



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**DEFORMAČNĚ-NAPĚŤOVÁ ANALÝZA TEPNY S
ATEROMEM**

STRESS-STRAIN ANALYSIS OF ARTERY WITH ATHEROMA

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Rostislav Janík

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.

BRNO 2021

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bc. Rostislav Janík
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	prof. Ing. Jiří Burša, Ph.D.
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Deformačně–napěťová analýza tepny s ateromem

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Stěna tepny je tvořena složitým nehomogenním kompozitním materiálem, který při zatížení tlakem krve vykazuje velké deformace. Aterom, neboli sklerotický plát, představuje lokální ztluštění stěny omezující průtok krve postiženou tepnou. Situaci může zásadně zhoršit prasknutí fibrózního krytu ateromu, které vyvolá kontakt mezi krví a tukovou náplní ateromu. To vede k vzniku krevní sraženiny, která brání průtoku krve a je nejčastější příčinou ischemie (mrtvice) v příslušné oblasti krevního řečiště. Práce se zaměřuje na deformačně napěťovou analýzu tepny s ateromem a predikci ruptury jeho fibrózního krytu.

Cíle diplomové práce:

1. Provést literární rešerši výpočtových modelů aterosklerotických tepen a materiálových vlastností jejich komponent.
2. Vytvořit výpočtový model tepny s aterosklerotickým plátem a provést deformačně–napěťovou analýzu.
3. Pokusit se o vyjádření rizika ruptury fibrózního krytu aterosklerotického plátu a specifikovat nejistoty použitého modelu.

Seznam doporučené literatury:

KŘEN, J., ROSENBERG, J., JANÍČEK, P.: Biomechanika. Vydavatelství ZČU, 1997.

FUNG, Y. C.: Biomechanics. Mechanical properties of living tissues. Springer, 1993.

Mechanics of biological tissue, eds. HOLZAPFEL, G. A., OGDEN, R. W., Springer, 2006.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

V této diplomové práci je rozpracována deformačně napěťová analýza kyčelní tepny s atheromem. Model tepny je vytvořen jako 2D a symetrický dle osy y. První část práce se zabývá rešerší, která zahrnuje získání informací z oblasti medicíny potřebných k řešení dané problematiky. Další část se věnuje nelineární mechanice, konstitutivnímu modelování z hlediska biomechaniky a výpočtovému modelování tepen. V následující části je již provedena analýza pro zatížení tepny fyziologickým a také vysokým krevním tlakem. Nakonec byly specifikovány nejistoty použitého modelu a vyhodnoceno riziko ruptury aterosklerotického plátu.

Klíčová slova

aterom, ateroskleróza, kyčelní tepna, napětí, deformace, hyperelastická, biomechanika, MKP analýza

Abstrakt

This master thesis analyses stress and strain of iliac artery with atheroma. Model of artery is created as 2D and symmetric about the y-axis. The first part of the thesis deals with a research, which includes obtaining information from medicine, which is necessary for the right solution of the task. Next part dedicates to nonlinear mechanics, constitutive modeling from the view of biomechanics and computational modeling of arteries. In the next part is made analysis for load on artery by optimal and also by high blood pressure. In the end were specified uncertainties of the used model and evaluated chance of atherosclerotic plaque rupture.

Key words

atheroma, atherosclerosis, iliac artery, stress, strain, hyperelasticity, biomechanics, FEM analysis

Bibliografická citace:

JANÍK, Rostislav. *Deformačně-napěťová analýza tepny s ateromem* [online]. Brno, 2021 [cit. 2021-05-21]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/132493>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Jiří Burša.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci na téma *Deformačně-napěťová analýza tepny s atheromem* vypracoval samostatně s využitím odborné literatury, zdrojů uvedených v seznamu a s pomocí vedoucího práce.

V Brně dne:

.....

Rostislav Janík

Poděkování

Těmito slovy bych rád poděkoval vedoucímu práce prof. Ing. Jiřímu Buršovi, Ph.D. za jeho ochotu a cenné rady při řešení této diplomové práce. Chtěl bych také poděkovat rodině za podporu a trpělivost při mém studiu.

Obsah

1	Úvod	11
1.1	Problémová situace	11
1.2	Formulace problému	11
1.3	Cíle řešení	12
2	Problematika z lékařského pohledu	13
2.1	Oběhový systém	13
2.2	Tepenný systém.....	14
2.2.1	Stavba tepenných stěn	14
2.2.2	Zásadní složky tepenných stěn z hlediska mechaniky	15
2.3	Tlak krve	17
2.4	Ateroskleróza.....	18
2.4.1	Patogeneze	18
3	Výpočtové modelování.....	20
3.1	Nelineární mechanika.....	20
3.1.1	Tenzory popisující deformaci v bodě tělesa	20
	Tenzor deformačního gradientu.....	20
	Cauchy-Greenův tenzor deformace	21
	Green-Lagrangeův tenzor	21
3.1.2	Tenzory popisující napjatost v bodě tělesa	21
3.1.3	Redukované napětí.....	22
3.2	Konstitutivní modely	22
3.2.1	Vybrané konstitutivní modely	23
3.3	Výpočtový model tepny.....	26
3.3.1	Výpočtový model tepny s aterosklerózou	26
4	Deformačně napěťová analýza.....	28
4.1	Geometrie.....	28
4.2	Materiálová data	30
4.3	Okrajové podmínky a zatížení	34
4.4	Síť.....	34
4.5	Analýza	35
4.5.1	Nastavení analýzy	35
4.5.2	Výstupy analýzy	38
4.5.3	Výsledky.....	40

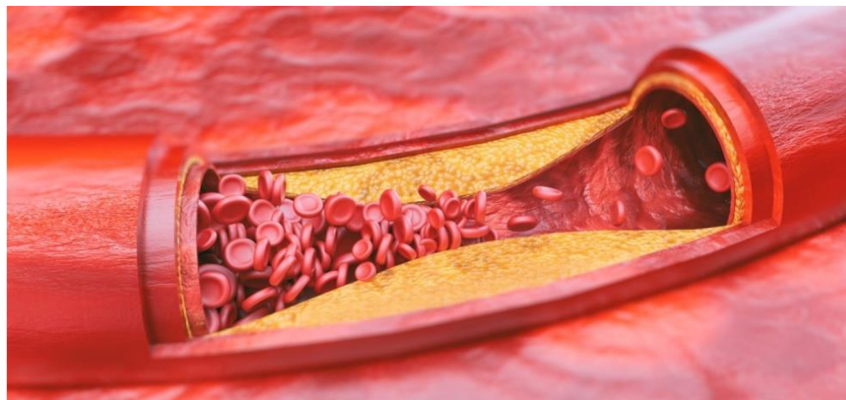
5	Nejistoty použitého modelu	53
5.1	Geometrie.....	53
5.2	Materiálová data	53
5.3	Skokové změny na rozhraní materiálů	53
6	Riziko ruptury ateromu	54
6.1	Riziko ruptury z inženýrského hlediska	55
6.2	Riziko ruptury z hlediska statistiky	56
6.2.1	Pravděpodobnost ruptury pro kombinace všech rozměrů	57
6.2.2	Pravděpodobnost ruptury pro danou tloušťku fibrózního krytu	61
6.2.3	Srovnání normálních rozdělení pro různé tloušťky fibrózních krytů.....	62
7	Závěr	64
	Seznam použitých zdrojů.....	66
	Seznam obrázků	68
	Seznam tabulek	70

1 Úvod

1.1 Problémová situace

Ateroskleróza patří mezi nejzásadnější problémy týkající se zdraví lidských cév. Onemocnění může vyvolat lokální ischemii, která se v nejhrošších případech projevuje mozkovou či srdeční příhodou a ohrožuje tak člověka na životě. Jedná se vůbec o jednu z nejčastějších příčin úmrtí u lidí.

Téma diplomové práce je tedy velice aktuální, a to z důvodu uspěchané doby, tedy i velkého stresu, dále z nedostatku pohybu či nesprávné životosprávy. S těmito faktory z velké části souvisí ukládání tukových látek, zejména cholesterolu, a následný vznik aterosklerotických plátů neboli ateromů. Takovéto pláty zapříčiní růst tloušťky stěny cévy, s čímž souvisí její omezený průtok. Krev tedy nemůže cévou proudit dále a dochází tak k nedokrvení určitého orgánu nebo tkáně.



Obr. 1 Ateroskleróza [1]

1.2 Formulace problému

Hlavní problém spočívá v tom, že rostoucí aterom se v tepně projevuje horším prokrvením tkání, dokud nenastane ruptura a následné ucpání tepny. Úkolem diplomové práce je provedení deformačně napěťové analýzy, ze které zjistíme, k jakým deformacím a napětím v postižené tepně dochází. Z analýzy se také určí, při jakých rozměrech jednotlivých částí aterosklerotického plátu dochází ke vzniku největších napětí. S takto získanými daty lze poté vyjádřit riziko ruptury, jež může u lidí způsobit smrt.

K řešení daného problému je potřeba seznámit se s tepenným systémem, materiálovou skladbou tepenných stěn a faktory, jež na tuto stěnu působí. Dále je třeba zjistit materiálové charakteristiky aterosklerotických plátů, které jsou k analýze potřeba.

Problém spadá pod obor biomechaniky, jelikož se zabývá lidskou tkání a zároveň pod obor nelineární mechaniky, poněvadž struktura takovýchto tkání je tvořena složitými nehomogenními kompozitními materiály, které při zatížení vykazují velké deformace.

1.3 Cíle řešení

Cíle diplomové práce byly vedoucím specifikovány takto:

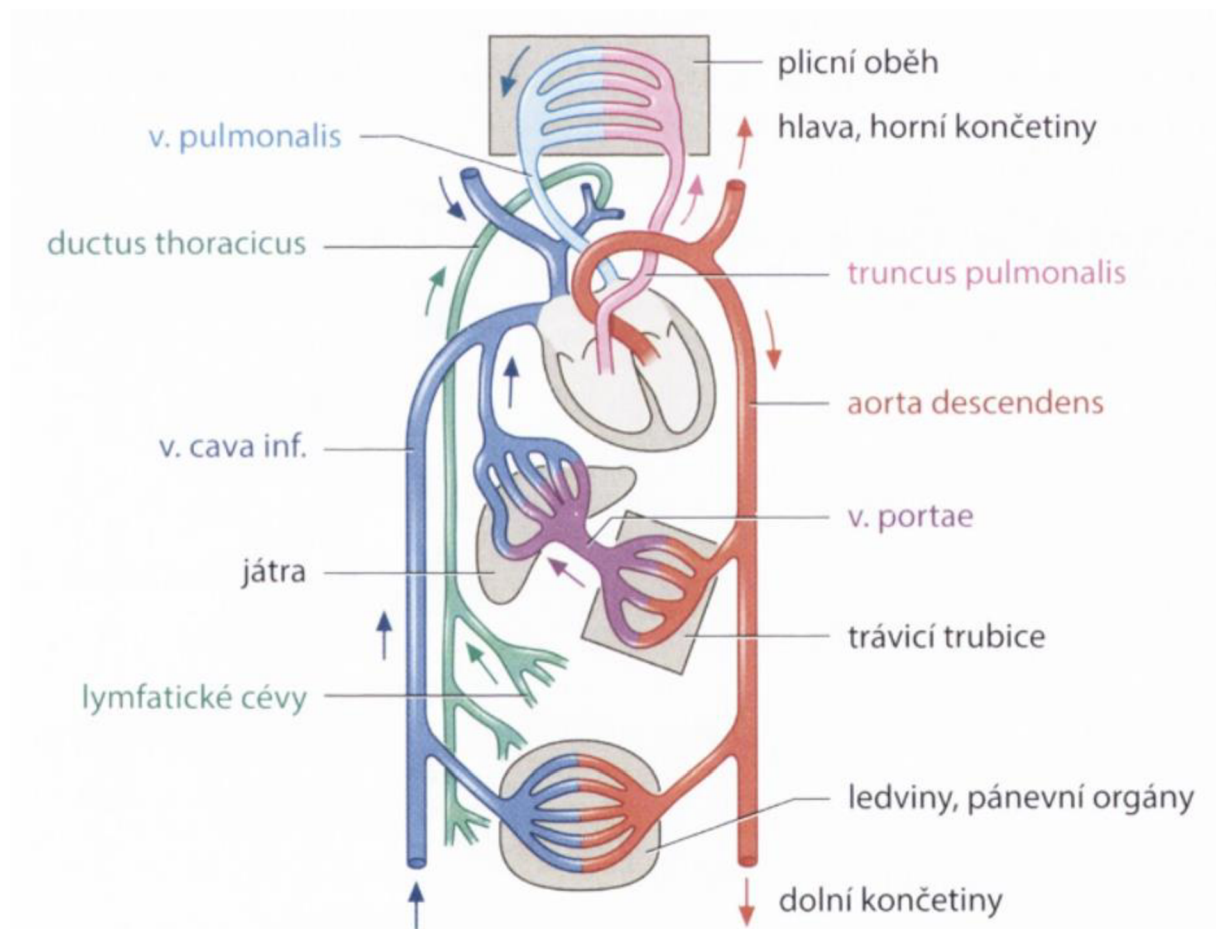
1. Provést literární rešerši výpočtových modelů aterosklerotických tepen a materiálových vlastností jejich komponent.
2. Vytvořit výpočtový model tepny s aterosklerotickým plátem a provést deformačně-napětovou analýzu.
3. Pokusit se o vyjádření rizika ruptury fibrózního krytu aterosklerotického plátu a specifikovat nejistoty použitého modelu.

2 Problematika z lékařského pohledu

Pro výpočtové modelování aterosklerotických tepen je potřeba vymezit některé základní pojmy z oblasti medicíny. Následující část textu čerpá z literárního pramene [2], není-li uvedeno jinak.

2.1 Oběhový systém

Pomocí oběhového systému je tělem rozváděna krev, jež je nejdůležitějším transportním prostředkem. Zásobuje jednotlivé orgány živinami a kyslíkem a také odvádí odpadní látky. Jedná se o systém cév, který vede krev od čerpadla – srdce ke tkáním celého těla a poté znovu zpět k čerpadlu.



Obr. 2 Krevní oběh (schéma) [2]

Na obr.2 lze vidět cévy znázorněné různými barvami. Červená barva představuje tepny, modrá barva pak žíly. Tyto cévy mají za úkol tělní (velký) oběh, dodávají tedy živiny do celého těla. Cévy vykresleny růžovou, resp. světle modrou barvou představují tepny, resp. žíly z plicního (malého) oběhu, jež slouží k výměně oxidu uhličitého a kyslíku.

Pro účely této práce se bude pozornost věnovat zejména tělnímu oběhu, a to především tepennému systému.

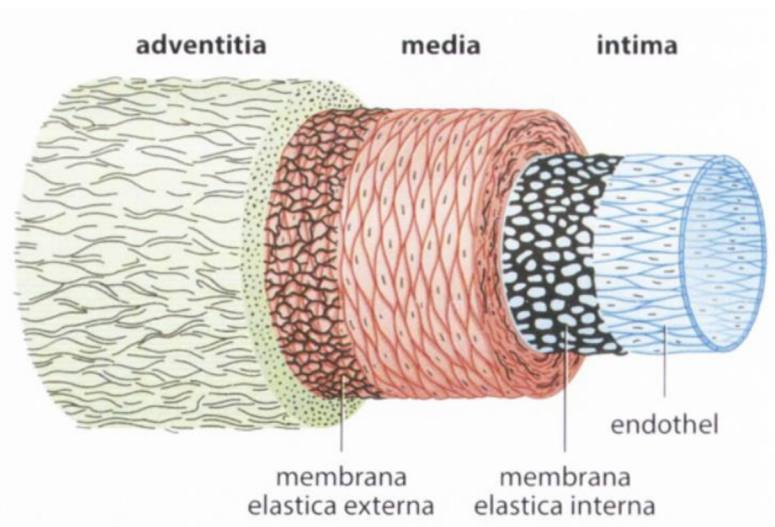
2.2 Tepenný systém

Krev vždy opouští komoru srdce jedinou tepnou – aortou. Tato hlavní tepna se v dalším průběhu postupně větví na menší cévy až do úrovně arterií, na které pak navazují kapiláry, kde probíhá výměna látek a plynů mezi krví a orgány v největší míře.

2.2.1 Stavba tepenných stěn

Ve stěně tepen se rozlišují 3 základní vrstvy:

- 1) **tunica intima**: Jedná se o vnitřní vrstvu tepenné stěny. Je tvořena endotelem a tenkou vrstvou subendotelového vaziva, která se převážně skládá z kolagenních a elastických vláken a mebrán. Na rozhraní mezi tunica intima a tunica media se nachází *membrana elastica interna*, která má tvar dvourozměrné sítě z elastických vláken a otvorů, skrze které dochází k difuzi látek.
- 2) **tunica media**: Střední a nejmohutnější vrstva, jež je tvořena hladkou svalovinou a mezibuněčnou hmotou, která se skládá z kolagenních a elastických vláken. Na rozhraní mezi tunica media a tunica adventitia se nachází *membrana elastica externa*.
- 3) **tunica adventitia** (externa): Vnější vrstva, jež ukotvuje cévy v okolí a je tvořena vazivem. Obsahuje především kolagenní vlákna, dále pak vlákna elastická, fibroblasty a proteoglykany. Skrze vrstvu prostupuje pleteň *vasa vasorum* (cévy cévních stěn), jež zásobují adventiciu, ale především zevní vrstvu medie. Dále vrstvou prochází nervová vlákna, která inervují hladkou svalovinu medie.



Obr. 3 Vrstvy stěny tepny [2]

Dle typu stavebního materiálu, jenž v tunica media převažuje, tepny dělíme na elastické a svalové. Mezi elastické patří velké tepny v blízkosti srdce (aorta a její velké větve). Tunica media těchto tepen se skládá z elastických lamel, jež slouží k transformaci pulzujícího proudění krve na kontinuální. Mezi svalové patří většina tepen, které na velké elastické tepny navazují a zmenšuje se tak jejich velikost (stehenní, pažní). Tepny se dále větví na cévy s menším průměrem až do úrovně arteriol, na které navazují kapiláry, jež slouží k výměně látek a plynů a jsou tvořeny pouze endotelem a bazálními lamínami.

2.2.2 Zásadní složky tepenných stěn z hlediska mechaniky

V této části budou popsány zásadní materiály, ze kterých se skládají tepenné stěny. Budou uvedeny jejich materiálové charakteristiky, které je nutné znát k pochopení chování a vlastností tepen.

Skladba cévní stěny je složitá, avšak na schopnosti cév pasivně a aktivně měnit svůj objem mají vliv především tři nejdůležitější strukturální složky. Tyto složky určují pružnost a pevnost cév, jedná se o vlákna elastinu, vlákna kolagenu a buňky hladkého svalstva. V těle se vyskytují v různých poměrech, a to dle typu cév. Elastické (pružníkové) cévy, které se vyskytují blíže k srdci (aorta), obsahují vyšší podíl elastických vláken a umožňují tak velké deformace. Oproti tomu u cév svalového (muskulárního) typu, mezi které se řadí větší a střední tepny dále od srdce, převažují vlákna hladkého svalstva, jejíž hlavní funkcí je vytvářet aktivní napětí cévní stěny neboli tonus. Tepny svalového typu také umožňují velké deformace, avšak oproti tepnám elastického typu nejde o deformace elastické. [3]

Po doporučení vedoucího diplomové práce jsem si k analýze vybral tepnu kyčelní (ilickou), tedy tepnu, jež spadá pod cévy svalové, obsahuje tedy méně elastinu a nepodléhá tak velkým deformacím.

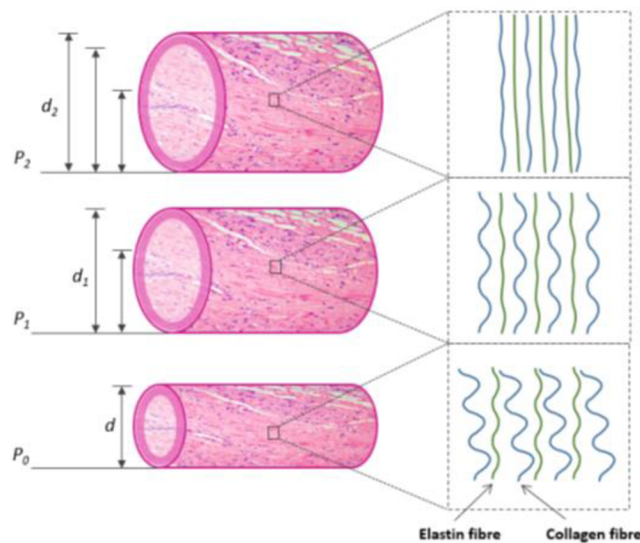
Elastin

Elastin je nejvýznamnější složkou aorty. Tento materiál umožňuje velkou deformaci cévních stěn, udává tedy jejich pružnost a poddajnost. Jeho modul pružnosti se pohybuje ve stovkách kPa, přibližně *200–400 kPa*. Dále se projevuje zanedbatelnou hysterezní smyčkou a také relaxací. Dosahuje velmi vysoké tažnosti, a to až 130%.

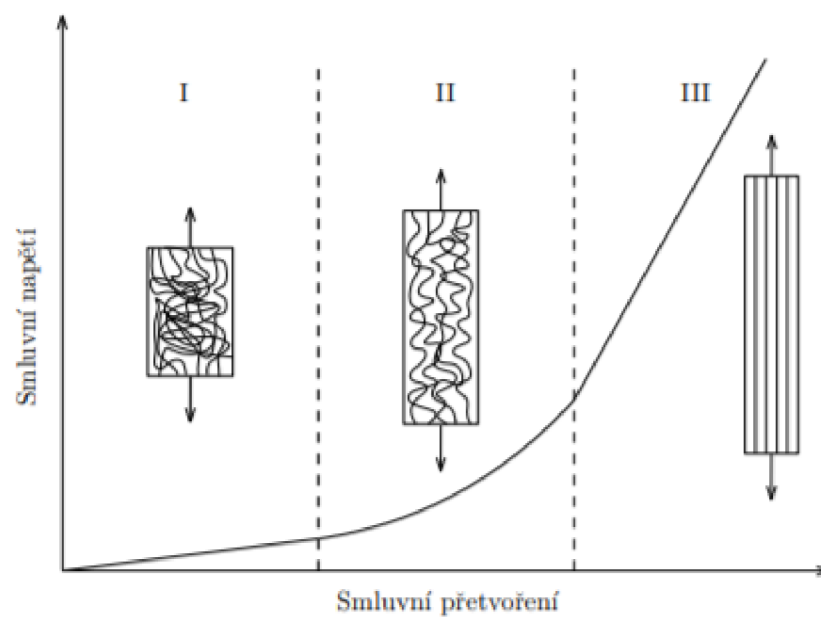
Kolagen

Existuje velké množství druhů kolagenu, ale v lidských cévách se vyskytuje zejména kolagen typu *I*, dále také kolagen typu *III* a další typy v zanedbatelném množství. Kolagenní vlákna jsou zvlněná, při deformaci se postupně napřimují a aktivují se až po určité deformaci cévy, do té doby jsou aktivní pouze vlákna elastinu (viz. obr.4). Po aktivaci se kolagen stává nosným prvkem, který určuje pevnost stěny cévy.

Oproti elastinu má kolagen modul pružnosti podstatně větší, pohybuje se v rozmezí *100-10 000 MPa*. Dále se projevuje úzkou, ale přece jen o něco výraznější hysterezí a také relaxací. Tažnost dosahuje maximálně pouhých 10%.



Obr. 4 Aktivace kolagenních vláken během deformace cévy [4]

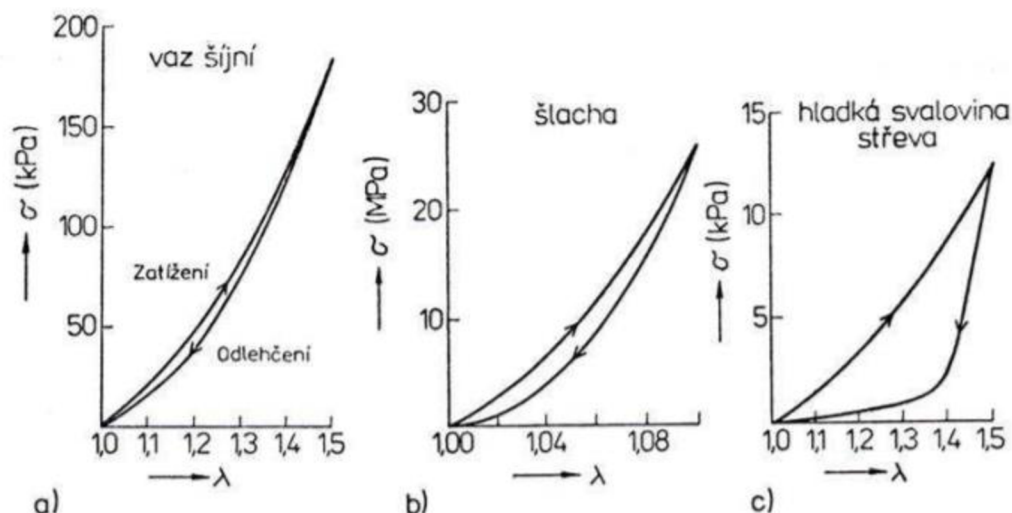


Obr. 5 Aktivace kolagenních vláken v závislosti na velikosti smluvního napětí a přetvoření. Převzato z [5].
Upraveno.

Hladká svalovina

Vlákna hladké svaloviny mají modul pružnosti v rozsahu $15-25 \text{ kPa}$, to platí pro relaxovaný stav, avšak po jejich aktivaci modul pružnosti výrazně roste a je velice obtížné jej určit. Typickým je široká hysterezní smyčka a také výrazná relaxace.

Z hlediska mechanického chování tepny v relaxovaném stavu je hladká svalovina zanedbatelná. Je třeba počítat pouze s elastinem, který udává míru protažení cévy v obvodu a kolagenem, který se od určitého protažení stává nosným prvkem a zamezuje tak větší deformaci.



