



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Diplomová práce

Výuka geometrie s podporou programu Elica DALEST se zřetelem na nonverbální komponenty

Vypracoval: Bc. Martin Kaňka

Vedoucí práce: doc. RNDr. Helena Binterová, Ph.D.

České Budějovice 2013

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejich internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Bystřici nad Pernštejnem

.....

Bc. Martin Kaňka

Poděkování

Děkuji mé vedoucí diplomové práce doc. RNDr. Heleně Binterové, Ph.D. za cenné rady, připomínky a metodické vedení práce. Za podporu při studiu patří velký dík i mé rodině.

Anotace

Tato diplomová práce se zabývá aplikacemi Elica DALEST, které jsou součástí projektu DALEST (Developing Active Learning Environment for Stereometry), který má za cíl vytvoření vhodného nástroje pro výuku stereometrie. V projektu Elica DALEST je celkem 13 aplikací, tato práce se zabývá sedmi z nich.

Cílem práce je vytvoření materiálu pro seznámení učitelů matematiky s možnostmi jednotlivých aplikací. Tento návod bude vytvořen i ve formě video návodů, které naleznete na přiloženém na CD. Dílčím cílem mé diplomové práce je představit vytvořený materiál učitelům v praxi na základních školách.

Klíčová slova

Elica, DALEST, stereometrie, geometrie, matematika, interaktivní výuka

Abstract

This diploma thesis deals with Elica DALEST applications, which are a part of the DALEST project (Developing Active Learning Environment for Stereometry). The goal of the project is to create a suitable tool for teaching stereometry. This thesis deals with 7 out of 13 applications which are part of the DALEST project.

The goal of my thesis is to create materials which can be used for presentation of features of Dalest applications to mathematics teachers. Instructional videos are part of the thesis and can be found on the enclosed CD. One of the goals of my thesis is to present created materials to elementary schools teachers in practice.

Key words

Elica, DALEST, stereometry, geometry, Math, interactive learning

Obsah

1	TEORETICKÁ VÝCHODISKA	9
1.1	Obsah učiva geometrie na ZŠ.....	9
1.2	Současné způsoby výuky	14
1.3	Reálné modely těles	16
1.4	Interaktivní výuka	17
1.5	Počítačem podporovaná výuka.....	18
1.6	Výhody využití aplikací Elica DALEST při výuce geometrie.....	20
2	PROJEKT ELICA DALEST	22
2.1	Cubix	25
2.2	Cubix Shadow	34
2.3	Cubix Editor	43
2.4	Origami Nets	50
2.5	Bottle Design.....	61
2.6	Pythagorean Theorem	67
2.7	Pattern Constructor.....	74
3	PRAKTICKÁ ČÁST	78
3.1	Vytvoření instruktážních videí	78
3.2	Vytvoření webových stránek pro zveřejnění výukových materiálů...	80
4	ZHODNOCENÍ	82
4.1	Aplikace Cubix.....	83
4.2	Aplikace Cubix Shadow	84
4.3	Aplikace Cubix Editor.....	85
4.4	Aplikace Origami Nets.....	87
4.5	Aplikace Bottle Design	88
4.6	Aplikace Pythagorean Theorem	89

4.7	Aplikace Pattern Constructor	90
5	ZÁVĚR	92
	POUŽITÁ LITERATURA	94

Úvod

Základy geometrie si osvojujeme již v předškolním období, kdy si hrajeme a zvykáme na své okolí. Rozvíjí se nám pojetí věcí kolem nás a vnímání sebe sama v prostoru tím, jak se pohybujeme a s jakými předměty manipulujeme. Pro orientaci ve světě je důležitou dovedností budování prostorové představivosti.

Podle Molnára [26] je prostorová představivost soubor schopností, který nám umožňuje naučit se a vykonávat činnosti, které souvisejí s představami prostorových geometrických útvarů, jejich tvarů a vzájemných vztahů.

Přesné rozpoznání a pojmenování geometrických útvarů se učíme v průběhu studia. Díky Rámcovému vzdělávacímu programu jsou dány základní dovednosti, jaké žáci musí ovládat po absolvování příslušného stupně vzdělání.

Základní vzdělávání má žákům pomoci získávat a postupně zdokonalovat klíčové kompetence a poskytnout spolehlivý základ všeobecného vzdělání orientovaného zejména na situace blízké životu a na praktické jednání [26]. Například tedy prostorovou představivost.

Hlavním důvodem vzniku této práce byla snaha poskytnout učitelům matematiky další nástroj pro podporu výuky geometrie. V dnešní době mají pedagogové k dispozici několik možností, jak geometrie vyučovat. Ať už využívají osvědčené metody za pomoci tužky a papíru nebo moderní metody a technologie. Současným trendem je výuka za podpory informačních technologií, ať už interaktivní nebo počítačem podporovaná.

Tato práce se zabývá projektem Elica DALEST, který využívá právě informační technologie ke zjednodušení a názornosti geometrických úloh a tedy poskytuje další možnost, jak žákům pomoci při zlepšování či budování prostorové představivosti. Aplikace v projektu Elica DALEST umožňují skládání geometrických těles z kostek a zjišťování jejich povrchu a objemu,

vytváření a skládání vlastních sítí těles, rozkládání těles do 2D sítí, modelování pláště těles, skládání tangramů a další...

Tato diplomová práce se zabývá sedmi aplikacemi z projektu Elica DALEST. Hlavním cílem mé práce je zpřístupnit a představit tyto aplikace učitelům matematiky. Protože se jedná o mezinárodní projekt, jsou veškeré informace o jednotlivých aplikacích a jejich použití v anglickém jazyce. To může být pro některé pedagogy problém. Tato práce názorně ukazuje možnosti jednotlivých aplikací projektu Elica DALEST. Součástí mé diplomové práce jsou i video návody, kde jsou všechny aplikace představeny. U každé aplikace jsou také uvedeny aktivity, na které je vhodné jednotlivé aplikace použít a také jsou ukázány řešené příklady ze současných učebnic matematiky s využitím aplikací projektu Elica DALEST.

Dílčím cílem mé diplomové práce je představit vytvořený materiál učitelům v praxi na základních školách. Postřehy ze společné práce s učiteli (učitelkami) jsou popsány v závěru práce.

1 TEORETICKÁ VÝCHODISKA

1.1 Obsah učiva geometrie na ZŠ

Obsah učiva geometrie základního vzdělávání vymezuje Rámcový vzdělávací program v části Matematika a její aplikace. Vzdělávací oblast zaměřená na geometrii je v základním vzdělávání založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě a umožňuje tak získávat matematickou gramotnost. Pro tuto svoji nezastupitelnou roli se prolíná celým základním vzděláváním a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium [29].

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace je rozdělen na čtyři tematické okruhy. Jedním z nich je Geometrie v rovině a prostoru, kde žáci určují a znázorňují geometrické útvary a geometricky modelují reálné situace, hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nás, uvědomují si vzájemné polohy objektů v rovině (resp. v prostoru), učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah (resp. povrch a objem), zdokonalovat svůj grafický projev. Zkoumání tvaru a prostoru vede žáky k řešení polohových a metrických úloh a problémů, které vycházejí z běžných životních situací [29].

Před zahájením výuky stereometrie si dítě musí vytvořit představu geometrického tělesa. Je to pojem, na kterém jsou postaveny základy výuky stereometrie. Vytvoření intuitivní představy nastává už v předškolním věku. Dítě hrou s kostkami získává zkušenosti s tvary těles. Manipulováním s kostkami si dítě uvědomuje, že je třeba položit stěnu na stěnu, vytváří si předpoklady pro následné zavedení pojmů jako hrana, vrchol, stěna atp. Dítě začíná rozpoznávat podstatné vlastnosti od nepodstatných (barva, tvrdost, chuť...), v jeho vědomí se začíná vytvářet idealizovaný obraz tělesa ([19], s. 359).

Právě na tuto zkušenost dítěte s geometrickými tělesy je nutné navázat a dále ji rozvíjet. Protože ale dítě přichází do styku se stále složitějšími tělesy, je potřeba vytvářet stále nové modely těchto těles. Nejčastější pomůcky, které se dnes využívají, jsou reálné modely geometrických útvarů. V době informačních technologií, které jsou na všech školách dostupné, se nabízí využít při modelování geometrických útvarů právě těchto technologií. Jedná se o dostupné řešení, které nabízí více možností a méně pracnosti při vytváření 3D modelů.

Žáci se také dále učí využívat prostředky výpočetní techniky (především kalkulátory, vhodný počítačový software, určité typy výukových programů) a používat některé další pomůcky, což umožňuje přístup k matematice i žákům, kteří mají nedostatky v numerickém počítání a v rýsovacích technikách. Zdokonalují se rovněž v samostatné a kritické práci se zdroji informací [29].

Jelikož se tato práce zabývá podporou výuky geometrie. Vybral jsem z RVP – *Rámcového vzdělávacího programu* očekávané výstupy žáků na prvním a druhém stupni základní školy.

Očekávané výstupy vymezují předpokládanou způsobilost využívat osvojené učivo v praktických situacích a v běžném životě. Mají činnostní povahu, jsou prakticky zaměřené, využitelné v běžném životě a ověřitelné. RVP pro základní vzdělávání stanovuje očekávané výstupy na konci 3. ročníku (1. období) jako orientační (nezávazné) a na konci 5. ročníku (2. období) a 9. ročníku jako závazné [29].

Geometrie na prvním stupni ZŠ

GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU

Očekávané výstupy – 1. období

žák

- rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci
- porovnává velikosti útvarů, měří a odhaduje délku úsečky
- rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině

Očekávané výstupy – 2. období

žák

- narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce
- sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran
- sestrojí rovnoběžky a kolmice
- určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu
- rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru

Zdroj: RVP ZŠ

Učivo

- **základní útvary v rovině** – lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník
- **základní útvary v prostoru** – kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec
- délka úsečky; jednotky délky a jejich převody
- obvod a obsah obrazce
- vzájemná poloha dvou přímek v rovině
- osově souměrné útvary [29]

Geometrie na druhém stupni ZŠ

GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU

Očekávané výstupy

žák

- zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku
- charakterizuje a třídí základní rovinné útvary
- určuje velikost úhlu měřením a výpočtem
- odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů
- využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice útvarů a k řešení polohových a nepolohových konstrukčních úloh
- načrtne a sestrojí rovinné útvary
- užívá k argumentaci a při výpočtech věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků
- načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar
- určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti
- odhaduje a vypočítá objem a povrch těles
- načrtne a sestrojí síť základních těles
- načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině
- analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu

Zdroj: RVP ZŠ

Učivo

- **rovinné útvary** – přímka, polopřímka, úsečka, kružnice, kruh, úhel, trojúhelník, čtyřúhelník (lichoběžník, rovnoběžník), pravidelné mnohoúhelníky, vzájemná poloha přímek v rovině (typy úhlů), shodnost a podobnost (věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků)
- **metrické vlastnosti v rovině** – druhy úhlů, vzdálenost bodu od přímky, trojúhelníková nerovnost, Pythagorova věta

- **prostorové útvary** – kvádr, krychle, rotační válec, jehlan, rotační kužel, koule, kolmý hranol
- **konstrukční úlohy** – množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úsečky, osa úhlu, Thaletova kružnice), osová souměrnost, středová souměrnost [29]

Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*. Žáci se učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, provádět situační náčrty, řešit optimalizační úlohy. Řešení logických úloh, jejichž obtížnost je závislá na míře rozumové vyspělosti žáků, posiluje vědomí žáka ve vlastní schopnosti logického uvažování a může podchytit i ty žáky, kteří jsou v matematice méně úspěšní. Tyto úlohy jsou v průběhu vzdělání velice důležité, protože rozvíjí dovednosti žáků, které jsou použitelné v běžném životě [29].

NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY A PROBLÉMY

Očekávané výstupy

žák

- řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí

Zdroj: RVP ZŠ

Učivo

- číselné a logické řady
- číselné a obrázkové analogie
- logické a netradiční geometrické úlohy [29]

1.2 Současné způsoby výuky

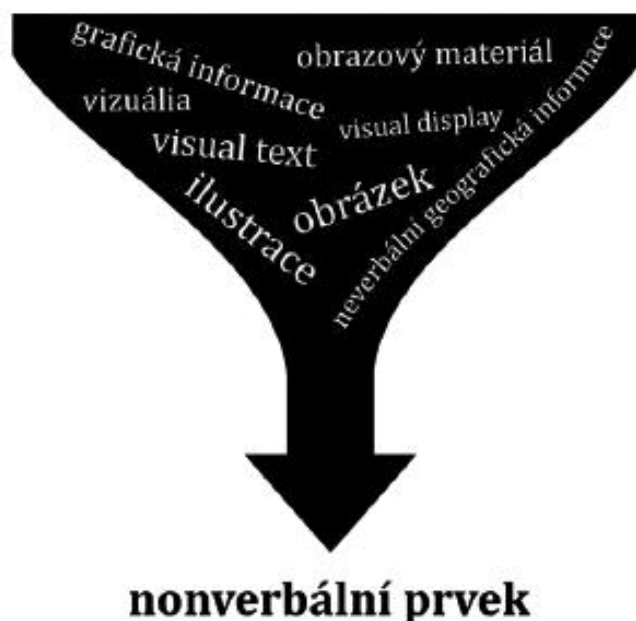
Současné metody výuky podle Rámcového vzdělávacího programu vedou výuku k rozvíjení klíčových kompetencí. Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti. Jejich výběr a pojetí vychází z hodnot obecně přijímaných ve společnosti a z obecně sdílených představ o tom, které kompetence jedince přispívají k jeho vzdělávání, spokojenému a úspěšnému životu a k posilování funkcí občanské společnosti [29]. Základem výukových metod je předávání informací mezi učitelem a žáky, tzv. pedagogická komunikace. Ta může mít verbální i neverbální podobu.

Pedagogická komunikace

Gavora a kol. [18] definoval pedagogickou komunikaci jako vzájemnou výměnu informací mezi účastníky výchovně vzdělávacího procesu, která slouží k dosažení výukových cílů. Na žáky ale při vyučování působí i jiné vlivy než výklad učitele, například formy výuky, styl učení, učebnice, sympatie či antipatie k učiteli, prostředí třídy, momentální nálada žáků a další.

Pokud budeme uvažovat výuku matematiky pomocí výukového programu, tak na žáky jistě působí nestandardní forma výuky, jiné prostředí, jiné rozvržení hodiny atp. To jistě žáky zaujme, protože se bude jednat o hodinu, která nezapadá do klasických hodin matematiky, které nebývají moc oblíbené. Proto je vhodné využít všech možností jak zaujmout žáka a přiblížit mu matematiku jiným, netradičním a snad i zábavným způsobem.

Veškeré prvky výukového software na žáka podvědomě působí, ať už to jsou obrázky, vzhled programu nebo počítač jako takový. Tyto vlivy nás mohou popostrčit k lepšímu soustředění se a lepší motivaci k řešení daného úkolu nebo naopak. Prvky neverbálně působící na žáka nazýváme nonverbálními prvky. Pro lepší názornost, co se skrývá pod pojmem nonverbální prvek, uvádím následující obrázek.



