---

[18] CHLUP, Otokar. *Středoškolská didaktika*. Brno: Knihtiskárna Typia, 1935. s. 13–15.

[19] OTTOVÁ, Lenka. *Historie maturit: Maturita z matematiky do poloviny 20. století*. [online]. Brno, 2011. Diplomová práce. Masarykova univerzita. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/btftz/Diplomova_prace_Lenka_Ottova.pdf

[20] Státní maturitní zkouška. *Wikipedia.org* [online]. Poslední aktualizace 24. 11. 2020. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Maturita

[21] PRŮCHA, Jan (ed.). *Pedagogická encyklopedie*. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-546-2

Hlavním cílem bylo ověření funkčnosti a spolehlivosti navrženého modelu realizace společné části maturitní zkoušky konané prostřednictvím předem připravených didaktických testů a písemných zkoušek. Dalším cílem tohoto testování bylo prověření a prevence možných bezpečnostních a organizačních problémů, které by mohly během vykonávání maturitních zkoušek nastat. Vedlejší úlohou pak bylo zjištění připravenosti pedagogických pracovníků pro výkon jednotlivých funkcí v rámci společné části maturity. Pedagogičtí pracovníci byli jmenováni do funkcí maturitních komisařů, zadavatelů a hodnotitelů.

Model maturitní zkoušky měl mít tři části, a to společnou část maturitní zkoušky (český jazyk, cizí jazyk, třetí předmět – matematika, občanský základ, základ společenských věd nebo informatika), nepovinnou zkoušku (z jednoho až tří předmětů) a z profilové zkoušky, kterou měl podle zaměření školy určit její ředitel.

Zkoušky byly připraveny ve dvou úrovních obtížnosti (základní a vyšší). Volba zkušebního předmětu i jeho úroveň obtížnosti byla na rozhodnutí studenta. Testy byly vyhodnocovány centrálně a automaticky formou skenování a digitalizace záznamových archů. Otevřené úlohy didaktických testů byly vyhodnocovány tzv. ratery (nezávislými hodnotiteli). Písemné práce opravovali proškolení pedagogové dané školy, kteří měli právo dané práce ohodnotit nejpozději do konce roku 2009 a zapsat výsledky do informačního systému Cermatu (organizace, která vytvářela didaktické testy pro maturitní zkoušku).[22]

Výsledky tohoto testování byly po logistické a organizační stránce velmi příznivé, nicméně výsledky žáků už tak příznivé nebyly. Pokud by generálka byla maturitou, úspěšnost vykonání zkoušky by byla jen 70 %. Očekávaná neúspěšnost u prvního termínu samotné zkoušky byla díky těmto výsledkům 15–20 %, zatímco dříve byla průměrná neúspěšnost jen 13 %. Největší potíže měli žáci se zvládnutím generální zkoušky z matematiky, i přes její náročnost se do absolvování zkoušky z matematiky zapojilo 45 % žáků.[23] Podle některých odborníků byla neúspěšnost žák způsobena několika faktory:

[22] Základní informace. *MŠMT.* [online]. PDF. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: Statni_maturita_Informacni_balicek.pdf

[23] Generální maturitní zkouška 2011. *MŠMT.* [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/ministerstvo/novinar/maturitni-generalka-zacina-11-rijna

- velké procento maturantů v populaci;
- nízká motivovanost žáků k úspěšnému absolvování maturitní generálky, ke kterému přispěla informace o tom, že je prováděn průzkum organizovatelnosti a logistiky projektu, nikoliv jejich vědomostí;
- žáci neměli důvod se pečlivěji připravovat na vykonání zkoušky;
- neprobrané veškeré učivo.

Učitelé matematiky se shodli na tom, že zjištění o úrovni vzdělání matematiky v České republice nebylo tak překvapivé. Dalo se to očekávat. Dále chválili testy, jakým způsobem byly připraveny a že odpovídají požadavkům kladeným na absolventy středních škol s maturitou. Apelovali na to, aby úroveň státní maturity z matematiky neklesala, aby se zkouška z matematiky zavedla pro všechny studenty gymnázií a lyceí jako povinná.[24]

1.3.3 Maturitní zkouška 2011

Maturitní zkoušky v roce 2011 byly častým tématem diskusí veřejnosti, akademických pracovníků či politiků. Došlo k podání návrhu o zrušení státních maturit. Návrh senátu na zrušení státní maturity byl však jednohlasně zamítnut. Autorem návrhu na zrušení byl dlouhodobý kritik projektu senátor Marcel Chládek (ČSSD). Považoval ho za nedostatečně propracovaný a předražený. Zmínil se také o tom, že systém zkoušky zatěžuje školy a učitele administrativou. Zpochybnil i to, že maturity budou objektivním srovnáním. „*Učitelé mají hodnotit testy podle vlastní únosné míry. Ta ale může být na gymnáziu dvě chyby a na učilišti chyb deset. I přes veškeré argumenty ostatních politiků byl návrh na zrušení státní maturity zamítnut*.“[25]

V únoru 2011 vstoupila v platnost novela školského zákona č. 90/2011 Sb., kterou se měnilo znění vyhlášky č. 177/2009 Sb., o bližších podmínkách ukončování vzdělávání ve středních školách maturitní zkouškou. Tato novela změnila administraci maturitní zkoušky. Změny a návrhy byly provedeny dle postřehů pedagogů a ředitelů škol z generální maturitní

---

[24] VRTÍLKOVÁ, Jana. *Maturity z matematiky.* [online]. Brno, 2014. Bakalářská práce. Masarykova univerzita. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/v98hz/prace.pdf

[25] Odmítnutí státní maturity. *Deník referendum.* [online]. ©Vydavatelství Referendum, 2020. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: https://denikreferendum.cz/clanek/7804-senat-odmitl-statni-maturity

zkoušky roku 2009.[26] Míru neúspěšnosti žáků u maturitní zkoušky – řádný termín jaro 2011[27] uvádí následující tabulka.

	MATURITA CELKEM	Z TOHO ČÁST	
		SPOLEČNÁ	PROFILOVÁ
CELKEM VŠICHNI ŽÁCI	19,5 %	16,9 %	5,9 %
V TOM: OBORŮ GYMNÁZIUM	5,1 %	2,9 %	3,1 %
OBORŮ LYCEUM	9,8 %	6,7 %	4,5 %
TECHNICKÝCH A EKONOMICKCÝH OBORŮ SOŠ	16,5 %	11,5 %	8,0 %
OSTATNÍCH OBORŮ SOŠ	25,9 %	23,6 %	6,0 %
OBORŮ SOU	33,2 %	31,5 %	7,0 %
OBORŮ NÁSTAVBOVÉHO STUDIA	43,9 %	43,1 %	8,5 %
V TOM: ŽÁCI DEN. STUD. (CELK.)	18,5 %	15,8 %	5,9 %
ŽÁCI OST. FOREM STUD. (CELK.)	31,5 %	30,6 %	5,1 %

Tabulka 1– Míra neúspěšnosti konání maturitní zkoušky pro rok 2011

1.3.4 Maturitní zkouška pro školní rok 2020/2021

Pro školní rok 2020/2021 došlo, díky novele školského zákona, k úpravě modelu maturitní zkoušky. Na rozdíl od předešlých let byla zrušena povinnost konat tři zkoušky ve společné části maturitní zkoušky (tj. včetně povinnosti konat zkoušku z matematiky pro žáky většiny oborů vzdělání s maturitní zkouškou), žáci si i nadále mohou vybírat, zda chtějí ukončit studium zkouškou z matematiky, či cizího jazyka. Písemná práce a ústní zkouška z jazyků (českého i cizího) se stane součástí profilové (tedy školní) maturity. Společná část, kterou zadává a hodnotí stát, bude ve všech předmětech pouze z didaktických testů písemnou formou.

Nově je umožněno konat maturitní zkoušku v náhradním termínu žákům, kteří se v řádném termínu omluví z konání didaktických testů z důvodu onemocnění covid-19 nebo nařízené karantény. Žáci, kteří budou konat nařízenou nebo dobrovolnickou činnost v zařízeních zdravotnických a sociálních služeb, budou mít navýšen počet opravných zkoušek ze dvou na tři.

