



Zdravotně
sociální fakulta
Faculty of Health
and Social Studies

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Zdravotně sociální fakulta
Katedra radiologie, toxikologie a ochrany obyvatelstva

Bakalářská práce

Fyzikální základy absorpčního zákona pro radiologické asistenty

Vypracoval: František Čech
Vedoucí práce: doc. RNDr. Přemysl Záškodný, CSc.

České Budějovice 2014

Abstrakt

V současnosti nebyl k dispozici vhodný ucelený edukační text pojednávající o fyzikálních základech absorpčního zákona, který by byl přiměřený znalostem (fyzika, matematika) a schopnostem studentů oboru Radiologický asistent a oborů příbuzných. Z tohoto důvodu byla zpracována předložená bakalářská práce. Práce si vytyčila několik dílčích cílů, které byly postupně plněny.

Přehled plněných cílů:

1. Výběr teorie přenosu poznatků na úroveň uvedených studijních oborů.
2. Vytvoření edukačního textu cestou, která respektuje vybranou teorii.
3. Experimentální ověření edukačního textu z hlediska možností adresátů.
4. Aplikace vybraných statistických metod.

Na základě analýzy současného stavu řešeného problému a vytyčení dílčích cílů byly formulovány následující hypotézy:

1. Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.
2. Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.

Vhodnou teorií pro přenos poznatků z vědy do edukační sféry se ukázala být teorie kurikulárního procesu (její aplikabilita byla přijata i zahraniční vědeckou komunitou - viz např. impaktovaná publikace [1]). Teorie kurikulárního procesu vychází z konceptuálního kurikula (sdělitelný vědecký systém), zamýšleného kurikula (edukační systém), projektového kurikula (především edukační text), implementovaného kurikula-1 (příprava edukátora na edukaci - např. PowerPointovou prezentací a vytvořením edukačního testu), implementovaného kurikula-2 (výsledky dosažené edukací např. na základě položeného edukačního testu) a dosaženého kurikula (použitelnost osvojených výsledků).

Na základě teorie kurikulárního procesu bylo nejprve nutné analyzovat současný vědecký systém kvantové nestatistické fyziky. V práci jsou zkoumány vztahy absorpčního zákona a jeho tří dílčích jevů (fotoelektrický jev, Comptonův jev, obrácený

anihilační jev) především ve vazbě na absorpci rtg/gama záření. Tyto vztahy jsou pro mnohé studenty těžko srozumitelné a pochopitelné bez dodatečného vysvětlení, které často nebývá v edukačních textech a při navazující edukaci uvedeno.

V oblasti konceptuálního kurikula se stala východiskem „Stará kvantová teorie“ - dostatečnou fyzikální základnu pro absorpční zákon představuje pečlivá aplikace vlnově-korpuskulárního dualismu. Zmiňované fyzikální poznatky byly následně pro oblast zamýšleného a projektového kurikula přizpůsobeny úrovni znalostí a schopností studentů. Jmenované fyzikální jevy byly odvozeny od počátečních podmínek po vzorce uváděné v odborné literatuře.

Upravené fyzikální poznatky byly následně sepsány do uceleného edukačního textu jako základní složky projektového kurikula (viz Příloha 1). Vytvořením edukačního textu byla potvrzena hypotéza: *„Edukační text pro radiologické asistenty v oblasti fyzikálních základů absorpčního zákona lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.“*

Studenti Jihočeské univerzity vedle poskytnutého edukačního textu také absolvovali experimentální výuku doprovázenou PowerPointovou prezentací (součást implementovaného kurikula-1).

K ověření poznatků osvojených studenty byl vytvořen edukační test s 23 otázkami, vždy s jednou správnou odpovědí u každé otázky (opět součást implementovaného kurikula-1, test je uveden v Příloze 2). Studentům jiných univerzit byl edukační text i test zaslán v elektronické podobě.

Kvantifikace znalostí studentů jako součást implementovaného kurikula-2 byla provedena statistickým šetřením. Vedle metod deskriptivní statistiky bylo použito také neparametrického testování hypotéz.

Na základě provedeného neparametrického testování bylo zjištěno, že znalosti studentů lze vyjádřit Gaussovým rozdělením, tím byla potvrzena nejen přiměřenost vytvořeného edukačního textu, ale také druhá hypotéza práce: *„Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.“*

Ačkoliv statistické šetření prokázalo normální rozdělení míry znalostí studentů, nijak však nevyjádřilo dílčí analýzy. Z důkladnější analýzy vyplněných testů vyšly

najevo oblasti (opět součást implementovaného kurikula-2), v nichž by bylo přínosné zkvalitnit matematicko-fyzikální přípravu radiologických asistentů.

Přínosy předložené bakalářské práce:

➤ Teoretické přínosy práce:

1. Aplikace kurikulárního procesu na vzdělávání radiologických asistentů v oblasti fyzikálních základů absorpčního zákona.
2. Aplikace algoritmu statistiky na ověřování hypotéz práce.

➤ Praktické přínosy práce:

1. Stará kvantová teorie v podobě vlnově-korpuskulárního dualismu fotonu a elektronu je dobrým fyzikálním podkladem pro osvojení absorpčního zákona v oblasti záření rtg/gama.
2. Doporučení pro zkvalitnění fyzikální přípravy radiologických asistentů na základě analýzy jednotlivých testových otázek.
3. Edukační text i test lze použít ve výuce radiologické fyziky pro obor Radiologický asistent i obory příbuzné.

Abstract

Recently, there was not any suitable comprehensive educational text concerning physical bases of the absorption law which would be adequate to knowledge (physics, mathematics) and to skills of students of branch of radiology assistant and of related branches of study. For this reason, the bachelor thesis was written. The thesis set several partial goals which were successively achieved.

Partial goals of the thesis are:

1. Selection of a theory of knowledge transfer to the level of branches of study stated above.
2. Creation of an educational text by a way which respects chosen theory.
3. Experimental verification of suitability of the educational text from the point of view of addressees.
4. Application of chosen statistical methods.

On the basis of the analysis of the current state of the solved problem and setting partial aims the following hypotheses were stated:

1. Educational text for radiology assistants can be made by means of application of curricular process.
2. Knowledge of students acquired by means of the elaborated educational text will have a distribution close to normal distribution.

As a convenient theory for knowledge transfer from science to educational sphere turned out to be theory of curricular process (its applicability was accepted also by foreign scientific community, see for example impact publication [1]). The theory of the curricular process comes out of conceptual curriculum (communicable scientific system), intended curriculum (educational system), projected curriculum (especially educational text), implemented curriculum-1 (preparation of educator for the education - ex. by means of PowerPoint presentation and through creation of an educational test), implemented curriculum-2 (results achieved by education, ex. on the basis of applied educational test) and attained curriculum (applicability of adopted results in practise).

On the basis of the theory of the curricular process it was firstly important to analyse current scientific system of non-statistical quantum physics. The thesis deals

with relationships between the absorption law and its three components (photoelectric effect, Compton scattering and inverse annihilation) especially in connection with absorption of x-rays and gamma radiation. These relationships are for many students obscure and difficult to understand without additional explanation which is not often mentioned

in educational texts and while subsequent education.

In the area of conceptual curriculum the “Old quantum theory” became a solution. Sufficient physical base for the absorption law represents a thorough application of wave-particle duality. Mentioned physical pieces of knowledge were subsequently adjusted to the level of knowledge and skills of students for the area of intended and projected curriculum. Stated physical effects were derivated from initial conditions to formulas presented in scientific literature.

Adjusted physical pieces of knowledge were subsequently transformed into a comprehensive educational text as a basic constituent of projected curriculum (see Annexe 1). By means of creation of the educational text the following hypothesis was proved: *“Educational text for radiology assistants in the area of physical bases of the absorption law can be made by means of application of curricular process application”*.

Students of the University of South Bohemia besides provided educational text went through experimental education accompanied by a PowerPoint presentation (a part of implemented curriculum-1).

For verification of knowledge acquired by students an educational test was realised. The test had 23 question with one correct answer for every question (part of implemented curriculum-1, the test is presented in Annexe 2). The educational test was sent to students of other Czech universities in electronic form.

Quantification of knowledge of students as a part of implemented curriculum-2 was made by means of statistical inquiry. Besides methods of descriptive statistics a method of assignment of theoretical distribution to empirical distribution was used.

On the basis of assignment of theoretical distribution to empirical distribution it was determined that knowledge of students can be expressed by Gauss distribution. This

confirmed not only adequacy of the created educational text but also the second hypothesis of the thesis: *“Knowledge of students acquired by means of the elaborated educational text will have a distribution close to normal distribution.”*

Despite that statistical inquiry proved normal distribution of students' knowledge, it does not express partial analyses in any way. More detailed analysis showed some areas (again a part of implemented curriculum-2) in which it would be helpful to improve mathematical and physical preparation of radiology assistants.

Benefits of the bachelor's thesis:

➤ Theoretical benefits of the thesis:

1. Application of curricular process in education of radiology assistants in the area of the physical bases of the absorption law.
2. Application of algorithm of statistics on verification of the hypotheses of the thesis.

➤ Practical benefits of the thesis:

1. The old quantum theory in the form of wave-particle duality of photon and electron are an adequate physical base for understanding the absorption law in the area of x-rays and gamma radiation.
2. Recommendation for improving physical preparation of radiology assistants on the basis of the analysis of particular test questions.
3. Educational text and test can be used in the education of radiological physics for the branch radiology assistant and also for related branches.

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejich internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 2. 5. 2014

.....

František Čech

Poděkování

Rád bych zde poděkoval doc. RNDr. Přemyslu Záškodnému, CSc., vedoucímu mé bakalářské práce, za jeho cenné rady a obětavou pomoc při řešení dané problematiky.

Obsah

Úvod	12
1 Teoretická část.....	13
1.1 Teorie kurikulárního procesu.....	13
1.2 Struktura radiologie a radiologické fyziky	15
1.2.1 Elementární částice	15
1.2.2 Ionizující záření - popis, zdroje, interakce s prostředím, detekce a dozimetrie	17
1.2.3 Fyzikální popis radiodiagnostiky a radioterapie	22
1.2.4 Fyzikální popis zobrazovacích postupů	23
1.3 Absorpční zákon	26
1.3.1 Absorpční zákon a radiologie	26
1.3.2 Odvození absorpčního zákona	26
1.3.3 Matematický a grafický popis absorpčního zákona	27
1.3.4 Odlišnost absorpčního zákona od zákona rozpadového	28
1.3.5 Fyzikální popis absorpčního zákona v oblasti gama/rtg	29
1.4 Fotoelektrický jev.....	29
1.4.1 Experiment objevu fotoelektrického jevu	30
1.4.2 Průběh fotoelektrického jevu	33
1.5 Comptonův jev.....	34
1.5.1 Průběh Comptonova jevu	34
1.5.2 Odvození Comptonova jevu	35
1.6 Obrácený anihilační jev	39
1.7 Použité statistické metody	39

2	Hypotézy a metodika výzkumu	41
2.1	Hypotézy a cíle práce	41
2.2	Metodika výzkumu	41
2.2.1	Metody deskriptivní statistiky	43
2.2.2	Metody matematické statistiky	47
3	Výsledky práce	50
3.1	Konceptuální kurikulum	50
3.2	Zamýšlené kurikulum	51
3.3	Projektové kurikulum	52
3.4	Implementované kurikulum-1	52
3.5	Implementované kurikulum-2	52
4	Diskuse	63
5	Závěr	67
6	Seznam informačních zdrojů	70
	Seznam obrázků	74
7	Přílohy	75
7.1	Edukační text	75
7.2	Edukační test	84

Úvod

V současnosti není k dispozici vhodný ucelený volně dostupný edukační text pojednávající o fyzikálních základech absorpčního zákona, který by byl přiměřený znalostem a schopnostem studentů oboru Radiologický asistent a oborům příbuzným. Předložená bakalářská práce se zaměří na danou problematiku a pokusí se ji vyřešit.

Práce si stanovuje následující cíle:

1. Výběr teorie přenosu poznatků na úroveň uvedených studijních oborů.
2. Vytvoření edukačního textu cestou, která respektuje vybranou teorii.
3. Experimentální ověření edukačního textu z hlediska možností adresátů.
4. Aplikace vybraných statistických metod.

Jako východisko si práce zvolí teorii kurikulárního procesu jako vhodnou teorii přenosu poznatků z vědy do edukační sféry. Práce předpokládá, že aplikací kurikulárního procesu (posloupnost transformačně na sebe navazujících variantních forem kurikula) lze vytvořit vhodný edukační text pro studenty zmiňovaných oborů (první hypotéza) a že znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení (druhá hypotéza).

Stěžejním bodem metodiky práce je analýza vědeckého systému a jeho transformace na sdělitelnou úroveň vědeckého systému (konceptuální kurikulum), následovaná vhodnou strukturalizací tématu vzhledem k možnostem adresátů (zamýšlené kurikulum) a sepsáním do uceleného srozumitelného edukačního textu (projektové kurikulum). Verifikační fáze práce bude spojena s experimentální výukou (implementované kurikulum-1), předložením vytvořeného edukačního testu adresátům edukace a statistickým vyhodnocením výsledků testu (implementované kurikulum-2). Statistická analýza výsledků testu posléze umožní potvrzení či vyvrácení předpokládaných hypotéz.

Potvrzením obou předpokládaných hypotéz by se práci mohlo dostat praktického využití jako výukového materiálu pro budoucí radiologické asistenty a zřejmě i pro obory příbuzné.

1 Teoretická část

1.1 Teorie kurikulárního procesu

Pod pojmem kurikula se rozumí obsah edukace, vzdělávání. Posloupnost transformačně na sebe navazujících variantních forem kurikula se nazývá kurikulární proces fyziky. Využívá transformací edukační komunikace, na jejichž základě vznikají jednotlivé variantní formy kurikula - konceptuální kurikulum, zamýšlené kurikulum, projektové kurikulum, implementované kurikulum-1, implementované kurikulum-2 a dosažené kurikulum. [2], [3]

Edukační komunikace fyziky je proces, při kterém dochází k předávání a zprostředkovávání výsledků a metod fyzikálního poznání do vědomí jednotlivců, kteří se na vzniku daného poznání nepodíleli, tím se tyto výsledky a metody dostávají i do vědomí společnosti. Tento proces zahrnuje nejen vzdělávání a výuku na všech úrovních školské soustavy, ale i celoživotní vzdělávání v různých institucích a také přenos informace z fyzikálních věd směrem do celé společnosti. [3]

Fyzikální poznatek během edukační komunikace prodělává několik významných transformací z úrovně vědecké, která je pro mnohé těžko srozumitelná a obtížná, na úroveň srozumitelnou učitelům, studentům apod. [3]

Přehled transformací didaktické komunikace fyziky [3]:

- **Transformace T^1** (vstup → výstup) - **Komunikační transformace**
Vstup T^1 : Vědecký systém fyziky → Výstup T^1 : Sdělitelný vědecký systém fyziky
- **Transformace T^2** (vstup → výstup) - **Obsahová transformace**
Vstup T^2 : Sdělitelný vědecký systém fyziky → Výstup T^2 : Edukační systém fyziky a jeho učivo
- **Transformace T^3** (vstup → výstup) - **Kurikulární transformace**
Vstup T^3 : Edukační systém fyziky a jeho učivo → Výstup T^3 : Výukový projekt fyziky a jeho učebnice

- **Transformace T^4** (vstup \rightarrow výstup) - **Edukační transformace**
Vstup T^4 : Výukový projekt fyziky a jeho učebnice, připravenost učitele na výuku \rightarrow Výstup T^4 : Výsledky výuky fyziky
- **Transformace T^5** (vstup \rightarrow výstup) - **Aplikační transformace**
Vstup T^5 : Výsledky výuky fyziky \rightarrow Výstup T^5 : Aplikovatelné výsledky výuky fyziky.

Variantní formy kurikula [3]:

- **Konceptuální kurikulum** (conceptual curriculum) - koncepce toho, co má být ve školách obsahem vzdělávání. Tuto formu lze spojit s výsledkem transformace T^1 .
- **Zamýšlené kurikulum** (intended curriculum) - plánované cíle a obsah vzdělávání s explicitním definováním v kurikulárních dokumentech jako jsou učební osnovy a učebnice. Tuto formu lze spojit s výsledkem transformace T^2 .
- **Projektové a implementované kurikulum-1** (projected curriculum, implemented curriculum-1) - projektová a realizační forma. Tyto formy lze spojit s výsledky transformace T^3 . Výsledek transformace T^3 „projektové kurikulum“ (které se nachází v dobře napsaných učebnicích) lze rozšířit o novou variantní formu kurikula spojenou s přípravou učitele na výuku. Tuto novou variantní formu lze nazvat „implementované kurikulum-1“ (které se nachází v mysli edukátora).
- **Implementované kurikulum-2** (implemented curriculum-2) - obsah vzdělávání percipovaný subjekty edukace, studenty. Tuto formu lze spojit s výsledky transformace T^4 jako učivo osvojené edukanty.
- **Dosažené kurikulum** (attained curriculum) - obsah vzdělávání fungující na straně subjektů edukace, podoba osvojeného učiva modifikovaná adresáty edukace na základě jejich vlastních i mimoškolních zkušeností a zájmů. Tuto formu lze spojit s výsledkem transformace T^5 jakož to trvalou složku edukace při její aplikaci.

1.2 Struktura radiologie a radiologické fyziky

Radiologie je velmi významný lékařský obor, který byl původně založen pouze na diagnostickém a terapeutickém využití rentgenového záření. S postupným vývojem radiologie do ní byla začleněna další záření elektromagnetické povahy, především záření gama. Následně radiologie přibrala i další zobrazovací metody související s neionizujícím zářením elektromagnetického spektra, či mechanickým vlněním. Magnetická rezonance, jež využívá rádiových vln, ultrasonografie (ultrazvuk) využívající mechanického vlnění (zvuku o vysoké frekvenci) nebo termografie vázající se na infračervené záření. V současné době se jak k radiodiagnostickým, tak k radioterapeutickým metodám přiřadily metody využívající korpuskulárního jaderného i nejaderného záření. [4]

Ke správnému pochopení fyzikální podstaty radiodiagnostiky a radioterapie, která je z hlediska studia absorpčního zákona důležitější, je zapotřebí určité množství znalostí z fyziky. Radiologická fyzika je nestatistickou fyzikou s klasickou, relativistickou a kvantovou dimenzí. [4]

Model radiologické fyziky [4]:

Elementární částice

Ionizující záření - popis, zdroje, interakce s prostředím, detekce a dozimetrie

Fyzikální popis radiodiagnostiky a radioterapie

Fyzikální popis zobrazovacích postupů - nukleární medicína, rentgen, termografie, magnetická rezonance, sonografie

1.2.1 Elementární částice

Rozdělení částic je závislé na jejich základních fyzikálních charakteristikách, jimiž jsou kvantová čísla, klidová hmotnost (energie), spin a další. Z tohoto hlediska se elementární částice dělí na fermiony a bosony. Fermiony jsou částice, jejichž spinové číslo je rovno lichému násobku příslušných jednotek. [5] Tvoří stabilní struktury a platí pro ně Pauliho vylučovací princip, který říká, že nemohou existovat současně dvě částice v daném systému v témž kvantovém stavu, tj. se stejnými hodnotami

kvantových čísel n, l, m, m_s . [6]. Bosony jsou částice silových interakcí (silná jaderná interakce - gluony, slabá jaderná interakce - intermediální bosony, elektromagnetická interakce - fotony a gravitační interakce - gravitony) se sudým násobkem příslušných jednotek, pro které neplatí Pauliho vylučovací princip. Bosony netvoří stabilní struktury. [6], [7]

Vzhledem k tomu, že absorpční zákon bude zkoumán z hlediska absorpce rtg/gama záření, které je elektromagnetické povahy a šíří se prostřednictvím fotonů, bude jako zástupce bosonů popsán foton.