Obrázek 1: Pojem nonverbální prvek v kontextu ostatních pojmů používaných k označování obrazového materiálu v učebnicích (převzato z publikace [22], s. 17)

Již J. A. Komenský prosazoval učení se na názorných příkladech a veškeré své znalosti převáděl do praxe. Proto se v učebnicích začaly objevovat různé obrázky ze života, na kterých se vysvětlovala nebo procvičovala nová látka. Janko ([22], s. 8) tvrdí, že nonverbální prvky v učebnicích představují působivé elementy a mnohdy jsou tím, čeho si žák při listování učebnicí všimne jako prvního.

Výuka stereometrie

Stereometrie neboli geometrie v prostoru nás učí zvládat orientaci v prostoru. Tuto dovednost potřebuje každý z nás, neboť se všichni pohybujeme v tomto světě. Znázornění vztahů v prostoru je jeden z našich problémů. Používané obrázky pouze naznačují vzájemnou polohu a tvar těles, skutečné prostorové vztahy si musíme vytvářet na základě připojeného popisu ve vlastních představách, to ale není vždy snadné ([23], s. 137).

Na rozdíl od řady jiných vyučovacích předmětů, do jejichž výuky v posledních letech razantně zasáhl technický pokrok, školská geometrie se po desetiletí vyučuje s prakticky stejnými pomůckami - tabule a křída, pravítko,

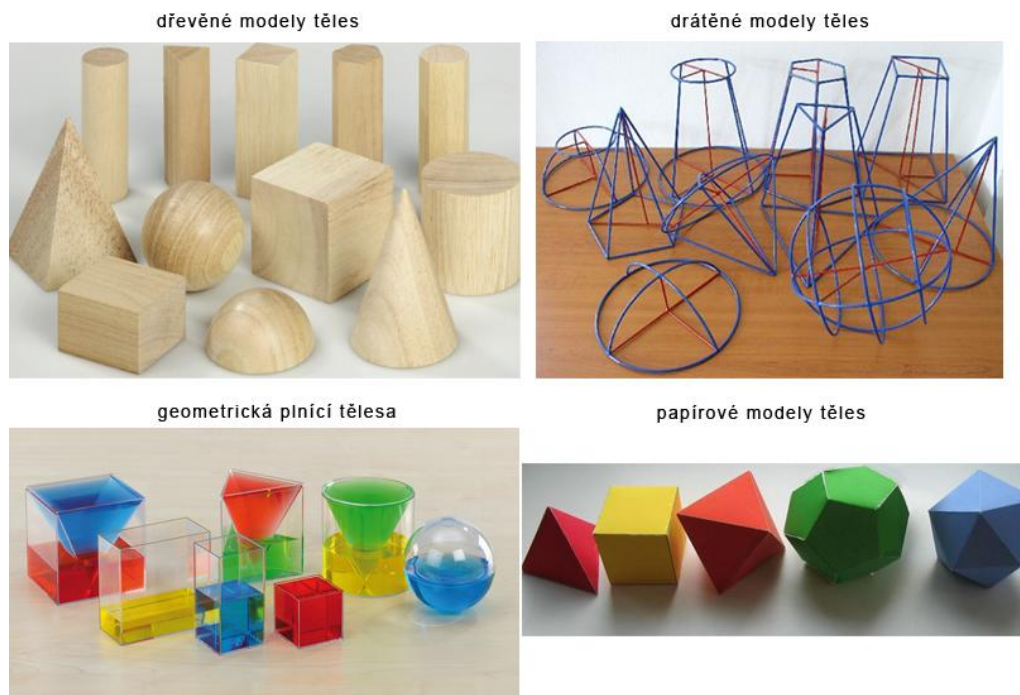
kružítka. V uplynulých padesáti letech se výrazně změnilo těžiště předmětu a cíle školské geometrie, zjednodušeně řečeno, od řemeslného rýsování (a seznamování se se základními poznatky vědecké disciplíny) k tréninku geometrické představivosti (a zkoumání světa z geometrického pohledu). Se stejnými pomůckami musí tak současní žáci daleko více abstrahovat [30].

1.3 Reálné modely těles

K objasnění řady geometrických poznatků a získání představ lze úspěšně využít dynamiku v geometrii. Díky možnosti pohybu s konstrukcí dochází k lepšímu vhledu do situace a rozpoznání závislostí mezi jednotlivými objekty. Pokud je konstrukce pouze na papíře, žáci si musí uvědomit závislosti mezi jednotlivými objekty ve své hlavě. To představuje vysoké nároky na pozornost, soustředění a kapacitu paměti. Vytvoření představy může některým dětem dělat potíže a ty se pak nesoustředí na podstatné vztahy v úloze [30].

Klasické reálné modely těles hrají v poznání geometrie nezanedbatelnou roli. Nevýhoda využití reálných modelů těles se projeví v případě, že chceme nějaké parametry tělesa změnit. V tom případě bychom museli vyrobit těleso nové. Současné modely těles na školách jsou reprezentovány drátěnými modely nebo jsou vyrobeny z papíru nebo z nějakého pevného materiálu (např. ze dřeva, plastu).

Výhodou použití reálných těles je bezpochyby skutečný kontakt s daným tělesem, prožitek žáka při dotyku a hraní si s tělesem. Již v raném dětství si hrajeme s kostkami, ze kterých stavíme různé hrady, domy, věže, schodiště, ohrady apod. Důvěrně poznáváme tvar kostky i zákonitosti při spojování kostek do větších těles. To vše nám buduje zkušenosti s prostorovými tělesy z různých pohledů (fyzikální zákony, těžiště, barvy kostek, prostorová představivost, procvičení motorických dovedností atp.). Na vyšší úroveň se poznávací procesy dostávají ve škole.



Obrázek 2: Příklady reálných těles používaných ve výuce. (převzato z publikace [27])

1.4 Interaktivní výuka

Obrázky v učebnici, náčrtky na papíře či reálné modely těles jsou velice užitečné pedagogické pomůcky pro ilustraci a podporu výuky matematiky. Počítačová geometrická prostředí přidávají k takovému obrázku rozměr změny jeho tvaru v čase a interaktivitu. Interaktivní geometrie používá počítače a speciální výukový software, který umožňuje uživateli manipulovat s výsledným objektem, s hotovým počítačovým „obrázkem“ vzniklým geometrickou konstrukcí. Interaktivní geometrie dovoluje hlubší a komplexnější zkoumání pojmů a objektů než klasický přístup. Student může změnou parametrů v hotové konstrukci rozpoznat vlastnosti zkoumaného objektu, např. změnou poloh ovladačů měnících velikosti stran a úhlů, kdy se konstrukce adekvátně mění ([32], s. 9).

Interaktivní výuka má obecně za cíl nabídnout žákům zábavnější a méně stereotypní formu výuky, a tím zvýšit jejich motivaci k učení. Dalším cílem je zapojit do procesu učení samotné děti – ty již nemají být jen pasivními

posluchači, ale mají spoluvytvářet výuku a aktivně se zapojovat do procesu vzdělávání. Důležitým znakem interaktivního vyučování je zjevná názornost a systematickosti ve výuce – součástí jednotlivých předmětů jsou audio i video nahrávky s materiály a webové odkazy, na nichž mohou žáci získat rozšiřující informace o probírané látce. Navíc jsou předměty propojeny mezipředmětovými vztahy, což pomáhá dětem uvědomit si, že jednotlivé poznatky je nutné kombinovat s jinými, doplňovat je a vzájemně propojovat, nikoli separovat [21].

1.5 Počítačem podporovaná výuka

Maňák ([24], s. 187) tvrdí, že za jeden ze základních požadavků na vzdělání moderního člověka se považuje počítačová gramotnost, která mu má umožnit zvládat narůstající rozsah informací a pomocí počítačů umožnit řešit i velmi složité úkoly. Využití počítačů ve škole je mnohostranné, neboť může zajišťovat informační systém školy, poskytuje strategické informace pro pedagogické pracovníky, je encyklopedickým zdrojem informací, pro učitele slouží také jako operační prostředek a diagnostický nástroj, pro všechny zájemce poskytuje obecné programy.

Podle Podlahové [28] lze z informačních technologií při výuce použít:

- programy na procvičování látky
- simulační programy a didaktické hry
- expertní systémy a výukové programy využívající umělé inteligence
- elektronické učebnice a encyklopedie
- programy pro řízení laboratorní výuky
- programy pro výuku programování

Podle Maňáka ([24], s. 190) zaujímají moderní mediální technologie, nejvýrazněji reprezentované zejména počítači, multimediálními systémy a Internetem, v učitelově skladu výukových metod stále důležitější místo, proto musí moderní učitel tyto prostředky bezpodmínečně zvládnout a promyšleně integrovat do ostatních metod, technik a prostředků. Tím ovšem rostou na

učitele další nároky, poněvadž se musí neustále rozhodovat mezi mnoha možnostmi a volit ty varianty, které jsou za daných podmínek a v konkrétní situaci optimální. Jde o strategický postup, o zodpovědnou volbu, jejímž hlavním kritériem je optimální rozvoj osobnosti.

Frontální práce u počítače pochopitelně přináší obecné pedagogické a psychologické výhody, jako je bezprostřední zpětná vazba, diskretnost této zpětné vazby, změna role učitele v poradce, orientace výuky na žáka (učitel není centrem výuky, k němuž se vše upíná), vizualizace problematiky a individualizace výuky (učitel je k dispozici žákům, kteří aktuálně potřebují pomoc nebo konzultaci) [31].

Běžné je dnes využití počítačů jako „demonstračních prostředků“ umožňující vizualizaci. Řada i volně dostupných programů dnes poskytuje širokou škálu takového využití. Chceme dosáhnout toho, aby počítače pomohly žákům při porozumění probírané látce, aby umožnily odstranit zbytečnou náročnost výpočtů, konstrukcí apod., které mohou odvádět pozornost od skutečného porozumění pojmu [4].

S nástupem moderních technologií, zejména počítačů, se změnila role učitele a žáka ve výuce. Výuka je více zaměřena na jednotlivé žáky a rozdíly mezi nimi než na samotné předávání znalostí. Informační technologie umožňují zjednodušit a omezit rutinní činnosti a poskytují vysoce kvalitní možnosti prezentace učiva.

Nové funkce učitele podle Maňáka ([24], s. 189) představují učitele jako:

- organizátora a manažera výchovně vzdělávacího procesu
- partnera žáka, jeho pomocníka a rádce
- didaktického programátora
- technologa vyučovacích prostředků
- výzkumníka v oboru didaktiky

Při použití počítačů se setkáváme s novými problémy (při ovládní prostředí počítače apod.), na druhou stranu použití počítačů s vhodným

výukovým programem šetří čas při rýsování a odstraňuje jiné problémy klasického rýsování (ostrota tužek, nepřesnosti). Dítě tak nemusí řešit technické problémy, které odvádějí pozornost, a může se více soustředit na vlastní pochopení konstrukce. Počítač poskytuje okamžitou zpětnou vazbu, žák tedy nepotřebuje učitele, aby mu schválil jeho práci. Navíc učitel může rychle zkontrolovat správnost počítačové konstrukce pouhým pohybem vhodným objektem [30].

„Klasické rýsování konstrukce na papír totiž přináší jeden neduh, který je někdy učiteli podporován. Aby konstrukce vyšla přesně, postupuje se při ní ne podle zapsaného postupu, ale od výsledku k zadání. Protože v počítači jsou objekty svázány relačními vztahy, výrazně klesá pravděpodobnost, že by dítě při konstrukci podvádělo. Ta zde však stále je, neboť schopné dítě si může přitáhnout hotový příklad po síti z jiného počítače nebo přes flash disk. Toto jsou ale obecné problémy zneužití výpočetní techniky a učitel či technik by měl takovéto situace předvídat a podvod znemožnit“ [30].

1.6 Výhody využití aplikací Elica DALEST při výuce geometrie

„Znázornění geometrického obrázku na obrazovce počítače, který je přesný a dynamický, umožňuje okamžitý vhled bez nároku na vysoký stupeň představivosti a tedy bez velké zátěže aktuální paměti, kterou žák může v danou chvíli použít jinak. S takovouto pomůckou lze pochopitelně geometrickou představivost i úspěšně trénovat“ [30].

Tuto možnost přináší v různých situacích i různé aplikace projektu Elica DALEST, které nám umožňují obraz natáčet a zkoumat z různých úhlů, ale také nám umožňují vytvářet vlastní objekty a zkoumat různé situace, které bychom z reálných modelů vytvářeli zdlouhavě. Výhody použití programu Elica DALEST jsou právě v jeho názornosti a možnosti rotace s jednotlivými objekty. Velikou výhodou výuky s podporou výpočetní techniky je okamžitá a anonymní zpětná vazba. Nikdo se neposmívá žákovi, který zodpověděl příklad špatně. Projekt Elica DALEST může žáky dobře motivovat, umožňuje žákům experimentovat a zkoušet své nové myšlenky. Většina aplikací je

tvořena formou hry, kdy žáci testují různá řešení a hledají vhodný postup, který by je dovedl k cíli.

Nevýhodou zobrazování obrazců na obrazovce počítače je, že i pokud vymodelujeme 3D objekt, tak je stále na klasické obrazovce počítače vidět jako 2D, i když s možností otočení. Využívání informačních technologií také nepřispívá ke zručnosti dětí. Žáci sice umí skvěle ovládat jednotlivé technologie, ale neprocvičují svoji zručnost, která se hodí v praktickém životě.

2 PROJEKT ELICA DALEST

Projekt Elica DALEST (Developing Active Learning Environment for Stereometry) má za cíl vytvoření vhodného nástroje pro výuku stereometrie. Posledních 15 let je čím dál více využíván software pro výuku dynamické geometrie. Tento software zaměřuje výuku stereometrie na objevování zákonitostí a jejich využití v praxi. DALEST je zkratka pro rozvoj aktivního prostředí pro učení stereometrie [8].

V projektu Elica DALEST je celkem 13 aplikací. Konkrétně jsou to tyto: Cubix, Cubix Shadow, Cubix Editor, Bottle Design, Origami Nets, Pattern Constructor, Pythagorean Theorem, Math Wheel, Potter's Wheel, Scissors, Slider, Stuffed Toys, Tangrams, Elica.

V této diplomové práci se budu zabývat pouze prvními sedmi aplikacemi. Další představí p. Roman Krčmář ve své diplomové práci Výuka stereometrie s využitím softwaru Elica DALEST. Všechny aplikace jsou ve spolupráci s p. Krčmářem představeny na webových stránkách <http://dalest.kenynet.cz>, kde lze také nalézt video návody a řešené příklady.

Partneři projektu Elica Dalest jsou Kyperská univerzita, Universita v Southamptonu, Universita v Lisabonu, Universita v Sofii, Universita v Aténách, NKM Netmasters a Asociace učitelů matematiky na Kypru. Projekt je spolufinancován Evropskou unií v rámci programu Socrates, MINERVA, 2005 výběr [8].

Cíle projektu

Hlavním cílem je rozvoj dynamické trojrozměrné geometrie, která studentům umožní konstruovat, pozorovat a manipulovat s geometrickými obrazci v prostoru. Dále má studentům pomoci vybudovat porozumění stereometrii [8].

Instalace

Instalace programu ELICA-DALEST je velice jednoduchá. Získat instalační soubor můžeme z internetových stránek <http://www.elica.net>, kde je po kliknutí na tlačítko download nabídnut zabalený instalační soubor ke stáhnutí. Jakmile rozbalíme soubor, můžeme program nainstalovat dle pokynů v průvodci instalací. Po instalaci se nám na ploše objeví 14 ikon (13 aplikací a jeden editační program nazvaný „Elica“ pro práci se zdrojovými kódy).