---

[26] Změny v podmínkách konání maturitní zkoušky. *MŠMT*. [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-22]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/zmena-nekterych-podminek-koniani-maturitni-zkousky-v-roce

[27] Míra neúspěšnosti studentů při státní maturitě. *MŠMT*. [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-22]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/file/16208

Nově je zavedena nepovinná zkouška z matematiky, která se nazývá Matematika rozšiřující. Jedná se o zkoušku z matematiky vyšší úrovně, která byla dříve (jako zkouška Matematika+) využívána některými vysokými školami jako jedno z kritérií pro přijímací řízení.[28] Hlavním účelem této zkoušky zůstává zvýšení celkové úrovně matematické gramotnosti žáků středních škol. Očekávané vědomosti a dovednosti pro tuto maturitní zkoušku jsou specifikovány v pěti hlavních kategoriích kompetencí, které se rozvíjí během studia.

Jedná se o tyto kompetence:

- osvojení matematických pojmů a dovedností (správné používání matematických pojmů, numerické počítání a používání proměnné, práce s rovinnými a prostorovými tvary, matematická argumentace aj.);
- matematické modelování (vytvoření matematického modelu reálné situace a práce s ním, kombinace různých modelů téže situace);
- vymezení problému (dovednost vymezit problém, analyzovat ho, zvolit vhodnou metodu řešení, diskuse o výsledcích a jejich aplikace v jiných oblastech);
- komunikace (čtení matematického textu, vyhodnocení informací získaných z textu a jejich přesné vyjádření a prezentace);
- užití pomůcek (k řešení problému využít dostupné pomůcky – kalkulátor, PC, odbornou literaturu aj.).[29]

Dále jsou také specifikovány vědomosti a dovednosti z jednotlivých tematických oblastí, které by žák měl ovládat a které jsou tematicky zařazeny do maturitní zkoušky. Jedná se o oblast číselných oborů, algebraických výrazů, rovnic a nerovnic, funkcí, posloupnosti a finanční matematiky, planimetrie, stereometrie, analytické geometrie, kombinatoriky, pravděpodobnosti a statistiky. Procentuální vyčíslení jednotlivých tematických okruhů uvádí tabulka.[30]

---

[28] Novinky ve školním roce 2020/2021. *MŠMT.* [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-22]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/novinky-ve-skolni-roce-2020-2021

[29] MR-katalog. *CERMAT.* [online]. Praha: CERMAT, 2020. [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://maturita.cermat.cz/files/files/MR/MR-katalog.pdf

[30] Katalogy požadavků. *CERMAT.* [online]. Praha: CERMAT, 2019. [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://maturita.cermat.cz/menu/katalogy-pozadavku

Tematické okruhy	%
Číselné množiny	5–10
Algebraické výrazy	10–20
Rovnice a nerovnice	15–25
Funkce	10–20
Posloupnosti a finanční matematika	5–10
Planimetrie	10–20
Stereometrie	10–20
Analytická geometrie	5–10
Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika	5–15

Tabulka 2 – Přehled tematických okruhů maturity

1.4 Školní vs. státní maturitní zkouška

Matematika je jedním ze zkušebních předmětů zařazených do společné části maturitní zkoušky. Žák může z tohoto předmětu konat povinnou, nebo nepovinnou zkoušku. Maturitní zkouška ve společné části se koná pouze formou didaktického testu. Tyto testy vytváří CERMAT (Centrum pro zajišťování výsledků vzdělávání), které současně stanoví podmínky pro splnění didaktických testů, strukturovanost a zadání příkladů, celkové vyhodnocení, které se provádí na centrálním pracovišti v Praze.[31] Další možností, jak vykonat maturitní zkoušku z matematiky, je školní maturita, která je pro studenty mnohem příjemnější. Odehrává se v domácím prostředí a maturanti vědí, co můžou od zkoušky očekávat, a lépe se připravit.

1.4.1 Školní maturitní zkouška z matematiky

Jako příklad školní maturity jsem zvolila maturitu z roku 2016 na gymnáziu v Moravském Krumlově. Maturitní zkouška probíhala ústně. Žák si vylosoval jednu otázku a měl o ní hovořit a spočítat několik příkladů daného tématu. Žák během celoroční přípravy na maturitu obdržel seznam okruhů spolu s ilustračními příklady a u některých témat byl i seznam teoretických otázek. Žák měl u maturity 15 minut na přípravu, kde si mohl svůj projev přichystat. Na samotnou zkoušku měl také 15 minut. Okruhy matematických témat

[31] Státní maturitní zkouška společná část – matematika. *CERMAT*. [online]. Praha: CERMAT, c2019. [cit. 2021-5-23]. Dostupné z: https://maturita.cermat.cz/menu/maturitni-zkouska/zkousky-spolecne-casti/matematika

i s jednotlivými typy příkladů jsou uvedeny v následujícím seznamu. Příklady byly číslovány podle náročnosti od snadných po ty nejtěžší. Pro ilustraci jsem vybrala dva příklady z každého okruhu. Celkový soubor otázek a příkladů byl mnohem rozsáhlejší. Žáci, kteří maturovali, navštěvovali seminář z matematiky, kde většinu z těchto příkladů s vyučujícím prošli a spočítali. Vysvětlili si, co bylo potřeba.

Seznam okruhů školní maturitní zkoušky Gymnázium Moravský Krumlov 2016

1. Algebraické výrazy

1) $\left(\frac{\sqrt[4]{ax^3}-\sqrt[4]{a^3x}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}+\frac{1+\sqrt{ax}}{\sqrt[4]{ax}}\right)^{-2}\cdot\sqrt{1+2\sqrt{\frac{a}{x}}+\frac{a}{x}}=$

2) $\frac{\boldsymbol{x^3-y^3}}{\boldsymbol{y^2-x^2}}\div\frac{\boldsymbol{y^3+x^3}}{\boldsymbol{(x+y)^2}}+\frac{\boldsymbol{2xy}}{\boldsymbol{x^2-xy+y^2}}=$

2. Lineární rovnice, nerovnice a jejich soustavy

1) Řešte rovnici s neznámou x$\in\mathbb{R}$: $\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{2}}-\frac{\boldsymbol{x-\frac{x}{2}}}{\boldsymbol{2}}-\frac{\boldsymbol{x-\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{2+\frac{x}{2}}{2}}}{\boldsymbol{2}}=\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}\left(\boldsymbol{x}-\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{2}}\right)\cdot\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2}}$

2) Graficky znázorněte v pravoúhlé soustavě souřadnic množiny A, B a A ∩ B.

a) $A=\{[x,y]: x\in R\ \wedge\ y\in R\ \wedge\ y-1\ \geq(x-1)^2\ \}$

$B=\{[x,y]: x\in R\ \wedge\ y\in R\ \wedge\ y\ \leq 2(x-1)\ \}$

3. Kvadratická rovnice a nerovnice

1) V $\mathbb{Z}$ řešte nerovnici: $\frac{4x^2-5x-1}{2x^2-5x+3}\leqq 1$

2) Určete všechny hodnoty parametru $b\in\mathbb{R}$ tak, aby jeden kořen kvadratické rovnice $2x^2+bx+9=0$ byl dvakrát větší než druhý kořen.

4. Rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou, funkce s absolutní hodnotou

1) Řešte v $\mathbb{R}$ rovnice:

$$|x+1|-|x|+3|x-1|-2|x-2|=|x+2|$$

2) Sestrojte graf a popište vlastnosti funkcí určených předpisy:

a) $f\colon y = 10 - 2|x-1| - |3x+6|$

5. Komplexní čísla, řešení rovnic v oboru komplexních čísel

1) Vypočítejte:

a) $\dfrac{\frac{2i+1}{1+i}+\frac{1-2i}{1-i}}{\frac{2i+1}{1+i}-\frac{1-2i}{1-i}} =$

2) Vypočtěte a^5, jestliže: $a = \frac{15-5i}{1+2i} - \frac{1-3i}{i} + (3+i)(-1+2i)$

6. Finanční matematika, využití posloupností

1) Ve městě žilo na počátku roku 2000 23 600 obyvatel. Kolik obyvatel lze očekávat počátkem roku 2005, jestliže se roční přírůstek odhaduje na 1,8 %.

2) Na účet úročený 1,2 % p. a. měsíčně uložíme jednorázově částku 130 000 Kč a dále ukládáme každý měsíc 2 500 Kč. Jakou částku můžeme z účtu vybrat po 5 letech?