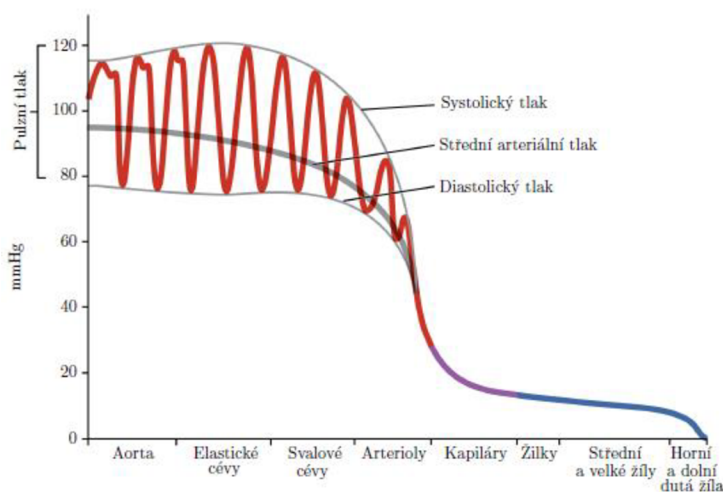
Obr. 6 Průběh napětí-deformace pro a) elastin, b) kolagen, c) hladkou svalovinu [4]

2.3 Tlak krve

Pojmem tlak krve (TK) se rozumí hydrostatický tlak, jež vyvolává krev proudící v cévách. Krev tak působí na stěny cév tlakovým zatížením, jedná se tedy o sílu, kterou objem krve tlačí kolmo na stěnu cévy. Rozlišují se dva typy TK, a to jeho maximální a minimální hodnota. Maximální hodnotu představuje tlak systolický (stahy srdce), a to 120 mmHg , jedná se o tlak tvořený srdeční systolou a elasticitou tepenných stěn. Diastolický tlak (uvolnění srdce) pak představuje minimální hodnotu TK, jeho hodnota činí 80 mmHg a je udržován periferním odporem. [6] Tyto hodnoty se pak značí $120/80 \text{ mmHg}$ a jedná se o ideální hodnotu TK u zdravého člověka.

Z hlediska cílů této diplomové práce bude k analýze deformace a napjatosti zásadní vyšší tlak, tedy systolický. Pro výpočet bude také vhodný převod jednotek tlaku, a to z milimetrů rtuťového sloupce na pascaly:

$$120 \text{ mmHg} \doteq 16 \text{ kPa}$$



Obr. 7 Tlak krve při průtoku cévní soustavou [4]

Tlak krve může však nabývat i jiných hodnot, mění se například při určité fyzické či psychické zátěži. Důležitým faktorem může také být onemocnění jež ovlivňuje TK. Hypotenze a hypertenze jsou nemoci, které se projevují sníženým, resp. zvýšeným krevním tlakem. Opět pro tuto práci je důležitější tlak vyšší, toho je dosaženo při hypertenzi. Lidé trpící touto nemocí mají TK vyšší a v některých případech dosahuje hodnot až $180/110 \text{ mmHg}$. [6] Stejně jako u ideálního TK je zásadní tlak systolický a jeho převod na jednotky Pa je uveden níže:

$$180 \text{ mmHg} \doteq 24 \text{ kPa}$$

2.4 Ateroskleróza

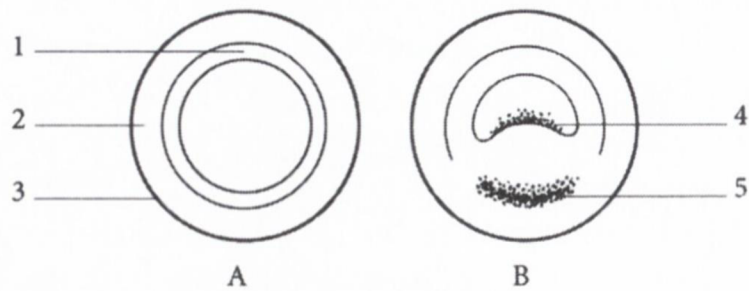
Pojmem ateroskleróza se označují patologické změny, které vedou k zúžení průsvitu cév. Toto onemocnění postihuje nejčastěji tepny elastické a velké či střední tepny svalové (aorta, krkavice, tepny koronární, ilické, dolních končetin). V intimě dochází ke vzniku ateromu neboli aterosklerotického plátu, který se postupně zejména pod vlivem lipidů zvětšuje. Z tohoto důvodu se dlouhodobě jedná o bezpříznakové onemocnění až do chvíle, kdy dochází ke snížení průtoku krve a kardiovaskulárním problémům.

Důsledkem aterosklerózy je zúžení průsvitu cév (stenóza) z čehož plyne také snížení prokrvení tkání (ischemie). Dojde-li také k vytvoření trombu nad plátem, céva se zcela uzavře a dochází k nekróze dané tkáně (infarkt, mrtvice).

2.4.1 Patogeneze

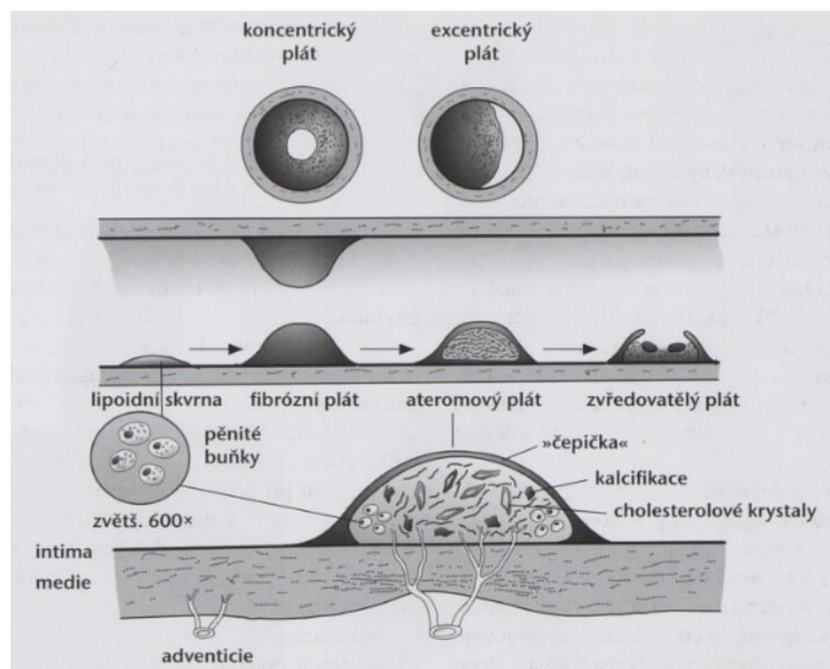
Na patogenезi aterosklerózy, jak se popisuje v [7], existují dva hlavní názory. První názor popisuje buněčnou proliferací (množení buněk) intimy, u druhého je hlavní myšlenkou opakovaný vznik trombů na intimě a jejich následná organizace. V současnosti se pracuje s myšlenkou, že se na onemocnění výrazně podílí také zánět. Teorie vzniku aterosklerózy je popsána v následujících krocích:

- chronické poškození endotelu, což vede ke změnám jeho permeability, přitahování granulocytů a vznik možnosti trombotizace
- pronikání lipidů, cholesterolu a jeho esterů do cévní stěny
- přilnutí monocytů a granulocytů k adhezivním molekulám a postupné pronikání do intimy
- shlukování krevních destiček v místě poškození endotelu
- vlivem destiček, makrofágů a buněk cévní stěny dochází k migraci buněk hladké svaloviny z medie do intimy, tloušťka stěny cévy roste
- postupně dochází k dystrofické kalcifikaci
- makrofágy fagocytují lipidy a vznikají pěníte buňky [8], když zaniknou tak se lipidy hromadí i mimo buňky



Obr. 8 Aterosklerotické poškození tepny: A - průřez zdravé tepny, B - průřez tepny s aterosklerózou (1 - intima, 2 - media, 3 - adventitia, 4 - nasedající trombóza, 5 - kalcifikace) [7]

Takto tedy dochází ke vzniku nejčasnějších aterosklerotických lézí – lipidních skvrn. Během migrace buněk hladké svaloviny, jak je již popsáno výše, dochází také k jejich proliferaci. Tyto buňky fagocytují lipidy a dále vytváří kolagen a proteoglykany, jež slouží k tvorbě vlastního sklerotického plátu. Pokud takovýto plát obsahuje méně lipidů a tvoří ho zejména kolagenní vazivo, jedná se o *plát fibrózní*. Pokud však plát obsahuje více lipidů, má v centru ložisko kašovitých ateromových hmot (nekrotické jádro), jež jsou bohaté na cholesterol a jeho estery, jedná se o *ateromový plát*. Na povrchu takového plátu se vyskytuje poškozený endotel, kde se vytváří trombus. Malý trombus bývá zabudován do cévní stěny, avšak opakováním děje dochází k růstu plátu. [8]



Obr. 9 Ateroskleróza – vývoj sklerotického plátu [8]

Mezi hlavní rizikové faktory vzniku aterosklerózy patří zejména hyperlipidémie (vysoká hladina cholesterolu v krvi), dále také hypertenze (vysoký krevní tlak), kouření cigaret (poškození endotelu zplodinami kouře) či diabetes mellitus (cukrovka).

3 Výpočtové modelování

Ze složité vnitřní stavby cév (tj. vrstevnatost a nehomogenita) vyplývají také jejich mechanické vlastnosti. Cévy vykazují anizotropní a viskoelastické vlastnosti a také objemovou nestlačitelnost. Avšak důležitým faktorem je, že cévy podstupují konečné (velké) deformace, tudíž jejich deformačně napěťové křivky vykazují nelineární závislost. Z tohoto důvodu je k popisu jejich chování zapotřebí využít nelineární mechaniku kontinua. [9]

V následující kapitole budou tedy vysvětleny principy a modely, jež popisují chování materiálů z nelineární mechaniky, která se liší a je značně složitější oproti obecné lineární mechanice.

3.1 Nelineární mechanika

Následující kapitola čerpá z pramene [10], není-li uvedeno jinak.

Nelineární chování je v mechanice popisováno pomocí složitých konstitutivních modelů. Avšak předtím, než budou popsány konstitutivní modely, je třeba seznámit se s důležitými pojmy, se kterými tyto modely pracují.

3.1.1 Tenzory popisující deformaci v bodě tělesa

Tenzor deformačního gradientu

Důležitým tenzorem, s nímž konstitutivní modely pracují je tenzor deformačního gradientu F . Jeho složkami jsou poměrná protažení λ , pro které v hlavním souřadnicovém systému a bez rotací platí obecný vztah:

$$\lambda_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}$$

V obecném souřadnicovém systému pak úplný maticový zápis vypadá takto:

$$F = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{pmatrix}$$

Determinantem této matice se určí *třetí invariant tenzoru deformačního gradientu J*. Lze vypočítat z hlavních hodnot poměrných protažení a to následovně:

$$J = \det(F) = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$$

Cauchy-Greenův tenzor deformace

Tenzor opět definujeme pomocí poměrných protažení λ , stejně jako u tenzoru deformačního gradientu. Cauchy-Greenův tenzor se dělí na dva typy, avšak důležitý je pro nás pouze níže zmíněný:

- Právý Cauchy-Greenův tenzor deformace

$$C = F^T \cdot F \leftrightarrow C_{ij} = F_{ki} \cdot F_{kj}$$

Kvadráty již zmíněných poměrných protažení v hlavních směrech jsou hlavními souřadnicemi Cauchy-Greenova tenzoru.

$$C = \begin{pmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{pmatrix}$$

Z této matice lze poté jednoduše vyjádřit invarianty tenzoru v hlavním souřadnicovém systému:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2$$

$$I_3 = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = J^2$$

Symbol J zde značí třetí invariant tenzoru deformačního gradientu.

Green-Lagrangeův tenzor

Pro Green-Lagrangeův tenzor platí, že přetvoření je vztaženo k původním rozměrům, avšak počítá také s natáčením elementu. Deformovaná délka elementu se určuje pomocí Pythagorovy věty ve 3D prostoru. Pomocí tenzorového zápisu lze zobecnění na všechny složky tenzoru přetvoření zapsat následovně:

$$E_{ij}^L = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \right]$$

3.1.2 Tenzory popisující napjatost v bodě tělesa

První Piola-Kirchhoffův tenzor napětí

V praxi se tento tenzor označuje jako smluvní napětí. Je vyjádřen jako skutečná elementární síla, která je vztažena na původní nedeformovanou plochu elementu dle vztahu:

$$\tau_i = \frac{dF_i}{dX_j \cdot dX_k}$$

Cauchyho tenzor napětí

Cauchyho tenzor napětí, též označován jako Eulerův tenzor a v praxi jako skutečná napětí. Tenzor je vyjádřen pomocí skutečné elementární síly, která je vztažená na skutečnou deformovanou plochu elementu. Platí pro něj následující vztah:

$$\sigma_i = \frac{dF_i}{dX_j \cdot dX_k}$$

3.1.3 Redukované napětí

Redukované napětí σ_{red} je definováno jako hodnota napětí fiktivní tahové napjatosti, jež nám vzhledem k příslušnému meznímu stavu dává stejnou prostou bezpečnost jako vyšetřovaná prostorová napjatost.

Existuje více podmínek plasticity, pomocí kterých lze redukované napětí stanovit. V této diplomové práci bude použita pouze podmínka plasticity HMM.

Podmínka plasticity

Název podmínky vychází ze jména jejich autorů, kterými byli Hencky, Mises, Huber. Případně je označována jako Misesova podmínka plasticity, a je definována následovně:

„Mezního stavu pružnosti je dosaženo, jestliže oktaedrické smykové napětí τ_o dosáhne mezní hodnoty τ_{ok} , která je materiálovou charakteristikou. Nezávisí tedy na stavu napjatosti a lze ji proto stanovit na základě tahové zkoušky.“

Pro redukované napětí vyjádřené pomocí této podmínky platí vztah:

$$\sigma_{red} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

kde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ jsou hlavní napětí. [11]

3.2 Konstitutivní modely

Následující kapitola čerpá z pramene [10], pokud není uvedeno jinak.

Konstitutivní vztahy slouží k modelování závislosti mezi deformací a napětím.

Hyperelastická – mezi hyperelastické materiály patří takové, jež vykazují velká (konečná) vratná přetvoření. Při zatížení se tedy tyto materiály deformují až o desítky či stovky procent. Takovýmto chováním se projevují měkké tkáně lidského těla, mezi které patří právě tepny.

Viskoelastická – mezi viskoelastické materiály patří takové, jež vykazují spojení vlastností tuhé látky a tekutiny. Jedná se tedy o spojení elasticity tuhých látek a o viskozitu tekutin. Chování takovýchto látek se projevuje například hysterezí, relaxací a také závislostí na čase a rychlosti zatěžování, tyto vlastnosti platí také pro tepny.

Pro deformačně napěťovou analýzu lze viskoelastické vlastnosti jako hystereze a relaxace zanedbat. Výpočtový model bude pracovat pouze s hyperelasticitou, se kterou souvisí níže popsané konstitutivní modely.

3.2.1 Vybrané konstitutivní modely

V následující části budou představeny vybrané konstitutivní hyperelastické modely, a to izotropní a anizotropní nestlačitelné, které je možné použít k popisu chování tepen. Tepny vykazují pouze nepatrnou objemovou stlačitelnost, pokud nedochází k vytlačování tekutiny z tkáně. Budou zde uvedeny rovnice těchto modelů, jež objemovou stlačitelnost zanedbávají a také parametry, s kterými tyto modely pracují.

Základní izotropní modely jako Neo-Hook, Mooney-Rivlin či Arruda-Boyce jsou pro modelování chování měkkých tkání nevhodné. Proto zde budou představeny jiné pro biomechaniku důležitější izotropní modely, především model Yeoh, a dále také modely anizotropní.

a) Yeoh

Model Yeoh je jedním z nejpoužívanějších konstitutivních modelů v biomechanice v oblasti popisu chování měkkých tkání. Tento model vychází z Mooney-Rivlinovy formulace, avšak oproti němu pracuje pouze s prvním invariantem. Bylo totiž dokázáno, že celková energie napjatosti je více ovlivněna přírůstkem $\frac{\partial W}{\partial I_1}$ než $\frac{\partial W}{\partial I_2}$.

Predikční schopnost modelu Yeoh je tudíž lepší a měrná energie napjatosti tohoto modelu je dána následujícím vztahem:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3$$

Avšak může se vyskytovat i v podobě s vyšším počtem členů (např. 5), pak tedy platí obecný vztah:

$$W = \sum_{i=1}^N c_{i0} \cdot (I_1 - 3)^i$$

kde c_{i0} jsou materiálové parametry, I_1 je první invariant Cauchy-Greenova tenzoru deformace a N je počet členů.

Při použití pouze dvou členů (např. první a třetí), které bývá nejčastější, mají tyto členy jednoznačnou fyzikální interpretaci. První lineární člen slouží k určení počátečního sklonu deformačně napěťové křivky, z čehož vyplývá počáteční tuhost. Druhý člen pak určuje míru progresivity této křivky neboli deformační zpevnění.

b) Demiray

Další izotropní model používaný pro homogenní nestlačitelné materiály, ovšem starší (1972) a méně používaný než model Yeoh (1993). Vztah pro měrnou energii napjatosti vychází čistě z matematické formulace, jež využívá exponenciální funkci:

$$W = \frac{\beta}{2\alpha} (e^{\alpha(I_1-3)} - 1)$$

kde β je napěťový parametr a α je kladné reálné číslo.

c) model Fungova typu

Tento model již není izotropní, avšak ortotropní a také využívá exponenciální funkci. Jeho nejjednodušší tvar lze zapsat rovnicí:

$$W = \frac{c}{2} [e^Q - 1]$$

pro Q platí (zanedbává se radiální přetvoření):

$$Q = c_1 \varepsilon_t^2 + c_2 \varepsilon_z^2 + 2c_3 \varepsilon_t \varepsilon_z$$

kde c, c_i jsou materiálové parametry a ε_i jsou složky Green-Lagrangeova tenzoru konečných přetvoření.

d) Takamizawa-Hayashi

Dalším ortotropní model, ale oproti předchozímu využívá funkci logaritmickou. Pro měrnou energii napjatosti platí vztah:

$$W = -c \cdot \ln(1 - Q)$$

pro Q platí:

$$Q = \frac{1}{2} c_1 \varepsilon_t^2 + \frac{1}{2} c_2 \varepsilon_z^2 + c_3 \varepsilon_t \varepsilon_z$$

kde c, c_i jsou materiálové parametry a ε_i jsou složky Green-Lagrangeova tenzoru konečných přetvoření. Opět jsou zde zanedbána radiální přetvoření.

e) Holzapfel

Jedná se o model anizotropní, který zohledňuje strukturu cévních stěn a opět využívá exponenciální funkci, ale jen pro vlákna. Model tedy pracuje s dvěma skupinami vláken. Energie napjatosti izotropní matrice je popsána modelem Neo-Hook. Anizotropní část měrné energie napjatosti se uplatňuje pouze v případě, že její vlákna jsou namáhána v tahu. Pro model platí následující vztah:

$$W_{(I_1, I_4, I_6, J)} = \frac{c}{2} (I_1 - 3) + W_{aniso(I_4, I_6)}$$

Pro anizotropní část existuje matematická formulace, jež vypadá následovně:

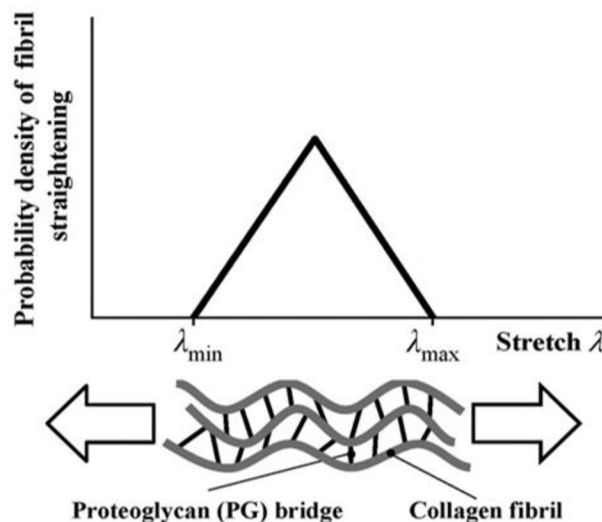
$$W_{aniso(I_4, I_6)} = \frac{k_1}{2k_2} \sum_{i=4,6} (e^{k_2(I_i-1)^2} - 1) \quad \text{pro } I_4 > 1, I_6 > 1$$

kde c, k_1, k_2 jsou materiálové parametry a I_1, I_4, I_6 jsou invarianty pravého Cauchy-Greenova tenzoru deformace (I_4, I_6 vyjadřují deformaci výtzužných látek).

Další anizotropní model vychází z Holzapfelova modelu, jedná se o jeho rozšíření a nazývá se **Gasserův**. Opět se jedná o exponenciální model, jež navíc uvažuje a zohledňuje rozptyl orientace vláken ve struktuře. Pro menší rozptyly dává model dobré výsledky, u větších rozptylů však chyba výrazně narůstá.

f) Martufi

Pro popis posledního modelu jsem si vybral Martufiho model, který oproti předchozím zohledňuje také zvlnění vláken. Pro cévní tkáň platí, že deformační zpevnění výrazně roste postupným zapojováním právě zvlněných vláken (u cév kolagenní vlákna) do přenosu zatížení. V grafu níže lze vidět, že model se snaží tento efekt popsat pomocí bilineární pravděpodobnostní funkce, jež popisuje distribuci limitních protažení jednotlivých vláken.



Obr. 10 Pravděpodobnost napřímění vláken v závislosti na poměrném protažení, Struktura kolagenních vláken [10]

Model zavádí tzv. Cumulative Density Function (*CDF*) se kterou pracuje a integruje ji. Z Martufiho modelu dostaneme vztah pro první Piola-Kirchhoffovo napětí T :

$$T(\lambda) = k \int_0^{\lambda} CDF(\bar{\lambda}) d\bar{\lambda}$$

Díky zavedené trojúhelníkové distribuční funkci je možné integraci provést po jednotlivých částech. Celkový příspěvek vláken získáme sférickou integrací, která pracuje také s distribucí směrů kolagenních vláken.

Konstanty, s nimiž model pracuje: Modul pružnosti ve smyku μ , parametr charakterizující tuhost vláken k , poměrné protažení, při kterém dochází k napřímění

nejméně (nejvíce) zvlněných vláken, čímž se zapojí do přenosu zatížení $\lambda_{min}(\lambda_{max})$, střední úhel osnovy vláken φ , parametr směrové koncentrace kolagenních vláken b .

3.3 Výpočtový model tepny

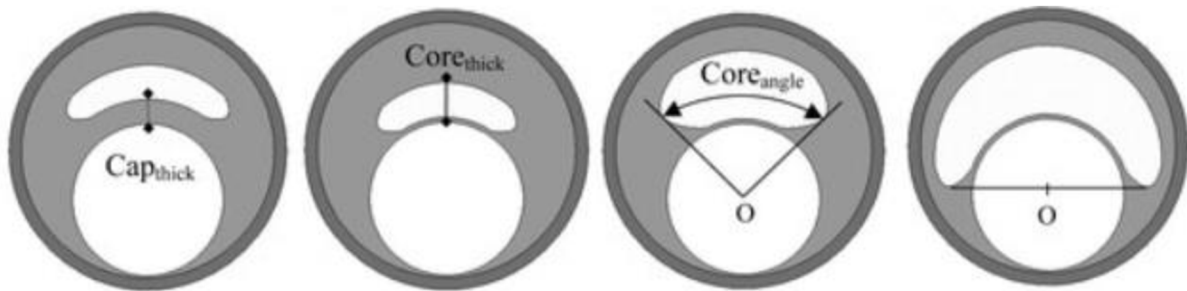
Dle [4] je jednou z možností pro výpočtové modelování tepen tvorba idealizovaných modelů, které lze použít pro tepny zdravé, patologické (ateroskleróza), pro spojení tepen s cévní náhradou a také pro simulaci lékařských zákroků. Tyto modely předpokládají následující vlastnosti tepen:

- rotační symetrie
- velké deformace
- vrstevnatá struktura – pro materiál v každé vrstvě platí, že je homogenní, izotropní, hyperelastický a nestlačitelný

Co se týče zatížení tepny, tak je pro výpočty použita pouze statická hodnota systolického tlaku. Zbytková napjatost a axiální předpětí jsou pro tepny s ateromem zanedbávány.

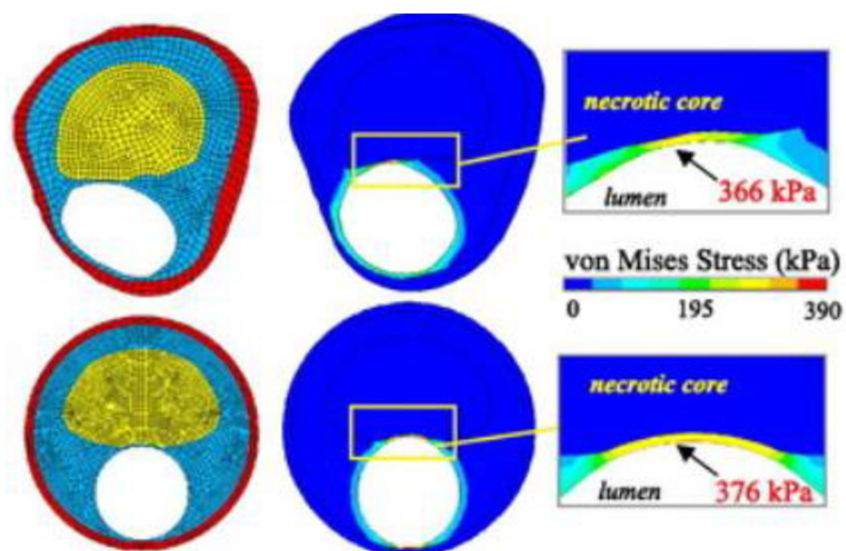
3.3.1 Výpočtový model tepny s aterosklerózou

Na obr.11 můžeme vidět idealizovaný příklad rovinného modelování, který je možné použít pro tepny postižené aterosklerózou. Lze vidět, že takovýto model předpokládá tři proměnné prvky, u kterých při progresu aterosklerózy dochází ke změně hodnot. Jedná se o tloušťku fibrózního krytu (Cap thick), tloušťku nekrotického jádra (Core thick) a úhel nekrotického jádra (Core angle).



Obr. 11 Příklad výpočtového modelu aterosklerotické tepny [12]

Tepny lze samozřejmě modelovat také prostorově či dle reálné geometrie, ale jedná se o složitější, a především zdlouhavější proces. Při srovnání rovinného modelu s reálnou a idealizovanou geometrií tepny dle práce [12] sice napětí dosahují rozdílných výsledků, avšak v přijatelném měřítku, jak lze vidět na obr.12:



Obr. 12 Rozdíl mezi reálnou a idealizovanou geometrií 2D modelu příčného průřezu aterosklerotické tepny [12]

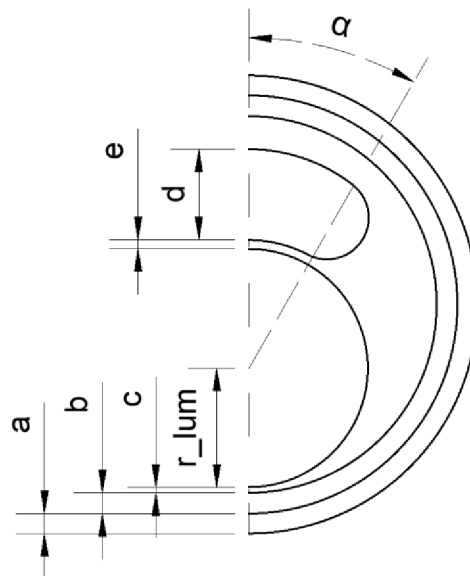
Pro moji diplomovou práci jsem se tedy rozhodl využít idealizovaného rovinného modelu, pro jehož geometrii i analýzu využiji prostředí ANSYS Workbench (dále WB), jenž pracuje na bázi metody konečných prvků.