HW a SW vybavení

Doporučené systémové požadavky:

Operační systém Windows XP

Procesor Core Duo procesor

Operační paměť 512 MB RAM

Rozlišení obrazovky 1400x1024 px, 64K barev

Grafická karta s hardwarovou akcelerací OpenGL

Minimální systémové požadavky:

Operační systém Windows XP

Procesor 400 MHz

Operační paměť 64 MB RAM

Rozlišení obrazovky 800x600 px, 32K barev [16]

Součásti aplikace Elica DALEST

Všechny aplikace v programu Elica DALEST jsou v anglickém jazyce, ale jedná se o velice jednoduché příkazy, které jsou u jednotlivých aplikací vysvětleny. Každá aplikace je také představena na vytvořených video návodech na přiloženém CD.

Tato práce se zabývá následujícími aplikacemi z projektu Elica DALEST:

- *Cubix* – úkolem je zjišťování a procvičování objemu a plochy objektů
- *Cubix Shadow* – úkolem je zrekonstruovat stín objektu s daným počtem kostek
- *Cubix Editor* – volný pracovní editor na skládání libovolných objektů z kostek
- *Origami Nets* – aplikace na tvorbu a skládání sítí těles
- *Bottle Design* – aplikace umožňující vytvoření lahve vlastního tvaru a počítání jejího objemu a plochy
- *Pythagorean Theorem* – aplikace ukazující vztahy v Pythagorově větě
- *Pattern Constructor* – tvorba osově souměrných obrazců

Konkrétní ovládání jednotlivých aplikací je popsáno níže. Společné ovládání u všech aplikací je následující:

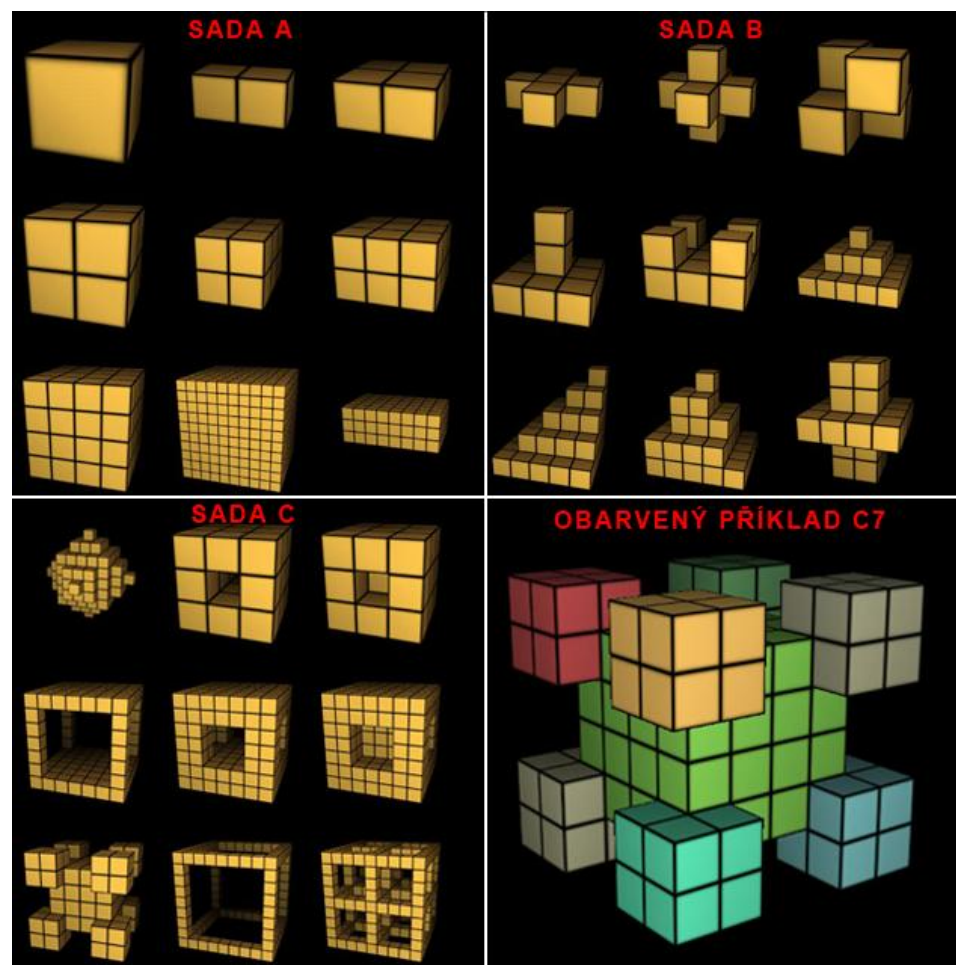
- k vytvoření kostky na pracovní ploše klikněte na vybranou dlaždici
- k vytvoření kostky vedle jiné kostky klikněte na odpovídající stěnu kostky
- k vytvoření sloupce kostek držte klávesu [Ctrl] a klikněte na odpovídající dlaždici na pracovní ploše
- k odstranění kostky klikněte pravým tlačítkem myši na kostku
- k odstranění více kostek držte pravé tlačítko myši a vyberte, které kostky chcete smazat; po uvolnění pravého tlačítka myši se označené kostky smažou

2.1 Cubix

Popis aplikace

Hlavním cílem aplikace Cubix je výpočet a procvičení výpočtu objemu a povrchu těles složených z kostek. Existují tři obtížnosti úkolů (sada příkladů A, B, C). V každé úrovni obtížnosti je devět úloh, které jsou seřazeny ve vzestupném pořadí podle obtížnosti.

Tělesem na obrazovce lze pomocí myši libovolně otáčet. To je důležité zejména pro tělesa, která obsahují „mezery“ nebo u těles, za která není vidět. Užitečnou funkcí je možnost obarvit jednotlivé části tělesa různou barvou pro přehlednost pomocí tlačítka „Recolor“. Toto je možné pro sady úloh B a C [12].

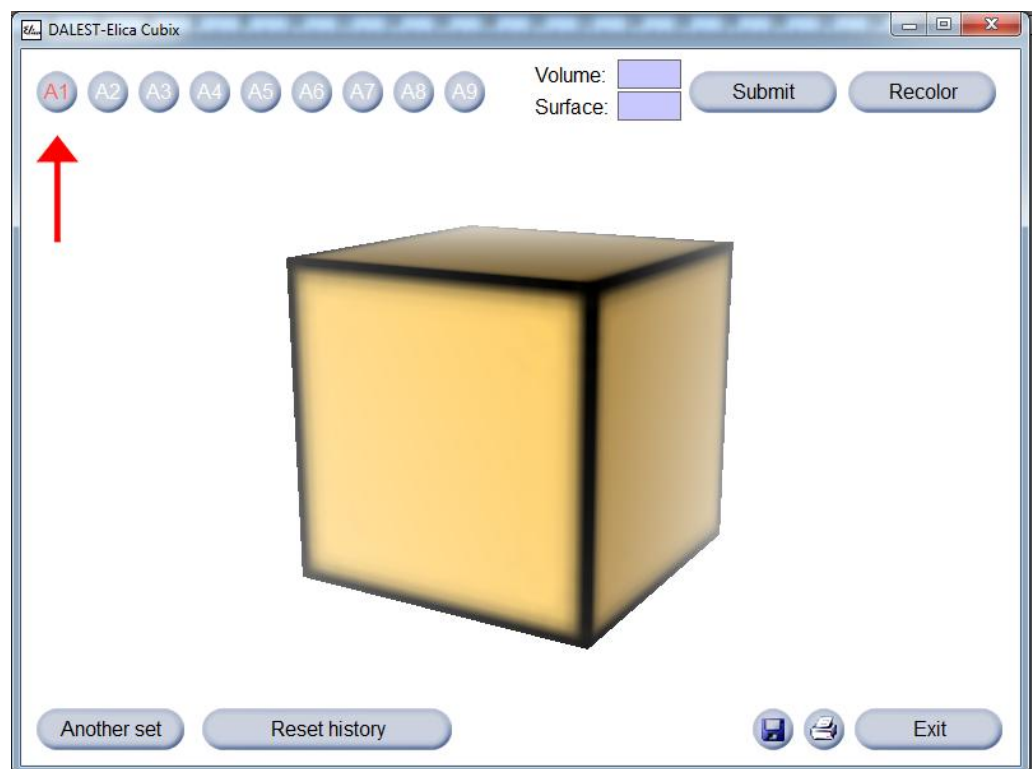


Obrázek 3: Cubix – sady příkladů

Převzato z: <http://www.elica.net/site/museum/Dalest/cu.html>

Návod

Po spuštění aplikace Cubix se nám otevře okno, kde lze v levé vrchní části vidět bubliny A1, A2 až A9, které představují jednotlivé příklady seřazené vzestupně podle náročnosti. Tedy příklad A1 je nejjednodušší a A9 je nesložitější v úrovni pro začátečníky. Jak je již řečeno výše, existují tři úrovně obtížnosti. Mezi jednotlivými úrovněmi lze přepínat tlačítkem „Another set“ umístěným v levé dolní části okna. Poté v horní části okna uvidíme sadu příkladů pro pokročilé označenou jako B1, B2 až B9 a dalším přepnutím úrovně uvidíme sadu pro experty C1, C2 až C9.



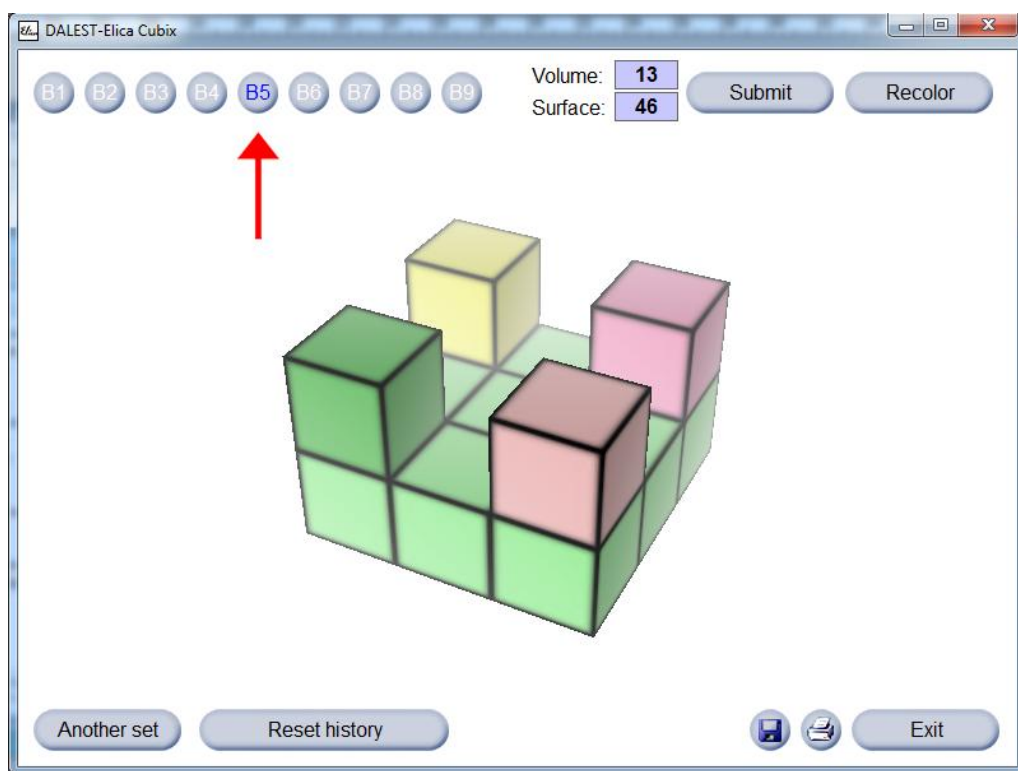
Obrázek 4: Cubix – špatně vypočítaný příklad A1

Pro začátek vybereme příklad nejjednodušší, tedy A1. Na pracovní ploše v okně se nám objeví jednotková kostka. Naším úkolem je zjistit objem a povrch tělesa. Náš odhad objemu napíšeme do pole Volume a povrch do pole Surface. Objem jednotkové krychle je 1cm^3 a povrch je 6cm^2 . Pro vyhodnocení naší odpovědi stačí kliknout na tlačítko Submit. Pokud je naše odpověď

správná, tak se nápis v bublině A1 obarví modře. Pokud je náš výsledek špatně, obarví se nápis A1 červeně.

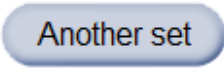
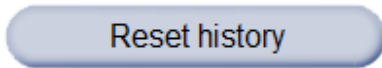
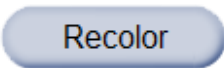




Poté si vybereme příklad A2 a pokračujeme dále. V případě, že máme všechny příklady z úrovně A (začátečníci) vyřešené, přepneme do úrovně pro pokročilé na sadu příkladů B tlačítkem „Another set“ a řešíme další příklady. Pokud bychom chtěli vymazat naše řešení a začít s programem od začátku, stačí kliknout na tlačítko „Reset history“ a v dialogovém okně smazání potvrdit.

Následuje ukázka složitějšího příkladu B5, ve kterém lze vidět doplnění objemu a povrchu tělesa a následné správné vyhodnocení, kdy se nápis v bublině B5 obarví na modro.



Obrázek 5: Cubix – správně vyřešený příklad B5, obarvený tlačítkem „Recolor“

Popis ovládacích tlačítek

	Změna náročnosti sady úloh
	Smazání již hotových příkladů
	Změna barvy tělesa
	Vyhodnocení odpovědi
	Ukončení programu
	Uložení pracovní plochy jako obrázek
Volume	Pole na zapsání objemu tělesa
Surface	Pole na zapsání povrchu tělesa
	Tisk příkladu

Aktivita v aplikaci Cubix

- 1) **zjistí** objem a povrch těles
 - sečtením množství kostek, ze kterého je těleso vytvořeno
 - na základě výpočtu množství kostek (řádky krát sloupce u kostky)
- 2) **najdi** různé strategie pro výpočet objemu a plochy
- 3) **procvič** metodu „rozděl a panuj“ což znamená rozdělit těleso na menší části, u jednotlivých částí tělesa zjistí objem a povrch a pak výsledky jednotlivých částí spojit do konečného výsledku

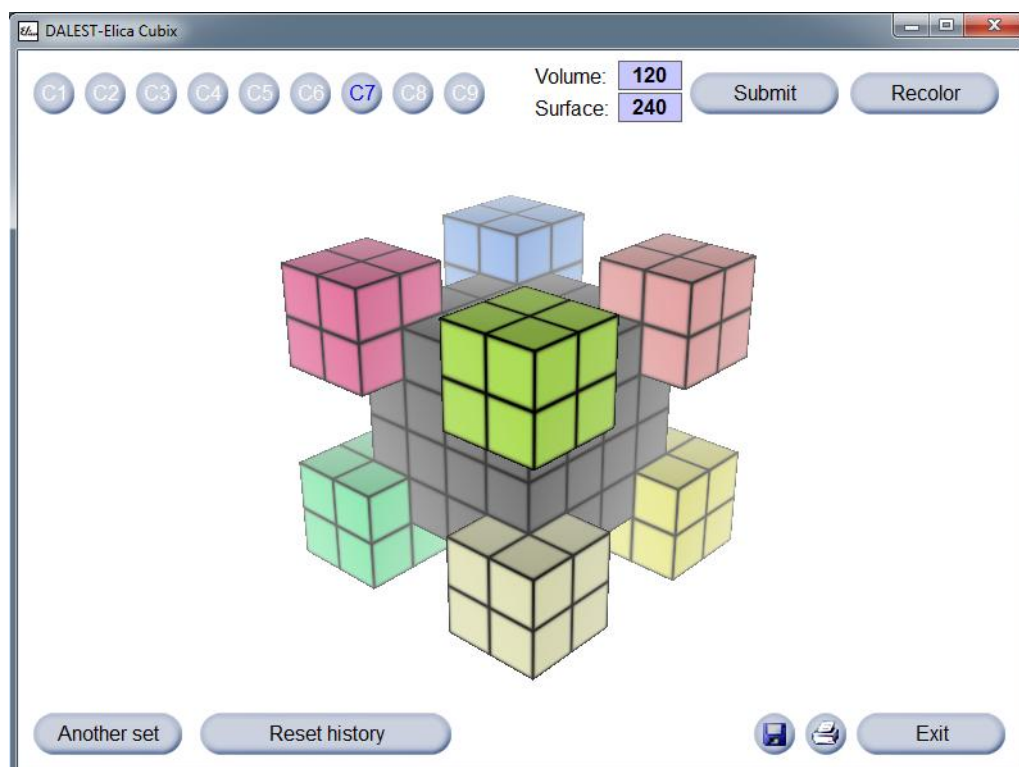
Příklad: Na ukázkou této aktivity jsem si vybral příklad z nejtěžší sady úloh a to příklad C7. Situace v příkladu je zobrazena na obrázku níže. Jedná se o těleso složené z hlavní krychle $4 \times 4 \times 4$, která má na každém rohu přilepenou menší krychli $2 \times 2 \times 2$.