7. Lineární, kvadratická, lineárně lomená funkce

1) Načrtněte grafy lineárních funkcí

a) $\mathrm{f}\colon \mathrm{y} = 2\mathrm{x} + 1; \mathrm{g}\colon \mathrm{y} = -3\mathrm{x} + 1$

2) Načrtněte grafy lineárně lomených funkcí a popište jejich vlastnosti

a) $\mathrm{f}\colon \mathrm{y} = \frac{4\mathrm{x}-2}{3\mathrm{x}+}$

8. Goniometrické funkce a rovnice

1) V intervalu $\langle -2\pi; 2\pi \rangle$ načrtněte grafy funkcí

a) $f_1\colon y = -2\, tan\, tan\, x$

2) Úpravou levé strany dokažte: $\frac{1-coscos\, 2x}{sinsin\, 2x} + \frac{sinsin\, 2x}{1+coscos\, 2x} = 2\, tan\, tan\, x$

9. Exponenciální funkce a rovnice

1) Řešte v $\mathbb{R}$ exponenciální rovnice:

$$256^{\frac{1}{x^2-4}} \cdot \left(\frac{4}{2^x}\right)^{\frac{1}{x+2}} = 4^{\frac{1}{x-2}}$$

2) Načrtněte grafy funkcí

$$f_1: y = 2^{x+1} - 4$$

10. Logaritmická funkce a rovnice

1) Načrtněte grafy funkcí:

$$f_1: y = log_{\frac{1}{2}} x$$

2) Řešte v ℝ rovnice $log_3[1 + log_3(2^x - 7)] = 1$

11. Posloupnosti a řady

1) V aritmetické posloupnosti je dáno: a5=8; a2+a4=4. Určete s7.

   a) Řešte v ℝ rovnici $log\ log\ x\ + log\ log\ \sqrt[3]{x} + log\ log\ \sqrt[9]{x} + \ldots = \frac{3}{2}$

12. Kombinatorika

1) Kolik různých signálů je možno utvořit z pěti praporků různých barev, jsou-li

   a) tři praporky postaveny vedle sebe,

   b) vůbec všech signálů?

2) Kolika způsoby lze koupit v prodejně 5 sešitů, mají-li 3 druhy sešitů v dostatečném množství?

13. Pravděpodobnost a statistika

1) Student při zkoušce losuje 2 z 10 otázek, připraven je na 6 z nich. Jaká je pravděpodobnost, že

   a) bude umět obě,

   b) bude umět právě jednu,

   c) nebude umět žádnou,

   d) bude umět alespoň jednu z losovaných otázek?

2) V testu při zkoušce dostalo 15 studentů známku 1, dalších 35 studentů dostalo známku 2, známku 3 dostalo 30 studentů, 15 studentů dostalo známku 4 a zbylých 5 studentů dostalo známku 5. Vypočítejte průměrnou známku z testu, modus, medián.

14. Vektory

1) Zjistěte, zda vektor u je lineární kombinací vektorů a, b, je-li:

   a) u= (-8,4,3), a= (-1,2,3), b= (2,0,1)

2) Jsou dány body $K[2,5], L[6,2]$. Určete souřadnice bodu M, N tak, aby čtyřúhelník KLMN byl obdélník a aby platilo $|KL| = 3|LM|$

15. Analytická geometrie lineárních tvarů

1) Určete souřadnice paty kolmice vedené bodem $M[2,-5]$ k přímce $p: x - 7y + 13 = 0$.

2) V trojúhelníku ABC: $A[-5,3], B[3,-1]$, průsečík výšek $V[2,3]$ určete souřadnice vrcholu C.

16. Kružnice

1) Napište rovnice tečen kružnice $x^2 + y^2 - x - 2y = 0$, které jsou kolmé k přímce $q: 2x - y + 6 = 0$.

2) Urči rovnici kružnice jdoucí bodem $M[7,5]$, je-li její střed průsečíkem přímek:

   6x – y–16 = 0, 7x – 5y – 11 = 0.

17. Elipsa

1) Rozhodněte, je-li daná rovnice rovnicí elipsy, a v kladném případě určete její střed, hlavní osu a délky poloos:

$$9x^2 + 16y^2 - 54x + 64y + 1 = 0$$

2) Napište rovnice tečen kuželosečky $x^2 + 9y^2 - 5 = 0$, které jsou rovnoběžné s přímkou $p: 2x - 3y = 0$

18. Parabola

1) Napište rovnice tečen kuželosečky $y^2 + 3x + 4y - 8 = 0$, které jsou kolmé k přímce $4x - y + 5 = 0$

2) Určete ohnisko, vrchol a řídící přímku paraboly:

   a) $x^2 + 4x + 2y + 2 = 0$

19. Hyperbola

1) Úpravou na středový tvar rovnice určete souřadnice středu, poloosy, excentricitu, ohniska a rovnice asymptot hyperboly

   a) $9x^2 - 4y^2 + 8y + 32 = 0$

2) Najděte tečnu hyperboly $16x^2 - 9y^2 + 32x + 18y - 137 = 0$ kolmou k přímce $x + 4y - 3 = 0$

20. Planimetrie – početní úlohy

1) Jsou dány dvě kružnice $k_1(O_1; 4\ cm), k_2(O_2; 6\ cm), |O_1O_2| = 5\ cm$. Označme P_1, P_2 průsečíky daných dvou kružnic. Vypočítejte délku úsečky P_1P_2.

2) Vypočítejte obsah mezikruží omezeného kružnicí opsanou a vepsanou rovnostrannému trojúhelníku o straně délky a.

21. Planimetrie – konstrukční úlohy

1) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:

   a) $c = 4\ cm, v_a = 3\ cm, t_a = 3{,}5\ cm$

2) Je dán úhel AVB, $|\measuredangle AVB| = 45°$, a uvnitř úhlu bod M tak, že vzdálenost M od → VB je 1,5 cm, vzdálenost M od → VA je 3 cm. Sestrojte všechny kružnice, které se dotýkají ramen úhlu a procházejí bodem M.

22. Stereometrie

1) Sestrojte řez krychle ABCDEFGH rovinou S1S2S3, kde S1 je střed strany FG, S2 je střed strany GH a S3 je střed strany AD.

2) Určete objem čtyřbokého jehlanu, jehož podstavou je obdélník a jehož boční hrany jsou shodné. Je dána výška v jehlanu a odchylky α, β dvou sousedních stěn od podstavy. (Volte $v = 6\ cm, \alpha = 48°10', \beta = 35°50'$.)

23. Limita a derivace funkcí

1) Vypočtěte: $\frac{\sqrt{x+6}-3\sqrt{x-2}}{x^2-9}$

2) Vypočítejte derivace složených funkcí $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

24. Průběh funkce

1) Vyšetřete průběh dané funkce

a) $y = -x^4 + 2x^3$

25. Integrální počet

1) Vypočítejte:

a) $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{ln^4 x}} =$

2) Určete obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

a) $y^2 = x; x + y - 2 = 0$

Tematicky školní maturita pokrývala veškeré učivo na gymnáziu, kromě statistiky. Statistika je jediným tématem, kterým státní maturita převyšuje náplň staré školní maturity. Dalším rozdílem mezi školní a státní maturitou je čas. Školní maturitu žáci zvládnou za pouhých 15 minut času strávených u tabule počítáním jasně dopředu známých příkladů, na které se celý rok poctivě připravují, a nemůže je nic překvapit. Didaktický test státní maturity maturanti počítají 120 minut. Z mého úhlu pohledu si tedy státní maturitu z matematiky mají vybírat především ti žáci, kteří nad počítáním a učením matematiky tráví hodně času a především látce rozumí. V matematice nestačí se něco naučit nazpaměť, ale především danému učivu porozumět.

K prostudování a trénování příkladů k maturitě doporučuji každému maturantovi propočítat sbírku úloh od Jindry Petákové – Příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. Tato kniha obsahuje různě obtížné příklady průřezově učivem gymnázií a zároveň jejich propočítání poslouží jako procvičení k přijímacím zkouškám na vysoké školy, pokud škola nemá jiné typy přijímacích zkoušek, jako jsou testy studijních předpokladů nebo obecné studijní předpoklady. Z mé zkušenosti mi propočítání příkladů k úspěšnému přijetí na vysokou školu v Brně nestačilo. Testy studijních předpokladů nemají totiž nic společného se zvládnutím maturitní zkoušky.

2 Logaritmy jako učivo gymnázií

Po pečlivém prozkoumání didaktických testů jsem zjistila, že příklady na logaritmy se vyskytovaly v 9 testech z 10 za období jara 2010–2020. Se slovem logaritmus se většina z nás setkala v prvním ročníku na střední škole a od té doby je tento pojem velkým strašákem všech studentů.

Úlohy na logaritmy jsou nejčastěji obodovány dvěma až čtyřmi body, které mohou být často stěžejní při konečném hodnocení a mohou tak rozhodnout o úspěšnosti maturitní zkoušky. Studenti musí nejčastěji vyřešit logaritmickou rovnici v oboru reálných čísel, určit definiční obor a dokázat zakreslit graf logaritmické funkce. V didaktickém testu z roku 2019 se setkáváme s úlohou, ve které žák musí podle zadané logaritmické funkce a dvou bodů, jimž chybí jedna souřadnice, spočítat souřadnici druhou a zakreslit graf logaritmické funkce o základu a do kartézského systému. Veškeré tyto pod úlohy jsou obsahem učiva RVP G a žáci by neměli mít problém tyto úlohy zvládnout.