4 Deformačně napěťová analýza

V této kapitole bude již popsána praktická část diplomové práce, a to deformačně napěťová analýza tepny s atheromem. Bude zde popsána geometrie modelu, materiálová data jednotlivých vrstev, okrajové podmínky a následný postup výpočtu včetně výsledků.

4.1 Geometrie

S využitím znalostí z kapitoly 3.3 jsem se rozhodl pracovat se zjednodušeným idealizovaným modelem tepny, který pracuje s rovinnou geometrií příčného průřezu, jehož tvorba není tak složitá a zdoluhavá jako u modelu prostorového. Takovýto model se tedy vyznačuje symetrií dle osy y a jeho geometrii lze vidět na obr.13. Jelikož se jedná o tepnu postiženou aterosklerózou, v níž postupně dochází k růstu atheromu, budou pro výpočet uvažovány tři proměnné. Ke změně rozměrů bude při výpočtu docházet u tloušťky nekrotického jádra atheromu a také u tloušťky fibrózního krytu (na obr.13 označeny písmeny d a e). V závislosti na těchto dvou rozměrech bude docházet také ke změně poloměru lumenu tepny, jímž protéká krev a na obr.13 je označen jako r_{lum} . Rozměry ostatních vrstev tepny zůstávají při vstupu do analýzy konstantní.



Obr. 13 Idealizovaná geometrie s rozměry

Na obr.13 lze vidět geometrie aterosklerotické tepny a označení jejich rozměrů:

- a – tloušťka vrstvy tunica adventitia
- b – tloušťka vrstvy tunica media
- c – tloušťka vrstvy tunica intima
- d – tloušťka nekrotického jádra
- e – tloušťka fibrózního krytu
- α – úhel nekrotického jádra
- r_{lum} – poloměr lumenu

Rozměry jednotlivých vrstev jsou uvedeny v následující tabulce, její hodnoty vychází z práce [13], dle které je celková tloušťka stěny kyčelní tepny 1,05 mm. Z toho 14% připadá na intimu, 44% na mediu a zbylých 42% na adventitiu.

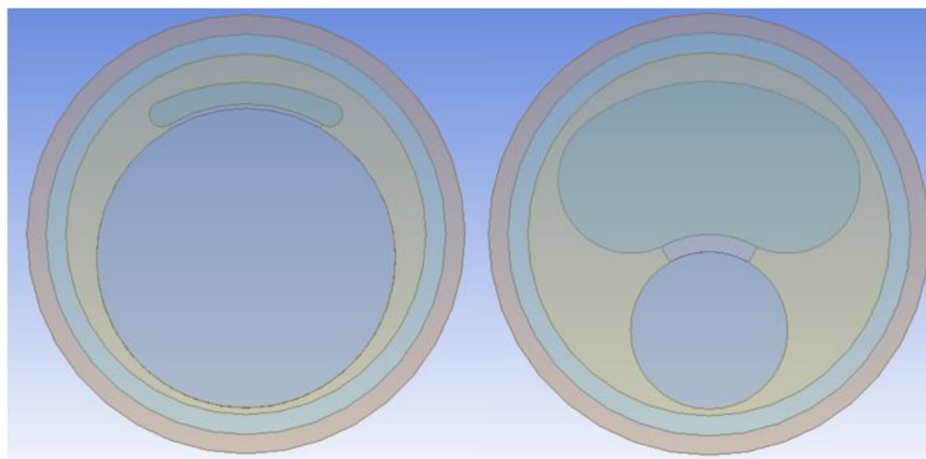
Pro rozměry a , b , c a α tedy platí, že během výpočtů se jejich hodnoty nemění. Rozměry d a e jsou proměnné, byly tedy parametrizovány a v závislosti na nich se mění také hodnoty poloměru lumenu. Součet všech vrstev tvoří vnější průměr kyčelní tepny zvolený pro tuto práci a to 10,1 mm.

Tab. 1 Rozměry geometrie

Označení	Rozměr	Hodnota	Jednotka
a	<i>Tunica adventitia</i>	0,441	[mm]
b	<i>Tunica media</i>	0,462	[mm]
c	<i>Tunica intima</i>	0,147	[mm]
d	<i>Nekrotické jádro</i>	2,0 – 5,0 (:0,3)	[mm]
e	<i>Fibrózní kryt</i>	0,03 – 0,30 (:0,03)	[mm]
α	<i>Úhel nekrotického jádra</i>	30	[°]
r_{lum}	<i>Poloměr lumenu</i>	2,2 – 5,35	[mm]

Výpočty byly provedeny pro jednotlivé kombinace proměnných rozměrů, jejichž intervaly hodnot byly rozděleny do několika kroků. Pomocí parametrizace bylo takto sestaveno 110 trojic hodnot dle progresu vývoje aterosklerózy pro fyziologický (normální, přirozený) systolický tlak, a pak také pro tlak vysoký.

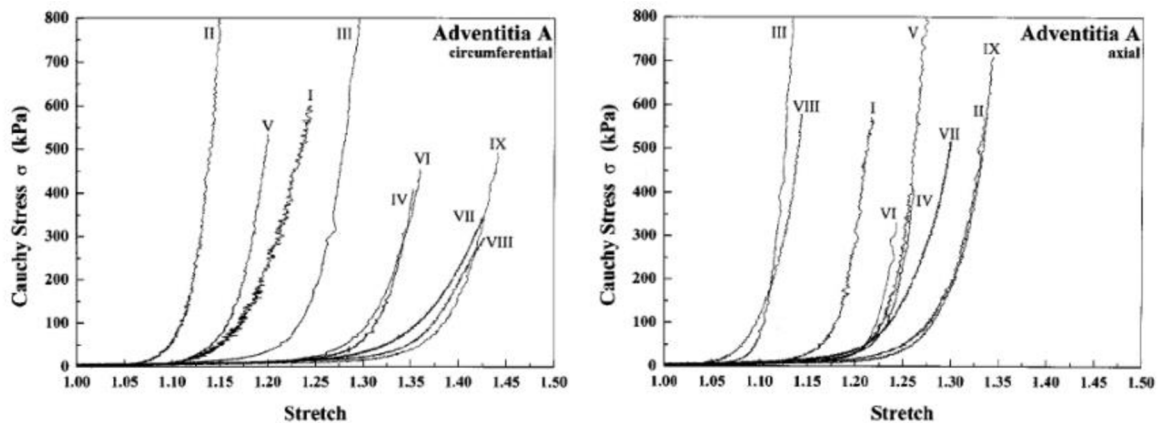
Na obr.14 níže lze vidět geometrie vytvořená v programu WB, jež byla v analýze použita. Horní okraj nekrotického jádra zůstává v nedeformovaném stavu stále ve stejné vzdálenosti 7,5 mm od spodního bodu lumenu. Při růstu nekrotického jádra tedy dochází ke změně pouze u dolního okraje, jehož posunem dochází k posunu fibrózního plátu, který také nezávisle mění svůj rozměr. V závislosti na změně těchto dvou rozměrů dochází také ke zmenšení poloměru lumenu, což lze také vidět na obr.14 níže. Součet těchto tří rozměrů zůstává po celou dobu pro všechny kombinace výpočtů stejný, a to již zmíněných 7,5 mm.



Obr. 14 Vytvořená geometrie modelu – porovnání fází aterosklerózy

4.2 Materiálová data

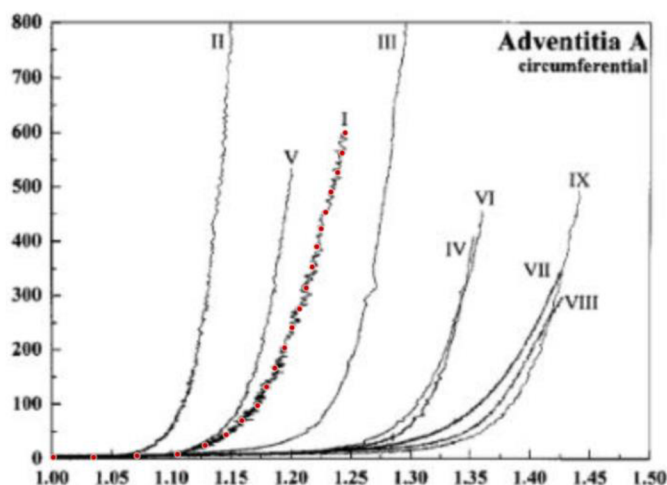
Pro materiálová data byly využity grafy ze článku [14], na kterých je vyobrazena závislost Cauchyho napětí na protažení pro všechny vrstvy tepny v obvodovém (circumferential) i axiálním směru.



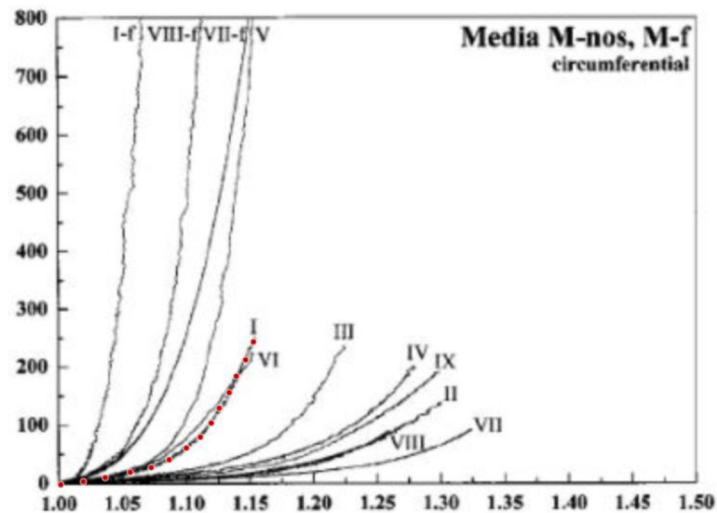
Obr. 15 Grafy závislosti Cauchyho napětí na protažení v obvodovém (vlevo) a axiálním (vpravo) směru [14]

Jednotlivé křivky popsané římskými číslicemi vyjadřují chování vrstvy různých pacientů. Lze vidět, že rozptyl v chování vrstvy u jednotlivých pacientů je pro oba směry velký. Toto platí pro všechny vrstvy a u každé bude tedy použita pouze jedna zvolená křivka. Z důvodu velkého rozptylu lze také říct, že u průměrných dat tento rozptyl přemáže anizotropii, tedy rozdíl mezi chováním v různých směrech, který lze vidět u pacienta značeného římskou číslicí II na obr.15. Tunica adventitia tohoto pacienta je v obvodovém směru velice tuhá (křivka je v grafu nejvíce vlevo), naopak ve směru axiálním zase poddajná (křivka vpravo).

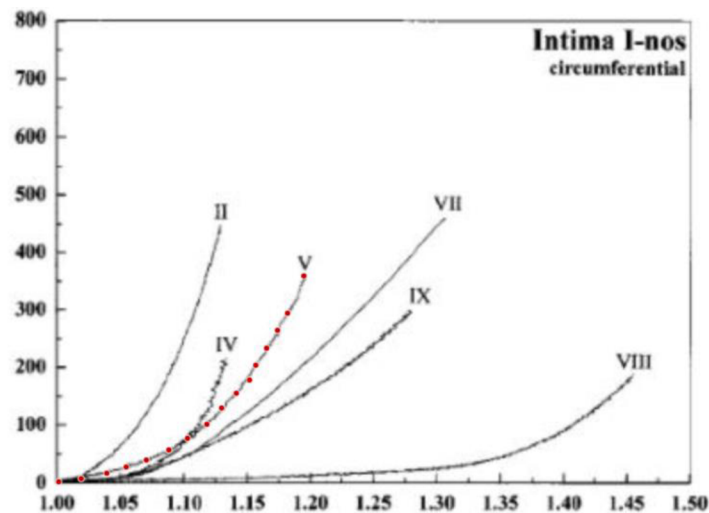
Pro výpočet budou použita pouze data zvolených křivek ze zkoušek v obvodovém směru. Vybrané křivky jsou zvýrazněny na dalších obrázcích červenými puntíky. Jedná se o křivku I pro adventitii a mediu, u intimy byla vybrána křivka V (chybí I), a to z důvodu minimalizace rozdílu na rozhraní s fibrózním krytem.



Obr. 16 Závislost Cauchyho napětí [kPa] na protažení pro vrstvu t. adventitia v obvodovém směru. Převzato z [14]. Upraveno.



Obr. 17 Závislost Cauchyho napětí [kPa] na protažení pro vrstvu t. media v obvodovém směru. Převzato z [14].
Upraveno.



Obr. 18 Závislost Cauchyho napětí [kPa] na protažení pro vrstvu t. intima v obvodovém směru. Převzato z [14].
Upraveno.

K extrakci souřadnic z grafů bylo využito online programu *Web Plot Designer*. Do programu se nejprve daný graf nahrál, poté byly výběrem bodů definovány osy a následně již bylo možné vybírat jednotlivé body ležící na dané křivce. Program sám pak vypsal souřadnice těchto bodů.

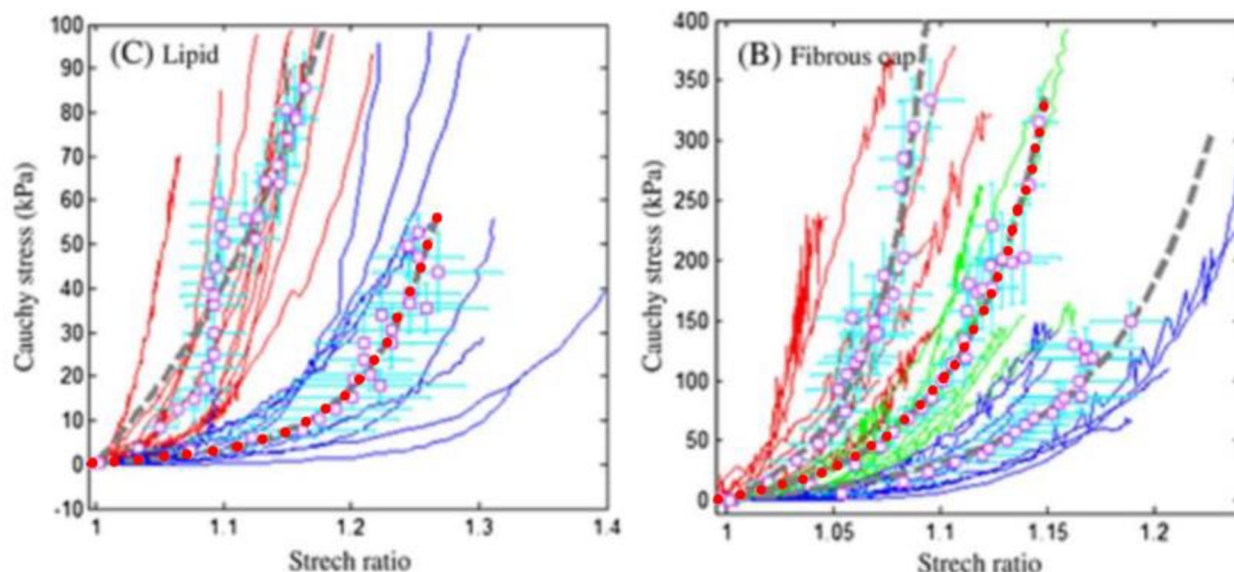
Jelikož jsou v grafech zobrazeny závislosti Cauchyho napětí [kPa] na protažení [-], bylo potřeba tyto hodnoty přepočítat na data, se kterými pracuje WB. Cauchyho (skutečné) napětí σ bylo tedy převedeno na první Piola-Kirchhoffovo (smluvní) napětí τ a také protažení λ bylo převedeno na smluvní přetvoření ε . K těmto přepočtům posloužily následující vztahy:

$$\tau = \frac{\sigma}{\lambda}$$

$$\varepsilon = \lambda - 1$$

Tyto upravená data bylo již možné vložit do WB a proložit je křivkou. WB je vybavený možností *fitovat* takováto data pomocí různých konstitutivních modelů. Z kapitoly 3.2 byl vybrán model Yeoh 3.řádu, jelikož se z hlediska biomechaniky stěny tepny jedná o nejčastěji používaný model.

Pomocí těchto grafů byly popsány pouze jednotlivé vrstvy tepny. Pro tepny s atheromem bylo třeba popsat také chování tzv. nekrotického jádra, které se skládá především z lipidů, a chování fibrózního krytu, jenž nekrotické jádro odděluje od proudící krve. K tomuto byly využity následující grafy z článku [15].



Obr. 19 Závislost Cauchyho napětí na protažení u lipidové vrstvy (vlevo) a fibrózních krytů. Převzato z [15]. Upraveno.

Z grafů byly opět extrahována data, obdobně jako pro jednotlivé vrstvy tepny. Opět byla z každého grafu zvolena pouze jedna křivka. Tyto jsou na obr.19 zvýrazněny červenými puntíky. V programu *Web Plot Designer* byly vygenerovány souřadnice bodů ležících na dané křivce, které se přepočítaly na použitelná data a poté opět využít model Yeoh 3.řádu k proložení těchto bodů.

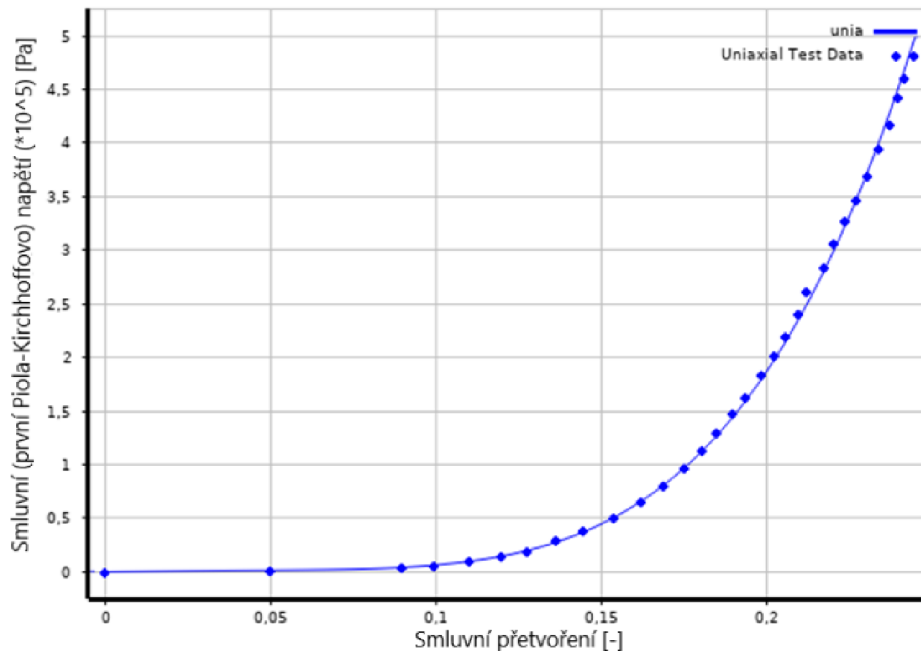
Pomocí tzv. *fitování* v programu WB bylo chování jednotlivých materiálových vrstev popsáno pomocí tří číselných parametrů c_{10} , c_{20} a c_{30} , jenž jsou vypsány v následující tabulce:

Tab. 2 Hodnoty parametrů pro konstitutivní modely

Vrstva	Tunica Adventitia	Tunica Media	Tunica Intima	Nekrotické jádro	Fibrózní plát
c_{10} [kPa]	6,978	34,476	61,153	4,616	71,181
c_{20} [kPa]	-185,574	574,903	992,165	8,593	474,842
c_{30} [kPa]	6 362,752	1 366,24	1 137,445	252,007	19 832,84

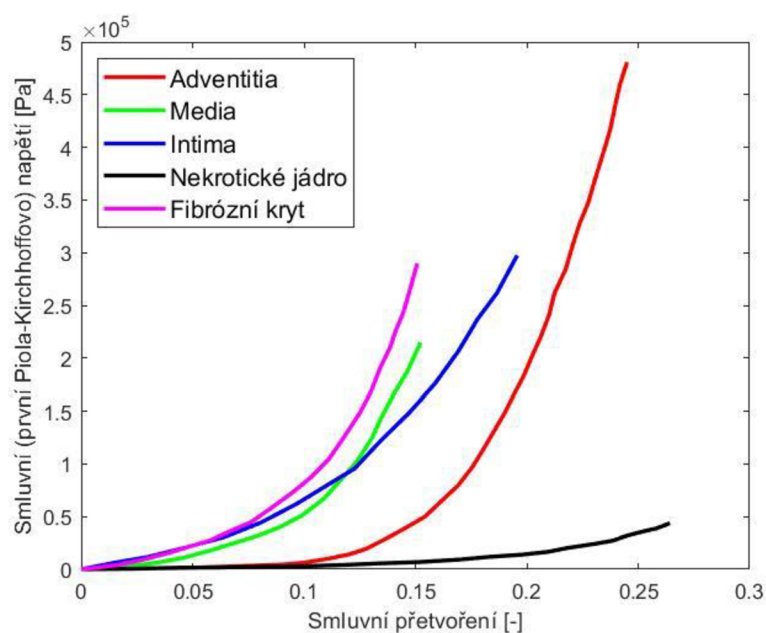
Takto získané materiálové parametry bylo již možné přidělit jednotlivým vrstvám ve vytvořené geometrii pro výpočtový model.

Jeden z příkladů proložení extrahovaných souřadnic pomocí konstitutivního modelu lze vidět na obr.20 níže. Jedná se o vrstvu *tunica adventitia* a takto bylo pomocí programu WB vykresleno její chování, resp. závislost napětí a deformace.



Obr. 20 Příklad fitování pomocí programu Ansys Workbench

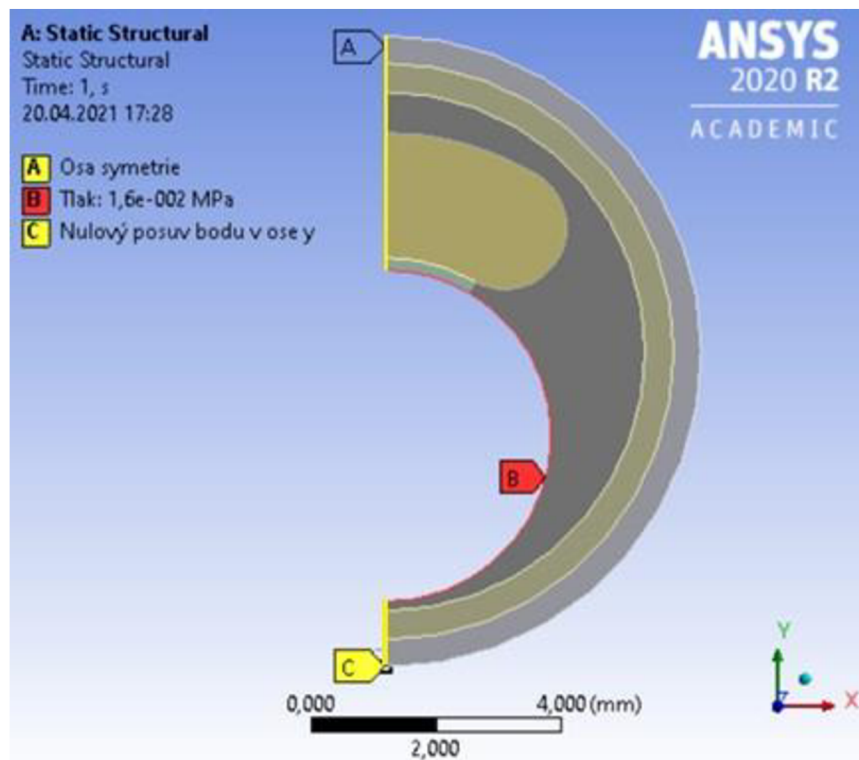
V následujícím obrázku lze vidět vykreslení křivek popisující chování všech vrstev aterosklerotické tepny. Graf již obsahuje hodnoty, jež byly z původních grafů přepočítány a poté využity ve WB.



Obr. 21 Závislost smluvního napětí na přetvoření pro jednotlivé vrstvy aterosklerotické tepny

4.3 Okrajové podmínky a zatížení

Na obr.22 lze vidět použité okrajové podmínky a také zatížení působící na vytvořenou geometrii, které znázorňuje tlak působící na stěnu lumenu. Co se týče okrajových podmínek, byla použita symetrie idealizovaného modelu, s jejím využitím došlo k úspoře výpočtového času a bylo pomocí ní možné tepnu jednoznačně ukotvit v prostoru. Žlutou barvou jsou na obrázku vyznačeny právě tyto okrajové podmínky. Písmeno A označuje osu symetrie uprostřed tepny, kde byly nastaveny nulové posuvy v ose x. Písmeno C pak označuje bod s nulovým posuvem v ose y, a to z důvodu zamezení pohybu ve směru této osy. Pod písmenem B se pak skrývá zatížení tepny, které je vyvoláno systolickým tlakem popsáním v kapitole 2.3.



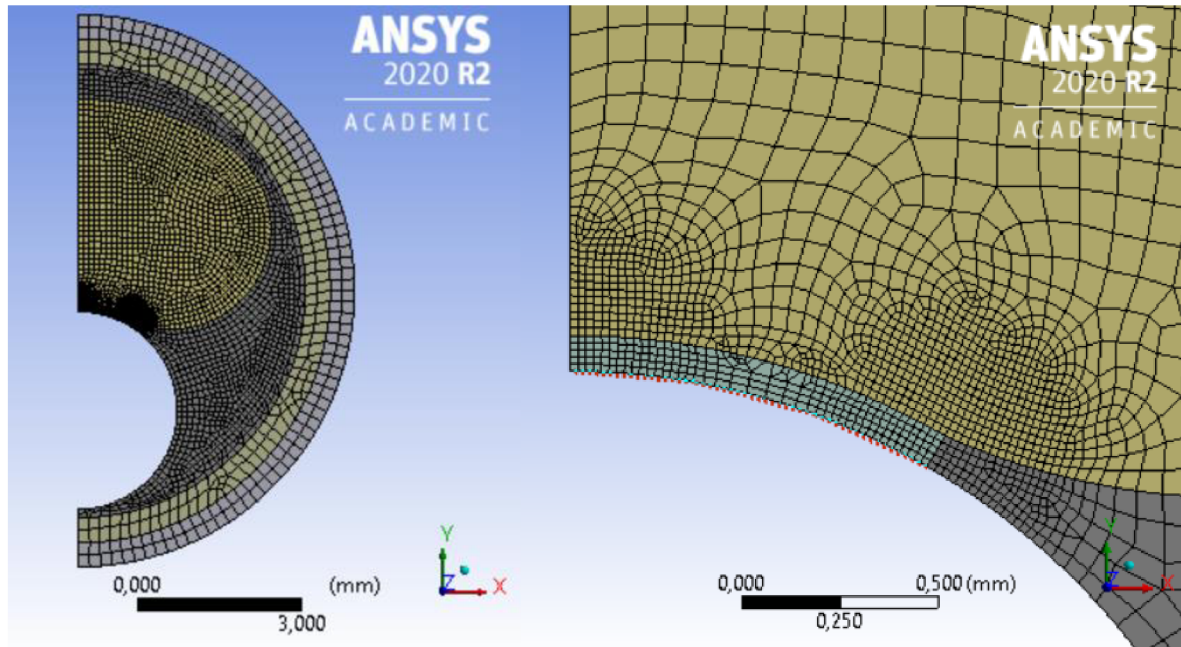
Obr. 22 Aplikované okrajové podmínky a zatížení

Okrajové podmínky budou pro všechny typy geometrie s různými rozměry stejné. Pro tlak budou využity dvě hodnoty, a to systolický tlak zdravého člověka (16 kPa) a poté systolický tlak člověka trpícího vážnou hypertenzí (24 kPa).