Pro určení objemu a povrchu tohoto tělesa jako celku můžeme zvolit několik strategií. Popíši jich níže několik, ale žáka jistě napadne ještě jiná.

Pro určení objemu můžeme spočítat počet kostiček, ze kterých je těleso vytvořeno nebo určit množství kostiček tvořících těleso výpočtem. Tento výpočet můžeme provést tak, že určíme objem hlavní krychle a k tomu připočteme objem menší krychle ponížený o jednu společnou kostičku krát počet menších krychlí.

Konkrétně to znamená, že objem hlavní krychle (vím, že se jedná o krychli $4 \times 4 \times 4$) je 64 kostiček. Zjistím si, že menší krychle ($2 \times 2 \times 2$) mají objem 8 kostiček, ale mají jednu společnou kostičku s hlavní krychlí, takže objem menších krychlí je 7 kostiček. Celkový objem tělesa zjistím tak, že k objemu hlavní krychle, což je 64 kostiček, připočtu objem osmi menších krychlí, který se spočítá 7 (objem menší krychle) krát 8 (počet menších krychlí) a to je 56. Celkový objem je tedy 120 kostiček.

Dá se postupovat i opačně a to tak, že si spočítám objemy menších krychlí a připočtu k nim objem velké krychle, od kterého musíme odečíst osm společných kostiček (na každém rohu hlavní krychle).



Obrázek 6: Cubix - příklad C7

Pro stanovení obsahu tohoto tělesa lze postupovat podobně jako u objemu.

Strategie 1: Určím si plochu hlavní krychle, která má stěnu 4×4 složenou ze 16 čtverců. Krychle má 6 stěn, povrch hlavní krychle je tedy 96 čtverců. Od toho musíme odečíst plochy čtverců, které nám zakrývají přilepené menší krychle. U každého vrcholu nám menší krychle zakrývají 3 čtverce. Celkem nám tedy zakrývají 24 čtverců. Plocha hlavní krychle je tedy 72 čtverců. Plocha stěny menší krychle 2×2 je 4 čtverce krát 6 stěn, obsah menší krychle je 24 čtverců, který musíme ponížít o společnou plochu s hlavní krychlí, která je tři čtverce. Obsah jedné menší krychle je 21 čtverců a obsah všech menších krychlí je 168. Celkový obsah tělesa je 72 plus 168 čtverců, což je rovno 240 čtvercům.

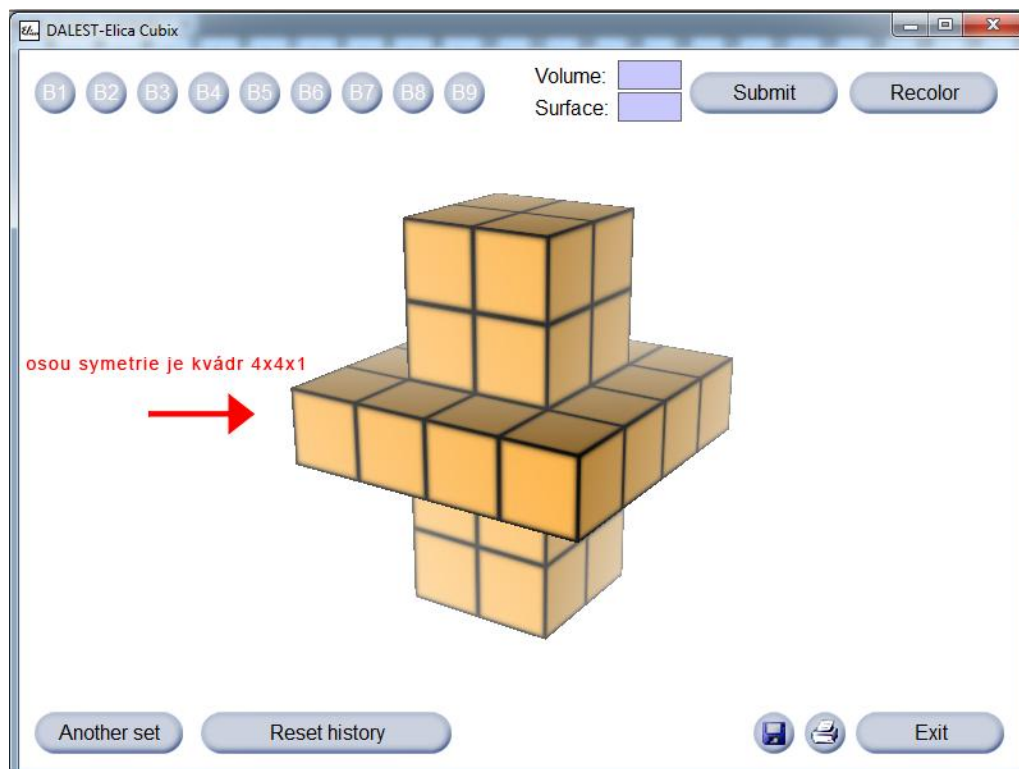
Strategie 2: Vidím, že plocha jedné stěny u hlavní krychle 4×4 je 16 čtverců, ale na každé stěně mi 4 čtverce zakrývají přilepené menší krychle. Plocha jedné stěny u hlavní krychle je 12 čtverců a plocha celé této krychle je pak 72 čtverců. Zjistíme si, že plocha jedné přilepené krychle $2 \times 2 \times 2$ je 21 čtverců. Celková plocha tělesa je plocha hlavní krychle plus osm krát plocha přilepené menší krychle. Výsledek v řeči čísel $72 + 8 * 21 = 72 + 168 = 240$ čtverců.

Jistě naleznete i jiné strategie řešení. Čím více strategií budou děti zkoušet, tím více si procvičí počítání objemu a povrchu těles a samozřejmě i trpělivost.

- 4) **procvič** symetrii u těles, tzn. rozdělení tělesa podle libovolné osy symetrie, zjisti objem a plochu částí tělesa a pak pomocí symetrie spočítej výsledný objem a povrch celého tělesa

Příklad: Pro ukázkou této aktivity jsem vybral příklad B9 z aplikace Cubix.

V tomto případě je za úkol určit objem a povrch tělesa, které je tvořeno plochou 4×1 kostek a nad i pod středem této plochy jsou přichycené kostky $2 \times 2 \times 2$. Situaci zobrazuje obrázek č. 7 na další stránce.

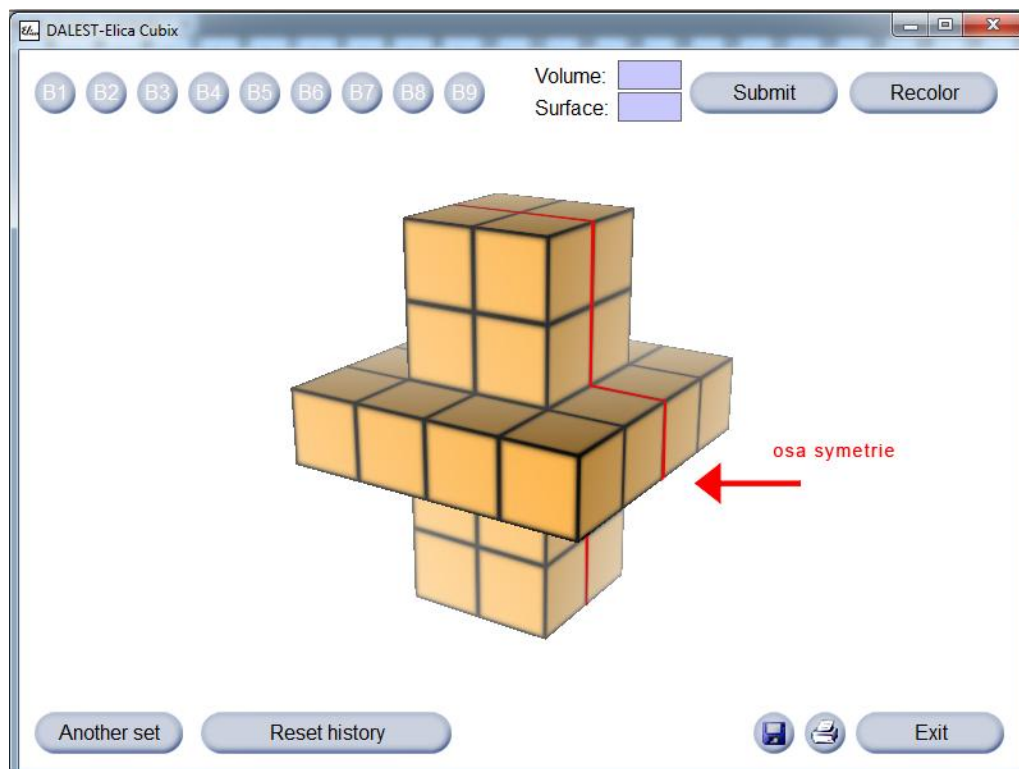


Obrázek 7: Cubix - příklad B9

Pokud bychom při řešení tohoto příkladu chtěli využít symetrie, nabízí se nám symetrie podle kvádru $4 \times 4 \times 1$ uprostřed obrazce. Stačí nám spočítat objem / povrch krychle nad kvádrem a poté vynásobit dvěma, jelikož jsou obrazce symetrické. Poté k tomu přičíst objem / povrch osy symetrie (kvádr) a máme výsledek.

Mohli bychom zvolit osu symetrie vedenou prostředkem celého tělesa, jak je vyznačeno na obrázku č. 8. V tomto případě bychom objem / povrch tělesa získali výpočtem objemu / povrchu na jedné polovině tělesa a výsledek vynásobili dvěma.

Opět se fantazii meze nekladou a osu symetrie je možné si vybrat libovolně.



Obrázek 8: Cubix - příklad B9 - svislá osa symetrie

- 5) **procvič** vzorce pro výpočet objemu a plochy rovnoběžného tělesa
- 6) **porovnej** řešení mezi žáky – zvýšení motivace (rychlost řešení, správnost řešení ...) [12]

Použití aplikace Cubix

Využitím aplikace Cubix je možné procvičit počítání povrchů a objemů různých nepravidelných těles složených z kostiček. Na jednotlivých tělesech musejí děti využít různé strategie a otáčení, aby zjistili přesné hodnoty. Program umožňuje okamžitou zpětnou vazbu o správnosti řešení.

Video návod

Video návod je umístěn na přiloženém CD ve složce Video návody a soubor má název *Cubix.wmv*.

Video ukázky řešených příkladů jsou také na přiloženém CD ve složce Řešené příklady a mají název *Cubix_příklad.wmv*.

Veškeré návody (textové i video návody) jsou umístěny na internetových stránkách <http://dalest.kenynet.cz>.

Vzorové příklady

V této aplikaci počítáme objem a povrch předpřipravených těles. Proto je možné vytvořit pouze příklady typu „Jaký objem a povrch má následující těleso?“. Pokud bychom si chtěli vytvořit vlastní těleso, musíme použít buď aplikaci Cubix Editor nebo si upravit zdrojový kód programu Cubix. Toto upravení musíme provést v programu Elica, který nám zobrazí zdrojový kód aplikace. Celá aplikace je psaná v jazyce Logo.

Příklad 1: Zkuste vyřešit úlohy v aplikaci Cubix.

Příklad 2: Spočítejte objem kvádrů o délkách hran 3cm, 2cm, 2cm.

Řešení: obraz kvádrů $3 \times 2 \times 2$ nalezneme v aplikaci Cubix jako příklad A5. Zde je pak možné se zadaným tělesem různě otáčet a tak názorněji vidět, z čeho se skládá objem a povrch tohoto kvádrů.

Pozn: Vzhledem k tomu, že kvádr má 2 hrany stejně dlouhé, bylo by vhodnější využít kvádrů jiných rozměrů, aby si žáci nepletli označení hran. Takový příklad ale v aplikaci Cubix není. Proto by pro příklady tohoto typu bylo lepší využít aplikaci Cubix Editor, kde jsou možnosti variability zadání mnohem větší. Nevýhodou aplikace Cubix Editor je ta, že žákovi nedá zpětnou vazbu, zda má výsledek správně.

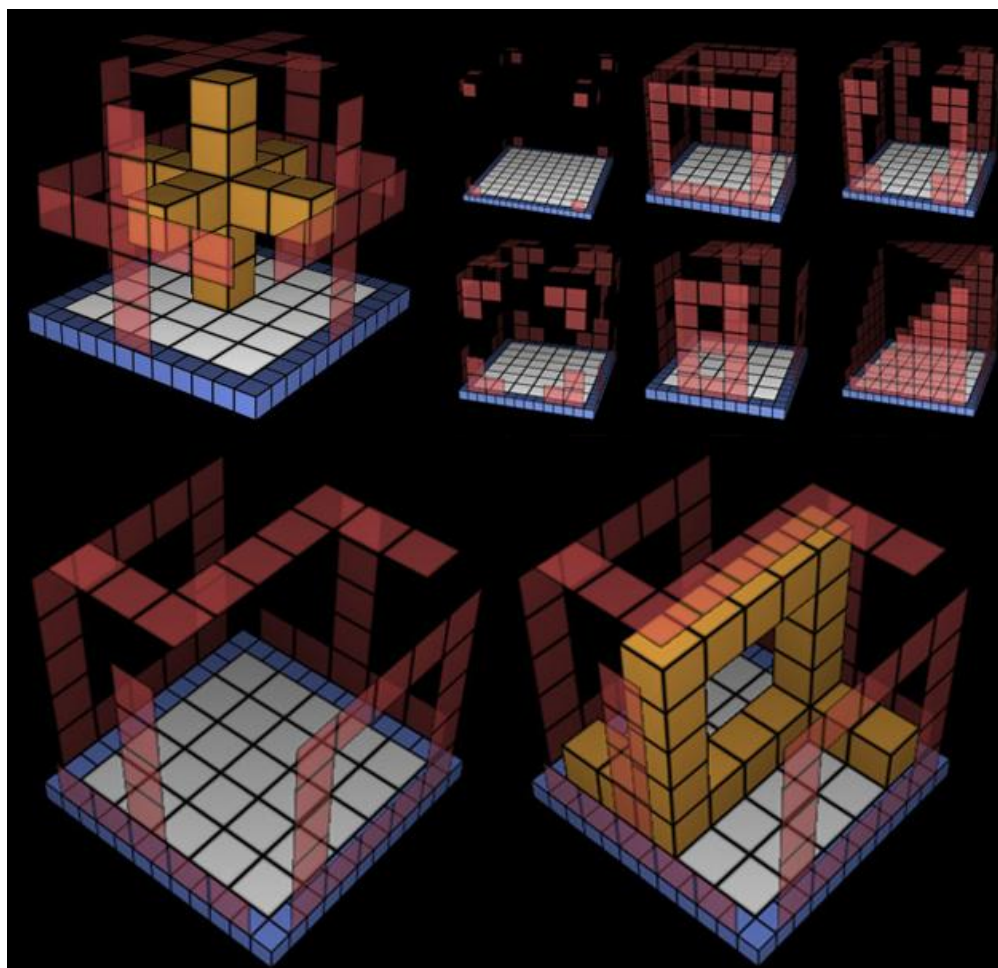
Příklad 3: Představte si, že máte krychli $9 \times 9 \times 9$, ale zbyly Vám z ní pouze hrany. Jaký objem a povrch má takové těleso?