Foton je kvantum elektromagnetické energie šířící se rychlostí světla ve vakuu, s nulovým elektrickým nábojem a nulovou klidovou hmotností, existuje pouze v pohybu. Foton má částicové i vlnové vlastnosti, ale není ani částicí, ani vlnou - odráží vlnově-korpuskulární dualismus. [8]

Dalším dělením elementárních částic je rozdělení na leptony a hadrony dle vzájemného silového působení, struktury a odlišného chování při přeměnách. [5]

Leptony neboli lehké částice (z lat. slova *leptos*) jsou elementární částice působící mezi sebou slabými silami (neinteragují silně), jejich spinové kvantové číslo odpovídá jedné polovině, tím se řadí do fermionů. Nebyla u nich pozorována další vnitřní struktura. [5], [9] Existuje 6 leptonů (tedy i 6 antileptonů), z nichž nejznámějším pro vysvětlení fyzikálních jevů je elektron. Elektron je částice se záporným nábojem o velikosti přibližně $-e = -1,602 \times 10^{-19}$ C nacházející se v obalu atomu, pohybuje se rychlostí nižší než rychlost světla. Klidová hmotnost elektronu $m_0 = 9,109 \times 10^{-31}$ kg. [10]

Hadrony neboli těžké částice (z lat. slova *hadros*) naopak interagují silně a lze při rozptylových experimentech pozorovat jejich další vnitřní strukturu (kvarky). Hadrony se dělí na mezony a baryony. [5], [9]

Mezony jsou středně těžké částice. Mezon odpovídá hadronu s celočíselným spinovým číslem. [5]

Baryony jsou hadrony s lichým násobkem spinového čísla. Mezi nejznámější baryony se řadí nukleony, tj. proton a neutron, jde opět o těžké částice. [5], [9] Nacházejí se v jádře atomu, mají přibližně stejnou hmotnost $1,67 \times 10^{-27}$ kg. Velikost

elementárního náboje protonu je číselně shodná s velikostí náboje elektronu, jde o náboj kladný. Neutron je elektricky neutrální částice. Obě částice též nedosahují rychlosti světla. [10]

Tabulka 1: Přehled elementárních částic

Elementární částice	spin 1/2	fermiony	kvarky	u, d, c, s, t, b	
			leptony	elektron, mion, tauon, neutrino: elektronové, mionové, tauonové	
	spin 0, 1	bosony	foton, gluon, bosony W a Z		
Složené částice	hadrony	fermiony	baryony	nukleony	proton, neutron
				heperony	$\Delta, \Lambda, \Sigma, \Omega$
	bosony	mezony		pion, kaon, ro ...	

zdroj: PODZIMEK, F. *Radiologická fyzika - Fyzika ionizujícího záření*. online: INFOPHARM, 2013. ISBN 978-80-87727-05-8.

1.2.2 Ionizující záření - popis, zdroje, interakce s prostředím, detekce a dozimetrie

Vysvětlení pojmu:

Ionizující záření je pojem označující všechna záření, jejichž částice mají dostatečně velkou energii k vyrazení elektronu z obalu atomu. Z původně elektricky neutrálního atomu vzniká iont procesem ionizace. [11]

Ionizace [12]:

- Přímá (primární) - způsobena nabitými částicemi (proton, elektron, pozitron, alfa částice, beta částice) s dostatečnou energií potřebnou k ionizaci.
- Nepřímá (sekundární) - způsobena nenabitými částicemi (neutron, foton), které samy neionizují. Nenabitě částice musí

nejprve interagovat s prostředím a uvolnit přímo ionizující částice, které dále ionizují.

Zdroje ionizujícího záření:

a) přírodní

Přírodním zdrojem ionizujícího záření jsou vedle kosmického záření (galaktické, sluneční, radiační) přírodní radionuklidy (^{40}K , ^{226}Ra , ^{222}Rn , ^{238}U aj.). Radionuklidy jsou nuklidy s nestabilním jádrem s charakteristickým množstvím přebytečné energie, která je uvolňována vytvořením nových částic (z mateřského prvku vzniká prvek dceřiný). Přírodní radionuklidy lze členit na lehké přírodní radionuklidy, radionuklidy s vysokým protonovým číslem Z (těžké radionuklidy), jejichž rozpadová řada končí stabilními izotopy olova, a radionuklidy s nižším protonovým číslem. [4], [13], [14]

b) Umělé

Umělé zdroje ionizujícího záření vyrobil člověk za účelem diagnostiky a léčby zářením. [4], [14]

b1) rentgenka

Rentgenka je skleněná trubice, uvnitř které je vakuum a dvě elektrody (anoda, katoda) vyrobené z wolframu. Wolfram snáší teploty až tři tisíce stupňů Celsia. Katoda ve tvaru spirály je připojena na žhavicí obvod, který ji zahřeje na správnou teplotu. Při této teplotě jsou emitovány elektrony a tvoří se tak v okolí katody elektronový mrak. Poté je mezi katodu a anodu připojeno vysoké napětí (desítky až stovky kV), jehož vlivem jsou elektrony přitahovány k anodě. Elektrony dopadají na ohnisko anody, jsou v jejím materiálu brzděny, jejich kinetická energie se mění převážně v teplo (99%) a v energii brzdného rtg záření (1%) se spojitým spektrem. Některé atomy anody jsou v excitovaném stavu (nestabilní stav atomu), následně přecházejí z excitovaného stavu do stabilního stavu (deexcitace), při čemž je vyzářen foton charakteristického rtg záření (čárové spektrum). [13], [14], [15]

- Excitace - Elektron atomu je přemístěn na energeticky vyšší hladinu (ze své původní elektronové dráhy blíže jádru na dráhu vzdálenější). [16]
- Deexcitace - Návrat elektronu z energeticky vyšší hladiny na své původní místo, při čemž je z atomu uvolněn přebytek energie. [16]

b2) lineární urychlovač

Jak název napovídá, jde o urychlovače s přímočarou dráhou. Částice jsou urychlovány vlivem napětí. Způsob urychlení částic je buď elektrostatický, nebo vysokofrekvenční. [17]

Elektrostatické lineární urychlovače urychlují prostřednictvím stále vyššího napětí na elektrodách. Po vpuštění částice do urychlovače je přitahována první sadou elektrod o napětí U_1 , jakmile se octne částice v prostoru elektrod s napětím U_1 , je následně přitahována sadou elektrod o napětí U_2 , atd. Platí, že $U_1 < U_2$. [17]

Vysokofrekvenční lineární urychlovač urychluje částice na bázi vysokofrekvenčního napětí v soustavě válcových elektrod nebo dutinových rezonátorů. Potenciál elektrod se střídá z + na - a obráceně vhodně zvolenou frekvencí. Tím je dosaženo toho, že částice je k elektrodě nejprve přitahována a následně odpuzována ve stejném směru. [17], [18]

b3) kruhový urychlovač

Částice jsou urychlovány na „kruhové“ dráze (ve skutečnosti - spirála). Základním kruhovým urychlovačem je cyklotron tvořený vakuovou komorou s dvěma duanty (kovové poloválce), mezi kterými je urychlovací mezera. Již zmíněná urychlovací struktura je uložena v silném magnetickém poli. Duanity jsou napojeny na střídavé napětí s vhodnou frekvencí s ohledem na urychlovanou částici. Polarita duantů se střídá, částice je v jednu chvíli přitahována k duantu D_1 a následně od něho odpuzována vlivem změněné polarity napětí duantu. Současně s odpuzováním od D_1 je přitahována k D_2 . [17] Cyklotron lze použít jako zdroj kladně nabitých částic. [4]

Dalšími známými kruhovými urychlovači jsou synchrotron (urychluje na velmi vysoké energie), betatron (urychlovač elektronů) a mikrotron. [4], [17]

b4) generátory krátkodobých nuklidů

Jsou generátory produkující radionuklidy s krátkým poločasem rozpadu. Využívají se v nukleární medicíně ke značení radiofarmak. Principem je přeměna mateřského radionuklidu (s dlouhým poločasem rozpadu) na dceřiný radionuklid (s kratším poločasem rozpadu). K oddělení dceřiného radionuklidu je zapotřebí elučního prostředku, kterým může být fyziologický roztok, vzduch. Nejvíce používanými radionuklidovými generátory jsou $\text{Mo99} \rightarrow \text{Tc99m}$ (eluce fyziologickým roztokem), $\text{Rb81} \rightarrow \text{Kr81m}$ (eluce vzduchem). [4], [19], [20]

b5) jaderný reaktor

Jaderný reaktor je neintenzivnějším zdrojem ionizujícího záření využívající řízenou štěpnou reakci. [14] Štěpení je vyvoláno neutrony pomocí kterých následně vzniká řada radioaktivních izotopů, jejichž využití je právě v radiologii. [4]

Tabulka 2: Přehled ionizujících a neionizujících záření používaných v radiologii

a) Gama záření (nepřímě ionizující záření, ionizace absorpcí fotonu)			
Vlnová délka:	10^{-13} - 10^{-12} m	Frekvence:	10^{20} - 10^{21} Hz
Přírodní zdroj:	Přechody v jádře atomu		
Umělý zdroj:	Urychlovače, radioizotopy		
Detekce:	Plynové, jiskrové, scintilační detektory		
Oblast radiologie:	Nukleární medicína		
b) rentgenové záření (nepřímě ionizující záření, ionizace absorpcí fotonu)			
Vlnová délka:	10^{-10} m	Frekvence:	10^{18} Hz
Přírodní zdroj:	Přechody v obalu atomu		
Umělý zdroj:	Rentgenka		
Detekce:	Plynové, krystalové, scintilační a fotochemické detektory		
Oblast radiologie:	RTG diagnostika, RTG terapie		
c) Infračervené záření (neionizující záření)			
Vlnová délka:	10^{-5} m	Frekvence:	10^{13} Hz
Přírodní zdroj:	Vibrace a rotace molekul		
Umělý zdroj:	Tělesa s teplotou vyšší než 0 K		
Detekce:	Radiotermometry, termokamery		
Oblast radiologie:	Termografie		
d) Rádiové vlny (neionizující záření)			
Vlnová délka:	10^0 - 10^4 m	Frekvence:	10^4 - 10^8 Hz
Přírodní zdroj:	Pohyb téměř volných elektronů		
Umělý zdroj:	Vysílač vysokofrekvenčního elektromagnetického signálu		
Detekce:	Přijímač vysokofrekvenčního elektromagnetického signálu		
Oblast radiologie:	Nukleární magnetická rezonance		
e) Ultrazvukové vlny (mechanické vlnění)			
Vlnová délka:	10^{-3} m	Frekvence:	10^6 - 10^7 Hz
Přírodní zdroj:	Chvění těles		
Umělý zdroj:	Magnetostrikční a piezoelektrický oscilátor		
Detekce:	Magnetostrikční a piezoelektrický oscilátor		
Oblast radiologie:	Sonografie		
f) Korpuskulární záření (přímě a nepřímě ionizující záření, ionizace nárazem)			
Vlnová délka:	de Broglieova $\lambda = h / mv$	Frekvence:	$v = mc^2 / h$
Přírodní zdroj:	Přirozeně radioaktivní prvky		
Umělý zdroj:	Uměle radioaktivní prvky, urychlovače		
Detekce:	Plynové, jiskrové, krystalové, scintilační detektory		
Oblast radiologie:	Nukleární medicína, radioterapie		

zdroj: ZÁŠKODNÝ, P. *Přehled základů teoretické fyziky (s aplikací na radiologii)*. Bratislava: DIDAKTIS, 2005. ISBN 80-89160-25-5.

Interakce ionizujícího záření

Při průchodu ionizujícího záření prostředím dochází k jeho zeslabování (absorpci). Záření ztrácí svoji energii. Ztráty energie záření závisí především na druhu záření a na vlastnostech prostředí, kterým prochází. Záření interaguje buď s obaly atomů prostředí, nebo jeho jádry. [4], [14]

a) elektromagnetické (fotonové) záření - rtg a γ záření

Interakce s elektronovým obalem atomu:

- fotoelektrický jev
- Comptonův rozptyl
- tvorba elektron-pozitronových párů
(obrácený anihilační jev)

Interakce s jádrem atomu:

- fotojaderná interakce
- jaderný rezonanční rozptyl

b) nabité částice - p , α , β

- nepružné srážky

c) nenabitě částice - neutrony

- pružný rozptyl
- nepružný rozptyl
- emise nabitě částice
- radiační záchyt
- jaderné štěpení [4], [14], [18], [21]

1.2.3 Fyzikální popis radiodiagnostiky a radioterapie

a) Fyzikální popis radiodiagnostiky

a1) Fyzikální popis rentgenové diagnostiky

Rentgenová diagnostika využívá rentgenového záření, které je při průchodu organismem absorbováno rozdílně podle průměrného protonového čísla a tloušťky tkáně, kterou prochází. Část záření, která projde organismem, má v každém místě různou intenzitu a vyvolá v záznamovém mediu rozdílně silnou reakci. Výsledkem je

transmisní obrázek, na kterém je možné posoudit velikost, tvar a další parametry zobrazovaných orgánů a kostí. [22], [23]

a2) Fyzikální popis radionuklidové diagnostiky

Radionuklidová diagnostika využívá dvou vyšetřovacích metod. První metodou je metoda in vivo, při níž je radiofarmakum podané přímo do těla pacienta. Druhá metoda, in vitro, spočívá v odebrání biologického materiálu pacientovi (krev, moč, apod.) a v následném zpracování pomocí radioaktivní látky. Poté následuje proměření radioaktivity akumulované uvnitř organismu nebo v odebraném biologickém vzorku. Dále může být pozorována distribuce radiofarmaka v organismu, či procesy aktivního transportu. [4], [14]

b) Fyzikální popis radioterapie

b1) Fyzikální popis rentgenové terapie

Základ rentgenové terapie spočívá v dosažení maximální absorbované dávky v požadovaném objemu (tumory, nenádorová ložiska) s maximálním šetřením okolní zdravé tkáně. Rentgenovou terapii lze rozdělit na povrchovou, polohlubkovou a hlubkovou (vysokovoltážní). Zdrojem záření je rentgenka. [4], [24]

b2) Fyzikální popis radionuklidové terapie

Cíl radionuklidové terapie je totožný s cílem rentgenové terapie, tj. dodat potřebnou letální dávku tumoru s maximálním šetřením zdravé okolní tkáně. Nevyužívá však zářičů ve smyslu „lamp“, ale radionuklidů. [4], [18]

1.2.4 Fyzikální popis zobrazovacích postupů

a) nukleární medicína

Nukleární medicína je diagnostický a terapeutický lékařský obor využívající radionuklidů (otevřených zářičů) ve formě radiofarmak. Značný přínos nukleární medicíny je především v oblasti diagnostiky, kde kvantitativně zhodnotí funkci vyšetřovaného orgánů. Základními vyšetřovacími metodami jsou metoda in vivo a in vitro. Terapeutického účinku radionuklidů využívá především k léčbě tumorů štítné žlázy. [20], [23]

b) rentgen

Fotony brzdného i charakteristického rentgenového záření vycházejí výstupním okénkem rentgenky směrem k pacientovu tělu, kterým procházejí a jsou v různé míře absorbovány. Jde-li o diagnostické využití rentgenky je cílem vytvoření rentgenového obrazu prostředí, kterým záření prošlo. U terapeutického využití je cílem zničení tumoru. [4], [23]

c) termografie

Fyzikální podstata termografie vychází ze záření černého tělesa. Černé těleso je těleso dokonale pohlcující veškerou energii dopadajícího záření. Lze jej realizovat dlouhou úzkou trubicí z těžkotavitelného kovu. Elektromagnetické záření, které do této trubice vnikne, je několikrát odraženo o stěny, až je úplně pohlceno. K získání záření absolutně černého tělesa je zapotřebí trubicí zahřát na teplotu T . Vlastnosti záření vycházejícího z trubice pak závisí pouze na teplotě a nikoliv na materiálu trubice. Pro záření černého tělesa platí Wienův posunovací zákon, který říká, že vlnová délka, při které je vyzářeno nejvíce energie, se zmenšuje s přibývajícím teplotou. [4], [25], [26]

Termografie je bezdotyková měřicí metoda k určení teploty a rozložení teplot na povrchu měřeného objektu. Provádí se prostřednictvím termokamery nebo radiotermometru. Intenzita infračerveného záření je převedena do barev (termokamera), nebo přepočtena na hodnotu teploty určenou ze stupně emisivity a s ohledem na povrch sledovaného objektu (radiotermometr). Emisivita černého tělesa je rovna jedničce. [14]

d) magnetická rezonance

Neinvazivní vyšetřovací metoda založená na sledování změn v chování buněk tkání při působení silného magnetického pole. [4]

Za normálních podmínek je magnetický moment tkání nulový, jelikož orientace spinových os protonů je různá. Vložením pacienta v rámci magnetické rezonance do silného magnetického pole dochází k uspořádání os protonů rovnoběžně se siločarami magnetického pole. Nepatrně větší část z nich je orientována paralelně (suhlasně s vektorem magnetického pole) a zbylá část antiparalelně. Tkáně v tuto dobu

vykazují podélnou magnetizaci, která je svým směrem totožná se směrem siločar magnetu a nelze ji tedy změřit. K tomu, aby se dala změřit magnetizace tkání, je potřeba znalosti druhého rotačního pohybu protonů. Kromě spinu protony vykonávají ještě precesní pohyb, který si lze představit jako pohyb po plášti kužele. Precesní pohyb všech protonů tkáně není synchronní. Dodáním elektromagnetického impulsu o vhodné frekvenci (Larmorova frekvence) dojde jednak k synchronizaci precesních pohybů a také k dodání energie protonům, které se vychýlí a začnou vykazovat příčnou magnetizaci. Po ukončení dodávky energie se protony vrátí zpět do paralelního a antiparalelního postavení. Tím dojde k uvolnění přebytečné energie do okolí, poklesne příčná tkáňová magnetizace a vzroste podélná. Detekce signálu probíhá s využitím radiofrekvenčních cívek (vysílají i přijímají impulsy) a gradientních cívek (prostorová detekce místa). [27], [28], [29]

Jednotlivé tkáně mají různé relaxační časy T_1 (popisuje nárůst podélné magnetizace) a T_2 (popisuje pokles příčné magnetizace). Tuky mají oproti vodě krátké relaxační časy. Magnetická rezonance vytváří T_1 vážené obrazy, T_2 vážené obrazy a proton-denzitní obrazy. [28]

e) sonografie

Sonografie je vyšetřovací metoda měkkých tkání využívající zvuku o vysoké frekvenci ($>20\,000$ Hz). Základem generování ultrazvuku je piezoelektrický jev. Zdrojem ultrazvuku je sonda (lineární, sektorová, konvexní atd.), která je zároveň i přijímačem odraženého zvuku od jednotlivých struktur tkání. Čím větší je rozdíl akustických impedancí dvou prostředí, tím větší je odraz (rozhraní vzduch-kůže). Z tohoto důvodu (impedanční přizpůsobení) jsou používány ultrazvukové gely. K největšímu zeslabení ultrazvukových vln dochází ve vzduchu a plynech.

Dopplerovská sonografie je vyšetřovací metoda využívající ultrazvuku a Dopplerova jevu. Pomocí ní lze měřit rychlost průtoku krve arterií a směr toku. [14], [30], [31]

1.3 Absorpční zákon

1.3.1 Absorpční zákon a radiologie

Léčba ionizujícím zářením se nejvíce potýká se zásadním problémem, kterým je dosažení maximální absorbované dávky v cílovém objemu (národu), s maximálním šetřením okolní zdravé tkáně. Ideálním stavem by bylo, aby dávka byla pouze v objemu tumoru (nikoliv před tumorem, vedle tumoru nebo za tumorem), aby v celém jeho objemu měla stejnou intenzitu a byla mimo tumor nulová. [32] Tohoto stavu však není možné dosáhnout vlivem absorpce záření v tkáních stojících v cestě záření k národu, úbytku se vzdáleností a vzniku sekundárního záření. Těmto aspektům je nutno přikládat značnou pozornost a počítat s nimi při plánování léčby zářením - při tvorbě ozařovacího plánu. Základním teoretickým vodítkem je zkoumání absorpčního zákona.

Absorpční zákon bude zkoumán především z hlediska absorpce záření elektromagnetické povahy - zvláště významným je zkoumání absorpce gama záření a rentgenového záření (gama/rtg).

1.3.2 Odvození absorpčního zákona

Nechť

μ pravděpodobnost úbytku částic na jednotkové vzdálenosti (tloušťky absorbuujícího materiálu - vzdálenost tumoru od povrchu kůže).

dn úbytek částic na vzdálenosti dx k tumoru

n počet částic v hloubce x (počet částic, které doletěly k tumoru)

Poté lze pravděpodobnost úbytku částic na vzdálenosti dx zapsat vztahem:

$$-\frac{dn}{n} = \mu \cdot dx \quad (\text{znaménko minus popisuje úbytek částic s přibývajícím hloubkou})$$

Dále je potřeba stanovit počáteční podmínky: v hloubce $x=0$ je $n=n_0$.