4.4 Síť

Pro konečno prvkovou síť jsem volil prvky o třech velikostech, a to 0,02 mm, 0,1 mm a 0,2 mm. Nejmenší prvky byly použity v místech kontaktů fibrózního krytu s další vrstvou. Prvky střední velikosti pak pro zbytek fibrózního krytu, pro nekrotické jádro a také pro vrstvu tunica intima. Největší prvky byly použity pro vrstvy tunica media a adventitia, jelikož zde dochází k působení nejmenších napětí. Byly využity osmiuzlové kvadratické rovinné prvky PLAIN183.

Vazby mezi jednotlivými vrstvami byly nastaveny pomocí funkce *mesh connection*, což znamená, že prvky na rozhraní materiálů byly propojeny společnými uzly. Nebylo tedy zapotřebí specifikovat žádné kontaktní vazby. Na obr.23 lze vidět takto vytvořenou síť.



Obr. 23 Síťování geometrie: celkový pohled (vlevo), detail zjemněné sítě (vpravo)

4.5 Analýza

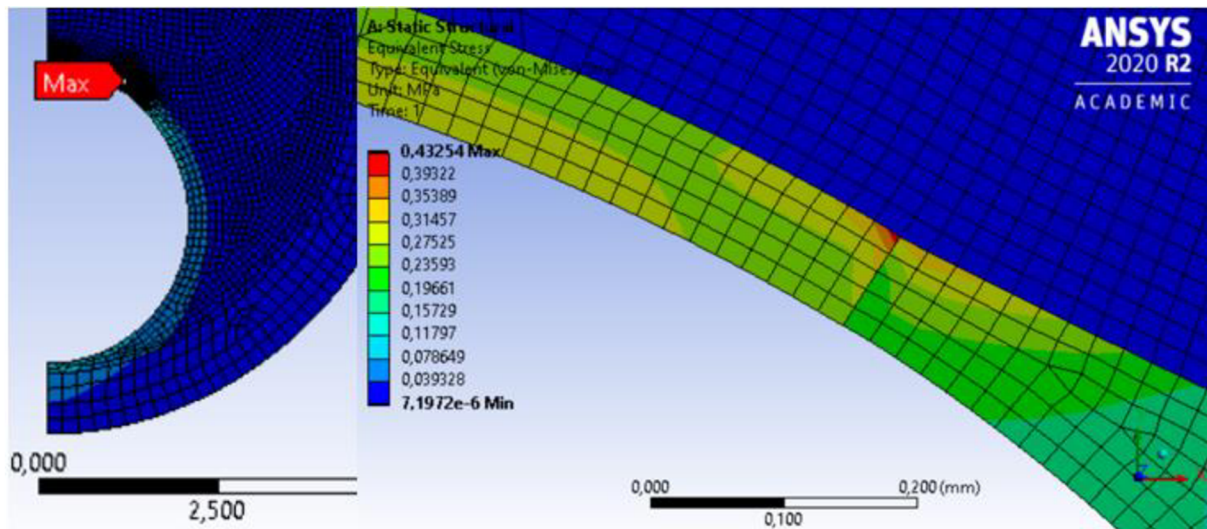
4.5.1 Nastavení analýzy

V úvodu analýzy bylo nutné připravit nastavení, aby výpočty proběhly správně a odpovídaly co nejvíce realitě. Jelikož je geometrický model rovinný, bylo před zahájením výpočtů třeba nastavit typ analýzy na 2D. Pro jednotlivé prvky, jež tvoří síť výpočtového modelu, bylo přiřazeno chování typu *plane strain*, abychom se více přiblížili reálným výsledkům. Tento typ chování se využívá u objektů, jejichž délka je mnohonásobně větší než další dva rozměry, což splňují právě tepny. Posledním důležitým nastavením před zahájením výpočtů bylo zohlednit výskyt nelinearity z důvodu velkých přetvoření. Proto bylo pro model potřeba nastavit velké deformace neboli *large deflection*, což hyperelastické chování tepen zohledňuje.

Výpočet byl rozdělen na dvě části dle působícího tlakového zatížení, tedy pro tlak 16 kPa respektive 24 kPa. Obě tyto části se skládaly z celkem 110 analýz dle kombinace měnících se parametrů. Celkově tedy proběhlo 220 analýz, kde pro každou jednu z nich byl výpočtový čas přibližně minutu. V součtu všechny analýzy probíhaly necelé 4 hodiny.

Při výpočtech docházelo k nepříznivým výsledkům, a to z důvodu skokové změny chování na rozhraní materiálů. To mělo za následek vznik maximálních napětí v rohu fibrózního krytu, jak lze vidět na obr.24. V realitě je však přechod mezi jednotlivými

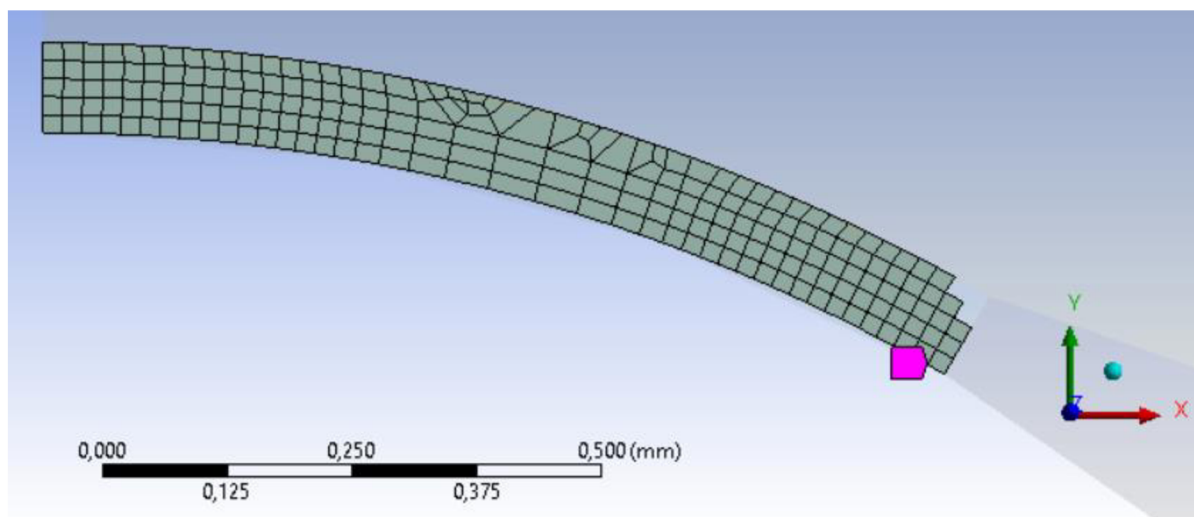
vrstvami spojitý, tudíž k takovému stavu nemůže dojít. Proto bylo během výpočtů toto místo zanedbáno a výsledky ignorovány.



Obr. 24 Výpočtový artefakt – vznik maximálních napětí v místě rozhraní materiálu

K odstranění těchto lokálních extrémů bylo zapotřebí odselektovat prvky, ve kterých se ona výpočtová chyba projevila. Díky této úpravě byly určeny pouze napětí, jež odpovídají reálnému chování tepny.

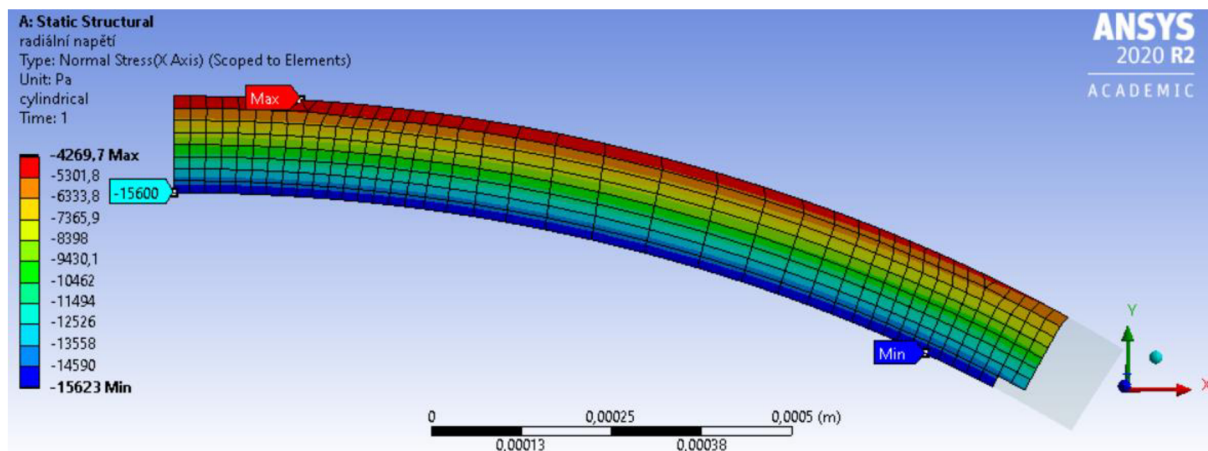
Pro vyhodnocení napětí během analýzy byla nastavena pouze geometrie, jež odpovídá fibróznímu krytu bez odselektovaných prvků. Byla takto zvolena z důvodu výskytu nejvyšších napětí, a tedy i nejnebezpečnějšího místa průřezu tepny vzhledem k případné ruptuře. Maximální napětí u všech analýz byly tedy vyhodnoceny pro část geometrie zobrazenou na obrázku níže.



Obr. 25 Geometrie pro vyhodnocení napětí

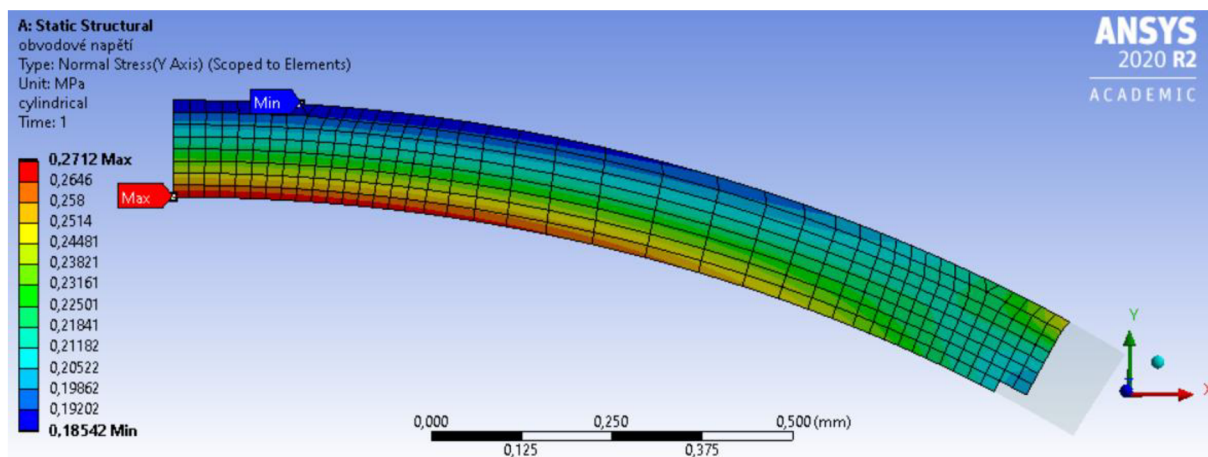
Pro kontrolu nastavení analýzy, bylo posouzeno vykreslení radiálních a obvodových napětí. S využitím znalostí teorie z předmětu Pružnost a pevnost víme, že by radiální napětí na vnitřním povrchu fibrózního krytu mělo odpovídat zadaným okrajovým

podmínkám. Jelikož se jedná o tlakové zatížení, mělo by být vykresleno se záporným znaménkem a o hodnotě 16 kPa pro fyziologický tlak. Na obr.26 můžeme vidět, že napětí dané hodnotě přibližně odpovídají, až na drobné odchylky v rozmezí 2–3%. Hodnoty napětí na obrázku jsou vypsány v jednotkách Pa.



Obr. 26 Radiální napětí [Pa] na fibrózním krytu

Co se týče obvodových napětí, tak jelikož na tepnu působí tlak uvnitř, dochází ke zvětšování průměru tepny. Jinak řečeno tepna se roztahuje, což znamená, že v obvodovém směru by mělo působit napětí tahové, tedy s kladným znaménkem. Na obrázku můžeme vidět, že se zvětšující se tloušťkou fibrózního krytu obvodové napětí klesá. Z teorie opět víme, že při zvětšování (roztahování) rotačně symetrického tělesa vnitřním tlakem vznikají největší obvodová napětí na vnitřních površích, což splňuje i vytvořený model, jak lze vidět na obr.27.



Obr. 27 Obvodové napětí [MPa] na fibrózním krytu

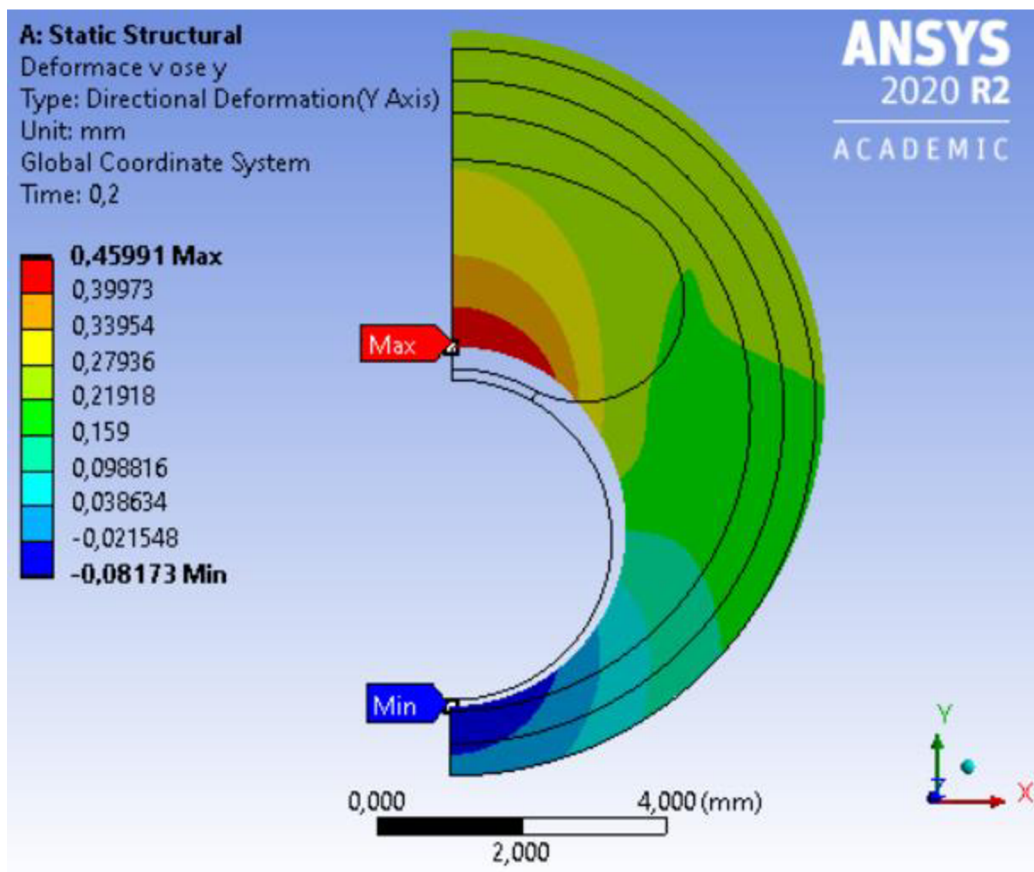
Pro oba druhy napětí bylo zapotřebí opět odselektovat prvky, jež vykazovaly chování ovlivněné výpočtovým artefaktem na rozhraní materiálů. Avšak jelikož vliv výpočtového artefaktu u těchto druhů napětí vykazovalo více prvků než u napětí redukovaného, bylo nutné jich odselektovat více.

Z obrázků také vyplývá, že hodnoty radiálních napětí jsou mnohonásobně menší než napětí obvodová. Pro zde zvolenou geometrii jsou hodnoty 16 kPa a 271,2 kPa.

4.5.2 Výstupy analýzy

Jak již bylo zmíněno, analýza je rozdělena do dvou částí. Obě části budou v další podkapitole nejprve uvedeny samostatně a poté budou jejich výsledky srovnány.

Výstupem analýz byly pro každou kombinaci parametrů dva výsledky, a to posuvy ve směru osy y a maximální redukované napětí HMH. Na následujících obrázcích jsou vyobrazeny příklady těchto výsledků.



Obr. 28 Příklad vykreslení deformace tepny ve směru osy y

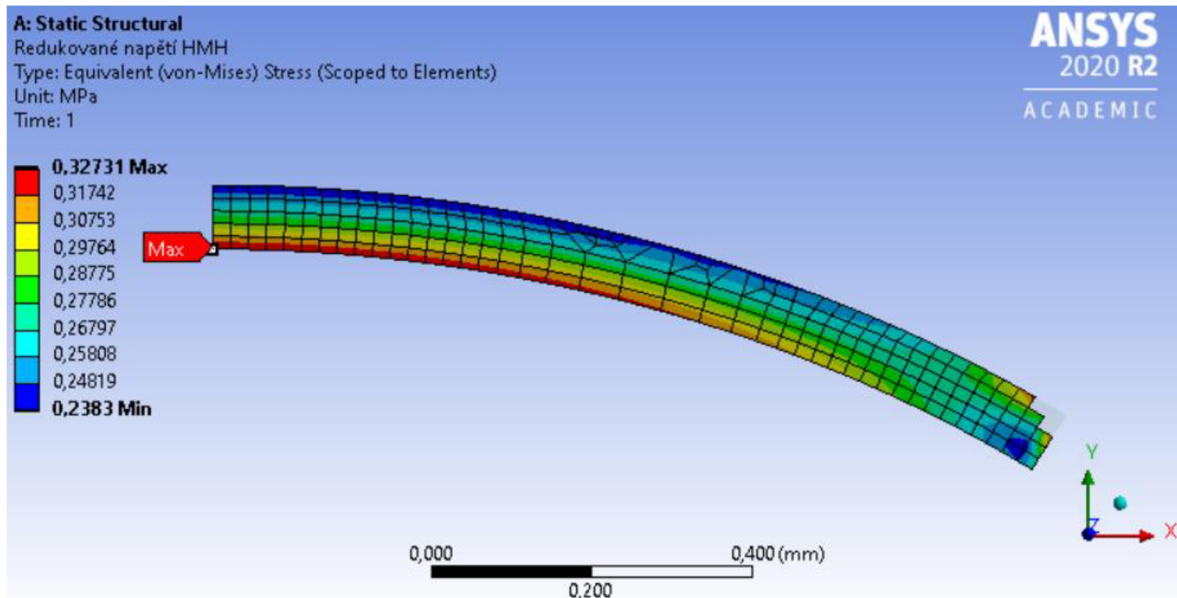
Z obrázku jasně vyplývá, že při tlakovém zatížení proudící krví dochází ke zvětšení průměru lumenu. Z důvodu zvoleného souřadného systému, kdy je dolní bod tepny pevně zafixován, se velikost nového průměru určí pomocí součtu maximální deformace ve směru osy y a minimální deformace ve stejném směru (záporné znaménko). Výsledky se vztahují pouze ke zvolenému souřadnému systému, ve skutečnosti takto tepna uchycena není.

Deformace ve směru osy y, popisují změnu *průměru* lumenu v tomto směru. Oproti tomu posuvy ve směru osy x popisují změnu *poloměru* lumenu ve směru dané osy, a jejich výsledky vychází řádově o několik desetín menší než ve směru osy y.

Například pro geometrii zvolenou na obr.28 je maximální posuv v ose y 0,46 mm a minimální -0,08 mm, z toho vyplývá zvětšení průměru o 0,54 mm. Jedná se o

hodnoty ležící na ose symetrie dle ose y. Oproti tomu maximální posuv ve směru osy x činil 0,24 mm, což značí rozšíření průměru o 0,48 mm.

Vyhodnocovány tedy byly pouze maximální deformace průměru ve svislém směru pro všechny kombinace vstupních údajů. Příklad takového výstupu vidíme na obr.28.



Obr. 29 Příklad vykreslení redukovaného napětí HMH

Co se týče napětí, tak při eliminaci prvků, v nichž se projevil výpočtový artefakt již vycházely přijatelné výsledky. K maximálnímu redukovanému napětí dochází na vnitřním povrchu fibrózního krytu a na ose symetrie dle osy y, což lze vidět na obr.29. Opět byly vyhodnocovány takto získané maximální napětí ze všech analýz.

Pro kombinace všech parametrů byly sestaveny grafy, a to za pomoci počítačového programu Matlab. Výsledky z parametrizovaných výpočtů ve WB byly nejprve vloženy do prostředí MS Excel. Tyto data byly následně zpracovány právě v Matlabu. Výsledkem bylo vykreslení 3D grafů, jež poukazují na vliv nekrotického jádra a fibrózního krytu na maximální deformaci a redukované napětí HMH.

Pro představu budou ke každé analýze přiloženy obrázky znázorňující extrémy deformace průměru ve směru osy y a redukovaného napětí. Na těchto obrázcích lze vidět jak původní nedeformovanou geometrii, tak geometrii deformovanou a také barevná škála znázorňující výsledné deformace a napětí.

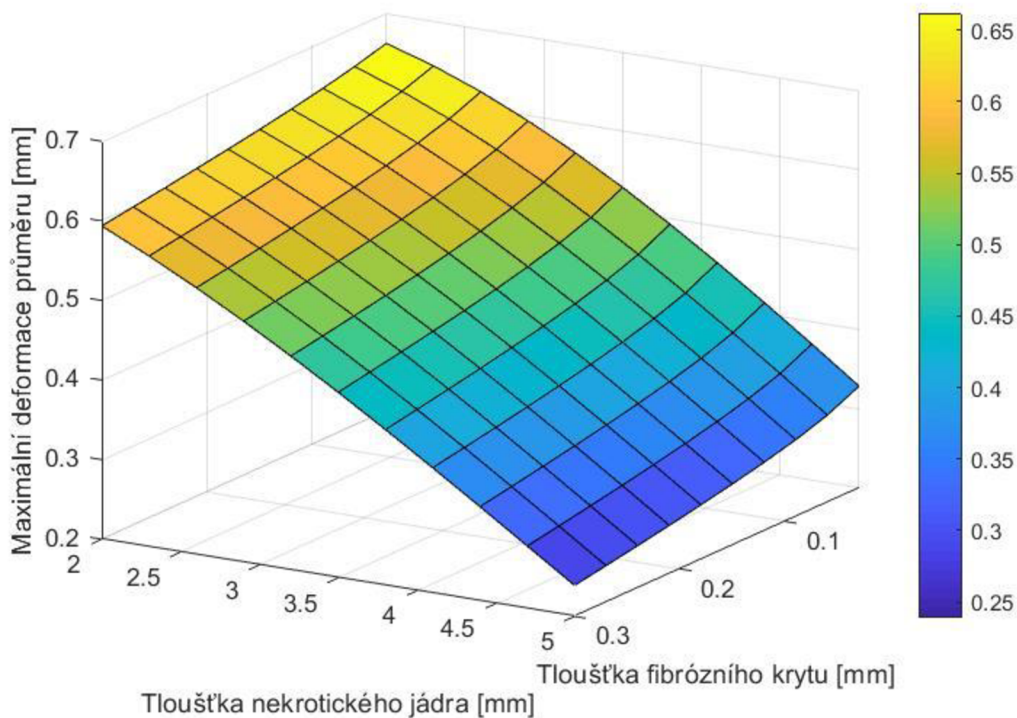
Z hlediska důležitosti pro riziko ruptury ateromu jsou závažná především výsledná napětí. Posouzení deformací je pouze informativní a nemá žádný vliv na možné porušení ateromu.

4.5.3 Výsledky

a) Zatížení fyziologickým systolickým tlakem

Pro zatížení bylo nastaveno tlakové působení o hodnotě 16 kPa.

Deformace



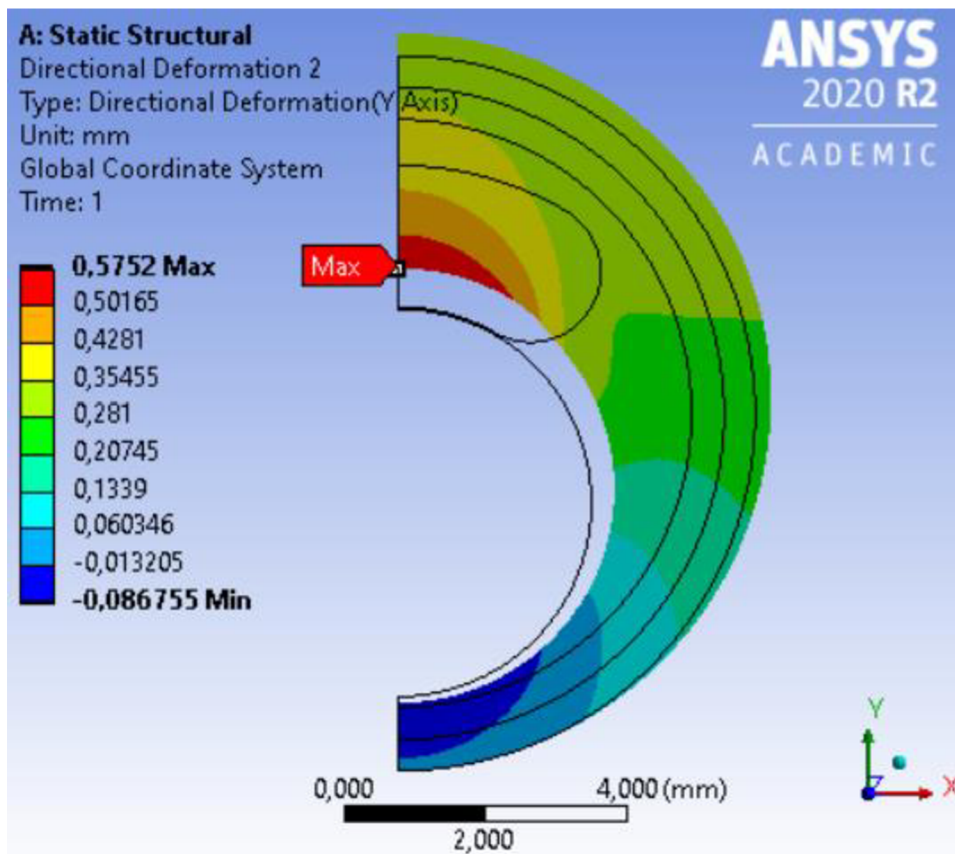
Obr. 30 Grafické zobrazení závislosti maximální deformace průměru ve směru osy y při fyziologickém tlaku

Z grafu pro maximální deformace průměru jasně vyplývá, že posuvy nejvíce ovlivňuje tloušťka nekrotického jádra. K maximálním deformacím tedy dochází, má-li nekrotické jádro nejmenší tloušťku a naopak. Také s klesající tloušťkou fibrózního krytu roste celková deformace, avšak ne tak výrazně. Hodnoty maximálních deformací se pohybují mezi 0,24 a 0,66 mm.

