FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

Diplomová práce

Rozvoj matematické gramotnosti žáků pomocí netradičních úloh napříč vzdělávacími oblastmi

Studijní program:	N0114A300106 Učitelství pro střední školy a 2. stupeň základních škol
Studijní obory:	Matematika Tělesná výchova
Autor práce:	**MgA. Tereza Francová**
Vedoucí práce:	Mgr. Petra Pirklová, Ph.D. Katedra matematiky

Liberec 2023

FAKULTA
PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ
A PEDAGOGICKÁ TUL

Zadání diplomové práce

Rozvoj matematické gramotnosti žáků pomocí netradičních úloh napříč vzdělávacími oblastmi

Jméno a příjmení:	**MgA. Tereza Francová**
Osobní číslo:	P21000824
Studijní program:	N0114A300106 Učitelství pro střední školy a 2. stupeň základních škol
Specializace:	Matematika Tělesná výchova
Zadávající katedra:	Katedra matematiky a didaktiky matematiky
Akademický rok:	2021/2022

Zásady pro vypracování:

Diplomová práce si klade za cíl určit nejčastější chyby a problémy žáků v dané oblasti matematiky dle úvodní netradiční úlohy. Následně proběhne ověření těchto problémů ve vhodném vstupním testu. Navazovat bude tvorba několika modelových situací s gradací a dostatkem netradičních úloh, pomocí kterých bude snaha o nápravu objevených problémů žáků. V závěru budou žáci podrobeni výstupnímu testu, kde se potvrdí či vyvrátí zlepšení. Na žácích ve třídě bude tedy sledován jejich posun v konkrétní oblasti.
Cílem diplomové práce je zpracovat problematiku nejčastějších chyb a problémů v dané oblasti matematiky. Připravit a analyzovat test, kde se výskyt těchto chyb potvrdí. Následně vytvořit netradiční modelové situace s gradací, ve kterých bude problémové učivo procvičováno. Na závěr sestavit test, ve kterém bude ověřen posun ve znalostech a schopnostech žáků ve zkoumané konkrétní oblasti.
V teoretické části bude pojednáno o kritických místech ve výuce matematiky, motivaci, motivačním prostředí, metodách výuky, atp.

Rozsah grafických prací:
Rozsah pracovní zprávy:
Forma zpracování práce: tištěná/elektronická
Jazyk práce: čeština

Seznam odborné literatury:

- VALIŠOVÁ, A., KASÍKOVÁ, H. Pedagogika pro učitele. Praha: Grada, 2007. ISBN 978-80-247-1734-0.
- Netradiční úlohy. Matematická gramotnost v mezinárodním výzkumu PISA. Praha: ÚIV, 2006. ISBN 80-211-0522-4.
- KALOUS, Z., OBST, O. Školní didaktika. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-253-X.
- HOUSKA, J. Netradiční úlohy ve výuce matematiky. Metodický portál: Články [online]. 18. 02. 2009, [cit. 2011-06-08]. Dostupné z WWW: Odborný článek: Netradiční úlohy ve výuce matematiky (rvp.cz) . ISSN 1802-4785.
- GALLOVÁ, M., GUNČAGA, J., CHANASOVÁ, Z., MOLDOVÁ CHOVANCOVÁ, M., New challenges in education. Ružomberok: Verbum, 2012. ISBN 978-80-561-0065-3.
- ŽILKOVÁ, K., Teória a prax geometrických manipulácií v primárnom vzdělávaní. Praha: Poweprint 2013. ISBN 978-80-87415-84-9

Vedoucí práce: Mgr. Petra Pirklová, Ph.D.
Katedra matematiky

Datum zadání práce: 1. září 2022
Předpokládaný termín odevzdání: 26. dubna 2023

L.S.

prof. RNDr. Jan Picek, CSc.
děkan

doc. RNDr. Jana Příhonská, Ph.D.
vedoucí katedry

V Liberci dne 9. září 2022

Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracovala samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědoma toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědoma následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

27. listopadu 2023 MgA. Tereza Francová

Poděkování:

S velkým uznáním děkuji Mgr. Petře Pirklové, Ph.D., za její vedení a cenné připomínky v průběhu mé diplomové práce. Rovněž mé upřímné poděkování patří dětem osmých tříd za jejich vstřícnou spolupráci v rámci provedeného výzkumu.

Anotace v ČJ a AJ

Anotace:

Tato diplomová práce se zabývá zkoumáním rozvoje matematické gramotnosti studentů prostřednictvím netradičních úloh, které pokrývají různé vzdělávací oblasti. Teoretická část analyzuje matematickou gramotnost, výukové metody, jejich vztah k Rámcovému vzdělávacímu programu a identifikuje kritická místa ve výuce. Praktická část se soustředí na experimentální výzkum, kde jsou využívány netradiční matematické úlohy. Výsledky poskytují učitelům a výzkumníkům cenné poznatky pro úspěšnou integraci těchto úloh do výuky matematiky a podporu celkového rozvoje matematické gramotnosti studentů.

Klíčová slova:

Matematická gramotnost, výuka matematiky, netradiční úlohy, list matematických úloh, vzdělávací oblasti, Rámcový vzdělávací program, kritická místa ve výuce, experimentální výzkum.

Abstract:

This master's thesis investigates the development of students' mathematical literacy through non-traditional tasks covering various educational domains. The theoretical part analyzes mathematical literacy, teaching methods, the relationship to the Framework Educational Program, and identifies key aspects in education. The practical part focuses on experimental research, utilizing non-traditional mathematical tasks. The results provide valuable insights for teachers and researchers for the successful integration of these tasks into mathematics education and the overall support of students' mathematical literacy development.

Key words:

Mathematical literacy, mathematics education, unconventional tasks, list of mathematical tasks, educational domains, Framework Educational Program, critical points in education, experimental research.

Obsah

Seznam obrázků **9**

Seznam tabulek **12**

Úvod **13**

1 Matematická gramotnost **15**

1.1 Tematické okruhy matematické gramotnosti *15*

1.2 Složky matematické gramotnosti *17*

2 Typy matematických úloh **19**

2.1 Netradiční úlohy *20*

3 Specifika vyučování matematiky **22**

3.1 Vývoj matematické abstrakce u žáků *23*

3.2 Motivace ve vzdělávání *25*

3.3 Organizační formy vyučování *26*

3.4 Metody vyučování *27*

4 Rámcový vzdělávací program **29**

4.1 Cíle základního vzdělávání *29*

4.2 Vzdělávací oblasti *30*

4.3 Matematika a její aplikace *31*

4.4 Klíčové kompetence *32*

4.5 Průřezová témata *34*

5 Kritická místa ve výuce matematiky **37**

5.1 Šetření Vondrové a Rendla dle TIMSS a PISA *37*

5.2 Rešerše odborných článků *39*

5.3 Dle evaluace žákovských prací *42*

5.3.1 List matematických úloh – Rekonstrukce třídy 43

6 Cíle, výzkumné otázky a úkoly ... 48

6.1 Stanovení problému ... 48

6.1.1 Cíl práce ... 48

6.1.2 Výzkumné otázky ... 48

6.1.3 Úkoly práce ... 48

7 Metodika práce ... 49

7.1 Popis zkoumaného souboru ... 49

7.2 Organizace práce ... 49

7.3 Použité výzkumné metody ... 50

7.3.1 Vstupní test ... 51

7.3.2 List matematických úloh – Rodinný rozpočet ... 53

7.3.3 List matematických úloh – Příjezdová cesta ... 57

7.3.4 List matematických úloh – Jižní Amerika ... 60

7.3.5 List matematických úloh – Bitva v Tichomoří ... 62

7.3.6 Výstupní test ... 66

8 Výsledky práce, diskuze ... 68

8.1 Vstupní test ... 68

8.2 List matematických úloh – Rodinný rozpočet ... 74

8.3 List matematických úloh – Příjezdová cesta ... 81

8.4 List matematických úloh – Jižní Amerika ... 88

8.5 List matematických úloh – Bitva v Tichomoří ... 94

8.6 Výstupní test ... 98

8.7 Diskuze nad výzkumnými otázkami ... 105

9 Závěr ... 108

10 Seznam použitých zdrojů ... 110

Seznam příloh ... 112

Seznam obrázků

Obrázek 1: Obsah části čtverce (Zdroj: Vlastní zpracování). 52
Obrázek 2: Objem kvádru (Zdroj: Vlastní zpracování). 52
Obrázek 3: Průměrná hrubá měsíční mzda (Zdroj: Český statistický úřad, 2022.) 53
Obrázek 4: Složení průměrné hrubé měsíční mzdy (Zdroj: Vlastní zpracování). 54
Obrázek 5: Výpočtový list (Zdroj: Vlastní zpracování). 55
Obrázek 6: Mapa Jižní Ameriky (Zdroj: Praktický atlas světa, 2011). 61
Obrázek 7: Bitva v Tichomoří A (Zdroj: Vlastní zpracování)....................................... 63
Obrázek 8: Bitva v Tichomoří B (Zdroj: Vlastní zpracování)....................................... 63
Obrázek 9: Bitva v Tichomoří C (Zdroj: Vlastní zpracování)....................................... 63
Obrázek 10: Bitva v Tichomoří D (Zdroj: Vlastní zpracování)..................................... 64
Obrázek 11: Bitva v Tichomoří E (Zdroj: Vlastní zpracování) 64
Obrázek 12: Bitva v Tichomoří F (Zdroj: Vlastní zpracování) 64
Obrázek 13: Obsah obdélníku (Zdroj: Vlastní zpracování). 67
Obrázek 14: Objem krychle (Zdroj: Vlastní zpracování). 67
Obrázek 15: Vstupní test – úloha 2(Zdroj: Žákovské řešení). 69
Obrázek 16: Obsah čtverce(Zdroj: Vlastní zpracování). 71
Obrázek 17: Vstupní test – řešení úlohy 4 (Zdroj: Žákovské řešení). 72
Obrázek 18: Vstupní test – řešení úlohy 4 (Zdroj: Žákovské řešení). 72
Obrázek 19: Vstupní test – řešení úlohy 4 (Zdroj: Žákovské řešení). 72
Obrázek 20: Objem kvádru (Zdroj: Vlastní zpracování). 73
Obrázek 21: Úspěšnost žáků ve vstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 74
Obrázek 22: Rodinný rozpočet – řešení A úlohy 1(Zdroj: Žákovské řešení). 75
Obrázek 23: Rodinný rozpočet – řešení B úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení). 75
Obrázek 24: Rodinný rozpočet – řešení C úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení). 75
Obrázek 25: Rodinný rozpočet – řešení A úlohy 2 (Zdroj: Žákovské řešení). 76
Obrázek 26: Rodinný rozpočet – řešení B úlohy 2 (Zdroj: Žákovské řešení). 76
Obrázek 27: Rodinný rozpočet – řešení C úlohy 2 (Zdroj: Žákovské řešení). 77
Obrázek 28: Rodinný rozpočet – řešení A úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení). 78
Obrázek 29: Rodinný rozpočet – řešení B úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení). 78
Obrázek 30: Rodinný rozpočet – řešení C úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení). 78
Obrázek 31: Nákres příjezdové cesty (Zdroj: Vlastní zpracování)................................ 81

Obrázek 32: Příjezdová cesta – řešení A úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení). 82
Obrázek 33: Příjezdová cesta – řešení B_1 úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení). 82
Obrázek 34: Příjezdová cesta – řešení B_2úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení). 82
Obrázek 35: Příjezdová cesta – řešení C úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).................. 83
Obrázek 36: Příjezdová cesta – řešení D úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení). 83
Obrázek 37: Příjezdová cesta – řešení E úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).................. 84
Obrázek 38: Příjezdová cesta – řešení F úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).................. 84
Obrázek 39: Příjezdová cesta – řešení A úlohy 2 (Zdroj: Žákovské řešení). 85
Obrázek 40: Příjezdová cesta – řešení B úlohy 2 (Zdroj: Žákovské řešení).................. 86
Obrázek 41: Příjezdová cesta – řešení A úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení). 87
Obrázek 42: Příjezdová cesta – řešení B úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení).................. 87
Obrázek 43: Příjezdová cesta – řešení úlohy 4 (Zdroj: Žákovské řešení). 88
Obrázek 44: Jižní Amerika – řešení A úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení)...................... 90
Obrázek 45: Jižní Amerika – řešení B úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení)...................... 90
Obrázek 46: Jižní Amerika – řešení C úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení)...................... 90
Obrázek 47: Jižní Amerika – řešení D úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení)...................... 91
Obrázek 48: Jižní Amerika – řešení E úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení). 91
Obrázek 49: Jižní Amerika – řešení F úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení)....................... 91
Obrázek 50: Jižní Amerika – řešení G úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení)...................... 91
Obrázek 51: Jižní Amerika – řešení H úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení)...................... 92
Obrázek 52: Jižní Amerika – řešení I úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení). 92
Obrázek 53: Jižní Amerika – řešení J úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení). 93
Obrázek 54: Jižní Amerika – řešení K úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení)...................... 93
Obrázek 55: Jižní Amerika – řešení L úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení). 94
Obrázek 56: Bitva v Tichomoří A (Zdroj: Vlastní zpracování)...................................... 94
Obrázek 57: Bitva v Tichomoří B (Zdroj: Vlastní zpracování)...................................... 95
Obrázek 58: Bitva v Tichomoří C (Zdroj: Vlastní zpracování)...................................... 95
Obrázek 59: Bitva v Tichomoří D (Zdroj: Žákovské řešení)... 95
Obrázek 60: Bitva v Tichomoří E (Zdroj: Žákovské řešení). 95
Obrázek 61: Bitva v Tichomoří F (Zdroj: Žákovské řešení). 95
Obrázek 62: Bitva v Tichomoří – řešení A (Zdroj: Žákovské řešení)............................ 97
Obrázek 63: Bitva v Tichomoří – řešení B (Zdroj: Žákovské řešení). 98
Obrázek 64: Bitva v Tichomoří – řešení C (Zdroj: Žákovské řešení). 98
Obrázek 65: Výstupní test – řešení úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení). 100

Obrázek 66: Obsah obdélníku (Zdroj: Vlastní zpracování). 101
Obrázek 67: Výstupní test – řešení úlohy 4 (Zdroj: Žákovské řešení). 102
Obrázek 68: Objem krychle (Zdroj: Vlastní zpracování). 103
Obrázek 69: Výstupní test – řešení úlohy 5 (Zdroj: Žákovské řešení). 103
Obrázek 70: Úspěšnost žáků ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 104
Obrázek 71: Porovnání úspěšnosti tříd 8. A a 8. B (Zdroj: Vlastní zpracování). 105

Seznam tabulek

Tabulka 1: Položky online dotazníku pro učitele matematiky týkající se výuky algebraických témat (Vondrová & Rendl, 2015) 38
Tabulka 2: Slabé a velmi slabé úlohy v TIMSS 2007 (Rendl & Vondrová, 2013) 40
Tabulka 3: Úspěšnost v úloze 1 ve vstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 69
Tabulka 4: Úspěšnost v úloze 2 ve vstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 70
Tabulka 5: Úspěšnost v úloze 3 ve vstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 71
Tabulka 6: Úspěšnost v úloze 4 ve vstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 73
Tabulka 7: Úspěšnost v úloze 5 ve vstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 74
Tabulka 8: Úspěšnost v úloze 1 ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 99
Tabulka 9: Úspěšnost v úloze 2 ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 100
Tabulka 10: Úspěšnost v úloze 3 ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 101
Tabulka 11: Úspěšnost v úloze 4 ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 102
Tabulka 12: Úspěšnost v úloze 5 ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování). 104
Tabulka 13: Úspěšnost tříd 8. A a 8. B v testování (Zdroj: Vlastní zpracování). 106

Úvod

V dnešní době se stále více klade důraz na rozvoj komplexních dovedností a schopností žáků v oblasti matematiky. S ohledem na rychlý technologický pokrok a neustále se měnící potřeby společnosti je třeba přehodnotit způsoby výuky matematiky a zaměřit se na efektivní podporu rozvoje matematické gramotnosti. Tato diplomová práce se zabývá problematikou rozvoje matematické gramotnosti žáků prostřednictvím netradičních úloh, které jsou aplikovány napříč různými vzdělávacími oblastmi.

Teoretická část práce je rozdělena do několika klíčových kapitol, jež postupně přibližují otázky týkající se matematické gramotnosti, výukových metod matematiky, vztahu k Rámcovému vzdělávacímu programu a identifikují kritickámísta ve výuce matematiky. První kapitola se zaměřuje na definici matematické gramotnosti, její složky a tematické oblasti, které představují základ pro efektivní rozvoj matematických schopností žáků.

Druhá kapitola se zabývá specifiky výuky matematiky a přináší přehled motivace, organizačních forem a metod, které mohou obohatit výukový proces. Zvláštní důraz je kladen na vytváření podnětného a inspirativního prostředí, které podporuje zájem žáků o matematiku a rozvíjí jejich schopnosti.

Následující kapitola se věnuje Rámcovému vzdělávacímu programu (RVP) včetně vzdělávacích oblastí, klíčových kompetencí a průřezových témat. Analyzuje, jak je matematika začleněna do širšího rámce vzdělávání a jak může přispět k rozvoji klíčových dovedností potřebných pro úspěch ve společnosti.

Poslední teoretická kapitola se zaměřuje na identifikaci kritických míst ve výuce matematiky. Tyto body vycházejí z literárních pramenů, odborných článků a rovněž z vlastní evaluace žákovských prací z předchozí pedagogické praxe autorky. Cílem této části je nalézt efektivní strategie pro překonání překážek a optimalizaci výuky matematiky s ohledem na potřeby současných žáků.

Praktická část této diplomové práce se koncentrovala na realizaci výzkumu prostřednictvím experimentálního přístupu. Cílem bylo systematicky analyzovat dopad netradičních matematických úloh na rozvoj matematické gramotnosti žáků.

Experiment začalprovedením vstupního testu, který sloužil k zjištění výchozí úrovně matematických dovedností všech zapojených žáků. Následně byla jedna skupina žáků vybrána a podrobena čtyřem listům netradičních matematických úloh, které byly pečlivě navrženy s ohledem na stimulaci kreativity, logického myšlení a praktické aplikace matematických konceptů.

Poté co experimentální skupina absolvovala netradiční výukové jednotky, byli všichni žáci z experimentální i kontrolní skupiny podrobeni výstupnímu testu, který sloužil k určení změn v jejich matematické gramotnosti.

Výsledky této práce by mohly poskytnout učitelům, výzkumníkům a vzdělávacím pracovníkům užitečné poznatky, jak efektivně začlenit netradiční úlohy do výuky matematiky a podporovat tak komplexní rozvoj matematické gramotnosti žáků.

1 Matematická gramotnost

Dle Jablonka (2003) je v dnešní společnosti schopnost zacházet s čísly důležitou součástí života, stejně jako čtení, psaní, a mnoho dalších dovedností. Ale měli bychom si uvědomovat, že počty a matematická gramotnost jsou dva odlišné pojmy. Vymezení pojmu matematická gramotnost se však může lišit s ohledem na historicko-sociální a kulturní kontext. Matematická gramotnost může být chápána jako schopnost používání základních výpočetních a geometrických dovedností v běžných situacích. Tato dovednost zahrnuje znalost, porozumění a aplikaci základních matematických pojmů s cílem vytvářet složitější matematické modely nebo hodnotit modely vytvořené jinými jednotlivci.

Matematickou gramotnost lze také definovat jako *„Schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana."* (Nemčíková, Olšáková, Roubíček, Tomášek, Vaňková, & Zelendová, 2011, str. 6).

Podle Frýzkové, Potužníkové a Tomáška (2006) žáci s rozvinutou matematickou gramotností aplikují znalosti z hodin matematiky ve svém běžném životě. Zvládnou tvořivě kombinovat jednotlivé postupy a dovednosti, efektivně používat matematickou terminologii a učivo dle potřeb specifické situace. To vše se dá rozdělit na několik tematických okruhů.

1.1 Tematické okruhy matematické gramotnosti

Dle publikace Frýzkové, Potužníkové a Tomáška (2006) rozvíjení či testování matematické gramotnostiobvykle probíhá pomocí různorodých úkolů a otázek. Ty začínají úvodní částí, která vysvětluje reálnou situaci, se kterou se žáci mohou setkat v běžném životě. Poté následují samotné otázky, které mohou být obohaceny o obrázek nebo graf. Mohou být pokládány různým způsobem, a proto je můžeme rozdělit na několik typů. Nejjednodušší rozdělení otázek je na otevřené a uzavřené, kdy žák buď vybírá z předem připravených odpovědí, nebo píše vlastní odpověď dlouhou či krátkou. Úlohy např. v mezinárodním testování PISA jsou rozděleny do několika tematických okruhů: **kvantita, prostor a tvar, změna a vztahy, neurčitost**.

Frýzková, Potužníková a Tomášek (2006) dále uvádí, že do **kvantity** můžeme zahrnout učivo poměr, procenta a porovnávání. Ovšem samotné operace pro vyřešení úlohy nestačí. Žák musí umět odhadnout, zda výsledek, ke kterému došel, je reálný ve spojení se zadanou skutečností (např. rychlost vozidel, výška budov apod.). Vhodné jsou úlohy týkající se např. směnných kurzů, výpočet zhotovitelných produktů ze zadaného materiálu a jejich následná cena.**Prostor a tvar** se opírá o učivo geometrie. Žáci skrze porozumění prostorovým vlastnostem předmětů posuzují vzájemnou polohu těles, zabývají se zobrazením trojrozměrných objektů v rovině a pracují se sítí tělesa. V úlohách se mohou objevit např. situace s hracími kostkami, velikostmi budov či oplocením pozemků.Tematický okruh **Změna a vztahy** je založen na matematických funkcích. Užívají se různá vyjádření funkce, a to v různých situacích a kontextech tak, aby žák zvládl bez problémů přecházet mezi symbolickým, algebraickým i grafickým vyjádřením a tabulkou. Úlohy mohou být čerpány z reálných situací, jako je např. časový posun ve světových pásmech, rychlost auta, nebo z různých údajů ze statistik.Součástí tematického okruhu **Neurčitost** je sběr a analýza dat. Ovšem to by nemělo být podstatou. Žák by měl data především kriticky posuzovat, následněinterpretovat, kvantifikovat, pozorovat, zda se v dané situaci objevuje náhodnost a v neposlední řadě by měl dokázat vyvodit závěry. Dotýkáme se tedy statistiky a pravděpodobnosti. Žák by měl být schopen pracovat s různými typy grafů a tabulek. Témata úloh mohou být opravdu různorodá a lze zde efektivně využít mezipředmětových vztahů. Úlohy se mohou dotýkat fyziky, zeměpisu, biologie, politologie, sportu a mnoha dalších oborů.

Ve stejné publikaci je uvedeno, že u každého tematického okruhu je velice podstatné, aby žák ze zadání dokázal poznat oblast matematiky, která se v reálné situaci objevuje. Tomuto procesu říkáme matematizace.

Matematizace je postup využívání znalostí matematiky u situací z běžného života. Jeho průběh lze rozdělit na pět částí:

1. Seznámení se s problémem vycházejícím z běžného života.
2. Systematizování problému se zapojením znalostí matematiky a rozpoznání matematické podstaty.
3. Generalizace a formalizace; modifikace skutečného problému na matematický.
4. Vyřešení matematického problému.
5. Zhodnocení, zda je řešení odpovídající reálné situaci, stanovení hranic validity.

Matematickou gramotnost lze rozčlenit do několika tematických okruhů. V různé literatuře jsou uvedeny složky matematické gramotnosti, viz následující kapitola.

1.2 Složky matematické gramotnosti

Složky matematické gramotnosti jsou dle Nemčíkové a kol. (2011) celkem tři:

1. **Situace a kontexty**

Složka situací a kontextů představuje klíčový prvek matematické gramotnosti, protože reflektuje aplikaci matematiky v rozličných životních situacích a kontextech, bez ohledu na to, zda se jedná o osobní, vzdělávací nebo profesní oblast.

2. **Kompetence**

Složka matematické gramotnosti – schopnost zahrnuje několik dovedností nezbytných pro řešení rozmanitých úkolů. Příkladem může být **matematické uvažování**, což znamená schopnost pracovat s matematickými pojmy tak, aby bylo možné klást otázky a současně hledat odpovědi na ně. **Matematická argumentace** zahrnuje schopnost rozlišovat mezi předpoklady a závěry. Tato složka kompetence dále zahrnuje **matematickou komunikaci**, která zahrnuje porozumění matematickým sdělením, a to jak verbálním, tak neverbálním způsobem, a rovněž dovednost aktivně je využívat. Pochopení modelů situací a následné získávání a interpretování informací z nich se nazývá **modelování**. Další částí složky Kompetence je umění poznat, formulovat a různými způsoby řešit problémy. Tomu se říká kompetence**vymezování problémů a jejich řešení**. Další kompetencí je **užívání matematického jazyka**. To úzce souvisí s matematickým uvažováním. V tomto případě se jedná především o dovednost využívat symbolický a formální matematický jazyk, pracovat s proměnnými a provádět výpočty s použitím tohoto jazyka. Poslední schopností je efektivní využívání pomůcek a nástrojů. Tím nemyslíme pouze kreslicí potřeby, psací potřeby, kalkulátory a podobně. Zejména v dnešní době zahrnuje také moderní výpočetní techniku.

3. **Matematický obsah**

Matematický obsah lze rozčlenit do čtyř hlavních částí. **Kvantita** se zaměřuje na interpretaci a vyjádření čísel, pochopení jejich velikosti, základní matematické operace a schopnost odhadnout výsledky.

Prostor a tvar zahrnují tvorbu rovinných a prostorových objektů, jejich vlastnosti v metrickém i polohovém smyslu, a orientaci v prostoru. Obecný termín **změna a vztahy** zahrnuje proměnné, závislosti, funkce, rovnice, nerovnice, grafy a tabulky. Poslední oblast matematického obsahu, nazvaná **neurčitost**, zahrnuje pravděpodobnost, kombinatoriku, sběr, analýzu, vizualizaci a prezentaci dat a vyvozování závěrů.

V následující kapitole se zaměříme na různé typy matematických úloh, protože ty mohou být klíčovým nástrojem pro rozvoj matematické gramotnosti žáků.

2 Typy matematických úloh

Matematická úloha by mohla být definována jako *„Zadání, situace, podněcující řešitele (žáka) k uvědomělé činnosti, která směřuje k dosažení stanoveného cíle.“*(Novák & Stopenová, 1993).

Podle Nováka a Stopendové (1993) by matematická úloha neměla být založena na následování předem daných postupů, ale spíše by měla inspirativně podněcovat k hledání vlastního řešení na základě individuálních zkušeností a rozvinutých schopností. Cílem matematické úlohy je tedy plnit funkci motivace a aktivace. Úloha také může ilustrovat oblast z reálného života, což vede k většímu pochopení vyučované látky. Úlohy také mohou výrazně pomoci při procvičování nově nabytých vědomostí.Při klasifikaci matematických úloh je nutné brát v potaz několik možných hledisek. Mezi taková hlediska může patřit např. jazykové vyjádření a jeho charakter, povaha objektů, kognitivní náročnost, a především obsah úlohy.

Slovní úlohy

Podle Stanislavljevičové (2013) mají úlohy, které jsou formulovány slovně, výrazný dopad na rozvoj myšlení žáka a také ovlivňují jeho představivost a pozornost. Při správném výběru úloh mohou mít i pedagogický vliv. Složitost úlohy spočívá v tom, že je nezbytné ji pečlivě analyzovat a vymyslet, jaké operace a postupy budou nejvhodnější pro nalezení odpovědi na danou otázku. Dělíme je na jednoduché a složené podle počtu početních operací, které je třeba využít. Zadání úlohy slovně výrazně napomáhá přípravě žáka na aplikaci matematiky do běžného života.

Charakter jazykového vyjádření

Dle Nováka a Stopendové (1993) mohou matematické úlohy fungovat jako pokyn, kde sloveso v zadání bývá v imperativu (například *„Určete!“*). Alternativně může být úloha formálním dotazem, kde se používá věta tázacího charakteru (například *„Kolik?“*). Druhý způsob úlohy je pro žáky náročnější, protože není poskytnut jasný pokyn k činnosti, což vyžaduje vyšší míru zapojení logického myšlení.

Povaha objektů vyskytující se v úloze

Podle publikace Nováka a Stopendové (1993) lze úlohy dělit na dvě kategorie: čistě matematické, které obsahují převážně matematické výrazy (konstanty, proměnné atd.), a úlohy vycházející z reálné situace, které se zakládají na životních situacích, zahrnující prostředí školy, rodiny, obce, historie atd.

Tyto realističtější úlohy mohou být pro žáky atraktivnější a přispívají k rozvoji dovednosti tzv. matematizace, jak bylo dříve vysvětleno.

Dle obsahu

Dle stejné publikace úlohy můžeme dáleklasifikovat do aritmetických, algebraických a geometrických kategorií. Avšak toto rozdělení není konečné; tyto skupiny úloh mohou být dále rozčleněny na menší podskupiny. Například aritmetické úlohy mohou být kategorizovány podle operací, jako jsou sčítání, násobení atd. Úlohy se sčítáním by mohly být dále rozděleny na pamětní nebo písemné sčítání. I když by takové detailní rozdělení bylo velmi komplexní, základní klasifikace postačí k orientaci v základních typech matematických úloh dle obsahu.

Dle kognitivní náročnosti

Poslední klasifikace uvedená v publikaci Nováka a Stopendové (1993) dělí úlohy na standardní a nestandardní, lze využít také označení jako tradiční a netradiční. Pro tradiční úlohy využíváme znalostí definic, pravidel, dále využíváme jednoduché myšlenkové operace jako je např. porovnávání, jednoduché výpočty, konkretizace nebo zobecnění, ale lze využít i složitější myšlenkové operace např. dokazování, zdůvodňování a další. Tyto úlohy poznáme většinou již u zadání, pro které jsou typická slova jako: vysvětlete, určete, zjistěte nebo vypočítejte a mnoho dalších. Zato netradiční úlohy vyžadují tvořivější myšlení, což je pro rozvoj myšlení žáků velice žádoucí, a proto by se do výuky matematiky měly zařazovat co nejčastěji. (Novák & Stopenová, 1993)

Protože se v této práci zabýváme právě netradičními úlohami, zaměříme se v následující podkapitole právě na ně.

2.1 Netradiční úlohy

Stanislavljevičová (2013) uvádí, že netradiční, nebo nestandardní úlohu můžeme takto nazvat tehdy, pokud žákovi k řešení nestačí pouze známé matematické algoritmy a ustálené postupy, ale musí v úloze uplatnit kreativní myšlení, formulovat vlastní úvahy a hypotézy. Žáci přistupují k řešení na základě svých dosavadních zkušeností, objevování a pozorování. Klíčovým prvkem při řešení těchto úloh je logické myšlení. Pro podporu hledání nových způsobů řešení bývá často používána metoda výuky nazývaná heuristika (podrobněji popsáno v kapitole o výukových metodách).

Netradiční úlohy jsou ukotveny v RVP ZV jako velice důležitá součást učiva matematiky napříč tematickými okruhy. V tomto dokumentu je i přesně uvedeno jaké typy úloh jsou považovány za netradiční (číselné a obrázkové analogie, číselné a logické řady, logické a netradiční geometrické úlohy). To by ovšem mělo být minimum s čím je učitel povinen žáky seznámit.Netradiční úlohy by měly být zaváděny tak, aby je dokázali vyřešit (nebo alespoň podstatnou část) všichni žáci dané věkové kategorie. Pro motivaci je důležité, aby uspěl i méně nadaný žák. Toho může docílit na základě tvořivého myšlení. U netradičních úloh je vhodná i skupinová či kooperativní práce, při které se simuluje práce ve firmách, kdy každý má svůj úkol a společnými silami dojde skupina k řešení. Je důležité, aby úlohy vycházely z reálných situací z běžného života. Vždy ovšem záleží na tom, jak je výuka matematiky vedena, v tom hraje zásadní roli učitel. Vyučování matematice je velmi specifické, učitel by se měl v oboru neustále vzdělávat, aby věděl, jakým směrem postupuje vývoj didaktiky jeho oboru.

3 Specifika vyučování matematiky

Výuka byla dříve orientovaná na učivo, nikoliv na žáka a jeho individualitu. V přístupech k učivu byl psychologický pohled dlouho opomíjen. Dnešní výzkumy zabývající se vytváření obecných pojmů v psychologii žáka staví dle Čápa a Mareše (2001) na teorii Jeana Piageta. Díky této linii odborného zkoumání a úvah začalo být pro společnost důležité i to, co si žáci pod pojmem představují, jak k pojmům docházejí a zda je umí reprodukovat. Znalost vývojové psychologie žáků se tak stala nedílnou součástí kompetencí pedagogů. Více v kapitole Vývoj matematické abstrakce u žáků.