Po integraci diferenciální rovnice získáme rovnici:

$$\int \frac{dn}{n} = -\mu \int dx$$

Aplikací vzorců Riemannova neurčitého integrálu lze obdržet:

$$\ln n = -\mu x + c$$

Následná aplikace inverzní fce e :

$$e^{\ln n} = e^{-\mu x + c}$$

Jelikož $a^{r+s} = a^r a^s$, lze rozepsat e s jednotlivými exponenty. Exponenciální fce o základu e se vyruší s funkcí \ln (jsou navzájem inverzní).

$$n = e^{-\mu x} e^c$$

Z počátečních podmínek lze dosadit za $x = 0$ a za $n = n_0$, odtud vyjde vztah pro e^c .

$$n_0 = e^{-\mu \cdot 0} e^c \Rightarrow e^c = n_0$$

Dosazení vzniklého vztahu pro e^c do $n = e^{-\mu x} e^c$ dává vznik rovnici absorpčního zákona.

$$n = n_0 e^{-\mu x} \quad [4]$$

1.3.3 Matematický a grafický popis absorpčního zákona

Rovnice absorpčního zákona:

$$n = n_0 e^{-\frac{\ln 2}{a} x} = n = n_0 e^{-\mu x}$$

a polovrstva (polotloušťka) je tloušťka absorbátoru, která zeslabí intenzitu záření na $\frac{1}{2}$ původní hodnoty

n_0 počet částic, které dopadly na povrch těla

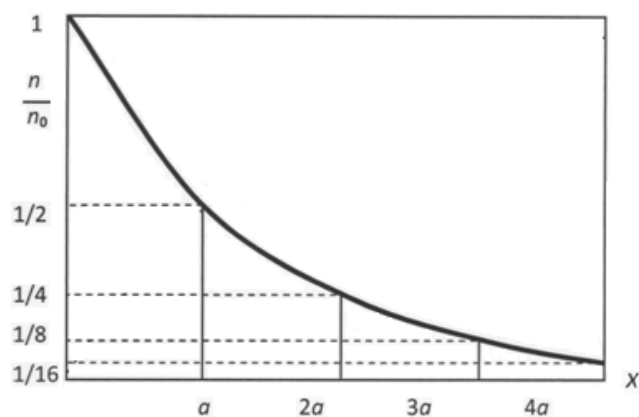
n počet částic v hloubce x

μ koeficient absorpce = lineární součinitel zeslabení záření (pro zeslabení gama/rtg záření je koeficient absorpce roven součtu koeficientů absorpce tří průvodních jevů) [4]

Odvození rovnosti obou rovnic vyjadřujících absorpční zákon:

$$x = a \Leftrightarrow n = \frac{n_0}{2} \Rightarrow \frac{n_0}{2} = n_0 e^{-\mu a} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\mu a} \Rightarrow \ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\mu a} \Rightarrow$$

$$\ln 2^{-1} = \ln e^{-\mu a} \Rightarrow \ln 2^{-1} = -\mu a \Rightarrow -\ln 2 = -\mu a \Rightarrow \mu = \frac{\ln 2}{a}$$



Obrázek 1: Grafické znázornění absorpčního zákona

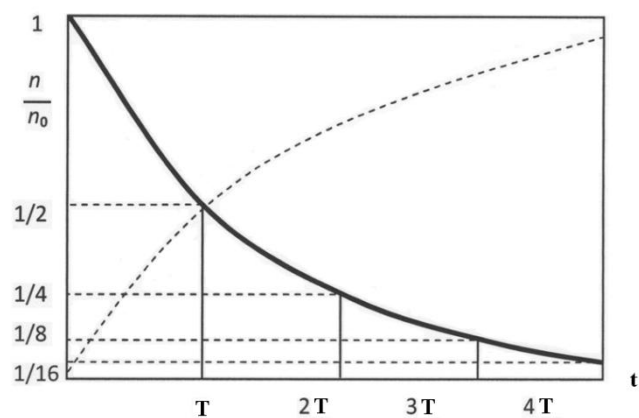
zdroj: ZÁŠKODNÝ, P. *Přehled základů teoretické fyziky (s aplikací na radiologii)*. Bratislava: DIDAKTIS, 2005. ISBN 80-89160-25-5.

Pro záření tvořená těžkými částicemi nemá absorpční zákon tvar exponenciály. [4]

1.3.4 Odlišnost absorpčního zákona od zákona rozpadového

Rovnice rozpadového zákona:

$$n = n_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = n = n_0 e^{-\lambda t}$$



Obrázek 2: Grafické znázornění rozpadového zákona

zdroj: ZÁŠKODNÝ, P. *Přehled základů teoretické fyziky (s aplikací na radiologii)*. Bratislava: DIDAKTIS, 2005. ISBN 80-89160-25-5.

Platí pro všechny druhy záření.

T	poločas rozpadu (doba, za kterou se přemění $\frac{1}{2}$ mateřských prvků v dceřiné)
n_0	počet mateřských prvků v čase $t=0$
n	počet mateřských prvků v čase t
λ	rozpadová (přeměnová) konstanta [4]

Je zřejmé, že rovnice i grafický průběh obou zákonů jsou tvarově stejné, ale každý ze zákonů popisuje něco jiného. Absorpční zákon popisuje úbytek intenzity záření v závislosti na hloubce, kdežto rozpadový zákon popisuje radioaktivní přeměnu - popisuje ubývání mateřských prvků s časem a jejich přeměnu na prvky dceřiné.

V grafu se nacházejí dvě exponenciální křivky: jedna klesající a druhá rostoucí. Klesající exponenciála znázorňuje úbytek mateřských prvků a rostoucí exponenciála znázorňuje přibývání dceřiných prvků vzniklých z prvků mateřských.

1.3.5 Fyzikální popis absorpčního zákona v oblasti gama/rtg

Při průchodu gama/rtg záření prostředím dochází k jeho absorpci. Jelikož je elektromagnetické povahy, interaguje zejména s elektronovým obalem atomů nebo Coulombovským polem jader, ubývá tak na intenzitě (je absorbováno) a část záření (primárního) se mění na záření sekundární, které je nežádoucí (zhoršuje kvalitu rtg snímku, scintigrafického obrázku a v radioterapii ohrožuje okolní struktury těla - zdravé tkáně jejich poškozením). [33]

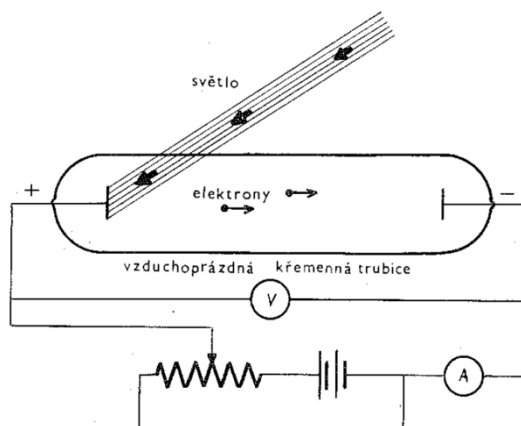
Na absorpci gama /rtg záření se podílejí tři jevy (tři dílčí složky μ): fotoelektrický jev, Comptonův jev (rozptyl) a obrácený anihilační jev. [4], [33]

1.4 Fotoelektrický jev

Fotoelektrický jev byl roku 1905 popsán Albertem Einsteinem fotoelektrickou rovnicí. Podání jasného výkladu fotoelektrického jevu předcházela řada experimentů, při nichž se ukázalo, že při dopadu světla o dostatečně velkém kmitočtu na povrch kovu dochází k emisi elektronů. Kromě alkalických kovů je vždy zapotřebí k ozařování kovu ultrafialových paprsků. [4], [34]

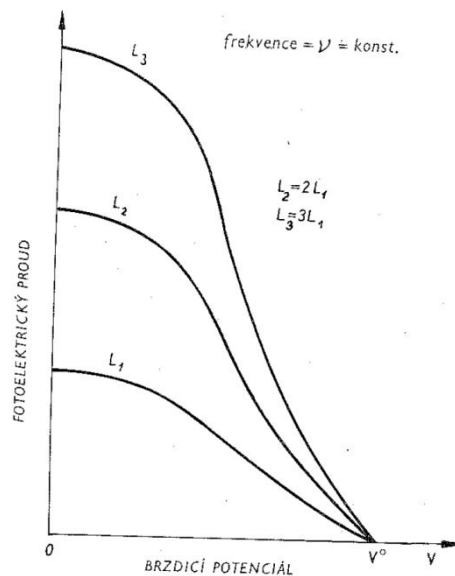
1.4.1 Experiment objevu fotoelektrického jevu

K experimentu byl použit jednoduchý elektrický obvod, v němž je zapojena vakuová křemenná trubice, ampérmetr a voltmetr. Vakuová trubice obsahuje dvě elektrody, anodu a katodu, mezi kterými je určitá mezera. Anoda je tvořena kovovou destičkou, ze které jsou při ozařování emitovány elektrony nazývané fotoelektrony. Některé z fotoelektronů uvolněných z anody (při jejím ozařování) mají dostatečnou energii, aby se dostaly na katodu. Tokem elektronů ke katodě se obvod uzavírá a protéká jím elektrický proud, jehož velikost je měřena ampérmetrem. Množství uvolněných fotoelektronů je závislé na brzděném potenciálu V . Čím vyšší je brzděný potenciál, tím méně elektronů se uvolní z anody a tím méně jich dopadne na katodu. To má za následek pokles velikosti elektrického proudu v obvodu. Při dosažení nebo překročení určité hodnoty brzděného potenciálu, řádově několika voltů, přestanou na katodu dopadat fotoelektrony a proud v obvodu zmizí. Hraniční hodnota brzděného potenciálu, při které se tak stane, se označuje V_0 . [34]



Obrázek 3: Schéma zapojení obvodu na zkoumání fotoelektrického jevu
zdroj: BEISER, A. *Úvod do moderní fyziky*. Praha: Academia, 1978, 628 s..

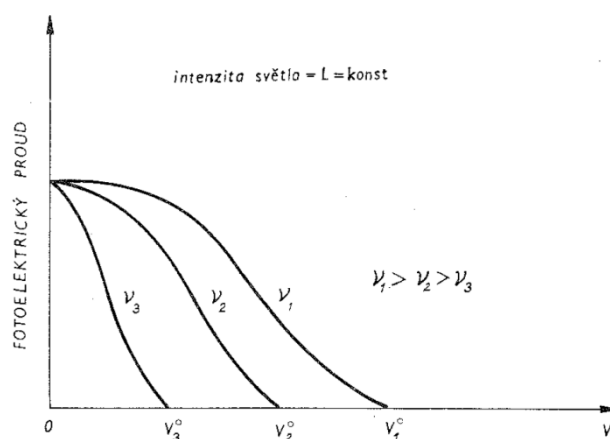
Experiment ukázal, že energetické rozdělení fotoelektronů nezávisí na intenzitě světla. Silnější světelný paprsek téhož kmitočtu sice uvolňuje více elektronů z ozařované plochy anody, avšak průměrná energie fotonu je stejná. [34]



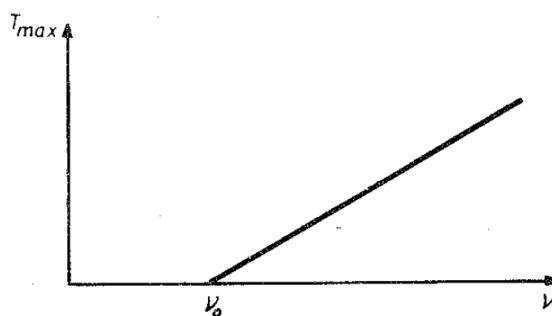
Obrázek 4: Graf závislosti velikosti elektrického proudu na intenzitě světla o konstantním kmitočtu zdroj: BEISER, A. Úvod do moderní fyziky. Praha: Academia, 1978, 628 s..

Z grafu je zřejmé že, velikost elektrického proudu tvořeného fotoelektrony je úměrná intenzitě světla při libovolné hodnotě V_0 a ustává při stejné hodnotě V_0 pro všechny intenzity světla s konstantním kmitočtem. [34]

Další zvláštností z hlediska vlnové teorie je, že energie fotoelektronů je závislá na kmitočtu použitého světla. Světlo o vysokém kmitočtu uvolňuje fotoelektrony s vyšší maximální energií než světlo s nižším kmitočtem (př.: světlo modré světlo uvolňuje fotoelektrony s vyšší maximální energií než sytě červené světlo, i když intenzita červeného světla je vyšší a produkuje tedy více fotoelektronů). Aby však mohly být z kovové anody uvolněny elektrony, musí být překročen tzv. kritický kmitočet, který je pro každý kov jiný. Není-li kritický kmitočet překonán, nedochází k emisi elektronů. Je-li překonán kritický kmitočet, energie fotoelektronů se pohybuje v rozmezí od nuly do maximální hodnoty T_{\max} , která roste s rostoucím kmitočtem lineárně. [34]



Obrázek 5: Graf závislosti mezního napětí (brzděného potenciálu) na kmitočtu světla
zdroj: BEISER, A. *Úvod do moderní fyziky*. Praha: Academia, 1978, 628 s..



Obrázek 6: Graf závislosti maximální možné energie fotoelektronů na kmitočtu dopadajícího světla (získaná experimentálně)

zdroj: BEISER, A. *Úvod do moderní fyziky*. Praha: Academia, 1978, 628 s..

Závislost mezi T_{\max} a ν je zřejmě přímo úměrná, lze ji proto vyjádřit:

$$T_{\max} = h(\nu - \nu_0) = h\nu - h\nu_0$$

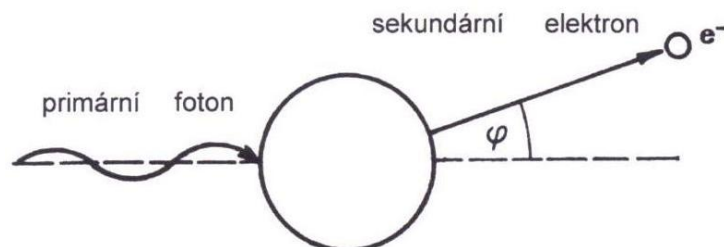
h Planckova konstanta ($6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

ν_0 prahový kmitočet, charakteristická frekvence kovu (pod ní nedochází k fotoemisi)

Einstein po inspiraci myšlenkou Maxe Plancka navrhl předpoklad, že se světlo šíří nejen vyzařováním, ale i formou kvant. Díky tomuto předpokladu bylo možné snadno fotoelektrický jev vysvětlit. Einsteinova fotoelektrická rovnice má tvar:

$$h\nu = T_{\max} + h\nu_0$$

- $h\nu$ energie obsažená v každém kvantu dopadajícího světla
 T_{\max} maximální možná energie fotoelektronu
 $h\nu_0$ minimální energie potřebná k vytržení elektronu z kovu [4], [35]



Obrázek 7: Schéma fotoelektrického jevu

zdroj: NAVRÁTIL, L. a J. ROSINA. *Lékařská biofyzika*. Praha: MANUS, 2000. ISBN 80-902318-5-3.

1.4.2 Průběh fotoelektrického jevu

Foton záření se sráží s elektronem vázaným v atomu na některém z **vnitřních** orbitalů, předává mu veškerou svou energii ($h\nu$) a zaniká. Elektron je uvolněn (vyražen z obalu atomu pod určitým úhlem) s energií o něco nižší než měl původní foton, díky této energii může ionizovat své okolí (přímá ionizace = ionizace nabitými částicemi). Část energie fotonu byla spotřebována k uvolnění elektronu (na tzv. výstupní práci $A = h\nu_0$). [13], [34], [35]

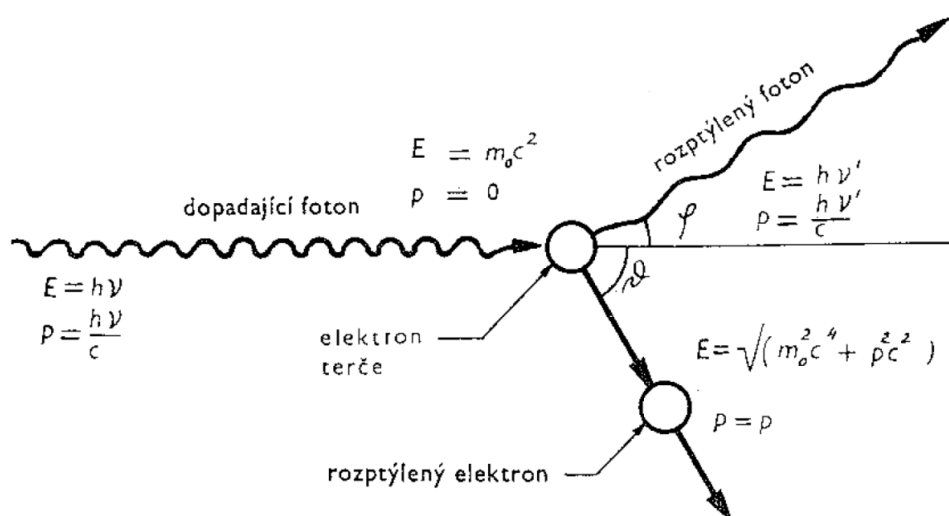
Z Einsteinovy fotoelektrické rovnice je patrné, že všechny fotoelektrony nemají stejnou energii, ta se liší dle výstupní práce A , která je potřebná k jejich vytržení z kovu. Na vytržení hlouběji uložených elektronů je potřeba větší práce než na elektrony těsně pod povrchem. [34]

Skutečná kinetická energie elektronu (T) je tedy rovna rozdílu energie záření a vazbové energie elektronu v atomu (výstupní práce $A = h\nu_0$). Po vyraženém elektronu vzniká na jeho původním místě v orbitalu díra (z neutrálního atomu se stává iont), která je posléze zaplněna elektronem z vyššího orbitalu (excitace) a přebytek energie je vyzářen v podobě fotonu charakteristického rtg záření (deexcitace). [4], [13], [18]

Pravděpodobnost fotoefektu roste s nižší energií záření a také roste s rostoucím protonovým číslem materiálu. [13], [14], [18]

1.5 Comptonův jev

Jev byl popsán roku 1923 A. H. Comptonem, který experimentálně a teoreticky zkoumal rozptyl rentgenových paprsků z molybdenové antikatody v tuhé desce. Výsledkem práce bylo nalezení spektrálních čar odpovídajících původní vlnové délce a také nové vlnové délce, která je větší než původní vlnová délka. K vysvětlení Comptonova jevu je zapotřebí uvažovat foton jako korpuskuli, která má svou hmotnost a hybnost. [4]



Obrázek 8: Schéma Comptonova jevu

zdroj: BEISER, A. *Úvod do moderní fyziky*. Praha: Academia, 1978, 628 s..