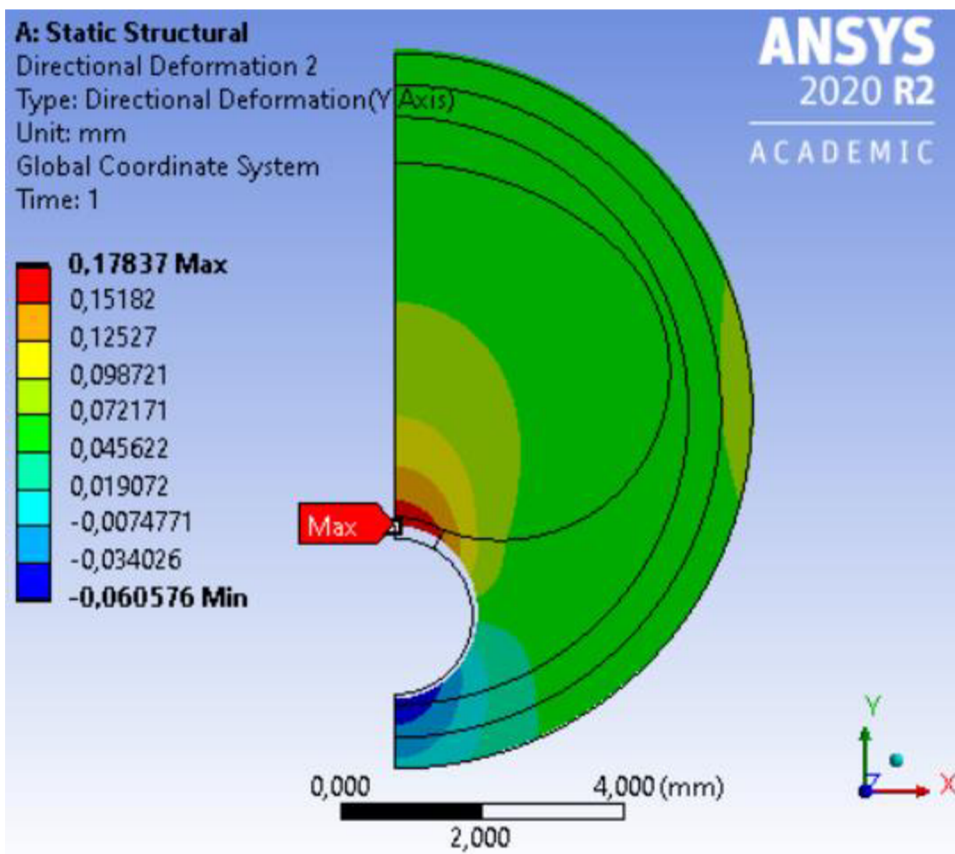
Extrémy:

- maximální deformace – **0,66 mm**
 - tloušťka nekrotického jádra – 2 mm
 - tloušťka fibrózního krytu – 0,03 mm
- minimální deformace – **0,24 mm**
 - tloušťka nekrotického jádra – 5 mm
 - tloušťka fibrózního krytu – 0,3 mm

Tyto extrémy jsou zobrazeny na následujících obrázcích.

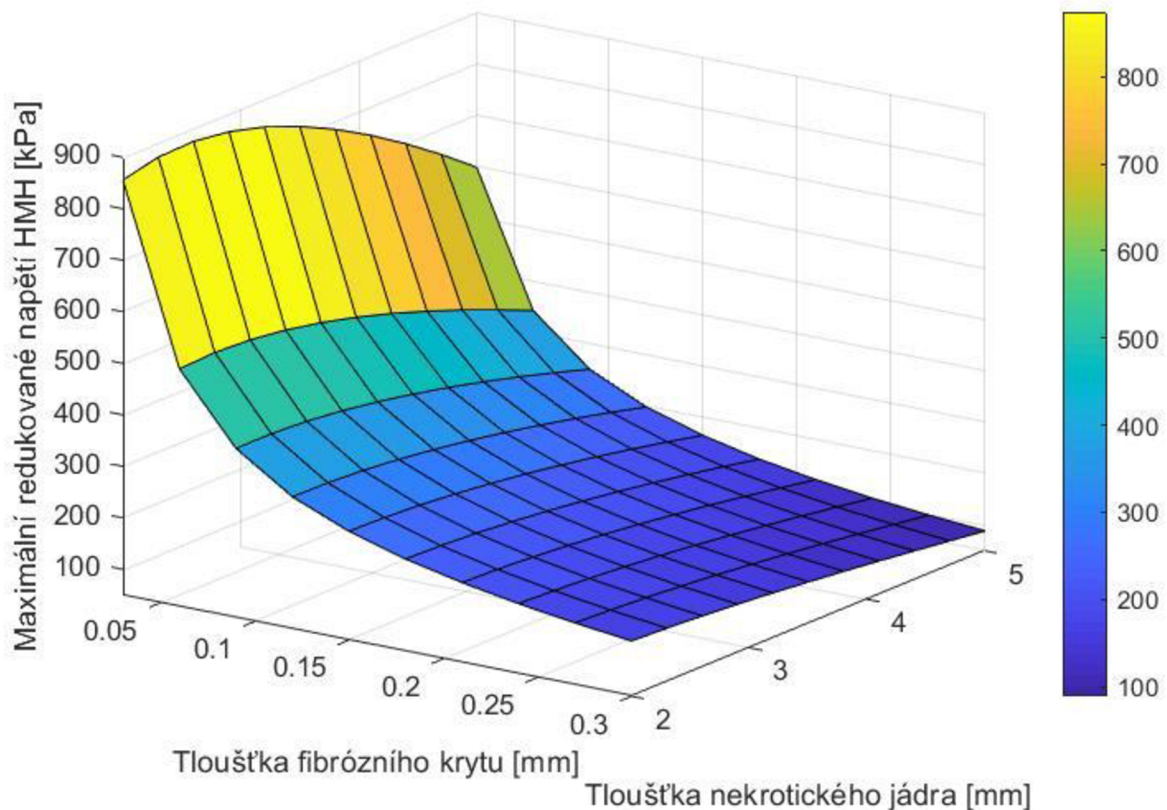


Obr. 31 Maximální deformace průměru ve směru osy y při fyziologickém tlaku – 0,66 mm



Obr. 32 Minimální deformace průměru ve směru osy y při fyziologickém tlaku – 0,24 mm

Napětí



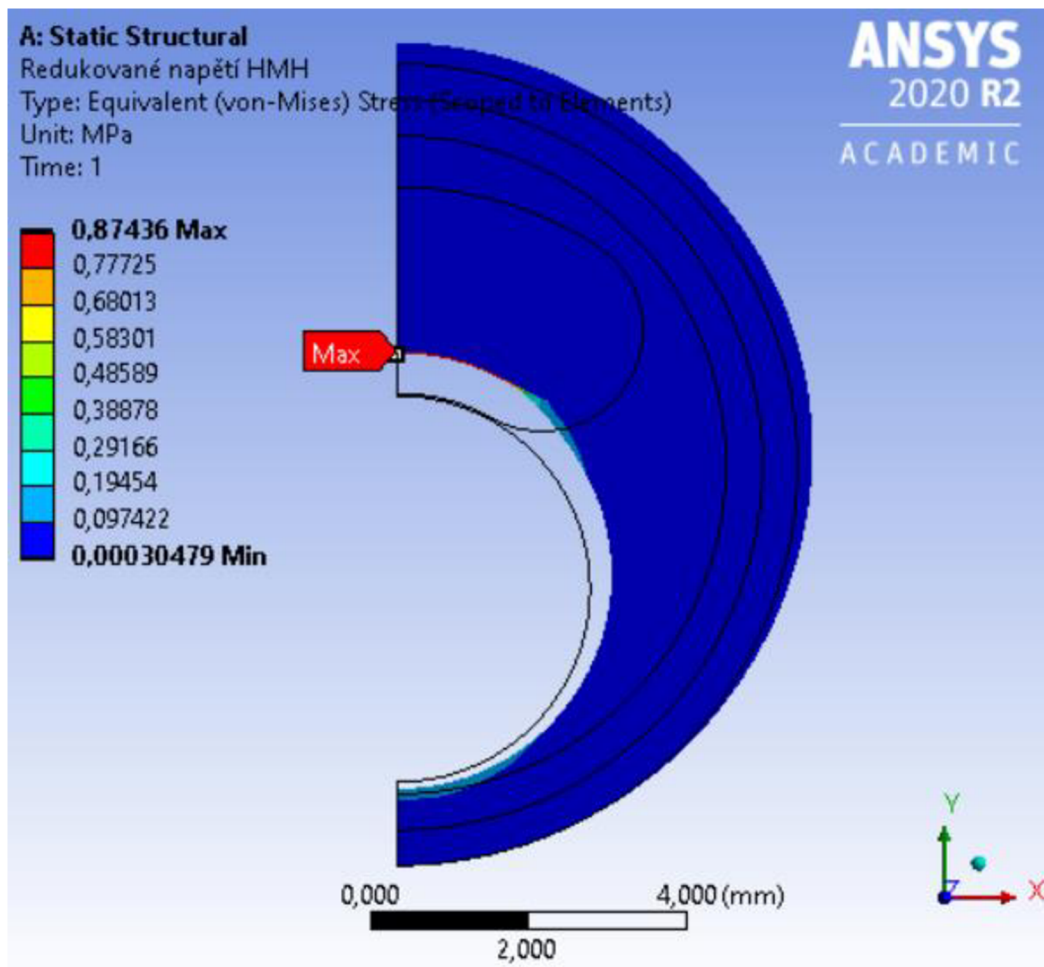
Obr. 33 Grafické zobrazení závislosti maximálního napětí při fyziologickém tlaku

Pro redukované napětí HMH platí, že maximálních hodnot nabývá při nejmenší tloušťce fibrózního krytu. Z hlediska závislosti na rozměru nekrotického jádra platí, že s jeho rostoucí tloušťkou napětí klesá, až na výjimky při velmi malých tloušťkách fibrózního krytu. Z grafu vyplývá, že napětí se pohybuje v rozmezí od 89 do 874 kPa.

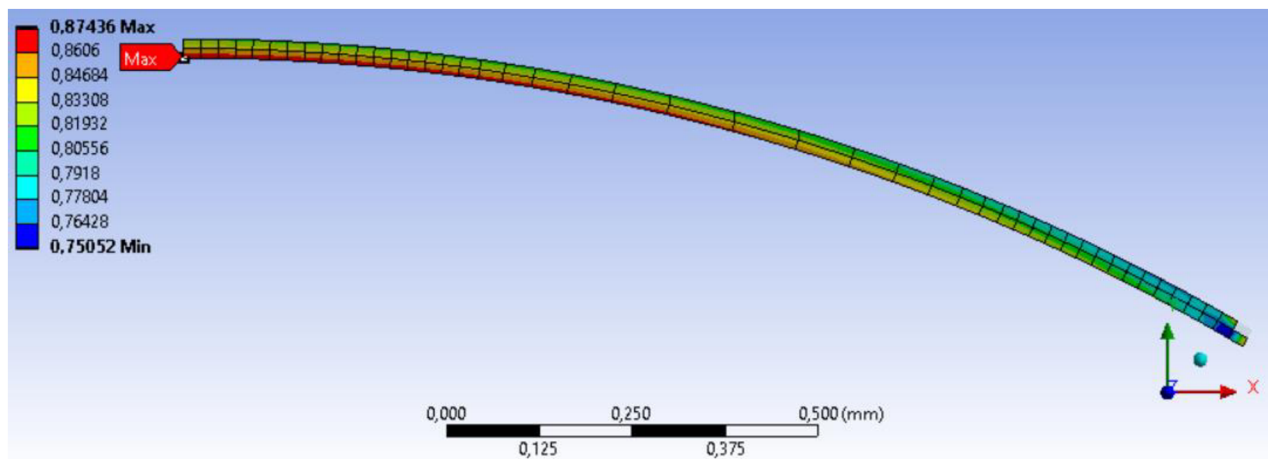
Extrémy:

- maximální redukované napětí HMH – **874 kPa**
 - tloušťka nekrotického jádra – 2,6 mm
 - tloušťka fibrózního krytu – 0,03 mm
- minimální redukované napětí HMH – **89 kPa**
 - tloušťka nekrotického jádra – 5 mm
 - tloušťka fibrózního krytu – 0,3 mm

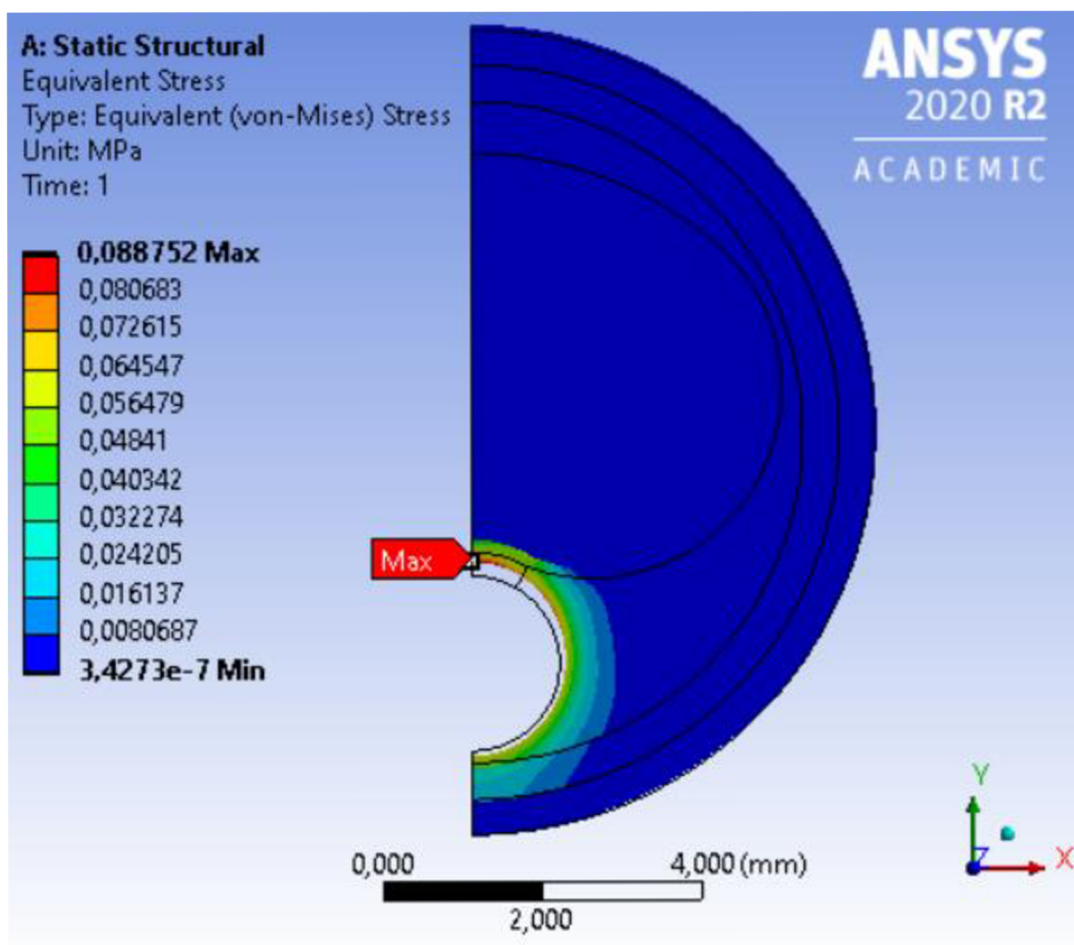
Tyto extrémy jsou opět zobrazeny na následujících obrázcích. První obrázky znázorňují rozložení napětí po celém průřezu tepny. Další obrázek pak zobrazuje detailně rozložení napětí pouze na fibrózním krytu.



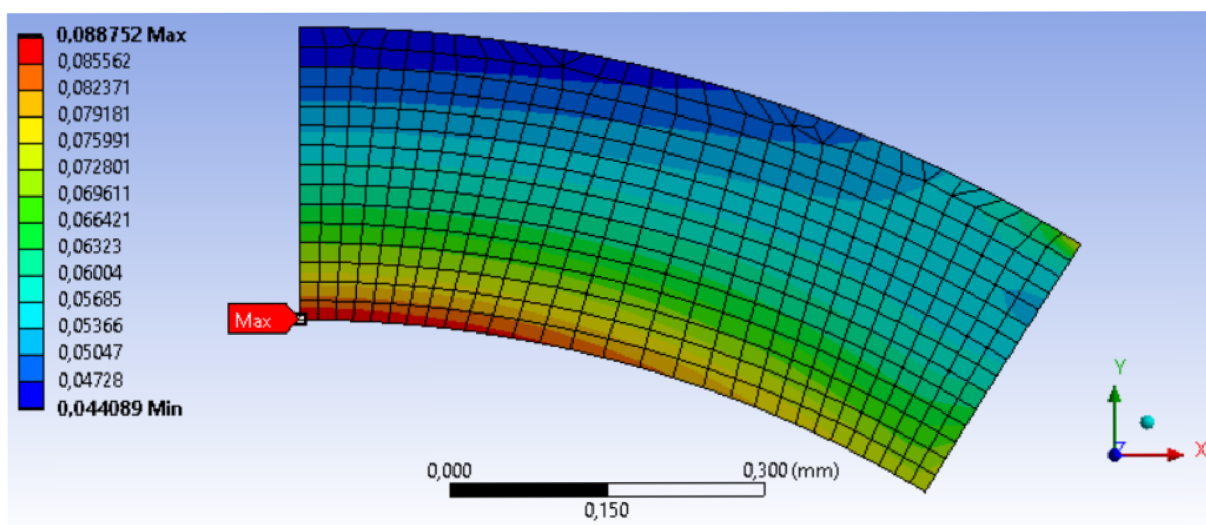
Obr. 34 Maximální redukované napětí při fyziologickém tlaku – 874 kPa



Obr. 35 Maximální redukované napětí při fyziologickém tlaku vykreslené na fibrózním krytu



Obr. 36 Minimální redukované napětí při fyziologickém tlaku – 89 kPa

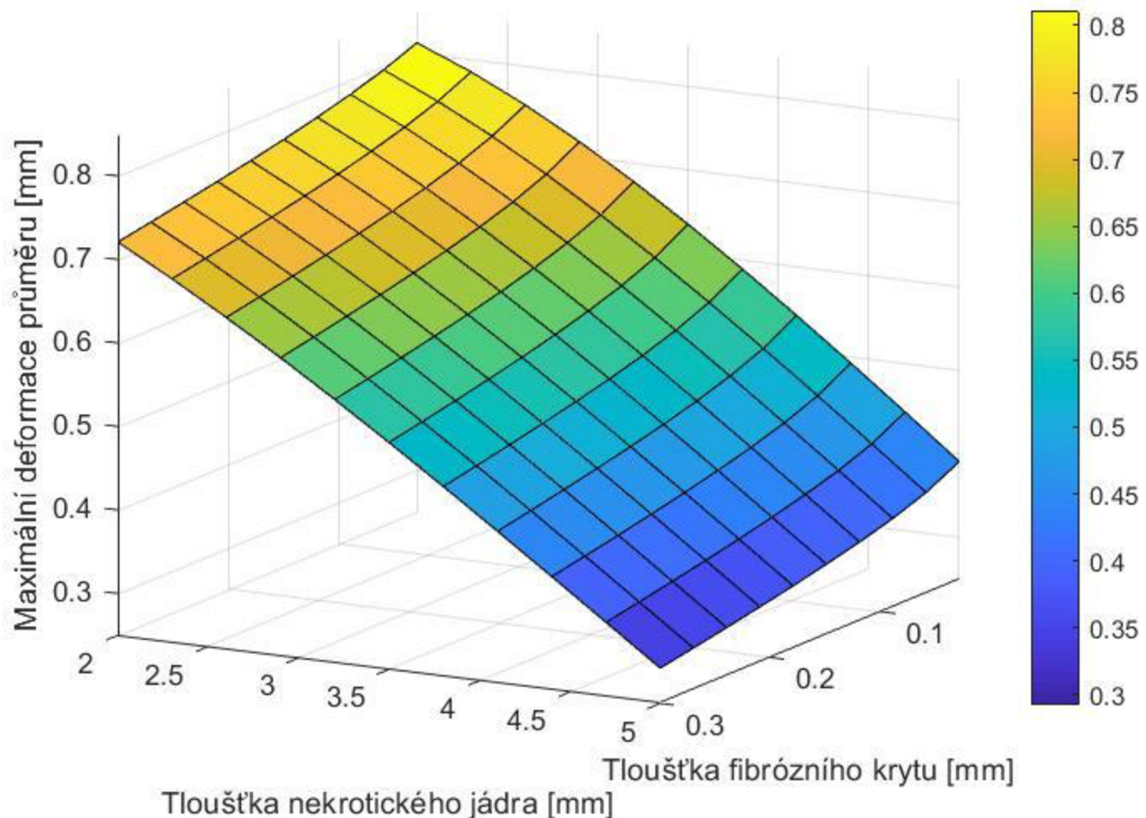


Obr. 37 Minimální redukované napětí při fyziologickém tlaku vykreslené na fibrózním krytu

b) Zatížení vysokým systolickým tlakem

Pro zatížení bylo nastaveno tlakové působení o hodnotě 24 kPa.

Deformace



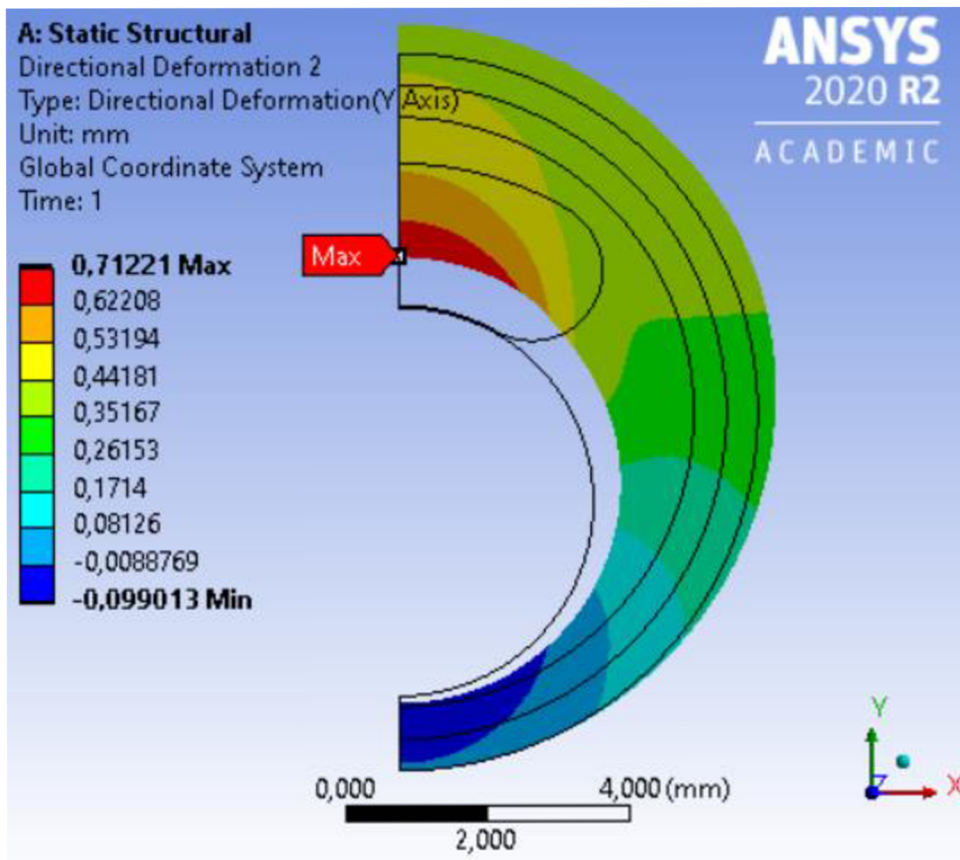
Obr. 38 Grafické zobrazení závislosti maximální deformace průměru ve směru osy y při vysokém tlaku

Z grafu pro maximální deformace průměru vyplývá, že její hodnota opět roste se zmenšující se tloušťkou nekrotického jádra. Obdobně deformaci ovlivňuje také tloušťka fibrózního krytu, avšak její vliv je podstatně menší. Hodnoty maximálních deformací, jež byly z analýzy určeny se pohybují v rozmezí 0,29 až 0,81 mm.