Nová podoba vyučování matematiky přináší nové pedagogické požadavky. Jedním z nich je například konstruktivistický přístup propagovaný nejen Hejným a Kuřinou (2001). Jedná se o *„aktivní vytváření části matematiky v mysli žáka."* Prostředkem výuky s konstruktivistickým přístupem mohou být vhodné problémy, otázky a paradoxy. Podnětem pro takovou výuku by měl být učitel, který podporuje vnitřní motivaci žáků. Měl by vytvářet množství konkrétních podnětů a modelů, které vystihují nějakou problematiku z různých pohledů a které vedou k hledání vlastního žákovského řešení.

Kovářová (2006) zdůrazňuje, že učitel by měl otevřeně sdílet svůj vztah k matematice, prezentovat různé perspektivy a tím podporovat individuální vnímání každého žáka. Výuka vedoucí ke konstruktivismu se výrazně odlišuje od transmisivní strategie, v níž je hlavním aktérem učitel.Transmisivní vyučování je zaměřené na výkon,žák si má zapamatovat hotové znalosti, které přijímá pasivně od učitele. Je však důležité si uvědomit, že i při konstruktivistickém přístupu může být občasné využití transmisivní metody nezbytné. Žáci, kteří jsou zvyklí aktivně porozumět učivu, jsou schopni integrovat své nově získané znalosti do své existující poznatkové struktury.

Desatero konstruktivismu dle Hejného a Kuřiny (2001):

1. Aktivita – matematika není soubor definic, ale aktivní činnost.
2. Řešení úloh – tvorba matematických modelů, hledání souvislostí.
3. Konstrukce poznatků – poznatky vznikají v mysli jako individuální konstrukty.
4. Zkušenosti – tvorba poznatku je podmíněna zkušenostmi jednotlivce.
5. Podnětné prostředí – prostředí podněcující tvořivost, dobré třídní klima.
6. Interakce – konstrukce poznatků ve spojitosti se sociální interakcí ve třídě.

7. Reprezentace a strukturování – třídění dílčích poznatků a zkušeností.
8. Komunikace – komunikace probíhá verbálně, neverbálně a symbolicky.
9. Vzdělávací proces – proces zahrnující porozumění, osvojení postupů a aplikaci poznatků.
10. Formální poznání – poznání by nemělo být založeno jen na předávání informací (tedy na reprodukci a paměti).

Hejný a Kuřina (2001) představují následující obecná pedagogická přesvědčení a stanovují cíle ve vzdělávání tak, aby matematika získala smysl a byla pro každého jednotlivce prospěšná:

- Radost a pocit úspěchu by měly být nejčastější emoce při učení.
- U procesu učení by měl být brán zřetel na individuální potřeby jedince.
- Stejně tak tempo učení se by mělo být přizpůsobováno individuálně.
- Proces učení by neměl být tvořen jen z přejímání výsledků, nýbrž plný experimentování.
- Iniciace k procesu učení vychází z žáka, který by měl klást otázky a rozvíjet svou zvídavost. Žák zároveň organizuje své vlastní učení společně s učitelem. Tak za své učení cítí zodpovědnost.
- Žák by měl být schopen samostatného kritického myšlení v průběhu zkoumání skutečností.
- Učivo by mělo být spojeno s reálnými problémy každodenního života a také by mělo reflektovat současnou lidskou kulturu.
- Proces učení by měl být aktivní a podporovat tvůrčí přístup, zároveň by měl podporovat rozvoj pracovních návyků.

3.1 Vývoj matematické abstrakce u žáků

Dle Žilkové (2013) jsou žáci jedním z determinantů výchovně vzdělávacího procesu. V tomto procesu je tedy zásadní pochopit vývoj myšlení a poznávání dítěte. Díky tomu může učitel rozvíjet jeho matematickou gramotnost a další schopnosti a dovednosti. O vývoj myšlení člověka se zajímají různí psychologové, filozofové a lékaři. Existuje tak mnoho názorů a pohledů na tuto problematiku.

Jelikož je pro rozvoj matematické gramotnosti velmi důležitý vývoj matematických (geometrických) představ, a to konkrétních i abstraktních, je z tohoto důvodu nejzajímavější Piagetova koncepce schémat.Jean Piaget, švýcarský psycholog a průkopník moderní vývojové psychologie vypracoval teorii o vývojových principech, jejichž součástí je organizace, adaptace a vyrovnávání se s problémy. Piaget popisuje, jakým způsobem člověk v určité vývojové etapě pracuje se schématy. Schémata definuje jako prvky mentálního života, které postupně vstupují do vzájemných vztahů mezi dítětem a prostředím. Piaget tvrdil, že dítě vnímá pouze ty složky vnější stimulace, se kterými je schopno manipulovat ve svém současném stupni mentálního vývoje.

Dle publikace Žilkové (2013) Piagetovo poznání by mohlo sloužit učitelům při úvahách o poznávacích procesech žáků v matematice, respektive geometrii. Každý pedagogický pracovník by měl být dle mého názoru seznámen s Piagetovou teorií vývoje inteligence, ve které vývoj dítěte rozděluje do čtyř stupňů: **senzomotorická inteligence, předoperační reprezentace, konkrétní operace a formální operace**. Tyto stupně na sebe plynule navazují a jsou vázány na věk jednotlivců. To, zda dítě postoupí do dalšího stupně, však neovlivňuje pouze věk, ale především posun ve vývoji myšlení. Lidské poznávání je dle Piageta determinované rozvíjením logicko-matematického myšlení a postupným vývojem logicko-matematických schémat.Ve stupni senzomotorické inteligence hraje důležitou roli experimentování a manipulace s konkrétními předměty. V předoperační reprezentaci hraje důležitou roli vývoj jazyka, který umožňuje rozvoj aktivit, ve kterých se pracuje se symbolikou. Dítě tedy roztřídí hračky dle barev, ale nedokáže pochopit množství a počet předmětů tak, aby s nimi počítalo. To se mění ve stupni konkrétních operací, ve kterém je dítě schopno přemýšlet a usuzovat, avšak tyto schopnosti jsou vázány pouze na konkrétní předměty v bezprostředním okolí. Tento stupeň Piaget vypozoroval u dětí mezi 7. a 12. rokem věku. Hovoříme tedy převážně o žácích na prvním stupni. Na základě těchto poznatků lze soudit, že pro žáky prvního stupně jsou názorné pomůcky zásadní. Ať už jsou to různá počítadla nebo modely geometrických útvarů. Na 1. stupni ZŠ tedy žáci rozvíjí schopnost tvorby korektních matematických představ. Až ve stádiu formálních operací (cca od 12 let) se objevuje abstraktní myšlení. Žák druhého stupně tedy nepotřebuje reálné předměty, ba ani názvy předmětů k tomu, aby vyřešil nějaký problém.

Jedinci se rozvíjí schopnosti pro logické usuzování a jeho abstraktní myšlení umožňuje žákovi počítat s proměnnou. Úroveň myšlení se poté už v průběhu života takto razantně nemění.

Úroveň vývoje myšlení žáka je něco, co by si měl učitel dobře uvědomovat. Díky tomu neklade na žáky přehnané nároky, zároveň je ale ani nepodceňuje. To, aby žák pracoval a učil se na své maximum, ovlivňuje ještě několik faktorů. Jedním z nejdůležitějším z nich je to, zda je žák dostatečně motivovaný.

3.2 Motivace ve vzdělávání

Podle Průchy, Walterové a Mareše (2013) ve výchovně vzdělávacím procesu je sice velmi důležité to, jak se lidé učí, ovšem stejně podstatné je zjišťovat proč se lidé chtějí nebo nechtějí učit. Tím se začínáme zabývat psychologií motivace.

Motivace by se dala definovat jako *„Souhrn vnitřních i vnějších faktorů, které: 1. spouštějí lidské jednání, aktivizují ho, dodávají mu energii; 2. zaměřují toto jednání určitým směrem (snaha něčeho dosáhnout anebo něčemu se vyhnout); 3. udržují ho v chodu, řídí jeho průběh i způsob dosahování výsledků; 4. navozují hodnocení vlastního jednání a prožívání, vlastních úspěchů a neúspěchů, vztahů s okolím.“*(Průcha, Walterová, & Mareš, 2013).

Mareš ve své publikaci uvádí, že dle B. Weinera je velice podstatné jakým způsobem jedinec vnímá své úspěchy a neúspěchy v učení. Někteří shledávají příčinu svých neúspěchů v nedostatku štěstí, schopností, nebo v obtížnosti zadaného úkolu. Tedy ve faktorech, které jsou člověkem neovlivnitelné. Jiní ale považují neúspěch za něco, co příště mohou ovlivnit snahou a úsilím. Proto příště pracují s daleko větším nasazením. Dále uvádí, že C. Ames přišel s teorií osobních cílů jedince, která spočívá v tom, že nejsilnější motivací je snaha překonávat sám sebe. Jedinec tak usiluje o to umět vícenež dříve. To je silnější a dlouhodobější motivace než soutěžení s ostatními. Snaha být lepší, než druzí je slabší motivací a nefunguje u všech jedinců. Přitom soutěživé klima při výuce bývá velice časté.

Dle Mareše C. Dwecková rozdělila lidi na dva typy. Na ty, kteří považují inteligenci za vrozenou a tím pádem ji nemohou ovlivnit a na druhý typ lidí –ty, kteří věří v měnitelnost intelektových schopností.

Prvnímu typu snaha připadá marná, a tak nemají motivaci se zlepšovat. Druhý typ vyvíjí větší snahu se zlepšovat, jelikož věří, že čím více se budou snažit, tím rozvinutější budou jejich intelektové schopnosti. Dále dle publikace Mareše E. Deci svou práci založil na zkoumání rozdílů mezi učební motivací vnitřní a vnější. Jako vnější motivaci označuje zejména podobu odměn a trestů. Ta dle něj ztrácí postupně svou účinnost a pro učení je cennější motivace vnitřní, která působí dlouhodoběji.

Úroveň zájmu žáka o vyučování a také kvalitu jeho výchovy a vzdělávání ovlivňují organizační formy a metody výuky, které učitel v rámci hodin matematiky zvolí. Vyučování by mělo být pestré a nemonotónní, proto je vhodné formy a metody střídat dle potřeby žáků a dle vyučovaného učiva.

3.3 Organizační formy vyučování

Kovářová (2006) uvádí, že termín organizační formy vyučování je označení pro uspořádání činností a řízení výuky do konkrétních časových úseků s cílem realizovat obsah vyučování. Díky rozmanitým kombinacím forem, metod a prostředků získává vyučování jedinečnou podobu a pestrost.Klasifikovat se dají organizační formy hned z několika hledisek – dle uspořádání žáků, prostředí, času, obsahuatp. (Kovářová, 2006).

Maňák (1993) organizační formy klasifikuje takto:

„Organizační formy výuky podle vztahu k osobnosti žáka:

- Výuka individuální.
- Výuka individualizovaná.
- Výuka skupinová.
- Výuka hromadná (kolektivní, např. frontální výuka).

Organizační formy výuky podle charakteru výukového prostředí:

- Výuka ve třídě.
- Výuka v odborných učebnách a laboratořích.
- Výuka v dílně.
- Výuka na školním pozemku.
- Výuka v muzeu, v koutku tradic apod.
- Vycházka a exkurze.
- Domácí úlohy.

Organizační formy výuky podle délky trvání:

- Vyučovací hodina (základní výuková jednotka).
- Zkrácená výuková jednotka (např. v nižších ročnících).
- Dvouhodinová výuková jednotka.
- Vysokoškolská lekce, seminář, speciální kurzy.“

Kovářová (2006) tvrdí, že Při výběru organizační formy musíme brát zřetel na intelektuální schopnosti a počet žáků, dále na charakter látky a cíl práce a v neposlední řadě na zkušenosti učitele a jeho pedagogické schopnosti a dovednosti. Dále záleží na tom, jaké jsou možnosti dané školy (např. technické vybavení a velikost učebny). Učitel musí mít výuku předem promyšlenou a zvážit všechny aspekty výuky a poté zvolit nejvhodnější možnost pro konkrétní třídu.Také je třeba zvolit vhodnou metodu výuky.

3.4 Metody vyučování

V pedagogickém slovníku Průchy, Walterové a Mareše(2009) jsou metody vyučování definovány jako postupy, cesty či způsoby vyučování.

„Dle Zormanové (2014) je pojem metoda odvozený z řeckého metahodos, což v překladu znamená cesta směřující k cíli.“ (Lukášová, 2019).

Existuje mnoho typů výukových metod.Zormanová (2012) uvádí, že podle Maňáka a Švece (2003) můžeme tyto metody rozdělit do tří hlavních kategorií: **klasickévýukové metody, aktivizující metody a komplexní metody**. Metody klasického typu jsou charakterizovány dominantní rolí učitele, který předává informace žákům. Tento přístup k výuce je systematický, organizovaný a efektivní z hlediska času a nákladů. Avšak tyto metody nezohledňují individuální přístup a nevedou k dostatečnému propojení znalostí. Vnější motivace, například v podobě hodnocení, je často nezbytná.

Lukášová (2019) uvádí, že mezi výukové metody patří například metody verbální (jako vyprávění, vysvětlování, přednáška, práce s textem, rozhovor), metody názorně demonstrační (jako předvádění a pozorování, práce s obrazem, instruktáž), a metody dovednostně-praktické (včetně napodobování, manipulace, laborování a experimentování, rozvíjení dovedností a produktivní metody).

Aktivizující metody jdou nad rámec pouhého poskytování odborných informací a pozitivně ovlivňují klima ve třídě, rozvíjejí různé schopnosti a dovednosti žáků prostřednictvím jejich aktivní účasti. Při těchto metodách by se měl žák aktivně zapojovat do výukového procesu a projevovat zájem o dané aktivity. Aktivizující metody zahrnují diskusní metody, heuristické metody pro řešení problémů, metody situativní, inscenační metody a didaktické hry.

Maňák a Švec (2003) ve své publikaci uvádí, že komplexní metodyoznačují metody, které jsou složitější než tradiční nebo aktivizující metody. Tyto metody představují systém, kombinaci nebo propojení různých didaktických prostředků, organizačních forem a didaktických prvků. Tyto metody lépe odrážejí celkové cíle výchovy a vzdělávání. Mezi komplexní metody patří například skupinová a kooperativní výuka, individuální a individualizovaná výuka, samostatná práce žáků, kritické myšlení, frontální výuka, brainstorming, projektová výuka, výuka dramatem, výuka v životních situacích, a výuka podporovaná počítačematd.

Vyučování matematice je specifická pedagogická činnost, která se výrazně liší od vyučování např. humanitních předmětů. Učitel by si měl dobře uvědomovat, v jaké vývojové fázi myšlení se nachází jeho žáci, měl by je umět motivovat a vhodně využívat organizační formy a metody výuky. Vše by mělo směřovat k cíli, případně k cílům, které si učitel vytyčí. Dlouhodobé cíle spolu s učivem, klíčovými kompetencemi i průřezovými tématy učitel čerpá z všeobecně platných a pravidelně revidovaných dokumentů vydaných Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky. Nejdůležitějším dokumentem je pro učitele Rámcový vzdělávací program.

4 Rámcový vzdělávací program

Rámcové vzdělávací programy (dále jen RVP) jsou vydávány Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky (dále jen MŠMT). Jsou pravidelně revidované s cílem udržet krok s nejnovějšími poznatky v oblasti pedagogiky, psychologie a dalších vědních disciplín, každý Rámcová vzdělávací program (RVP) podle Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky (MŠMT) pro rok 2023 stanovuje délku a povinný obsah vzdělávání, organizační uspořádání, formy, konkrétní cíle, podmínky průběhu a ukončení studia, a zásady pro tvorbu školních vzdělávacích programů (ŠVP). RVP se dále věnuje otázkám bezpečnosti a ochrany zdraví, materiálním, personálním a organizačním podmínkám, a také podmínkám pro vzdělávání žáků se speciálními vzdělávacími potřebami.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (RVP ZV) podle Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky (MŠMT) pro rok 2023 slouží jako směrnice pro výchovně-vzdělávací proces na základních školách. Další existující RVP se zaměřují na předškolní vzdělávání, základní umělecké vzdělávání, gymnázia, střední odborné vzdělávání a speciální vzdělávání.

RVP ZV

Podle Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky (MŠMT) pro rok 2023, Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (RVP ZV) navazuje na obsah a koncept RVP pro předškolní vzdělávání a slouží zároveň jako východisko pro vzdělávání středního stupně. Stanovuje cíle a standardy pro základní vzdělávání a definuje úroveň klíčových kompetencí, které by žáci měli dosáhnout na konci základního vzdělávání. Důležitou částí dokumentu jsou vzdělávací oblasti, které specifikují vzdělávací obsah prostřednictvím očekávaných výstupů a učiva. RVP ZV také obsahuje průřezová témata, která by se měla promítat během vzdělávání napříč všemi vyučovacími předměty.

4.1 Cíle základního vzdělávání

MŠMT (2023)ve svém dokumentu uvádí,že základní vzdělávání představuje klíčový prostředek pro žáky, umožňující získávání celkového vzdělání a postupné rozvíjení klíčových kompetencí. Cílem je motivovat žáky k celoživotnímu učení, podporovat tvořivé myšlení a schopnost řešení problémů.

Dále by mělo vyučování žáky naučit strategiím učení, vést je k otevřené a efektivní komunikaci a podporovat uplatňování jejich práv a plnění povinností. Během základního vzdělávání by měli žáci rozvíjet dovednosti spolupráce a projevovat respekt k práci a úspěchům ostatních. Důležitým cílem výchovy a vzdělávání je aktivní rozvoj ochrany fyzického, duševního i sociálního zdraví jedince, za které by se měl žák naučit být zodpovědný. V současné době RVP ZV klade velký důraz na toleranci a ohleduplnost vůči odlišným kulturám a duchovním hodnotám. Taktéž klade důraz na schopnost orientace v digitálním prostředí a kreativní využívání digitálních technologií.

4.2 Vzdělávací oblasti

„*Obsah vzdělávání je orientačně rozdělen do devíti vzdělávacích oblastí, které jsou tvořeny jedním nebo více vzdělávacími obory, které jsou obsahově blízké:*

- **Jazyk a jazyková komunikace** (Český jazyk a literatura, Cizí jazyk, Další cizí jazyk)
- **Matematika a její aplikace** (Matematika a její aplikace)
- **Informatika (**Informatika**)**
- **Člověk a jeho svět** (Člověk a jeho svět)
- **Člověk a společnost** (Dějepis, Výchova k občanství)
- **Člověk a příroda** (Fyzika, Chemie, Přírodopis, Zeměpis)
- **Umění a kultura** (Hudební výchova, Výtvarná výchova)
- **Člověk a zdraví** (Výchova ke zdraví, Tělesná výchova)
- **Člověk a svět práce** (Člověk a svět práce).**“**(MŠMT, 2023, str. 14**).**

Pokud se učiteli podaří propojit více vzdělávacích oblastí ve výuce, žák může využít vědomosti získané v předchozím vzdělávání komplexně. Cílem výchovy a vzdělávání je propojení získaných znalostí a dovedností tak, aby byly využitelné v běžném životě. Reálné situace také nejsou členěny do devíti oblastí. V běžném životě musí žák aplikovat naučené tak, aby dospěl k potřebnému cíli. Proto by se učitel měl snažit o vztahy mezi jednotlivými předměty co nejvíce.

4.3 Matematika a její aplikace

Dle RVP ZV vydané MŠMT (2023) je tato vzdělávací oblast, sdílející název s příslušným vzdělávacím oborem, zaměřena především na aktivní činnosti s matematickými objekty a jejich praktické využití v reálných situacích. Tímto způsobem žáci získávají dovednosti a znalosti, které mohou aplikovat v běžném životě, což přispívá k jejich matematické gramotnosti. Kromě osvojení pojmového aparátu, algoritmů, terminologie a symboliky by se žáci měli také učit porozumět základním myšlenkovým postupům, pojmovým vztahům a konceptům.

„*Vzdělávací obor Matematika a její aplikace je dle MŠMT (2023) rozdělen na čtyři tematické okruhy:*

- Čísla a početní operace (na 1. stupni), Číslo a proměnná (na 2. stupni).
- Závislosti, vztahy a práce s daty.
- Geometrie v rovině a v prostoru.
- Nestandardní aplikační úlohy a problémy.“ (MŠMT, 2023).

V každém okruhu dle MŠMT (2023) nalezneme učivo, které se týká daného stupně vzdělávání. Dále jsou tam také detailně popsány očekávané výstupy, které jsou povinné a kterých by měl žák dosáhnout ke konci daného vzdělávacího období. V okruhu týkajícím se čísel a proměnných jsou zahrnuty: dělitelnost přirozených čísel, celá čísla, desetinná čísla, zlomky, poměr, procenta, mocniny a odmocniny, výrazy a rovnice. Okruh věnovaný závislostem, vztahům a práci s daty obsahuje učivo týkající se závislostí, dat a také funkcí. Geometrie v rovině a v prostoru zahrnuje témata jako rovinné útvary, metrické vlastnosti v rovině, prostorové útvary a konstrukční úlohy. Následující text se zaměřuje podrobněji na okruh netradičních aplikačních úloh a problémů, protože tento okruh úzce souvisí s nekonvenčními úlohami pro rozvoj matematické gramotnosti, což je hlavním tématem této práce.

Nestandardní aplikační úlohy a problémy

„*Učivo v této oblasti bylo vymezeno do tří bodů:*

- Číselné a logické řady
- Číselné a obrázkové analogie
- Logické a netradiční geometrické úlohy“ (MŠMT, 2023).

Očekávané výstupy jsou v této oblasti RVP ZVvymezeny takto:

„**Očekávané výstupy**
Žák:

- užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací,
- řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí.

Minimální doporučená úroveň pro úpravy očekávaných výstupů v rámci podpůrných opatření:
Žák

- samostatně řeší praktické úlohy,
- hledá různá řešení předložených situací,
- aplikuje poznatky a dovednosti z jiných vzdělávacích oblastí; využívá prostředky výpočetní techniky při řešení úloh.“ (MŠMT, 2023, str. 38).

Jak lze tedy z očekávaných výstupů soudit, tento okruh rozvíjí hledání různých řešenía kombinování poznatků a dovedností z různých vzdělávacích oblastí. To je klíčové pro využívání matematiky v životě, a tedy pro matematickou gramotnost.

4.4 Klíčové kompetence

Klíčové kompetence jsou v RVP ZV definovány jako *„Souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti“*(MŠMT, 2023, str. 160).

Podle MŠMT (2023) je důležité spojit klíčové kompetence s hodnotami společnosti. Cílem je rozvíjet dovednosti, které přispívají k naplnění života vzdělaného jednotlivce, připraveného na další vzdělávání a úspěšné začlenění do společnosti. Po absolvování základního vzdělávání by měl každý žák disponovat souborem klíčových kompetencí odpovídajících jeho schopnostem. To poskytuje základ pro neustálé učení a úspěšný vstup do pracovního života. Získávání kompetencí je celoživotní proces, začínající v předškolním vzdělávání, dosahuje důležitého základu po dokončení základního vzdělávání a pokračuje po celý život. Klíčové kompetence jsou vzájemně propojeny a neexistují izolovaně. Celý výchovně vzdělávací proces ve školách by měl směřovat k jejich rozvíjení a formování.

Každá školní činnost by měla přispívat k vytváření podmínek pro efektivní a komplexní využívání získaných schopností a dovedností na úrovni klíčových kompetencí.

Dále jsou v RVP ZVdle MŠMT (2023) uvedeny konkrétní kompetence:

Kompetence k učení

Tyto kompetence umožňují žákovi efektivní výběr metod a strategií v oblasti vzdělávání. Díky nim je schopen lépe organizovat svou práci, řídit vlastní učení a uvědomuje si význam celoživotního vzdělávání, k němuž přistupuje s pozitivním postojem. Tato kompetence zahrnuje také schopnost kriticky hodnotit výsledky svého učení, manipulovat s termíny, znaky a symboly a začleňovat nově nabyté znalosti do širších souvislostí. Tímto způsobem si žák buduje komplexnější pohled na společenské, kulturní a přírodní jevy.

Kompetence k řešení problémů

Žák, který ovládá kompetenci k řešení problémů, je schopen kriticky analyzovat problémy, jejich příčiny a chápe důsledky svých akcí a rozhodnutí. Takový jedinec je schopen aktivně vyhledávat informace týkající se daného problému, využívat své zkušenosti, znalosti a dovednosti k nalezení řešení. Nepřekvapí ho případný neúspěch, a s využitím logických, matematických a empirických postupů volí adekvátní řešení, které následně dokáže kriticky zhodnotit.

Kompetence komunikativní

V každodenním životě je klíčové schopně, jasně a kultivovaně vyjadřovat své myšlenky a názory. Tato dovednost tvoří základ kompetence komunikativní, která zahrnuje nejen efektivní verbální projev, ale i schopnost naslouchat druhým, adekvátně reagovat, obhajovat vlastní postoje a přesvědčivě argumentovat. Dále zahrnuje efektivní využívání informačních a komunikačních nástrojů pro kvalitní spolupráci a budování vztahů nezbytných pro plnohodnotný život ve společnosti.

Kompetence sociální a personální

Žák, který má sociální a personální kompetence, je schopen efektivně pracovat v kolektivu, aktivně přispívá k vytváření příjemného týmového prostředí a pozitivních vztahů mezi lidmi.

Když je potřeba, ochotně nabídne pomoc ostatním nebo si ji sám vyžádá. Taktéž má kontrolu nad svým chováním a jednáním, aby si udržoval pozitivní vnímání sám sebe, což přispívá k rozvoji jeho sebedůvěry.

Kompetence občanské

Tato kompetence zahrnuje schopnost respektovat ostatní lidi včetně jejich přesvědčení a vnitřních hodnot a odmítání jakéhokoli hrubého zacházení a fyzického či psychického násilí. Dále zahrnuje pochopení základních ekologických souvislostí a environmentálních problémů. Nedílnou součástí občanské kompetence je i ochrana, respekt a ocenění tradic, kultury a historického dědictví.

Kompetence pracovní

Žák s rozvinutou pracovní kompetencí je schopen přistupovat k pracovní činnosti s ohledem na funkčnost, kvalitu a hospodárnost, ale především s důrazem na ochranu svého zdraví, kulturních a společenských hodnot a životního prostředí. Takový žák má povědomí o aktivitách nutných pro podnikání a rozumí rizikům spojeným s touto činností. Dokáže respektovat pravidla a pracovní podmínky, a svými rozhodnutími se aktivně připravuje na budoucnost.

Kompetence digitální

Digitální kompetence nezahrnují pouze praktické dovednosti s běžně užívanými digitálními zařízeními, ale především schopnost získávat, vyhledávat a kriticky hodnotit digitální obsah a vnímání rizik spojených s činnostmi na digitálních zařízeních.

4.5 Průřezová témata

V RVP ZV dle MŠMT (2023)jsou průřezová témata reprezentativními oblastmi aktuálních světových problémů, které mají významnou roli v základním vzdělávání. Tyto témata podporují spolupráci mezi žáky a umožňují individuální projev. Hrají klíčovou roli v rozvoji osobnosti žáků, zejména co se týče postojů a hodnot.

MŠMT (2023) strukturuje obsah průřezových témat do několika okruhů, každý s nabídkou témat, charakteristikou a přínosem pro rozvoj osobnosti žáků. I když nemusí být všechna průřezová témata zahrnuta v každém ročníku, měla by se alespoň jednou objevit v průběhu základního vzdělávání podle plánů ŠVP. Lze je začlenit do výuky, ale také je využít formou projektů, seminářů, kurzů atd.

U každého průřezového tématu jsou vypsané vzdělávací oblasti, do kterých by bylo možné je zařadit. Nejčastěji se vyskytují oblasti jako Člověk a jeho svět, Člověk a svět práce; Člověk a zdraví; Umění a kultura a další. Matematika a její aplikace je oblast, která v žádném z doporučení bohužel není. Je sice obtížné průřezová témata do matematiky zapojit, ovšem není to nemožné. Právě netradiční úlohy mohou být vhodným způsobem zapojení průřezových témat do výuky matematiky.

V RVP ZV dle MŠMT (2023) jsou vymezena následující průřezová témata:

Osobnostní a sociální výchova

Cílem tohoto průřezového tématu je podporovat žáky při formování praktických životních dovedností, které jim poslouží v běžném životě. Je strukturováno do tří částí, které se zaměřují na osobnostní, sociální a mravní rozvoj žáků. V oblasti osobnostního rozvoje jsou zahrnuty aspekty jako sebepoznání, sebepojetí, psychohygiena, kreativita a rozvoj poznávacích schopností. Sociální rozvoj zahrnuje témata jako mezilidské vztahy, komunikace, poznávání lidí, spolupráce a kompetice. Morální rozvoj je dále rozčleněn na dovednosti řešení problémů a rozhodování a zahrnuje i hodnoty, postoje a praktickou etiku.

Výchova demokratického občana

Průřezové téma Výchova demokratického občana přináší hodnoty jako tolerance, spravedlnost a odpovědnost a má multikulturní a mezioborový charakter. Jeho specifickým cílem je rozvíjet u žáků kritické myšlení a uvědomění si vlastních práv a povinností. Po začlenění tohoto průřezového tématu do výchovně vzdělávacího procesu by žák měl pochopit demokratické uspořádání společnosti a metody demokratického řešení problémů. Toto téma rozvíjí žáka v několika klíčových oblastech, včetně občanské společnosti a školy, vztahů mezi občanem, občanskou společností a státem, forem participace občanů v politickém životě a principů demokracie jako formy vlády a způsobu rozhodování.

Výchova k myšlení v evropských a globálních souvislostech

Toto průřezové téma podporuje globální perspektivu a mezinárodní porozumění. Jeho cílem je vychovávat budoucího evropského občana jako kreativní a zodpovědnou osobnost, schopnou úspěšného fungování v životě, jak osobně, tak profesně. Výchova k myšlení v evropských a globálních souvislostech zahrnuje témata jako *"Evropa a svět nás zajímá,"* *"Objevujeme Evropu a svět"* a *"Jsme Evropané."*

Multikulturní výchova

Toto průřezové téma se zabývá povědomím o vlastní identitě, tradicích a hodnotách prostřednictvím setkávání s odlišnými kulturami a poznávání jejich různorodých tradic a hodnot. Žák by měl tyto rozdíly respektovat, projevovat toleranci a eliminovat předsudky. Multikulturní výchova je strukturována do několika oblastí, včetně Kulturní diference, Lidské vztahy, Etnický původ, Multikulturalita a Princip sociálního smíru a solidarity.

Environmentální výchova

Cílem průřezového tématu Environmentální výchova je porozumění složitosti vztahů mezi lidmi a životním prostředím z hledisek ekologického, ekonomického, vědeckotechnického, politického a občanského. Jeho záměrem je motivovat žáka k aktivnímu přístupu k ochraně životního prostředí s ohledem na udržitelný rozvoj lidské civilizace. Implementace tohoto průřezového tématu do výuky může zahrnovat oblasti jako Ekosystémy, Základní podmínky života, Lidské aktivity a problémy životního prostředí a Vztah člověka a prostředí.

Mediální výchova

Mediální výchova slouží k rozvoji individuí v oblasti komunikace a práce s médii. Toto průřezové téma se zaměřuje na posilování základních dovedností v této oblasti, které umožňují jednotlivcům úspěšně působit ve společnosti. Mediální výchova může být strukturována do několika částí, mezi které patří: kritické čtení a vnímání mediálních sdělení; interpretace vztahu mezi mediálními sděleními a realitou; konstrukce mediálních sdělení; vnímání autora mediálních sdělení; fungování a vliv médií ve společnosti; tvorba mediálních sdělení; a práce v realizačním týmu.

Učitel, s vědomím průřezových témat, klíčových kompetencí, vzdělávacích oblastí, učiva a cílů základního vzdělávání, vybírá a utváří prostředky pro výchovu a vzdělávání. Přestože učitel pro žáky činí maximum, mohou existovat oblasti učiva, ve kterých žáci čelí větším obtížím. Objeví se tedy tzv. kritická místa ve výuce matematiky. Abychom dokázali s takovými místy pracovat, je nutné nejprve vědět, jaká místa to jsou.

5 Kritická místa ve výuce matematiky

Kritická místa ve výuce matematiky jsou podle Vondrové a Rendla (2015) ty části učiva, které žáci nezvládají, nebo nedosahují dostatečné úrovně, což brání rozvoji jejich matematické gramotnosti a schopnosti kreativně využívat matematiku v běžném životě.

Nováková (2012) uvádí, že ve vyučování matematice se dají kritická místa chápat i jako místo nějakým způsobem obtížné pro žáky. Zda je místo pro žáka obtížné je ovlivněno několika aspekty. Nejdůležitější z nich jsou zájem, motivace a míra užitečnosti vyučované látky pro život. Nepochopení odborných termínů, složitost užitého matematického jazyka, výukové metody a přístup učitele mohou výrazně ovlivnit kritické místo ve výuce. Obtíže mohou být buď objektivní, spojené s obtížností látky, nebo subjektivní, zahrnující poruchy učení, pozornosti, různé druhy strachu, nedostatek sebedůvěry a podobně.