1.5.1 Průběh Comptonova jevu

Foton záření se sráží s volným elektronem nebo elektronem slabě vázaným v atomu na některém z **vnějších** orbitalů, předává mu část své energie a dále pokračuje už jako nový, rozptýlený foton s nižší energií (sekundární foton). Energie sekundárního fotonu je závislá na úhlu rozptylu ($0-180^\circ$) - čím větší úhel rozptylu, tím menší energie. ($\varphi = 180^\circ =$ zpětný rozptyl). Sekundární elektron i sekundární foton mohou dále způsobit několik dalších ionizací/Comptonových rozptylů než ztratí všechnu svou energii a zaniknou fotoelektrickým jevem. [4], [14], [18]

1.5.2 Odvození Comptonova jevu

Pro tuto srážku (obr.8) platí, jak zákon zachování energie,

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2 \quad (\Rightarrow \text{ztráta energie fotonu} = \text{zvýšení energie elektronu})$$

ν frekvence původního fotonu

ν' frekvence rozptýleného fotonu

m_0 klidová hmotnost elektronu

m hmotnost elektronu po srážce

tak i zákon zachování hybnosti, z kterého se vychází při odvozování vzorce pro Comptonův posun. Na rozdíl od energie, hybnost je vektorová veličina, má tedy velikost a směr. Z toho vyplývá, že její velikost musí být zachována v obou zvolených směrech daných osami x a y . [4], [34]

Důležité vzorce k odvození Comptonova posunu:

$$E = \sqrt{(m_0^2c^4 + p^2c^2)}$$

celková energie fotonu: $E = mc^2 = pc$ Jelikož foton nemá hmotnost $E = h\nu$,

jeho hybnost se určí ze vzorce: $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$

Odvození Comptonova jevu [34]:

Ve směru původního pohybu fotonu (směr v ose x) platí:

$$\text{počáteční hybnost} = \text{konečná hybnost}$$

Jelikož jde o srážku dvou „objektů“ vyskytují se na každé straně rovnice dva členy. Počáteční hybnost p_1 se skládá z hybnosti dopadajícího fotonu a hybnosti elektronu terče. Konečná hybnost p_2 se skládá z hybnosti rozptýleného fotonu a elektronu. K odvození tvarů hybností jednotlivých elementů je zapotřebí goniometrických funkcí sinus a cosinus.

$$\text{rozptýlený foton:} \quad \cos \varphi = \frac{x}{\frac{h\nu'}{c}} \Rightarrow x = \frac{h\nu'}{c} \cos \varphi$$

$$\text{rozptýlený elektron:} \quad \cos \vartheta = \frac{x}{p} \Rightarrow x = p \cos \vartheta$$

$$p = p'$$

$$\frac{hv}{c} + 0 = \frac{hv'}{c} \cos \varphi + p \cos \vartheta$$

rovnice 1)

Zcela obdobně ve směru kolmém (směr v ose y):

rozptýlený foton: $\sin \varphi = \frac{y}{\frac{hv'}{c}} \Rightarrow y = \frac{hv'}{c} \sin \varphi$

rozptýlený elektron: $\sin \vartheta = \frac{y}{p} \Rightarrow y = p \sin \vartheta$

$$p = p'$$

$$0 = \frac{hv'}{c} \sin \varphi + p \sin \vartheta$$

rovnice 2)

Obě rovnice je potřeba vynásobit písmenem „c“ (díky čemuž jsou zbaveny zlomků) a vypadají následovně:

$$hv = hv' \cos \varphi + pc \cos \vartheta$$

$$0 = hv' \sin \varphi - pc \sin \vartheta$$

Pro lepší práci je dobré rovnice přepsat do tvaru:

$$pc \cos \vartheta = hv - hv' \cos \varphi$$

$$pc \sin \vartheta = hv' \sin \varphi$$

Následně umocnit na druhou a sloučit obě rovnice do jedné - sečtením, tím bude vyloučen úhel ϑ .

$$p^2 c^2 \cos^2 \vartheta = (hv)^2 - 2(hv)(hv') \cos \varphi + (hv')^2 \cos^2 \varphi$$

$$p^2 c^2 \sin^2 \vartheta = (hv')^2 \sin^2 \varphi$$

rovnice 1 + rovnice 2

$$p^2 c^2 \cos^2 \vartheta + p^2 c^2 \sin^2 \vartheta = (hv)^2 - 2(hv)(hv') \cos \varphi + (hv')^2 \cos^2 \varphi + (hv')^2 \sin^2 \varphi$$

$$p^2 c^2 (\cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta) = (hv)^2 - 2(hv)(hv') \cos \varphi + (hv')^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)$$

Jelikož $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, výsledný vzorec nabývá tvaru:

$$p^2 c^2 = (hv)^2 - 2(hv)(hv') \cos \varphi + (hv')^2$$

Nyní je na řadě porovnání obou výrazů pro celkovou energii částic.

$$E = E$$

$$T + m_0c^2 = \sqrt{(m_0c^4 + p^2c^2)} \quad /^2$$

$$T^2 + 2Tm_0c^2 + m_0^2c^4 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$

$$p^2c^2 = T^2 + 2Tm_0c^2$$

Dosazením $T = hv - hv'$ vzniká druhý vzorec pro p^2c^2 .

$$p^2c^2 = (hv)^2 - 2(hv)(hv') + (hv')^2 + 2m_0c^2(hv - hv')$$

Porovnáním obou vztahů pro p^2c^2 a následnými drobnými úpravami vzniká rovnice Comptonova posunu.

$$p^2c^2 = p^2c^2$$

$$(hv)^2 - 2(hv)(hv') + (hv')^2 + 2m_0c^2(hv - hv') = (hv)^2 - 2(hv)(hv') \cos \varphi + (hv')^2$$

$$2m_0c^2(hv - hv') = 2(hv)(hv') - 2(hv)(hv') \cos \varphi$$

$$2m_0c^2(hv - hv') = 2(hv)(hv')(1 - \cos \varphi) \quad / \cdot \frac{1}{2h^2c^2}$$

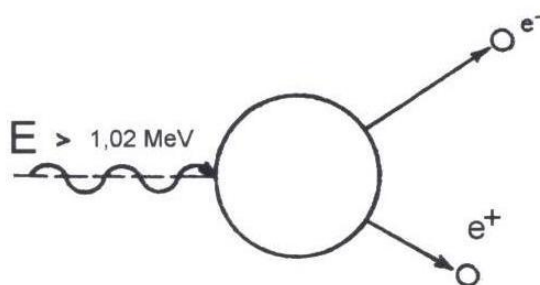
Vynásobení rovnice výrazem $\frac{1}{2h^2c^2}$ vznikne zlomek $\frac{v}{c}$, který představuje obrácenou hodnotu vlnové délky λ .

$$\begin{aligned} \frac{m_0 h \nu - m_0 h \nu'}{h^2} &= \frac{\nu \nu' (1 - \cos \varphi)}{c^2} \\ \frac{h m_0 (\nu - \nu')}{h^2} &= \frac{\nu \nu'}{c c} (1 - \cos \varphi) \\ \frac{m_0 (\nu - \nu')}{h} &= \frac{\nu \nu'}{c c} (1 - \cos \varphi) \\ \frac{m_0 c}{h} \left(\frac{\nu}{c} - \frac{\nu'}{c} \right) &= \frac{\nu \nu'}{c c} (1 - \cos \varphi) \\ \frac{m_0 c}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) &= \frac{1 - \cos \varphi}{\lambda \lambda'} \\ \frac{m_0 c}{h} \left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda \lambda'} \right) &= \frac{1 - \cos \varphi}{\lambda \lambda'} \quad / \cdot \lambda \lambda' \\ \frac{m_0 c}{h} (\lambda' - \lambda) &= 1 - \cos \varphi \quad / \cdot \frac{h}{m_0 c} \\ \lambda' - \lambda &= \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) = \Delta \lambda \end{aligned}$$

Uvedený vztah Comptonova posunu platí teoreticky pro každý foton libovolné hmotnosti. Prakticky však neplatí zcela přesně je-li hmotnost fotonu o hodně menší než klidová hmotnost elektronu, při takovém poměru hmotností neplatí zákon zachování energie. Ztráta hybnosti fotonu je malá => velmi malý Comptonův posun. => Comptonův jev nelze pozorovat u fotonů viditelného světla (jejich malá hmotnost proti fotonům gama/rtg záření). [4]

Při středních energiích (0,5 - 5MeV) záření gama je Comptonův rozptyl převládající interakcí s látkami o malém protonovém čísle (např. voda, tkáň atd.). Comptonův jev nezávisí na protonovém čísle absorpčního materiálu. [14], [18]

1.6 Obrácený anihilační jev



Obrázek 9: Schéma obráceného anihilačního jevu

zdroj: NAVRÁTIL, L. a J. ROSINA. *Lékařská biofyzika*. Praha: MANUS, 2000. ISBN 80-902318-5-3.

Foton proniká do velké blízkosti jádra, odevzdá mu část své hybnosti a poté, má-li větší energii než je energie odpovídající hmotnosti dvou elektronů, vzniká dvojice elektron-pozitron s výslednou energií danou vztahem $T = \hbar\omega - 2m_0c^2$. [4], [13], [14], [18]

1.7 Použité statistické metody

„Nevěřím jiné statistice, než té, kterou jsem osobně zfalšoval.“ (Winston Churchill)

„S pomocí statistiky je jednoduché lhát. Bez ní je ale těžké říci pravdu.“ (Andrejs Dunkels) [36]

V práci bylo využito metod deskriptivní a matematické statistiky. Statistika je věda zkoumající skutečná data pomocí teorie pravděpodobnosti, prostřednictvím které jsou data popisována. [37]

První částí statistického šetření je aplikace metod deskriptivní statistiky. První metodou zmiňované statistiky je **formulace statistického šetření**, kterou lze charakterizovat jako správné vytyčení si základních statistických pojmů. Základními statistickými pojmy je hromadný náhodný jev, statistická jednotka, statistický znak, hodnoty statistického znaku, základní statistický soubor a jeho rozsah, náhodný výběr, výběrový statistický soubor a jeho rozsah.

Druhým krokem statistického šetření je **škálování**, vytvoření vhodných prvků škály, k nimž jsou následně procesem **měření** (třetí metoda deskriptivní statistiky)

přirázovány počty statistických jednotek. Výstupem měření je zápis s počty statistických jednotek v rámci jednotlivých prvků škály.

Poslední metodou deskriptivní statistiky je **elementární statistické zpracování**, které spočívá v uspořádání výsledků měření vytvořením tabulky, grafickém vyjádření (formou polygonu) a parametrizování vhodnými empirickými parametry.

Druhou částí statistického šetření je aplikace metod matematické statistiky. Jednou z užitých metod matematické statistiky je **neparametrické testování hypotéz**. Neparametrickým testováním se zjišťuje, je-li možné nahradit empirické rozdělení rozdělením teoretickým. V práci je použit Pearsonův χ^2 -test.

K otestování předpokládaných hypotéz lze také používat parametrické testování. Jednovýběrové parametrické testování hypotéz vypovídá o tom, zda mohl být výběrový statistický soubor vybrán ze základního statistického souboru. [38]

2 Hypotézy a metodika výzkumu

2.1 Hypotézy a cíle práce

Předpokládané hypotézy:

1. Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.
2. Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.

Cíle práce:

1. Výběr teorie přenosu poznatků na úroveň uvedených studijních oborů.
2. Vytvoření edukačního textu cestou, která respektuje vybranou teorii.
3. Experimentální ověření edukačního textu z hlediska možností adresátů.
4. Aplikace vybraných statistických metod.

2.2 Metodika výzkumu

1. Analýza současného vědeckého systému s cílem aplikovat kurikulární proces.
2. Transformace zkoumaného vědeckého systému na sdělitelný vědecký systém.
3. Vytvoření vlastního edukačního textu na základě analýzy vědeckého systému a možností adresátů edukace.
4. Ověření edukační funkce vytvořeného edukačního textu experimentální výukou studentů studijního oboru Radiologický asistent a dalších příbuzných oborů.
5. Vytvoření testu pro ověření získaných znalostí studentů a následné statistické vyhodnocení těchto testů.

Ad 1., 2., 3. **Konceptuální, zamýšlené a projektové kurikulum**

V současnosti neexistuje vhodný ucelený edukační text k danému tématu, který by byl přiměřený znalostem (fyzika, matematika) a schopnostem studentů oboru Radiologický asistent a oborům příbuzným. Z těchto důvodů bylo dané téma analyzováno z různých fyzikálních podkladů, transformováno na sdělitelnou úroveň vědeckého systému (konceptuální kurikulum), strukturováno z hlediska možností

adresátů (zamýšlené kurikulum) a sepsáno do uceleného edukačního textu (projektové kurikulum), jehož úroveň by měla být studentům přiměřená.

Ad 4. *Implementované kurikulum-1*

Dané téma bylo následně autorem práce odpřednášeno studentům nižších ročníků oboru Radiologický asistent na Jihočeské univerzitě v Českých Budějovicích. Přednáška, jež trvala zhruba polovinu vyučovací hodiny, probíhala následujícím způsobem:

1. Studenti obdrželi edukační text obsahující základ dané látky.
2. Autor přednesl dané téma za doprovodu PowerPointové prezentace.
3. Autor poskytl studentům čas na dotazy.

Pro dostatečný počet respondentů ke statistickému zpracování a tedy i k co nejobjektivnějšímu závěru statistického šetření byli osloveni i studenti ostatních univerzit v České republice umožňujících studium oboru Radiologický asistent:

- Fakulta zdravotnických studií Západočeské univerzity v Plzni,
- Fakulta biomedicínského inženýrství Českého vysokého učení technického v Kladně,
- Vysoká škola zdravotnická, o.p.s. v Praze,
- Fakulta zdravotnických studií univerzity v Pardubicích,
- Lékařská fakulta Masarykovy univerzity v Brně,
- Fakulta zdravotnických věd univerzity Palackého v Olomouci,
- Lékařská fakulta Ostravské univerzity v Ostravě.

Studentům jmenovaných univerzit byl edukační text poskytnut ve formě elektronické.

Ad 5. *Implementované kurikulum-2*

K ověření poznatků osvojených studenty byl vytvořen „multiple choice test“ s 23 otázkami, vždy s jednou správnou odpovědí u každé otázky. Test vycházel pouze z edukačního textu, nepředpokládal jiné znalosti, než které byly uvedeny v edukačním

textu. Poskytnutý čas studentům na vyplnění testu byl 20 minut. Každá správně zodpovězená otázka byla ohodnocena 1 bodem. Nezodpovězená nebo chybně zodpovězená otázka odpovídala 0 bodům. Studentům vzdálených univerzit byl test zaslán elektronickou formou - online dotazník. Papírová i elektronická forma testu byla zcela anonymní. Jedinými požadovanými údaji byl ročník a forma studia.

Statistické vyhodnocení multiple-choice testu proběhne implementací vhodných statistických metod popsaných ve zdrojích [38], [39], a [40].

2.2.1 Metody deskriptivní statistiky

a) Formulace statistického šetření

K formulaci statistického šetření bude v práci zapotřebí vymezit 7 základních pojmů:

- | | |
|---|-----|
| ➤ Hromadný náhodný jev | HNJ |
| ➤ Statistická jednotka | SJ |
| ➤ Statistický znak | SZ |
| ➤ Hodnoty statistického znaku | HSZ |
| ➤ Základní statistický soubor a jeho rozsah | ZSS |
| ➤ Náhodný výběr | NV |
| ➤ Výběrový statistický soubor a jeho rozsah | VSS |

Hromadný náhodný jev (HNJ) lze definovat jako zkoumanou společnou „vlastnost“ všech statistických jednotek (SJ) statistického souboru (ZSS následně VSS), kterou nelze s jistotou předpovědět. Hromadným náhodným jevem může být například zkoumání úspěšnosti metody léčby u pacientů se stejným typem nádorového onemocnění, zkoumání znalostí respondentů formou testu (viz předložená práce), zkoumání úspěšnosti sportovců aj.

Statistická jednotka (SJ) je prvkem statistického souboru. Statistická jednotka má určité vlastnosti stejné jako zbytek zkoumané množiny. Statistickou jednotkou je například 1 z tisíců pacientů s karcinomem tlustého střeva, hráč (hokejista) NHL, či student podrobující se testu z probíraného učiva (viz předložená práce) aj.

Statistický znak (SZ) je vlastnost odlišující konkrétní statistickou jednotku od ostatních. Lze si pod tímto pojmem představit například rozdílný stupeň úspěšnosti léčby, rozdílnou úroveň znalostí studentů (viz předložená práce) atd.

Hodnota statistického znaku (HSZ) je způsob popisu sledovaného statistického znaku. V předložené práci budou dosažené znalosti studentů kvantifikovány počtem dosažených bodů prostřednictvím aplikovaného edukačního testu.

Základní statistický soubor (ZSS) je počet všech statistických jednotek. Příkladem ZSS je např. 180 000 studentů, kteří se účastnili písemných testů státní maturity na jaře roku 2012, nebo 5000 pacientů o témže nádorovém onemocnění, stovky hráčů NHL.

Náhodný výběr (NV) je proces zredukování počtu zkoumaných statistických jednotek. Může být realizován například losem, generátorem náhodných čísel aj.

Výběrový statistický soubor (VSS) je soubor všech statistických jednotek, které byly vybrány ze základního statistického souboru formou náhodného výběru. Příkladem může být náhodný výběr padesáti studentů/hráčů/pacientů z celkového počtu. Výsledky zkoumání výběrového statistického souboru jsou brány jako výsledky celého základního statistického souboru. V předložené práci nebude náhodný výběr prováděn.

Je-li zkoumán jen jeden statistický znak, je výběrový statistický soubor jednorozměrný. U většího počtu zkoumaných statistických znaků se jedná o vícerozměrný.

b) Škálování

Škálováním se rozumí rozdělení hodnot statistického znaku do skupin. Dle povahy statistického znaku se rozlišují 4 typy škál.

- Nominální škála - Klasifikace do kategorií. Jednotlivé kategorie odpovídají prvkům škály (pohlaví - muž, žena aj.).
- Ordinální škála - Umožňuje stanovit pořadí statistických jednotek. Neumožňuje však stanovení vzdálenosti mezi dvěma sousedními statistickými jednotkami. Jednotlivá pořadí odpovídají prvkům škály.
- Kvantitativně metrická škála - Po zavedení jednotky škály (bodové hodnocení, teplota ve stupních Celsia aj.) umožňuje stanovení vzdálenosti dvou sousedních

statistických jednotek. Počátek škály lze volit dobrovolně (nemusí mít povinně nulovou hodnotu). Kvantitativně metrická škála bude použita v předložené práci.

- Absolutní metrická škála- Kvantitativně metrická škála s počátkem škály v nule (počet chyb, teplota ve stupních Kelvina atd.).

c) Měření

Měřením rozumíme proces přiřazování prvků škály každé statistické jednotce výběrového statistického souboru. Výsledkem měření je zápis vyjadřující kolikrát byl prvek škály x_i naměřen (n_i krát). Součet všech absolutních četností (n_i) musí být roven celkovému počtu všech statistických jednotek (n) výběrového statistického souboru (VSS). Výsledky měření je dále možno hodnotit pomocí pravděpodobnosti. Pravděpodobnost, že při měření nastanou výsledky x_i je vyjadřována relativní četností (n_i/n). Pravděpodobnost, že nastane výsledek menší nebo rovný x_i se nazývá kumulativní četnost ($\sum n_i/n$).

d) Elementární statistické zpracování

Výsledky měření se přiřadí do škál, zapíše do tabulky a následně vyjádří graficky a empirickými parametry. V práci bude použita tabulka s 8 sloupci.

Tabulka obsahuje 8 sloupců, z toho poslední 4 jsou pomocné součiny pro výpočty empirických parametrů:

1. sloupec	x_i	prvky škály,
2. sloupec	n_i	absolutní četnosti škály,
3. sloupec	$\frac{n_i}{n}$	relativní četnosti prvků škály,
4. sloupec	$\sum \frac{n_i}{n}$	kumulativní četnosti,
5. sloupec	$n_i x_i$,	
6. sloupec	$n_i x_i^2$,	
7. sloupec	$n_i x_i^3$,	
8. sloupec	$n_i x_i^4$.	

Grafické znázornění četností se provádí do souřadnicového systému x, y . Na osu x jsou vynášeny prvky škály a na osu y hodnoty příslušných četností. Vzniklá křivka po spojení vnesených bodů je nazývána polygonem četnosti, pro kterou byl sestaven.

Empirické parametry popisují, charakterizují, statistický soubor. Dle vlastnosti statistického souboru, kterou vystihují, budou v práci použity:

➤ **Parametr polohy**

(vážený aritmetický průměr, obecný moment prvního řádu)

Vyjadřuje polohu empirického rozdělení četností neboli umístění na vodorovné ose x souřadnicového systému.

$$O_1(x) = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i$$

➤ **Parametr variability/proměnlivosti**

(empirický rozptyl, centrální moment druhého řádu)

Odmocnina rozptylu se nazývá směrodatná odchylka - informuje o výpovědní hodnotě aritmetického průměru.

$$C_2(x) = \frac{1}{n} \sum n_i (x_i - \bar{x})^2$$

Směrodatná odchylka

$$S_x = \sqrt{C_2}$$

➤ **Variační koeficient**

Vyjadřuje podíl směrodatné odchylky na hodnotě aritmetického průměru.

$$V_{koef.} = \frac{S_x}{\bar{x}}$$

Parametr šikmosti

(koeficient šikmosti, normovaný moment třetího řádu)

Vyjadřuje koncentraci (míru četnosti) prvků škály ležících „nalevo“ či „napravo“ od aritmetického průměru.

$$N_3 = \frac{C_3}{C_2 \sqrt{C_2}}$$

kde C_3 je centrálním momentem třetího řádu $C_3(x) = \frac{1}{n} \sum n_i (x_i - \bar{x})^3$.