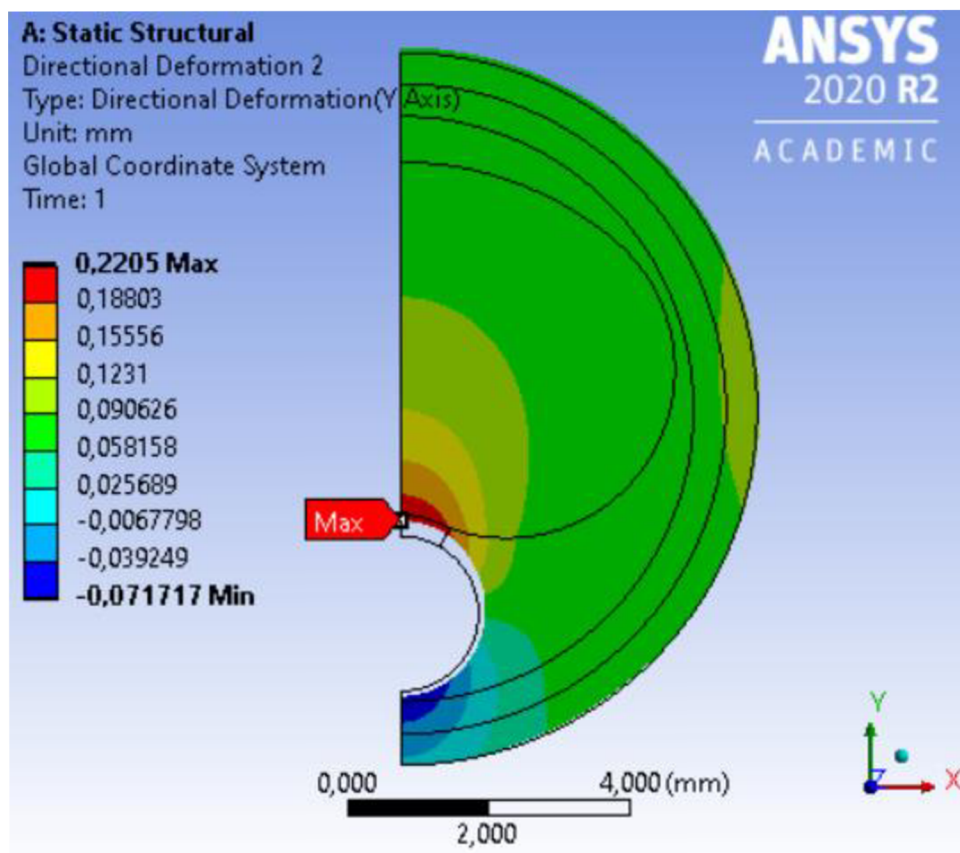
Extrémy:

- maximální deformace průměru – **0,81 mm**
 - tloušťka nekrotického jádra – 2 mm
 - tloušťka fibrózního krytu – 0,03 mm
- minimální deformace průměru – **0,29 mm**
 - tloušťka nekrotického jádra – 5 mm
 - tloušťka fibrózního krytu – 0,3 mm

Tyto extrémy jsou opět zobrazeny na další stránce.

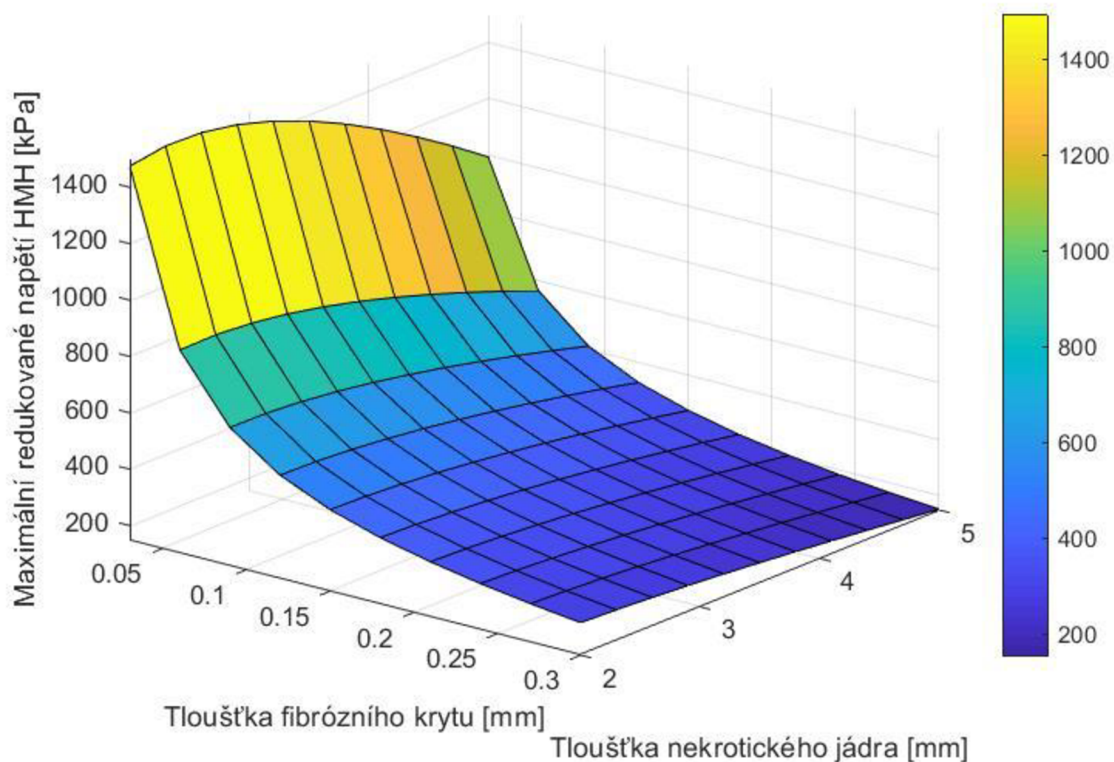


Obr. 39 Maximální deformace průměru ve směru osy y při vysokém tlaku – 0,81 mm



Obr. 40 Minimální deformace průměru ve směru osy y při vysokém tlaku – 0,29 mm

Napětí



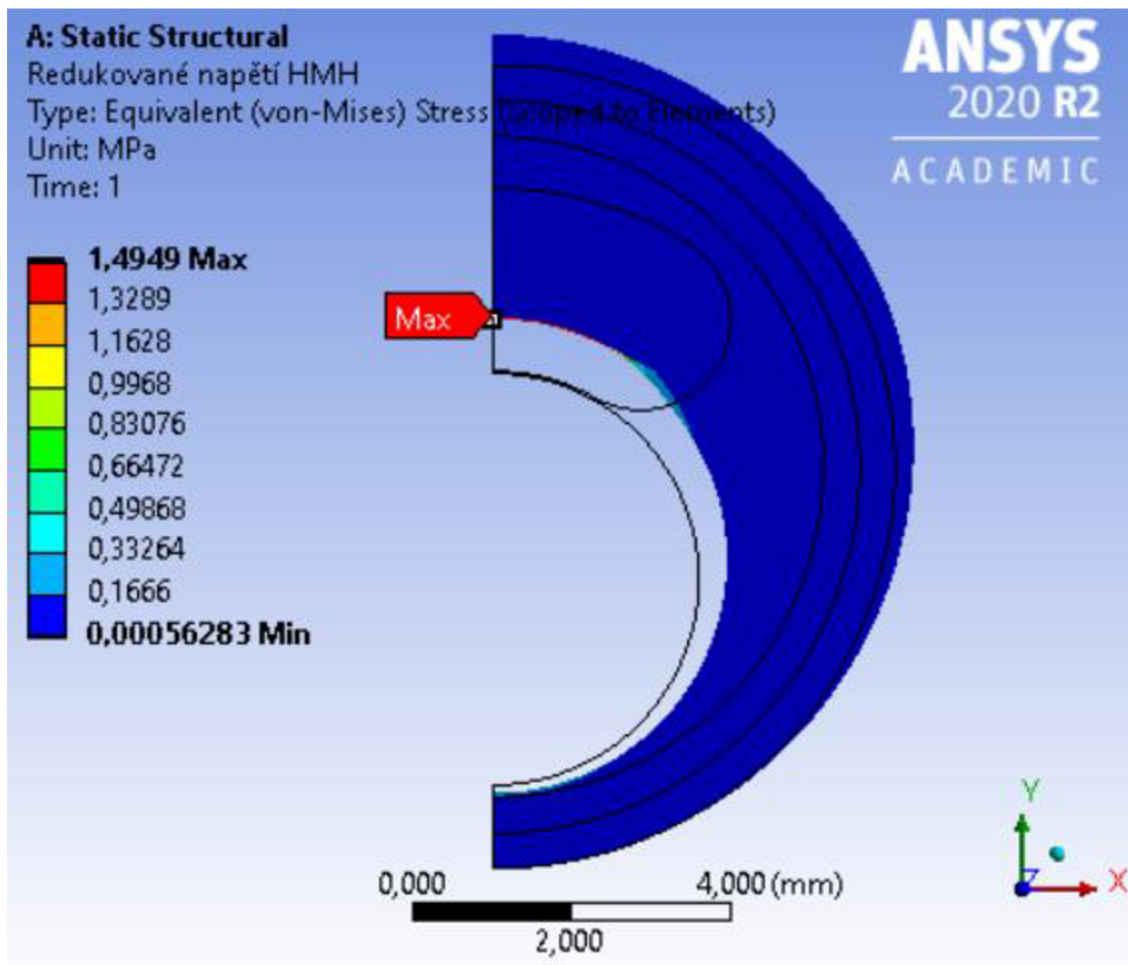
Obr. 41 Grafické zobrazení závislosti maximálního napětí při vysokém tlaku

Z grafu opět vyplývá, že redukované napětí HMH roste v závislosti na tloušťce fibrózního krytu a jeho rapidní růst se projevuje od tloušťky 0,1 mm. Obdobně jako u fyziologického systolického tlaku vychází z hlediska tloušťky nekrotického jádra nejvyšší napětí pro jeho nejnižší hodnoty. Výsledná maximální redukovaná napětí HMH, jež jsou vykreslena v grafu se pohybují v hodnotách mezi 153 a 1 495 kPa.

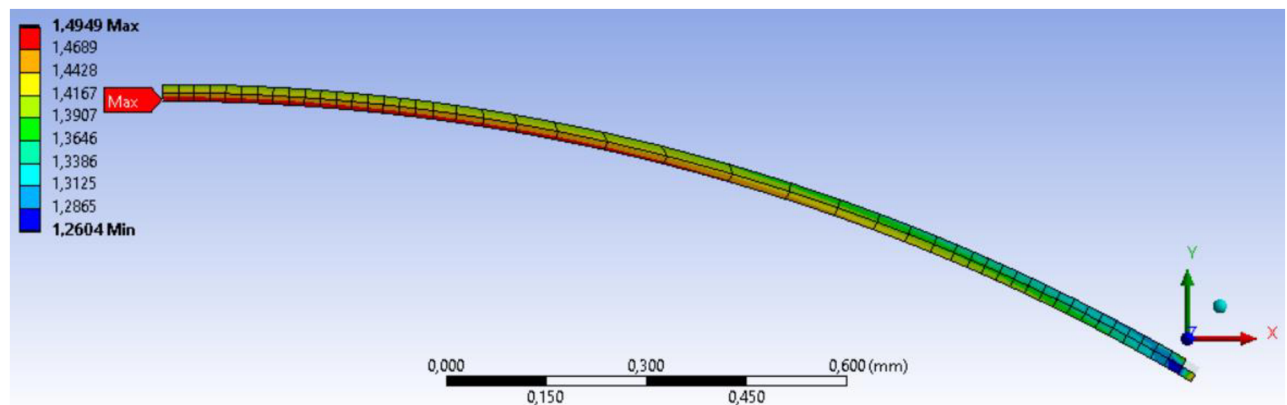
Extrémy:

- maximální redukované napětí HMH – **1 495 kPa**
 - tloušťka nekrotického jádra – 2,3 mm
 - tloušťka fibrózního krytu – 0,03 mm
- minimální redukované napětí HMH – **153 kPa**
 - tloušťka nekrotického jádra – 5 mm
 - tloušťka fibrózního krytu – 0,3 mm

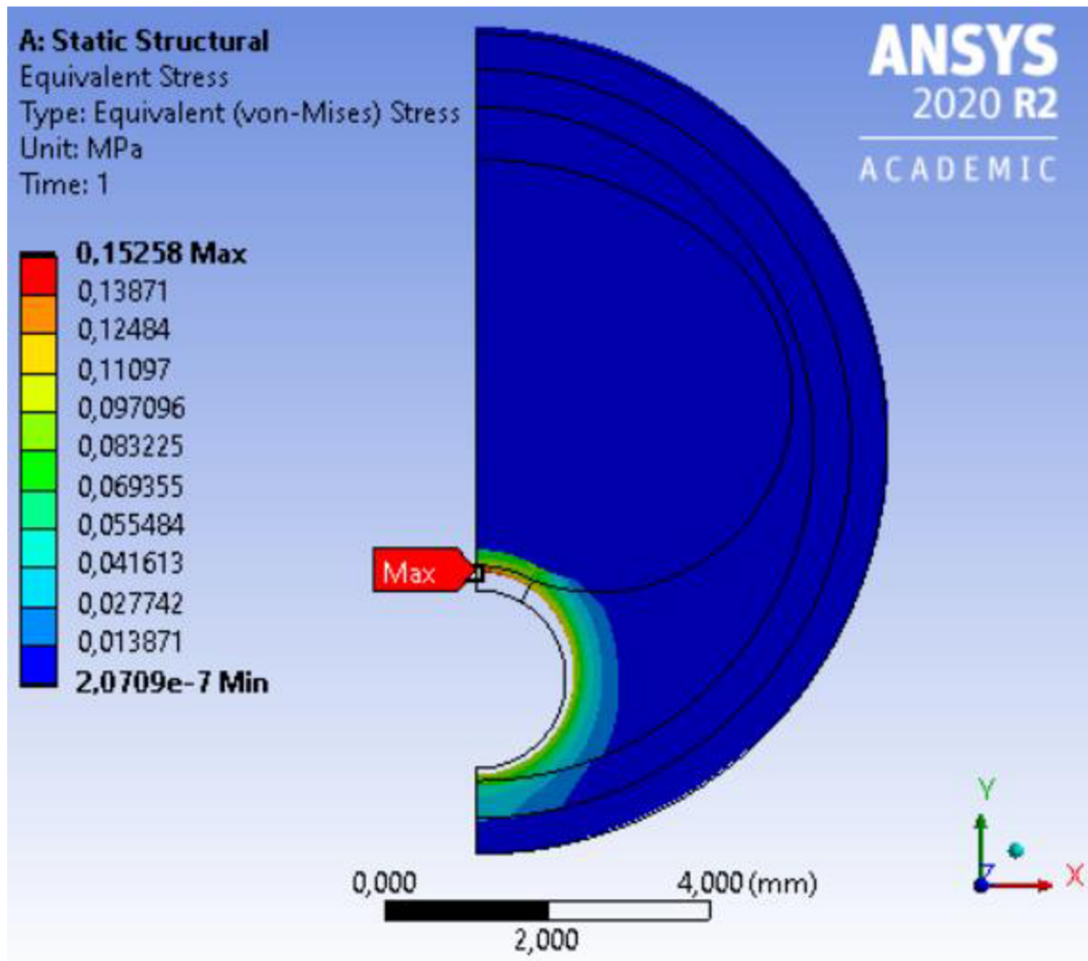
Tyto extrémy jsou zobrazeny na další stránce. Opět je k nim přiložen také detail rozložení napětí na fibrózním krytu.



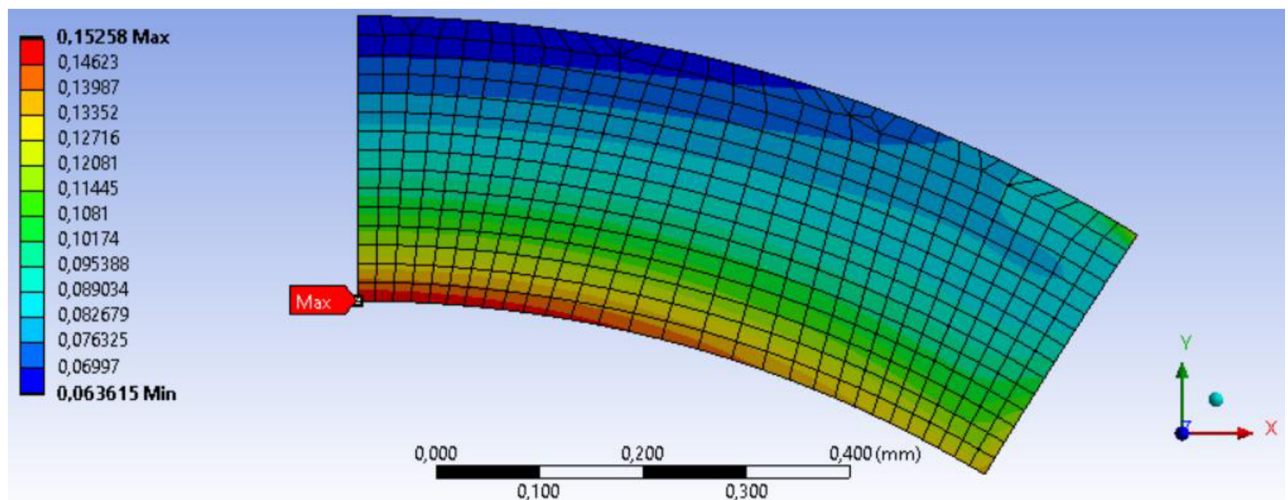
Obr. 42 Maximální redukované napětí při vysokém tlaku – 1 495 kPa



Obr. 43 Maximální redukované napětí při vysokém tlaku vykreslené na fibrózním krytu



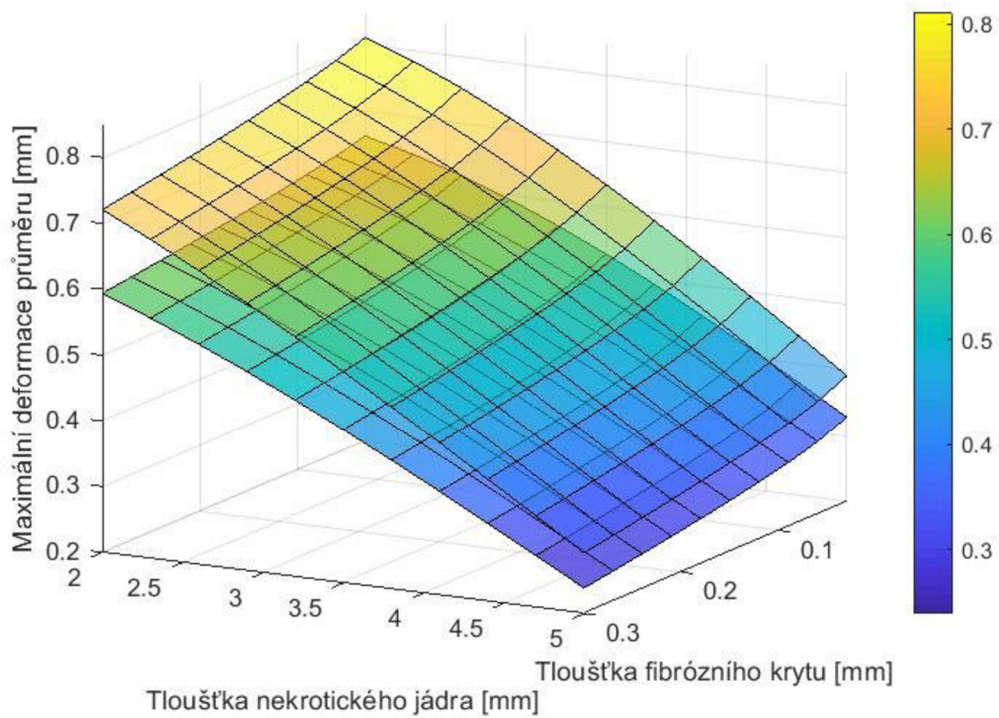
Obr. 44 Minimální redukované napětí při vysokém tlaku – 153 kPa



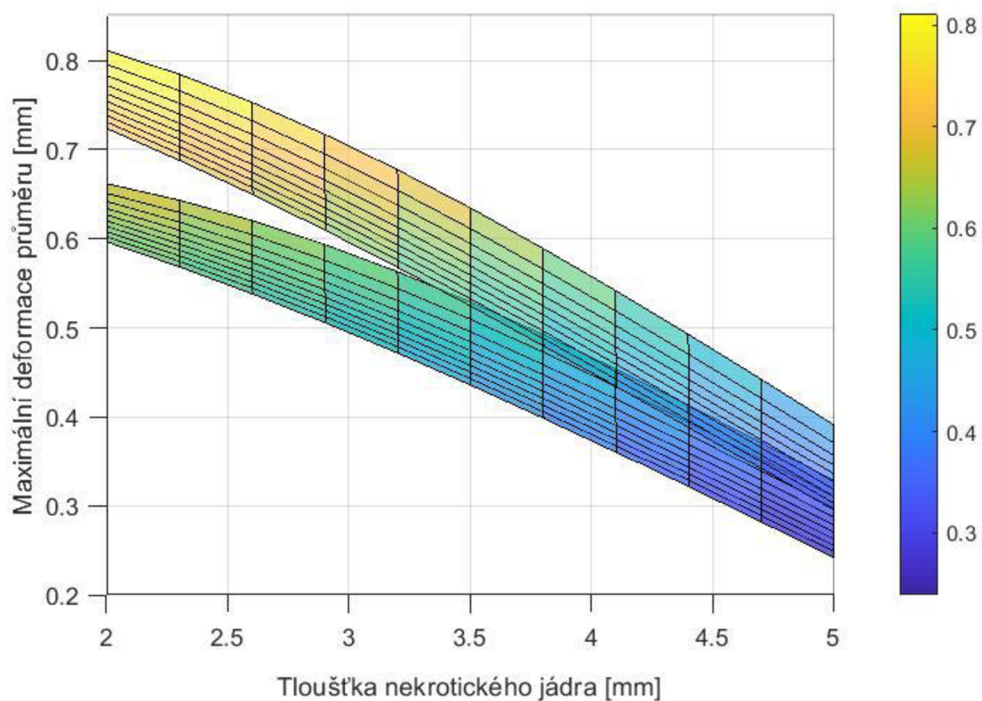
Obr. 45 Minimální redukované napětí při vysokém tlaku vykreslené na fibrózním krytu

c) Srovnání výsledků při zatížení fyziologickým a vysokým systolickým tlakem

Deformace

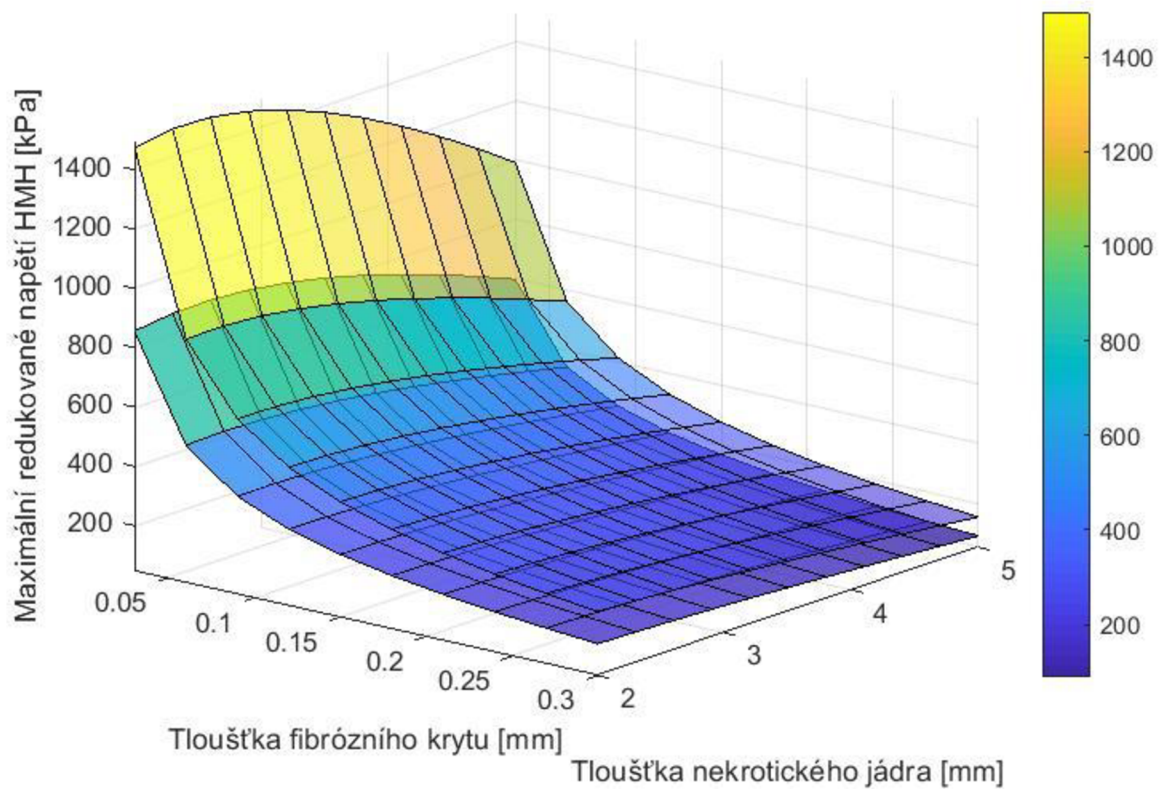


Obr. 46 Srovnání maximálních deformací průměru – pohled 1

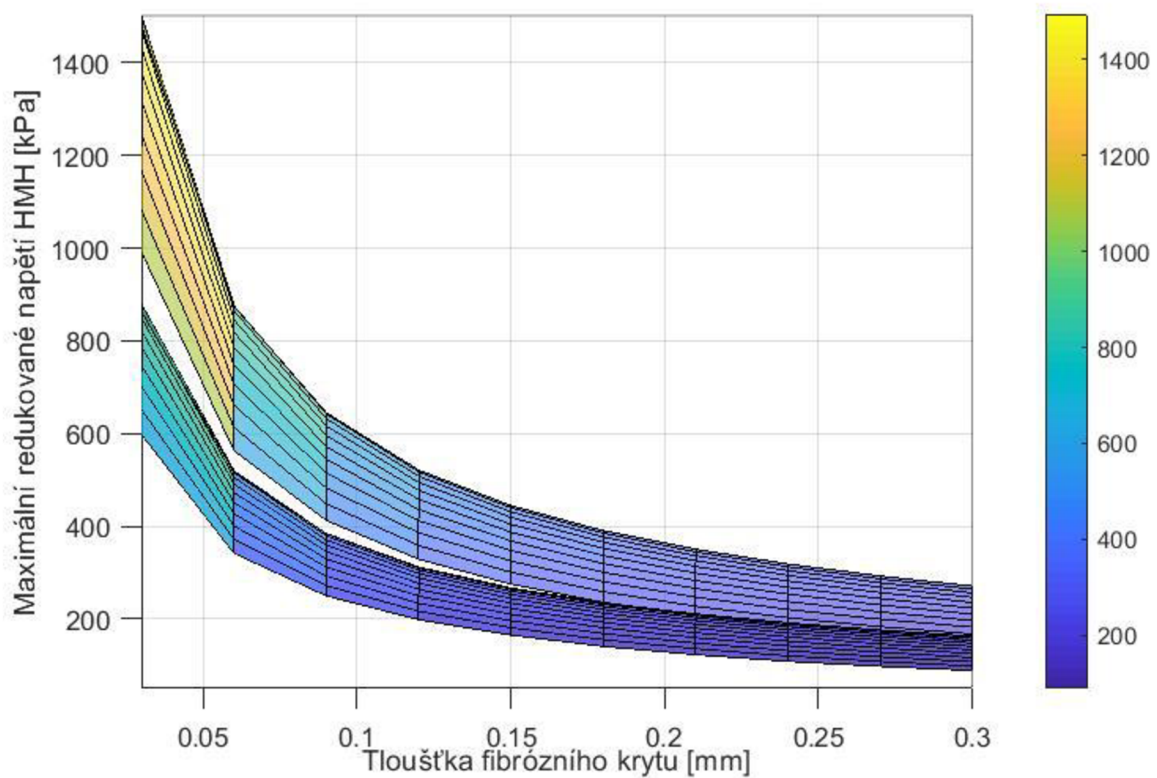


Obr. 47 Srovnání maximálních deformací průměru – pohled 2

Napětí



Obr. 48 Srovnání maximálních napětí – pohled 1



Obr. 49 Srovnání maximálních napětí – pohled 2

Pro srovnání analýz, kdy na tepnu s atheromem působilo zatížení vyvolané fyziologickým či vysokým systolickým krevním tlakem, byly sestaveny dva grafy a pro každý z nich jsou zde zobrazeny dva pohledy. Tyto vykreslují jejich rozdíly ve výsledcích. V prvním grafu můžeme vidět srovnání deformací průměru jednotlivých analýz a v grafu druhém pak srovnání napětí.