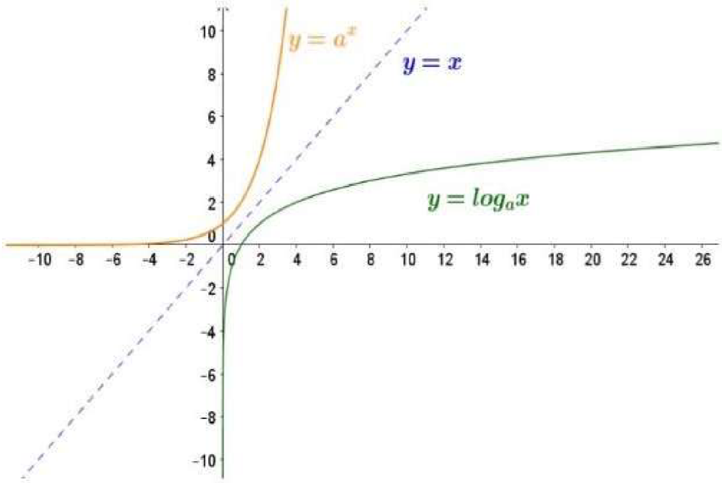
Učivo týkající se logaritmů je zařazeno v částech Číslo a proměnná v rámci tématu Rovnice a nerovnice. Jedná se především o základy logaritmování, úpravy logaritmů podle vět o logaritmech a řešení logaritmických rovnic a nerovnic.[32] K tomu, abych tyto otázky dokázala odpovědět, jsem poprosila mého učitele z gymnázia, aby mi poskytl školní vzdělávací plán s časovou dotací na jednotlivá témata čtyřletého studia na gymnáziu. Možná právě důvod nedostatečného procvičování logaritmických rovnic a funkcí je příčinou neúspěšnosti u zkoušky.

V následující kapitole jsem vytvořila přehled vzorců a grafů logaritmických funkcí, které je potřeba, aby studenti gymnázia znali k úspěšnému vykonání maturitní zkoušky.

[32] Rámcový vzdělávací program. *NUV*. [online]. Praha: NUV, c2011–2021. [cit. 2021-4-12]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/rvp

2.1 Přehled učiva logaritmů pro gymnázia

Logaritmická funkce o základu **a** je funkce, která je inverzní k exponenciální funkci $y = a^x$; **a** je libovolné **kladné číslo** různé od jedné.



Obrázek 2 – Graf exponenciální a logaritmické funkce

Exponenciální funkce má tvar f: y = a^x . Funkce inverzní se značí buď jako f^{-1}: x = a^y, anebo se volí označení pomocí logaritmického tvaru: y = x. Definičním oborem této logaritmické funkce je interval (0; + ∞); to plyne z toho, že obor hodnot funkce y=: a^x je (0; +∞).

Funkce y =: a^x a y = x jsou inverzní, tedy jejich grafy jsou souměrné podle přímky, to znamená podle osy I. a III. kvadrantu. Grafem logaritmické funkce je logaritmická křivka.[33]

2.1.1 Druhy logaritmických funkcí

V učivu gymnázia se obvykle vyskytují dva druhy logaritmických funkcí:

– Logaritmická funkce se základem 10, tzv. **dekadický logaritmus**
  y = x zapisujeme zkráceným zápisem y = $log\ log\ x$

[33] Logaritmy. *Matematika.cz* [online]. Praha: Nová média, c2006–2021. [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://matematika.cz/logaritmy

- Logaritmická funkce se základem e, tj. Eulerovo číslo, tzv. **přirozený logaritmus** y = x zapisujeme zkráceným zápisem $ln\ ln\ x$

2.1.2 Základní úpravy logaritmů

Pro základní úpravy využíváme definici logaritmu. Tyto vztahy se dále opakují i při složitějších úpravách.

1. První vzorec umožňuje převod logaritmu na exponenciální rovnici a naopak.

$$x\ = y => a^{y} = y$$

2. Pokud bude základ mocniny a stejný se základem logaritmu, pak celý příklad se bude rovnat argumentu logaritmu, tedy x.

$$a^{x}\ = x$$

3. Pokud bude základ logaritmu a argument stejný, pak výsledkem logaritmu bude exponent argumentu.

$$a^{r}\ = r$$

4. Exponent argumentu logaritmu lze přesunout před logaritmus, kde bude mezi číslem a logaritmem operace násobení.[34]

$$r^{s} = s \cdot r$$

2.1.3 Věty o logaritmech

Pro počítání s logaritmy používáme několik základních vzorců.

1. *Logaritmus součinu je součet logaritmů*

   Pro každé $a \in R+ - \{1\}$a libovolná kladná reálná čísla r, s platí:

$$(r\ \cdot\ s) = r + s$$

2. *Logaritmus podílu je rozdíl logaritmů*

   Pro každé $a \in R+ - \{1\}$a libovolná kladná reálná čísla r, s platí:

$$\frac{r}{s} = r - s$$

[34] Logaritmy. *Našprtej.cz* [online]. c2010–2013. [cit. 2021-5-20]. Dostupné z: http://www.nasprtej.cz/sites/default/files/user_files/user18/Materialy/Logaritmy/Logaritmy.pdf

3. *Logaritmus mocniny je násobek logaritmu*

   Pro každé $a \in R+ - \{1\}$a libovolná kladná reálná čísla r, s platí:

$$r^s = r$$

4. *Podíl dvou logaritmů*

   Pro každé $a \in R+ - \{1\}$a libovolná kladná reálná čísla r, s platí:

$$r = \frac{r}{s}$$

3 Analýza úloh na logaritmy v didaktických testech

V následující kapitole uvádím ukázku příkladů z testů od roku 2011 do 2020 z jarních řádných termínů maturitní zkoušky včetně jejich řešení. Doufám, že ukázka příkladů pomůže budoucím maturantům lépe pochopit logaritmy a zároveň prolomit smůlu v jejich úspěšnosti. Postup řešení je vysvětlován jejich jazykem a neměl by být problém pochopit problematiku daných příkladů. Veškeré didaktické testy nalezneme na adrese www.statnimaturita-matika.cz. Příklady jsou bodovány jedním, dvěma či maximálně třemi body. Nejčastěji se studenti potýkají s úlohami řešitelnými pomocí výpočtů, v některých ročnících se setkáváme s úlohami na zakreslení grafu logaritmické funkce.

Z deseti ročníků jarního termínu státní maturitní zkoušky z matematiky se v devíti ročnících objevil příklad zabývající se logaritmy. Pouze v jarním termínu roku 2013 byl příklad na logaritmy nahrazen exponenciální rovnicí, i když tato témata spolu velmi úzce souvisí.

Ilustrační didaktický test 2010

Úloha 6 – max. 4 body

Řešte rovnici s neznámou $x \in \boldsymbol{R}$:

$$log\ log\ 1000 + log\ log\ x = 4$$

Řešení:

podmínka: x> 0

$$log\ log\ 1000 + log\ log\ x = 4$$

$$log\ log\ 1000\ x = log\ log\ 10^4$$

$$1000\ x = 10000$$

$$x = 10$$

Zk: L: $log\ log\ 1000 + log\ log\ 10 = 3 + 1 = 4$; P = 4

L = P

Jestliže sečteme log 1000 z log x, který je roven 4, dostaneme log 1000 x, který je roven log 104 z toho dostaneme řešení, kde 1000x je rovno 10000, z čehož plyne, že x je rovno 10. Provedeme zkoušku, u které si spočítáme levou stranu, kde sčítáme log 1000 s log 10, což se rovná 3 + 1 = 4 pravá strana je rovná 4. Tím se rovná levá strana pravé a z toho nám plyne, že jsme počítali správně.