➤ **Parametr špičatosti**

(koeficient špičatosti, normovaný moment čtvrtého řádu)

Vyjadřuje míru špičatosti rozdělení prvků škály.

$$N_4 = \frac{C_4}{C_2^2},$$

kde C_4 je centrálním momentem čtvrtého řádu $C_4(x) = \frac{1}{n} \sum n_i (x_i - \bar{x})^4$

2.2.2 Metody matematické statistiky

a) neparametrické testování hypotéz

Význam tohoto testování spočívá v nahrazení empirického rozdělení rozdělením teoretickým (např. normálním rozdělením), které je schopné poskytnout spoustu dalších informací jinak nedostupných. K neparametrickému testování je užíváno aparátu nulových a alternativních hypotéz na předem dané hladině významnosti α . Výsledkem je přijetí/zamítnutí nulové hypotézy H_0 a přijetí/zamítnutí alternativní hypotézy.

K ověření parametrických i neparametrických hypotéz se užívá testových kritérií (u-test, studentův t-test, Pearsonův χ^2 -test a Fisher-Snedecorův F-test). V této práci je použit Pearsonův χ^2 -test, pro který je výhodné, aby u každého prvku škály bylo alespoň 5 studentů. Má-li některý prvek škály absolutní četnost <5 , mohlo by dojít ke sloučení se sousedním intervalem.

Je-li podmínka splněna je zapotřebí určit experimentální hodnotu kritéria, teoretickou hodnotu kritéria, hodnotu kritického oboru W testového kritéria a následně posoudit, zda je či není experimentální hodnota kritéria prvkem kritického oboru. Je-li prvkem, je přijata alternativní hypotéza, empirické rozdělení pak nelze nahradit rozdělením teoretickým a naopak.

b) teorie odhadů (nebude aplikována v předložené práci)

Teoretické rozdělení přiřazené neparametrickým testováním k empirickému rozdělení obsahuje neznámé hodnoty parametrů. Tyto hodnoty teoretických parametrů je nutno nejprve odhadnout bodovými či intervalovými odhady a až poté lze srovnávat s empirickými

c) parametrické testování hypotéz (nebude aplikováno v předložené práci)

Parametrické testování předpokládá, že empirickému rozdělení lze přiřadit rozdělení normální. Opět je využíváno aparátu nulové a alternativní hypotézy formou testů (u-test, t-test, f-test a χ^2 -test). Lze ho rozdělit na jednovýběrové a dvojevýběrové testování.

d) měření statistických závislostí (nebude aplikováno v předložené práci)

Tato metoda se pojí se zkoumáním vícerozměrného výběrového statistického souboru, v němž bude zkoumáno více statistických znaků společně. Je zkoumána regresní a korelační závislost, která může být lineární či kvadratická.

Charakteristika zkoumaného statistického souboru

K možnému uskutečnění statistického šetření je zapotřebí dosažení dostatečného počtu statistických jednotek, z toho důvodu byli osloveni studenti českých univerzit poskytujících vzdělání v oboru Radiologický asistent. Všechny školy s výjimkou Vysoké školy zdravotnické, o.p.s. v Praze, která je soukromá, jsou veřejné státem financované vysoké školy.

Studijní oddělení zmiňovaných škol byla prostřednictvím emailu požádána o přeposlání odkazu webové stránky obsahující edukační text i test studentům prvního až třetího ročníku prezenčního i kombinovaného studia. Na výzvu odpověděli studenti následujících čtyř univerzit:

- Fakulta zdravotnických studií Západočeské univerzity v Plzni,
- Fakulta biomedicínského inženýrství Českého vysokého učení technického v Kladně,

- Fakulta zdravotnických studií univerzity v Pardubicích,
- Lékařská fakulta Ostravské univerzity v Ostravě.

Potřebné informace nebyly obdrženy od následujících škol:

- Vysoká škola zdravotnická, o.p.s. v Praze,
- Lékařská fakulta Masarykovy univerzity v Brně,
- Fakulta zdravotnických věd univerzity Palackého v Olomouci.

Ze všech sedmi elektronicky obeslaných univerzit bylo přijato 22 vyplněných testů studentů prezenčního studia (2 studenti prvního ročníku, 12 studentů druhého ročníku a 8 studentů třetího ročníku). Na Jihočeské univerzitě v Českých Budějovicích byl autorem práce odpřednášen edukační text studentům prvního ročníku prezenčního studia v akademickém roce 2012/2013 a bylo přijato 13 vyplněných testů.

Celkový počet respondentů dosáhl hodnoty 35.

3 Výsledky práce

3.1 Konceptuální kurikulum

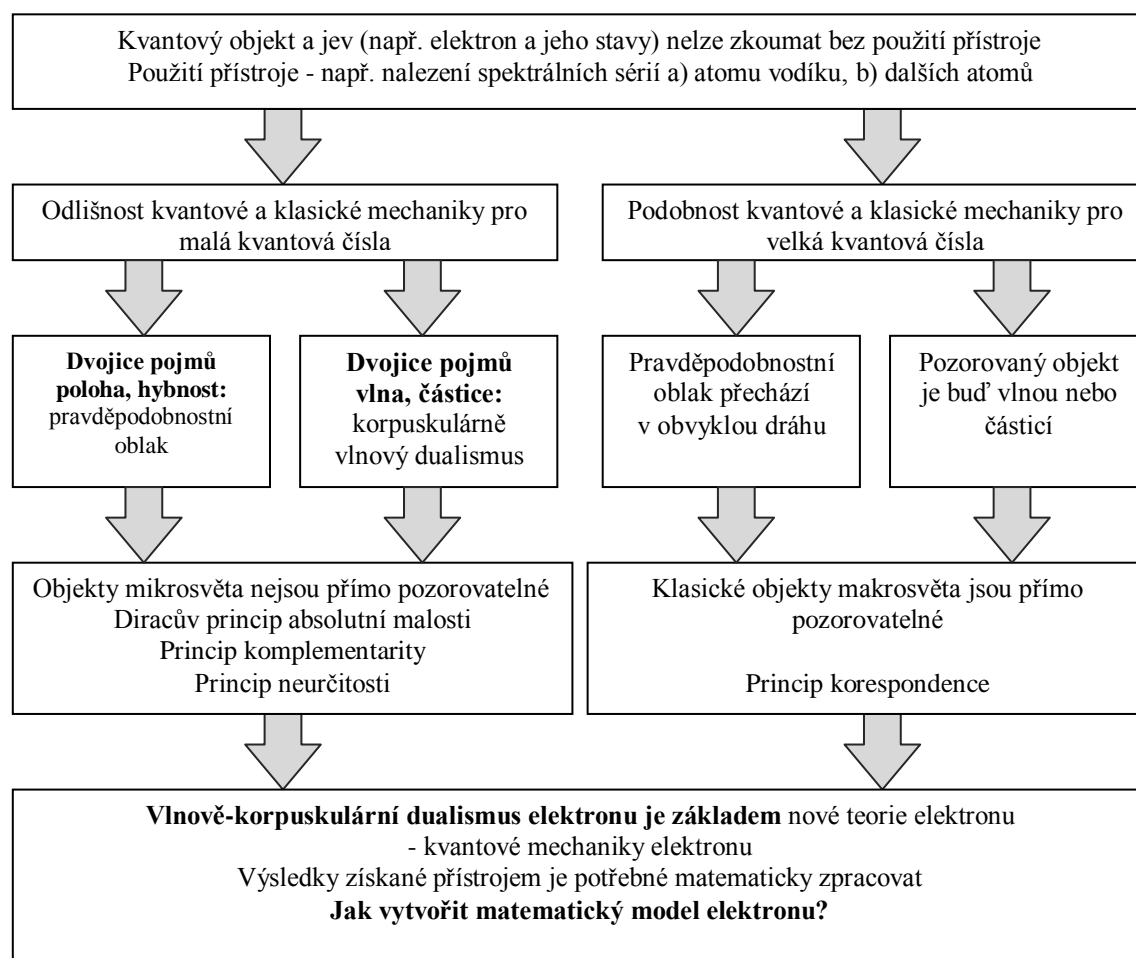
Absorpční zákon je úzce spojen s absorpcemi záření rtg/gama prostřednictvím fotoelektrického jevu, Comptonova jevu a obráceného anihilačního jevu. Sdělitelnost vědy (konceptuální kurikulum) je zde spojena s vymezením vhodného odvození parametrů uvedených jevů. Jako příklad je možné uvést stručné připomenutí závěrečné části odvození Comptonova posuvu $\Delta\lambda$:

$$\begin{aligned}\frac{m_0 h\nu - m_0 h\nu'}{h^2} &= \frac{\nu\nu'(1 - \cos\varphi)}{c^2} \\ \frac{hm_0(\nu - \nu')}{h^2} &= \frac{\nu}{c} \frac{\nu'}{c} (1 - \cos\varphi) \\ \frac{m_0(\nu - \nu')}{h} &= \frac{\nu}{c} \frac{\nu'}{c} (1 - \cos\varphi) \\ \frac{m_0 c}{h} \left(\frac{\nu}{c} - \frac{\nu'}{c} \right) &= \frac{\nu}{c} \frac{\nu'}{c} (1 - \cos\varphi) \\ \frac{m_0 c}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) &= \frac{1 - \cos\varphi}{\lambda\lambda'} \\ \frac{m_0 c}{h} \left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'} \right) &= \frac{1 - \cos\varphi}{\lambda\lambda'} \quad / \cdot \lambda\lambda' \\ \frac{m_0 c}{h} (\lambda' - \lambda) &= 1 - \cos\varphi \quad / \cdot \frac{h}{m_0 c} \\ \lambda' - \lambda &= \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\varphi) = \Delta\lambda\end{aligned}$$

Při odvození byly především použity základní rysy staré kvantové teorie (která předcházela zavedení operátorového počtu v třicátých letech dvacátého století). Stará kvantová teorie je především spojena s aplikací vlnově-korpuskulárního dualismu, který je při odvození Comptonova jevu vázán na fotony a elektrony. Z hlediska fyzikální podstaty absorpčního jevu pro radiologické asistenty je proto podstatné promítnout základní struktury odvození fotoelektrického, Comptonova a obráceného anihilačního jevu do struktury vlnově-korpuskulárního dualismu.

3.2 Zamýšlené kurikulum

Transformace konceptuálního kurikula na kurikulum zamýšlené spočívá ve vymezení těch rysů sdělitelné vědy (konceptuálního kurikula), které jsou přiměřené pro adresáty edukace (radiologické asistenty) a současně dostatečné pro pochopení fyzikální podstaty absorpčního jevu. Odtud vyplývá, že zamýšlené kurikulum v oblasti fyzikální podstaty absorpčního zákona lze popsat strukturou vlnově-korpuskulárního dualismu.



Obrázek 10: Model vlnově-korpuskulárního dualismu v rámci staré kvantové teorie

zdroj: ZÁŠKODNÝ, P. *Přehled základů teoretické fyziky (s aplikací na radiologii)*. Bratislava: DIDAKTIS, 2005. ISBN 80-89160-25-5.

3.3 Projektové kurikulum

Transformace zamýšleného kurikula (tj. fyzikální podstaty absorpčního jevu, která je přiměřená radiologickým asistentům) umožnila vytvořit edukační text jako významnou složku kurikula projektového: viz. Příloha 1.

3.4 Implementované kurikulum-1

Transformace projektového kurikula (edukačního textu) na přípravu autora na experimentální výuku (tato příprava odpovídá implementovanému kurikulu-1) byla uskutečněna jednak PowerPointovou prezentací, jednak konstrukcí edukačního testu. Zkonstruovaný „multiple choice test“ je uveden v Příloze 2.

3.5 Implementované kurikulum-2

Transformace implementovaného kurikula-1 (přípravy autora na výuku) a projektového kurikula (edukačního textu) na dosažené výsledky edukace u radiologických asistentů v rámci fyzikálních základů absorpčního zákona (tj. na implementované kurikulum-2) je spojena se statistickým šetřením výsledků položeného edukačního testu. Metody potřebné k realizaci statistického šetření byly algoritmicky uvedeny v metodice bakalářské práce. Zde jsou již jen souhrnně uváděny dosažené výsledky.

a) Formulace statistického šetření

Vymezení základních pojmů:

- HNJ měření znalostí studentů oboru Radiologický asistent
- SJ student
- SZ rozsah znalostí studentů
- HSZ rozsah znalostí studentů (4 až 18 bodů)
- ZSS 35 studentů
- NV nebyl proveden (pro malý rozsah počtu studentů)
- VSS $VSS = ZSS = 35$ studentů

b) Škálování a měření

Bylo provedeno 35 měření. Pomocí Sturgesova pravidla bylo zvoleno 6 prvků škály.

$$\text{Sturgesovo pravidlo: } k = 1 + 3,3 \log n$$

k počet prvků škály

n počet statistických jednotek

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

$$k = 1 + 3,3 \log 35$$

$$k = 1 + 3,3 \cdot 1,54$$

$$k = 6,082 \doteq 6$$

1. škála (5 bodů a méně)	2	studenti
2. škála (6 až 8 bodů)	6	studentů
3. škála (9 až 11 bodů)	15	studentů
4. škála (12 až 14 bodů)	7	studentů
5. škála (15 až 17 bodů)	3	studenti
6. škála (18 bodů a více)	2	studenti

Celkem 35 studentů

=> Kvantitativně metrická škála (rozpětí bodů ve škálách je stejné)

c) elementární statistické zpracování

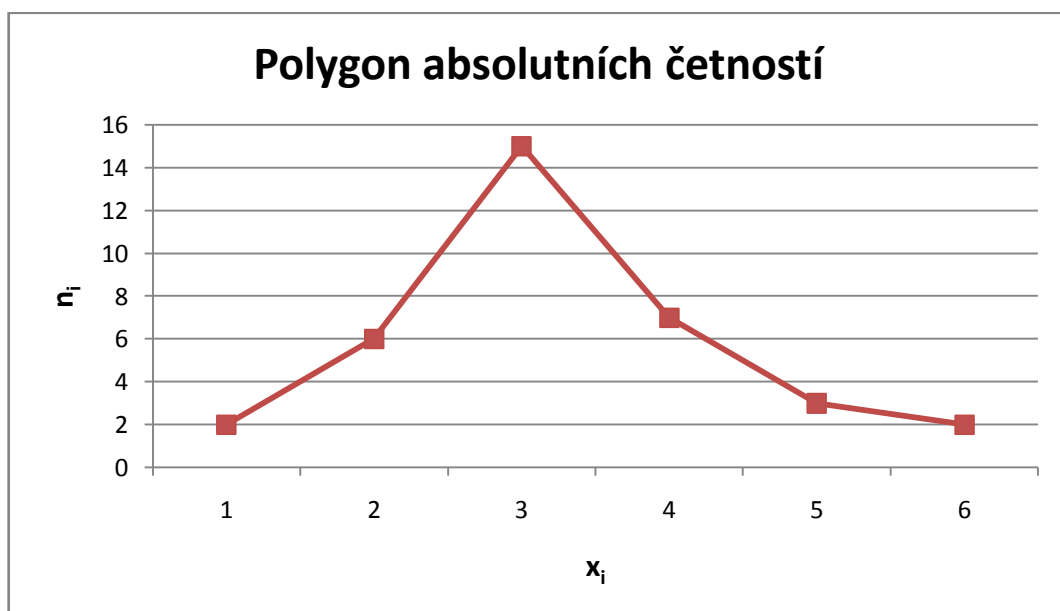
Pro nízký počet respondentů bude provedeno souhrnné statistické šetření úspěšnosti studentů. Nebude dbáno na ročník ani na formu studia.

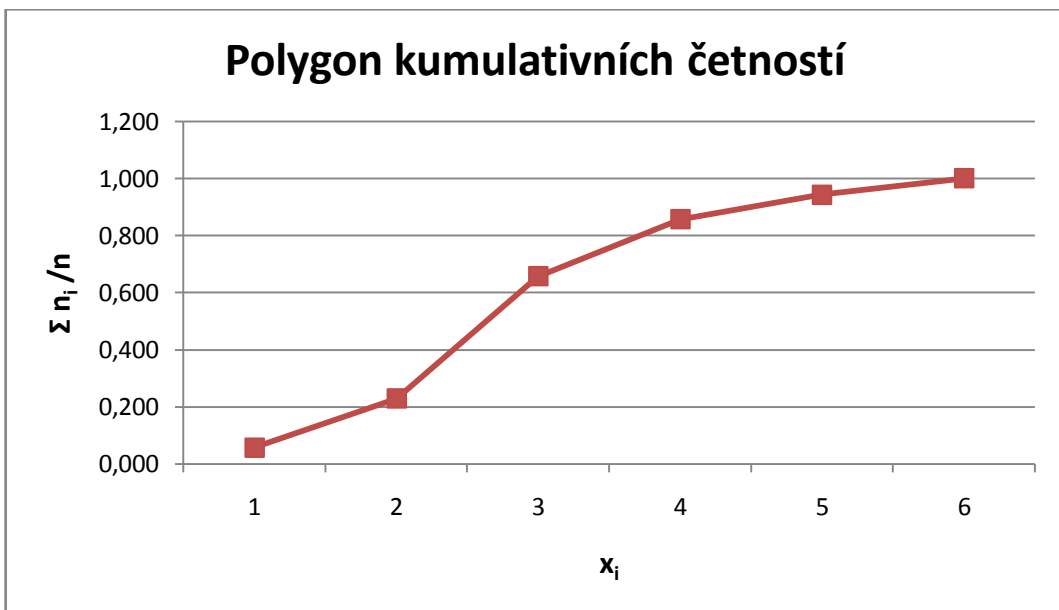
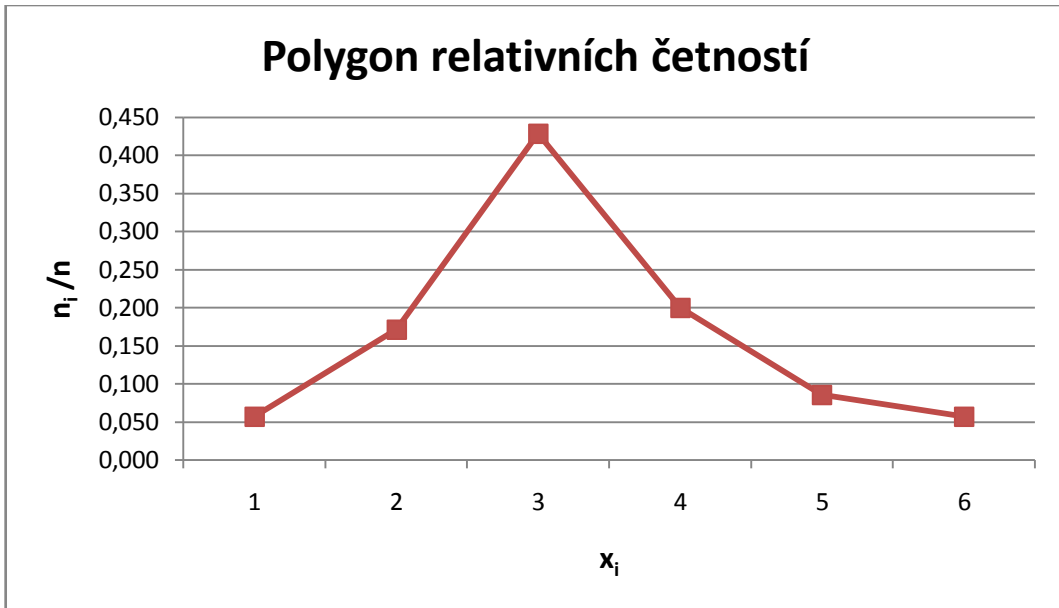
c1) tabulka