Plocha vykreslená ve spodních částech grafů představuje výsledky pro zatížení fyziologickým tlakem 16 kPa. Druhá plocha pak představuje zatížení vysokým tlakem, a to 24 kPa. Nárůst tlakového zatížení tedy činí přesně 50 %.

Z prvních dvou grafů je patrné, že rozdíl maximálních deformací průměru lumenu mezi jednotlivými analýzami roste v závislosti na zmenšující se tloušťce nekrotického jádra. To lépe znázorňuje druhý pohled na obr.47. Deformace při vysokém tlaku vzrostou o 19–23% oproti tlaku fyziologickému. Z hlediska závislosti na tloušťce fibrózního krytu lze říct, že při její změně jsou rozdíly deformací konstantní.

Oproti deformacím má na růst napětí velký vliv tloušťka fibrózního krytu. Se zmenšujícím se fibrózním krytem roste napětí. Výrazný nárůst napětí lze z grafu vyčíst od tloušťky krytu 0,1 mm. Toto je opět více patrné z druhého pohledu na obr.49. Maximální redukovaná napětí HMM při vysokém krevním tlaku vzrostou oproti tlaku fyziologickému o 65–72%. Z hlediska změny nekrotického jádra lze vidět, že jeho vliv není tolik výrazný při větší tloušťce fibrózního krytu. Avšak dojde-li k jeho zúžení, vliv tloušťky nekrotického jádra postupně roste. K největším napětím dochází, má-li nekrotické jádro menší tloušťku.

5 Nejistoty použitého modelu

Během tvorby výpočtového modelu byly využity jistá zjednodušení, které analýzu ulehčily, avšak ovlivnily její výsledky, které se pak mohou lišit od reálného chování tepen.

5.1 Geometrie

První zjednodušení bylo využito při tvorbě geometrie, kdy byl vytvořen pouze rovinný model symetrický dle osy y . Aterosklerotické tepny přitom vykazují jistou nepravidelnost a proměnlivost, jak lze vidět na obr.12 v kapitole 3.3.1, a to pro každého jednotlivého pacienta. Dále bylo při 2D analýze uvažováno pouze statické zatížení stěny lumenu tepny. Bylo tedy zanedbáno dynamické zatížení proudící krví, jež může výsledky také podstatně ovlivnit a je vhodné ho analyzovat na prostorovém neboli 3D modelu. Během aterosklerózy dochází také ke vzniku tzv. kalcifikací (ukládání vápníku), které mohou ovlivňovat výslednou tuhost tepen a lze je vidět znázorněné na obr.8 v kapitole 2.4.1. K usnadnění tvorby modelu byl i tento jev zanedbán.

5.2 Materiálová data

Dalším faktorem ovlivňujícím spolehlivost analýzy je výběr materiálových dat pro jednotlivé vrstvy aterosklerotické tepny. Jak již bylo zmíněno v kapitole 4.2, tak v grafech závislosti Cauchyho napětí na protažení lze vidět variabilitu u jednotlivých pacientů. Toto u pacientů vypovídá o specifické struktuře a poměru strukturálních složek, ze kterých se vrstvy tepen skládají. Chování tepen u jednotlivých pacientů se tedy značně liší, tudíž byla pro analýzu každému z materiálů přiřazena pouze jedna křivka popisující chování v obvodovém směru. Z důvodu velkého rozptylu mezi jednotlivými křivkami byla také zanedbána anizotropie, která zohledňuje směrově závislé vlastnosti tepen. Ke správnému určení specifických vlastností tepny daného pacienta by tak byly zapotřebí náležitě křivky popisující její chování a také zahrnutí anizotropie.

5.3 Skokové změny na rozhraní materiálů

Poslední důležitý faktor, jenž zásadně ovlivňuje správné fungování modelu je skoková změna na rozhraní jednotlivých materiálů, například rozhraní fibrózního krytu a intimy (viz obr. 24). Ve skutečnosti jsou přechody mezi materiály spojitě, ale data k popisu takového přechodu mezi vrstvami nejsou k dispozici. Skoková změna tedy zapříčinila vznik vysokých napětí ve velmi malém objemu, což bylo označeno jako výpočtový artefakt, ke kterému ve skutečnosti nedochází a byl během analýzy zanedbán a hodnoty napětí v tomto místě byly rovněž ignorovány.

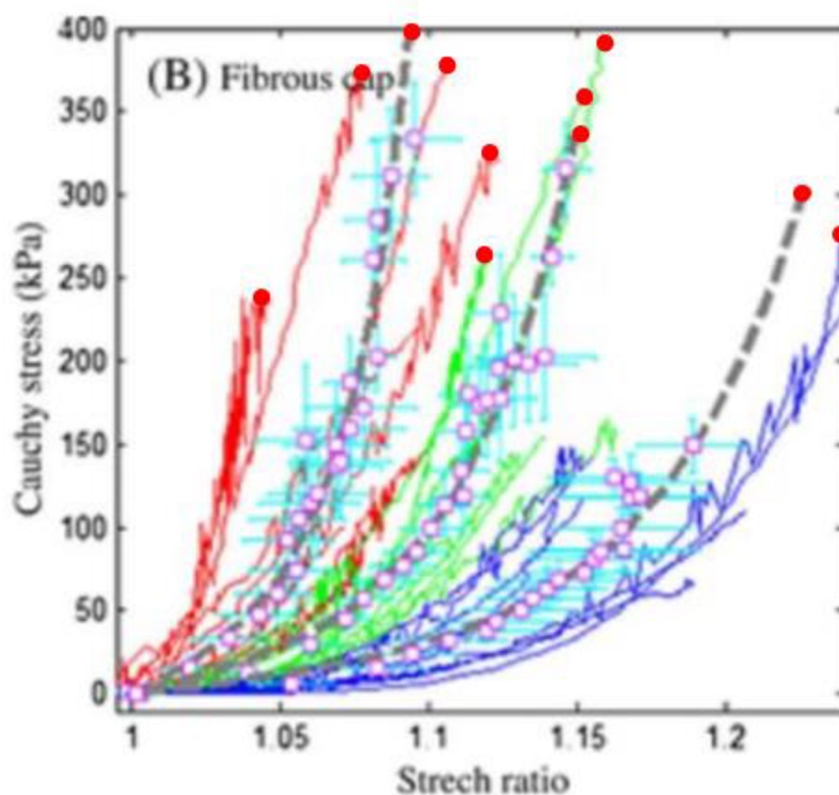
Všechny tyto výše zmíněné faktory by jistě ovlivnily výsledná napětí, která byla během analýzy získána. Avšak lze prohlásit, že vzhledem ke složitosti dané problematiky vytvořený idealizovaný model postačí aspoň k přibližné představě napjatosti aterosklerotických tepen a jejího ovlivnění zvolenými parametry.

6 Riziko ruptury ateromu

Následující část práce se zabývá pokusem o vyjádření rizika ruptury ateromu. První pohled na problematiku je z hlediska inženýrského, tedy bude posouzena bezpečnost fibrózního krytu. Další pohled využívá statistiku a pokouší se vyhodnotit pravděpodobnost ruptury ateromu.

K určení jednotlivých hodnot důležitých k vyhodnocení rizika ruptury a k vykreslení důležitých grafů bylo opět využito programu Matlab, pro grafy konkrétně jeho rozšíření *Distribution Fitter*.

Pro klasifikaci ruptury bylo zapotřebí pro fibrózní kryt zjistit hodnotu pevnosti. K tomu byl opět využit graf závislosti napětí na protažení z článku [15].



Obr. 50 Závislost Cauchyho napětí na protažení u fibrózních krytů. Převzato z [15]. Upraveno

Na obrázku lze vidět, které hodnoty byly z grafu extrahovány. Jedná se celkem o 11 zvolených hodnot napětí, ze kterých byla určena střední hodnota a také směrodatná odchylka. Jejich hodnoty pro pevnost fibrózního krytu vypadají následovně:

$$\mu_p = 331,26 \text{ kPa}$$

$$\delta_p = 55,13 \text{ kPa}$$

kde μ_p je střední hodnota pevnosti fibrózního krytu a δ_p je směrodatná odchylka. Pro směrodatnou odchylku se ve statistice normálně používá značení σ , avšak aby

nedošlo k záměně s napětím, pro které se používá značení stejné, byla zvolena náhradní varianta.

6.1 Riziko ruptury z inženýrského hlediska

K posouzení rizika ruptury inženýrským přístupem se rozumí určení koeficientu bezpečnosti k_k , která se určuje jako poměr dovoleného zatížení ku skutečnému zatížení. Má-li bezpečnost hodnotu větší než 1, nedojde k ruptuře aterosomu. Je-li však hodnota menší než 1, dojde k porušení a následným zdravotním komplikacím. Pro bezpečnost tedy platí vztah:

$$k_k = \frac{\sigma_{mez}}{\sigma_{red}}$$

kde σ_{mez} je mezní hodnota napětí, tedy pevnost fibrózního krytu a σ_{red} jsou redukovaná napětí HMH, která byly zjištěna pomocí předchozí analýzy.

Pro jednotlivé fibrózní kryty o různých tloušťkách byla obdobně jako pro pevnost určena střední hodnota maximálních redukovaných napětí μ_{red} , jež byly získány během analýzy. Tyto střední hodnoty, jak pro zatížení fyziologickým tlakem, tak pro zatížení vysokým tlakem jsou uvedeny v následující tabulce:

Tab. 3 Střední hodnoty redukovaného napětí

	Fyziologický tlak	Vysoký tlak
Tloušťka fibrózního krytu [mm]	μ_{red} [kPa]	
0,3	127,71	216,00
0,27	139,78	235,58
0,24	154,16	258,91
0,21	172,08	288,14
0,18	194,45	324,71
0,15	224,34	373,88
0,12	265,85	442,55
0,09	331,68	552,48
0,06	453,10	757,25
0,03	783,00	1 321,74

Po určení středních hodnot již bylo možné určit koeficient bezpečnosti jednotlivých fibrózních krytů, a to za pomoci upraveného vztahu:

$$k_k = \frac{\mu_p}{\mu_{red}}$$

kde μ_p je střední hodnota pevnosti fibrózního krytu a μ_{red} je střední hodnota redukovaného napětí.

V následující tabulce můžeme vidět vyhodnocené bezpečnosti pro všechny tloušťky fibrózního krytu pro oba druhy zatížení.

Tab. 4 Koeficienty bezpečnosti

	Fyziologický tlak	Vysoký tlak
Tloušťka fibrózního krytu [mm]	Bezpečnost	
0,3	2,59	1,53
0,27	2,37	1,41
0,24	2,15	1,28
0,21	1,93	1,15
0,18	1,70	1,02
0,15	1,48	0,88
0,12	1,24	0,75
0,09	0,99	0,60
0,06	0,73	0,44
0,03	0,42	0,25

V tabulce lze vidět koeficienty bezpečnosti vyznačené zelenou a červenou barvou. Z důvodu možných nepřesností a užití pouze středních hodnot napětí pro různé tloušťky fibrózního krytu posuneme hranici bezpečnosti na hodnotu 1,5, nikoliv 1. Zeleně vyznačené hodnoty tedy značí bezpečnost vyšší než 1,5 a nedojde u nich k porušení. Naopak u hodnot červených k ruptuře dojde, jelikož jejich hodnota je menší než 1,5. Všechny hodnoty koeficientů bezpečnosti při vysokém tlaku klesly přibližně 1,7x oproti tlaku fyziologickému.

Pro fyziologický tlak z tabulky vyplývá, že k ruptuře dochází u 5 z 10 tlouštěk fibrózního krytu, což odpovídá 50%. U vysokého tlaku k porušení krytu dochází u 9 z 10 případů, tedy 90%.

Výsledky bezpečnosti fibrózního krytu, vyhodnocené inženýrským přístupem, mohou být zkreslené, a to z důvodu určitých nepřesností, jako je například použití jen středních hodnot napětí.

Z tohoto důvodu bude v další podkapitole provedeno také vyhodnocení rizika ruptury z hlediska statistiky, jejíž výsledky by měly být přijatelnější.

6.2 Riziko ruptury z hlediska statistiky

K vyhodnocení pravděpodobnosti ruptury atheromu pomocí statistiky bylo využito Normálního rozdělení neboli Gaussovy křivky. Normální rozdělení je specifikováno pomocí dvou hodnot, a to středního napětí, jež udává polohu křivky na ose x, a směrodatnou odchylkou, která udává rozpětí křivky. Na ose y je vykreslena hustota pravděpodobnosti a na ose x zkoumaná data.

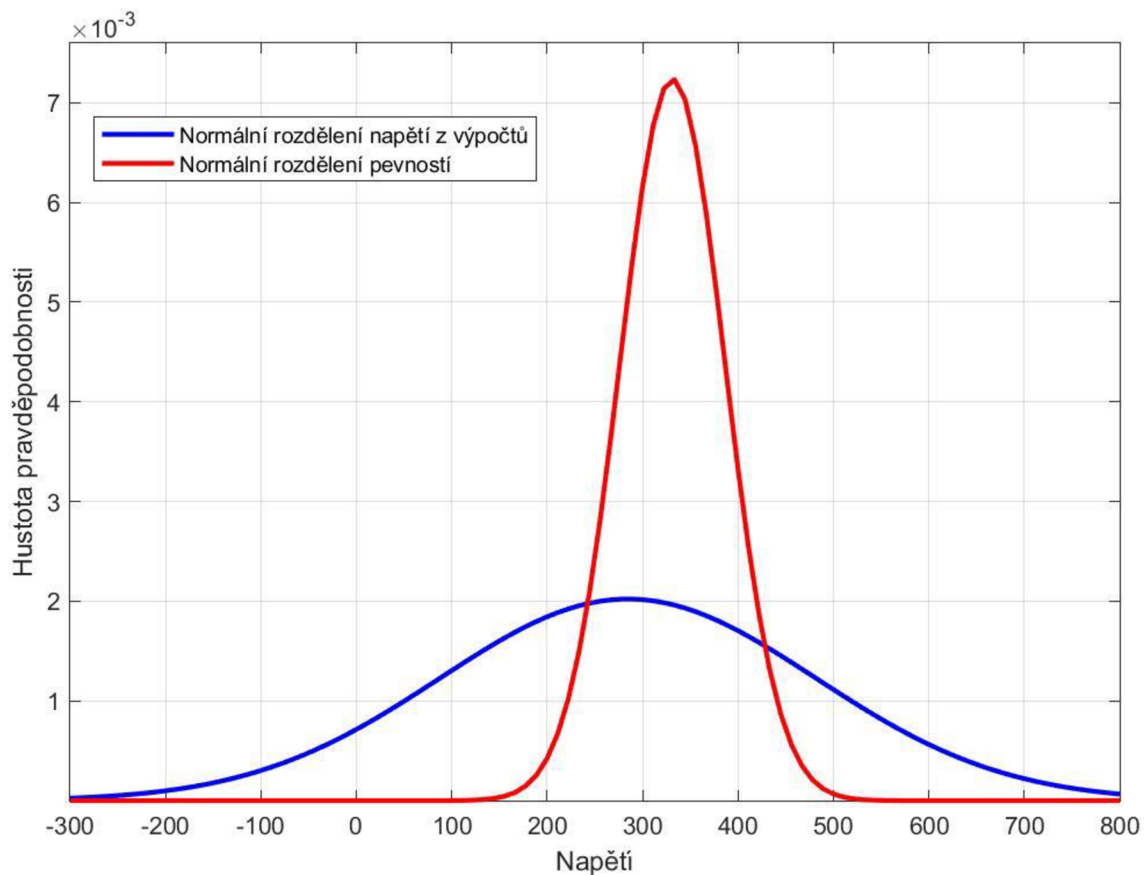
Pro všechny takto vykreslené křivky musí platit, že obsah plochy pod ní, je vždy stejný a rovná se 1. Obsah plochy pod křivkou tedy vyjadřuje pravděpodobnost, že k danému jevu dojde. Například polovina plochy pod křivkou odpovídá obsahu 0,5 neboli 50%.

6.2.1 Pravděpodobnost ruptury pro kombinace všech rozměrů

V první části byla vyhodnocena pravděpodobnost ruptury ateromu pro všechny kombinace zvolených parametrů, a to jak pro fyziologický, tak i pro tlak vysoký.

a) Fyziologický tlak

Nejprve byla vykreslena normální rozdělení pro všechna redukovaná napětí, jež byly určeny během analýzy. Do stejného grafu byly vykresleno také normální rozdělení pro pevnost fibrózního krytu.



Obr. 51 Normální rozdělení napětí při fyziologickém tlaku a pevnosti fibrózního krytu

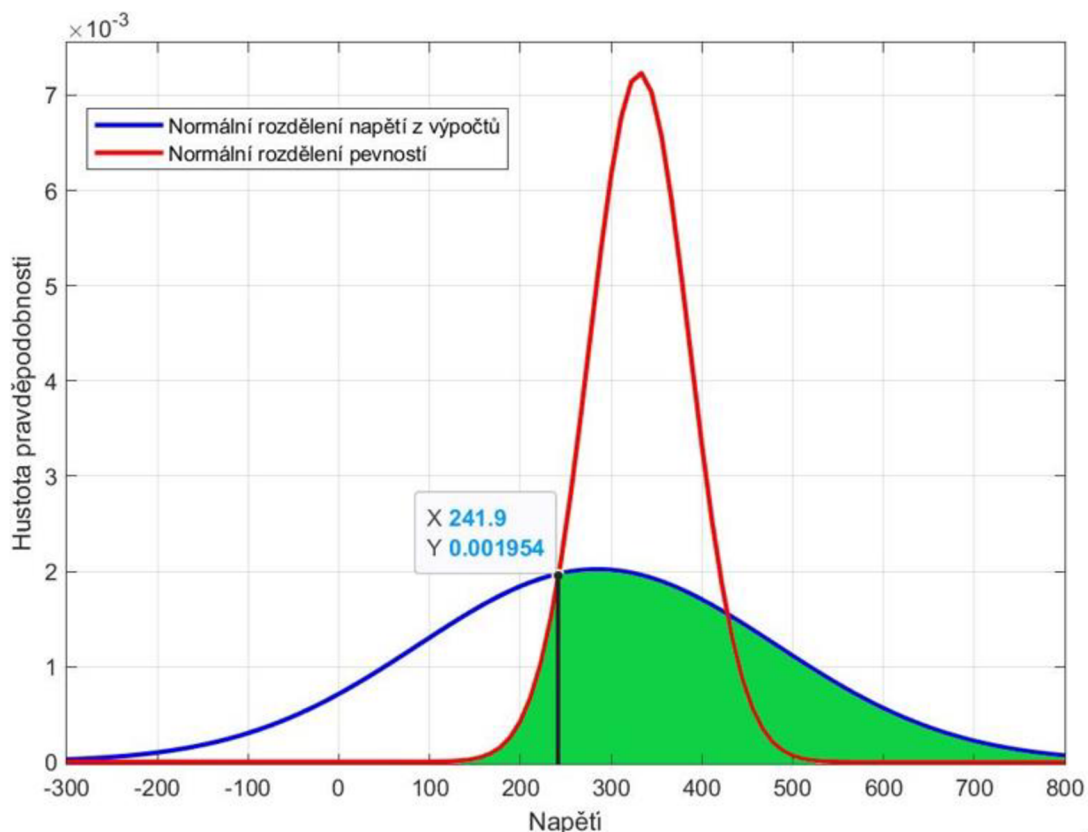
Na tomto, ale také na dalším grafu (obr.54) můžeme vidět, že část normálního rozdělení pro redukovaná napětí je záporná. Tento fakt je dán výsledky napětí z analýzy. Většina hodnot se totiž pohybuje v rozmezí 100–300 kPa, avšak od určité tloušťky fibrózního krytu začnou hodnoty napětí prudce růst. Díky tomuto dochází ke zvětšení hodnoty směrodatné odchylky, které udává rozpětí normálního rozdělení, jež je symetrické dle střední hodnoty.

Dalším krokem k vyhodnocení pravděpodobnosti bylo určení střední hodnoty a směrodatné odchylky pro jednotlivé křivky. Pro pevnost, jež je v grafu, vykreslena červenou barvou byly tyto hodnoty určeny na začátku kapitoly. Pro redukovaná napětí všech kombinací parametrů byly určeny tyto hodnoty:

$$\mu_{red} = 284,61 \text{ kPa}$$

$$\delta_{red} = 197,28 \text{ kPa}$$

Aby mohla být určena pravděpodobnost jevu, bylo zapotřebí v grafu vyznačit, o jakou plochu se jedná. To lze vidět na obr.52, plocha je vyznačena zelenou barvou.



Obr. 52 Grafické znázornění pravděpodobnosti ruptury aterosklerózy při fyziologickém tlaku pro všechny kombinace rozměrů

Dále bylo zapotřebí určit obsah vyznačené plochy, k čemuž bylo nutné ji rozdělit na dvě části a určit místo protnutí obou křivek. V grafu je plocha rozdělena černou čarou, levá část obsahu se určí z normálního rozdělení, jež je vykresleno červenou čarou. Zbývá část pak pomocí normálního rozdělení vyznačeného modře.

K určení obsahu plochy pod křivkou se u normálních rozdělení používá vztah:

$$Z = \frac{X - \mu}{\delta}$$

kde X je x-ová souřadnice protnutí, μ je střední hodnota a δ je směrodatná odchylka.

Dosažením do vztahu pro levou část plochy dostaneme:

$$Z = \frac{241,9 - 331,26}{55,13} = -1,62$$

poté pomocí tabulky pro normální rozdělení [16] pro danou hodnotu získáme obsah plochy pod křivkou nalevo od hodnoty X . Na obrázku níže je zobrazen postup pro výběr příslušné hodnoty. Pro obsah volím značení S_1 :

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-1.6	.05480	.05370	.05262	.05155	.05050	.04947	.04846	.04746	.04648	.04551

Obr. 53 Výběr příslušné hodnoty z tabulky normálního rozdělení. Převzato z [16]. Upraveno.

$$Z \Rightarrow S_1 = 0,05262$$

Obdobným způsobem se určí také obsah plochy pravé části. Máme tedy:

$$Z = \frac{241,9 - 284,61}{197,28} = -0,22$$

Opět se z tabulek určí obsah plochy pod křivkou:

$$Z \Rightarrow S'_2 = 0,41294$$

Takto byla však určena část plochy pod modrou křivkou nalevo od hodnoty X . Abychom určili pravou část, je zapotřebí ještě poslední úprava:

$$S_2 = 1 - S'_2 = 1 - 0,41294 = 0,58706$$

K určení celkové pravděpodobnosti nyní stačí obsahy obou ploch sečíst a vynásobit stem:

$$P = (S_1 + S_2) * 100 = (0,05262 + 0,58706) * 100 = 0,63968 * 100 = 63,968 \%$$

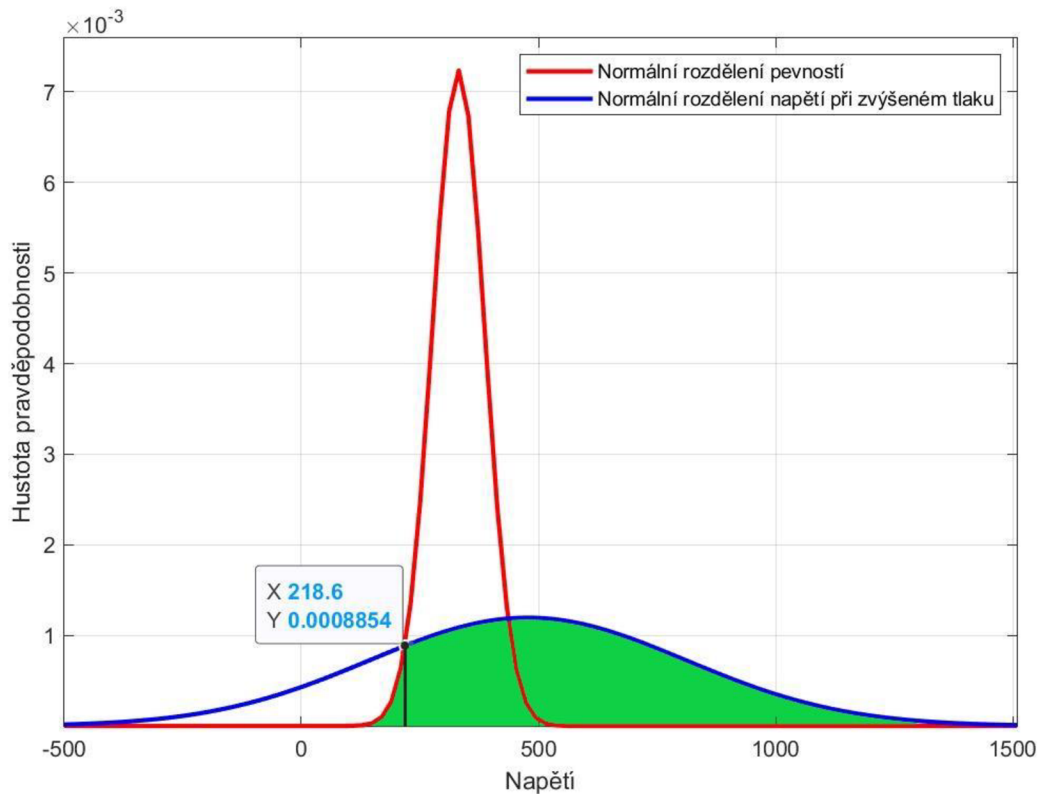
Pravděpodobnost ruptury ateromu při fyziologickém tlaku pro zvolené parametry a všechny jejich kombinace během analýzy tedy vychází přibližně **64 %**.

b) Vysoký tlak

Obdobným způsobem se určila pravděpodobnost také při tlaku vysokém. Normální rozdělení pevnosti zůstává stejné, avšak u redukováného napětí se mění.

Z grafu na obr.54 vyplývá, že rozpětí normálního rozdělení pro vysoký tlak je větší než u tlaku fyziologického. Toto je dáno větší směrodatnou odchylkou, jelikož hodnoty napětí pro nejtenčí fibrózní kryt při vysokém tlaku opět prudce vzrostly (viz obr.48).

Postup výpočtu je tedy shodný jako u tlaku fyziologického.