Pozn. Takovému zadání odpovídá příklad C8 v aplikaci Cubix.

2.2 Cubix Shadow

Popis aplikace

Tato aplikace zobrazuje stín tělesa a počet kostek, ze kterých bylo těleso složeno. Žáci mají za úkol zrekonstruovat těleso s přesným počtem kostek tak, aby vytvořilo stín, který je v zadání. Některé úlohy mají i více než jedno řešení. Existují tři skupiny příkladů - jednoduché, středně těžké a těžké. Důležité je omezení počtu kostek, ze kterých je těleso složeno, což dělá řešení mnohem obtížnější a vyžaduje lepší pochopení toho, jak jsou stíny vytvořeny [11].



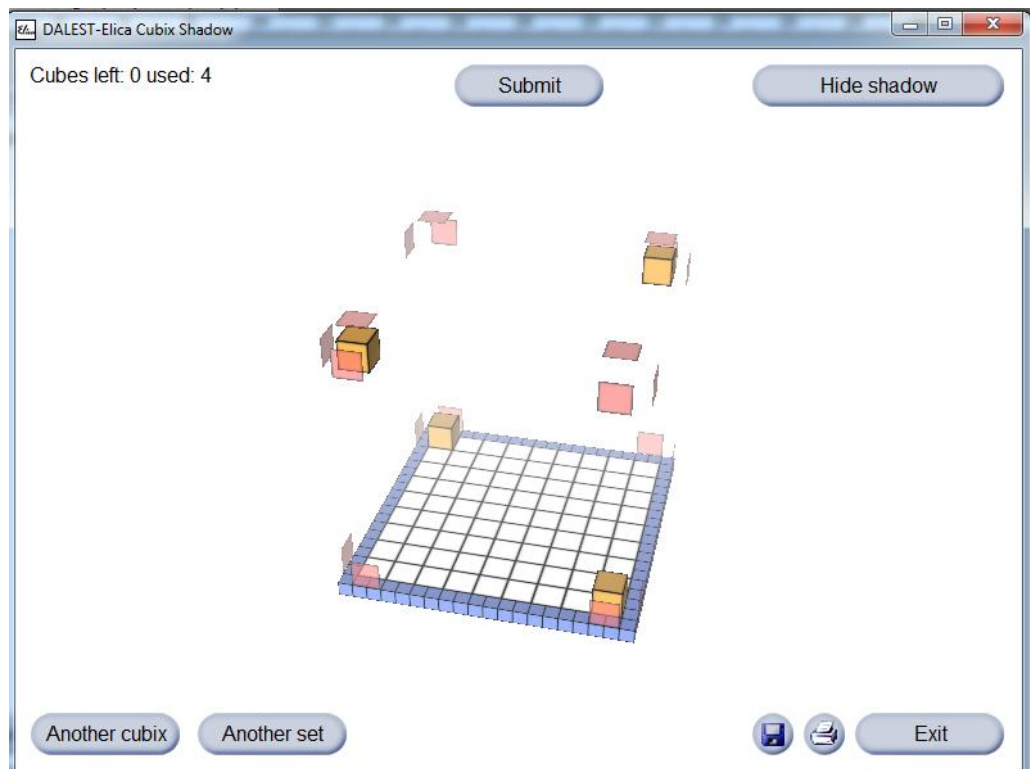
Obrázek 9: Cubix Shadow - možnosti aplikace

Převzato z: <http://www.elica.net/site/museum/Dalest/cs.html>

Návod

Při spuštění aplikace Cubix Shadow vidíme v okně pracovní plochu (konkrétně na obrázku dole 7×7) a stín tělesa, které máme zrekonstruovat.

Stín tělesa znamená, že pokud si představíme, že na námi vytvořené těleso posvítíme, musí toto těleso vrhnout stejný stín jako je v předloze. Vrhnutý a předdefinovaný stín si musí odpovídat při pohledu ze všech stran.



Obrázek 10: Cubix Shadow - ukázka řešení příkladu

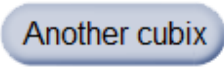
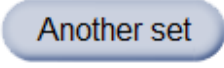
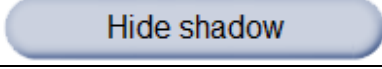
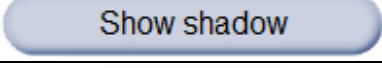
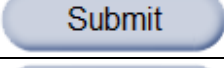
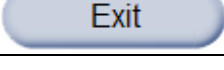


Důležitý údaj „Cubes left“ je umístěn nahoře vlevo. Tento údaj nám definuje přesný počet kostek, které musíme použít na sestavení tělesa, které nám vytvoří stejný stín, jako je v zadání. Položka „used“ nám ukazuje, kolik kostek jsme již použili. Pokud si myslíme, že naše těleso při osvětlení vytvoří stejný stín jako je v zadání, můžeme zkusit vyhodnotit naše řešení tlačítkem „Submit“, které se objeví po vyčerpání všech nabízených kostek. (Cubes left musí být 0)

Po správném vyřešení se nám automaticky přepne zadání na další úlohu. Změnit úlohu si můžeme i sami pomocí tlačítka „Another cubix“.

Aplikace Cubix Shadow obsahuje opět tři úrovně obtížnosti. Změnu obtížnosti volíme pomocí tlačítka „Another set“ stejně, jako tomu bylo u aplikace Cubix. Pokud bychom se dostali do situace, kdy přes stín ze zadání nevidíme na pracovní plochu, tak si stín můžeme schovat tlačítkem „Hide shadow“, pokud ho budeme chtít znovu zobrazit, použijeme tlačítko „Show shadow“.

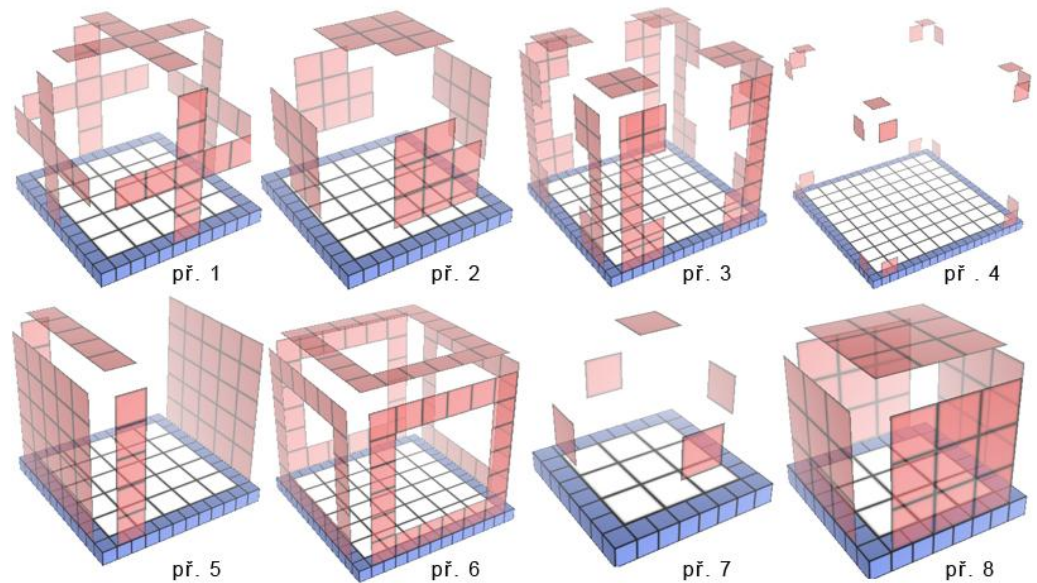
Program umožňuje okamžitou zpětnou vazbu, zda je řešení správné. Nevýhodou této aplikace je, že se nedá vybrat konkrétní příklad. Po spuštění aplikace se mi objeví náhodný příklad a při změně zadání pomocí tlačítka „Another cubix“ se mi opět vybere náhodný příklad z databáze dané obtížnosti.

Popis ovládacích tlačítek

	Přepnutí na další zadání v dané obtížnosti
	Změna náročnosti sady úloh
	Schování stínu ze zadání
	Zobrazení stínu ze zadání
	Vyhodnocení odpovědi
	Ukončení programu
Cubes left	Počet kostek, které ještě musíme využít při tvorbě tělesa
Cubes used	Počet již použitých kostek
	Uložení pracovní plochy jako obrázek
	Tisk příkladu

Sady příkladů

Jednotlivé sady příkladů se od sebe liší počtem kostek, které jsou k dispozici k vytvoření tělesa. Nejlehčí sada příkladů obsahuje následující úlohy (viz. obr. č. 11) a dovoluje použít nejvíce kostek k vytvoření stínu.



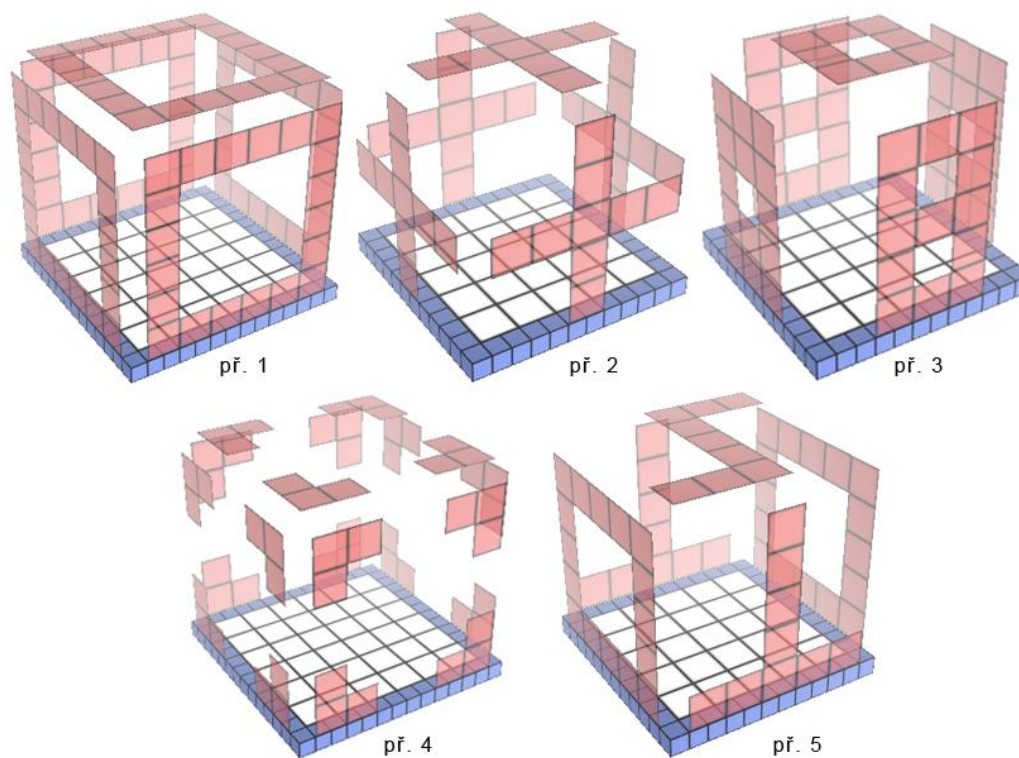
Obrázek 11: Cubix Shadow - Easy set - nejlehčí sada příkladů

Střední obtížnost úloh, neboli „Moderate set“ obsahuje pouze pět příkladů, u kterých je snížený počet kostek, jež lze využít na sestavení stínu. (viz. obr. č. 12)

Pouze dva příklady jsou společné nejlehčí a středně těžké sadě úloh.

U prvního příkladu z nejlehčí sady na obrázku č. 12 bylo možné k rekonstrukci stínu hran krychle $6 \times 6 \times 6$ využít 56 kostek. U střední obtížnosti to už bylo pouze 48 kostek.

U druhého příkladu na obrázku č. 12 bylo možné k rekonstrukci stínu tělesa tvaru kříže využít 13 kostek, u střední obtížnosti pouze 12 kostek.



Obrázek 12: Cubix Shadow - Moderate set - střední obtížnost

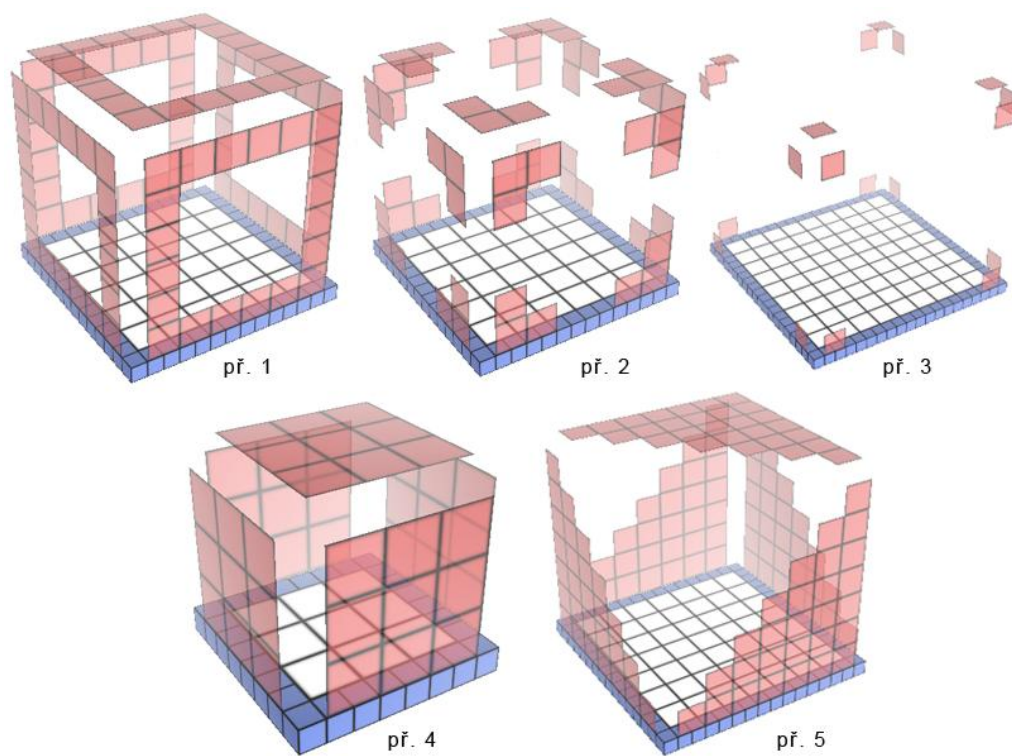
V nejtěžší sadě „Hard set“ se některé příklady zase opakují. Opět je snížený počet kostek na rekonstrukce tělesa podle stínu.