5.1 Šetření Vondrové a Rendla dle TIMSS a PISA

Výsledky několika šetření v odborné literatuře, která analyzovala obtížné oblasti ve výuce matematiky na základní škole, byly shrnuty Vondrovou a Rendlem (2005). Jejich analýza se opírala především o mezinárodní srovnávací výzkum TIMSS 2007, který se zaměřoval na matematiku pro 8. ročník. Dále vycházeli z výsledků zobecněných poznatků z průzkumů TIMSS a PISA z jiných let. K tomu provedli i hloubkové rozhovory se zkušenými učiteli základních škol, kde zkoumali kritické oblasti ve výuce matematiky. Kromě toho připravili kvantitativní šetření ve formě online dotazníku pro učitele prvních i druhých stupňů základních škol.Toto kvantitativní šetření mělo za cíl nejen verifikovat zjištění z kvalitativního šetření pomocí hloubkových rozhovorů, ale objevit případné další oblasti matematiky, které by učitelé považovali za kritické.

Z jejich činnosti vyplynuly následující kritické oblasti ve výuce matematiky na ZŠ:

Slovní úlohy

Největším problémem slovních úloh je zcela určitě porozumění textu. V tomto případě lze tvrdit, že matematická gramotnost a čtenářská gramotnost spolu úzce souvisí.U žáků je obvyklé, že jedno neznámé slovo ovlivní chápání celého kontextu úlohy. Čím delší text je, čím má více vět a delších souvětí, tím menší je porozumění textu žákem. Dále záleží, jak vzdálený je žákům kontext zadané úlohy.

Například cenu zboží chápou žáci velice dobře, ale počítání energetické náročnosti v kuchyni jim už blízké není. Slovní úlohy jsou dle šetření nejproblematičtější se zlomky. Dále pak hovoříme o úlohách s procenty, poměry a ve vyšších ročnících o úlohách o pohybu.

Algebraizace a algebraické úpravy

Tato kritická oblast ve výuce matematiky je úzce spojená se slovními úlohami. Je obtížná právě proto, že je třeba v textu vyhledat nejen zadané informace, ale objevuje se i potřeba neznámé proměnné. Počítání s proměnnou vyžaduje jistou míru abstraktního myšlení. Vondrová a Rendl ve svém kvantitativním výzkumu zjišťovali metody, které učitelé využívají pro přiblížení algebraických výrazů žákům a zmapovali, které z nich jsou dle učitelů výhodnější. Zjištěné poznatky jsou přehledně zaznamenány do tabulky č. 1níže.

Tabulka 1: Položky online dotazníku pro učitele matematiky týkající se výuky algebraických témat(Vondrová & Rendl, 2015)

	Počet	Souhlasí	Nesouhlasí
Pro porozumění úpravám algebraických výrazů pomáhá žákům poukazování na souvislosti s příslušnými úpravami číselných výrazů.	244	95 %	5 %
Pro porozumění úpravám algebraických výrazů pomáhá žákům metafora „jablíčka a hruštičky“, tj. nahrazování písmen abstraktních proměnných konkrétním předmětem (nebo přesněji jeho názvem).	243	93 %	7 %
U algebraických výrazů využívám jejich geometrická znázornění (geometrické reprezentace).	228	54 %	46 %
Úlohy na zobecňování číselných pravidelností (např. číselných řad) jsou pro pochopení proměnné důležité.	228	83 %[247]	17 %
Při výuce slovních úloh žákům doporučuji, aby v úloze vyhledali slova odkazující k určité početní operaci.	239	78 %	22 %
Pro řešení slovních úloh je důležité řešení vzorových (typových) úloh.	244	92 %	8 %
Zápis zadání slovní úlohy (slovy nebo obrázkem) je pro proces žákovského řešení důležitý.	244	97 %	3 %
Je důležité vyučovat slovní úlohy podle jednotlivých typů.	244	82 %	18 %

Obsahy a objemy těles

Výzkumem bylo zjištěno, že velké množství žáků různého věku se domnívá, že dva útvary se stejným obsahem jsou shodné. Dalším velkým problémem, které kritické místo *„Obsahy a objemy těles“* přináší, jsou převody jednotek.

V převodech jednotek můžeme vidět úzkou spojitost s nepochopením řádů u desetinných čísel. Dalším velkým problémem této oblasti je, že si žáci pletou vzorce pro obvody, obsahy a objemy, a to z toho důvodu, že nerozumí významu vzorce, ale učí se je pouze mechanicky zpaměti.

Vizualizacea konstrukční úlohy

Další problematikou je vizualizace. Žáci mají problém pochopit obrázek, nebo také nedokážou sami vytvořit funkční obrázek tak, aby jim v řešení úlohy pomohl. Někdy obrázek žáci vytvoří až po samotném řešení úlohy jen proto, že tuší, že by se obrázek udělat měl. To se týká samozřejmě i náčrtků u konstrukce. Žáci objeví samotné řešení úlohy často až u samotného rýsování, nikoli u rozboru – náčrtku.

Zápisy

Velmi kontroverzním tématem mezi učiteli byla tvorba zápisu úlohy. Je třeba dbát na přesnost zápisu dle předem zadaných požadavků, nebo by to měla být pomoc a opora pro tvůrčí myšlení, do které lze zasahovat v průběhu řešení úlohy?

Ve výzkumech vyplynulo, že žáci sice úvodní zápis provedou, avšak později by se jim hodilo do něj doplňovat informace. Tvoří pak spíše poznámky než zápisy. Vondrová a Rendl doporučují být otevřenější. Vidí možnost dodatečného zápisu v průběhu řešení úlohy jako prostor prorekapitulaci úlohy. Což je skvělé zopakování látky a vedlo by to k vyšší úrovni reflexe.

5.2 Rešerše odborných článků

Pedagogická orientace – Kritická místa v matematice u českých žáků na základě výsledků šetření TIMSS 2007 (Rendl, Vondrová, 2013).

V obsáhlém článku Rendla a Vondrové (2013) je popsána metodologie a analýza dat výzkumu TIMSS 2007, který se zaměřil na žáky 8. ročníků v České republice. Cílem bylo identifikovat a popsat kritická místa ve výuce matematiky na základní škole a zkoumat pravděpodobné příčiny obtížností. Autoři nejen porovnali výsledky s průměrným úspěchem mezinárodních souborů, ale také identifikovali tzv. slabé a silné úlohy.

Klinickými rozhovory s žáky získali hlubší vhled do této problematiky, což jim umožnilo identifikovat kritická místa pro české žáky ve třech oblastech:

1. Algebra (funkce, substituce, rovnice a nerovnice, výrazy).
2. Posloupnosti.
3. Obrazce a tělesa.

Tabulka 2: Slabé a velmi slabé úlohy v TIMSS 2007(Rendl & Vondrová, 2013)

	Celkový počet úloh	Počet slabých úloh	Počet velmi slabých úloh	slabých a velmi slabých úloh	Procento velmi slabých úloh	českých žáků v dané oblasti	Průměrný rozdíl českého a mezinárodního souboru
Algebra	45	8	16	53 %	36 %	43,1	4,7
Funkce	6	0	3	50 %	50 %	34,5	1,9
Substituce	12	3	6	75 %	50 %	35,5	2,0
Rovnice, nerovnice	10	2	4	60 %	40 %	37,4	2,8
Výrazy	17	3	3	35 %	18 %	55,0	8,6
Posloupnosti	17	4	3	41 %	18 %	35,7	6,3
Obrazce, tělesa	20	6	5	55 %	24 %	38,7	5,4
Geometrie (bez obrazců a těles)	30	6	3	30 %	10 %	53,4	11,1
Čísla	44	5	6	25 %[10]	14 %	54,4	11,2
Úměra, poměr	11	2	1	27 %	9 %	57,7	10,6
Procenta	9	0	0	0 %	0 %	61,2	13,5
Slovní úlohy	36	5	1	17 %	3 %	50,5	13,9
Pravděpodobnost	8	2	1	38 %	13 %	57,8	11,3
Souřadnice, grafy v soustavě souřadnic	6	0	2	33 %	33 %	50,9	4,3
Statistika	6	0	2	33 %	33 %	33,6	3,6
Reprezentace dat	27	0	1	4 %	4 %	56,3	14,4

Ve své publikaci Rendl a Vondrová (2013) uvádí tabulku (tabulka č. 2), která znázorňuje slabé a velmi slabé úlohy z výzkumu. Výše uvedené oblasti obsahovali více než 40 % slabých a velmi slabých úloh. Můžeme zde vidět i další oblasti, které obsahovali více než 30 % slabých a velmi slabých úloh.

Učitel matematiky–Přestane školáky děsit matematika?

Dle Schwabika (2000) sice kritická místa ve výuce matematiky existují, ale větší problém pozoruje v celém vyučování matematice komplexně. *„Odborníci i pedagogové se shodují, že při výuce už nadále není možné ignorovat moderní výpočetní techniku, která dávno vnikla do školních lavic. Matematika se musí zásadně změnit.*

Obávám se, že celé rozsáhlé tematické celky, které po staletítvořily pilíře matematického vzdělání, budeme patrně muset vynechat nebo podstatně zredukovat, soudí Václav Sýkora z Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy, jenž předsedá matematické apedagogické sekci Jednoty českých matematiků a fyziků.“

DáleSchwabik (2000) poukazuje na změny v zahraničí. Např. v Kanadě dbají na vysokou úroveň výuky finanční matematiky a ve Francii chtějí z vyučování vynechat písemné dělení, jelikož na to mají kalkulačky. Téma využívání kalkulátoru je prostoupeno celým článkem. Kritická místa ve výuce matematiky dle Schwabika (2000) nastávají tehdy, když na danou látku má žák kalkulačku.

Dále Schwabik (2000) uvádí, že někteří učitelé využívání kalkulátorů zakazují v matematice. Ovšem např. ve fyzice už je využívat žáci mohou. Na některých základních školách je zakazují úplně,jinde je povolují od 8. třídy. Jenže na přijímací zkoušky na SŠ jsou zakázané. Jedná se o boj mezi tradičním vyučováním a vyučováním s moderní technikou. Mnohdy využívání pouze pomůcek staršího data (např. matematické tabulky) velmi ve výuce zdržuje. Přitom takové mocniny a odmocniny jsou otázkou několika sekund. Možná by využívání kalkulátorů pomohlo žákům v řešení slovních úloh, které jsou považovány za kritická místa ve výuce matematiky. Jelikož by svou operační paměť mohli využít pro dovednosti vyššího řádu. Na druhou stranu žáci, kteří mají k dispozici kalkulátor, mohou zapomenout, nebo se vůbec nenaučit počítat se zlomky, s desetinnými čísly, nebo písemné dělení právě proto, že to za ně zvládne kalkulátor. Příliv grafických kalkulátorů, které zvládnou rozhodovat např. o průběhu funkce, vše jen komplikuje.

Už před více než 20 lety narazil Schwabikna problém, zda využívat nebo nevyužívat technologie ve výuce matematiky, jelikož jsou úzce spojeny s kritickými místy ve výuce,jak popisuje ve svém článku. Myslím si, že tento problém se jen prohlubuje vznikem a využíváním umělé inteligence a aplikací jako je Photomath apod. Je to záležitost, která by měla být dle mého názoru řešena komplexně od MŠMT.

5.3 Dle evaluace žákovských prací

V roce 2022 v rámci předmětu Didaktika matematiky pro 2. st. ZŠ jsem vytvořila list matematických úloh s názvem Rekonstrukce třídy.

Pracovní listy žáci vypracovávali během hodin výtvarné výchovy (2x 45 min), při kterých jsem vyučovala celý druhý stupeň na dvě skupiny. Matematiku jsem je nevyučovala. Skupiny / firmy byly tedy věkově smíšené. Zúčastnilo se celkem 9 skupin žáků – firem (z 6. – 9. třídy).

Žáci měli k dispozici tablety, které mohli využít nejen pro vyhledávání informací, ale také jako kalkulačku. Někteří si vyhledávali vzorce na výpočet obsahu.

Rozložení výběru metod řešení bylo naprosto náhodné. Každá skupina se snažila neopakovat jinou skupinu a vymýšleli tedy svou metodu. Jelikož vypracovávání probíhalo ve dvou polovinách, vyskytly se obdobné metody dvakrát. Proto nalezneme u každé metody dvě skupiny.

Při opravování jsem se zaměřila zejména na správný postup. Správnost lze porovnávat především v naměřených rozměrech a následných výpočtech obsahů. V hodnocení jsem se tedy zaměřila na první tři úlohy. Ostatní úlohy však nejsou méně důležité. Tam se vše propojuje s praxí. S žáky bylo řešenídebatováno. Tento pracovní list jsem neznámkovala. Měl sloužit především pro zpestření výuky a propojení teorie s praxí.

Narazili jsme společně s žáky na následující problémy, které bylo nutné ujasnit, nebo prodiskutovat:Použít jeden nátěr nebo dva?Jak moc barvu ředit?Jaká metráž lina je výhodnější a pokládat lino na šířku nebo délku místnosti?Bylo by vhodné započítat lišty?Není spotřeba velkého auta větší než 7l/100 km?Bylo by vhodné dát nějakou slevu?Je vhodné dříve malovat, nebo nejprve položit lino?Ani jednoho žáka nenapadlo, že nepočítáme s DPH. To by se dalo zapojit např. na SŠ.

Dovednosti žáka potřebné pro řešení úlohy

Žák dokáže správně používat jednotky délky a obsahu.

Žák umí převádět jednotky délky.

Žák zná vzorce na výpočet obdélníku a umí ho použít v praxi.

Žák umí vyhledávat na internetu.

Žák umí převést své poznatky do praxe tak, aby teoreticky objednal podlahovou krytinu či barvu na vymalování.

Žák určuje rozměry třídy podle předmětů, u kterých zná rozměry, nebo je schopný je změřit malým pravítkem.

5.3.1 List matematických úloh –Rekonstrukce třídy

Paní učitelka vyhlašuje tendr na rekonstrukci třídy.Vymyslete název vaší firmy a vypiš její zaměstnance:

1. Nakreslete si stěny, podlahu i strop třídy a pokuste se získat co nejpřesnější rozměry třídy bez využití svinovacího metru/pásma.
2. Zjisti, kolik metrů čtverečních lina budeme potřebovat.
3. Vypočítej plochu (stěny i strop), kterou bude třeba vymalovat.
4. Najdi na internetu nejbližší prodejnu OBI a vyber bílou barvu a vhodné lino. Zaznamenej alespoň dvě nabídky. Jedna bude ta nejlevnější, kategorie *„za lidovku"*. Druhá kategorie bude *„pro náročné"*. Nabídku doplň obrázkem nebo popisem (proč je dobré vybrat si tuto nabídku). Uveď ke každému linu/barvě cenu za metr čtvereční.
5. Vypočítej, na kolik by vyšel nákup a) za lidovku b) pro náročné Nezapomeň na všechny potřebné pomůcky tak, abyste byli schopni rekonstrukci uskutečnit. Zkontroluj, zda je vše skladem.
6. Na kolik by vyšlo poštovné vybraných produktů?
7. Na malou čtvrtku nakresli nabídku vaší firmy tak, aby vyhrála tendr. Stále uvádějte dvě kategorie *„za lidovku"* a *„pro náročné"*. Uveďte cenu kompletní rekonstrukce (zvlášť materiál a zvlášť cenu za vaši práci). Vše doplňte obrázky.

Řešení:

a)

Plocha stěny bez plochy dveří

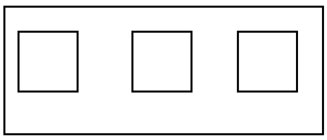
8,85 m x3,13 m – dveře 1,98 m x 1,01 m

b)

2x Plocha boční stěny

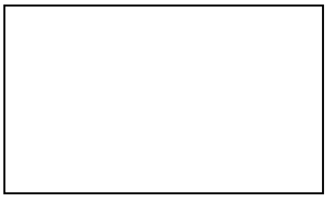
6,25 m x 3,13 m(v místnosti 2x)

c)



Plocha stěny bez ploch oken

8,85 m x 3,13 m – 3 okna: 2,25 m x 2,25 m

d)  Plocha podlahy a stropu

podlaha a strop: 6,25 m x 8,85 m

S_a= 25,71 m^2

S_b= 39,12 m^2

S_c= 12,51 m^2

S_d= 54,87 m^2

Budeme potřebovat 54,87 m^2 lina na podlahu.

Plocha, kterou je třeba vymalovat je: $S_a+S_b+S_c+S_d$= 132,21 m^2

Návrh dalšího postupu:

Barva PRIMALEX POLAR (1 kg =12m^2) – potřebujeme 11,02kg, tj. alespoň 11,5 kg barvy. Koupíme balení 7,5 kg za 549 Kč a balení 4 kg za 419 Kč. Barva nás vyjde na 968 Kč na jeden nátěr.

Linoleum (metráž 2 m) – je výhodnější koupit 5 pruhů dlouhých 6,25 m. Při ceně 1 m = 209 Kč nás lino vyjde na 6 531 Kč.

Dražší variantu lze vypočítat obdobně – záleží na výběru barvy a lina.

Minimální počet pomůcek a jejich ceny: váleček s teleskopickou tyčí 229 Kč, stírací mřížka 23 Kč, kbelík na barvu 95 Kč, plochý štětec 33 Kč, malířské štafle 999Kč. Celkem 1 379 Kč.

Poštovné můžeme najít na stránkách OBI, nebo zvolit variantu vlastní dopravy. Musíme vypočítat, kolik by taková doprava stála.Spotřeba auta: např. 7 l/100 km = 0,07l/1km. Cena benzínu: 45 Kč/l. Cena 1km: 0,07 ·45 = 3,15Kč. Vzdálenost: 33 km jedna cesta. Výpočet ceny: 33 · 2 ·3,15 Kč = 207,9 Kč

Cena rekonstrukce: Barva 968 Kč, počítejme raději dva nátěry, tedy: 1 936 Kč; podlahová krytina: 6 531 Kč; ostatní potřeby: 1 379 Kč; poštovné: 208 Kč;

Můžeme vypočítat také práci. Zvolíme si hodinovou sazbu např. 200 Kč/h. Předpokládejme, že tato rekonstrukce bude pro 3 osoby práce i s dopravou na cca 10 h práce. Náklady na práci: 6 000 Kč

Celková cena rekonstrukce: 16 054 Kč

Žákovské metody odhadu, provedení

1. **Odhad rozměrů podle výšky žáka**

Žáci pokládali žáka, který znal svou výšku, na zem tak, aby postupně zjistili délku zdi. Pro výpočet výšky stropu využili délku osoby a ještě nástěnku, kterou si předem pravítkem změřili.

Rozbor žákovských řešení (číslo 1 a 2)

Jedna skupina měla rozměry přesnější než druhá. Záleží tedy na provedení metody. I přes to došli k výsledkům, které byly velmi podobné těm po přesném měření. Jedna skupina měla problém s rozepsáním výpočtů tak, aby to bylo srozumitelné. Tyto skupiny zadání pochopily velmi dobře a zpracování bylo dle mého názoru poměrně kvalitní.

2. **Odhad rozměrů podle délky stopy**

Žáci změřili délku zdí pomocí stop. Změřili si poté svou stopu a tyto čísla vynásobili. Bohužel výšku stropu měřili přikládáním obuvi na zeď. Tam kde nedosáhli, pouze odhadli, kolikrát by se tam obuv vešla.

Rozbor žákovských řešení (číslo 3 a 4)

Skupiny 3 a 4 dosáhly nejpřesnějšího měření. Nepřesnost byla pouze ve výšce stropu, což je pochopitelné – měří se obtížněji. Výpočty byly správné. A i s druhou částí si poradili velmi dobře. Tato metoda měření se osvědčila jako nejpřesnější.

3. **Odhad rozměrů podle délky strany papíru A4/ délky nástěnky**

Žáci si předem změřili délku strany papíru A4 / nebo nástěnky. A poté přikládali papír nebo nástěnku ke zdi tak, aby změřili její délku.

Rozbor žákovských řešení (číslo 5 a 6)

Skupina č. 5 zjistila poměrně zdařilé rozměry, ale skupina č. 6 nikoliv. Záleží tedy na provedení této metody. S první částí si poradila lépe skupina č. 5 (kde byli převážně žáci 6. třídy). S druhou polovinou měli trochu problémy. Neuměli využít znalosti v praxi. Skupina číslo 6 přistoupila k měření sice nedbale, ale poradila si lépe s výpočty a druhou polovinou pracovního listu. Rozdíly mezi skupinami jsou zde dle mého názoru z důvodu věkového rozložení skupin. Mladší dívky přesněji měřily, ale neměly tolik zkušeností a znalostí na druhou polovinu listu.

4. Odhad rozměrů podle třiceti centimetrového pravítka

Tato metoda byla časově nejnáročnější. Žáci přikládali třiceticentimetrové pravítko za sebe.

Rozbor žákovských řešení (číslo 7 a 8)

U této metody pozoruji to stejné jako v předchozím případě. Skupina č. 7 dokázala naměřit poměrně přesné rozměry, druhá skupina nikoliv. Záleží tedy na provedení této metody. Skupina číslo 8 list nedopracovala. Už při práci jsem pozorovala, že je to na ně moc obtížné. Skupina č. 7 si poradila lépe. Dívky z osmé třídy byly pečlivé a velmi se snažily. Bohužel se dopustily chyb při kupování lina s určitou metráží. To byl velmi častý problém.

5. Odhad rozměrů podle délky kroku

Žáci v průběhu měření sami zjistili, že každý krok je jinak dlouhý, a tak tento způsob měření není ideální. Po několika minutách, maximálně desítkách minut metodu měření změnili.

Chybné, kuriózní řešení

Žáci ze skupiny č. 9 využili metodu měření délkou stopy, která se u jiných skupin ověřila jako nejpřesnější. Nejen že tito žáci nenaměřili přesné rozměry, ale nepodařily se jim ani výpočty. Už v hodině mi říkali, že jim cena rekonstrukce vyšla nejprve přes 3 miliony Kč. Pokusili se aplikovat různé slevy. Poté jim to vyšlo dokonce v mínusu. Tito dva žáci se u výpočtů velmi dohadovali a bylo veselé, ale zároveň smutné je pozorovat. Bylo nutné s nimi pracovat a vysvětlit jim správný postup řešení.

V této představené úloze by měl žák naplňovat následující očekávané výstupy dle RVP ZV. *„Žák:Analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu; odhaduje a počítá obsah základních rovinných útvarů; načrtává a sestrojuje rovinné útvary; zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku“* (MŠMT, 2023).

„Spojitost úlohy s jednotlivými složkami matematické gramotnosti

1. Situace a kontexty: situace osobní, kontext autentický.

2. Kompetence: matematické uvažování, matematická komunikace, vymezování problémů a jejich řešení.

3. Matematický obsah: prostor a tvar“ (Nemčíková, Olšáková, Roubíček, Tomášek, Vaňková, & Zelendová, 2011).

Možnosti využití úlohy ve výuce

Výpočet obsahu; převody jednotek; odhady měření; vyhledávání na internetu; tvorba reklamy a obdobných materiálů

Mezi předmětové vztahy

Informatika; výtvarná výchova; fyzika.

Kritická místa ve výuce matematiky dle evaluace listu matematických úloh

Pomocí Listu matematických úloh – Rekonstrukce třídy jsem zjistila ze své pedagogické praxe několik kritických míst ve výuce matematiky.

Největším problémem pro žáky bylo vytvořit nákres prostoru dle reality tak, aby byl dále využitelný pro počítání obvodů, obsahů atp. Někteří žáci bohužel byli absolutně bez představy o realističnosti jimi naměřených rozměrů. Některým jednotky chyběli, nebo je neuměli správně převést.

Velké obtíže měli žáci s výpočtem dopravy. Neuměli vymyslet postup pro výpočet ceny za spotřebu benzínu při jízdě autem. Tato dovednost se bude žákům v životě hodit a je třeba, aby to ovládali. Další slabinou žáků byl nákup vhodného množství produktů pro rekonstrukci. V této uvedené úloze nebylo samozřejmě možné, všechna kritická místa odhalit, ale nahlédli jsme alespoň na některá z nich.

Zjištěná kritická místa jsem se pokusila zakomponovat do nových listů matematických úloh, které jsou představeny dále.

6 Cíle, výzkumné otázky a úkoly

6.1 Stanovení problému

Svým výzkumem chci zjistit, zda lze u žáků za pomocí netradičních úloh v hodinách matematiky zlepšit matematickou gramotnost.

6.1.1 Cíl práce

Práce si klade za cíl ověřitnejčastější problémyvhodným vstupním testem. Navazovat bude tvorba několika modelových situací s gradací a dostatkem netradičních úloh, pomocí kterých bude snahao nápravu objevených problémů žáků. V závěru budou žáci podrobeni výstupnímu testu, kde se potvrdí či vyvrátí zlepšení. Na žácích ve třídě bude tedy sledován jejichposun v konkrétní oblasti.

6.1.2 Výzkumné otázky

Zlepší se žáci v matematické gramotnosti poté, co budou podrobeni netradičním úlohám, a zlepší se více než žáci, kteří podrobeni netradičním úlohám nebyli?

Jaká netradiční úloha, či jaké části úloh dělají žákům největší problémy?

Jaká netradiční úloha, či jaké části úloh žáky nejvíce baví?

6.1.3 Úkoly práce

Pro splnění cíle bylo třeba vytvořit vstupní a výstupní test a také listy netradičních úloh. Po provedení výzkumu a vyhodnocení získaných výsledků byly sestaveny závěry a sepsána závěrečná část práce.

Stanovené úkoly:

U1 Testovat žáky pomocí vhodného vstupního testu.

U2 Podrobit žáky řešení čtyřem listům netradičních úloh.

U3 Vhodná práce s chybou a žáky. Ukázky správného řešení.

U4 Testovat žáky pomocí výstupního testu.

U5 Analyzovat výsledky testů.

U6 Sestavit závěry do praxe a sepsat závěrečnou část.

7 Metodika práce

7.1 Popis zkoumaného souboru

Zkoumaný souborje tvořen žáky dvou osmých tříd A a B téže školy – ZŠ Čáslav Masarykova. Je to základní škola, na které působím od září roku 2023 jako učitelka matematiky a tělesné výchovy.

Osmé ročníky jsem vybrala, protože v nich osobně vyučuji matematiku, a tak mohu výzkum provést ve svých vlastních hodinách. Navíc 8. ročník už ovládá určité učivo matematiky (např. procenta), které se v listech matematických úloh objevuje. Třída 8.A je o něco klidnější než třída 8.B, ta je naopak živější.

První zmiňovaná třída na mě působí výkonnostně homogenní, celkem ji navštěvuje 24 žáků, z toho je 12 dívek a 12 chlapců. Celkem 4 žáci mají v této třídě podpůrná opatření.Ve třídě 8. A působí i asistentka pedagoga.

V 8.B jsou výrazné výkonnostní rozdíly.Navštěvuje ji 29 žáků, z toho je 14 dívek a 15 chlapců. Celkem 9 dětí potřebují podpůrná opatření. Ve třídě je taktéž asistentka pedagoga.

7.2 Organizace práce

Výzkum probíhal od září do listopadu 2023 na ZŠ Čáslav Masarykova v 8. třídách v hodinách matematiky. Zařazení úloh do hodin matematiky bylo poměrně obtížné, jelikož bylo nutné nadále vyučovat dle tematického plánu. Narazila jsem tedy na problém, který dle mého názoru učitele matematiky provází často – čas. Tlak na učitele, aby stihli vyložit veškeré učivo vyplývající z RVP ZV, někdy může způsobovat to, že se netradiční úlohy do vyučování často nezařazují.

Z časových důvodů nyní shledávám, že by bylo vhodnější výzkum rozložit do více měsíců (např. do celého pololetí), nikoliv čtvrtletí, jak výzkum reálně probíhal. Tento časový tlak byl způsoben tím, že jsem na ZŠ Čáslav Masarykova začala pracovat až v září 2023 a navíc jsem chtěla, aby žáci měli úlohy v živé paměti.

7.3 Použité výzkumné metody

Výzkum v této diplomové práci je pedagogickým experimentem. Vzala jsem dvě skupiny žáků ve stejném věku (ve stejném ročníku) a určila jsem, že 8. A bude skupina experimentální a třída 8. B bude skupina kontrolní (srovnávací).

Vstupní a výstupní test jsem sestavila převážně dle vybraných kritických míst z odborné literatury *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků*– Vondrová a Rendl (2015) s přihlédnutím k evaluaci žákovských prací Listu matematických úloh – Rekonstrukce třídy.

Do vstupního a výstupního testu bylyvybrány oblasti:

1. Slovní úlohy s procenty a zlomky.
2. Slovní úlohy s poměrem a měřítkem mapy.
3. Algebraizace.
4. Obvod, obsah a objem geometrických obrazců a těles.

Vstupní a výstupní test jsem sestavila a vytvořila sama. Inspirací mi byla již zmiňovaná odborná literatura Vondrové a Rendla (2015). Pro obrázky ve vstupním a výstupním testu jsem využila program Geogebra.

Netradiční úlohy jsem vytvořila také samostatně a to tak, aby byly napříč vzdělávacími oblastmi. Pro grafickou úpravu (viz přílohy) jsem použila nástroj pro grafický design Canva Pro.

7.3.1 Vstupní test

Pro pedagogický experiment byl proveden vstupní test určený pro žáky osmého ročníku, který byl vytvořen s ohledem na identifikovaná kritická místa ve výuce matematiky. Tento test měl za cíl zhodnotit úroveň matematické gramotnosti žáků na začátku experimentu a poskytnout ucelený pohled na oblasti, ve kterých by mohli žáci čelit obtížím. Vstupní test posloužil jako výchozí měřítko, na základě, kterého bylo možné sledovat pokrok žáků v průběhu experimentu a zhodnocovat účinnost výukových metod a přístupů k řešení identifikovaných problémů ve výuce matematiky. Tímto způsobem bylo možné analyzovat dopad pedagogických inovací na matematickou gramotnost žáků osmého ročníku.

Vstupní test

1. **Slovní úloha s procenty a zlomky**

   V míse je 300 kusů ovoce. Jednu třetinu tvoří jablka. Pomeranče tvoří 20 % ovoce. Mísa dále obsahuje 20 kusů hrušek. Zbytek ovoce tvoří švestky. Kolik procent ovoce tvoří švestky?

2. **Slovní úloha s poměry a měřítkem mapy**

   Třídy 8. A a 8. B pojedou na školní exkurzi. Cíl exkurze je 81 km od školy, odkud autobusem vyjedou. Chtějí se cestou na exkurzi zastavit v rychlém občerstvení, které trasu dělí v poměru 5:4, přičemž delší trasu urazí v první části cesty. Pokud budou mít u sebe mapu s měřítkem 1:500 000, kolik cm žáci naměří na mapě mezi školou a rychlým občerstvením?

3. **V autosalonu OSA se specializují na prodej aut Audi, BMW a Citroën. Pro auta v autosalonu platí:**

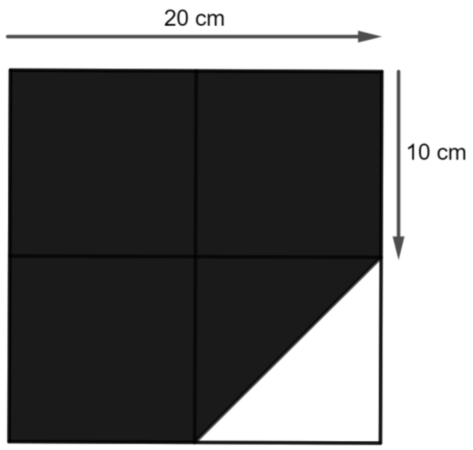
a) Počet aut Audi je čtyřikrát větší než sto deset.

b) Počet aut BMW je trojnásobek čísla 35 zmenšený pětkrát.

c) Počet aut Citroën je pětina z podílu čísel 120 a 6.

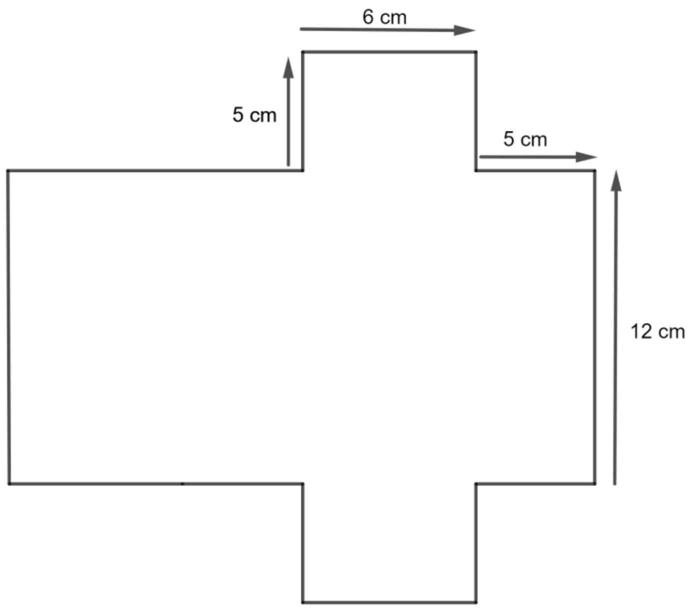
Kolik aut Audi, BMW a Citroën mají v autosalonu OSA?