Tabulka 3: Tabulka elementárního statistického zpracování

x_i	x_i (a;b)	x_i střed (a;b)	n_i	n_i/n	$\sum n_i/n$	$n_i x_i^1$	$n_i x_i^2$	$n_i x_i^3$	$n_i x_i^4$
1	$(-\infty; 5)$	4	2	0,057	0,057	8	32	128	512
2	(6;8)	7	6	0,171	0,229	42	294	2058	14406
3	(9;11)	10	15	0,429	0,657	150	1500	15000	150000
4	(12;14)	13	7	0,200	0,857	91	1183	15379	199927
5	(15;17)	16	3	0,086	0,943	48	768	12288	196608
6	(18; $+\infty$)	19	2	0,057	1,000	38	722	13718	260642
			$\Sigma=35$	$\Sigma=1$		$\Sigma=377$	$\Sigma=4499$	$\Sigma=58571$	$\Sigma=822095$

c2) empirické rozdělení četností





c3) empirické parametry

- parametr polohy (obecný moment 1. řádu = aritmetický průměr), jako ostatní

obecné momenty r-tého řádu se počítá dle $O_r(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^r$.

$$O_1(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i = \bar{x}$$

$$O_1(x) = \frac{1}{35} 377$$

$$O_1(x) = 10,77$$

- parametr variability (centrální moment 2. řádu)

$$C_2 = O_2 - O_1^2$$

$$C_2 = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - O_1^2$$

$$C_2 = \frac{1}{35} 4499 - 10,77^2$$

$$C_2 = 12,55$$

směrodatná odchylka

$$S_x = \sqrt{C_2}$$

$$S_x = \sqrt{12,55}$$

$$S_x = 3,54$$

- parametr šikmosti (normovaný moment 3. řádu)

$$N_3 = \frac{C_3}{C_2 \sqrt{C_2}}$$

$$N_3 = \frac{O_3 - 3O_2O_1 + 2O_1^3}{C_2 \sqrt{C_2}}$$

$$N_3 = \frac{\frac{1}{n} \sum n_i x_i^3 - 3O_2O_1 + 2O_1^3}{C_2 \sqrt{C_2}}$$

$$N_3 = \frac{\frac{1}{35} 58571 - 3 \cdot 128,54 \cdot 10,77 + 2 \cdot 10,77^3}{12,55 \sqrt{12,55}}$$

$$N_3 = 0,423$$

➤ parametr špičatosti (normovaný moment 4. řádu)

$$N_4 = \frac{C_4}{C_2^2}$$

$$N_4 = \frac{O_4 - 4O_3O_1 + 6O_2O_1^2 - 3O_1^4}{C_2^2}$$

$$N_4 = \frac{\frac{1}{n} \sum n_i x_i^4 - 4O_3O_1 + 6O_2O_1^2 - 3O_1^4}{C_2^2}$$

$$N_4 = \frac{\frac{1}{35} 822095 - 4 \cdot 1673,457 \cdot 10,77 + 6 \cdot 128,54 \cdot 10,77^2 - 3 \cdot 10,77^4}{12,55^2}$$

$$N_4 = 3,119$$

$$\text{Exces} = N_4 - 3 = 0,119$$

Normální rozdělení - Gaussova křivka



d) neparametrické testování - Pearsonův χ^2 -test dobré shody

Tabulka 4: Tabulka elementárního statistického zpracování

x_i	x_i (a;b)	x_i střed (a;b)	n_i	n_i/n	$\sum n_i/n$	$n_i x_i^1$	$n_i x_i^2$	$n_i x_i^3$	$n_i x_i^4$
1	$(-\infty; 5)$	4	2	0,057	0,057	8	32	128	512
2	$(6;8)$	7	6	0,171	0,229	42	294	2058	14406
3	$(9;11)$	10	15	0,429	0,657	150	1500	15000	150000
4	$(12;14)$	13	7	0,200	0,857	91	1183	15379	199927
5	$(15;17)$	16	3	0,086	0,943	48	768	12288	196608
6	$(18; +\infty)$	19	2	0,057	1,000	38	722	13718	260642
			$\Sigma=35$	$\Sigma=1$		$\Sigma=377$	$\Sigma=4499$	$\Sigma=58571$	$\Sigma=822095$

Sloupce pro výpočty nevyužitelné byly vyloučeny. Tabulka poté vypadá následovně:

Tabulka 5: Přehled důležitých hodnot pro neparametrické testování

x_i	x_i (a;b)	x_i střed (a;b)	n_i
1	$(-\infty;5>$	4	2
2	$<6;8>$	7	6
3	$<9;11>$	10	15
4	$<12;14>$	13	7
5	$<15;17>$	16	3
6	$<18; +\infty)$	19	2

Stanovení nulové a alternativní hypotézy H_0 a H_a

H_0 : Empirické rozdělení četností lze nahradit Gaussovým normálním rozdělením.

H_a : Empirické rozdělení četností nelze nahradit Gaussovým normálním rozdělením.

Aplikace Pearsonova χ^2 -testu.

$$\chi^2_{\text{exp}} = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \wedge p_i = \Phi u_i - \Phi u_{i-1} \wedge u_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

Prvním stěžejním krokem k výpočtu χ^2 -testu je výpočet u_i , do jehož vzorce jsou dosazovány následující hodnoty.

$$x_i = \text{horní mez intervalu}$$

$$\mu = \bar{x} = O_1 = 10,659$$

$$\sigma = Sx = 3,276$$

$$u_1 = \frac{5 - 10,77}{3,54}$$

$$u_1 = -1,63$$

$$u_2 = \frac{8 - 10,77}{3,54}$$

$$u_2 = -0,782$$

$$u_3 = \frac{11 - 10,77}{3,54}$$

$$u_3 = 0,065$$

$$u_4 = \frac{14 - 10,77}{3,54}$$

$$u_4 = 0,912$$

$$u_5 = \frac{17 - 10,77}{3,54}$$

$$u_5 = 1,76$$

$$u_6 = \frac{\infty - 10,77}{3,54}$$

$$u_6 = \infty$$

K výsledkům u_i se ze statistických tabulek vyhledají příslušné hodnoty ϕu_i . Statistické tabulky obsahují hodnoty ϕu_i pouze pro kladná u_i . Je-li u_i záporné, hodnota ϕu_i se určí tak, že vyhledáme jeho kladnou hodnotu a odečteme ji od čísla 1. Pro přesnější výsledky byly hodnoty ϕu_i dopočítány lineární aproximací.

$$\phi u_1 = 1 - 0,94845 = 0,05155$$

$$\phi u_2 = 1 - (0,78230 + \frac{0,78524 - 0,78230}{10} \cdot 2) = 0,217112$$

$$\phi u_3 = 0,52392 + \frac{0,5279 - 0,52392}{10} \cdot 5 = 0,52591$$

$$\phi u_4 = 0,81859 + \frac{0,82121 - 0,81859}{10} \cdot 2 = 0,819114$$

$$\phi u_5 = 0,9608$$

$$\phi u_6 = 1$$

Následně jsou dopočítány hodnoty pravděpodobnostní funkce $p_i = \phi u_i - \phi u_{i-1}$ a teoretického absolutního rozdělení četností $np_i = 35 * p_i$.

$$p_1 = \phi u_1$$

$$p_1 = 0,05155$$

$$p_2 = \phi u_2 - \phi u_1$$

$$p_2 = 0,217112 - 0,05155$$

$$p_2 = 0,165562$$

$$p_3 = \phi u_3 - \phi u_2$$

$$p_3 = 0,52591 - 0,217112$$

$$p_3 = 0,308798$$

$$p_4 = \phi u_4 - \phi u_3$$

$$p_4 = 0,819114 - 0,52591$$

$$p_4 = 0,293204$$

$$p_5 = \phi u_5 - \phi u_4$$

$$p_5 = 0,9608 - 0,819114$$

$$p_5 = 0,141686$$

$$p_6 = \phi u_6 - \phi u_5$$

$$p_6 = 1 - 0,9608$$

$$p_6 = 0,0392$$

$$np_1 = 35 \cdot 0,05155 = 1,80$$

$$np_2 = 35 \cdot 0,165562 = 5,79$$

$$np_3 = 35 \cdot 0,308798 = 10,81$$

$$np_4 = 35 \cdot 0,293204 = 10,26$$

$$np_5 = 35 \cdot 0,141686 = 4,96$$

$$np_6 = 35 \cdot 0,0392 = 1,37$$

Všechny vypočtené hodnoty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tabulka 6: Přehled výpočtů Pearsonova χ^2 -testu dobré shody

x_i	x_i (a;b)	x_i střed (a;b)	n_i	u_i	Φu_i	p_i	np_i
1	$(-\infty; 5)$	4	2	-1,727	0,05155	0,05155	1,80
2	(6;8)	7	6	-0,812	0,217112	0,165562	5,79
3	(9;11)	10	15	0,104	0,52591	0,308798	10,81
4	(12;14)	13	7	1,0198	0,819114	0,293204	10,26
5	(15;17)	16	3	1,936	0,9608	0,141686	4,96
6	(18; $+\infty$)	19	2	∞	1	0,0392	1,37

Z tabulky je patrné, že prvky škály x_1 a x_6 nesplňují podmínku Pearsonova χ^2 -testu, která říká, že absolutní četnost v každé škále má být větší nebo rovna 5.

Z tohoto důvodů je nutné škálu x_1 a x_2 sloučit do jedné, taktéž škálu x_5 a x_6 . Tím bude podmínka splněna.

Tabulka 7: Tabulka splňující podmínky Pearsonova χ^2 -testu dobré shody

x_i	X_i (a;b)	X_i střed (a;b)	n_i	np_i
1, 2	$(-\infty; 8>$	4	8	7,59
3	$<9; 11>$	10	15	10,81
4	$<12; 14>$	13	7	10,26
5, 6	$<15; +\infty)$	16	5	6,33

Konečným pomocným výpočtem umožňujícím stanovení experimentální hodnoty testového kritéria χ^2_{exp} je vypočtení $\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ pro jednotlivé škály.

$$\frac{(n_{1,2} - np_{1,2})^2}{np_{1,2}} = \frac{(8 - 7,59)^2}{7,59} = 0,022$$

$$\frac{(n_3 - np_3)^2}{np_3} = \frac{(15 - 10,81)^2}{10,81} = 1,624$$

$$\frac{(n_4 - np_4)^2}{np_4} = \frac{(7 - 10,26)^2}{10,26} = 1,036$$

$$\frac{(n_{5,6} - np_{5,6})^2}{np_{5,6}} = \frac{(5 - 6,33)^2}{6,33} = 0,279$$

Sečtením těchto hodnot byla zjištěna experimentální hodnota testového kritéria.

$$\chi^2_{\text{exp}} = \sum_{i=1}^4 \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

$$\chi^2_{\text{exp}} = 0,022 + 1,624 + 1,036 + 0,279$$

$$\chi^2_{\text{exp}} = 2,96$$

Experimentální testové kritérium χ^2_{exp} je následně nutné porovnat s $\chi^2_{\text{teoretické}}$, odkud lze již použít aparát nulových a alternativních hypotéz.

$$\chi^2_{\text{teoretické}} = \chi^2_{k-r-1}$$

$$\chi^2_{\text{teoretické}} = \chi^2_{4-2-1}$$

$$\chi^2_{\text{teoretické}} = \chi^2_1$$

Kritický obor W

$$W = \langle \chi^2_{\text{teoretické}}(\alpha); +\infty \rangle$$

$$W = \langle \chi^2_1(0,05); +\infty \rangle$$

$$W = \langle 3,84; +\infty \rangle$$

$\chi^2_{\text{exp}} \notin W \Rightarrow$ Na hladině statistické významnosti $\alpha=0,05$ lze empirické rozdělení četností nahradit teoretickým normálním rozdělením teoretickým.

4 Diskuse

Diskutovány budou předložené výsledky v rámci jednotlivých variantních forem kurikula.

V rámci konceptuálního kurikula (sdělitelné výsledky vědy v oblasti fyzikálních základů absorpčního zákona) byla předložena odvození fotoelektrického, Comptonova a obráceného anihilačního jevu. Jelikož přizpůsobení těchto odvození možnostem radiologických asistentů prostřednictvím vlnově-korpuskulárního dualismu (zamýšleného kurikula) vedlo k výsledkům výuky vyjádřených normálním rozdělením, lze považovat navržená odvození za akceptovatelná. Ze stejného důvodu lze považovat za akceptovatelný předložený model vlnově-korpuskulárního dualismu jako výraz zamýšleného kurikula (tj. přizpůsobení struktury uvedených odvození možnostem radiologických asistentů).

Rovněž výsledky projektového kurikula (edukační text - viz Příloha 1) a implementovaného kurikula-1 (zkonstruovaný edukační test jako příprava na výuku) lze přijetím nulové hypotézy v oblasti neparametrického testování považovat za adekvátní výsledky v rámci plnění cílů bakalářské práce.

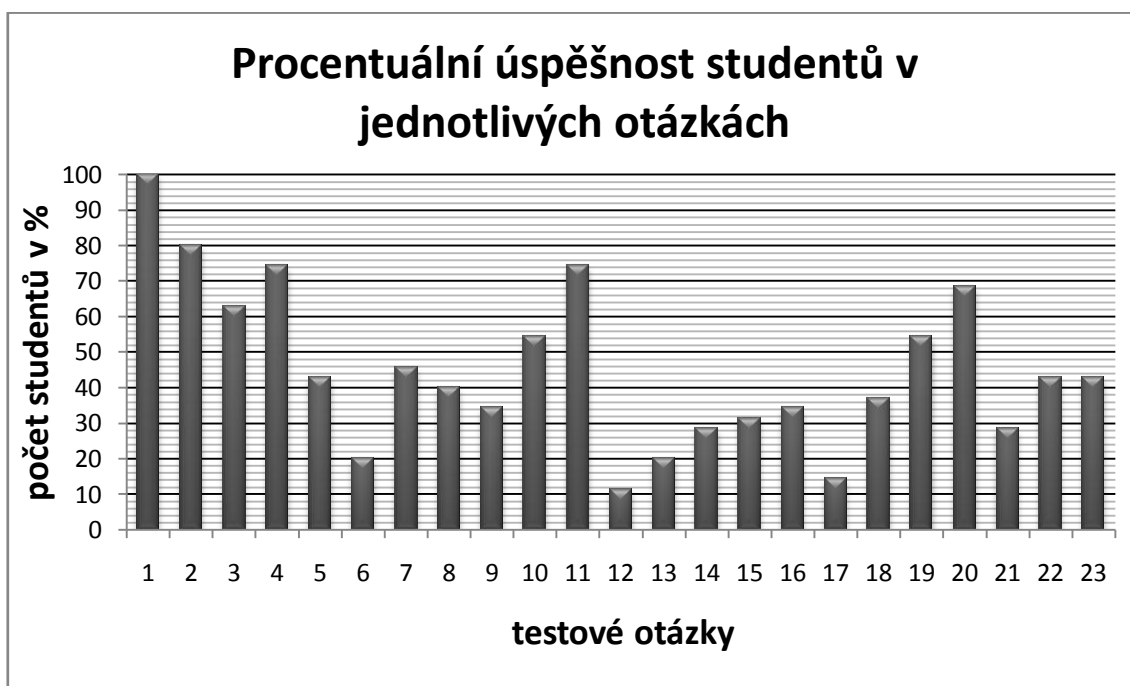
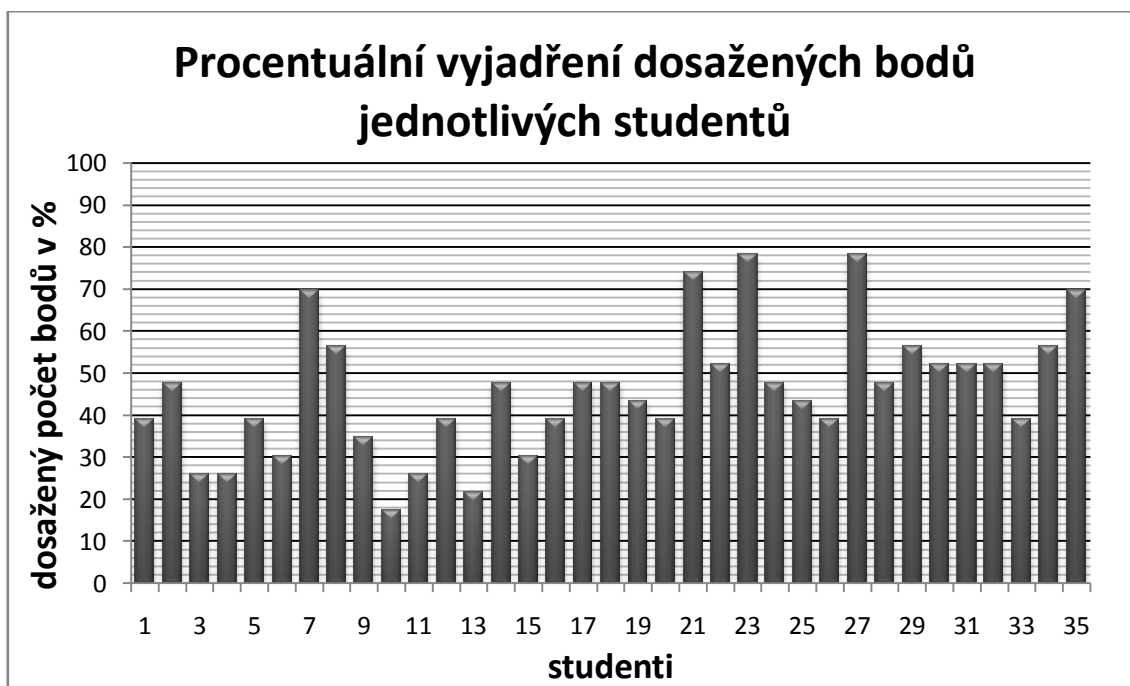
Statistické šetření znalostí studentů oboru Radiologický asistent prokázalo v rámci implementovaného kurikula-2, že lze přijmout nulovou hypotézu. Tato hypotéza předpokládala, že empirické rozdělení bude možné nahradit teoretickým normálním rozdělením graficky vyjádřeným Gaussovou křivkou. Tento závěr statistického šetření potvrdil druhou hypotézu této práce, která zněla: „*Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení*“. Normálním rozdělením znalostí se rozumí, že pravděpodobnost průměrných výsledků bude nejvyšší, nižší a vyšší bodové výsledky budou spojeny s pravděpodobnostmi nižšími.

Výsledek, vypovídající o normálním rozdělení znalostí studentů, byl potvrzen výpočtem parametru špičatosti N_4 a excesu. Vypočtená hodnota parametru špičatosti a excesu nepatrně převyšovala hodnoty ideální Gaussovy křivky a vyjadřovala špičatost zjištěného empirického rozdělení. Domněnku, že lze nahradit empirické rozdělení teoretickým normálním rozdělením bylo možné s jistotou potvrdit aparátem

neparametrického testování. Experimentální hodnota testového kritéria nebyla prvkem kritického oboru. Empirické rozdělení četností bylo možno nahradit Gaussovým rozdělením a tím potvrdit přiměřenost edukačního textu (viz Příloha 1) a také edukačního testu (viz Příloha 2).

Aplikací kurikulárního procesu byl vytvořen edukační text úměrný znalostem a možnostem studentů oboru Radiologický asistent. Přiměřenost edukačního textu byla potvrzena na základě potvrzení výše zmiňované druhé hypotézy této práce. Statistickým šetřením byla tedy potvrzena i první hypotéza této práce, jež zněla: „*Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu*“.

Statistické šetření prokázalo normální rozdělení míry znalostí studentů, nijak však nevyjadřuje dílčí analýzy. Z maximálního počtu bodů (celkem 23) bylo dvěma studenty dosaženo 18 bodů a jen jedním studentem jen 4 bodů. Výsledkem většiny studentů bylo okolo 11 bodů. Kdyby všechny výsledky testu byly poloviční, jednalo by se rovněž o zdánlivě uspokojivý závěr, že znalosti studentů mají Gaussovo normální rozdělení. Dostatečná pozornost by se tedy měla věnovat tomu, v jakém bodovém rozložení bylo dosaženo normálního rozdělení. Z tohoto důvodu byl vytvořen sloupcový diagram vyjadřující počet dosažených bodů v testu v procentech pro jednotlivé studenty a sloupcový diagram znázorňující úspěšnost studentů v zodpovídání jednotlivých otázek testu v procentech.