Didaktický test 2011

Úloha č. 11 – max. 2 body

*V oboru **R** řešte:*

$$log\, log\, 0{,}1 + log\, log\, (2x) = 1$$

Řešení:

$$log\, log\, 0{,}1 - log\, log\, 2x \ = 1$$

$$log\, log\, \frac{0{,}1}{2x} = \ 10^1$$

$$\frac{0{,}1}{2x} = 10$$

$$0{,}1 = 10 \cdot 2x$$

$$\frac{0{,}1}{20} = x$$

$$0{,}05 = x$$

Podmínka:

2x > 0

x > 0

x ∈ $(0,\ \infty)$

K výpočtu této logaritmické rovnice využijeme větu o podílu dvou logaritmů, kterou aplikujeme na levé straně rovnice. V dalším kroku uplatníme definici, že logaritmus je exponent, kterým umocníme základ, abychom získali číslo dané, a převedeme 1 na pravé straně rovnice do logaritmu o základu čísla 10. Provádíme tzv. odlogaritmování. Jakmile provedeme odlogaritmování, můžeme odstranit logaritmy o stejném základu 10 a pokračovat ve výpočtu klasické rovnice o jedné neznámé. Celou rovnici vynásobíme jmenovatelem 2x k odstranění jmenovatele. Na pravou stranu rovnice převedeme čísla a na levou stranu rovnice neznámou x. Poté nám stačí vypočítat podíl dvou čísel $\frac{0,1}{20}$ a dostaneme výsledek neznámé x. Abychom zjistili, zda hledané x má řešení na nějakém intervalu, musíme si určit podmínky. Logaritmus je vždy kladný, proto nám vyšel interval x ∈ $(0, \infty)$.

Didaktický test 2012

Úloha č. 23–2 body

Je dána rovnice s neznámou x ∈ R:

$$log\ log\ x^2\ - 2\ log\ log\ x = 0$$

Řešením rovnice je:

A) ∅

B) {0}

C) {0,1;10}

D) (0; +∞)

E) R \ {0}

Řešení:

Podmínka: x> 0, x = R ∩ x> 0

$$log\ log\ x^2\ - 2\ \ log\ log\ x = 0$$

$$log\ log\ x^2\ = 2\ log\ log\ x$$

$$log\ log\ x^2\ = log\ log\ x^2$$

$$x^2 = x^2$$

$$x = R$$

x ∈ (0, ∞)

Exponent argumentu logaritmu lze přesunout před logaritmus, kde bude mezi číslem a logaritmem operace násobení. Tento postup uplatníme v následujícím řešení příkladu ve třetím řádku. Protože dostáváme na obou stranách rovnice logaritmy o stejném základu, můžeme je odstranit a počítat s argumenty x^2. Výsledkem našeho příkladu je množina všech reálných čísel.

Didaktický test 2014

Příklad č. 24–2 body

Graf reálné funkce s předpisem $y = x$ *prochází bodem P [2;*$\frac{1}{2}$*].*

Ve kterém z uvedených intervalů naleznete hodnotu základu a?

A) $(5; \infty)$

B) (3; 5⟩

C) (1; 3⟩

D) ⟨$\frac{1}{2}$; 1)

E) ⟨$\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$)

Řešení:

$$y = x$$

$$\frac{1}{2} = 2$$

$$a^{\frac{1}{2}} = 2$$

$$a = 4$$

Interval (3; 5 ⟩

Abychom zjistili hodnotu základu logaritmu, dosadíme souřadnice bodu P do předpisu logaritmické funkce a vypočítáme základ logaritmu a. Za y dosadíme ypsilonovou souřadnici bodu P $\frac{1}{2}$ a za argument x dosadíme 2 x souřadnici bodu P. Po dosazení vidíme, že musíme spočítat základ a příslušného logaritmu. K vypočítání využijeme definici, že logaritmická funkce je inverzní funkcí exponenciální funkce a platí: $x \Leftrightarrow a^{y} = x$. Proto náš hledaný společný základ a je číslo 4 a hledaný interval, do kterého základ patří je (3;5 ⟩.

Didaktický test 2015

Příklad č. 6 – max. 2 body

Určete definiční obor a řešení rovnice s neznámou x ∈ ***R.***

$$log\,log\,(\,2 - x) = \,-1$$

Řešení:

$$log\,log\,(\,2 - x\,) = \,-1$$

$$log\,log\,(\,2 - x) = 10^{-1}$$

$$log\,log\,(2 - x) = log\,log\,\frac{1}{10}$$

$$2 - x = 0{,}1$$

$$-\,x = \,-1{,}9$$

$$x = 1{,}9$$

Definiční obor:

$2 - x\ > 0$

$-x > -2$

$x < 2$

K výpočtu rovnice využijeme: logaritmus je argument, kterým umocníme základ, abychom dostali číslo dané, a převedeme -1 do logaritmu o základu 10. Po úpravách dostaneme na obou stranách rovnice logaritmus o stejném základu čísla 10 a můžeme ho odstranit pro další výpočet. Na levé straně rovnice dostáváme 2–x a na pravé straně 0,1, které jsme získali umocněním 10^{-1}. V následujícím kroku převedeme neznámou x na levou stranu rovnice a na pravou stranu rovnice převádíme čísla. Výsledek rovnice nám vychází v záporných číslech, a proto vynásobíme poslední řádek rovnice (- 1), abychom dostali kladný výsledek. Pro určení definičního oboru musíme určit podmínku, která je: logaritmus je vždycky kladný. Definiční obor logaritmů je vždy kladný, ale interval může zasahovat do záporných hodnot jako v našem případě. Definiční obor tedy je x ∈ (-∞, 2).

Didaktický test 2016

Úloha č. 15 – max. 3 body

Pro x ∈ R určete definiční obor rovnice (podmínky) a rovnici vyřešte.

$$log\ log\ 8 - log\ log\ 2 = \frac{log\ log\ (2x-2)}{2}$$

Řešení:

$$log\ log\ 8 - 2 \ = \frac{log\ log\ (\ 2x-2)}{2}$$

$$8 - \ 2 \ = log\ log\ \ (2x-2)$$

$$log\ log\ 8^2 \ \ - log\ log\ 2^2$$

$$log\ log\ 64 - log\ log\ 4 = log\ log\ \ (\ 2x-2)$$

$$log\ log\ \frac{64}{4} = log\ log\ (2x-2)$$

$$log\ log\ 16 = log\ log\ \ (2x-2)$$

$$16 = 2x - 218 = 2x$$

$$x = 9$$

Podmínky:

$$2x - 2 > 0$$

$$2x > 2$$

$$x > 1$$

$x \in (1, \infty)$

Řešení tohoto příkladu spočívá v úpravě logaritmické rovnice, kdy máme vyřešit hodnotu neznámého x. Příklad řešíme postupně a využíváme při něm několik kroků. V první řadě využijeme věty o podílu a levou stranu rovnice převedeme na podíl, protože oba logaritmy mají stejný základ. Poté celou rovnici vynásobíme číslem 2, abychom odstranili jmenovatele. Po roznásobení můžeme upravit výraz $2\ log\,log\,8 - 2\ log\,log\,2$ umocněním na $log\,log\,64 - log\,log\,4$. Protože levá strana rovnice je zapsaná pomocí rozdílu dvou logaritmů o stejném základu, opět využijeme větu o podílu a logaritmy mezi sebou vydělíme. Po této úpravě dostáváme na obou stranách rovnice logaritmy o stejném základu, a proto jej můžeme odstranit. Poté provádíme standardní postupy pro řešení rovnic a dostaneme se k hledané neznámé x.

Didaktický test 2017

Příklad č. 12–1 bod

V oboru R řešte:

$$log\,log\,3x = 6$$

Postup:

$$3x = 6$$

$$3x = 3^6$$

$$3x = 3^6$$

$$3x = 729$$

$$x = 243$$

Podmínky:

x > 0

Při řešení tohoto příkladu opět uplatňujeme základní pravidlo, které se v učivu logaritmů využívá. Musíme převést číslo 6 na pravé straně rovnice do logaritmu o základu 3. Jakmile tento krok uděláme, odstraníme logaritmy na obou stranách rovnice o stejném základu. Po odstranění logaritmů pokračujeme ve výpočtu rovnice. Pravou stranu vypočítáme umocněním $3^6 = 729$, abychom získali číslo x musíme pravou stranu rovnice vydělit levou stranou rovnice neboli číslem 3. Naše hledaná neznámá x = 243 a musí splňovat podmínku, že x> 0. Což v našem případě splňujeme a máme příklad hotov.