4. **Anežka skládala origami. Z černého čtvercového papíru ustřihla jeden roh** (rovnoramenný trojúhelník). Kolik dm^2 má tmavá část čtverce na obrázku (obr. č. 1)?



Obrázek 1: Obsah části čtverce (Zdroj: Vlastní zpracování).

5. **Anežka dále vystřihla síť kvádru. Jaký objem bude mít složený kvádr v m^3, jehož síť je na obrázku (obr. č. 2)?**



Obrázek 2: Objem kvádru(Zdroj: Vlastní zpracování).

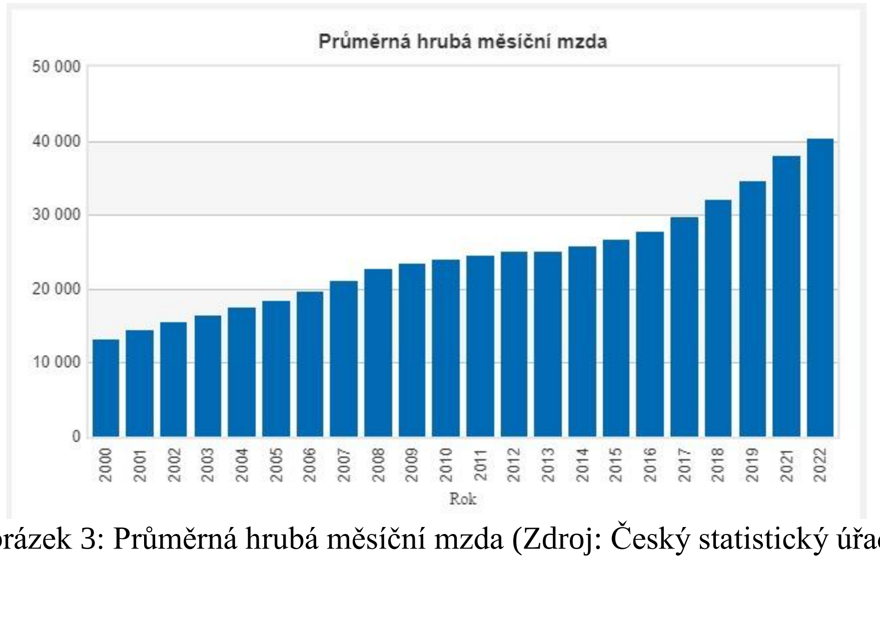
V následujících kapitolách jsou uvedená jednotlivá zadání listů matematických úloh, které jsou částí pedagogického experimentu.

7.3.2 List matematických úloh – Rodinný rozpočet

První list matematických úloh, který byl předložen experimentální skupině, nese název Rodinný rozpočet. Tento list se zaměřuje na praktickou aplikaci matematických dovedností v reálném životním kontextu. Žáci jsou vyzváni k řešení úloh spojených s plánováním rodinných financí, což zahrnuje výdaje, příjmy a správu financí v domácnosti. Takový přístup nejenže rozvíjí matematickou gramotnost, ale také podporuje praktické dovednosti, které jsou klíčové pro každodenní život. Tímto způsobem se učí přenášet teoretické znalosti do praktických situací, což může posílit učební zážitek a zvýšit motivaci žáků k pochopení matematiky v reálném světě.

List matematických úloh – Rodinný rozpočet

1. Podívej se na následující graf (obr. č. 3)*„Průměrná hrubá měsíční mzda“.*Pokus se co nejpřesněji zjistit, jaká byla průměrná hrubá měsíční mzda v roce 2000, v roce 2010 a v roce 2022? Můžeš použít libovolné pomůcky.

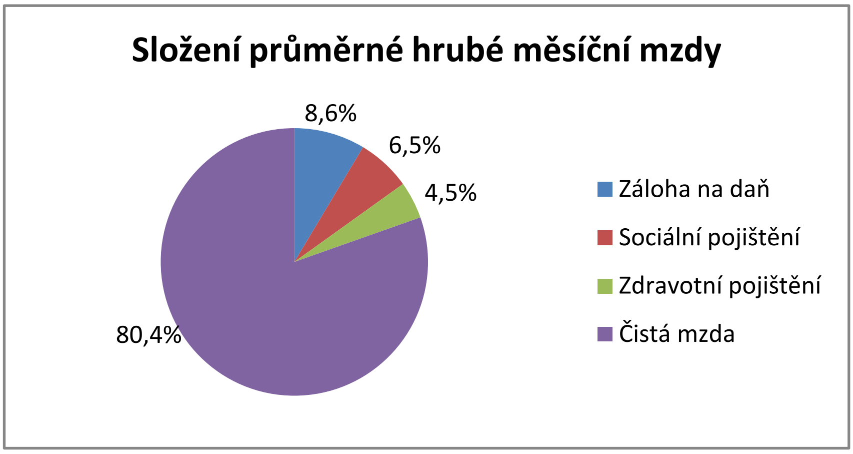


Obrázek 3: Průměrná hrubá měsíční mzda (Zdroj: Český statistický úřad, 2022.)

2. Kolik % vzrostla průměrná hrubá měsíční mzda z roku 2000 do roku 2022? Výsledek zaokrouhli na celá procenta.
3. Následující graf (obr. č. 4) znázorňuje složení průměrné hrubé měsíční mzdy pro rok 2022. Pokus se vypočítat následující údaje za pomocí informací, které jsi zjistil v úloze č. 1.

a) Kolik Kč bylo průměrně zaplaceno za zdravotní pojištění pana Nováka za měsíc v roce 2022?

b) Jakou průměrnou čistou mzdu získal pan Novák za rok 2022?



Obrázek 4: Složení průměrné hrubé měsíční mzdy (Zdroj: Vlastní zpracování).

4. Pan Novák si chce spočítat, kolik mu na měsíc zbude na zábavu. Ví, že ideální rozdělení příjmů je: 50 % na nutnosti (tedy na vše, co pravidelně musíte platit), 30 % na zábavu (volný čas, cestování, nákupy – dosaďte si to své), 20 % na budoucnost (investice a spoření na vaše cíle).

Ze své čisté mzdy v roce 2022 musí uhradit následující platební závazky za bydlení:

Splátka hypotečního úvěru:	4800 Kč
Záloha na elektřinu:	2500 Kč
Záloha na zemní plyn:	2 300 Kč
Wifi připojení	400 Kč
Mobilní tarif	700 Kč
Jídlo	5000 Kč
Pojištění	1000 Kč
Oblečení	1500 Kč

Fond oprav a zálohy spravované SV viz obr. č. 5:

Bydlíme.cz	Výpočtový list			
Podlaží	Počet osob	Vlastnický podíl	Celková plocha m2	otápěná plocha m2
5	1	794/7610	79,4	69,4
Vlastník:			Osoba odpovědná za správu	
Jan Novák			Společenství vlastníků č.p. 63 v Lounech	
Hilbertova 63			Hilbertova 63	
440 01 Louny			440 01 Louny	
Rok narození:	1986		č.ú. 107-568301937529/0100	
TYP	SLOŽKA			ÚHRADA
Fond	Příspěvek na správu domu a pozemku			1 088 Kč
Záloha	Teplo			1 200 Kč
Záloha	Ohřev vody			800 Kč
Záloha	Voda			500 Kč
Záloha	Osvětlení			200 Kč
Záloha	Odpad			150 Kč
V.S.	6301041	Celkem k úhradě měsíčně:		**3 938 Kč**

Obrázek 5: Výpočtový list (Zdroj: Vlastní zpracování).

Pan Novák tuší, že jeho náklady na nutnosti jsou vyšší než 50 %. A proto musí z následujících informací spočítat:

a) Kolik pan Novák platí za nutnosti? Kolik % je to z jeho výplaty (zaokrouhli na celá procenta)?

b) Kolik Kč si bude pan Novák odkládat na budoucnost?

c) Kolik panu Novákovi zbude na zábavu?

d) Pokud by se pan Novák vzdal veškerých zájmů a odkládal měsíčně všechny peníze na zábavu stranou, za kolik měsíců by si mohl zakoupit telefon iPhone 13, který stojí 19 000 Kč?

e) Prohlédni si pečlivě všechny údaje o výdajích pana Nováka. Zamysli se, kde by pan Novák mohl ušetřit, nebo jak by mohl zlepšit svou finanční situaci. Chtěl by, aby mu zbylo na zábavu více peněz. Svoje rady panu Novákovi napiš.

Pokyny k vypracování

Tento list matematických úloh je koncipován na 1–2 vyučovací hodiny. Vypracovávání proběhne ve dvojicích tak, jak spolu žáci sedí v lavici. Žáci mohou využít libovolné rýsovací pomůcky. Povolení kalkulátoru je na zvážení pedagoga. Při svém výzkumu jsem povolila kalkulátor pouze ke konci vyučovací hodiny, aby úlohu zvládli všichni dokončit. Rozhodně by žáci neměli mít v průběhu počítání přístup k internetu, jelikož by si mohli najít přesné výsledky statistického úřadu.

Spojitost s jednotlivými složkami matematické gramotnosti

„1. situace a kontexty: situace osobní, kontext autentický

2. kompetence: matematické uvažování, matematická komunikace, vymezování problémů a jejich řešení

3. matematický obsah: kvantita, změna a vztahy, neurčitost“ (MŠMT, 2023)

Dovednosti žáka potřebné pro řešení úlohy

- dokáže počítat s procenty.
- umí vyčíst informace z různých grafů a tabulek.
- chápe jednotlivé složky rodinného rozpočtu a dokáže s nimi počítat.
- dokáže kriticky přemýšlet o rodinném rozpočtu.

Naplňování očekávaných výstupů RVP ZV

Žák:

- „M-9-1-04 užívá různé způsoby kvantitativního vyjádření vztahu celek–část (přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem)
- M-9-1-06 řeší aplikační úlohy na procenta (i pro případ, že procentová část je větší než celek)
- M-9-2-01 vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data
- M-9-2-05 matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů“(MŠMT, 2023)

Rozvíjené klíčové kompetence

Kompetence k řešení problémů; kompetence občanské; kompetence pracovní; kompetence komunikativní; kompetence sociální a personální

Průřezová témata

Osobnostní a sociální výchova, výchova demokratického občana

Možnosti využití úlohy ve výuce

Procenta, závislosti a data, finanční matematika

Vzdělávací oblasti

Matematika a její aplikace
Člověk a jeho svět
Člověk a společnost
Člověk a svět práce

7.3.3 List matematických úloh – Příjezdová cesta

Druhý list matematických úloh, který představujeme experimentální skupině, se nazývá Příjezdová cesta. Žáci budou měřit a počítat potřebné informace pro rekonstrukci příjezdové cesty (plocha, délka obrubníků, materiálové náklady atd.). Tato úloha nejenže posiluje matematickou gramotnost, ale také rozvíjí schopnost aplikace matematických dovedností v praktických projektech. Žáci se tak učí přenášet své matematické znalosti na konkrétní situace a získávají dovednosti důležité pro řešení reálných stavebních a geometrických problémů.

List matematických úloh – Příjezdová cesta

Jako vedení školy jste se rozhodli pro výměnu zámkové dlažby a obrubníků na příjezdové cestě do školy. Nová cesta by měla být zhotovena během jarních prázdnin (pět pracovních dnů), za co nejméně finančních prostředků.

1. Zjisti potřebné rozměry příjezdové cesty a spočítej vše, co bude potřeba pro objednání nové dlažby a obrubníků.
2. Na internetu v obchodní síti OBI najdi cenu a rozměry, následně spočítej, kolik materiálu je třeba koupit:

a) DITON zámková dlažba íčko 4, přírodní s výškou 10cm

b) Semmelrock Písek zásypový 25 kg Přičemž 5kg, vystačí na 1 m^2

zámkové dlažby.

c)DITON Obrubník záhonový, přírodní 100 x 25 x 5 cm. Pozn. Podkladový štěrk už na příjezdové cestě je.

3.K dispozici máte velké auto, do kterého se náklad pohodlně vejde. Spotřebu nafty má 25l/100 km. Zjisti, jaká je současná průměrná cena nafty na litr a následně spočítej, na kolik Kč by vyšla doprava materiálu z OBI v Kolíně. Počítejte cestu tam i zpět.

4.Vyber nejvhodnější firmu tak, aby byla levná, ale zároveň stihli zhotovit celou práci do 5 pracovních dní, při pracovní době 9:00–17:00:

<u>MATERO</u>
Počet pracovníků: 6
Jeden pracovník práci vykoná za: 64 h
Odměna pro jednoho pracovníka: 300 Kč/h

<u>DLAŽBA</u>
Počet pracovníků: 2
Jeden pracovník práci vykoná za: 72 h
Odměna pro jednoho pracovníka: 200 Kč/h

<u>KOSTKY</u>
Počet pracovníků: 3
Jeden pracovník práci vykoná za: 125 h
Odměna pro jednoho pracovníka: 100 Kč/h

5. Na kolik Kč vyjde celá rekonstrukce příjezdové cesty?

Pokyny k vypracování

Tento list matematických úloh je koncipován pro skupinovou práci. Třída tvořící experimentální skupinu nejlépe pracuje, pokud se rozdělí dle jejich volby. Proto tento způsob rozdělení zvolím i u vypracovávání tohoto listu. List matematických úloh - Rekonstrukce třídy vyžaduje 2–3 vyučovací hodiny. Ve svém experimentu žáci dostanou jednu vyučovací hodinu venku přímo na příjezdové cestě a jednu vyučovací hodinu v běžné třídě. K dispozici budou mít mobilní telefony, internetové připojení a také 30 cm pravítko.

Spojitost s jednotlivými složkami matematické gramotnosti

„1. Situace a kontexty: situace osobní, kontext autentický.

2. Kompetence: matematické uvažování, matematická komunikace, vymezování problémů a jejich řešení, modelování, užívání pomůcek a nástrojů.

3. Matematický obsah: kvantita, prostor a tvar“ (Nemčíková, Olšáková, Roubíček, Tomášek, Vaňková, & Zelendová, 2011).

Dovednosti žáka pro řešení úlohy

- „Dokáže správně používat jednotky délky a obsahu.
- Umí převádět jednotky délky.
- Zná vzorce na výpočet obdélníku a umí ho použít v praxi.
- Umí vyhledávat na internetu.
- Umí převést své poznatky do praxe.

Naplňování očekávaných výstupů RVP ZV

Žák:

- M-9-3-01 zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku
- M-9-3-02 charakterizuje a třídí základní rovinné útvary
- M-9-3-04 odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů
- M-9-3-13 analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu“(MŠMT, 2023)

Rozvíjené klíčové kompetence

Kompetence k řešení problémů; kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence digitální

Průřezová témata

Mediální výchova, osobnostní a sociální výchova

Možnosti využití úlohy ve výuce matematiky

Rovinné útvary – obvod a obsah, slovní úlohy o společné práci

Vzdělávací oblasti

Matematika a její aplikace; člověk a příroda (fyzika); Člověk a svět práce (pracovní činnosti); Informatika

7.3.4 List matematických úloh–Jižní Amerika

Třetí list matematických úloh nese název Jižní Amerika a přináší spojení zeměpisu s matematikou. Tato úloha motivuje žáky k využití matematických dovedností při prozkoumávání geografických prvků. Žáci budou pracovat s měřítkem mapy, počítat délku řeky a rozlohu státu. Tímto způsobem se učí prakticky využívat matematiku k řešení reálných úkolů spojených s geografií. Úloha Jižní Amerika poskytuje žákům možnost propojit teoretické znalosti z obou oblastí a rozvíjet tak schopnost aplikovat matematické principy ve specifických kontextech.

List matematických úloh – Jižní Amerika

Cílem naší cesty bude poznat zajímavá místa Jižní Ameriky. Pro naplánování trasy je potřeba z přiložené mapy zjistit následující údaje:

1. Zjisti, jak dlouhá je celá řeka Amazonka od soutoku řek Ucayali a Marañon až po ústí do Atlantského oceánu. Pokud ti to pomůže, do mapy můžeš kreslit. Správně použij měřítko mapy. Popište postup, který jste použili.
2. Pokud bychom na lodi jeli po celé řece Amazonce, kolik států bychom navštívili?
3. Dále budeme chtít navštívit Bolívii. Zjisti z přiložené mapy rozlohu tohoto státu. Pokud ti to pomůže, do mapy můžeš kreslit. Správně použij měřítko mapy. Popište postup, který jste použili.

Přiložená mapaviz obr. č. 6: (Ve skutečnosti ve formátu A3)

Obrázek 6: Mapa Jižní Ameriky (Zdroj: Praktický atlas světa, 2011).

Pokyny k vypracování

Tento list matematických úloh je koncipován pro jednotlivce nebo dvojice. Pro experimentální skupinu zvolím dvojice. Tato dvojice bude mít na vypracovávání pouze jednu vyučovací hodinu. K dispozici budou mít rýsovací pomůcky a kalkulátor. U této úlohy nesmí být využíván mobilní telefon s připojením k internetu, jelikož by si mohli určité informace dohledat na internetu. Navíc přinesu ještě provázek, který žáci mohou, ale nemusí využít.

Spojitost s jednotlivými složkami matematické gramotnosti

„1. Situace a kontexty: situace osobní, kontext autentický.

2. Kompetence: matematické uvažování, matematická komunikace, vymezování problémů a jejich řešení, užívání pomůcek a nástrojů.

3. Matematický obsah: prostor a tvar“ (Nemčíková, Olšáková, Roubíček, Tomášek, Vaňková, & Zelendová, 2011).

Dovednosti žáka pro řešení úlohy

- „umí měřit vzdálenosti na mapě.
- dokáže počítat s měřítkem mapy.
- umí vypočítat obsah rovinného útvaru.

Naplňování očekávaných výstupů RVP ZV

Žák:

- M-9-1-05 řeší modelováním a výpočtem situace vyjádřené poměrem; pracuje s měřítky map a plánů
- M-9-3-01 zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku
- M-9-3-02 charakterizuje a třídí základní rovinné útvary
- M-9-3-04 odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů
- M-9-3-13 analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu"(MŠMT, 2023)

Možnosti využití úlohy ve výuce matematiky

Poměr, Rovinné útvary – obvod a obsah

Vzdělávací oblasti

Matematika a její aplikace; člověk a příroda (zeměpis), člověk a jeho svět.

7.3.5 List matematických úloh – Bitva v Tichomoří

Čtvrtý list matematických úloh nese název Bitva v Tichomoří a přináší spojení matematiky s dějepisem. Tato zajímavá variace honby za pokladem je určena starším žákům, kteří se budou pohybovat prostorami školy ve snaze najít QR kódy. Pod těmito kódy se skrývají netradiční matematické úlohy, které žáci postupně řeší. Výsledky těchto úloh pak tvoří souřadnice, jež odkazují na konkrétní místo historické bitvy v Tichém oceánu.

Tímto způsobem jsou žáci nejen vedeni k rozvoji matematických dovedností, ale také k objevování historických událostí a praktickému propojení teorie s konkrétním místem. Bitva v Tichomoří tedy podporuje nejen matematickou gramotnost, ale i schopnost aplikovat tyto dovednosti v rámci širšího kontextu dějepisu.

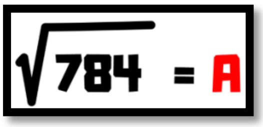
List matematických úloh – Bitva v Tichomoří

Další útok Japonců se blíží!Japonský útok na PearlHarbor 7.prosince 1941 byl pro nás zničující. Jsme nuceni vstoupit do světové války. Japonci bohužel postupně obsazují Tichomoří a my nutně potřebujeme z jejich tajných zpráv rozluštit, kde udeří příště. Prosím pomozte nám!

Bitva proběhne u **…** **A**° **B**′ **C**″ s. š. **D**° **E**′ **F**″ z. d.

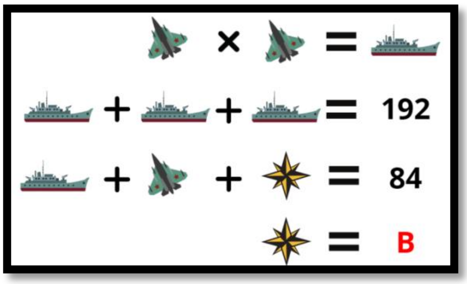
Pozn. Následně proběhne hledání QR kódů dle indicie na předchozím lístečku, nebo u předchozí úlohy, které vedou k úlohám viz ob. č. 7–12.

a)



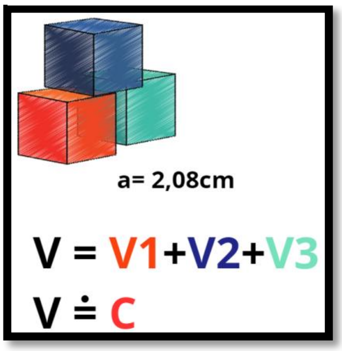
Obrázek 7: Bitva v Tichomoří A (Zdroj: Vlastní zpracování)

b)



Obrázek 8: Bitva v Tichomoří B(Zdroj: Vlastní zpracování)

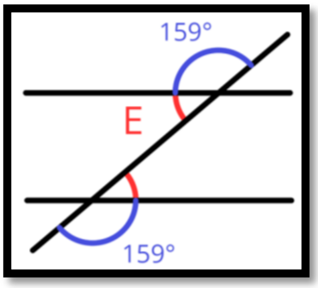
c)



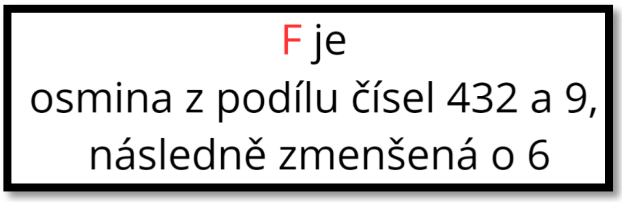
Obrázek 9: Bitva v Tichomoří C(Zdroj: Vlastní zpracování)

d) 

Obrázek 10: Bitva v Tichomoří D(Zdroj: Vlastní zpracování)

e) 

Obrázek 11: Bitva v Tichomoří E(Zdroj: Vlastní zpracování)

f) 

Obrázek 12: Bitva v Tichomoří F(Zdroj: Vlastní zpracování)

Pokyny k vypracování

Tento list netradičních úloh je koncipován na jednu vyučovací hodinu pro velké skupiny žáků (zhruba 5–7 žáků). K vypracovávání každá skupina potřebuje alespoň jeden mobilní telefon s internetovým připojením. Tím pádem budou mít k dispozici i kalkulátor. Do třídy pověsím také velkou mapu celého světa, případně Tichomoří.

Spojitost s jednotlivými složkami matematické gramotnosti

„1. situace a kontexty: situace osobní, kontext autentický

2. kompetence: matematické uvažování, matematická komunikace, vymezování problémů a jejich řešení, užívání pomůcek a nástrojů, modelování

3. matematický obsah: kvantita, prostor a tvar, změna a vztahy, neurčitost“

(Nemčíková, Olšáková, Roubíček, Tomášek, Vaňková, & Zelendová, 2011)

Dovednosti žáka pro řešení úlohy

– „Dokáže logicky uvažovat a hledat řešení netradičních úloh.

- Umí naskenovat QR kód.
- Umí počítat s mocninami a odmocninami.
- Umí vyřešit číselné a logické řady a také číselné a obrázkové analogie.
- Dokáže vypočítat úhel pomocí obrázku.

Naplňování očekávaných výstupů RVP ZV

Žák:

- M-9-1-01 provádí početní operace v oboru celých a racionálních čísel; užívá ve výpočtech druhou mocninu a odmocninu
- M-9-1-07 matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných; určí hodnotu výrazu, sčítá a násobí mnohočleny, provádí rozklad mnohočlenu na součin pomocí vzorců a vytýkáním
- M-9-1-09 analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel
- M-9-3-09 určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti
- M-9-3-10 odhaduje a vypočítá objem a povrch těles
- M-9-3-13 analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu
- M-9-4-01 užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací
- M-9-3-03 určuje velikost úhlu měřením a výpočtem“(MŠMT, 2023).

Možnosti využití úlohy ve výuce

Mocniny a odmocniny, číselné a logické řady, číselné a obrázkové analogie, logické a netradiční geometrické úlohy.

Vzdělávací oblasti

Matematika a její aplikace; člověk a společnost (dějepis); člověk a příroda (zeměpis), informatika.

7.3.6 Výstupní test

Při tvorbě výstupního testu pro žáky osmého ročníku v rámci pedagogického experimentu byl kladen důraz na zachycení dosaženého pokroku v oblasti matematické gramotnosti. Test obsahoval úlohy zaměřené na kritická místa ve výuce matematiky, která byla identifikována v průběhu experimentu. Cílem výstupního testu bylo posoudit, do jaké míry žáci zdolali identifikované obtíže a jak efektivní byly zavedené výukové metody v procesu jejich překonávání. Výsledky tohoto testu posloužily k celkovému zhodnocení experimentu a jeho dopadu na matematickou gramotnost žáků na konci školního roku.

Výstupní test

1. **Slovní úloha s procenty a zlomky**

V tabulce čokolády o hmotnosti 100 g tvoří jednu desetinu hmotnosti ořechy a 30 g sušenek. Dále pak 25 % hmotnosti tvoří bílá čokoláda a zbytek hořká čokoláda. Kolik procent hmotnosti tabulky čokolády tvoří hořká čokoláda?

2. **Slovní úloha s poměry a měřítkem mapy**

Anna a Hana plánovaly výlet na víkend. Za oba dny chtějí urazit trasu, která je na mapě s měřítkem 1:300 000 znázorněna čárou o délce 10 cm. Rozhodli se, že si trasu rozdělí v poměru 3:2, přičemž delší trasu plánují na sobotu. Kolik km ujdou dívky v neděli?

3. **V zoologické zahradě v pavilonu D chovají antilopy, bizony a cibetky. Pro tato zvířata platí:**

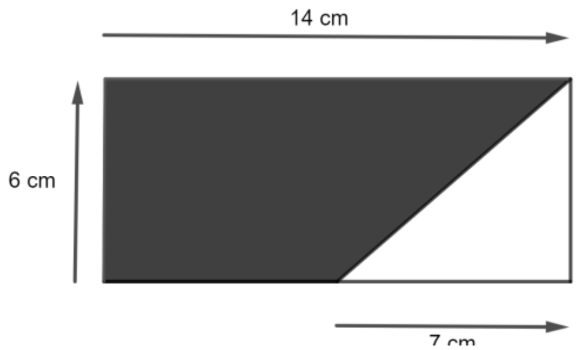
a) Početantilopse rovná sto zmenšeno o čtyři pětiny.

b) Počet bizonů se rovnátrojnásobku součtu čísel 26 a 18.

c) Počet cibetek se rovnášestině z podílu čísel 120 a 5.

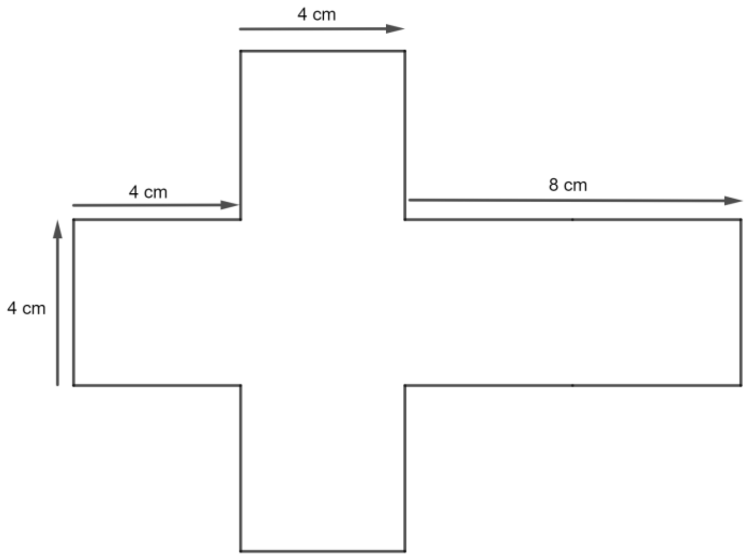
Kolik antilop, bizonů a cibetek v pavilonu D chovají?

5. Pan Dvořák se rozhodl zasít trávník na většině svého obdélníkového pozemku. Na obrázku (obr. č. 13) je trávník znázorněn černou barvou. Kolik dm^2 plochy pozemku tvoří trávník?



Obrázek 13: Obsah obdélníku (Zdroj: Vlastní zpracování).

6. Rozložená krabička od čaje tvoří síť tělesa, která je znázorněna na obrázku (obr. č. 14). Jaký je objem krabičky v cm^3?



Obrázek 14: Objem krychle (Zdroj: Vlastní zpracování).

8 Výsledky práce, diskuze

Výsledky vstupního testu jsem opravila nejprve ručně, poté jsem je zaznamenala do Microsoft Excel tabulky, kde jsem pomocí vzorců získala níže uvedená data.

Listy matematických úloh jsem opravovala taktéž ručně a ke každému cvičení jsem vložila osobitý komentář. Popis zdařilých i nezdařilých prací, ale zejména metody a způsoby řešení jsou podrobně popsány v této kapitole.

Výstupní test jsem vyhodnocovala stejným způsobem jako test vstupní a následně proběhlo porovnání obou testů.

8.1 Vstupní test

1. Slovní úloha s procenty a zlomky

V míse je 300 kusů ovoce. Jednu třetinu tvoří jablka. Pomeranče tvoří 20 % ovoce. Mísa dále obsahuje 20 kusů hrušek. Zbytek ovoce tvoří švestky. Kolik procent ovoce tvoří švestky?

V první úloze s procenty a zlomky byla správná odpověď 40 %. Za tuto odpověď žáci získali 4 body. Žáci, kteří v průběhu výpočtů příliš zaokrouhlovali a dostali se k výsledkům 40,1 – 40,4 % získali 3 body. Ti, kteří dokázali vypočítat počet švestek, ale nevyjádřili ho v procentech, získali body 2. Žáci, kteří úlohu počítali špatně, nebo vůbec byli ohodnoceni 0 body.

Tato úloha byla řešena primárně dvěma způsoby. Většina dokázala spočítat počet kusů jednotlivých druhů ovoce. Zvládli tedy vypočítat třetinu z celku a také dvacet procent z celku. Tím získali počet dotazovaných švestek. V druhé části počet švestek vyjádřili v procentech. Druhý způsob tkvěl ve vyjadřování částí celku v procentech. Žáci si třetinu vyjádřili např. jako 33,33 % a počet hrušek spočítali přes 1 % jako 20 : 3 = 6,66 %. Poté všechna zjištěná procenta odečetli od 100 % a zjistili přibližný počet procent švestek v ovoci. Zaokrouhlování výsledků způsobilo v těchto případech chybu menší než jedno procento.

Úloha č. 1 měla z celkových 50 žáků 15 úspěšných řešitelů. Do poloviny úlohy, nebo k ne zcela přesnému výsledku se dostalo 7 žáků a špatné nebo žádné řešení odevzdalo 28 žáků. Kolik žáci v úloze č. 1 získali bodů, je možné si prohlédnout v tabulce č. 3.

Tabulka 3: Úspěšnost v úloze 1 ve vstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha 1	**0 bodů**	**1 bod**	**2 body**	**3 body**	**4 body**	**Průměrný počet bodů na žáka**
Počet žáků 8. A	9	0	1	4	7	**2,00**
Počet žáků 8. B	19	0	1	1	8	**1,28**
Počet žáků celkem	28	0	2	5	15	**1,58**

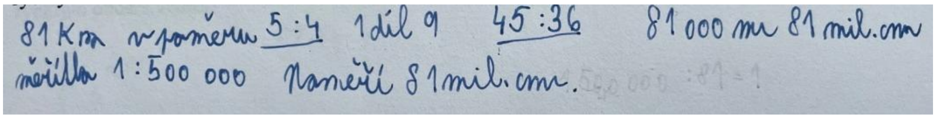
2. Slovní úloha s poměry a měřítkem mapy

Třídy 8. A a 8. B pojedou na školní exkurzi. Cíl exkurze je 81 km od školy, odkud autobusem vyjedou. Chtějí se cestou na exkurzi zastavit v rychlém občerstvení, které trasu dělí v poměru 5:4, přičemž delší trasu urazí v první části cesty. Pokud budou mít u sebe mapu s měřítkem 1:500 000, kolik cm žáci naměří na mapě mezi školou a rychlým občerstvením?