Z prvního diagramu lze opětovně vyvodit závěr, že bylo dosaženo normálního rozdělení znalostí a že znalosti studentů jsou pouze na průměrné úrovni. Pouze 15% studentů prokázalo znalosti rovné nebo větší hranici 16 bodů, to odpovídá 70%

z maximálního počtu bodů a to je také minimální míra znalostí k úspěšnému splnění zkoušky na vysokých školách.

Z druhého diagramu lze vystihnout otázky s nejnižším počtem a nejvyšším počtem bodů. Výčet otázek s nejnižším počtem dosažených bodů v podstatě odpovídá návrhům na oblasti, v nichž by bylo přínosné zkvalitnit matematicko-fyzikální přípravu radiologických asistentů. Výčet těchto otázek následující:

- 6) Pravděpodobnost fotoelektrického jevu klesá
- 12) Který z jevů lze označit jako princip rentgenu
- 13) Výstupní práce při fotoelektrickém jevu má tvar
- 14) Kinetická energie elektronu při fotoelektrickém jevu má tvar
(E_v - vazebná E, E_e - E elektronu, E_γ - E záření gama/rtg)
- 17) Zákon zachování hybnosti při Comptonově jevu má tvar
- 21) Tvar absorpčního zákona s koeficientem absorpce má tvar

Kromě potvrzení obou hypotéz práce lze v diskusi výsledků jednotlivých otázek položeného edukačního testu vysledovat jeden globální výsledek - pro zvládnutí fyzikálních základů absorpčního zákona v oblasti záření rtg/gama je významné osvojit si především vlnově-korpuskulární dualismus fotonu a elektronu. Je dostačující pochopit základy staré kvantové teorie ještě před zavedením operátorového počtu v třicátých letech dvacátého století. Konkrétně by bylo přínosem položit důraz na problematiku spojenou s obsahem otázek 6, 12, 13, 14, 17, 21.

5 Závěr

Předmětem předložené bakalářské práce byla aplikace kurikulárního procesu na radiologickou fyziku, konkrétně na oblast pojednávající o fyzikálních základech absorpčního zákona. Obecně byla aplikabilita teorie kurikulárního procesu potvrzena také impaktovanou publikací (viz [1]).

Vědecký systém kvantové nestatistické fyziky byl nejprve analyzován a následně přetransformován pomocí komunikační transformace (T^1) na sdělitelný vědecký systém kvantové nestatistické fyziky (konceptuální kurikulum). V rámci konceptuálního kurikula (sdělitelné výsledky vědy v oblasti fyzikálních základů absorpčního zákona) byla předložena odvození fotoelektrického, Comptonova a obráceného anihilačního jevu.

Následnou obsahovou transformací (T^2) konceptuálního kurikula bylo dosaženo edukačního systému kvantové nestatistické fyziky a jeho učiva (zamýšlené kurikulum). Za zamýšlené kurikulum lze považovat strukturu vlnově-korpuskulárního dualismu jako součást staré kvantové teorie a také přizpůsobení složitých fyzikálních poznatků znalostem a schopnostem budoucích radiologických asistentů.

Transformace zamýšleného kurikula (tj. fyzikální podstaty absorpčního jevu, která je přiměřená radiologickým asistentům) umožnila vytvořit edukační text jako významnou složku kurikula projektového: viz. Příloha 1.

Transformace projektového kurikula (edukačního textu) na implementované kurikulum-1 (příprava na experimentální výuku) byla uskutečněna vytvořením PowerPointové prezentace a konstrukcí edukačního testu, který by měl odrážet znalosti studentů získaných po prostudování edukačního textu. Zkonstruovaný „multiple choice test“ je uveden v Příloze 2.

Edukační transformace (T^4) implementovaného kurikula-1 (přípravy autora na výuku) a projektového kurikula (edukačního textu) na implementované kurikulum-2 (dosažené výsledky edukace u radiologických asistentů v rámci fyzikálních základů absorpčního zákona) vedla ke statistickému šetření výsledků edukačního testu.

První hypotéza: „*Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu*“ byla potvrzena. Edukační text jako významná složka

projektového kurikula je výstupem kurikulární transformace zamýšleného kurikula. Statistické šetření svými výsledky prokázalo přiměřenost edukačního textu. Druhá hypotéza: „*Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení*“ byla potvrzena. Potvrzením druhé hypotézy bylo zároveň umocněno potvrzení hypotézy první - teorie kurikulárního procesu je dobrým východiskem pro řešení otázek edukace radiologických asistentů v oblasti fyzikálních základů absorpčního zákona. Aplikací kurikulárního procesu na radiologickou fyziku bylo možné pro studenty oboru Radiologický asistent (a oborů příbuzných) vytvořit edukační text, který je přiměřený jejich znalostem a schopnostem.

Cílem bakalářské práce bylo vybrat vhodnou teorii přenosu znalostí na úroveň uvedeného studijního oboru, vytvoření edukačního textu s jeho následným experimentálním ověřením z hlediska možností adresátů a aplikace vybraných statistických metod. Všechny cíle práce lze považovat za splněné.

Přínosy předložené bakalářské práce:

➤ Teoretické přínosy práce:

1. Aplikace kurikulárního procesu na vzdělávání radiologických asistentů v oblasti fyzikálních základů absorpčního zákona.
2. Aplikace algoritmu statistiky na ověřování hypotéz práce.

➤ Praktické přínosy práce:

1. Stará kvantová teorie v podobě vlnově-korpuskulárního dualismu fotonu a elektronu je dobrým fyzikálním podkladem pro osvojení absorpčního zákona v oblasti záření rtg/gama.
2. Doporučení pro zkvalitnění fyzikální přípravy radiologických asistentů na základě analýzy jednotlivých testových otázek.
3. Edukační text i test lze použít ve výuce radiologické fyziky pro obor Radiologický asistent i obory příbuzné.

Bakalářská práce prokázala prostřednictvím aplikace teorie kurikulárního procesu, že pro pochopení absorpčního zákona je důležitá znalost staré kvantové teorie, která je úzce spjata s aplikací vlnově-korpuskulárního dualismu.

6 Seznam informačních zdrojů

1. ZÁŠKODNÝ, P. Data Mining Tools in Science Education [PDF]. 2012, č. 10, s. 82-88 [cit. 2014-03-22]. ISSN 1690-4524 (GIF 0,562). Dostupné z: [http://www.iiisci.org/journal/CV\\$/sci/pdfs/HMB711BO.pdf](http://www.iiisci.org/journal/CV$/sci/pdfs/HMB711BO.pdf)
2. PRŮCHA, P. *Moderní pedagogika*. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0456-5.
3. ZÁŠKODNÝ, P. *Kurikulární proces fyziky (s přehledem základů teoretické fyziky)*. Ostrava: ALGORITMUS, 2009. ISBN 978-80-902491-0-3.
4. ZÁŠKODNÝ, P. *Přehled základů teoretické fyziky (s aplikací na radiologii)*. Bratislava: DIDAKTIS, 2005. ISBN 80-89160-25-5.
5. JANEČEK, I. R. KALUS a D. HRIVŇÁK. Multimediální encyklopedie atomové a kvantové fyziky. *Třídění elementárních částic* [online]. [cit. 2014-02-01]. Dostupné z: http://artemis.osu.cz/mmfyz/jm/jm_2_4_1.htm
6. REICHL, J. a M. VŠETIČKA. Multimediální encyklopedie fyziky. *Princip nerozlišitelnosti částic a Pauliho (vylučovací) princip* [online]. [cit. 2014-02-01]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/761-princip-nerozlisitelnosti-castic-a-pauliho-vylucovaci-princip>
7. REICHL, J. a M. VŠETIČKA. Multimediální encyklopedie fyziky. *Čtyři silové interakce v přehledu* [online]. [cit. 2014-02-01]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/894-ctyri-silove-interakce-v-prehledu>
8. BRABEC, P. a F. BARTŮNĚK. FYZIKA 007. *Foton a jeho vlastnosti* [online]. [cit. 2014-02-01]. Dostupné z: <http://www.fyzika007.cz/fyzika-mikrosveta/foton-a-jeho-vlastnosti>
9. REICHL, J. a M. VŠETIČKA. Multimediální encyklopedie fyziky. „*Zoologie*“ *částic* [online]. [cit. 2014-02-01]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/900-zoologie-castic>
10. TARÁBEK, P. P. ČERVINKOVÁ a kolektiv. *Odmaturuj! z fyziky*. Brno: DIDAKTIS, 2006. ISBN 80-7358-058-6.

11. ULLMANN, V. "AstroNuklFyzika" - jaderná fyzika, astrofyzika, kosmologie, filosofie. *Jaderná a radiační fyzika - Ionizující záření* [online]. [cit. 2014-02-07]. Dostupné z: <http://astronuklfyzika.cz/JadRadFyzika6.htm>
12. Radiobiologie. *Charakteristika ionizujícího záření* [online]. [cit. 2014-02-07]. Dostupné z: <http://fbmi.sirdik.org/1-kapitola/13/131.html>
13. KUNA, P. a L. NAVRÁTIL. *Klinická radiobiologie*. Praha: MANUS, 2005. ISBN 80-86571-09-2.
14. NAVRÁTIL, L. a J. ROSINA. *Lékařská biofyzika*. Praha: MANUS, 2000. ISBN 80-902318-5-3.
15. CHUDÁČEK, Z. *Radiodiagnostika*. Martin: OSVETA, 1993. ISBN 80-217-0571-X.
16. Radiobiologie. *Rentgenové záření* [online]. [cit. 2014-02-08]. Dostupné z: <http://fbmi.sirdik.org/1-kapitola/14/145.html>
17. ULLMANN, V. "AstroNuklFyzika" - jaderná fyzika, astrofyzika, kosmologie, filosofie. *Jaderná a radiační fyzika - Elementární částice* [online]. [cit. 2014-02-08]. Dostupné z: <http://astronuklfyzika.cz/JadRadFyzika5.htm#Linac>
18. KUBECOVÁ, M. a kolektiv. *Onkologie*. Praha: Univerzita Karlova. 3. LF, 2011. ISBN 978-80-254-9742-5.
19. Český Lékopis 97. *Radiofarmaca* [online]. [cit. 2014-02-09]. Dostupné z: http://www.lekopis.cz/Kap_6_2_3.htm
20. KUPKA, K. J. KUBINYI a M. ŠÁMAL. *Nukleární medicína*. Praha: P3K, 2007. ISBN 978-80-903584-9-2.
21. JAVORSKIJ, B. M. a J. A. SELEZNĚV. *Přehled elementární fyziky*. Praha: SNTL, 1989. ISBN 80-03-00184-6.
22. PODZIMEK, F. *Radiologická fyzika - Fyzika ionizujícího záření* [PDF]. INFOPHARM, 2013 [cit. 2014-02-08]. ISBN 978-80-87727-05-8. Dostupné z: <http://www.databook.cz/data/6/f/1380616862.fyzika-ionizujiciho-zareni-ukazka.pdf>

23. SEINDL, Z. *Radiologie pro studium i praxi*. Praha: Grada, 2012. ISBN 978-80-247-4108-6.
24. SPURNÝ, V. a P. ŠLAMPÁ. *Moderní radioterapeutické metody: VI. díl Základy radioterapie*. Brno: IDVPZ, 1999. ISBN 80-7013-267-1.
25. VOŠICKÝ, Z. V. LANK a M. VONDRA. *Matematika a Fyzika: matematika, cvičení z matematiky, fyzika*. Havlíčkův Brod: Fragment, 2007. ISBN 978-80-253-0523-2.
26. REICHL, J. a M. VŠETIČKA. *Multimediální encyklopedie fyziky. Záření absolutně černého tělesa* [online]. [cit. 2014-04-01]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/538-zareni-absolute-nerneho-telesa>
27. NEKULA, J. a J. CHMELOVÁ. *Základy zobrazování magnetickou rezonancí*. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, Zdravotně sociální fakulta, 2007. ISBN 978-80-7368-335-1.
28. VÁLEK, V. a J. ŽIŽKA. *Moderní diagnostické metody: III. díl Magnetická rezonance*. Brno: Institut pro další vzdělávání pracovníků ve zdravotnictví, 1996. ISBN 80-701-3225-6.
29. WOODWARD, P. *MRI for technologists*. New York: McGraw-Hill Medical, 1995. ISBN 0-07-022149-9.
30. HRAZDIRA, I. *Stručné repetitorium ultrasonografie*. Praha: Audioscan, 2003.
31. KOVÁČ, A. *Abdominální ultrasonografie*. Martin: Osveta, 1995. ISBN 80-217-0469-1.
32. BINAROVÁ, A. *Radioterapie*. Ostravská univerzita v Ostravě: Tribun, 2010. ISBN 978-80-7368-701-4.
33. Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity. *Absorpce* [online]. [cit. 2014-02-01]. Dostupné z: <http://www.pf.jcu.cz/katedry/fyzika/laborky/atom/6/uloha6.html>
34. BEISER, A. *Úvod do moderní fyziky*. Praha: Academia, 1978, 628 s..
35. Modern Physics. *The photoelectric effect* [online]. [cit. 2014-04-01]. Dostupné z: http://galileo.phys.virginia.edu/classes/252/photoelectric_effect.html

36. Pravděpodobnost a statistika. *Statistický soubor s jedním argumentem* [online]. [cit. 2014-04-01]. Dostupné z: <http://homen.vsb.cz/~oti73/cdpast1/KAP07/KAP07.HTM>
37. Matematika polopatě — pro základní, střední a vysoké školy. *Základy statistiky — Matematika polopatě* [online]. [cit. 2014-03-05]. Dostupné z: <http://www.matematika.cz/zaklady-statistiky>
38. ZÁŠKODNÝ, P. et al. *Základy statistiky (s aplikací na zdravotnictví)*. Praha: CURRICULUM, 2013. ISBN 978-80-904948-2-4.
39. KOZLOVSKÁ, D. Z. FREITINGER SKALICKÁ a P. ZÁŠKODNÝ. *Úvod do praktika z radiologické fyziky*. České Budějovice: ZSF JU, 2005. ISBN 80-7040-797-2.
40. ZÁŠKODNÝ, P. *Základy pravděpodobnosti a statistiky (data miningový přístup)* [PDF]. Praha: 2013. ISBN 978-80-904 948-5-5.
41. Klinika nukleární medicíny LF UP. *Interakce rentgenového a gama záření s prostředím* [online]. [cit. 2014-02-01]. Dostupné z: <http://www.lf.upol.cz/menu/struktura-lf/kliniky/klinika-nuklearni-mediciny/>

Seznam obrázků

Obrázek 1: Grafické znázornění absorpčního zákona	28
Obrázek 2: Grafické znázornění rozpadového zákona	28
Obrázek 3: Schéma zapojení obvodu na zkoumání fotoelektrického jevu	30
Obrázek 4: Graf závislosti velikosti elektrického proudu na intenzitě světla o konstantním kmitočtu	31
Obrázek 5: Graf závislosti mezního napětí (brzdného potenciálu) na kmitočtu světla ...	32
Obrázek 6: Graf závislosti maximální možné energie fotoelektronů na kmitočtu dopadajícího světla (získaná experimentálně)	32
Obrázek 7: Schéma fotoelektrického jevu	33
Obrázek 8: Schéma Comptonova jevu	34
Obrázek 9: Schéma obráceného anihilačního jevu	39
Obrázek 10: Model vlnově korpuskulárního dualismu v rámci staré kvantové teorie	51
Obrázek 11: Grafické znázornění absorpčního zákona	76
Obrázek 12: Grafické znázornění rozpadového zákona	77
Obrázek 13: Schéma fotoelektrického jevu	78
Obrázek 14: Schéma obráceného fotoelektrického jevu	79
Obrázek 15: Schéma Comptonova jevu	80
Obrázek 16: Schéma anihilačního jevu	81
Obrázek 17: Schéma obráceného anihilačního jevu	82
Obrázek 18: Interakce rentgenového a gama záření v závislosti na protonovém čísle a energii záření	82

7 Přílohy

7.1 Edukační text

Fyzikální základy absorpčního zákona pro radiologické asistenty

Absorpční zákon a radiologie

Radiologie je lékařský obor využívající:

- neionizujícího záření jako jsou ultrazvuk (UZ, také sono-grafie, echo-grafie) nebo rádiové vlny (magnetická rezonance MR), jejichž pomocí lze dobře diagnostikovat především poškození měkkých tkání a tumory.
- ionizujícího záření k určení diagnózy (tumory, zlomeniny, stenózy cév a mnoho dalších) nebo k léčbě nemocného (tumory, onemocnění kůže, měkkých tkání, pohybového ústrojí atd.). Z hlediska elektromagnetického záření jde především o gama záření nebo rentgenové záření. [4], [14], [23], [22]

Léčba ionizujícím zářením se nejvíce potýká se zásadním problémem, kterým je dosažení maximální absorbované dávky v cílovém objemu (nádoru), s maximálním šetřením okolní zdravé tkáně. Ideálním stavem by bylo, aby dávka byla pouze v objemu tumoru (nikoliv před tumorem, vedle tumoru nebo za tumorem), aby v celém jeho objemu měla stejnou intenzitu a byla mimo tumor nulová. [18], [32] Tohoto stavu však není možné dosáhnout vlivem absorpce záření v tkáních stojících v cestě záření k nádoru, úbytku se vzdáleností a vzniku sekundárního záření. Těmto aspektům je nutno přikládat značnou pozornost a počítat s nimi při plánování léčby zářením - při tvorbě ozařovacího plánu. Základním teoretickým vodítkem je zkoumání absorpčního zákona.

Absorpční zákon bude zkoumán především z hlediska absorpce záření elektromagnetické povahy - zvláště významným je zkoumání absorpce gama záření a rentgenového záření (gama/rtg).

Matematický a grafický popis absorpčního zákona

Rovnice absorpčního zákona:

$$n = n_0 e^{-\frac{\ln 2}{a} x} = n = n_0 e^{-\mu x}$$

a polovrstva (polotloušťka) = tloušťka absorbátoru zeslabující intenzitu záření na 1/2

n_0 počet částic, které dopadli na povrch těla

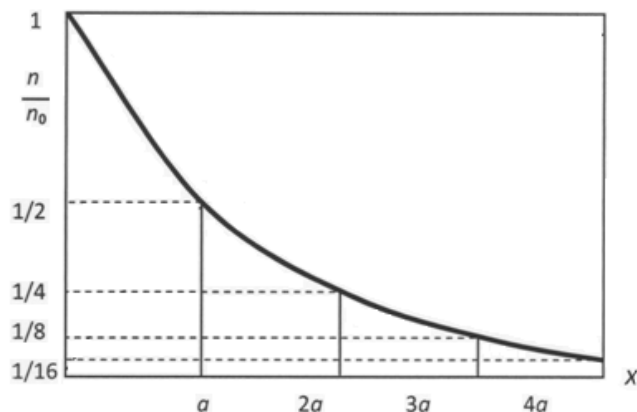
n počet částic v hloubce x

μ koeficient absorpce = lineární součinitel zeslabení záření (pro zeslabení gama/rtg záření je koeficient absorpce roven součtu koeficientů absorpce 3 průvodních jevů) [4]

Odvození rovnosti obou rovnic vyjadřujících absorpční zákon:

$$x = a \Leftrightarrow n = \frac{n_0}{2} \Rightarrow \frac{n_0}{2} = n_0 e^{-\mu a} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\mu a} \Rightarrow \ln \frac{1}{2} = \ln e^{-\mu a} \Rightarrow$$

$$\ln 2^{-1} = \ln e^{-\mu a} \Rightarrow \ln 2^{-1} = -\mu a \Rightarrow -\ln 2 = -\mu a \Rightarrow \mu = \frac{\ln 2}{a}$$



Obrázek 11: Grafické znázornění absorpčního zákona

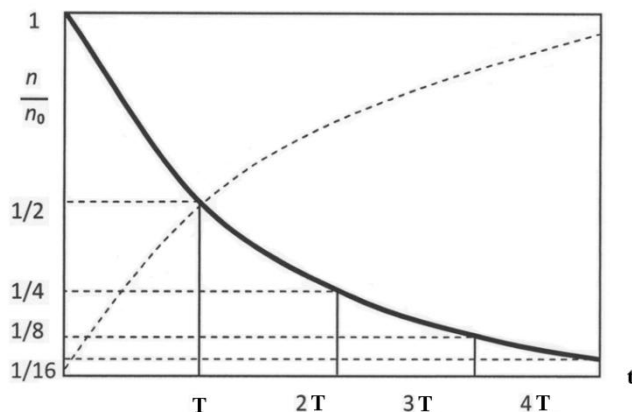
zdroj: ZÁŠKODNÝ, P. *Přehled základů teoretické fyziky (s aplikací na radiologii)*. Bratislava: DIDAKTIS, 2005. ISBN 80-89160-25-5.