Obr. 54 Grafické znázornění pravděpodobnosti ruptury atomu při vysokém tlaku pro všechny kombinace rozměrů

Výpočet pro levou část:

$$Z = \frac{218,6 - 331,26}{55,13} = -2,04$$

$$Z \Rightarrow S_1 = 0,02068$$

a pro část pravou, bylo zapotřebí opět zjistit střední hodnotu a směrodatnou odchylku při tlaku vysokém:

$$\mu_{red} = 477,13 \text{ kPa}$$

$$\delta_{red} = 333,64 \text{ kPa}$$

Poté opět stejný způsob výpočtu:

$$Z = \frac{218,6 - 477,13}{333,64} = -0,77$$

$$Z \Rightarrow S'_2 = 0,22065$$

$$S_2 = 1 - S'_2 = 1 - 0,22065 = 0,77935$$

Celková pravděpodobnost pak vychází:

$$P = (S_1 + S_2) * 100 = (0,02068 + 0,77935) * 100 = 0,80003 * 100 = 80 \%$$

Pravděpodobnost ruptury ateromu při vyšším tlaku tak vyšla **80%**, oproti tlaku fyziologickému se tedy zvýšila o 16%.

6.2.2 Pravděpodobnost ruptury pro danou tloušťku fibrózního krytu

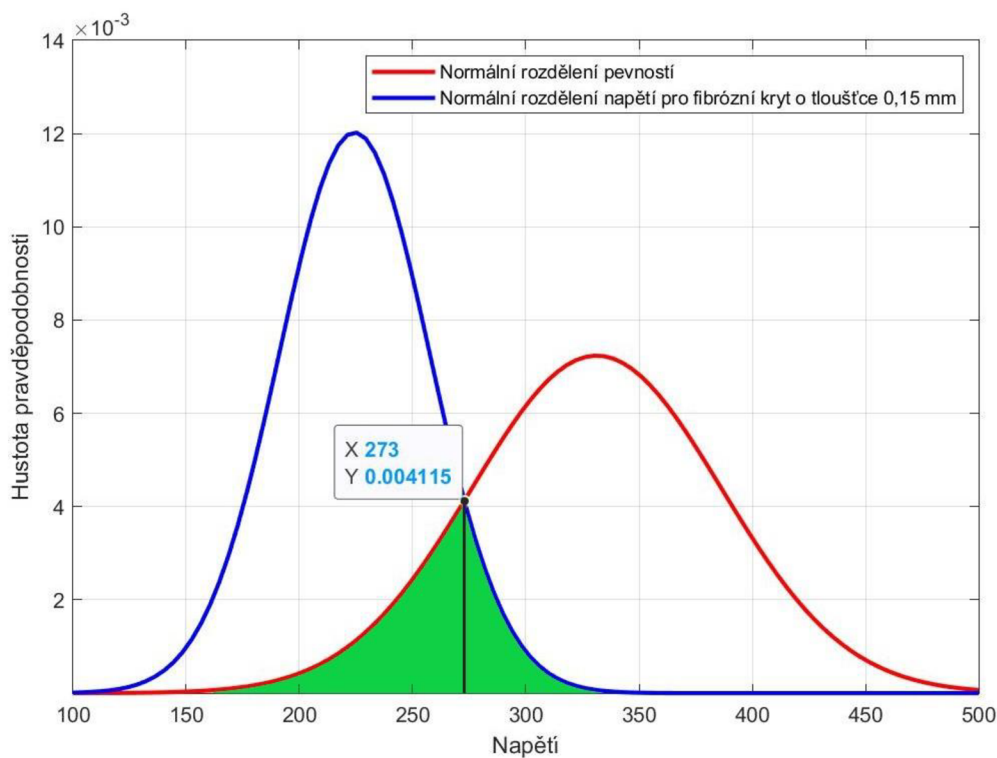
Postup pro určení pravděpodobnosti pro danou tloušťku je stejný jako v první části. K vyhodnocení jsem si vybral fibrózní kryt o tloušťce 0,15 mm pouze při fyziologickém tlaku.

Pro fibrózní kryt o tloušťce 0,15 mm bylo zapotřebí opět určit střední hodnotu redukovaného napětí a směrodatnou odchylku.

$$\mu_{red} = 224,34 \text{ kPa}$$

$$\delta_{red} = 33,18 \text{ kPa}$$

Na grafu lze opět vidět dvě různá normální rozdělení a také vyznačenou plochu k určení pravděpodobnosti.



Obr. 55 Grafické znázornění pravděpodobnosti ruptury ateromu pro fibrózní kryt o tloušťce 0,15 mm

Nyní již stačilo postupovat stejným způsobem jako v první části. Pro levou část zelené plochy tedy platí tento výpočet:

$$Z = \frac{X - \mu}{\delta} = \frac{273 - 331,26}{55,13} = -1,06$$

$$Z \Rightarrow S_1 = 0,14457$$

Pro pravou část:

$$Z = \frac{X - \mu}{\delta} = \frac{273 - 224,34}{33,18} = 1,47$$

$$Z \Rightarrow S'_2 = 0,92922$$

$$S_2 = 1 - S'_2 = 1 - 0,92922 = 0,07078$$

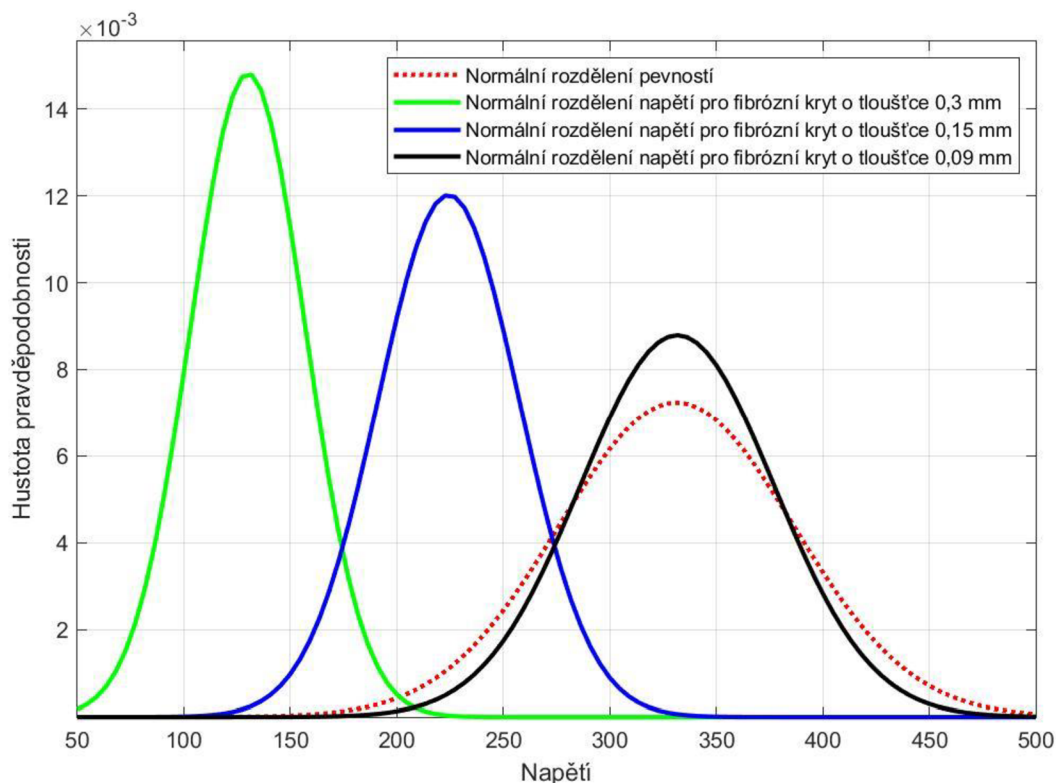
Celková pravděpodobnost pak vychází:

$$P = (S_1 + S_2) * 100 = (0,14457 + 0,07078) * 100 = 0,21535 * 100 = 21,535 \%$$

Pravděpodobnost ruptury fibrózního krytu o tloušťce 0,15 mm je tedy přibližně **22%** při fyziologickém tlaku.

6.2.3 Srovnání normálních rozdělání pro různé tloušťky fibrózních krytů

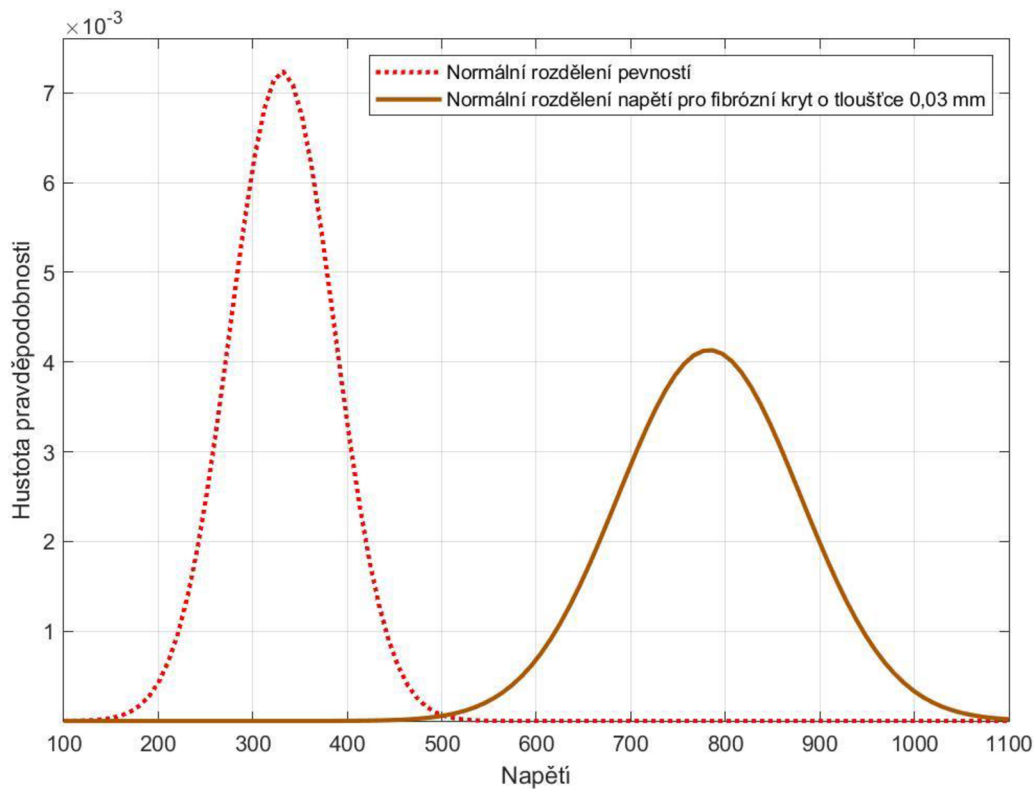
Ke srovnání normálních rozdělání byly zvoleny fibrózní kryty o tloušťkách 0,3 mm, 0,15 mm a 0,09 mm při fyziologickém tlaku. Tyto jsou vykresleny pomocí různých barev a pevnost pomocí červené přerušované křivky.



Obr. 56 Normální rozdělání pevnosti fibrózního krytu a napětí pro fibrózní kryty o různé tloušťce

Z grafu je patrné, že s klesající tloušťkou fibrózního krytu se zvyšuje pravděpodobnost ruptury aterosklerózy. Normální rozdělání se postupně posouvají doprava a zvětšuje se tak obsah průniku normálního rozdělání napětí a pevností.

Lze také říct, že má-li fibrózní kryt tloušťku 0,3 mm a více, je pravděpodobnost ruptury velice malá, dá se předpokládat že dokonce nulová.



Obr. 57 Normální rozdělení pevnosti fibrózního krytu a napětí pro nejtenčí fibrózní kryt

Poslední graf na obr.57 vykresluje normální rozdělení pro nejtenčí fibrózní kryt o tloušťce 0,03 mm. Můžeme zde vidět, že průnik rozdělení je minimální a pravděpodobnost ruptury se bude blížit ke 100 %.

7 Závěr

Cílem této diplomové práce byla deformačně napěťová analýza tepny s atheromem.

V první části práce byla provedena rešerše týkající se problematiky z pohledu medicíny. Byla tedy zpracována teorie zabývající se tepenným systémem, zejména pak stavbou tepen. V poslední řadě zde byl představen pojem ateroskleróza, její patogeneze a příčiny vzniku.

Další část se také zabývala získkem informací, tentokrát ale z oblasti nelineární mechaniky a biomechaniky. Problematika řešená v této práci totiž spadá pod obě tyto odvětví mechaniky. Byly zde vysvětleny důležité pojmy týkající se nelineární mechaniky, a především konstitutivní modely, jež slouží k modelování závislosti mezi deformací a napětím. Představeny však byly pouze modely, které se využívají v oblasti biomechaniky. Nakonec v této části byla popsána tvorba idealizovaného rovinného výpočtového modelu tepny, která byla v práci použita.

Následující část se již zabývá deformačně napěťovou analýzou. Před zahájením výpočtů bylo zapotřebí vytvořit geometrii, na niž bude analýza provedena a získat materiálová data pro jednotlivé vrstvy aterosklerotické tepny. Data byla získána z přiložených grafů a k jejich proložení křivkou byl využit model Yeoh 3.řádu. Z důvodu skokových změn na rozhraní materiálu vznikl mezi vrstvami výpočtový artefakt, který vykazovaly pouze určité prvky. Tyto byly tedy odselektovány a ignorovány. Poté již bylo možné provedení výpočtů, při kterých se vyhodnocovala deformace ve směru osy y a redukované napětí HMH . Z hlediska rizika ruptury ateromu je zásadní vzniklé napětí, které nabývalo největších hodnot na fibrózním krytu. Byly tedy sestaveny grafy závislosti onoho napětí na tloušťce fibrózního krytu a tloušťce nekrotického jádra. Analýza byla provedena pro 2 typy zatížení, a to systolickým tlakem fyziologickým a také vysokým.

Z grafů pro maximální napětí vyplývá, že roste především s klesající tloušťkou fibrózního krytu. Na tloušťce nekrotického jádra příliš nezáleží. Nejvyšší hodnoty napětí tedy vykazoval fibrózní kryt o tloušťce 0,03 mm. Při fyziologickém tlaku byla hodnota napětí 874 kPa , při tlaku vysokém pak $1\,495 \text{ kPa}$.

K vyhodnocení rizika ruptury bylo nutné určit pevnost fibrózního krytu, která činí přibližně 331 kPa . Riziko ruptury bylo následně vyjádřeno pomocí 2 přístupů, a to inženýrského a statistického. První přístup vyhodnocuje koeficient bezpečnosti a pracuje pouze se středními hodnotami napětí. Výsledky jsou pak tedy mírně zkreslené, a víceméně nepoužitelné. Druhý přístup ovšem pracuje také se směrodatnými odchylkami napětí a určuje se dle něj pravděpodobnost ruptury ateromu pomocí normálních rozdělení. Takovýto způsob je více sofistikovaný a zajisté také přesnější. Statistickou metodou byla tedy určena pravděpodobnost ruptury ateromu pro zvolené parametry 64% při fyziologickém tlaku a 80% při tlaku vysokém.

Diplomová práce se zabývá velkými riziky, zvolené rozměry mají tedy extrémní hodnoty, při nichž je riziko ruptury již vysoké. V poslední části práce bylo za pomoci grafů tedy zjištěno, že má-li fibrózní kryt tloušťku 0,3 mm či větší, lze konstatovat, že pravděpodobnost ruptury je pak velice nízká blížící se k 0%. Naproti tomu je extrém druhý, a to, pokud je tloušťka fibrózního krytu 0,03 mm či menší. Riziko ruptury je pak téměř jisté a pohybuje se okolo 100%.

Použitý model zcela neodpovídá realitě, byly využity určitá zjednodušení, jež jsou vysvětlena v kapitole „Nejistoty použitého modelu“.

Seznam použitých zdrojů

- [1] In: *zdravi.euro.cz* [online] [cit. 2021-03-02] Dostupné z: <https://zdravi.euro.cz/leky/ateroskleroz-a-priznaky-lecba-prevence/>
- [2] LÜLLMANN-RAUCH, Renate. *Histologie*. Praha: Grada, 2012. s. 211. ISBN 978-80-247-3729-4. Dostupné také z: <https://dnnt.mzk.cz/uuid/uuid:6e0ef5d0-0397-11e9-9210-5ef3fc9bb22f>
- [3] KŘEN, Jiří, Josef ROSENBERG a Přemysl JANÍČEK. *Biomechanika*. 2. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2001. ISBN 80-7082-792-0.
- [4] BURŠA, Jiří. Studijní opory – biomechanika [online]. 2021 [cit. 2021-03-09]. Dostupné z: <http://www.old.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/>
- [5] LEMAITRE, J. Handbook of Materials Behavior Models, Three-Volume Set: Nonlinear Models and Properties. Elsevier, 2001. ISBN 9780080533636
- [6] WIDIMSKÝ, Jiří. Hypertenze. Praha: Triton, 2008. s. 19. ISBN 978-80-7387-077-5. Dostupné také z: <https://dnnt.mzk.cz/uuid/uuid:55e4ec86-1d02-4cc6-8c01-69851516e4a9>
- [7] MAČÁK, Jiří, Jana MAČÁKOVÁ a Jana DVOŘÁČKOVÁ. *Patologie*. Praha: Grada, 2012. s. 170. ISBN 978-80-247-3530-6. Dostupné také z: <https://dnnt.mzk.cz/uuid/uuid:95ade180-f403-11e8-8d10-5ef3fc9ae867>
- [8] POVÝŠIL, Ctibor, Ivo ŠTEINER a Univerzita Karlova. *Speciální patologie*. Praha: Galén, c2007. s. 2. ISBN 978-80-7262-494-2. Dostupné také z: <https://dnnt.mzk.cz/uuid/uuid:37797b10-d5c5-11e5-b8d0-001018b5eb5c>
- [9] ČAPEK, Lukáš, Petr HÁJEK a Petr HENYŠ. *Biomechanika člověka*. Praha: Grada Publishing, 2018. ISBN 978-80-271-0367-6.
- [10] BURŠA, Jiří. Studijní opory – Konstitutivní modely [online]. 2021 [cit. 2021-02-16]. Dostupné z: <http://www.old.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/>
- [11] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I*. Brno: CERM, 2004, ISBN 80-214-2592-X
- [12] OHAYON, J., G. FINET, A. M. GHARIB. *Necrotic core thickness and positive arterial remodeling index: emergent biomechanical factors for evaluating the risk of plaque rupture*. AJP: Heart and Circulatory Physiology [online]. 2008 [cit. 2021-03-28]. DOI: 10.1152/ajpheart.00005.2008. ISSN 03636135. Dostupné z: <http://ajpheart.physiology.org/cgi/doi/10.1152/ajpheart.00005.2008>

[13] SCHRIEFL, A. J., G. ZEINDLINGER, D. M. PIERCE, P. REGITNIG a G. A. HOLZAPFEL, 2012. *Determination of the layer-specific distributed collagen fibre orientations in human thoracic and abdominal aortas and common iliac arteries*. Journal of The Royal Society Interface [online]. 9(71), 1275-1286 [cit. 2021-04-20]. DOI: 10.1098/rsif.2011.0727. ISSN 17425689. Dostupné z: <http://rsif.royalsocietypublishing.org/cgi/doi/10.1098/rsif.2011.0727>

[14] HOLZAPFEL, G. A., Gerhard SOMMER a Peter REGITNIG. *Anisotropic Mechanical Properties of Tissue Components in Human Atherosclerotic Plaques*. Journal of Biomechanical Engineering [online]. 2004. [cit. 2021-04-08]. DOI: 10.1115/1.1800557. ISSN 01480731. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/8082211_Anisotropic_Mechanical_Properties_of_Tissue_Components_in_Human_Atherosclerotic_Plaques

[15] YUAN, Jianmin, Zhongzhao TENG, Jiakuan FENG, Yongxue ZHANG, Adam J. BROWN, Jonathan H. GILLARD, Zaiping JING a Qingsheng LU. *Influence of material property variability on the mechanical behaviour of carotid atherosclerotic plaques: A 3D fluid-structure interaction analysis*. International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering [online]. 2015, 31(8), e02722 [cit. 2021-04-20]. ISSN 20407939. Dostupné z: <https://doi.org/10.1002/cnm.2722>

[16] STANDARD NORMAL DISTRIBUTION: Table Values Represent AREA to the LEFT of the Z score. [online] [cit. 2021-05-15] Dostupné z: <https://www.math.arizona.edu/~rsims/ma464/standardnormaltable.pdf>

Seznam obrázků

Obr. 1 Ateroskleróza [1]	11
Obr. 2 Krevní oběh (schéma) [2]	13
Obr. 3 Vrstvy stěny tepny [2]	14
Obr. 4 Aktivace kolagenních vláken během deformace cévy [4]	16
Obr. 5 Aktivace kolagenních vláken v závislosti na velikosti smluvního napětí a přetvoření. Převzato z [5]. Upraveno.....	16
Obr. 6 Průběh napětí-deformace pro a) elastin, b) kolagen, c) hladkou svalovinu [4]	17
Obr. 7 Tlak krve při průtoku cévní soustavou [4]	17
Obr. 8 Aterosklerotické poškození tepny: A - průřez zdravé tepny, B - průřez tepny s aterosklerózou (1 - intima, 2 - media, 3 - adventitia, 4 - nasedající trombóza, 5 - kalcifikace) [7].....	19
Obr. 9 Ateroskleróza – vývoj sklerotického plátu [8]	19
Obr. 10 Pravděpodobnost napřímení vláken v závislosti na poměrném protažení, Struktura kolagenních vláken [10].....	25
Obr. 11 Příklad výpočtového modelu aterosklerotické tepny [12]	26
Obr. 12 Rozdíl mezi reálnou a idealizovanou geometrií 2D modelu příčného průřezu aterosklerotické tepny [12]	27
Obr. 13 Idealizovaná geometrie s rozměry	28
Obr. 14 Vytvořená geometrie modelu – porovnání fází aterosklerózy.....	29
Obr. 15 Grafy závislosti Cauchyho napětí na protažení v obvodovém (vlevo) a axiálním (vpravo) směru [14]	30
Obr. 16 Závislost Cauchyho napětí [kPa] na protažení pro vrstvu t. adventitia v obvodovém směru. Převzato z [14]. Upraveno.	30
Obr. 17 Závislost Cauchyho napětí [kPa] na protažení pro vrstvu t. media v obvodovém směru. Převzato z [14]. Upraveno.	31
Obr. 18 Závislost Cauchyho napětí [kPa] na protažení pro vrstvu t. intima v obvodovém směru. Převzato z [14]. Upraveno.	31
Obr. 19 Závislost Cauchyho napětí na protažení u lipidové vrstvy (vlevo) a fibrózních krytů. Převzato z [15]. Upraveno.....	32
Obr. 20 Příklad fitování pomocí programu Ansys Workbench.....	33
Obr. 21 Závislost smluvního napětí na přetvoření pro jednotlivé vrstvy aterosklerotické tepny	33
Obr. 22 Aplikované okrajové podmínky a zatížení.....	34
Obr. 23 Síťování geometrie: celkový pohled (vlevo), detail zjemněné sítě (vpravo)	35
Obr. 24 Výpočtový artefakt – vznik maximálních napětí v místě rozhraní materiálu	36
Obr. 25 Geometrie pro vyhodnocení napětí.....	36
Obr. 26 Radiální napětí [Pa] na fibrózním krytu.....	37
Obr. 27 Obvodové napětí [MPa] na fibrózním krytu.....	37
Obr. 28 Příklad vykreslení deformace tepny ve směru osy y	38
Obr. 29 Příklad vykreslení redukovaného napětí HMM.....	39
Obr. 30 Grafické zobrazení závislosti maximální deformace průměru ve směru osy y při fyziologickém tlaku.....	40
Obr. 31 Maximální deformace průměru ve směru osy y při fyziologickém tlaku – 0,66 mm	41
Obr. 32 Minimální deformace průměru ve směru osy y při fyziologickém tlaku – 0,24 mm.....	41
Obr. 33 Grafické zobrazení závislosti maximálního napětí při fyziologickém tlaku	42
Obr. 34 Maximální redukované napětí při fyziologickém tlaku – 874 kPa.....	43
Obr. 35 Maximální redukované napětí při fyziologickém tlaku vykreslené na fibrózním krytu	43
Obr. 36 Minimální redukované napětí při fyziologickém tlaku – 89 kPa	44

Obr. 37 Minimální redukované napětí při fyziologickém tlaku vykreslené na fibrózním krytu	44
Obr. 38 Grafické zobrazení závislosti maximální deformace průměru ve směru osy y při vysokém tlaku	45
Obr. 39 Maximální deformace průměru ve směru osy y při vysokém tlaku – 0,81 mm.....	46
Obr. 40 Minimální deformace průměru ve směru osy y při vysokém tlaku – 0,29 mm	46
Obr. 41 Grafické zobrazení závislosti maximálního napětí při vysokém tlaku.....	47
Obr. 42 Maximální redukované napětí při vysokém tlaku – 1 495 kPa	48
Obr. 43 Maximální redukované napětí při vysokém tlaku vykreslené na fibrózním krytu	48
Obr. 44 Minimální redukované napětí při vysokém tlaku – 153 kPa	49
Obr. 45 Minimální redukované napětí při vysokém tlaku vykreslené na fibrózním krytu.....	49
Obr. 46 Srovnání maximálních deformací průměru – pohled 1.....	50
Obr. 47 Srovnání maximálních deformací průměru – pohled 2.....	50
Obr. 48 Srovnání maximálních napětí – pohled 1	51
Obr. 49 Srovnání maximálních napětí – pohled 2	51
Obr. 50 Závislost Cauchyho napětí na protažení u fibrózních krytů. Převzato z [15]. Upraveno	54
Obr. 51 Normální rozdělení napětí při fyziologickém tlaku a pevnosti fibrózního krytu	57
Obr. 52 Grafické znázornění pravděpodobnosti ruptury ateromu při fyziologickém tlaku pro všechny kombinace rozměrů	58
Obr. 53 Výběr příslušné hodnoty z tabulky normálního rozdělení. Převzato z [16]. Upraveno.	59
Obr. 54 Grafické znázornění pravděpodobnosti ruptury ateromu při vysokém tlaku pro všechny kombinace rozměrů	60
Obr. 55 Grafické znázornění pravděpodobnosti ruptury ateromu pro fibrózní kryt o tloušťce 0,15 mm	61
Obr. 56 Normální rozdělení pevnosti fibrózního krytu a napětí pro fibrózní kryty o různé tloušťce ...	62
Obr. 57 Normální rozdělení pevnosti fibrózního krytu a napětí pro nejtenčí fibrózní kryt	63

Seznam tabulek

Tab. 1 Rozměry geometrie	29
Tab. 2 Hodnoty parametrů pro konstitutivní modely	32
Tab. 3 Střední hodnoty redukovaného napětí	55
Tab. 4 Koeficienty bezpečnosti	56