Žáci u této slovní úlohy neměli problém rozdělit správně cestu v určitém poměru. Pokud zvládli tuto první část, získali 2 body. Problém nastal až ve chvíli, kdy měli 45 km převést na cm a správně využít měřítko mapy, aby zjistili, že na mapě žáci naměří 9cm. Žáci, kteří se dostali až ke konečnému výsledku, obdrželi 4 body.

U této slovní úlohy si uvědomuji, že jsem mohla zvolit vhodnější čísla, jelikož při rozdělování 81 km 9 díly vyšel jeden díl 9 km. Po vyjádření 45 km na mapě vyšlo 9 cm. Při opravování bylo obtížné zjistit, zda žák už první výpočet bral za konečnou odpověď, nebo došel ke skutečnému výsledku správným způsobem.

U jednoho žáka 8. A. se objevilo i kuriózní řešení, ve kterém došel k výsledku, že žáci na mapě naměří 81 mil cm. Viz obr. č. 15. To by musela být skutečně obrovská mapa.



Obrázek 15: Vstupní test – úloha 2(Zdroj: Žákovské řešení).

V úloze č. 2 ke správnému výsledku došlo 6 žáků. To je počet žáků, kteří dokázali správně využít měřítko mapy. Rozdělit cestu dle zadaného poměru dokázalo navíc 12 žáků. Zbylých 32 žáků úlohu nedokázalo řešit vůbec. V tabulce č. 4 níže je vidět rozložení zisku bodů za řešení.

Tabulka 4: Úspěšnost v úloze2 ve vstupním testu(Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha 2	**0 bodů**	**1 bod**	**2 body**	**3 body**	**4 body**	**Průměrný počet bodů na žáka**
Počet žáků 8. A	12	0	6	0	3	**1,14**
Počet žáků 8. B	20	0	6	0	3	**0,83**
Počet žáků celkem	32	0	12	0	6	**0,96**

3. V autosalonu OSA se specializují na prodej aut Audi, BMW a Citroën. Pro auta v autosalonu platí:

a) Počet aut Audi je čtyřikrát větší než sto deset.

b) Počet aut BMW je trojnásobek čísla 35 zmenšený pětkrát.

c) Počet aut Citroën je pětina z podílu čísel 120 a 6.

Kolik aut Audi, BMW a Citroën mají v autosalonu OSA?

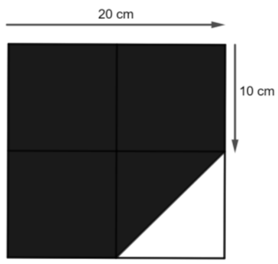
Tato úloha byla hodnocena maximálně třemi body. Každá z částí a) b) i c) byla hodnocena po jednom bodě. S částí a) měli žáci nejmenší problémy, naopak s částí c) měli problémy největší. Zajímavé je, že u této úlohy nejvíce chyběla slovní odpověď.

Všechny tři části úlohy dokázalo vyřešit 15 žáků. Stejný počet žáků vyřešilo úlohy dvě. Ani jednu část úlohy nezvládlo vyřešit 14 žáků. V této úloze získali žáci průměrně 1,62 bodů což z celkových 3 bodů je více než polovina. Viz tabulka č. 5. S úlohou č. 3 si tedy žáci poradili z celého vstupního testu nejlépe.

Tabulka 5: Úspěšnost v úloze3 ve vstupním testu(Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha 3	0 bodů	1 bod	2 body	3 body	Průměrný počet bodů na žáka
Počet žáků 8. A	3	3	8	7	**1,90**
Počet žáků 8. B	11	3	7	8	**1,41**
Počet žáků celkem	14	6	15	15	**1,62**

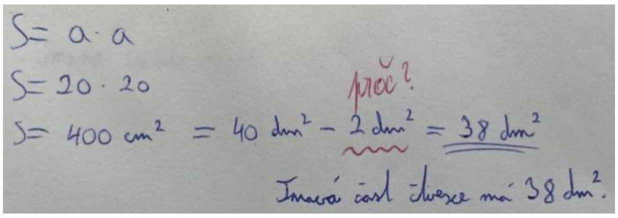
4. Anežka skládala origami. Z černého čtvercového papíru ustřihla jeden roh(rovnoramenný trojúhelník). Kolik dm^2 má tmavá část čtverce na obrázku (obr. č. 16)?



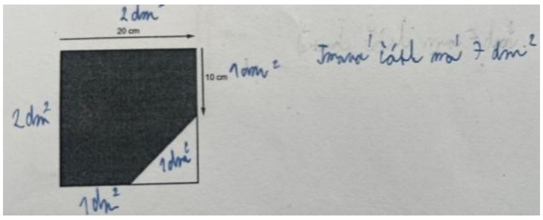
Obrázek 16: Obsah čtverce(Zdroj: Vlastní zpracování).

S úlohou číslo 4 měli žáci opravdu velké problémy. Nutností byla znalost výpočtu obsahu čtverce. Přitom mohli využít minimálně dva způsoby výpočtu. Jedním ze způsobů je výpočet 3,5 menších čtverců s rozměry 10 cm x 10 cm. Tím bychom došli k výsledku 350 cm^2 a stačilo by už jen výsledek převést na dm^2. Správný výsledek za 4 body je 3,5 dm^2. Druhou možností by mohl být výpočet velkého čtverce s rozměry 20 cm x 20cm a odečtení malého rovnoramenného trojúhelníku. Tedy 400 cm^2 - 50 cm^2 = 350 cm^2 a opět následný převod na 3,5 dm^2. Žáci, kteří provedli potřebné výpočty, ale nedošli k závěru, jsem ohodnotila alespoň 1 bodem. Ti, kteří správně vypočítali obsah útvaru v cm^2, získali 2 body, a za správně převedený výsledek by získali již zmiňované 4 body.

Někteří žáci vynásobili dva rozměry z obrázku, tedy 20 a 10 a to považovali za výsledek. Jiní v této úloze spočítali velký čtverec, a to považovali za výsledek, někteří se pokusili od velkého čtverce nějaké číslo odečíst, ale číslo zvolili pouze odhadem. Viz obr. č. 17 a 18.

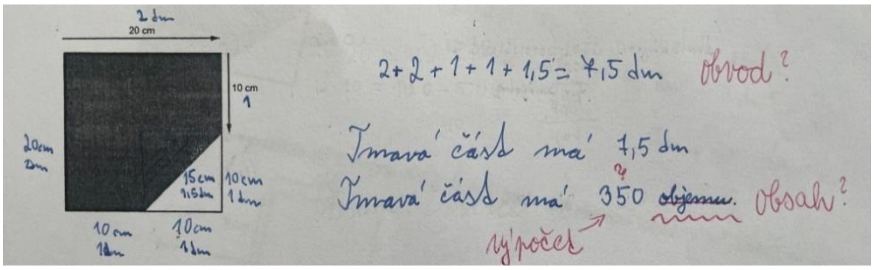


Obrázek 17: Vstupní test – řešení úlohy 4(Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 18: Vstupní test – řešení úlohy 4(Zdroj: Žákovské řešení).

Problémem byly již zmiňované převody jednotek. Žáci výsledek velice často dělili 10 místo 100. Dalším problémem bylo neporozumění pojmům obvod, obsah a objem. Žáci tyto pojmy pletli. Viz obrázek č. 19.



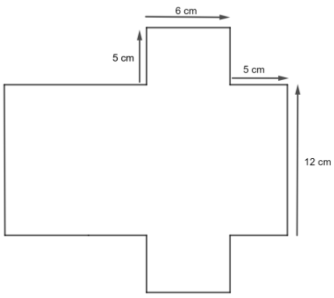
Obrázek 19: Vstupní test – řešení úlohy 4(Zdroj: Žákovské řešení).

Úloha č. 4 byla pro žáky velmi problematická. Plný počet bodů nezískal nikdo. Obsah útvaru dokázal spočítat jen jeden žák, ale poté už výsledek nepřevedl správně na požadované jednotky. Jeden žák vypočítal jednotlivé části útvaru, ale nedokázal už dojít k výsledku. Tento žák byl ohodnocen jedním bodem. Zbylých 48 žáků řešilo úlohu špatně nebo vůbec. S průměrným ziskem 0,06 bodu je tato úloha nejproblematičtější z celého vstupního testu. Bodové ohodnocení je uvedeno v tabulce č. 6.

Tabulka 6: Úspěšnost v úloze4 ve vstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha 4	0 bodů	1 bod	2 body	3 body	4 body	Průměrný počet bodů na žáka
Počet žáků 8. A	19	1	1	0	0	**0,14**
Počet žáků 8. B	29	0	0	0	0	**0**
Počet žáků celkem	48	1	1	0	0	**0,06**

5. Anežka dále vystřihla síť kvádru. Jaký objem bude mít složený kvádr v m^3, jehož síť je na obrázku (obr. č. 20)?



Obrázek 20: Objem kvádru (Zdroj: Vlastní zpracování).

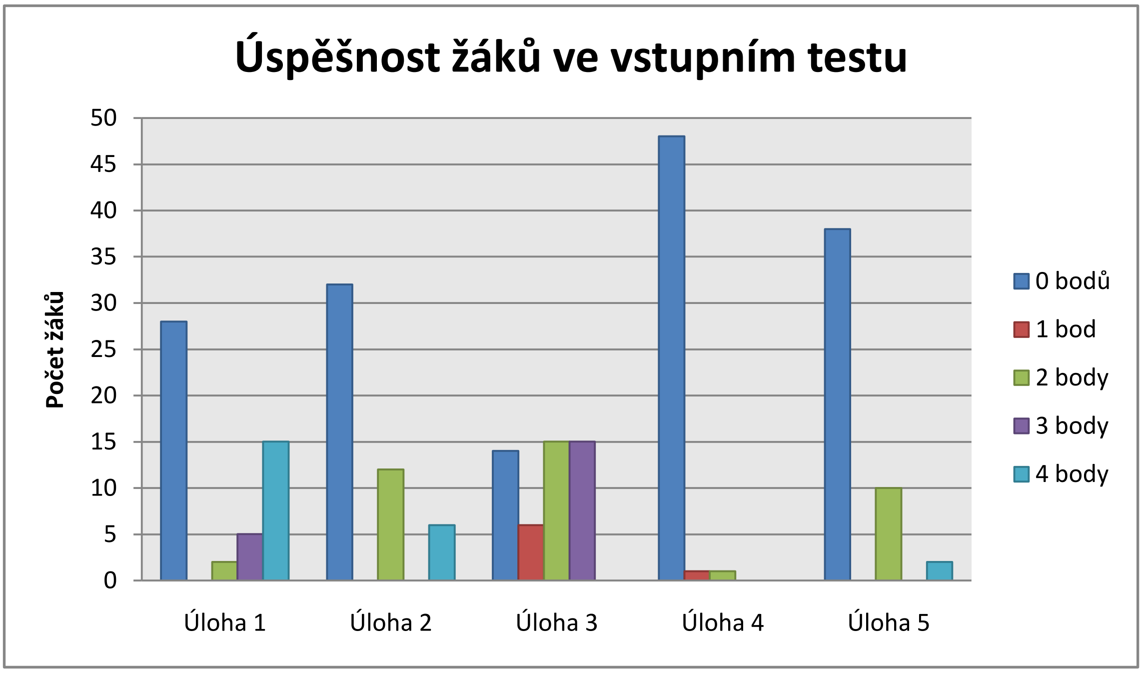
Úloha č. 5 byla také velmi problematická. Za správný výsledek v m^3 žáci obdrželi 4 body. Bez správného převodu jednotek žáci získali body 2 a žáci, kteří řešili úlohu špatně, nebo vůbec získali 0 bodů. Žákům by stačilo si pouze uvědomit, že k výpočtu objemu kvádru potřebují vynásobit všechny tři rozměry, které mají přímo uvedené na obrázku. Tedy objem tělesa by spočítali vynásobením čísel 5 6 a 12. Tím by získali objem 360 cm^3. Součástí této úlohy je také převedení výsledku na m^3. Po převodu jednotek žáci získali výsledek 0,00036 m^3.

U této úlohy si žáci pletli pojmy obvod, obsah a objem. Někteří spočítali obsah sítě na obrázku. Ke správnému výsledku i se správnými jednotkami došli právě dva žáci. Shodou okolností tito žáci spolu seděli v jedné lavici. Řešitel byl tedy možná jen jeden, nebo se jednalo o společnou práci. Výpočet objemu kvádru bez převodu jednotek se podařil celkem 10 žákům. Špatné nebo žádné řešení odevzdalo celkem 38 žáků. Zisk bodů včetně průměru je uveden v následující tabulce č. 7.

Tabulka 7: Úspěšnost v úloze5ve vstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha 5	0 bodů	1 bod	2 body	3 body	4 body	Průměrný počet bodů na žáka
Počet žáků 8. A	15	0	4	0	2	**0,76**
Počet žáků 8. B	23	0	6	0	0	**0,41**
Počet žáků	38	0	10	0	2	**0,56**

Na obrázku č. 21 jsou souhrnně uvedeny výsledky žáků ve vstupním testu.



Obrázek 21: Úspěšnost žáků ve vstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování).

V Následujících kapitolách 8.2 -8.5 uvedeme žákovská řešení dříve uvedených netradičních úloh, které řeší žáci třídy 8. A (tedy experimentální skupina).

8.2 List matematických úloh –Rodinný rozpočet

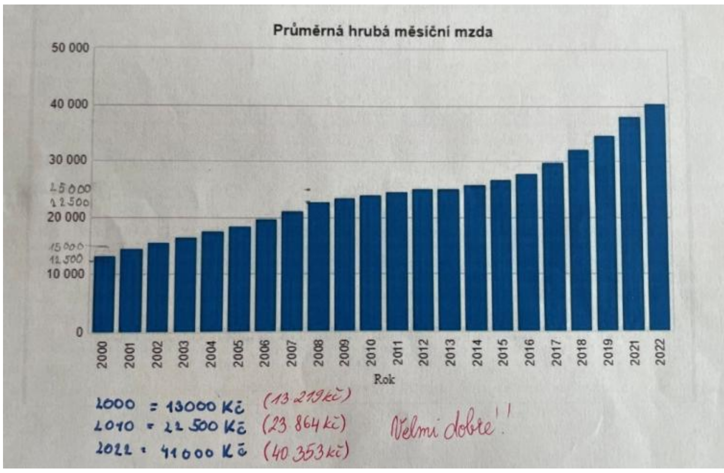
1. Podívej se na následující graf(graf viz str. 52) *„Průměrná hrubá měsíční mzda“. Pokus se co nejpřesněji zjistit, jaká byla průměrná hrubá měsíční mzda v roce* ***2000****, v roce* ***2010*** *a v roce* ***2022****? Můžeš použít libovolné pomůcky.*

Řešení: Průměrná hrubá měsíční mzda byla:

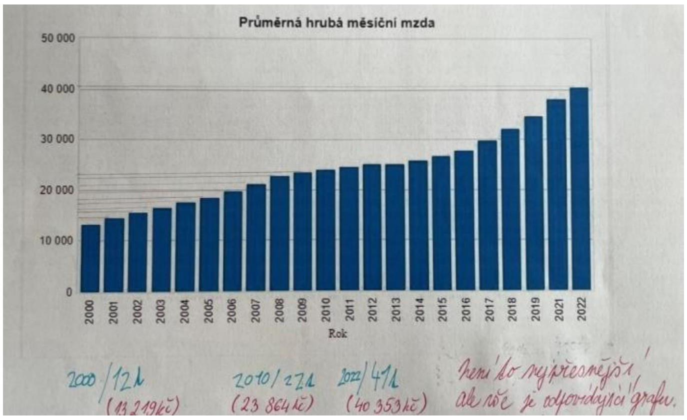
- v roce 2000 – 13 219 Kč
- v roce 2012 – 23 864 Kč
- v roce 2022 – 40 353 Kč

Žákovská řešení

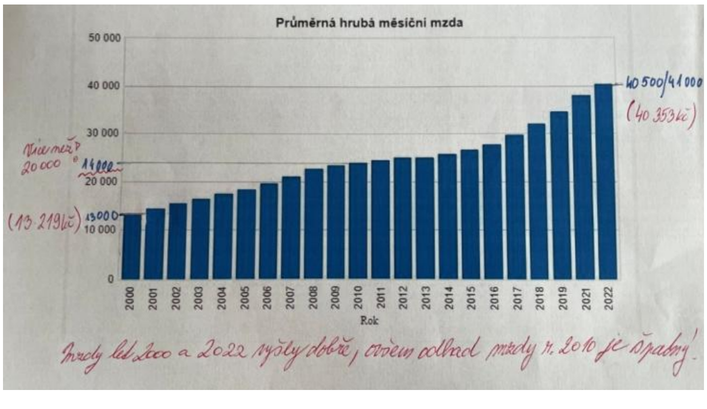
Žáci první úlohu řešili rozdílným způsobem. Celkem pět skupin si vertikální osu rozdělilo na menší dílky, díky kterým byli schopni zjistit dotazované mzdy. Mezi těmito řešiteli se objevili velmi přesné výsledky, ale také chybné měření na první pohled neodpovídající grafu (obr. č. 22–24).



Obrázek 23: Rodinný rozpočet – řešení A úlohy 1(Zdroj: Žákovské řešení).

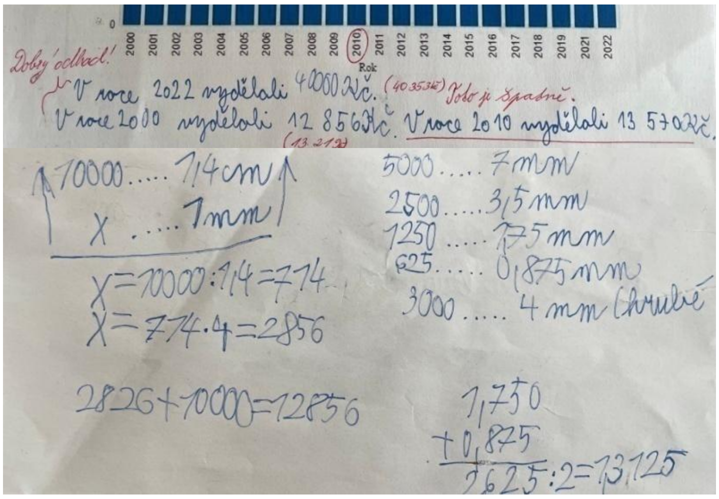


Obrázek 22: Rodinný rozpočet – řešení B úlohy 1(Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 24: Rodinný rozpočet – řešení C úlohy 1(Zdroj: Žákovské řešení).

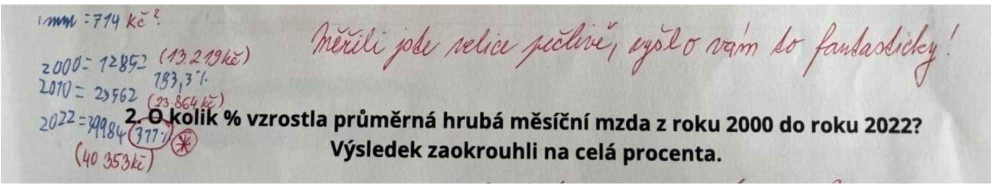
Další způsob řešení byl pouhý odhad. Tato metoda vyšla jako nejméně přesná. Využilo ji celkem také 5 skupin. Poslední metodou byla metoda jednoho milimetru. Žáci spočítali, kolik Kč odpovídá jednomu milimetru, a to poté vynásobili s naměřeným počtem mm. Tuto metodu využily dvě skupiny. Jedna ji kombinovala ještě s trojčlenkou. Jedné skupině vyšly výsledky fantasticky. Druhá měřila a počítala méně přesně. Tato řešení vidíme na obr. č. 25 a 26.



Obrázek 25: Rodinný rozpočet – řešení A úlohy 2(Zdroj: Žákovské řešení).

2. O kolik % vzrostla průměrná hrubá měsíční mzda z roku 2000 do roku 2022? Výsledek zaokrouhli na celá procenta.

Řešení:



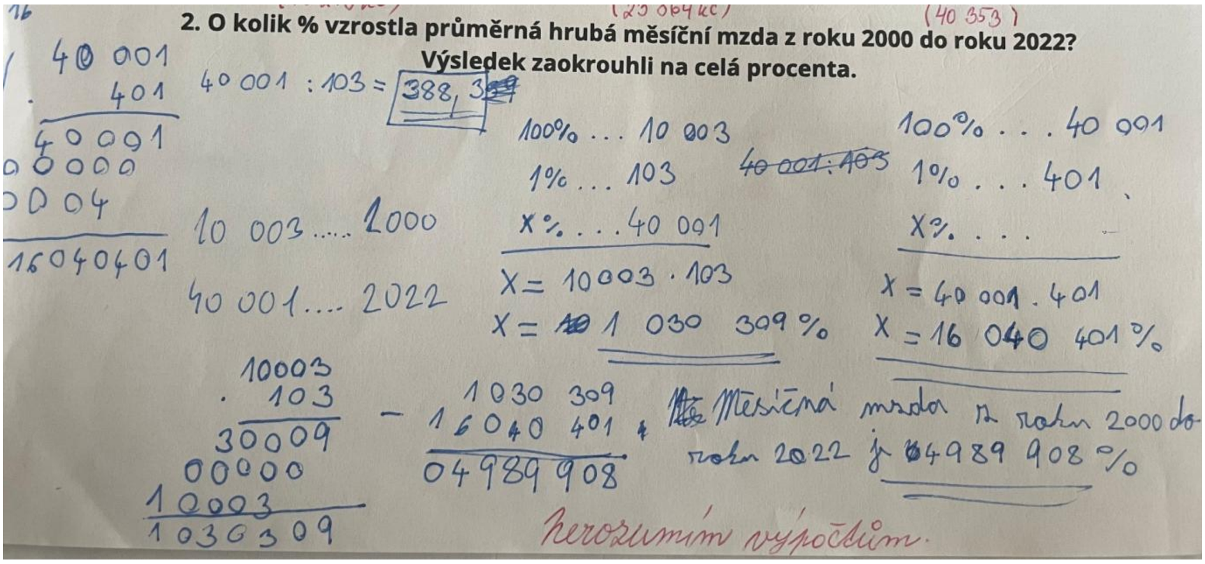
Obrázek 26: Rodinný rozpočet – řešení B úlohy 2(Zdroj: Žákovské řešení).

Přes procenta, nebo trojčlenkou: Průměrná hrubá měsíční mzda vzrostla z roku 2000 do roku 2022o 305 %.

Žákovská řešení:

Úloha číslo dvě byla nejproblematičtější. Všechny skupiny počítali úlohu přes procenta, ale ani jedna skupina nedošla ke správnému výsledku. Pouze jedna skupina si jako 100 % zvolila mzdu z roku 2000, ale poté měla bohužel chybný výpočet. Zbylé skupiny volily 100 % mzdu z roku 2022, a proto jim výsledek vyšel mezi 60–70 %.

Kuriózní řešení předvedla skupina, která svými výpočty došla k závěru, že průměrná hrubá měsíční mzda vzrostla od roku 2000 do roku 2022 o téměř 5 milionů procent, což můžeme vidět na obr. č. 27.



Obrázek 27: Rodinný rozpočet – řešení C úlohy 2(Zdroj: Žákovské řešení).

3. Následující graf(graf viz str. 53)*znázorňuje složení průměrné hrubé měsíční mzdy pro rok 2022. Pokus se vypočítat následující údaje za pomocí informací, které jsi zjistil v úloze č. 1.*

a) Kolik Kč bylo průměrně zaplaceno za zdravotní pojištění pana Nováka za měsíc v roce 2022?

b) Jakou průměrnou čistou mzdu získal pan Novák za rok 2022?

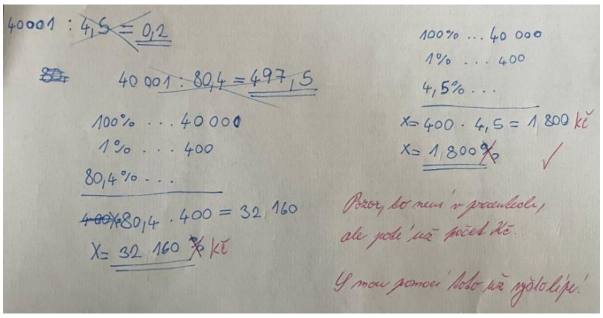
Řešení

a) 4,5 % ze 40 353 Kč je 1 816 Kč

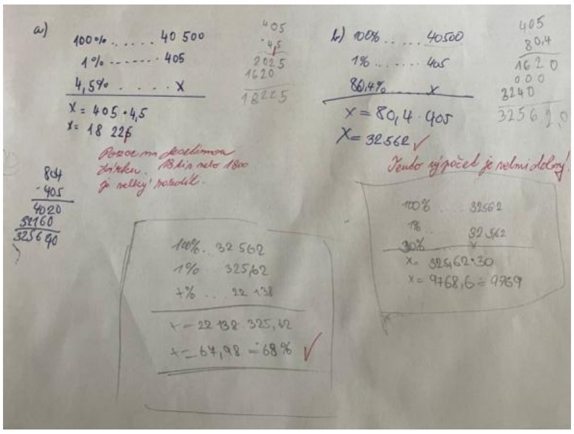
b) 80,4 % ze 40 353 Kč je 32 444 Kč

Žákovská řešení

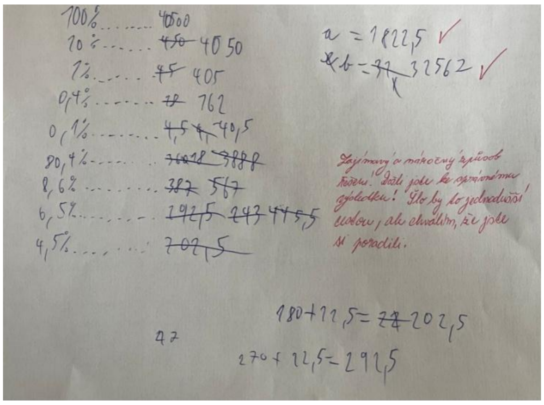
Úloha č. 3 dopadla ze všech úloh z celého listu nejlépe. Žáci si výborně poradili s procenty. Jen dvě skupiny se dopustily drobné chyby. Jedna skupina popletla jednotky (obr. č. 28). Druhá udělala chybu při násobení desetinným číslem (obr. č. 29). Za zmínku stojí i skupina s velmi nestandardním postupem (obr. č.30).



Obrázek 30: Rodinný rozpočet – řešení A úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 29: Rodinný rozpočet – řešení B úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 28: Rodinný rozpočet – řešení C úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení).

4. Pan Novák tuší, že jeho náklady na nutnosti jsou vyšší než 50 %. A proto musí spočítat:

a) Kolik pan Novák platí za nutnosti? Kolik % je to z jeho výplaty (zaokrouhli na celá procenta)?

b) Kolik Kč si bude pan Novák odkládat na budoucnost?

c) Kolik panu Novákovi zbude na zábavu?

d) Pokud by se pan Novák vzdal veškerých zájmů a odkládal měsíčně všechny peníze na zábavu stranou, za kolik měsíců by si mohl zakoupit telefon iPhone 13, který stojí 19 000 Kč?

Řešení

a) 22 138 Kč tedy 68 % čisté mzdy

b) 20 % tedy 6 489 Kč

c) 32 444- 22 138 - 6 489= 3 817 Kč

d)19 000 : 3817= 4,9777312, tedy za 5 měsíců

Žákovská řešení

Některé skupiny si vedly výborně (přesně dle instrukcí) a jejich výsledky byly téměř přesné. U pár skupin nastal problém s pochopením jednotlivých částí otázky. Žáci měli problém pochopit, že v případě, že pan Novák utratí více peněz za nutnosti, odkládá si zadaných 20 %, pak mu zbude na zábavu daleko méně peněz než 30 %. Další chybou, která se u několika skupin objevila, byla ve sčítání nutných položek, jelikož byly rozepsané do několika částí a žáci se museli zorientovat v textu. Snadno se pak stalo, že něco přehlédli. Další chybou bylo to, že žáci nepočítali s čistou mzdou vypočítanou v úloze 3. Několik skupin úlohu 4 vůbec nestihlo. Když už docházel čas, řekla jsem žákům, aby se podívali na otázku 4 e) protože o té bych si s nimi ráda popovídala.

e) Prohlédni si pečlivě všechny údaje o výdajích pana Nováka. Zamysli se, kde by pan Novák mohl ušetřit, nebo jak by mohl zlepšit svou finanční situaci. Chtěl by, aby mu zbylo na zábavu více peněz. Svoje rady panu Novákovi napiš.

Tato otázka nemá žádné správné řešení. Měla spíše podnítit diskuzi, což se skutečně podařilo. Při vypracovávání z úst žáků znělo např. *„Tak si asi nekupuju iPhone 13 když na to nemám ne?“,* nebo *„Ježiš ten pan Novák je tak hloupej, to utrácí tolik za oblečení a elektroniku.“* apod.

Mezi napsanými radami pro pana Nováka byl např. tyto:

„Pane Novák, můžete ušetřit tím, že si každý měsíc nebudete kupovat oblečení (určitě vám to sluší i v ne úplně novém oblečení). Najděte si lepší hypotéku a snažte se kupovat levnější potraviny, ale aby byly kvalitní, abyste byl zdráv. Pokud si chcete ještě více vydělat, můžete chodit na brigádu.“

„Nekupovat tak drahý telefon. Snažit se v práci (třeba ho povýší). Zkusit domácí výrobu (zelenina a ovoce, ale i nábytek…). Hlavně si nelámejte nohu, abyste dostal peníze od zdravotní pojišťovny.“

„Snižte si hypoteční úvěr, ale budete to splácet déle.“

„Nakupujte jídlo ve slevě“

„Mohl byste si najít práci s lepším platem. Můžete zmenšit peníze na budoucnost. Koupit si iPhone 12 a ne 13.“

„Šetřete vodou a osvětlením“

Ani jednu skupinu nenapadlo, že by se o náklady na bydlení mohl dělit např. s kamarádem, partnerkou apod. Nápady, které žáci měli, byly velice povedené a realizovatelné. Mluvili jsme spolu o tom, za které povolání si vydělají méně a za kolik více peněz a zhruba kolik. Někteří žáci měli představu, že v práci ihned dostanou 50 až 60 tisíc korun. Myslím, že by bylo dobré, aby rodiče s dětmi o financích mluvily otevřeně.

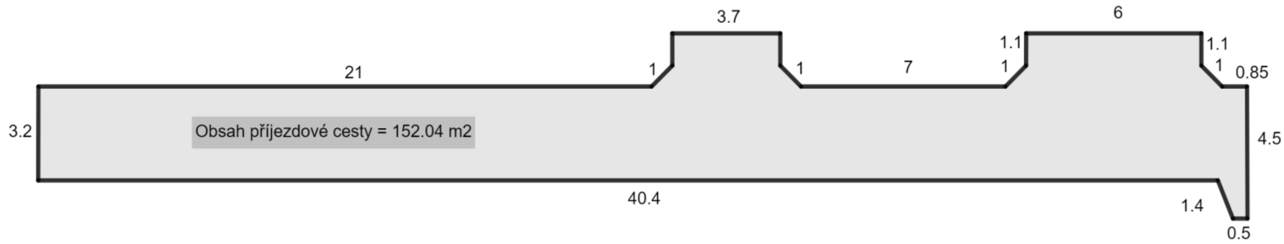
Z práce žáků na Listu matematických úloh – Rodinný rozpočet mám opravdu velkou radost. Žáci začali přemýšlet o tom, že není jednoduché vyjít samostatně s penězi. Začali přemýšlet o tom, jak to budou dělat, až budou bydlet sami. Líbilo se mi, že žáci okamžitě odhalili, že v nedobré finanční situaci není vhodné kupovat drahý telefon.

8.3 List matematických úloh –Příjezdová cesta

1. Zjisti potřebné rozměry příjezdové cesty a spočítej vše, co bude potřeba pro objednání nové dlažby a obrubníků. Můžete si pomoci nákresem.

Řešení:

Nákres příjezdové cesty se skutečnými rozměry v metrech viz obr. č. 31.



Obrázek 31: Nákres příjezdové cesty (Zdroj: Vlastní zpracování).

Obrubníky v metrech: 40,4+1,4+0,85+1+1,1+6+1,1+1+7+1+3,7+1+21= 86,55 m

Poznámka k řešení: Vlevo na cestu navazuje silnice, vpravo se nachází budova školy. Ve dvou výklencích v horní části obrázku se nacházejí lavičky. Tento nákres byl sestrojen pomocí programu Geogebra. Program zároveň určil přesný obsah útvaru.