U prvního příkladu na obrázku č. 13 je v nejtěžší sadě úloh dovoleno použít pouze 24 kostek k rekonstrukci tělesa oproti 56 kostkám u „Easy set“ a 48 kostek u „Moderate set“.

U druhého příkladu na obrázku č. 13 je v nejtěžší sadě úloh dovoleno použít pouze 12 kostek k rekonstrukci tělesa oproti 32 kostkám u „Moderate set“.

U třetího příkladu na obrázku č. 13 je v nejtěžší sadě úloh dovoleno použít pouze 4 kostky k rekonstrukci tělesa oproti 8 kostkám u „Easy set“.

U čtvrtého příkladu na obrázku č. 13 je v nejtěžší sadě úloh dovoleno použít pouze 9 kostek k rekonstrukci tělesa oproti 27 kostkám u „Easy set“ a 29 kostkám u „Moderate set“.



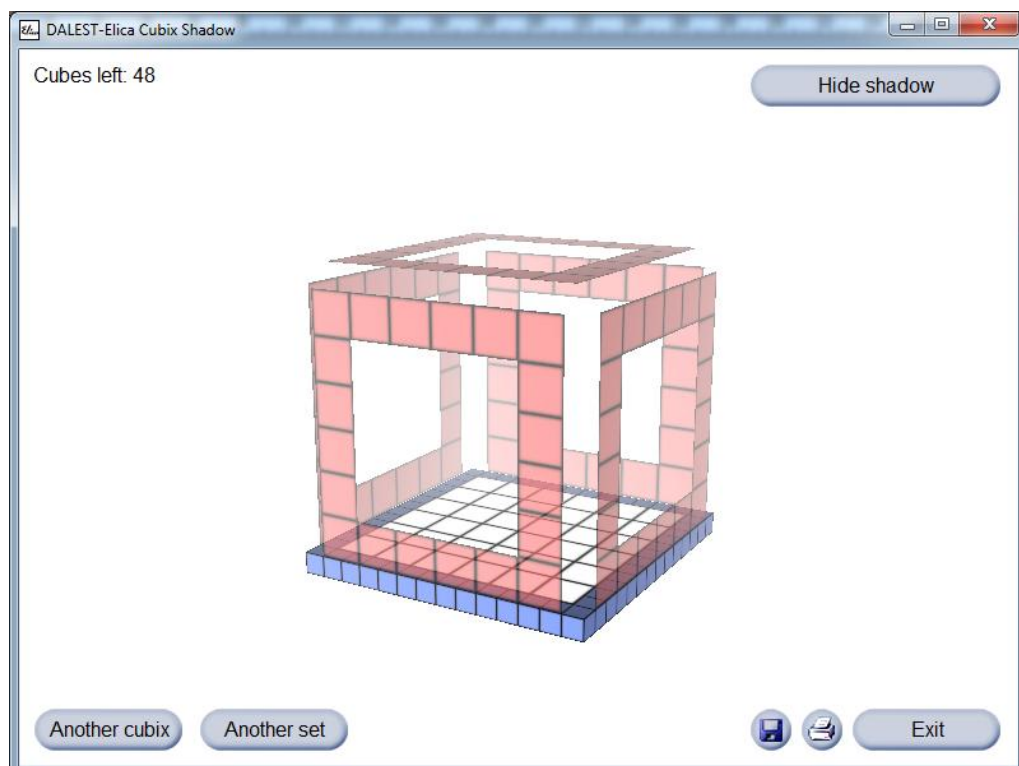
Obrázek 13: Cubix Shadow – Hard set - nejtěžší sada úloh

Aktivity v aplikaci Cubix Shadow

- 1) vytvoř tělesa podle zadaného stínu
- 2) vytvoř tělesa podle zadaného stínu s daným počtem kostek

Příklad: Zrekonstruuuj těleso podle stínu na obrázku č. 15 níže za použití 48 kostek.

Pozn. Jedná se o příklad z kategorie středně těžké obtížnosti úloh.



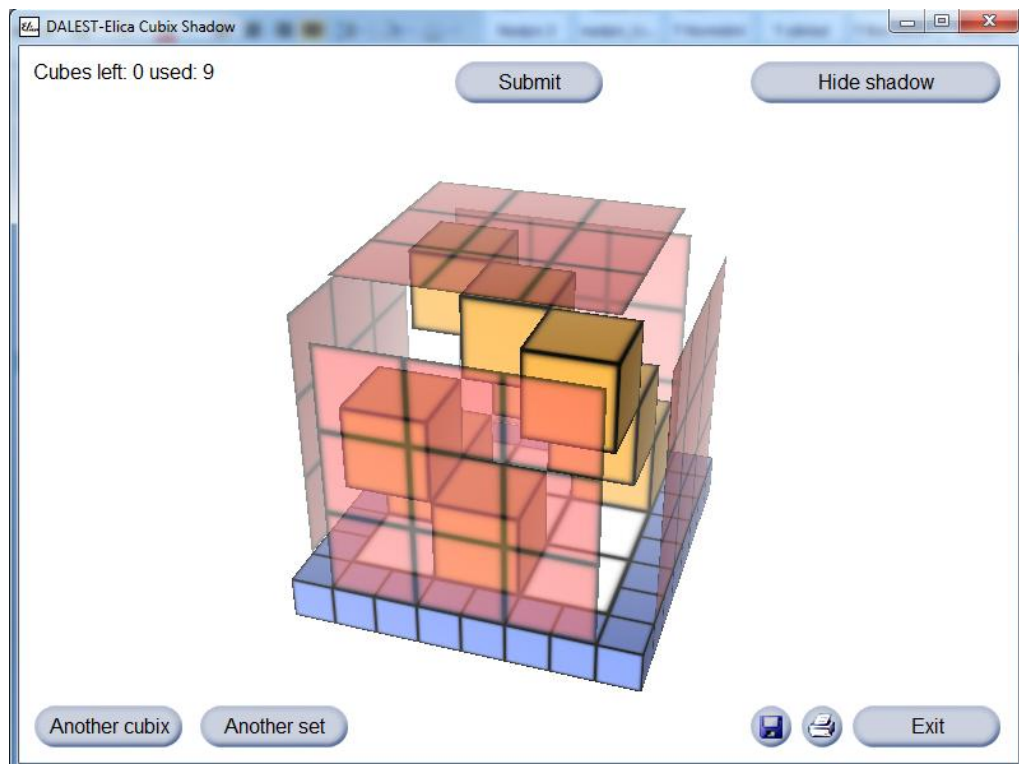
Obrázek 14: Cubix Shadow

- 3) **urči** minimální a maximální počet kostek, které vytvářejí stejné stíny
- 4) **urči** maximální a minimální počet kostek potřebných k vytvoření stínu krychle $N \times N \times N$

Příklad: Určete minimální a maximální počet kostek k vytvoření stínu krychle $3 \times 3 \times 3$.

Řešení: Stín krychle $3 \times 3 \times 3$ lze vytvořit z maximálního počtu 27 kostek. Minimální stín lze vytvořit i z 9 kostek.

Maximální počet kostek je jasný, jedná se o zcela vyplněnou krychli. Minimální počet kostek je složitější a existuje několik možností. Na obrázku č. 14 uvádím jednu z nich.



Obrázek 15: Cubix Shadow - stín krychle $3 \times 3 \times 3$ vytvořený z 9 kostek

- 5) pomocí aplikace Cubix Editor **vytvoř** nová tělesa a nech ostatní žáky, aby zkusili vytvořit jejich stín
- 6) **najdi** případy, kdy mohou být stíny těles použity pro výpočet plochy tělesa
- 7) **vytvoř** sadu několika těles, která mají stejný stín; u nich pak urči, které těleso je složeno z nejméně nebo nejvíce kostek
- 8) **vymysli** co největší (nebo nejmenší) stíny za použití daného počtu kostek
- 9) **prostuduj** vlastnosti stínu symetrického tělesa [11]

Použití aplikace Cubix Shadow

Tato aplikace rozvíjí představivost a schopnost orientovat se v prostoru a pokládá základy promítání do roviny. Pomocí této aplikace by se dětem daly naznačit pojmy jako nárys, bokorys, půdorys.

Tato aplikace je opět jedna z uzavřených aplikací, která neumožňuje tvorbu vlastních stínů. Další nevýhoda je nemožnost zadat konkrétní příklad, protože se příklady generují náhodně.

Video návod

Video návod je umístěn na přiloženém CD ve složce Video návody a soubor má název *Cubix_Shadow.wmv*.

Video ukázky řešených příkladů jsou také na přiloženém CD ve složce Řešené příklady a mají název *Cubix_Shadow_priklad.wmv*.

Veškeré návody (textové i video návody) jsou umístěny na internetových stránkách <http://dalest.kenynet.cz>.

Vzorové příklady

Tato aplikace umožňuje vytvořit příklady typu „Zrekonstruu těleso podle daného stínu s přesným počtem kostek“. Není možné si vytvořit stín vlastního tělesa. Tvořivější příklady umožňuje až aplikace Cubix Editor.

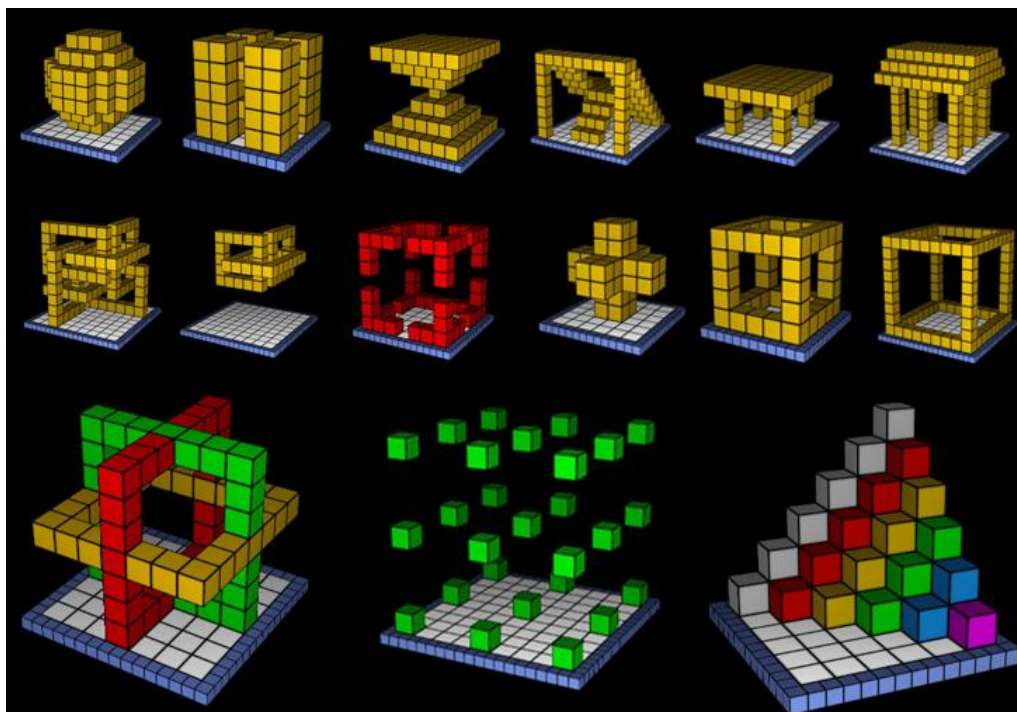
2.3 Cubix Editor

Editor Cubix je otevřená aplikace, která umožňuje vytvářet různá tělesa složená z kostiček podle fantazie uživatele. Uživatel může ukládat a načítat vlastní vytvořená tělesa. K dispozici je i dvanáct vzorových těles, která jsou v adresáři editoru Cubix (výchozí umístění souborů po instalaci C:\Program Files (x86)\Elica56\Applications\DALEST\CubixEditor).

Při vkládání nové kostky lze vybrat její barvu z šesti předpřipravených. Jsou to bílá, červená, žlutá, zelená, modrá a fialová.

Ukládání vytvořených těles lze provést ve dvou režimech:

- neoptimalizovaný - každá kostka je uložena samostatně. Jedná se o rychlejší způsob, ale vytvářejí se větší soubory.
- optimalizovaný - aplikace ukládá kostky ve větších obdélníkových strukturách. Jedná se o pomalejší způsob, ale vytvářejí se menší soubory [10].

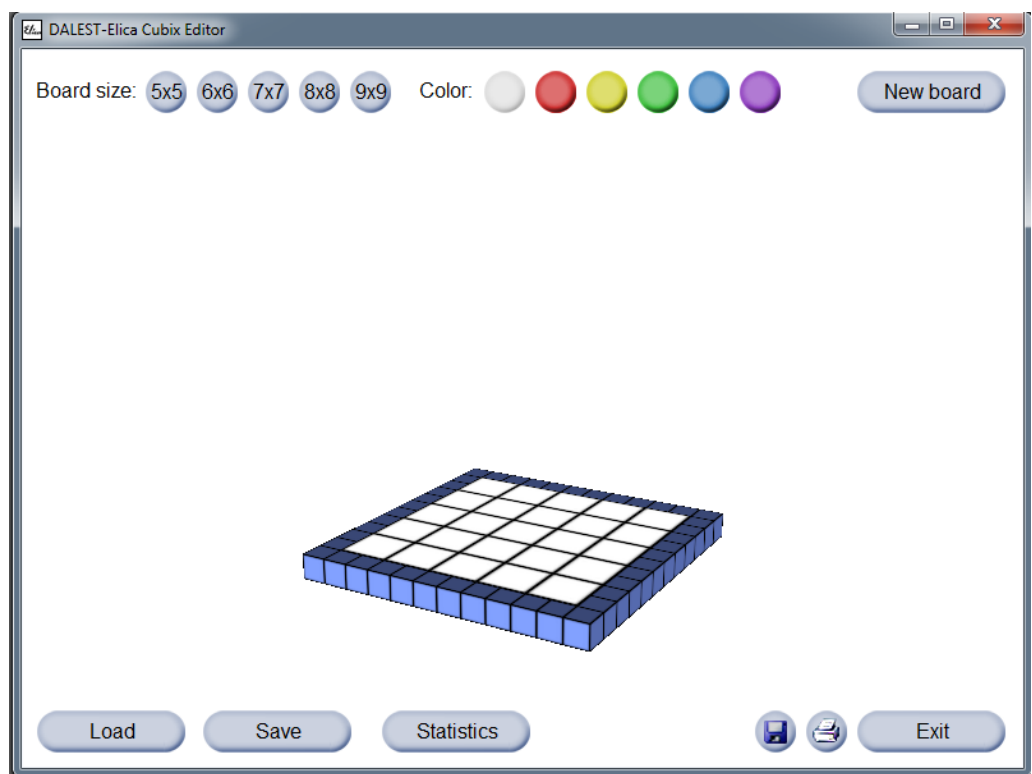


Obrázek 16: Cubix Editor - možnosti aplikace

Převzato z: <http://www.elica.net/site/museum/Dalest/ce.html>

Návod

Při spuštění aplikace bychom si měli zvolit, jak velkou pracovní plochu chceme používat. Toto se volí v horní části okna, kde jsou na výběr rozměry pracovní plochy 5x5, 6x6, 7x7, 8x8 a 9x9 kostiček. Po zvolení velikosti pracovní plochy již můžeme začít s vytvářením vlastního obrazce složeného z kostiček. Jak víte z předešlých aplikací, vytvoření nové kostky se provede kliknutím levým tlačítkem myši na vybranou dlažici pracovní plochy. Při vytváření nové kostky si můžeme změnit i její barvu. Barva kostky se změní kliknutím na vybranou barvu v horní části okna. Pokud nejsme spokojeni s vytvořeným objektem, stačí kliknout na tlačítko „New board“ a vše se nám smaže.