Pro záření tvořená těžkými částicemi nemá absorpční zákon tvar exponenciály.

Odlíšnost absorpčního zákona od zákona rozpadového

Rovnice rozpadového zákona:

$$n = n_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = n = n_0 e^{-\lambda t}$$



Obrázek 12: Grafické znázornění rozpadového zákona

zdroj: ZÁŠKODNÝ, P. *Přehled základů teoretické fyziky (s aplikací na radiologii)*. Bratislava: DIDAKTIS, 2005. ISBN 80-89160-25-5.

Platí pro všechny druhy záření.

T poločas rozpadu (doba, za kterou se přemění $\frac{1}{2}$ mateřských prvků v prvky dceřiné)

n_0 počet mateřských prvků v čase $t=0$

n počet mateřských prvků v čase t

λ rozpadová (přeměnová) konstanta [4]

Je zřejmé, že rovnice i grafický průběh obou zákonů jsou tvarově stejné, ale každý ze zákonů popisuje něco jiného. Absorpční zákon popisuje úbytek intenzity záření v závislosti na hloubce, kdežto rozpadový zákon popisuje radioaktivní přeměnu - popisuje ubývání mateřských prvků s časem a jejich přeměnu na prvky dceřiné.

V grafu vidíme dvě exponenciální křivky: jednu klesající a druhou rostoucí. Klesající exponenciála znázorňuje úbytek mateřských prvků a rostoucí exponenciála znázorňuje přibývání dceřiných prvků vzniklých z prvků mateřských.

Fyzikální popis absorpčního zákona v oblasti gama/rtg

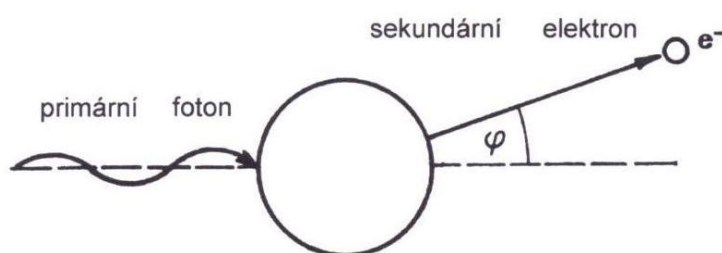
Při průchodu gama/rtg záření prostředím dochází k jeho absorpci. Jelikož je elektromagnetické povahy, interaguje zejména s elektronovým obalem atomů nebo Coulombovským polem jader, ubývá tak na intenzitě (je absorbováno) a část záření (primárního) se mění na záření sekundární, které je nežádoucí (zhoršuje kvalitu rtg snímku, scintigrafického obrázku a v radioterapii ohrožuje okolní struktury těla - zdravé tkáně jejich poškozením). [4], [13], [14]

Na absorpci gama /rtg záření se podílejí tři jevy (tři dílčí složky μ): fotoelektrický jev, Comptonův jev (rozptyl) a obrácený anihilační jev. [33]

Fotoelektrický jev

Einsteinova fotoelektrická rovnice: $h\nu = T + h\nu_0$

$$\hbar\omega = \frac{h}{2\pi} 2\pi\nu = h\nu$$



Obrázek 13: Schéma fotoelektrického jevu

zdroj: NAVRÁTIL, L. a J. ROSINA. *Lékařská biofyzika*. Praha: MANUS, 2000. ISBN 80-902318-5-3.

a) Foton záření se sráží s elektronem vázaným v atomu na některém z **vnitřních** orbitalů, předává mu veškerou svou energii ($h\nu$) a zaniká. Elektron je uvolněn (vyražen z obalu atomu pod určitým úhlem) s energií o něco nižší než měl původní foton, díky této energii může ionizovat své okolí (**příma ionizace** = ionizace nabitými částicemi). Část energie fotonu byla spotřebována k uvolnění elektronu (na tzv. výstupní práci $A = h\nu_0$).

b) Skutečná kinetická energie elektronu (T) je tedy rovna rozdílu energie záření a vazbové energie elektronu v atomu (výstupní práce $A = h\nu_0$).

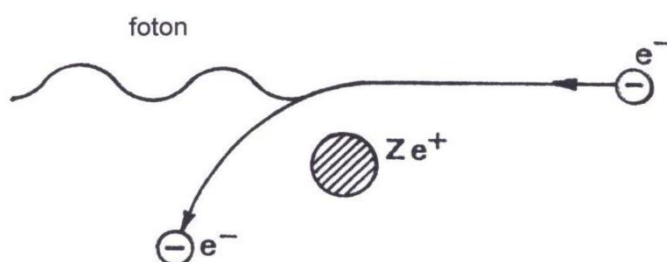
c) Po vyražení elektronu vzniká na jeho původním místě v orbitalu díra (z neutrálního atomu se stává iont), která je posléze zaplněna elektronem z vyššího orbitalu (excitace)

a přebytek energie je vyzářen v podobě fotonu charakteristického rtg záření (deexcitace).

d) Pravděpodobnost fotoefektu roste s nižší energií záření a také roste s rostoucím protonovým číslem materiálu.

[4], [12], [13], [14], [34], [35]

Obrácený fotoelektrický jev



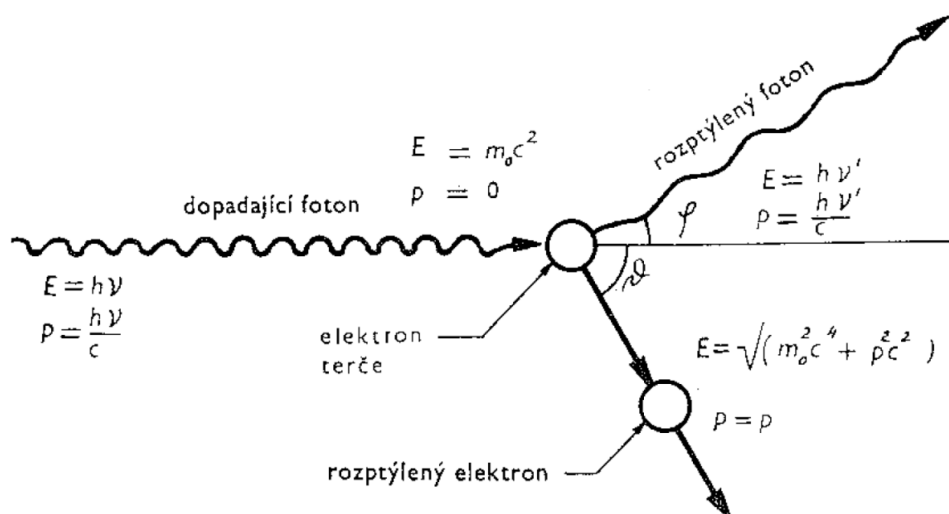
Obrázek 14: Schéma obráceného fotoelektrického jevu

zdroj: NAVRÁTIL, L. a J. ROSINA. *Lékařská biofyzika*. Praha: MANUS, 2000. ISBN 80-902318-5-3.

a) Obráceným fotoelektrickým jevem rozumíme brzdné záření, které vzniká přeměnou kinetické energie elektronů na fotony. Kinetická energie elektronů je určována napětím U mezi katodou a anodou rentgenky.

b) Elektron letící z elektronového oblaku katody se dostává do blízkosti atomového jádra materiálu anody, kde je vlivem Coulombovských sil prudce zbrzděn a je mu zakřivena dráha jeho pohybu. Kinetická energie, kterou elektron ztratil, se mění na foton rentgenového záření, jehož energie je úměrná ztrátě energie elektronu. Většina elektronů ztrácí různou část své energie nárazy na periferní orbity atomu anody, do silového pole se dostává směs elektronů o různých energiích. [13], [14], [33], [34]

Comptonův jev



Obrázek 15: Schéma Comptonova jevu

zdroj: BEISER, A. *Úvod do moderní fyziky*. Praha: Academia, 1978, 628 s..

- Foton záření se sráží s volným elektronem nebo elektronem slabě vázaným v atomu na některém z **vnějších** orbitalů, předává mu část své energie a dále pokračuje už jako nový, rozptýlený foton s nižší energií (sekundární foton). Energie sekundárního fotonu je závislá na úhlu rozptylu ($0-180^\circ$) - čím větší úhel rozptylu, tím menší energie ($\varphi=180^\circ \Rightarrow$ zpětný rozptyl). Sekundární elektron i sekundární foton mohou dále způsobit několik dalších ionizací/Comptonových rozptylů než ztratí všechnu svou energii a zaniknou fotoelektrickým jevem.
- Při středních energiích ($0,5 - 5\text{MeV}$) záření gama je Comptonův rozptyl převládající interakcí s látkami o malém protonovém čísle (např. voda, tkáň atd). Comptonův jev nezávisí na protonovém čísle absorpčního materiálu.
- Vztah pro Comptonův posun

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos\varphi)$$

Uvedený vztah platí teoreticky pro každý foton libovolné hmotnosti. Prakticky však neplatí zcela přesně je-li hmotnost fotonu o hodně menší než klidová hmotnost elektronu, při takovém poměru hmotností neplatí zákon zachování energie. Ztráta hybnosti fotonu je malá \Rightarrow velmi malý Comptonův posun \Rightarrow Comptonův jev nelze

pozorovat u fotonů viditelného světla (jejich malá hmotnost proti fotonům gama/rtg záření).

d) Tvar zákona zachování energie

$$\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2$$

ω frekvence původního fotonu

ω' frekvence rozptýleného fotonu

m_0 klidová hmotnost elektronu

m hmotnost elektronu po srážce

e) Tvar zákona zachování hybnosti (na základě aplikace kosinové věty)

$$(mv)^2 = p_v^2 + p_v'^2 - 2p_vp_v' \cos \varphi$$

$p_v = \hbar\omega/c$ hybnost fotonu před srážkou

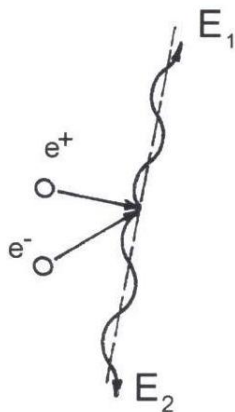
$p_v' = \hbar\omega'/c$ hybnost fotonu po srážce

v rychlost elektronu po srážce

φ úhel mezi původní hybností a hybností po srážce

[4], [13], [14], [18], [33], [34], [22]

Anihilační jev

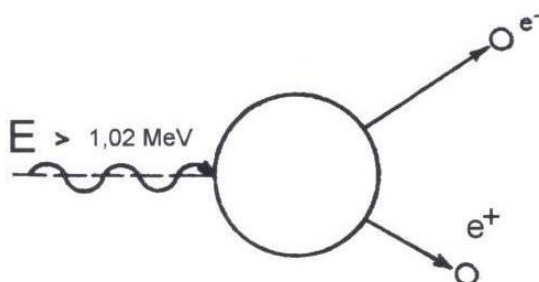


Obrázek 16: Schéma anihilačního jevu

zdroj: NAVRÁTIL, L. a J. ROSINA. *Lékařská biofyzika*. Praha: MANUS, 2000. ISBN 80-902318-5-3.

Anihilační jev dává vzniku fotonům zánikového záření při setkání částice a antičástice, jako jsou elektron a pozitron (positron = elektron s kladným nábojem). Oba vzniklé fotony záření gama mají každý energii 511 keV (což odpovídá klidové energii elektronu) a odlétají z místa anihilace opačnými směry. [4], [13], [14], [18]

Obrácený anihilační jev

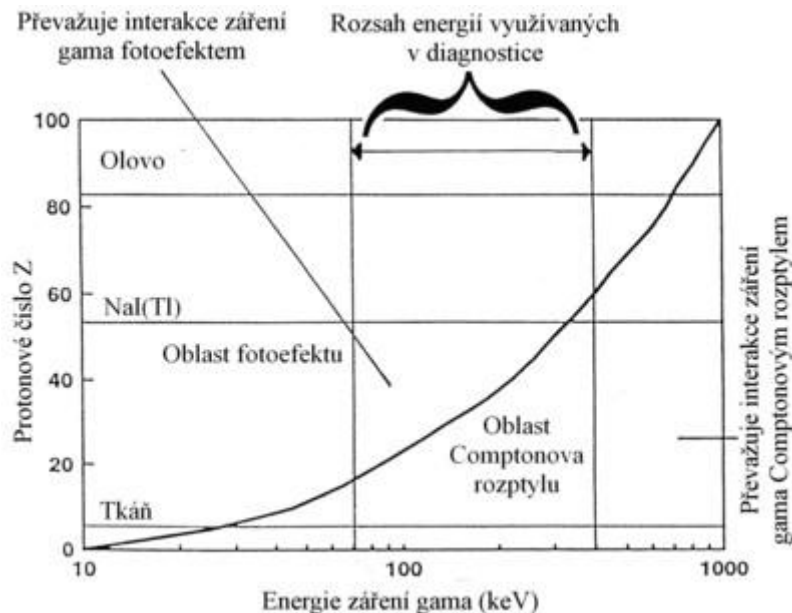


Obrázek 17: Schéma obráceného anihilačního jevu

zdroj: NAVRÁTIL, L. a J. ROSINA. *Lékařská biofyzika*. Praha: MANUS, 2000. ISBN 80-902318-5-3.

Foton proniká do velké blízkosti jádra, odevzdá mu část své hybnosti a poté, má-li větší energii než je energie odpovídající hmotnosti dvou elektronů, vzniká dvojice elektron-positron s výslednou energií danou vztahem $T = \hbar\omega - 2m_0c^2$. [4], [13], [14], [18]

Interakce rentgenového a gama záření v závislosti na protonovém čísle a energii záření



Obrázek 18: Interakce rentgenového a gama záření v závislosti na protonovém čísle a energii záření

zdroj: Klinika nukleární medicíny LF UP. *Interakce rentgenového a gama záření s prostředím* [online]. [cit. 2014-únor-01]. Dostupné z: <http://www.lf.upol.cz/menu/struktura-lf/kliniky/klinika-nuklearni-mediciny/>

Shrnutí

Z hlediska radiologie je při interakci gama/rtg záření s prostředím potřebné zvládnout následující poznatky:

- a) Matematický a grafický popis absorpčního zákona
- b) Fotoelektrický jev jako jeden z příspěvků k absorpci
- c) Comptonův jev jako další z příspěvků k absorpci
- d) Obrácený anihilační jev jako třetí příspěvek k absorpci

7.2 Edukační test

- 1) Polovrstva je taková vrstva absorbátoru, která zeslabí intenzitu záření na:
 - a) $1/2$
 - b) $1/3$
 - c) $1/4$
 - d) $1/5$
- 2) Zvětší-li se vzdálenost od zdroje záření $2x$, intenzita záření klesne:
 - a) $1x$
 - b) $2x$
 - c) $3x$
 - d) $4x$
- 3) Rychlost elektronu vyraženého při fotoelektrické jevu je vzhledem k rychlosti fotonu, který tento jev způsobil:
 - a) větší
 - b) menší
 - c) stejná
- 4) Nejvýznamnějšími jevy při průchodu gama/rtg záření prostředím jsou:
 - a) fotoelektrický jev, anihilační jev, obrácený anihilační jev
 - b) Comptonův jev, obrácený fotoelektrický jev, anihilační jev
 - c) obrácený anihilační jev, Comptonův jev, fotoelektrický jev
- 5) Největší pokles energie primárního fotonu u Comptonova jevu je při úhlu:
 - a) 45°
 - b) 90°
 - c) 135°
 - d) 180°

- 6) Pravděpodobnost fotoelektrického jevu klesá:
- a) se zvětšujícím se protonovým číslem materiálu, se zvětšující se energií záření
 - b) se snižujícím se protonovým číslem materiálu, se zvětšující se energií záření
 - c) se snižujícím se protonovým číslem materiálu, se snižující se energií záření
 - d) se zvětšujícím se protonovým číslem materiálu, se snižující se energií záření
- 7) Počet mateřských a dceřiných jader je stejný v čase:
- a) $t=T$
 - b) $t=2T$
 - c) $t=3T$
- 8) Při nízkých energiích se uplatňuje zejména interakce:
- a) Comptonův jev
 - b) fotoelektrický jev
 - c) anihilační jev
- 9) Einsteinova fotoelektrická rovnice má tvar:
- a) $h\nu_0 = T + h\nu$
 - b) $\hbar\nu = T + h\nu_0$
 - c) $h\nu = T + \hbar\nu_0$
 - d) $h\nu = T + h\nu_0$
- 10) Zaplnění díry v orbitalu (vzniklé po vyražení elektronu) elektronem z vyššího orbitalu se nazývá:
- a) ionizace
 - b) deionizace
 - c) excitace
 - d) deexcitace
- 11) Antičásticí pozitronu je:
- a) proton
 - b) elektron
 - c) neutron
 - d) foton

12) Který z jevů lze označit jako princip rentgenu:

- a) fotoelektrický jev
- b) Comptonův jev
- c) anihilační jev
- d) obrácený fotoelektrický jev
- e) obrácený anihilační jev

13) Výstupní práce při fotoelektrickém jevu má tvar:

- a) $A = h_0\nu$
- b) $A = \hbar\omega$
- c) $A = \hbar\nu_0$
- d) $A = h\nu_0$

14) Kinetická energie elektronu při fotoelektrickém jevu má tvar (E_v - vazebná E, E_e - E elektronu, E_γ - E záření gama/rtg):

- a) $E_e = E_\gamma + E_v$
- b) $E_e = E_\gamma - E_v$
- c) $E_e = E_v - E_\gamma$
- d) $E_e = E_v + E_\gamma$

15) Comptonův posun má tvar:

- a) $\Delta\lambda = \lambda - \lambda' = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\psi)$
- b) $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\psi)$
- c) $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\psi)$
- d) $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c^2}(1 - \cos\psi)$

16) Zákon zachování energie při Comptonově jevu má tvar:

- a) $\hbar\omega + m_0c^2 = h\omega' + mc^2$
- b) $\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2$
- c) $h\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2$
- d) $h\omega + m_0c^2 = h\omega' + mc^2$

17) Zákon zachování hybnosti při Comptonově jevu má tvar:

a) $(mc)^2 = p_v^2 + p_v'^2 - 2p_v p_v' \cos \psi$

b) $(mv)^2 = p_v^2 + p_v'^2 - 2p_v p_v' \cos \varphi$

c) $(mc)^2 = p_v^2 + p_v'^2 - 2p_v p_v' \cos \varphi$

d) $(mv)^2 = p_v^2 + p_v'^2 - 2p_v p_v' \cos \psi$

18) Kinetická energie vzniklého páru elektron-pozitron má při obráceném anihilačním jevu tvar:

a) $T = \hbar\omega - 2m_0c^2$.

b) $T = \hbar\nu - 2m_0c^2$.

c) $T = h\omega - 2m_0c^2$

19) Mezi ionizující záření elektromagnetické povahy patří:

a) rtg záření, radiové vlny, gama záření

b) rtg záření, gama záření, tepelné záření

c) gama záření, ultrafialové záření, rtg záření

d) světlo, rtg záření, gama záření

20) Mezi neionizující záření elektromagnetické povahy patří:

a) světlo, ultrafialové záření

b) rtg záření, gama záření

c) radiové vlny, tepelné záření

21) Tvar absorpčního zákona s koeficientem absorpce má tvar:

a) $n = n_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t}$

b) $n = n_0 e^{-\lambda t}$

c) $n = n_0 e^{-\frac{\ln 2}{a} x}$

d) $n = n_0 e^{-\mu x}$

22) Tvar absorpčního zákona s polovrstvou má tvar:

a) $n = n_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t}$

b) $n = n_0 e^{-\lambda t}$

c) $n = n_0 e^{-\frac{\ln 2}{a} x}$

d) $n = n_0 e^{-\mu x}$

23) Koeficient absorpce při interakci elektromagnetického záření s prostředím je tvořen:

a) Jednou složkou

b) Třemi složkami

c) Dvěma složkami

d) Čtyřmi složkami