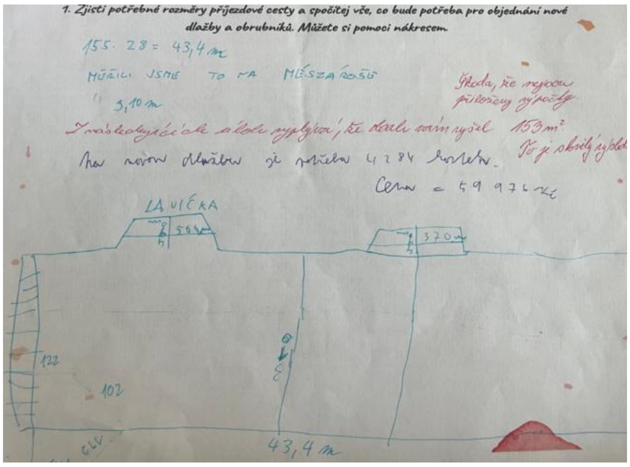
Žákovská řešení

Žáci strávili jednu vyučovací hodinu na příjezdové cestě a jednu vyučovací hodinu ve třídě. Pro měření rozměrů měli k dispozici pouze 30 cm pravítko. Museli tedy přijít na vlastní metodu měření. Nejčastější metodou měření byl stopování. Žáci vždy zjistili, kolik stop měří zjišťovaná strana. Poté změřili délku stopy a vynásobili s počtem. Tato metoda nebyla příliš přesná. Jedna ze skupin začala vzdálenost měřit podle počtu přítomných obrubníků. Tam kde obrubníky nebyly, vzdálenost žáci krokovali. Tato metoda také nebyla moc přesná, jelikož každý krok udělali jinak dlouhý. Další skupina vymyslela originální způsob měření, a to pomocí rozepnuté bundy a nalezené větve. Spočítali, kolik těchto předmětů se vejde na zjišťovanou stranu, a to vynásobili délkou předmětu. Tato metoda vedla k poměrně přesným výsledkům. Nejpřesnější metodou se ukázala metoda měření pomocí výšky osoby. Chlapec si lehal na zem tak, aby zjistili, kolikrát by se vešel na zjišťovanou stranu. Zbytek doměřili 30 cm pravítkem.

Tato metoda nejen že byla nejpřesnější, ale také se u ní žáci nasmáli. Vymysleli novou jednotku *„jeden Meszároš“* což je přesně 155cm. Skupina chlapců na sebe pokřikovala věty jako: *„Měří to čtyři Meszároše a 20 cm“.*

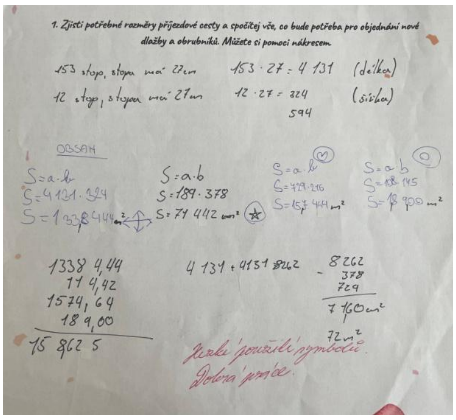
Žáci nejsou zvyklí provádět nákres dle skutečnosti. Některé skupiny byly spokojené se svým nákresem až na třetí nebo čtvrtý pokus. Ti, kteří do nákresu zapisovali výpočty, pak zjistili, že je to velmi nepřehledné. Během výpočtů ve třídě litovali, že si venku neudělali přesnější nákres.

Nákresna následujícím obrázku vedl k nejpřesnějšímu obsahu. Oproti skutečnosti se skupina spletla o pouhý 1m^2. Domnívám se, že se jedná o náhodu, jelikož v nákresu chybí mnoho potřebných rozměrů. Chlapci mají asi velmi dobrý odhad. Tato skupina měřila pomocí výšky osoby (obr. č. 32).

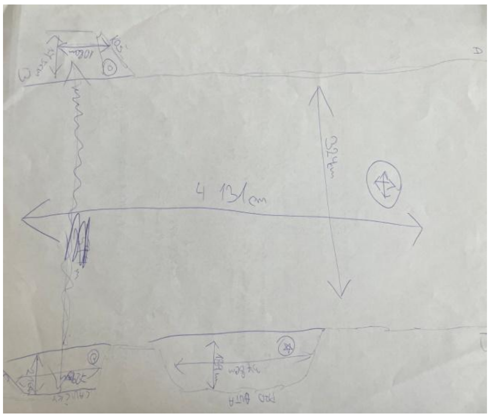


Obrázek 32: Příjezdová cesta – řešení A úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).

Další skupina měřila stopováním jako mnoho ostatních, ale zvolili velmi zajímavý způsob výpočtů. Nákres příjezdové cesty rozdělili do několika částí a každé části přidělili symbol. Viz obr. č. 33 a 34. Tato skupina se spletla o pouhých 6,5m^2.

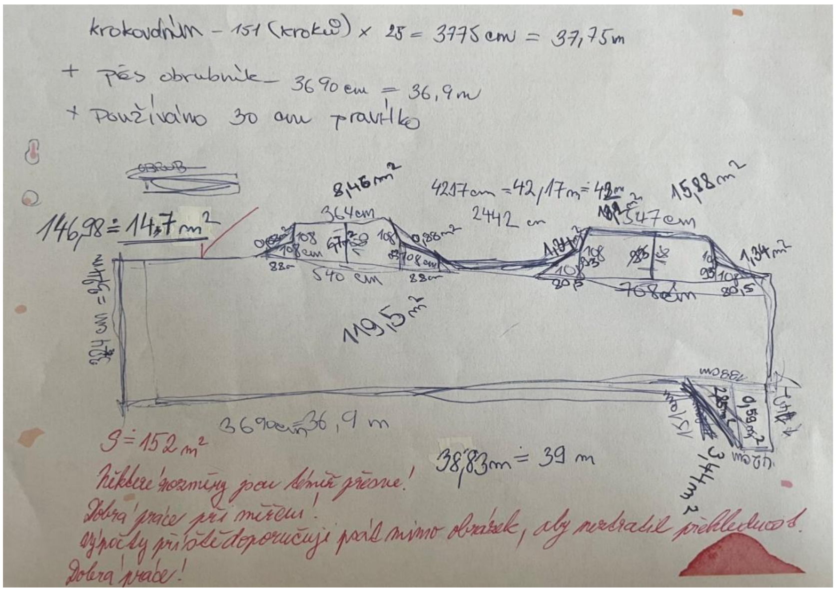


Obrázek 33: Příjezdová cesta – řešení B$_1$ úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).



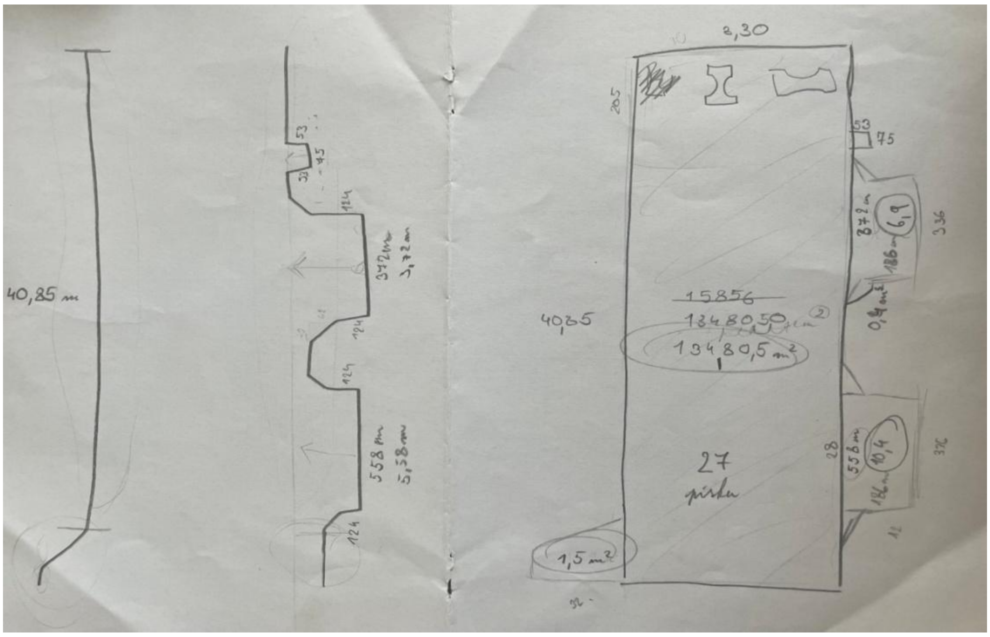
Obrázek 34: Příjezdová cesta – řešení B$_2$ úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).

Ukázkou výpočtů přímo v nákresu, může být následující skupina. Nákres (obr. č. 35) vypadá velmi chaoticky, ovšem dotyční se ve svých výpočtech pravděpodobně vyznali, protože byli v obsahu nepřesní pouze o 5m^2.



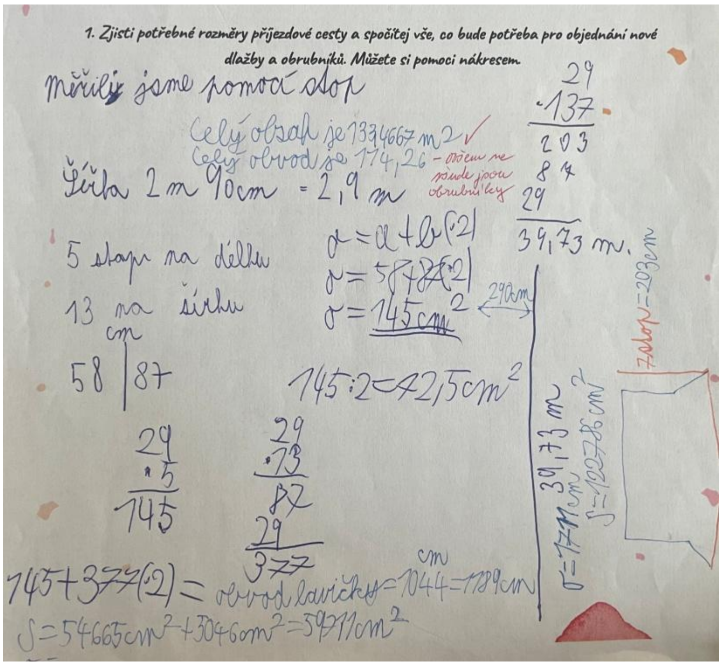
Obrázek 35: Příjezdová cesta – řešení C úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).

Jedna skupina provedla celkem tři nákresy. Na obrázku č. 36 jsou uvedeny dva nejpovedenější. Mně osobně tyto nákresy připadají nejpřehlednější. Určitě se skupině vyplatilo nakreslit další nákresy. Spletli se oproti skutečnosti o zhruba 7,5m^2.

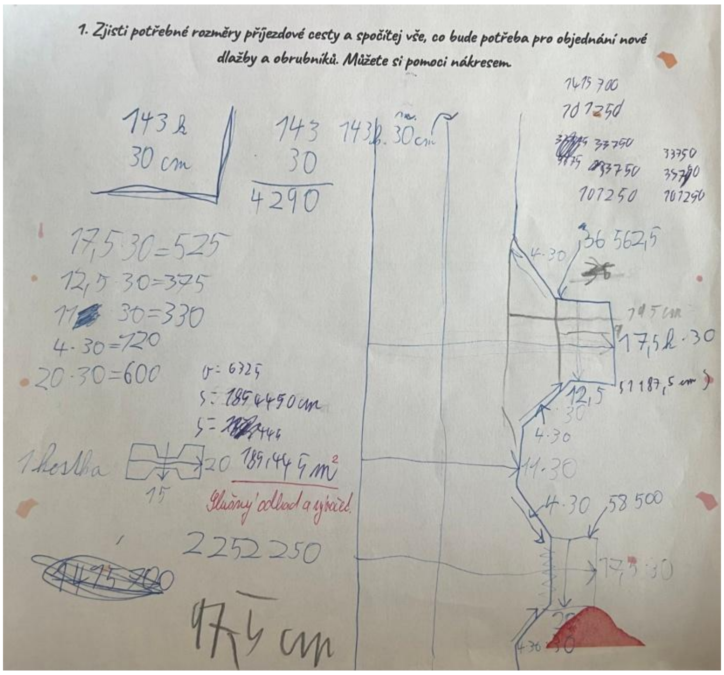


Obrázek 36: Příjezdová cesta – řešení D úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).

Poslední dvě skupiny využili pouze menšího, a ne příliš přehledného nákresu, to lze vidět na obrázcích 37 a 38. Jedna skupina byla nepřesná o 18,5m^2, druhá dokonce o 33,5m^2. Což jsou nejméně přesné výsledky. Je tedy vidět, že nákres je pro výpočet obsahu složitějších útvarů zásadní.



Obrázek 37: Příjezdová cesta – řešení E úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 38: Příjezdová cesta – řešení F úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).

Z výsledků úlohy č. 1 mám obrovskou radost. Všichni došli k reálným výsledkům. Neobjevily se chyby s převody jednotek délky, ani s výpočtem obsahů. Žáci si dali opravdu záležet.

2. Na internetu v obchodní síti OBI najdi cenu a rozměry, následně spočítej, kolik materiálu je třeba koupit:

Pozn. Podkladový štěrk už na příjezdové cestě je.

a) DITON zámková dlažba íčko 4, přírodní s výškou 10 cm

b)Semmelrock Písek zásypový 25 kg (5g vystačí na 1 m^2 dlažby)

c) DITON Obrubník záhonový, přírodní 100 x 25 x 5 cm

Řešení:

a) Na celou plochu bude potřeba přibližně 4 606 dlažebních kostek, za které zaplatíme 64 484 Kč.

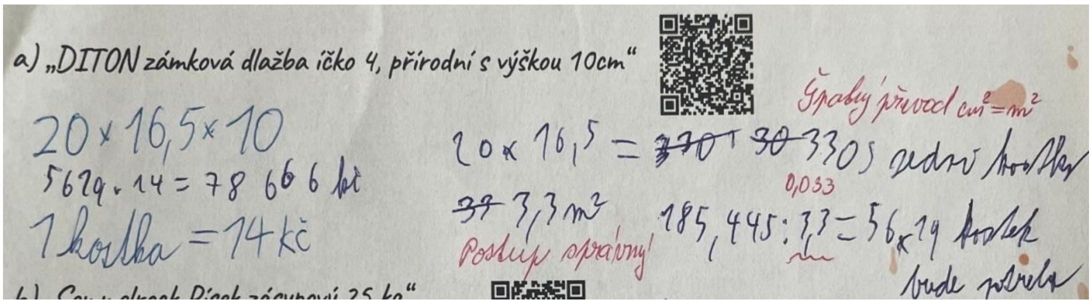
b) Na celou plochu bude potřeba přibližně 760,2 kg písku, tedy 31 balení. Cena za všechen písek bude 3 999 Kč.

c) Z úlohy č. 1 víme, že obrubník je třeba na 86,55m. To odpovídá přibližně 87 obrubníkům, za které zaplatíme 8 265 Kč.

Žákovská řešení:

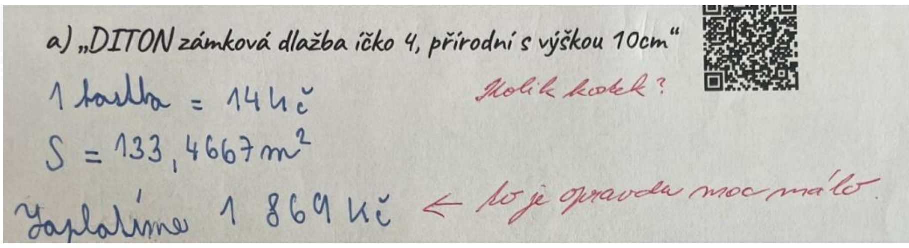
Úloha č. 2 byla z tohoto listu matematických úloh nejproblematičtější. I přes to, že několik skupin došlo k přibližnému výsledku, objevilo se i několik problémů. Skupiny, které do listu neuvedly výpočty, jsem bohužel nemohla okomentovat a přijít tak na chyby, které ve výpočtech udělali.

Za zmínku stojí skupina, která u části a) měla správný postup, ale v průběhu výpočtů neprovedla správně převod jednotek obsahu z cm^2 na m^2. Viz obr. č. 39.



Obrázek 39: Příjezdová cesta – řešení A úlohy 2 (Zdroj: Žákovské řešení).

Ze všech skupin i úloh z tohoto listu se právě v úloze č. 2 objevilo nejkurióznější řešení. Nákup dlažebních kostek, který všem vyšel mezi 55–70 tisíci jedna skupina vypočítala na 1 869 Kč. Tato chyba vznikla tím, že pouze vynásobili počet m^2 s cenou kostek. To by bylo správně, pokud by jedna dlažební kostka měla rozměr 1 x 1 m. Bohužel tato jediná chyba zapříčinila obrovský rozdíl v celkové ceně příjezdové cesty, což můžeme vidět na obr. č. 40.



Obrázek 40: Příjezdová cesta – řešení B úlohy 2 (Zdroj: Žákovské řešení).

V část úlohy c) měla chybu pouze jedna skupina, která předpokládala, že obrubníky budou po celém obvodu příjezdové cesty. Tato skupina tedy nakoupila více než trojnásobek potřebných obrubníků.

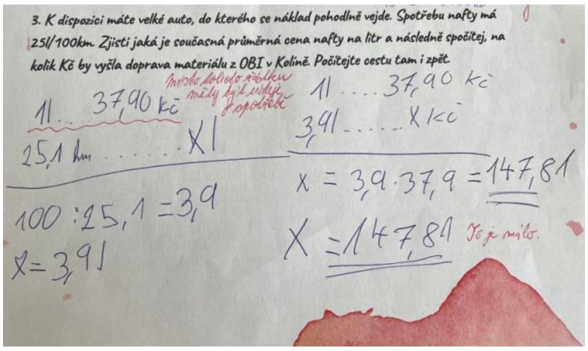
3. Máte k dispozici velké auto, které má spotřebu nafty 25l/100km. Zjisti, jaká je průměrná cena nafty na litr a následně spočítej, na kolik Kč by vyšla doprava materiálu z OBI v Kolíně. Počítejte cestu tam i zpět.

Řešení:

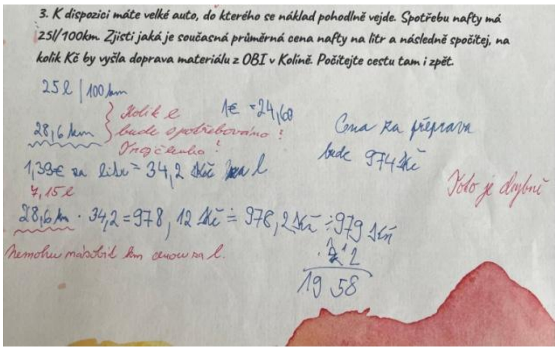
Vzdálenost ZŠ Čáslav Masarykova a OBI Kolín je 25km. Cesta tam i zpět spotřebuje 12,5 l. Při ceně nafty 34,94 Kč/l bude doprava stát 437 Kč. Řešit tuto úlohu šlo pouhou úvahou, nebo přes trojčlenku.

Žákovská řešení:

Správně cenu za dopravu spočítaly pouze tři skupiny. Zbytek skupin měl chybný výpočet. Největším problémem byly pro žáky ne příliš známé jednotky. Neuměli vymyslet postup řešení. Jedna skupina násobila počet km s cenou nafty za litr. Jiná skupina 100km počtem plánovaných km, a to považovala za výsledek v litrech bez ohledu na spotřebu. Viz obr. č. 41 a 42.



Obrázek 41: Příjezdová cesta – řešení A úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 42: Příjezdová cesta – řešení B úlohy 3 (Zdroj: Žákovské řešení).

4. Vyber nejvhodnější firmu tak, aby byla levná, ale zároveň stihli zhotovit celou práci do 5 pracovních dní, při pracovní době 9:00 – 17:00.

<u>MATERO</u>
Počet pracovníků: 6
Jeden pracovník práci vykoná za: 64h
Odměna pro jednoho pracovníka: 300 Kč/h

<u>DLAŽBA</u>
Počet pracovníků: 2
Jeden pracovník práci vykoná za: 72h
Odměna pro jednoho pracovníka: 200 Kč/h

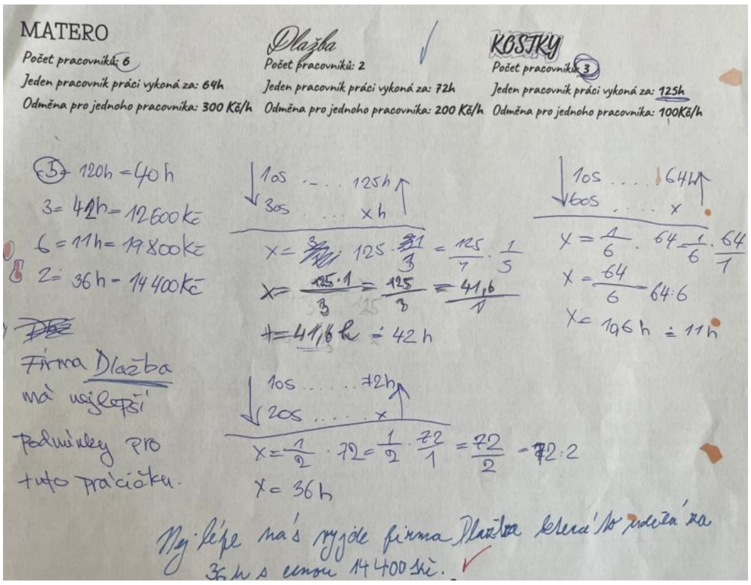
<u>KOSTKY</u>
Počet pracovníků: 3
Jeden pracovník práci vykoná za: 125h
Odměna pro jednoho pracovníka: 100Kč/h

Řešení:

Nejvhodnější je firma „*Dlažba*“, která má 2 pracovníky (200Kč/h), kteří stihnou práci za 36h. Práce bude stát 14 400 Kč.

Žákovská řešení:

Úlohu č. 4 všechny skupiny vypočítali správně. Pouze jedna měla poněkud zmatené výpočty, ovšem částka 14 400 Kč se jim tam objevila taktéž. V průběhu počítání této úlohy jsem žákům připomněla, že musí vyplatit všechny pracovníky dané firmy. V tu chvíli se asi ze dvou skupin ozvalo, že to mají špatně a následně úlohu přepočítali. Díky tomu pravděpodobně všechny skupiny zvládly úspěšně spočítat ať už úvahou, nebo trojčlenkou, celkovou cenu za práci. Viz obrázek č. 43.



Obrázek 43: Příjezdová cesta – řešení úlohy 4(Zdroj: Žákovské řešení).

5. Na kolik Kč vyjde celá rekonstrukce příjezdové cesty?

Řešení:

Celá rekonstrukce vyjde na 91 585Kč.

Žákovská řešení:

Součty jednotlivých výpočtů vyšly žákům od 30 467 Kč (skupina s chybným výpočtem dlažebních kostek) po 112 678 Kč (skupina s chybným výpočtem obrubníků). Nejblíže byla skupina s výpočtem 92 741 Kč.

8.4 List matematických úloh – Jižní Amerika

1. Zjisti, jak dlouhá je celá řeka Amazonka od soutoku řek Ucayali a Marañon až po ústí do Atlantského oceánu. Pokud ti to pomůže, do mapy můžeš kreslit. Správně použij měřítko mapy. Popište postup, který jste použili.

Řešení:

Řeka Amazonka je dlouhá 7 062Km.

Žákovská řešení:

Pro tuto úlohu se všechny skupiny rozhodly zvolit metodu měřením provázku. Zvolili ji především kvůli úspoře času, jelikož si více času chtěli nechat na úlohu č. 3.

Někteří vzali hrubý provázek, jiní vymysleli, že když jej rozpletou na tenčí vlákna, výsledek bude přesnější.Obvykle žáci naměřili 14–17cm. Zajímavé je, že výsledek zaokrouhlili vždy na celé cm. Nikdo nepočítal s milimetry. Jedna skupina, která využila nejtenčí možný provázek, naměřila 32cm. Díky tomu po převedení přes měřítko mapy vyšla této skupině délka řeky Amazonky 6 400km, což je nejpřesnější výsledek. U této úlohy sice většina žáků neměřila příliš přesně, ovšem všechny skupiny správně použily měřítko mapy a správně převedly jednotky z cm na km. Proto hodnotím úlohu 1 za vydařenou.

2. Pokud bychom na lodi jeli po celé řece Amazonce, kolik států bychom navštívili?

Řešení:

Navštívili bychom celkem tři státy: Brazílii, Peru, Kolumbii.

Žákovská řešení:

Úloha č. 2 byla nejméně matematická. Zjišťovala schopnost orientovat se v mapě, což je důležitá dovednost pro úlohu č. 3. Zároveň díky této úloze žáci zjistili, jakým nápisem jsou uvedeny na mapě státy, a to jim pomohlo v následující úloze. Překvapilo mě, že mnoho skupin nedokázalo úlohu 2 vyřešit správně. Ve většině případů chyběla Kolumbie, kterou řeka Amazonka protéká na nejkratším úseku. Jedna skupina zapomněla uvést i Peru. Další skupina uvedla oproti 3 státům, které byly řešení ještě Ekvádor. Ti si pravděpodobně spletli řeku Amazonku s Amazonskou nížinou.

4. *Dále budeme chtít navštívit Bolívii. Zjisti z přiložené mapy rozlohu tohoto státu. Pokud ti to pomůže, do mapy můžeš kreslit. Správně použij měřítko mapy. Popište postup, který jste použili.*

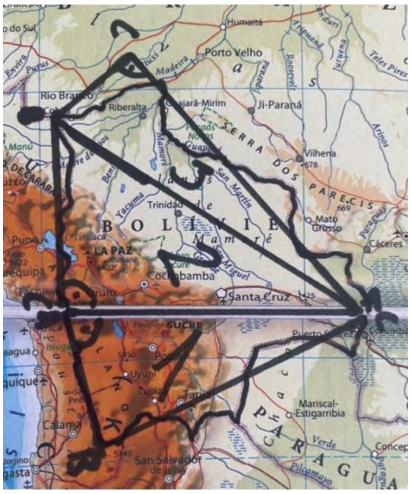
Řešení:

Rozloha Bolívie je 1 099 000 km^2.

Žákovská řešení:

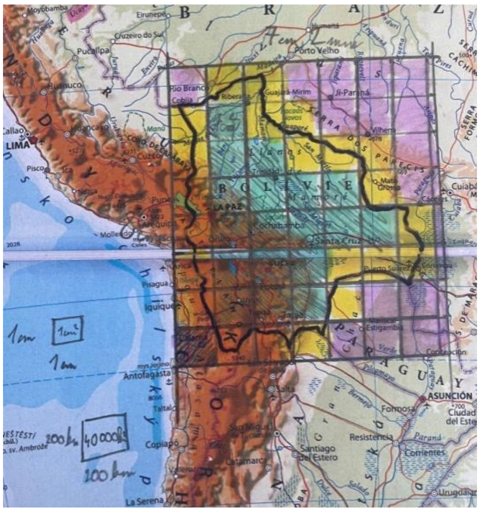
Žáci si na úlohu č. 3 nechali zhruba ¾ času. Snažili se přijít vždy na jiný způsob řešení, než použili ostatní skupiny. Vzniklo tedy velké množství způsobů řešení.

Nejpřesnější řešení vymyslela skupina, která území Bolívie rozdělila na tři pravoúhlé trojúhelníky.Viz obr. Č. 44. Žáci spočítali obsahy trojúhelníků a ty následně sečetli. Tento postup byl účinný jen díky předpokladu, že chybějící a přebývající části území mají přibližně stejný obsah. Dá se tedy říci, že fantastický výsledek 1 108 000 km^2 vznikl s velkým štěstím. Také ale díky tomu, že žáci správně vypočítali, kolik je jeden cm^2 ve skutečnosti km^2, a to s naměřenými výsledky vynásobili.

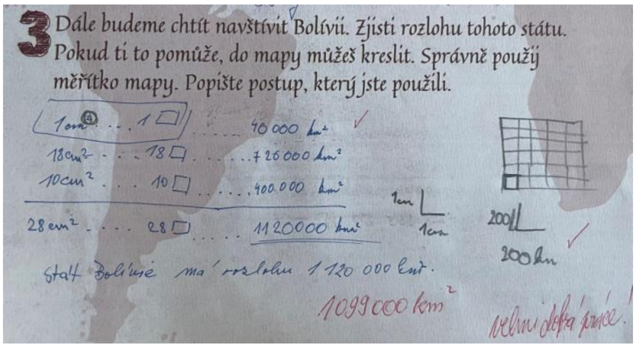


Obrázek 44: Jižní Amerika – řešení A úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).

Druhé nejúspěšnější řešení vymyslela skupina, která spočítala obsah obdélníku, který sestrojili žáci kolem území Bolívie a následně odčítali rozdíl rozlohy obdélníku a Bolívie. Viz obr. č. 45 a 46. Po správném použití měřítka mapy žákům vyšel výsledek 1 120 000 km^2.



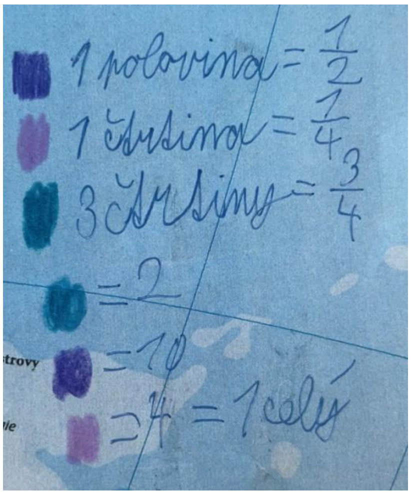
Obrázek 46: Jižní Amerika – řešení B úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 45: Jižní Amerika – řešení C úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).

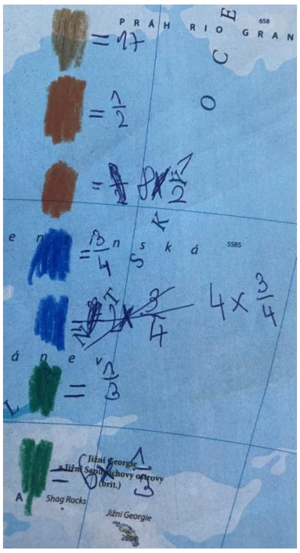
Třetí nejúspěšnější řešení měly dvě skupiny, které pravděpodobně spolupracovaly, jelikož tito žáci měli nejen stejný způsob řešení ale i výsledek.Tyto skupiny území Bolívie rozdělily na síť po jednom centimetru. Dále každý cm^2 žáci vybarvili určitou barvou. Každá barva označuje, jak velkou část cm^2 zabírá území Bolívie. Barevné čtverce potom spočítali a následně určili, kolik čtverců zabírá území Bolívie. Poté si pomocí měřítka spočítali, kolik km^2 je ve skutečnosti jeden čtverec a to vynásobili. Získali tak výborný výsledek 1 060 000 km^2. Viz obr. č. 47–50.

Obrázek 47: Jižní Amerika – řešení D úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 48: Jižní Amerika – řešení E úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).

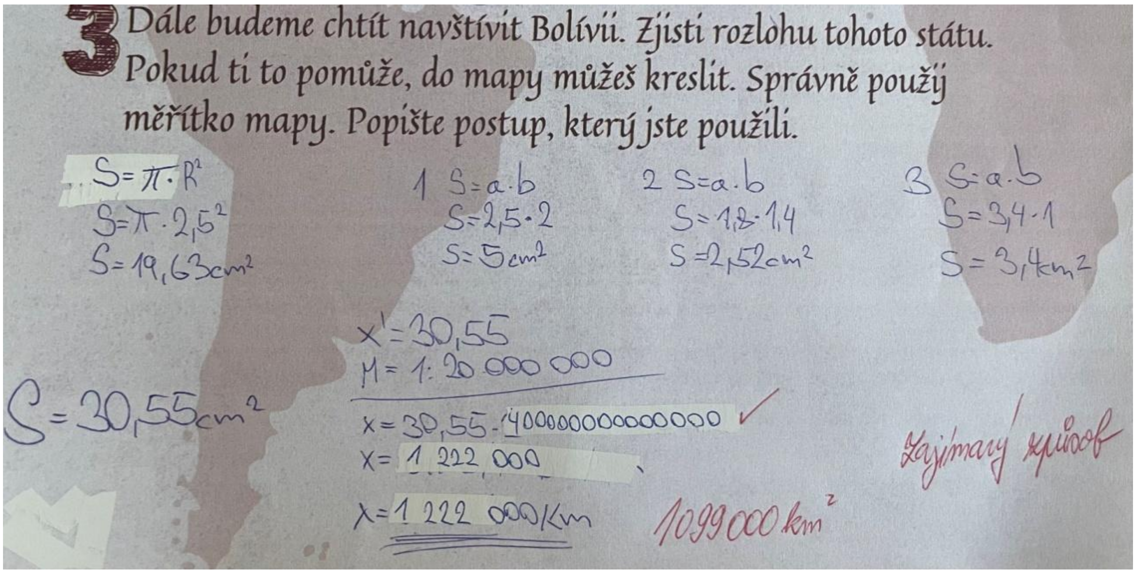
Obrázek 50: Jižní Amerika – řešení F úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 49: Jižní Amerika – řešení G úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).