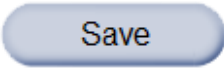
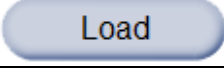
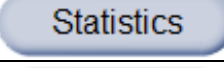
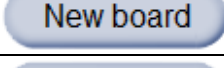
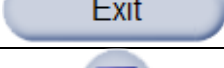


Obrázek 17: Cubix Editor - pracovní plocha

Pokud by žáci naopak měli vytvořený tak hezký objekt, který by si chtěli uložit a někomu se s ním pochlubit, tak si ho můžeme uložit dvojnásobem. Buď jako pracovní soubor, ke kterému se můžeme vrátit a různě ho

upravovat, nebo jako obrázek. K uložení pracovního souboru slouží tlačítko „Save“, kde v dialogovém okně musíme soubor pojmenovat a vybrat umístění, kam chceme daný soubor uložit. Pokud bychom chtěli s uloženým souborem pracovat, je možné soubor načíst tlačítkem „Load“.

Tlačítko „Statistics“ nám ukáže údaje o vytvořeného objektu. Konkrétně nám zobrazí rozměr pracovní plochy, objem a povrch vytvořeného tělesa.

Popis ovládacích tlačítek

	Uložení vytvořeného objektu do pracovního souboru
	Načtení uloženého pracovního souboru
	Zobrazení statistiky
	Vymazání vytvořeného objektu
	Ukončení programu
	Uložení pracovní plochy jako obrázek
	Tisk příkladu

Aktivity

- 1) **vytvoř** plnou kostku předem dané velikosti
- 2) **vytvoř** model krychle předem dané velikosti, kde budou vidět pouze hrany (drátěný model)
 - ukázkou této aktivity může být příklad C8 z aplikace Cubix
- 3) **najdi** různé metody pro sestavení stejných těles
- 4) **najdi** způsob, jak vytvořit dutá tělesa nebo tělesa visící ve vzduchu

- 5) **najdi** způsob, jak vybudovat složitější tělesa (spojením více těles)
 - ukázkou této aktivity může být příklad C7 z aplikace Cubix
- 6) **zrekonstruu**j tělesa z aplikace Cubix
- 7) **zrekonstruu**j tělesa z aplikace Cubix shadow
- 8) **vytvoř** barevná tělesa z tvého okolí - pokoj, židle, stoly, počítače atd.
- 9) pomocí aplikace Cubix Editor **zjisti** objem a povrch vytvořeného tělesa
- 10) vyber si těleso a pokus se ho znovu **vytvořit** s minimálním nebo maximální počtem kostek
 - Jako ukázkou u této aktivity bych uvedl příklad krychle $3 \times 3 \times 3$, která může být vytvořena z 27 kostek, nebo z 26 kostek (v případě, že prostřední kostku vynecháme).
- 11) najdi nejrychlejší způsob, jak **vybudovat** těleso pomocí různých metod z aplikace Cubix Editor (tj. vytvoření sekvence kostek, odstranění kostky atd.)
 - Jak nejrychleji bychom vytvořili krychli $5 \times 5 \times 5$? Nejrychlejší způsob je podržení klávesy Ctrl a kliknout na čtvereček v pracovní ploše 5×5 , kde se nám vytvoří sloupec z kostek. Tak bychom pokračovali až bychom dostali krychli $5 \times 5 \times 5$. Pokud bychom chtěli odstranit přebytečné kostky, klikneme na ně pravým tlačítkem myši nebo pravé tlačítko myši držíme a označíme kostky, které chceme smazat. Po uvolnění tlačítka se kostky smažou.
- 12) **vytvoř** své vlastní těleso, slovně ho popiš a dej ho kamarádovi, aby se jej pokusil ze slovního popisu zrekonstruovat. Je jeho konstrukce stejná jako ta tvoje? Nebo je symetrické? Nebo je otočené? Pokud neodpovídá tomu, co jsi popisoval, jak bys změnil svůj popis? [10]

Použití aplikace Cubix editor

Práci s touto aplikací lze přirovnat k dětské hře s kostičkami, kdy se formuje základní pojetí geometrických těles a vzájemných vztahů mezi nimi. Cubix Editor nabízí mnoho možností využití. S touto aplikací mohou děti objevovat tělesa z různých pohledů a tak objevit pojmy jako nárys, půdorys a bokorys.

Video návod

Video návod je umístěn na přiloženém CD ve složce Video návody a soubor má název *Cubix_Editor.wmv*.

Video ukázky řešených příkladů jsou také na přiloženém CD ve složce Řešené příklady a *Cubix_Editor_priklad.wmv*.

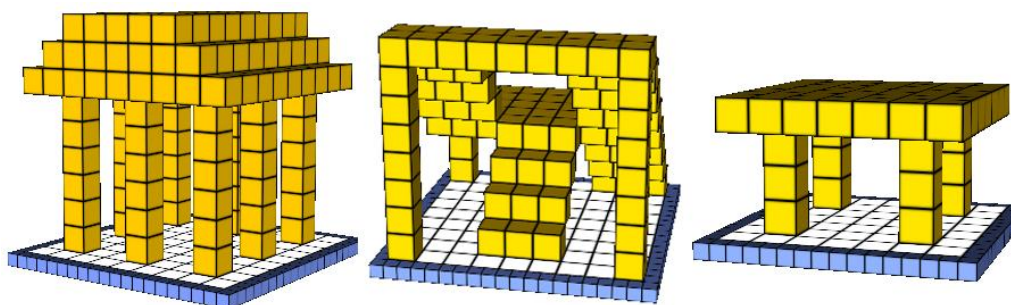
Veškeré návody (textové i video návody) jsou umístěny na internetových stránkách <http://dalest.kenynet.cz>.

Vzorové příklady

V této aplikaci je možné vytvářet libovolné útvary složené z kostek. Proto je tato aplikace vhodná pro různorodé příklady.

Příklad 1: V aplikaci Cubix Editor zkuste vymodelovat nějaký předmět z vašeho okolí (nebo předmět, který Vás napadne).

Např.:



Obrázek 18: Cubix Editor – ukázka řešení příkladu 1

Příklad 2: V aplikaci Cubix Editor nakreslete těleso složené

- a) z 10 kostek
- b) ze 16 kostek
- c) z 25 kostek

Z jakého počtu daných kostiček lze sestavit krychli? ([1], s. 66, př. 4.1)

Příklad 3: Sestrojte kostky $3 \times 3 \times 3$ pomocí 9 červených, 9 modrých a 9 žlutých jednotkových kostek tak, aby každý jeho sloupec velikosti $1 \times 1 \times 3$ obsahoval kostku od každé barvy [20].

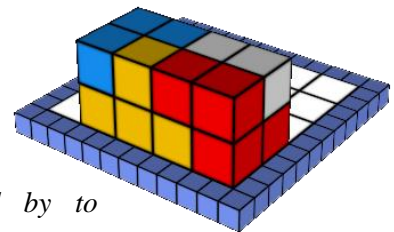
Příklad 4: Promítneme na tabuli hotové těleso vytvořené v Cubix Editoru a necháme žákům nějaký čas, aby si ho mohli prohlédnout. Úkolem žáků bude toto těleso zrekonstruovat ([19], s. 369, příklad 1).

Příklad 5: Pomocí aplikace Cubix Editor vytvoř:

- a) kvádr s hranami 2, 3, 4
- b) krychli o hraně 4
- c) kvádr o hraně 1, 5, 2

Vypočítej objem těchto těles, když velikost kostky je a) 1cm b) 1mm c) 1dm ([1], s. 69, příklad 4.6).

Příklad 7: Na obrázku je zobrazen kvádr sestavený z různobarevných dílů. Každý díl je tvořen čtyřmi krychličkami. Určete přesnou podobu jednotlivých dílů. Jak vypadají jednotlivé díly? ([2], s. 8)

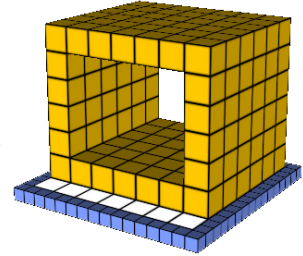


Metodická poznámka: zadání tohoto příkladu bych promítnul na tabuli a nechal žáky zrekonstruovat těleso v Cubix Editoru. Pokud by to někomu dělalo potíže, dal bych mu hotové těleso, aby si ho mohl prohlédnout (z jiných úhlů pomocí otočení).

Následující příklad je převzat z ([1], s. 74, příklad 4). Těleso by se dětem dalo jako zadání nakreslené v Cubix Editoru s tím, že mají plnit následující úkoly.

Příklad 6:

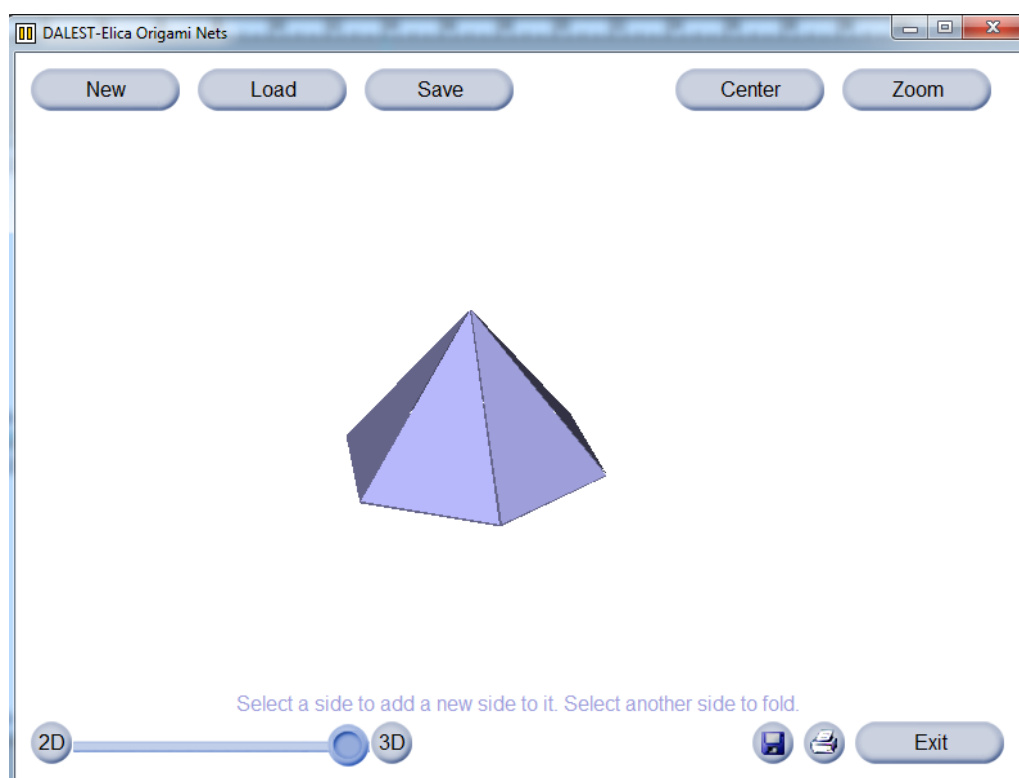
- Z kolika krychliček je tvořeno těleso na obrázku?
- Vypočítej objem tohoto tělesa v m^3 , jestliže objem krychličky je 27dm^3
- Vypočítej povrch tohoto tělesa v dm^2
- Kolik stěn krychliček natřeme lepidlem při slepování takového tělesa? Při lepení natíráme pouze jednu ze dvou slepovaných stěn. Jak velká je plocha (v dm^2), na kterou musíme lepidlo natřít?



2.4 Origami Nets

Popis aplikace

Origami Nets je nejkompexnější aplikace v projektu DALEST. Tato aplikace umožňuje vytvářet sítě různých těles a pak je skládat. Objekty, které mohou být využity v sítích, jsou: čtverec, obdélník, rovnostranný trojúhelník, rovnoramenný trojúhelník, pravidelný polygon, seskupení obdélníků, které tvoří válec, seskupení rovnoramenných trojúhelníků, které tvoří kužel, kruh, „ohébný“ obdélník a „ohébný“ trojúhelník.



Obrázek 19: Origami Nets

Každý objekt může být připojen k jinému objektu, pokud jejich dotýkající se strany jsou stejné délky. Skládací úhel podél kterékoli hrany mezi dvěma spojenými objekty lze interaktivně měnit. Objekty mohou být plně rozvinuty (do 2D sítě) nebo složeny (do 3D sítě) [13].

V programu jsou modely 43 přednastavených sítí. Z toho konkrétně 11 krychlí, 11 pyramid, 8 kvádrů, 7 hranolů, 1 kužel a 1 válec. Ty jsou převzaty od partnerů projektu a lze je načíst tlačítkem „Load“ z instalační složky aplikace Origami Nets standardně uložených v C:\Program Files (x86)\Elica56\Applications\DALEST\OrigamiNets.

Ovládání aplikace Origami Nets

Vytvoření nové sítě:

- klikněte na tlačítko „New“
- klikněte levým tlačítkem myši ve středu obrazovky
- vyberte první objekt sítě

Připojení objektu k síti:

- klikněte na objekt, ke kterému chcete připojit další objekt
- všechny volné okraje budou označeny červenými tečkami
- klikněte na červenou tečku na okraji, ke kterému se chcete připojit
- vyberte objekt, který chcete připojit

Rotace sítě:

- stiskem (a držením) levého tlačítka myši a posunutím kurzoru ve směru zamýšlené rotace

Složení a rozvinutí sítě:

- pro složení sítě klikněte na tlačítko „3D“ ve spodní části okna uprostřed
- pro rozvinutí sítě klikněte na tlačítko „2D“ v levé spodní části okna
- přesunutím posuvníku mezi tlačítky „2D“ a „3D“ můžete krokovat proces skládání

Chcete-li změnit měřítko obrázku:

- klikněte na tlačítko „Zoom“
- vyberte měřítko

Chcete-li umístit obrázek na střed pracovní plochy:

- klikněte na tlačítko „Center“

Chcete-li zobrazit konkrétní oblast sítě (pokud je mimo obrazovku)

- klikněte na vybranou oblast, obraz se automaticky vystředí a posune

Chcete-li nastavit skládací úhel mezi dvěma objekty

- ujistěte se, že jste v režimu 3D
- vyberte objekt a zadejte vlastní úhel do textového pole v dolní části obrazovky (toto pole se zobrazí pouze v režimu 3D a je označené „Folding angle“)

Chcete-li nastavit skládací úhel interaktivně

- ujistěte se, že jste v režimu 3D
- vyberte si objekt a hýbejte s ním při stisknutí pravého tlačítka myši. Tažením se bude měnit skládací úhel v reálném čase.