Didaktický test 2018

Příklady č. 25.3 a 25.4 – max. 2 body

Ke každé rovnici (25.1–25.4) řešené v oboru **R** *přiřaďte interval (A–E), v němž se nachází řešení dané rovnice, nebo prázdnou množinu (F), nemá-li rovnice řešení.*

25.3 $$log\, log\, (x-2) = log\, log\, (1-x)$$

25.4 $$2\ log\, log\, x = 1$$

Řešení:

$$log\, log\, (\, x-2\,) = log\, log\, (\, 1-x\,)$$

$$x-2 = 1-x$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Zadaná rovnice je snadná pro výpočet, protože není třeba převádět číslo do logaritmu o stejném základu. Proto nám stačí, když odstraníme logaritmy o stejném základu, které máme v zadání příkladu, hned v prvním kroku našeho výpočtu. Dále postupujeme s úpravou rovnic, abychom vypočítali x. Na jednu stranu rovnice převedeme neznámá x a na druhou stranu rovnice čísla, sečteme a odečteme, co se dá upravit. Dostáváme na jedné straně rovnice 2x = 3, tento výraz upravíme tak, že vydělíme číslo tři dvěma, abychom dostali výsledek neznámé x, který se rovná $\frac{3}{2}$. Naším úkolem bylo hlavně zjistit, do kterého intervalu patří tento výsledek. Víme, že logaritmy jsou vždy kladné. Pomocí podmínek, nerovnic, které jsme si určili, zjistíme hledaný interval. V tomto případě nám vychází odpověď za F – ∅ prázdná množina.

$$2\, log\, log\, x = 1$$

$$log\, log\, x = \frac{1}{2}$$

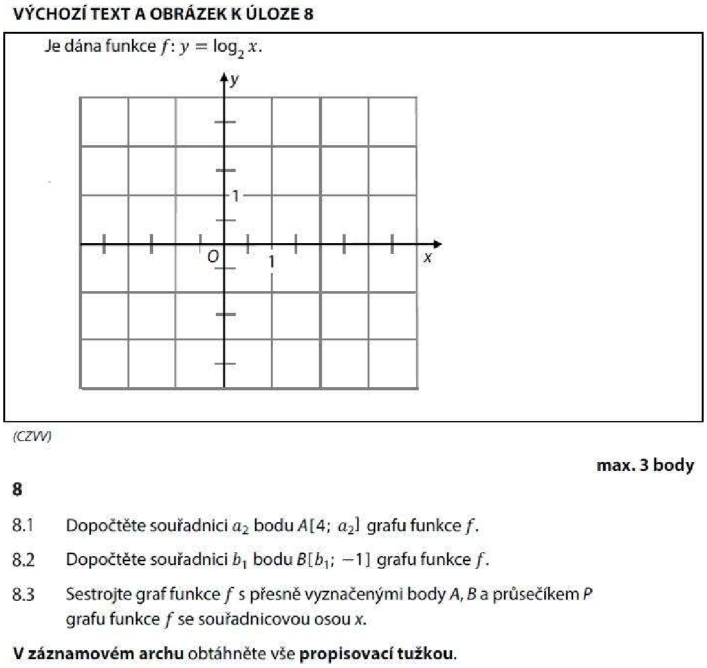
$$log\, log\, x = 10^{\frac{1}{2}}$$

$$x = 10^{\frac{1}{2}}$$

$$x = \sqrt{10}$$

Celou rovnici vynásobíme dvěma. Dostáváme výraz $log\, log\, x = \frac{1}{2}$, musíme ho upravit tak, že levou rovnici zlogaritmujeme na logaritmus o základu 10. Po této úpravě dostáváme výraz $log\, log\, x = 10^{\frac{1}{2}}$. Logaritmy o stejném základu, provedeme odlogaritmování a počítáme s výrazy tak, jak jsme již zvyklí.

Didaktický test 2019



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Je dána funkce f: $y = \log_2 x$.

(CZVV)

max. 3 body

8

8.1 Dopočtěte souřadnici a_2 bodu $A[4;\ a_2]$ grafu funkce f.

8.2 Dopočtěte souřadnici b_1 bodu $B[b_1;\ -1]$ grafu funkce f.

8.3 Sestrojte graf funkce f s přesně vyznačenými body A, B a průsečíkem P grafu funkce f se souřadnicovou osou x.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou.**

Obrázek 3 – Zadání příkladu z didaktického testu 2019

Postup:

b) $y = 4$

$y = 2^2$

$y = 2 \quad => a_2 = 2$

A [4;2]

c) $-1 = x$

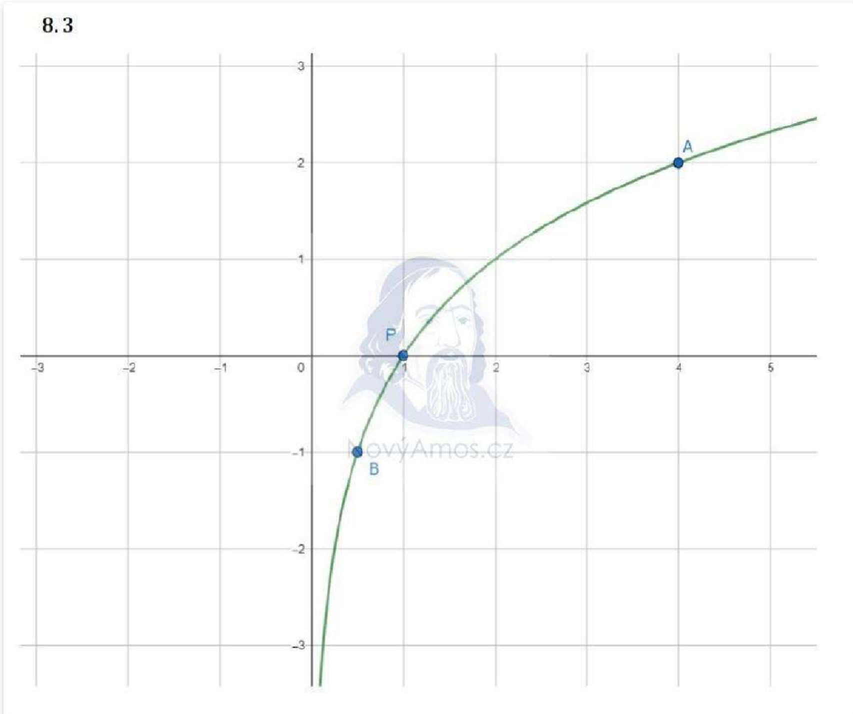
$2^{-1} = x$

$2^{-1} = x$

$b_1 = x = \frac{1}{2}$

B [$\frac{1}{2}$; - 1]

d) Zakreslení grafu



Obrázek 4 – Grafické zakreslení funkce

K vyřešení těchto příkladů a), b) si musí studenti uvědomit, že hledají souřadnice bodů, které často známe jako souřadnice x, y. Myslím si, že během psaní didaktického testu a stresu, který studenti pociťují, mají problém si uvědomit tuto spojitost mezi souřadnicemi označenými v našem zadání jako b_1, b_2. Do logaritmické rovnice dosadíme za y hodnotu souřadnice vektoru označeného jako $a_1 = 4$. K výpočtu souřadnice použijeme základní vzorec pro výpočet logaritmů a s nimi související exponenciální rovnice $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$. Po dosazení hodnot do tohoto vzorce a odmocnění získáváme hodnotu y neboli souřadnici bodu A.

Příklad b) je řešen obdobným způsobem, jaký jsme si již v předchozích postupech ukazovali. Musíme převést -1 na levé straně rovnice na logaritmus o společném základu, jako je to na pravé straně rovnice. Po vytvoření logaritmů se společným základem na obou stranách rovnice odstraníme logaritmy a dále počítáme jako při výpočtu běžné lineární rovnice. Dostáváme výsledek souřadnice bodu B, kdy $b_1 = \frac{1}{2}$.

Didaktický test 2020

Příklady č. 9.1 a 9.2 – max 2 body

Pro všechny přípustné hodnoty x ∈ ***R*** *je dána funkce:*

f: $y = (1 - x)$

9.1 Určete definiční obor funkce f.

9.2 Určete, pro které hodnoty proměnné c platí y = 0,5

Postup:

9.1 Definiční obor logaritmické funkce je kladný, proto jsme použili následující postup.

$$1 - x > 0$$

$$x < 1$$

$$x \in (-\infty; 1)$$

9.2 $$0{,}5 = (1 - x)$$

$$9^{\frac{1}{2}} = (1 - x)$$

$$9^{\frac{1}{2}} = 1 - x$$

$$\sqrt{9} = 1 - x$$

$$3 = 1 - x$$

$$x = -2$$

Posledním příkladem je příklad z didaktického testu z roku 2020. Tento rok byl celkově pro studenty, žáka a učitele velmi náročný. Nikdo dlouho nevěděl, zda se maturitní zkouška bude psát, nebo pro tento rok bude studentům odpuštěna. Nakonec se Ministerstvo školství rozhodlo o konání maturitních zkoušek v pozdějším termínu, a to v červnu roku 2020 s přidáním 15 minut pro práci na didaktickém testu.