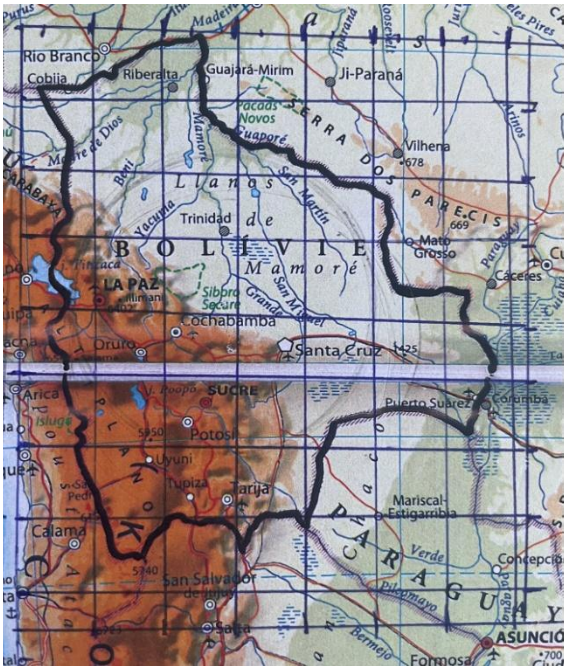
Další úspěšné řešení bylo využití výpočtu obsahu kruhu, který vepsali Bolívii a následně dopočítali zbylé území. Skupině, která využila ve svém postupu kruh, vyšel po převedení výsledek 1 222 000 km^2. Viz obr. č. 51 a 52.

Obrázek 51: Jižní Amerika – řešení H úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).

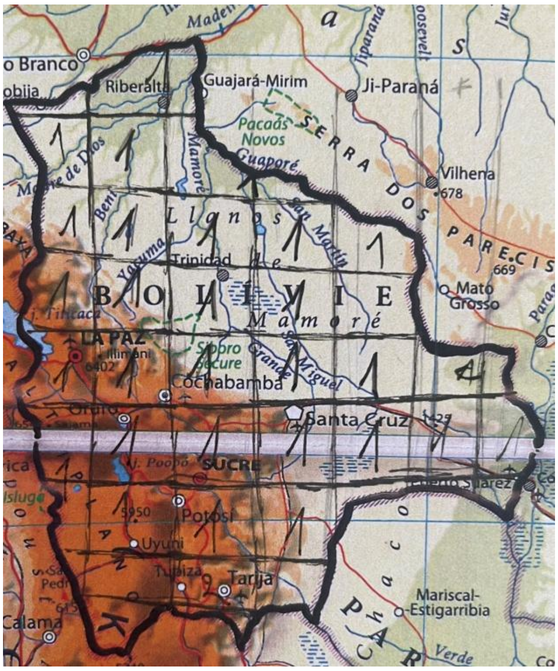


Obrázek 52: Jižní Amerika – řešení I úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).

Úspěšné řešení předvedly i další dvě skupiny, které si území Bolívie rozdělily na cm^2. Z postupu viz obr. č. 53–54 nelze zjistit, jak vyřešily neúplné čtverce. Tyto skupiny zvládly úspěšně využít měřítko mapy a výsledek převedly na km^2. První skupina spočítala rozlohu Bolívie na 1 260 000 km^2, skupina druhá na 1 280 000 km^2.

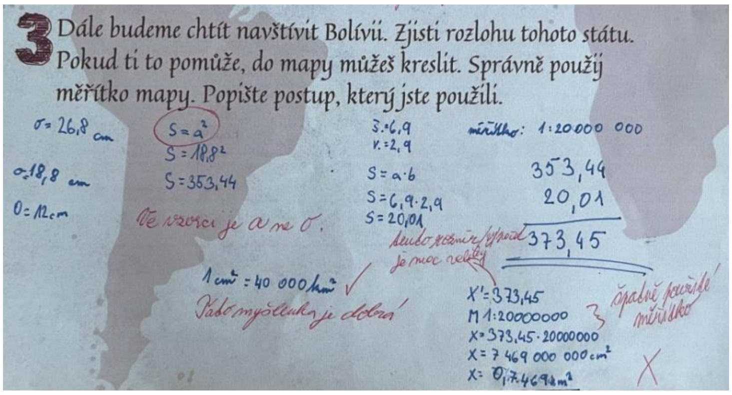


Obrázek 54: Jižní Amerika – řešení J úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 53: Jižní Amerika – řešení K úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).

Tento list matematických úloh přinesl i dvě kuriózní řešení. Jedna skupina vymyslela neuvěřitelný postup. Skupina nejprve počítala obvod státu Bolívie. Žáci této skupiny tušili, jak vypadá vzorec pro výpočet obsahu. Akorát místo strany dosadili právě spočítaný obvod, získali tedy obvod na druhou. Dále si změřili největší vzdálenosti mezi hranicemi Bolívie na šířku a poté na výšku. To následně vynásobili. Získali tedy obsah obdélníku většího, než je stát Bolívie, a to ještě sečetli s obvodem na druhou. Na mapě tedy naměřili obrovské množství cm^2. Díky tomu, že ještě nesprávně použili měřítko mapy, vyšla jim rozloha Bolívie na 0,7469km^2.



Obrázek 55: Jižní Amerika – řešení L úlohy 3(Zdroj: Žákovské řešení).

Další kuriózní řešení přineslo výsledek 25 400 km^2. Když jsem se žáků zeptala, jakým způsobem k tomuto výsledku došli, řekli mi, že nejsou schopni vysvětlit svůj speciální postup. Bohužel nepřiložili ani žádné výpočty. V pracovním listu se objevily jen nějaká čísla, zmiňovaný výsledek a také věta: *„Nedokážu vysvětlit způsob“.* Mapa nejevila známky výpočtů ani nějaké konstrukce. Předpokládám tedy, že tato skupina provedla pouze nějaký odhad.

8.5 List matematických úloh – Bitva v Tichomoří

Další útok Japonců se blíží! Japonský útok na PearlHarbor 7. prosince 1941 byl pro nás zničující. Jsme nuceni vstoupit do světové války. Japonci bohužel postupně obsazují Tichomoří a my nutně potřebujeme z jejich tajných zpráv rozluštit, kde udeří příště. Prosím pomozte nám!

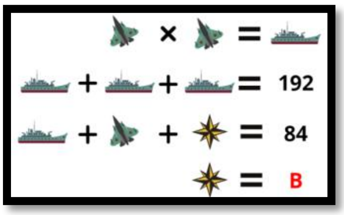
Bitva proběhne u ***… A****° **B** ' **C** " s.š.* ***D*** *°* ***E*** *'* ***F*** *" z.d.*

Pozn. Následně proběhne hledání QR kódů dle indicie na předchozím lístečku, nebo u předchozí úlohy. QR kódy povedou k úlohám, viz obr. č. 56–61. Výsledky úloh tvoří souřadnice místa historické bitvy.

a)

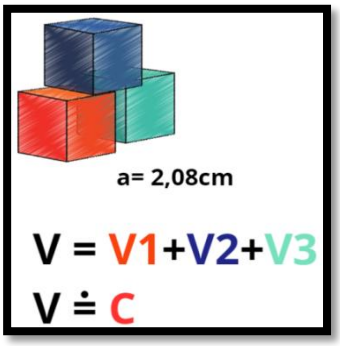
$$\boxed{\sqrt{784} = A}$$

Obrázek 56: Bitva v Tichomoří A (Zdroj: Vlastní zpracování) b)



Obrázek 57: Bitva v Tichomoří B (Zdroj: Vlastní zpracování)

c)



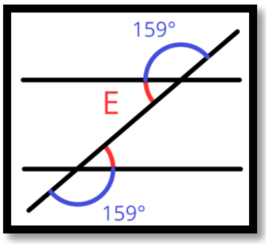
Obrázek 58: Bitva v Tichomoří C (Zdroj: Vlastní zpracování)

d)

135, 142, 149, 156, 163, 170, D

Obrázek 59: Bitva v Tichomoří D (Zdroj: Žákovské řešení).

e)



Obrázek 60: Bitva v Tichomoří E (Zdroj: Žákovské řešení).

f)

F je
osmina z podílu čísel 432 a 9,
následně zmenšená o 6

Obrázek 61: Bitva v Tichomoří F (Zdroj: Žákovské řešení).

Řešení:

Bitva proběhne u ostrova Midway (28°12′27″ N, 177°21′0″ W)

Žákovská řešení:

Poslední list matematických úloh představoval vrcholný moment celého mého výzkumu. V rámci vypracování úloh byli aktivováni k pohybu po celé škole, hledání lístečků s QR kódy se stalo klíčovým prvkem jejich práce. Fáze hledání byla provázena vášní a zapálením, které ovlivnilo atmosféru v učebně. Zajímavým aspektem bylo, že přibližně polovina skupin zvolila postup najít všechny lístečky předem, zatímco druhá polovina se rozhodla vypracovávat úlohy průběžně a až poté hledat další QR kódy.

Překvapivě se žáci chovali disciplinovaně a s respektem ke svým spolužákům v jiných třídách. Jejich aktivity na chodbách byly provázeny pouze dusotem nohou při popoběhnutí. Tato nekonvenční hodina matematiky byla žáky okomentována jako nejzábavnější hodina matematiky, kterou kdy ve škole zažili. Tímto netradičním přístupem nejenže dosáhli významného rozvoje matematických dovedností, ale také vytvořili prostředí, které podporuje radost ze samotného učení.

V rámci jednotlivých úloh překvapivě všechny skupiny projevily výraznou schopnost efektivně spolupracovat a vyřešit matematické výzvy. S radostí lze konstatovat, že s úlohami a) a b) si žáci poradili bez větších obtíží, přičemž všechny skupiny dosáhly správného výsledku. Tento pozitivní trend výborného řešení se však přerušil u úlohy c), která byla problematická, a žáci potřebovali mou pomoc.

Úlohy d) a e) představovaly minimální obtíže, a většina skupin je zvládla bez potíží. Úloha e) jen byla pravděpodobně zadána nejednoznačně. V reakci na tuto situaci bylo nezbytné poskytnout dodatečné upřesnění, což přispělo ke správnému řešení.

Naopak u úlohy f) se objevily velké komplikace. Více než polovina skupin měla se zadáním této úlohy problém, vyžadovala moji asistenci a dodatečné vysvětlení.

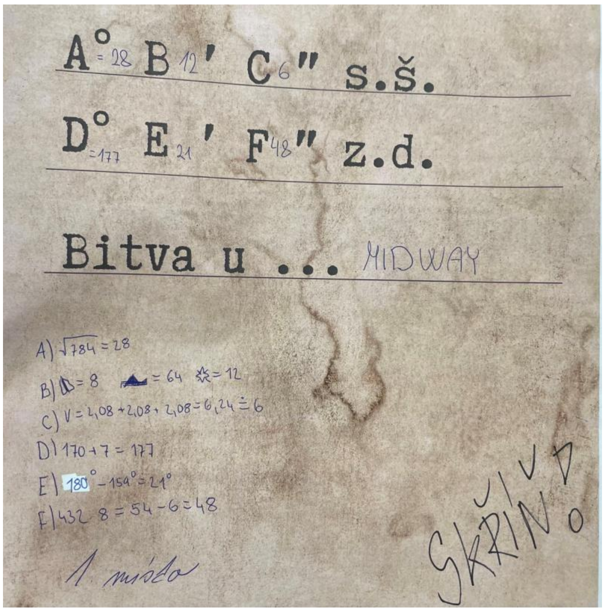
Téměř všechny skupiny, kromě jedné, po úspěšném spočítání souřadnic spontánně sáhly po atlasu, aby ověřily, kde nově nalezené souřadnice míří. Tento přístup měl své kouzlo, neboť žáci rychle identifikovali, že se jejich hledané místo nachází poblíž Havajských ostrovů. Bohužel, mapa v atlasu poskytovala pouze omezenou přesnost.

V této chvíli jsem je navedla na fakt, že v dnešní moderní době existuje mnohem přesnější způsob určování polohy. Inspirativním momentem bylo, když si žáci uvědomili, že mohou zadat souřadnice do internetového vyhledavače a získat tak přesné umístění. Někteří žáci měli s tímto postupem problém, a proto jsem jim ochotně poskytla pomoc, což vedlo ke správnému a úspěšnému zjištění cílové lokality. Tato situace nám poskytla zajímavý pohled na to, jak žáci kombinují tradiční zdroje s moderními technologickými možnostmi v rámci matematického výzkumu.

Tato konkrétní úloha přinesla méně variant způsobů řešení, a přestože žáci nezaznamenávali své výpočty na papír, což znesnadňuje detailní analýzu jednotlivých částí, domnívám se, že patří mezi nejlepší v rámci celého výzkumu. Přesto, že mohl na první pohled působit list úloh jako jednodušší, ukázalo se, že byl velice přínosný pro rozvoj matematických dovedností žáků.

I přes omezený zápis výpočtů se tato úloha stala impulzem pro diskuzi o výhodách kombinace tradičních a moderních metod výuky. Skupiny, které se s problémem úspěšně vypořádaly, si vytvořily pevnější vazbu mezi teoretickým učením a jeho praktickým využitím. Celkově lze tuto fázi výzkumu považovat za přínosnou a podnětnou, neboť otevřela cestu k dalším reflexím nad vhodným propojením tradičních a moderních prvků v matematickém vzdělávání.

Ukázky žákovských řešení na obr. č. 62–64:



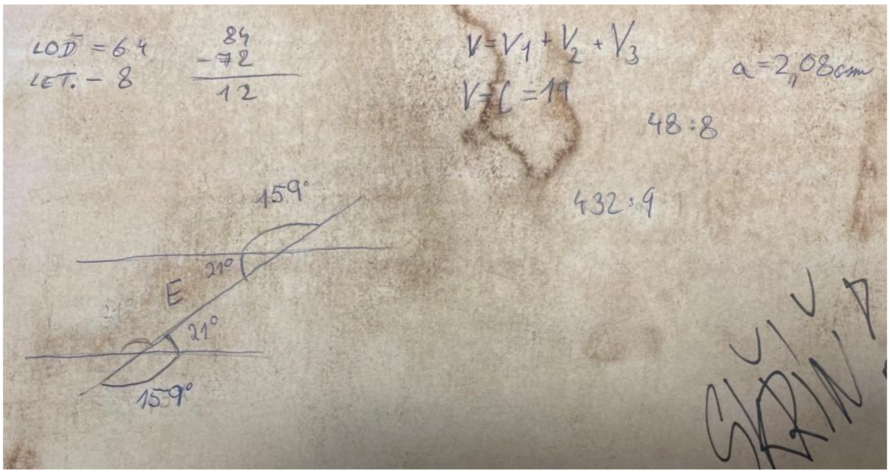
Obrázek 62: Bitva v Tichomoří – řešení A (Zdroj: Žákovské řešení)

8.6 Výstupní test

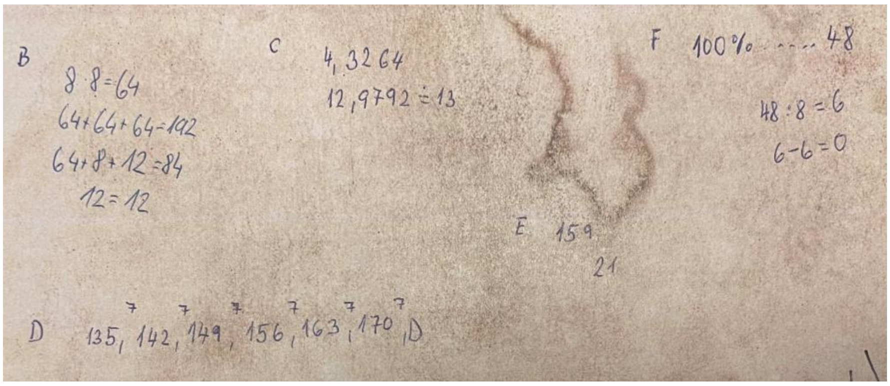
1. Slovní úloha s procenty a zlomky

V tabulce čokolády o hmotnosti 100g tvoří jednu desetinu hmotnosti ořechy a 30g sušenek. Dále pak 25 % hmotnosti tvoří bílá čokoláda a zbytek hořká čokoláda. Kolik procent hmotnosti tabulky čokolády tvoří hořká čokoláda?

V první úloze s procenty a zlomky byla správná odpověď 35 %. Za tuto odpověď žáci získali 4 body. Žáci, kteří odpověděli na jinou otázku, ale počítali správně, získali 3 body. Ti, kteří dokázali vymyslet správně postup, ale dopustili se malé aritmetické chyby, získali 1 bod. Žáci, kteří úlohu počítali špatně, nebo vůbec, byli ohodnoceni 0 body.



Obrázek 64: Bitva v Tichomoří – řešení B(Zdroj: Žákovské řešení).



Obrázek 63: Bitva v Tichomoří – řešení C (Zdroj: Žákovské řešení).

Tato úloha nedělala žákům problémy zejména z toho důvodu, že tabulka čokolády měla hmotnost 100g (stejně jako 100 %) a proto se žákům počítalo lépe než při vstupním testu. Nejčastěji se dopouštěli dvou chyb. Častá chyba byla při určení jedné desetiny ze sta. Někteří to spočítali jako 0,1. Potom to vedlo ke špatnému výsledku. Další častá chyba nastala při odčítání jednotlivých přísad čokolády. Žáci zapomínali odečíst ořechy, tedy právě zmiňovanou desetinu ze sta.

Úloha č. 1 měla z celkových 45 žáků 27 úspěšných řešitelů. Do poloviny úlohy, nebo k ne zcela přesnému výsledku se dostali 4 žáci a špatné nebo žádné řešení odevzdalo 14 žáků. Kolik žáci v úloze č. 1 získali bodůz jednotlivých tříd, je možné si prohlédnout v tabulce č. 8.

Tabulka 8: Úspěšnost v úloze1 ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha 1	**0 bodů**	**1 bod**	**2 body**	**3 body**	**4 body**	**Průměrný počet bodů na žáka**
Počet žáků 8. A	4	0	0	1	15	**3,15**
Počet žáků 8. B	10	3	0	0	12	**2,04**
Počet žáků celkem	14	3	0	1	27	**2,53**

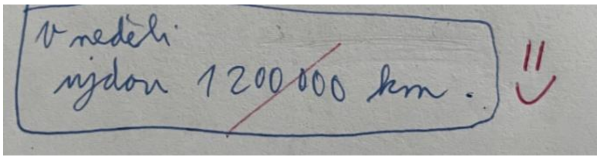
2. Slovní úloha s poměry a měřítkem mapy

Anna a Hana plánovaly výlet na víkend. Za oba dny chtějí urazit trasu, která je na mapě s měřítkem 1:300 000 znázorněna úsečkou o délce 10 cm. Rozhodli se, že si trasu rozdělí v poměru 3:2, přičemž delší trasu plánují na sobotu. Kolik km ujdou dívky v neděli?

Žáci u této slovní úlohy většinou začali převodem cm na mapě pomocí měřítka mapy do skutečnosti. Výsledek převedli na kilometry. Následně cestu rozdělili v určitém poměru. Někteří žáci zvolili nejprve rozdělení v poměru a až poté převod. Pokud žáci úspěšně zvládli alespoň jednu ze dvou částí, získali 2 body.

Největší problém dělal převod jednotek. Dále pak při rozdělení v daném poměru žáci považovali za výsledek jeden díl, tedy neodpověděli správně na otázku.

U jedné žákyně 8. B. se objevilo i kuriózní řešení, které vzniklo špatným převodem jednotek. Žákyně si byla vědoma, že je výsledek nereálný, ale vysvětlila mi, že ji nezbyl čas na opravu. Myslím, že samotné uvědomění si chyby je velmi důležité. Její řešení vidíme na obrázku č. 65.



Obrázek 65: Výstupní test – řešení úlohy 1 (Zdroj: Žákovské řešení).

V úloze č. 2 ke správnému výsledku došlo 21 žáků. To je počet žáků, kteří dokázali správně využít měřítko mapy. Jednu část úlohy dokázali spočítat 3 žáci. Zbylých 21 žáků úlohu nedokázalo řešit vůbec. V tabulce č. 9 je vidět bodové rozložení mezi třídami 8. A a 8.B.

Tabulka 9: Úspěšnost v úloze2 ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha 2	0 bodů	1 bod	2 body	3 body	4 body	Průměrný počet bodů na žáka
Počet žáků 8. A	5	0	1	0	14	**2,90**
Počet žáků 8. B	16	0	2	0	7	**1,28**
Počet žáků celkem	21	0	3	0	21	**2,00**

3. V zoologické zahradě v pavilonu D chovají antilopy, bizony a cibetky. Pro tato zvířata platí:

a) Počet antilop se rovná sto zmenšeno o čtyři pětiny.

b) Počet bizonů se rovná trojnásobku součtu čísel 26 a 18.

c) Počet cibetek se rovná šestině z podílu čísel 120 a 5. Kolik antilop, bizonů a cibetek v pavilonu D chovají?

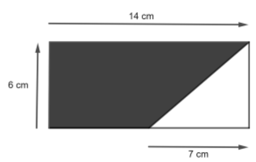
Tato úloha byla hodnocena maximálně třemi body. Každá z částí a) b) i c) byla hodnocena po jednom bodě. S částí b) měli žáci nejmenší problémy, naopak s částí a) a c) měli problémy největší. U této úlohy opět velice často chyběla slovní odpověď.

Všechny tři části úlohy dokázalo vyřešit 11 žáků. Celkem 12 žáků vyřešilo úlohy dvě. Jednu část zvládlo spočítat 9 žáků. Ani jednu část úlohy nezvládlo vyřešit 13 žáků. Rozložení bodů podle třídy můžete vidět v tabulce č. 10.

Tabulka 10: Úspěšnost v úloze3 ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha 3	**0 bodů**	**1 bod**	**2 body**	**3 body**	**Průměrný počet bodů na žáka**
Počet žáků 8. A	3	3	5	9	**2,00**
Počet žáků 8. B	10	6	7	2	**1,28**
Počet žáků celkem	13	9	12	11	**1,47**

4. Pan Dvořák se rozhodl zasít trávník na většině svého obdélníkového pozemku. Na obrázku (obr. č. 66) je trávník znázorněn černou barvou. Kolik dm^2 plochy pozemku tvoří trávník?

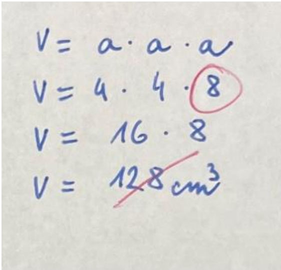


Obrázek 66: Obsah obdélníku (Zdroj: Vlastní zpracování).

Nutností pro úlohu č. 4 byla znalost výpočtu obsahu obdélníku. Přitom mohli využít minimálně dva způsoby výpočtu. Jedním ze způsobů je výpočet 1,5 menšíhoobdélníku s rozměry 6cm x 7cm. Tím bychom došli k výsledku $63cm^2$ a stačilo by už jen výsledek převést na dm^2. Správný výsledek za 4 body je tedy 0,63 dm^2. Druhou možností by mohl být výpočet velkého obdélníku s rozměry 6cm x 14cm a odečtení malého rovnoramenného trojúhelníku a opět následný převod na 3,5 dm^2. Žáci, kteří provedli potřebné výpočty, došli alespoň k průběžnému výpočtu, ale nedošli k závěru, jsem ohodnotila alespoň 1 bodem. Ti, kteří správně vypočítali obsah útvaru v cm^2, ale ani se o převod nepokusili, získali 2 body.

Ti, co v převodu jednotek výsledku chybovali, získali 3 body a za správně převedený výsledek získali již zmiňované 4 body.

Na obrázku č. 67 můžeme vidět jednu z nejčastějších chyb. Špatné dosazení do vzorce.



Obrázek 67: Výstupní test – řešení úlohy 4 (Zdroj: Žákovské řešení).

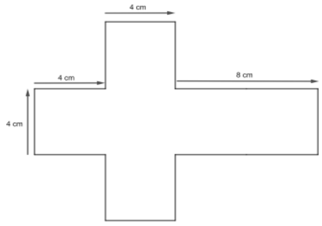
U úlohy č. 4 jsem se i já dopustila chyby. V obrázku u zadání měly být rozměry zadány v metrech. To se ovšem nestalo a napsala jsem místo toho centimetry. Kromě toho, že jsem ulehčila žákům práci, tato úloha postrádala realističnost. Jelikož zahrada s rozměry v cm by byla opravdu moc malá. Žáci na tuto mou chybu přišli a upozornili na ni.

Úloha č. 4 byla pro žáky opět velmi problematická. Plný počet bodů získalo 9 žáků. Obsah útvaru dokázalo spočítat 14 žáků, ale poté už výsledek nepřevedli správně na požadované jednotky. Celkem 6 žáků vypočítalo jednotlivé části útvaru, ale nedokázal už dojít k výsledku. Zbylých 16 žáků řešilo úlohu špatně nebo vůbec. Bodové ohodnocení jednotlivých tříd je uvedeno v tabulce č. 11 níže.

Tabulka 11: Úspěšnost v úloze4 ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha 4	0 bodů	1 bod	2 body	3 body	4 body	Průměrný počet bodů na žáka
Počet žáků 8. A	4	2	0	6	8	**2,60**
Počet žáků 8. B	12	4	1	7	1	**1,24**
Počet žáků celkem	16	6	1	13	9	**1,84**

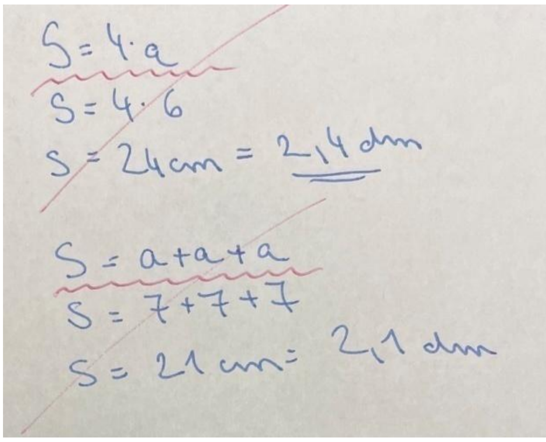
5. Rozložená krabička od čaje tvoří síť tělesa, která je znázorněna na obrázku (obr. č. 68). Jaký je objem krabičky v cm^3?



Obrázek 68: Objem krychle (Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha č. 5 nebyla tentokrát také problematická, žáci se pravděpodobně poučili ze svých předchozích chyb. Za správný výsledek 64 cm^3 žáci obdrželi 4 body. Bez uvedení správných jednotek žáci získali body 3. Žáci, kteří uvedli vzorec, tedy přišli na to, o jaké těleso se jedná, ale dále už špatně dosadili hodnoty, a tak nedošli k výsledku, získali 1 bod. Ti, kteří řešili úlohu špatně, nebo vůbec získali 0 bodů.

U této úlohy si žáci opět pletli pojmy obvod, obsah a objem. Někdy zkoušeli opravdu kuriózní způsoby řešení. Jedno z nich vidíme na obrázku č. 69.



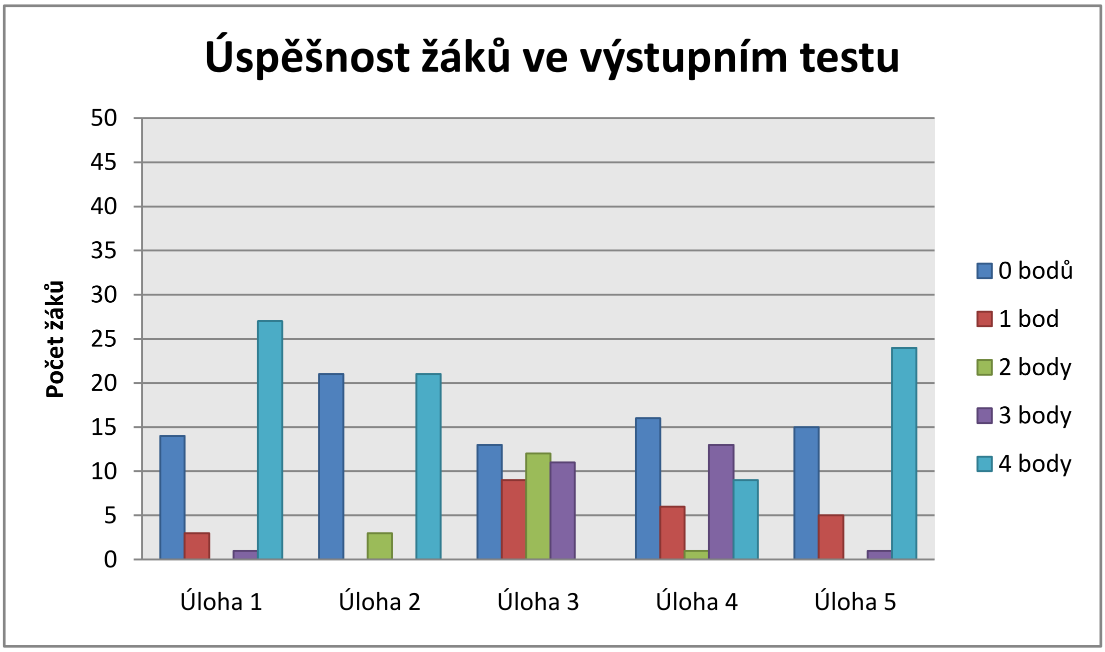
Obrázek 69: Výstupní test – řešení úlohy 5 (Zdroj: Žákovské řešení).

Někteří spočítali obsah sítě na obrázku. Ke správnému výsledku i se správnými jednotkami došlo právě 24 žáků. Správný vzorec pro výpočet objemu krychle, ovšem bez správného řešení, uvedlo 5 žáků. Špatné nebo žádné řešení odevzdalo celkem 15 žáků. Zisk bodů jednotlivých tříd včetně průměrů je uveden v následující tabulce č. 12.

Tabulka 12: Úspěšnost v úloze5 ve výstupním testu (Zdroj: Vlastní zpracování).

Úloha 5	0 bodů	1 bod	2 body	3 body	4 body	Průměrný počet bodů na žáka
Počet žáků 8. A	2	2	0	0	16	**3,30**
Počet žáků 8. B	13	3	0	1	8	**1,52**
Počet žáků celkem	15	5	0	1	24	**2,31**

Na následujícím grafu, který je uveden na obrázku č. 70, můžete vidět úspěšnost žáků ve výstupním testu.

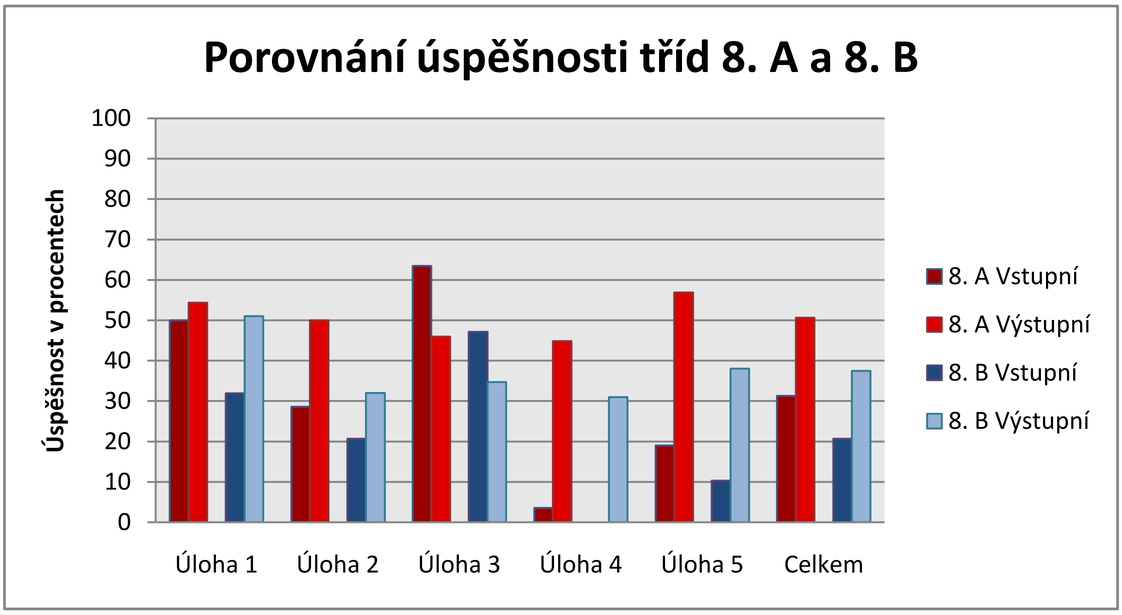


Obrázek 70: Úspěšnost žáků ve výstupním testu(Zdroj: Vlastní zpracování).

8.7 Diskuze nad výzkumnými otázkami

Zlepší se žáci v matematické gramotnosti poté, co budou podrobeni netradičním úlohám, a zlepší se více než žáci, kteří podrobeni netradičním úlohám nebyli?

V průběhu provedeného výzkumu bylo zaznamenáno zlepšení v obou třídách, tj. v 8. A i 8. B. Toto zlepšení je patrné při pohledu na sloupcový graf (obr. č. 71), kde červená barva reprezentuje třídu 8. A, která byla vystavena netradičním úlohám, zatímco modrá barva znázorňuje třídu 8. B, která sloužila jako kontrolní skupina ve výzkumu.



Obrázek 71: Porovnání úspěšnosti tříd 8. A a 8. B(Zdroj: Vlastní zpracování).

Analýza výsledků této studie nabízí detailní pohled na procentuální rozdíly mezi vstupním a výstupním testem v obou třídách, a to jak v rámci jednotlivých úloh, tak i ve srovnání celkových testů. Ve všech úlohách se žáci zlepšili s výjimkou 3. úlohy, ve které se obě třídy naopak zhoršily. Významná čísla 19,31 % (procentuální zlepšení ve třídě 8. A) a 16,78 % (procentuální zlepšení ve třídě 8. B) vyplývají z této analýzy. Což lze vidět i v tabulce č. 13. Tato data naznačují, že experimentální skupina dosáhla nepatrně většího zlepšení než skupina kontrolní.

Ačkoli rozdíl mezi oběma třídami není natolik markantní, jak bylo očekáváno, lze s jistotou prohlásit, že výzkumná otázka, zda žáci vystavení netradičním úlohám projeví zlepšení v matematické gramotnosti a zda toto zlepšení převyšuje úroveň žáků, kteří nebyli netradičním úlohám vystaveni, získává kladnou odpověď a je plně potvrzena v rámci této studie.

Tabulka 13: Úspěšnosttříd 8. A a 8. B v testování(Zdroj: Vlastní zpracování).

8. A	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4	Úloha 5	Celkem
Vstupní test	50,00 %	28,57 %	63,49 %	3,57 %	19,05 %	31,33 %
Výstup	54,31 %	50,00 %	45,98 %	44,83 %	56,90 %	50,64 %
Rozdíl	4,31 %	21,43 %	-17,52 %	41,26 %	37,85 %	**19,31 %**
8. B	**Úloha 1**	**Úloha 2**	**Úloha 3**	**Úloha 4**	**Úloha 5**	**Celkem**
Vstupní test	31,90 %	20,69 %	47,13 %	0,00 %	10,34 %	20,69 %
Výstup	51,00 %	32,00 %	34,67 %	31,00 %	38,00 %	37,47 %
Rozdíl	19,10 %	11,31 %	-12,46 %	31,00 %	27,66 %	**16,78 %**

Jaká netradiční úloha, či jaké části úloh dělají žákům největší problémy?

Ve výzkumu bylo identifikováno několik klíčových oblastí, ve kterých žáci čelili největším obtížím při řešení netradičních matematických úloh. První výraznou problematickou oblastí byly převody jednotek, kde žáci projevovali nedostatečné znalosti a dovednosti.

Dále se ukázalo, že žáci měli obtíže s porozuměním matematickým pojmům, jako jsou obvod, obsah a objem. Tyto koncepty představovaly pro ně výzvu, zejména pokud byly prezentovány v netradičních situacích či kontextech. Problémy spočívaly v nedostatečném povědomí o těchto matematických pojmech a jejich aplikaci v praktických úlohách.

Poslední, avšak neméně důležitou problematickou oblastí bylo porozumění textovým zadáním úloh. Žáci projevovali obtíže s interpretací a extrahováním klíčových informací z textu, což mělo vliv na jejich schopnost efektivně a přesně řešit úlohy. Tato skutečnost zdůrazňuje potřebu zdokonalení čtenářské gramotnosti v rámci matematického kontextu.

Celkově lze tedy konstatovat, že největší problémy v rámci výzkumu vyplynuly z nedostatečného porozumění převodům jednotek, matematickým pojmům a textovým zadáním úloh, což poskytuje cenné informace pro následnou optimalizaci výuky a případnou úpravu obsahu netradičních matematických úloh.

Jaká netradiční úloha, či jaké části úloh žáky nejvíce baví?

Během výzkumného procesu bylo patrné, že některé listy netradičních matematických úloh zaujaly žáky více než ostatní a vyvolaly v nich mimořádný zájem. Mezi tyto úlohy patřila *„Příjezdová cesta"* a *„Bitva v Tichomoří*", které v sobě nesly prvky, jež jsou v tradiční matematické výuce neobvyklé.

Úloha *„Příjezdová cesta"* žákům umožnila pohybovat se po školním areálu i mimo něj. Tato aktivita nejenže přinesla do matematického procesu prvky pohybu a interakce s fyzickým prostředím, ale také podpořila jejich prostorové myšlení a schopnost aplikovat matematické koncepty v reálném životě.

Druhou výrazně oblíbenou úlohou byla *„Bitva v Tichomoří",* která propojovala matematiku s moderními technologiemi. Žáci mohli využívat své mobilní telefony, procházet se školou, skenovat QR kódy a aktivně zapojovat moderní prvky do procesu učení. Tato inovativní interakce s technologiemi přinesla do výuky matematiky nejen nový rozměr, ale také zvýšila zájem žáků o matematické úkoly.

Celkově lze konstatovat, že úlohy, které propojovaly pohyb po prostředí školy, mimoškolní aktivity a využívání moderních technologií, byly pro žáky mimořádně atraktivní. Tyto prvky nejenže obohatily výukový proces, ale také přispěly k lepšímu porozumění matematickým konceptům a zvýšení motivace pro matematiku.

9 Závěr

Tato diplomová práce se věnovala problematice rozvoje matematické gramotnosti žáků prostřednictvím netradičních úloh napříč vzdělávacími oblastmi. Cílem bylo zkoumat dopad netradičních matematických úloh na matematickou gramotnost žáků a zhodnotit, zda tyto úlohy mohou přispět k efektivnějšímu vývoji matematických dovedností.

V teoretické části práce jsme se zaměřili na definici matematické gramotnosti, její složky a tematické okruhy. Dále jsme prozkoumali specifika výuky matematiky, motivaci žáků, organizační formy a metody. Analýza Rámcového vzdělávacího programu nám poskytla kontext, jak matematika přispívá k rozvoji klíčových kompetencí a průřezových témat. A v neposlední řadě byla z literatury, odborných článků a evaluace žákovských prací, zjištěna kritická místa ve výuce matematiky.

V praktické části této práce jsme provedli výzkum formou experimentu, kde byli žáci rozděleni do dvou skupin – jedna pracovala s netradičními matematickými úlohami, zatímco druhá se s nimi nesetkala. Vstupní a výstupní testy sloužily k měření změn v matematické gramotnosti žáků.

V rámci diskuse nad výzkumnými otázkami bylo sledováno zlepšení matematické gramotnosti žáků v experimentální a kontrolní skupině. Analyzovány byly výsledky v obou třídách, kde experimentální skupina (8. A) prokázala výraznější zlepšení o 19,31 %, zatímco kontrolní skupina (8. B) dosáhla zlepšení o 16,78 %. I přesto, že rozdíl mezi třídami nebyl tak markantní, tato skutečnost může být přičítána mimořádně nízkému výsledku kontrolní skupiny vstupním testem, což ovlivnilo celkový rozdíl mezi oběma třídami. Je nutno zdůraznit, že malý výzkumný vzorek a omezený počet úloh mohou ovlivnit přesnost výsledků, a proto jsou další, rozsáhlejší studie nezbytné pro komplexnější pochopení efektivity netradičních výukových metod ve výuce matematiky.

Výzkum také identifikoval klíčové problémy, se kterými se žáci nejvíce potýkali. Nejvýraznější obtíže byly zaznamenány při převodech jednotek, porozumění matematickým pojmům (obvod, obsah, objem) a interpretaci textových zadání úloh. Tyto výsledky poskytly důležité informace pro budoucí optimalizaci výuky a případné úpravy obsahu netradičních úloh.

Některé z netradičních úloh, jako *„Příjezdová cesta"* a *„Bitva v Tichomoří",* vzbudily u žáků mimořádný zájem. *„Příjezdová cesta"* nejen podnítila prostorové myšlení, ale také umožnila žákům volný pohyb po školním areálu a jeho okolí, což přineslo do výuky nový rozměr prostoru a interakce s okolním prostředím. *„Bitva v Tichomoří"* spojila matematiku s moderními technologiemi a fyzickým pohybem žáků po škole. Tyto interaktivní a inovativní prvky vnesly do výuky nejen nový prvek atraktivity, ale také posílily celkový zájem žáků o matematické úkoly. Propojení matematiky s pohybem, mimoškolními aktivitami a moderními technologiemi zvýšilo atraktivitu výuky a zlepšilo porozumění matematickým konceptům.

Výzkum, zaměřený na základní školu, poskytl užitečné poznatky o vlivu netradičních matematických úloh na rozvoj matematické gramotnosti žáků. Výběr cílového stupně byl motivován pedagogickým působením autorky na základní škole. Nicméně by bylo přínosné zvážit možnost rozšíření aplikace netradičních úloh na střední školy. Takové rozšíření by ovšem vyžadovalo rozsáhlejší práci, která by překročila stanovené mantinely délky diplomové práce. Při případném rozšíření by mohlo dojít k propojení s konkrétními oblastmi a tematickými okruhy relevantními pro středoškolský stupeň.

Například úloha *„Rodinný rozpočet"* by na střední škole mohla rozšířit svůj záběr do oblasti finanční matematiky, zahrnující úročení, daně a další aspekty osobních financí. *„Příjezdová cesta"* by mohla nabídnout možnost počítat objemy materiálu a vybírat dostatečně velká nákladní auta, což by mohlo podnítit diskuzi o praktických aspektech dopravního inženýrství. *„Jižní Amerika"* by mohla inspirovat k úlohám o hustotě zalidnění, množství a rychlosti vody na různých úsecích řeky Amazonky. *„Bitva v Tichomoří"* by mohla sloužit jako inspirace pro obdobné úlohy o bitvách z různých období. Úlohy skryté pod QR kódy by mohly pokrývat probíranou látku, nebo netradiční úlohy různé obtížnosti. Přestože tato diplomová práce zkoumala pouze žáky základní školy, mohla by posloužit jako podnět pro budoucí činnost pedagogů, nebo pro výzkumy zaměřené na ZŠ i vyšší stupně vzdělávání.

Závěrem lze konstatovat, že netradiční úlohy mohou být cenným prostředkem k podpoře rozvoje matematické gramotnosti žáků. Je však důležité brát v úvahu individuální rozdíly mezi žáky a flexibilně přizpůsobovat výukové strategie. Tato práce přináší příspěvek k diskuzi o inovativních pedagogických přístupech v oblasti výuky matematiky a otevírá prostor pro další výzkum v této perspektivní oblasti pedagogiky.

10 Seznam použitých zdrojů

ČÁP, Jan a Jiří MAREŠ. Psychologie pro učitele. Praha: Portál, 2001. ISBN 978-80-7178-463-0.

ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD (2022): Průměrná hrubá měsíční mzda. https://www.czso.cz/csu/czso/prumerna-hruba-mesicni-mzda-graf

FRÝZKOVÁ, Michaela, Eva POTUŽNÍKOVÁ a Vladislav TOMÁŠEK, ed. Netradiční úlohy: matematická gramotnost v mezinárodním výzkumu PISA. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání – Divize nakladatelství Tauris, 2006. ISBN 80-211-0522-4.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování. Praha: Portál, 2001. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4.

JABLONKA, Eva. Mathematicalliteracy. Second international handbook of mathematicseducation, 2003, 75–102.

KOVÁŘOVÁ, Dorotea. Organizační formy ve vyučování matematice. 2006. Diplomová práce. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky a didaktiky matematiky. Vedoucí práce Kubínová, Marie.

LUKÁŠOVÁ, H. (2019). Výukové metody v matematice: diplomová práce [Online]. Brno: Pedagogická fakulta, Katedra pedagogiky. 81 stran. Vedoucí diplomové práce: PaedDr. Jan Šťáva, CSc.

MAŇÁK, J. Nárys didaktiky, 1. vydání. Brno: Masarykova univerzita, 1993. ISBN 80-210-0210-7.

MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. Výukové metody. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.

MAREŠ, Jiří. Pedagogická psychologie. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0174-8.

MŠMT (2023): Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. MŠMT, Praha. https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcovy-vzdelavacici-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/

NEMČÍKOVÁ, K., 2011. Matematická gramotnost ve výuce: metodická příručka. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků (NÚV), divize VÚP. ISBN 978-80-86856-99-5.

NOVÁK, Bohumil a Anna STOPENOVÁ. Slovní úlohy ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ. Olomouc: Vydavatelství Univerzity Palackého, 1993. ISBN 80-7067-294-3.

NOVÁKOVÁ, Anežka. Kritická místa matematiky na základní škole – analýza didaktických praktik učitelů (lineární rovnice). 2013.

Praktický atlas světa. Praha: Kartografie Praha, 2011. ISBN 978-80-7393-156-8.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. Pedagogický slovník. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-.

SCHWABIK, Štefan. Přestane školáky děsit matematika? Učitel matematiky, 2000, 8.3: 182-188.

VONDROVÁ, Naďa a Miroslav RENDL. Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků. V Praze: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2015. ISBN 978-80-246-3234-6.

ŽILKOVÁ, Katarína. Teória a prax geometrických manipulácií v primárnomvzdelávaní. Praha: Powerprint, 2013. ISBN 978-80-87415-84-9.

Seznam příloh

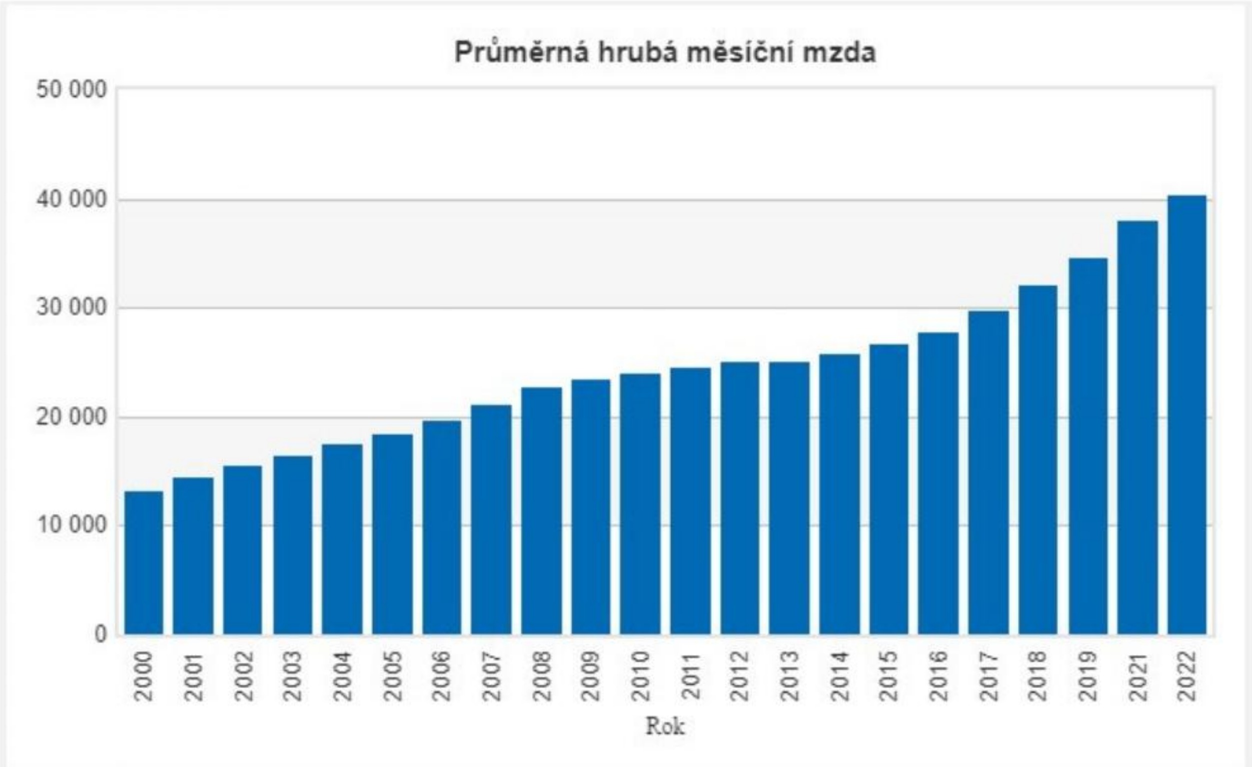
Příloha 1: List matematických úloh – Rodinný rozpočet 113
Příloha 2: List matematických úloh – Příjezdová cesta.. 113
Příloha 3: List matematických úloh – Jižní Amerika 113
Příloha 4: List matematických úloh – Bitva v Tichomoří 113
Příloha 5: Výsledky vstupního testu 113
Příloha 6: Výsledky výstupního testu 113

Příloha 1: List matematických úloh – Rodinný rozpočet

RODINNÝ ROZPOČET

List matematických úloh

1. Podívej se na následující graf „Průměrná hrubá měsíční mzda“. Pokus se co nejpřesněji zjistit, jaká byla průměrná hrubá měsíční mzda v roce 2000, v roce 2010 a v roce 2022? Můžeš použít libovolné pomůcky.

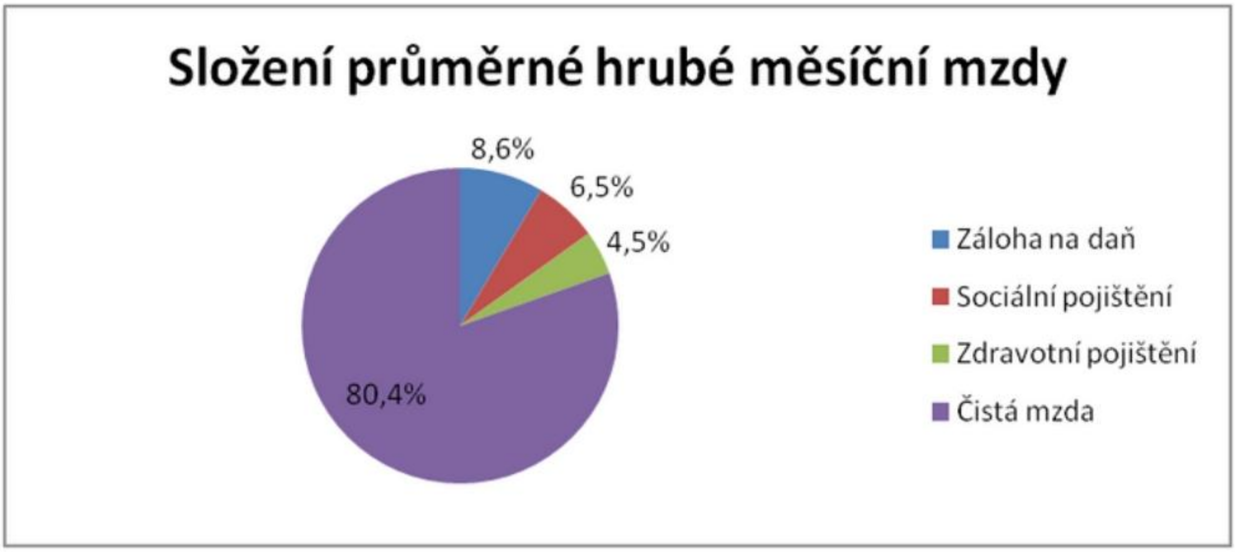


2. O kolik % vzrostla průměrná hrubá měsíční mzda z roku 2000 do roku 2022? Výsledek zaokrouhli na celá procenta.

3. Následující graf znázorňuje složení průměrné hrubé měsíční mzdy pro rok 2022. Pokus se vypočítat následující údaje za pomocí informací, které jsi zjistil v úloze č. 1.

a) Kolik Kč bylo průměrně zaplaceno za zdravotní pojištění pana Nováka za měsíc v roce 2022?

b) Jakou průměrnou čistou mzdu získal pan Novák za rok 2022?



4. Pan Novák si chce spočítat, kolik mu na měsíc zbude na zábavu.
Ví, že ideální rozdělení příjmů je:
50 % na nutnosti (tedy na vše, co pravidelně musíte platit)
30 % na zábavu (volný čas, cestování, nákupy – dosaďte si to své)
20 % na budoucnost (investice a spoření na vaše cíle)

Ze své čisté mzdy v roce 2022 musí uhradit následující platební závazky za bydlení:

Splátka hypotečního úvěru: 4 800Kč
Záloha na elektřinu: 2 500Kč
Záloha na zemní plyn: 2 300Kč
Wifi připojení: 400Kč
Mobilní tarif: 700Kč
Jídlo: 5 000Kč
Pojištění: 1 000Kč
Oblečení: 1 500Kč

Fond oprav a zálohy spravované SV:

Bydlíme.cz	**Výpočtový list**			
Podlaží	Počet osob	Vlastnický podíl	Celková plocha m2	otápěná plocha m2
5	1	794/7610	79,4	69,4
Vlastník:			Osoba odpovědná za správu	
Jan Novák			Společenství vlastníků č.p. 63 v Lounech	
Hilbertova 63			Hilbertova 63	
440 01 Louny			440 01 Louny	
Rok narození:	1986		č.ú. 107-568301937529/0100	
TYP	SLOŽKA		ÚHRADA	
Fond	Příspěvek na správu domu a pozemku		1 088 Kč	
Záloha	Teplo		1 200 Kč	
Záloha	Ohřev vody		800 Kč	
Záloha	Voda		500 Kč	
Záloha	Osvětlení		200 Kč	
Záloha	Odpad		150 Kč	
V.S.	6301041	Celkem k úhradě měsíčně:	**3 938 Kč**	

Pan Novák tuší, že jeho náklady na nutnosti jsou vyšší než 50%. A proto musí z následujících informací spočítat:

a) Kolik pan Novák platí za nutnosti? Kolik % je to z jeho výplaty (zaokrouhli na celá procenta)?

b) Kolik Kč si bude pan Novák odkládat na budoucnost?

c) Kolik panu Novákovi zbude na zábavu?

d) Pokud by se pan Novák vzdal veškerých zájmů a odkládal měsíčně všechny peníze na zábavu stranou, za kolik měsíců by si mohl zakoupit telefon iPhone 13, který stojí 19 000Kč?

e) Prohlédni si pečlivě všechny údaje o výdajích pana Nováka. Zamysli se, kde by pan Novák mohl ušetřit, nebo jak by mohl zlepšit svou finanční situaci. Chtěl by, aby mu zbylo na zábavu více peněz. Svoje rady panu Novákovi napiš:

PŘÍJEZDOVÁ CESTA

LIST MATEMATICKÝCH ÚLOH

VYPRACOVÁVAJÍ: DATUM:

TŘÍDA:

Jako vedení školy jste se rozhodli pro výměnu zámkové dlažby a obrubníků na příjezdové cestě do školy. Nová cesta by měla být zhotovena během jarních prázdnin (**5 pracovních dnů**), za **co nejméně finančních prostředků.**

1. Zjisti potřebné rozměry příjezdové cesty a spočítej vše, co bude potřeba pro objednání nové dlažby a obrubníků. Můžete si pomoci nákresem.

2. Na internetu v obchodní síti OBI najdi cenu a rozměry, následně spočítej, kolik materiálu je třeba koupit:
Pozn. Podkladový štěrk už na příjezdové cestě je.

a) „DITON zámková dlažba íčko 4, přírodní s výškou 10cm“

b) „Semmelrock Písek zásypový 25 kg“
Přičemž 5kg vystačí na 1m2 zámkové dlažby

c)“DITON Obrubník záhonový, přírodní 100x25x5cm”

3. K dispozici máte velké auto, do kterého se náklad pohodlně vejde. Spotřebu nafty má 25l/100km. Zjisti jaká je současná průměrná cena nafty na litr a následně spočítej, na kolik Kč by vyšla doprava materiálu z OBI v Kolíně. Počítejte cestu tam i zpět.

4. Vyber nejvhodnější firmu tak, aby byla levná, ale zároveň stihli zhotovit celou práci do 5 pracovních dní, při pracovní době 9:00-17:00:

MATERO

Počet pracovníků: 6

Jeden pracovník práci vykoná za: 64h

Odměna pro jednoho pracovníka: 300 Kč/h

Dlažba

Počet pracovníků: 2

Jeden pracovník práci vykoná za: 72h

Odměna pro jednoho pracovníka: 200 Kč/h

KOSTKY

Počet pracovníků: 3

Jeden pracovník práci vykoná za: 125h

Odměna pro jednoho pracovníka: 100Kč/h

5. Na kolik Kč vyjde celá rekonstrukce příjezdové cesty?

Příloha 3: List matematických úloh – Jižní Amerika

JIŽNÍ AMERIKA

List matematických úloh

VYPRACOVÁVAJÍ: DATUM:

TŘÍDA:

Cílem naší cesty bude poznat zajímavá místa Jižní Ameriky. Pro naplánování trasy je potřeba z přiložené mapy zjistit následující údaje:

1. Zjisti jak dlouhá je celá řeka Amazonka od soutoku řek Ucayali a Marañón až po ústí do Atlantského oceánu. Pokud ti to pomůže, do mapy můžeš kreslit. Správně použij měřítko mapy. Popište postup, který jste použili.

2. Pokud bychom na lodi jeli po celé řece Amazonce, kolik států bychom navštívili?

3. Dále budeme chtít navštívit Bolívii. Zjisti rozlohu tohoto státu. Pokud ti to pomůže, do mapy můžeš kreslit. Správně použij měřítko mapy. Popište postup, který jste použili.


KARIBSKÉ MOŘE
CARACAS
BOGOTÁ
QUITO
LIMA
LA PAZ
BRASÍLIA
ASUNCIÓN
BUENOS AIRES
MONTEVIDEO
SANTIAGO
GEORGETOWN
PARAMARIBO
PORT OF SPAIN
VENEZUELA
KOLUMBIE
EKVÁDOR
PERU
BOLÍVIE
BRAZÍLIE
PARAGUAY
URUGUAY
Amazonská nížina
BRAZILSKÁ VYSOČINA
ATLANTSKÝ OCEÁN
TICHÝ OCEÁN
Peruánská pánev
Chilská pánev
Argentinská pánev
Guyanská pánev
Bellingshausenova pánev
CHILSKÝ PRÁH
HŘBET NAZCA
HŘBET SCOTIA
Drakeův průliv
Ohňová země
Falklandy
Barranquilla
Cartagena
Maracaibo
Manaus
Belém
Fortaleza
Recife
Salvador
Rio de Janeiro
São Paulo
Curitiba
Porto Alegre
Córdoba
Rosario
Mendoza
Antofagasta
La Serena
Valparaíso
Concepción
Mar del Plata
Bahía Blanca
Comodoro Rivadavia
Punta Arenas
Iquitos
Trujillo
Guayaquil
Santa Cruz
Cochabamba
Campo Grande
Belo Horizonte
1 : 20 000 000

Příloha 4: List matematických úloh – Bitva v Tichomoří

TOP SECRET

Další útok Japonců se blíží!

Japonský útok na Pearl Harbor 7.prosince 1941 byl pro nás zničující. Jsme nuceni vstoupit do světové války.
Japonci bohužel postupně obsazují Tichomoří a my nutně potřebujeme z jejich tajných zpráv rozluštit, kde udeří příště. Prosím pomozte nám!

List matematických úloh

Vypracovávají: Datum:

Třída:

A° B ' C " s.š.

D° E ' F " z.d.

Bitva u ...

Příloha 5: Výsledky vstupního testu

8.A.	1. úloha	2. úloha	3. úloha	4. úloha	5. úloha	Celkem
Karin	4	0	3	0	0	7
Šimon	0	2	1	0	2	5
David	4	2	2	1	0	9
Adéla	4	0	3	2	2	11
Petr V.	3	0	2	0	4	9
Adam H.	3	0	3	0	4	10
Mates	0	2	2	0	2	6
Matěj	2	0	2	0	0	4
Amálie	4	2	3	0	0	9
Patrik	0	2	2	0	0	4
Petr F.	3	4	0	0	0	7
Marek	4	0	1	0	0	5
Fanda	4	4	3	0	0	11
Matěj A.	0	4	3	0	0	7
Natálie P.	0	0	0	0	0	0
Olga	4	2	3	0	0	9
Tereza K.	3	0	2	0	0	5
Ella	0	0	2	0	0	2
Viktorie	0	0	2	0	0	2
Anna	0	0	1	0	0	1
Dorota	0	0	0	0	2	2
Celkem	42	24	40	3	16	125
Průměr	2	1,14	1,90	0,14	0,76	5,95
Max bodů	84	84	63	84	84	399
Úspěšnost v %	50,00	28,57	63,49	3,57	19,05	31,33

8.B.	1. úloha	2. úloha	3. úloha	4. úloha	5. úloha	Celkem
Matýsek	4	0	3	0	2	9
Ivan	3	2	2	0	0	7
Jan Ch.	4	4	3	0	0	11
Honza S.	4	2	2	0	2	10
Líba	0	0	0	0	2	2
Daniel	0	0	3	0	0	3
Tadeáš	0	0	0	0	0	0
E.N.	4	0	0	0	0	4
Adam	4	0	0	0	0	4
Matyáš	0	0	2	0	0	2
Majda	0	0	0	0	0	0
Adéla	0	0	0	0	0	0
Ondra	0	0	0	0	0	0
Laura	0	0	1	0	0	1
Lukáš	0	0	0	0	0	0
Jan B.	0	0	1	0	0	1
Nella	0	0	0	0	0	0
Akim	0	0	2	0	2	4
Václav	0	0	1	0	0	1
Nikol	0	0	0	0	0	0
Dominik	0	4	3	0	2	9
Mariana	2	2	3	0	2	9
Veronika	0	0	0	0	0	0
Maxmilian	4	2	3	0	0	9
Victoria	4	4	3	0	0	11
Markéta	0	0	2	0	0	2
Majda H.	0	2	2	0	0	4
Bára	0	0	2	0	0	2
Anežka	4	2	3	0	0	9
Celkem	37	24	41	0	12	114
Průměr	1,28	0,83	1,41	0	0,41	3,93
Max bodů	116	116	87	116	116	551
Úspěšnost v %	31,90	20,69	47,13	0,00	10,34	20,69

Příloha 6: Výsledky výstupního testu

8.A.	1. úloha	2. úloha	3. úloha	4. úloha	5. úloha	Celkem
Karin	4	4	3	3	4	18
David	3	4	1	3	4	15
Adéla	4	4	3	4	4	19
Emma	4	4	3	4	4	19
Adam H.	4	2	3	4	4	17
Mates	4	4	2	3	4	17
Matěj	0	0	1	0	4	5
Amálie	4	4	3	4	4	19
Patrik	0	4	1	0	0	5
Petr F.	0	4	0	0	4	8
Marek	4	4	2	3	4	17
Fanda	4	4	3	4	4	19
Matěj A.	4	4	2	4	4	18
Natálie P.	4	4	3	4	4	19
Tereza K.	4	0	3	0	0	7
Marek B.	4	4	2	1	4	15
Ella	4	4	3	1	4	16
Viktorie	4	0	2	4	1	11
Anna	4	0	0	3	1	8
Dorota	0	0	0	3	4	7
Celkem	63	58	40	52	66	279
Průměr	3,15	2,90	2,00	2,60	3,30	13,28571
Max bodů	116	116	87	116	116	551
Úspěšnost v %	54,31	50,00	45,98	44,83	56,90	50,64

8.B.	1. úloha	2. úloha	3. úloha	4. úloha	5. úloha	Celkem
Matýsek	4	0	2	1	1	8
Jan Ch.	4	4	3	4	4	19
Líba	0	0	2	0	4	6
Daniel	4	2	2	0	1	9
Tadeáš	0	0	2	0	0	2
E.N.	4	4	1	0	1	10
Matyáš	4	0	0	3	4	11
Majda	4	4	0	3	4	15
Adéla	4	2	3	0	0	9
Ondra	0	0	0	0	0	0
Laura	4	4	0	0	0	8
Lukáš	4	0	2	3	0	9
Jan B.	1	0	1	1	0	3
Nella	0	0	0	0	0	0
Akim	0	0	0	0	0	0
Václav	1	4	0	1	0	6
Nikol	4	0	0	3	0	7
Mariana	0	0	0	0	0	0
Veronika	0	0	1	0	0	1
Maxmilian	0	4	1	0	0	5
Victoria	4	0	1	3	4	12
Markéta	0	0	1	1	3	5
Majda H.	4	0	2	3	4	13
Bára	1	4	0	2	4	11
Anežka	0	0	2	3	4	9
Celkem	51	32	26	31	38	178
Průměr	2,04	1,28	1,04	1,24	1,52	7,12
Max bodů	100	100	75	100	100	475
Úspěšnost v %	51,00	32,00	34,67	31,00	38,00	37,47