V příkladu 9.2 použijeme opět náš známý postup, převedeme 0,5 na zlomek a poté na logaritmus o společném základu jako na pravé straně rovnice. Umocníme $9^{\frac{1}{2}}$, to víme, že je druhá odmocnina z 9 a tu umíme vypočítat již z 8. třídy, kde se mocniny žáci učí.

3.1 Shrnutí

Z ukázky příkladů vyplývá, že několik z nich je na základní úrovni obtížnosti, nicméně se může zdát dle zadání, že jsou některé obtížnější. Prostřednictvím analýzy jsme si dokázali, že jsou téměř všechny úlohy postaveny na stejném postupu řešení. Nejdůležitější je si uvědomit, že musíme číslo převést na logaritmus o stejném základu, abychom pokračovali v řešení a získali tak číslo dané. Žákům tedy stačí znalosti základních vzorců a propočítání tradičních úloh učiva. Doporučuji všem dostatečné propočítání všech typů úloh na logaritmy, aby nebyly při didaktickém testu překvapení. Nejvhodnější sbírka příkladů je kniha, kterou jsem již zmiňovala a na kterou nedají středoškolští učitelé dopustit. Jde o sbírku úloh: *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy* od Jindry Petákové. Jestliže si studenti propočítají každý typ úloh, který je ve sbírce obsažen, nemusí se strachovat neúspěchu.

3.2 Zhodnocení úspěšnosti příkladů na logaritmy

Během zpracovávání potřebných údajů k mojí analýze jsem si často kladla otázku, na kolik procent studenti úspěšně vyřešili tyto příklady. Proto jsem požádala CERMAT o poskytnutí veškerých analytických podkladů.

Středisko CERMAT zpracovává výsledky za posledních několik let v excelovských tabulkách. Pomocí zveřejněných tabulek za posledních 5 let jsem vypočítala procentuální úspěšnost při výpočtu příkladů na logaritmy, které se vyskytovaly v testech na území celé republiky. Během výpočtů jsem zjistila, že studenti měli nejnižší úspěšnost v řešení příkladu z roku 2016, bylo to jen 19,40 %.[35] Můžeme se domnívat, že tento výsledek byl způsoben změnou v katalogovém listu pro maturity pro školní rok 2015/2016, nedostatečnou přípravou studentů, nepochopením zadání či velkým množstvím stresu, který studenti při psaní těchto

[35] Statistické údaje o úspěšnosti maturitních zkoušek. *CERMAT*. [online]. [cit. 2021-5-25]. Dostupné z: https://vysledky.cermat.cz/data/Default.aspx

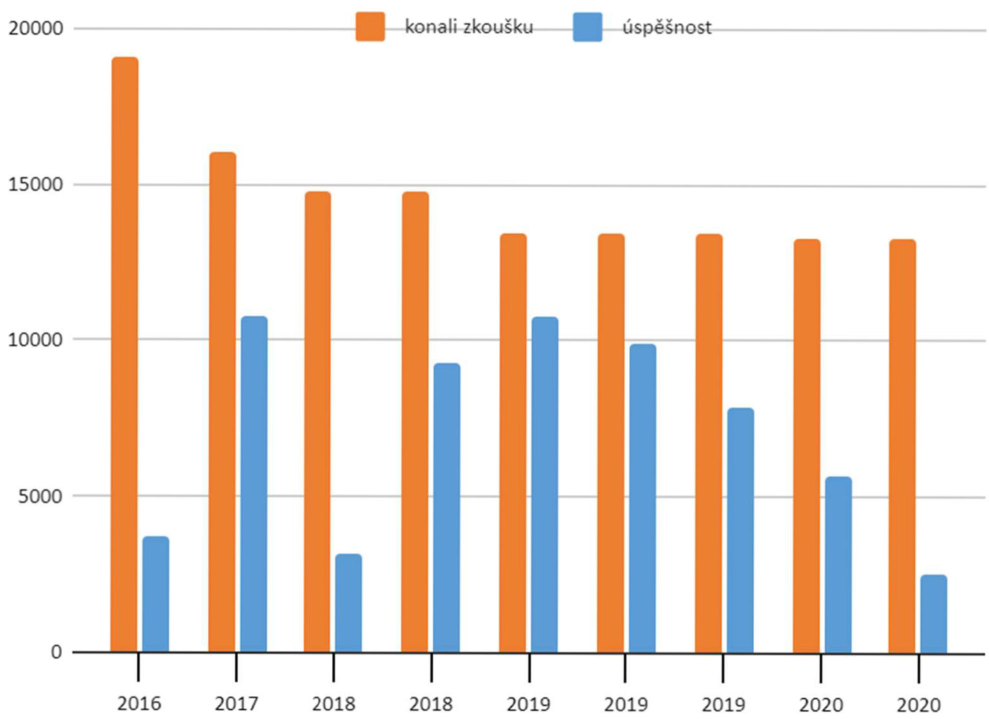
testů často mají. Následující roky si studenti vedli v počítání logaritmů mnohem lépe. Nejvyšší procentuální zastoupení úspěšnosti bylo v roce 2019.

V následujícím grafu můžeme vidět úspěšnost jednotlivých příkladů za období 2016 až 2020. Předcházející ročníky nemá CERMAT zveřejněné na internetu pro veřejnost. Graf je doplněn také o jednoduchou tabulku se získanými daty během analýzy.

Rok	číslo příkladu	konali zk	úspěšnost	úspěšnost v %
2016	15	19109	3706	19,40 %
2017	12	16014	10764	67,22 %
2018	25.III	14763	3190	21,60 %
2018	25.IV	14763	9318	63,10 %
2019	08.I	13410	10771	80,32 %
2019	08.II	13410	9900	73,82 %
2019	08.III	13410	7907	58,96 %
2020	09.I	13261	5698	42,96 %
2020	09.II	13261	8315	62,70 %

Tabulka 3 – Úspěšnost logaritmických úloh[36]

[36] Agregovaná data. *CERMAT*. [online]. Praha: CERMAT, 2019. Dostupné z: https://data.cermat.cz/menu/maturitni-zkouska/agregovana-data



Graf 1 – Grafické znázornění úspěšnosti v letech 2010–2020

4 Diskuze

Při vypracování předchozích kapitol jsem dospěla k názoru, že úlohy, které se objevují v didaktickém testu ze státní maturitní zkoušky z matematiky, odpovídají výstupům RVP středního odborného vzdělávání. I přesto se středoškoláci maturitní zkoušky obávají a učivo jim dělá problémy. Toto tvrzení se netýká pouze logaritmů, na které jsem se v této práci soustředila. Během vyhledávání příkladů jsem prošla všechny didaktické testy a příklady i z jiných okruhů.

Diskuze o příčinách neúspěchu maturantů by v tuto chvíli byla pouze spekulativní povahy, popřípadě by bylo nutné provést další výzkum v praxi. Jediné, čím mohu přispět, je tedy můj vlastní názor. Podle mne se může stát, že je dané téma zařazeno do výuky pouze okrajově a nebylo dostatečně procvičeno, jak by žáci potřebovali. Některé početní operace a pojmy může učitel pouze zmínit, aby vše stihl dle ŠVP, a dostatečně je se žáky neprocvičí.

Další faktor, se kterým se u středoškoláků při maturitní zkoušce setkáváme, je stres. Během psaní didaktického testu se může stát, že vědomosti, které žáci běžně ve výuce aplikovali, zapomenou nebo udělají početní chybu. V tomto případě se nemá maturant o co opřít, je ještě více ve stresu a snadno něco během testu pokazí.

Další příčinou, se kterou se setkáváme, je špatné rozvržení času. Nebo se stává, že si maturanti nečtou až do konce zadání a přijdou tak o zisk potřebných bodů, protože špatně odpoví. S touto skutečností se setkávám i ve své vlastní praxi. Žáci jsou nepozorní, nedostatečně čtou a mají problémy s pochopením zadání. Je to pouze můj osobní názor, ale na větší rozbor těchto důvodů není prostor, jelikož by jejich ověření vystačilo na samostatnou práci.

Důležité je, že pokud středoškolák zvládne všechny výstupy, které jsou obsaženy v RVP středního odborného vzdělávání, neměl by mít problém s úspěšným absolvováním státní maturitní zkoušky z matematiky.

Zjistila jsem tedy, že MŠMT má sjednocený RVP pro středoškolské vzdělávání a obsah logaritmických úloh celostátní maturitní zkoušky z matematiky koresponduje s příslušným RVP.

5 Závěr

Hlavním cílem této bakalářské práce bylo provést analýzu logaritmických úloh vyskytujících se v didaktickém testu státní maturitní zkoušky z matematiky. Dalším cílem bylo vytvořit oporu pro přípravu žáků k závěrečné zkoušce a současně zjistit, zda úlohy obsažené v testu korespondují s RVP i po celkové analýze všech úloh vyskytujících se v zadání státní maturitní zkoušky.

Nejprve jsem se v první kapitole zabývala výstupy z Rámcového vzdělávacího programu pro středoškolské vzdělávání, které je rozděleno na RVP pro odborné středoškolské vzdělání a gymnázia.

Následně jsem se zabývala konkrétním typem úloh na logaritmy. Jednotlivé úlohy ze všech jarních termínů maturit jsem vyřešila i slovně okomentovala, aby byl postup budoucím maturantům srozumitelný a ulehčil jim tak přípravu. Při analýze jsem používala testy státní maturity z jarních termínů od roku 2010 do roku 2020. Během vypracování postupů řešení úloh jsem dospěla k závěru, že se v zadání testů neobjevovaly složité úlohy, které by měly maturantům dělat problémy.

Seznam zkratek

MŠMT	Ministerstvo školství mládeže a tělovýchovy
apod.	a podobně
např.	například
RVP	Rámcový vzdělávací program
Aj.	a jiné
Tzv.	takzvaně
ČSSD	Česká strana sociálně demokratická
tj.	to je / to jsou
RVP G	Rámcový vzdělávací plán pro gymnázia

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam grafů

Anotace

Jméno a příjmení:	Lucie Bindzarová
Katedra nebo ústav:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. David Nocar, Ph.D.
Rok obhajoby:	2021

Název závěrečné práce:	Analýza úloh státní maturitní zkoušky z matematiky 2010-2020
Název práce v angličtině:	Analysis of problems from state leaving examinations 2010-2020
Anotace práce:	Hlavním cílem této bakalářské práce je provést analýzu příkladů na logaritmy v uplynulých deseti letech. Vytvořit studijní materiál, který by mohl budoucím maturantům v přípravě na maturitu pomoct a uspět u závěrečné zkoušky.
Klíčová slova:	Státní maturitní zkouška, RVP G, střední škola, analýza úloh, test z matematiky, CERMAT
Anotace práce v angličtině:	The main objective of this bachelor thesis is to analyse the examples of logarithms of past ten years. Create study material that could help future graduates prepare for graduation and pass the matura exam.
Klíčová slova v angličtině:	state matura exam, RVP G, secondary school, task analysis, math test, CERMAT
Přílohy vázané v práci:	Anotace
Rozsah práce:	57
Jazyk práce:	Čeština

Seznam zdrojů

Agregovaná data. *CERMAT.* [online]. Praha: CERMAT, 2019. Dostupné z: https://data.cermat.cz/menu/maturitni-zkouska/agregovana-data

Generální maturitní zkouška 2011. *MŠMT.* [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/ministerstvo/novinar/maturitni-generalka-zacina-11-rijna

CHLUP, Otokar. *Středoškolská didaktika*. Brno: Knihtiskárna Typia, 1935. s. 13–15.

CHLUP, Otokar. *Středoškolská didaktika*. Brno: Knihtiskárna Typia, 1935. s. 33.

CHLUP, Otokar. *Středoškolská didaktika*. Brno: Knihtiskárna Typia, 1935. s. 33–35.

KASPER, Tomáš a Dana KASPEROVÁ. *Dějiny pedagogiky*. Praha: Grada, 2008. s. 96–98. ISBN 978-80-247-2429-4

Katalogy požadavků. *CERMAT.* [online]. Praha: CERMAT, 2019. [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://maturita.cermat.cz/menu/katalogy-pozadavku

KUZ'MIN, Michail Nikolajevič. *Vývoj školství a vzdělání v Československu*. Praha: Academia, 1981.

Logaritmy. *Matematika.cz* [online]. Praha: Nová média, c2006–2021. [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://matematika.cz/logaritmy

Logaritmy. *Našprtej.cz* [online]. c2010–2013. [cit. 2021-5-20]. Dostupné z: http://www.nasprtej.cz/sites/default/files/user_files/user18/Materialy/Logaritmy/Logaritmy.pdf

Maturita. Cs.*wikipedia.org* [online]. Poslední aktualizace 24. 11. 2020. [cit. 2021-4-12]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Maturita

Míra neúspěšnosti studentů při státní maturitě. *MŠMT.* [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-22]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/file/16208

MORKES, František. *Historický přehled postavení maturitní zkoušky a analýza jejích funkcí*. Praha: Centrum pro reformu maturitní zkoušky, 2003. s. 9–10. ISBN 80-211-0438-4.

MORKES, František. *Historický přehled postavení maturitní zkoušky a analýza jejích funkcí*. Praha: Centrum pro reformu maturitní zkoušky, 2003. s. 14–15. ISBN 80-211-0438-4.

MR-katalog. *CERMAT*. [online]. Praha: CERMAT, 2020. [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://maturita.cermat.cz/files/files/MR/MR-katalog.pdf

Novinky ve školním roce 2020/2021. *MŠMT*. [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-22]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/novinky-ve-skolni-roce-2020-2021

Odmítnutí státní maturity. *Deník referendum*. [online]. ©Vydavatelství Referendum, 2020. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: https://denikreferendum.cz/clanek/7804-senat-odmitl-statni-maturity

OTTOVÁ, Lenka. *Historie maturit: Maturita z matematiky do poloviny 20. století*. [online]. Brno, 2011. Diplomová práce. Masarykova univerzita. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/btftz/Diplomova_prace_Lenka_Ottova.pdf

Prečo sa maturuje. *Edupage.org* [online]. [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://cloud2k.edupage.org/cloud/MVV__Preco_sa_maturuje.pdf?z%3ATA2Ho5XYwL41w8eK88IRgDTEbWf0jPuMNhQN103MLNI%2B9IuBC8gm082lIsZPIXLC

PRŮCHA, Jan (ed.). *Pedagogická encyklopedie*. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-546-2

Rámcový vzdělávací program. *NUV*. [online]. Praha: NUV, c2011–2021. [cit. 2021-4-12]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/rvp

Rámcový vzdělávací program. *NUV*. [online]. Praha: NUV, c2011–2021. [cit. 2021-4-12]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/t/stredni-vzdelavani

Rámcový vzdělávací program středního odborného vzdělání. *Edu.cz* [online]. Praha: MŠMT, c2020. [cit. 2021-4-12]. Dostupné z: https://www.edu.cz/rvp/ramcove-vzdelavaci-programy-stredniho-odborneho-vzdelavani-rvp-sov/

Statistické údaje o úspěšnosti maturitních zkoušek. *CERMAT*. [online]. [cit. 2021-5-25]. Dostupné z: https://vysledky.cermat.cz/data/Default.aspx

Státní maturitní zkouška. W*ikipedia.org* [online]. Poslední aktualizace 24. 11. 2020. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Maturita

Státní maturitní zkouška společná část – matematika. *CERMAT*. [online]. Praha: CERMAT, c2019. [cit. 2021-5-23]. Dostupné z: https://maturita.cermat.cz/menu/maturitni-zkouska/zkousky-spolecne-casti/matematika

ŘEZNÍČKOVÁ, Kateřina. *Študáci a kantoři za starého Rakouska: české střední školy v letech 1867–1918*. Praha: Libri, 2007. s. 22–23. ISBN 978-80-7277-163-9.

Strategie vzdělávání 2030+. *MŠMT.* [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-4]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/strategie-2030

Školní vzdělávací systém. *MŠMT.* [online]. Praha: MŠMT, c2013–2021. [cit. 2021-4-4]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/vzdelavani/predskolni-vzdelavani/nejcastejsi-dotazy-k-predskolnimu-vzdelavani-aktualizace-k

VRTÍLKOVÁ, Jana. *Maturity z matematiky*. [online]. Brno, 2014. Bakalářská práce. Masarykova univerzita. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/v98hz/prace.pdf

Základní informace. *MŠMT.* [online]. PDF. [cit. 2021-4-19]. Dostupné z: Statni_maturita_Informacni_balicek.pdf

Zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon). [online]. [cit. 2021-4-4]. Dostupné z: http://zakony.centrum.cz/skolsky-zakon/cast-3-hlava-1

Zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon). [online]. [cit. 2021-4-4]. Dostupné z: http://zakony.centrum.cz/skolsky-zakon/cast-4

Změny v podmínkách konání maturitní zkoušky. *MŠMT.* [online]. Praha: MŠMT, c2013 až 2021. [cit. 2021-4-22]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/zmena-nekterych-podminek-koniani-maturitni-zkousky-v-roce