Chcete-li nastavit skládací úhel na předdefinovaný úhel

- ujistěte se, že jste v režimu 3D
- dvakrát klikněte na objekt pravým tlačítkem myši
- vyberte požadovaný úhel z nabídky

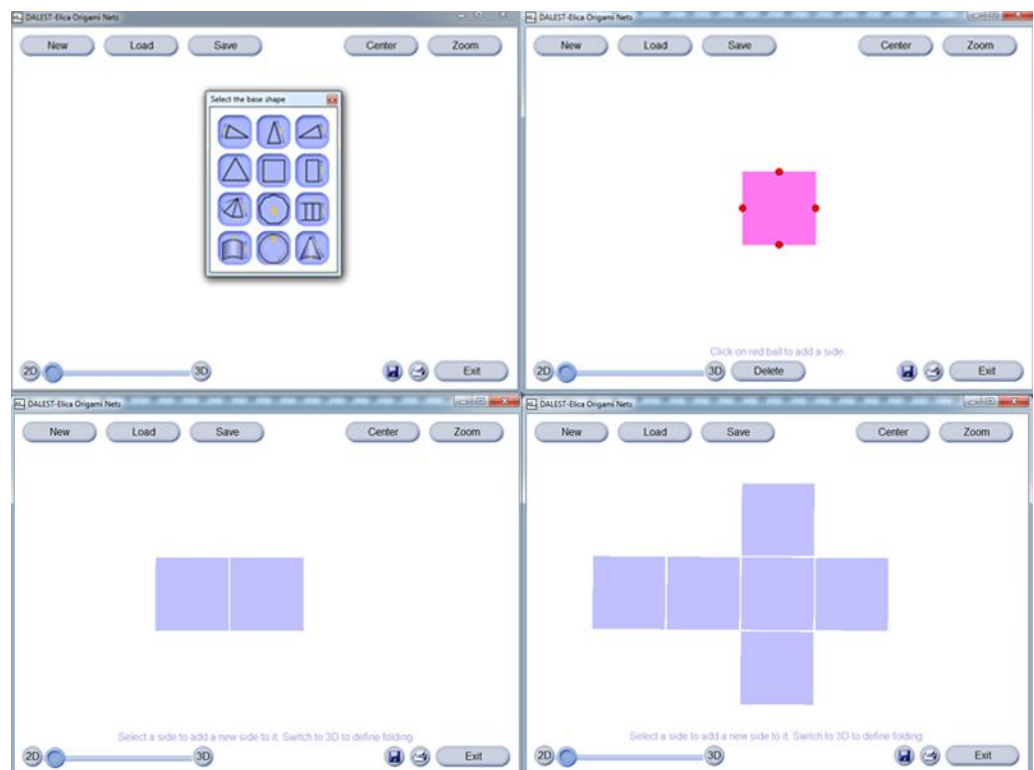
Chcete-li načíst nebo uložit síť:

1) použijte tlačítka „Load“ a „Save“

Návod

Ovládání této aplikace je o trochu složitější než u jiných aplikací, ale na druhou stranu toho Origami Nets více umí. Kdo by měl s ovládáním aplikace problémy, doporučuji si prohlédnout video návod na přiloženém CD.

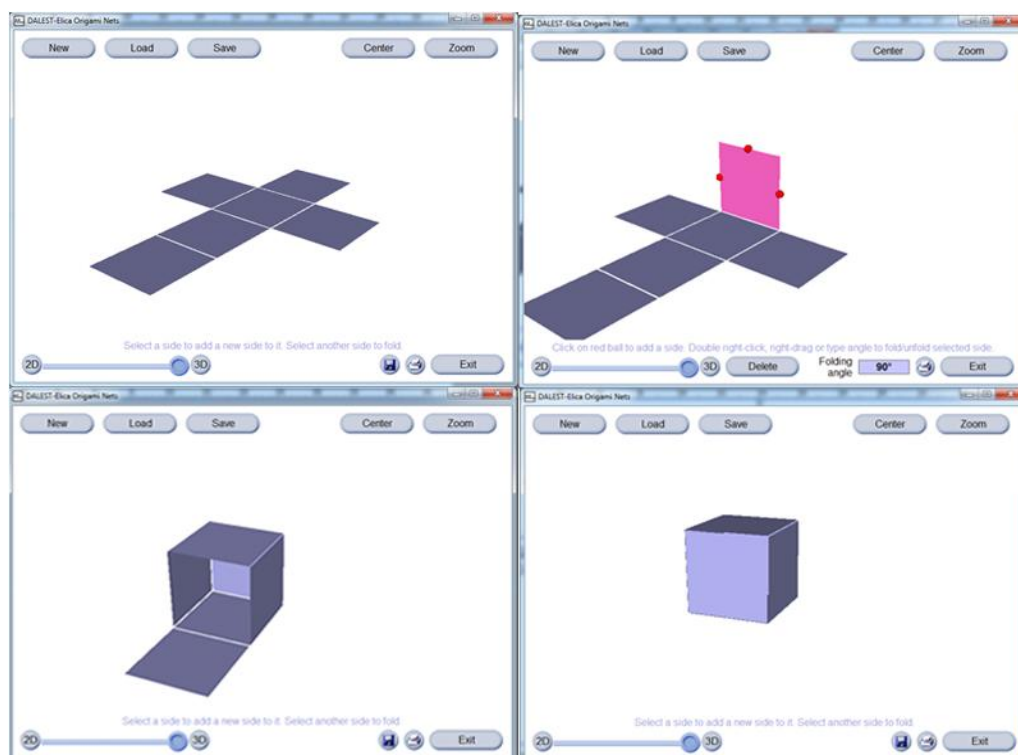
Na ukázkou budu popisovat síť krychle. Spustíme si aplikaci Origami Nets, objeví se nám prázdné okno. Pro vytvoření první části sítě klikneme doprostřed okna, objeví se nám nabídka obrazce, který chceme, aby byl první. V našem případě budou všechny součásti sítě čtverce, takže z nabídky vybereme čtverec. Musíme ještě zadat rozměr strany čtverce. Poté klikneme na čtverec na ploše a obarví se nám jeho volné strany, ke kterým je možné připojit další obrazec (červeně vyznačené středy stran). Klikneme na tu stranu, ke které chceme připojit další část sítě (v našem případě opět čtverec) a z nabídky vybereme obrazec, který chceme připojit. Nyní máme na pracovní ploše dva čtverce. Takto pokračujeme, až budeme mít vytvořenou celou síť.



Obrázek 20: Origami Nets - postup tvorby sítě


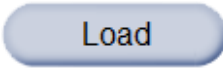
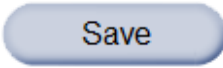

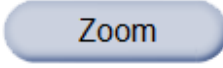



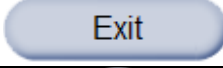


Po vytvoření sítě krychle naučíme tuto síť, aby se složila. Dole u posuvníku „2D“ a „3D“ se přepneme na „3D“. Po kliknutí na libovolný čtverec (mimo prvního umístěného, s ním se nedá hýbat) se nám objeví dole položka „Folding angle“ neboli úhel složení. U každého čtverce nastavíme úhel složení devadesát stupňů. Po zapsání velikosti úhlu do příslušné kolonky a kliknutí někam do pracovní plochy (nebo na jiný čtverec) se nám předchozí objekt složí podle zadaného úhlu. Takto postupně nastavíme úhly složení na všech čtvercích.

Lze využít i jiný způsob ohýbání částí sítě. U krychle můžeme využít předdefinované úhly. Pokud klikneme dvakrát pravým tlačítkem myši na část sítě, kterou chceme ohýbat, vyskočí nám nabídka s předdefinovanými úhly a stačí si jen vybrat, pod jakým úhlem chceme konkrétní část ohnout.



Obrázek 21: Origami Nets - ukázka postupu tvorby 3D tělesa ze sítě

Popis ovládacích tlačítek

	Nový soubor
	Načtení předpřipravených nebo vlastních konstrukcí
	Uložení vytvořeného objektu
	Posunutí objektu na střed pracovní plochy
	Přiblížení nebo zvětšení obrazu
	Přepnutí do 2D zobrazení
	Přepnutí do 3D zobrazení
	Krokování skládání obrazce
	Ukončení programu
	Uložení pracovní plochy jako obrázek
	Tisk příkladu

Aktivita

- 1) **sestav** všechna platónská tělesa

Pozn. Platónské těleso je pravidelný konvexní mnohostěn v prostoru = z každého vrcholu vychází stejný počet hran a všechny stěny tvoří stejný pravidelný n -úhelník

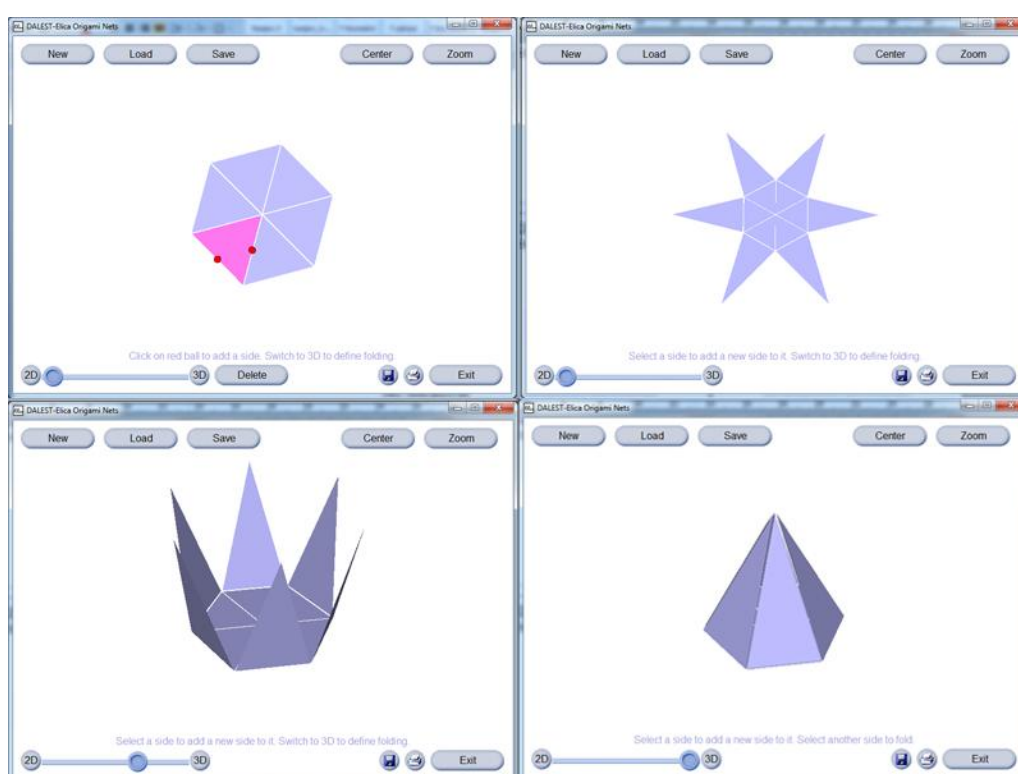
Existuje jen pět těles, která mají tuto vlastnost: čtyřstěn, šestistěn (krychle), osmistěn, dvanáctistěn a dvacetistěn [17].

- 2) **najdi** co nejvíce sítí krychle (kromě symetrie a rotace)
- 3) **najdi** všechny možné sítě pro trojúhelníkové a čtyřúhelníkové pyramidy (kromě symetrie a rotace)

- 4) **sestav** síť pro pětiúhelníkové a šestiúhelníkové pyramidy pomocí trojúhelníků

Příklad: Sestav pyramidu s pětiúhelníkovou podstavou složenou pouze z trojúhelníků.

Řešení: Vytvoříme si podstavu pětiúhelníku z rovnostranných trojúhelníků. Pak vytvoříme stěny pyramidy z rovnoramenných trojúhelníků. Úhel složení stěn je v tomto případě 116 stupňů.



Obrázek 22: Origami Nets - pyramida tvořená trojúhelníky

- 5) **navrhni** složitější objekty (dům, schodiště, stůl, koule) a vytvoř si galerii se svými vlastními objekty
- 6) pomocí experimentu **najdi** úhly sklonu pyramidy v závislosti na její velikosti a počtu vrcholů základny
- 7) **vytvoř** těleso a pak požádej jinou osobu, aby zkusila vytvořit síť tohoto tělesa

- 8) **příprav** rozloženou síť a zkus dát ostatním hádat, jaké těleso síť představuje [13]

Použití aplikace Origami Nets

Aplikaci Origami Nets lze využít na procvičování skládání a tvorbu sítí těles. Tato aplikace snižuje náročnost na přípravu (vystřihování sítí z papíru atp.) sítí z reálných modelů a umožňuje nám plně se věnovat pochopení sítí těles. Další výhodou této aplikace je možnost interaktivní změny sítě, což by u reálných modelů bylo nemožné. Překládání usnadňuje nejen rozvoj dovedností školské geometrie, ale podporuje i modelování základních geometrických útvarů.

Video návod

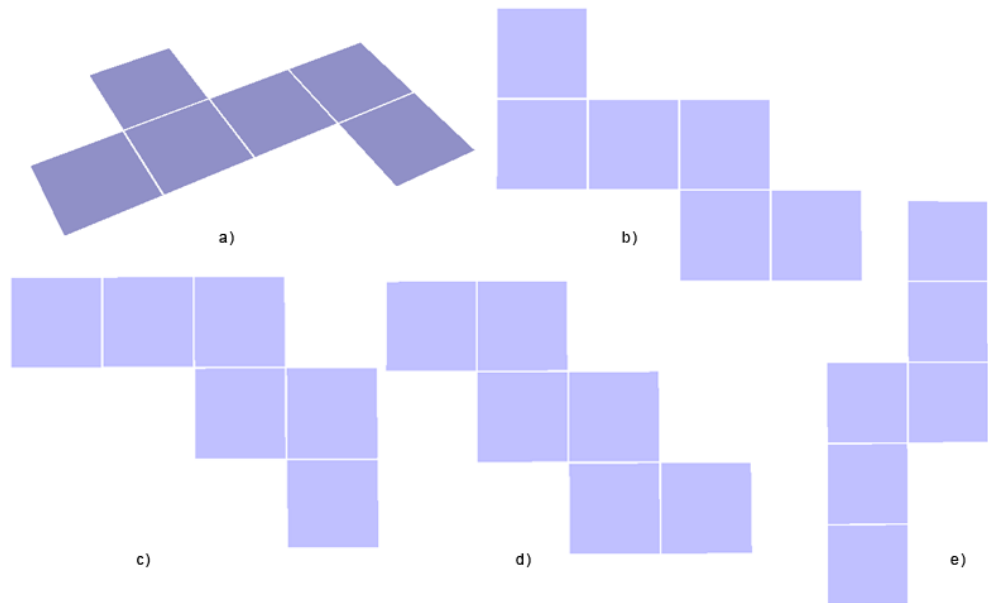
Video návod je umístěn na příloženém CD ve složce Video návody a soubor má název *Origami_Nets.wmv*.

Video ukázky řešených příkladů jsou také na příloženém CD ve složce Řešené příklady a *Origami_Nets_příklad.wmv*.

Veškeré návody (textové i video návody) jsou umístěny na internetových stránkách <http://dalest.kenynet.cz>.

Vzorové příklady

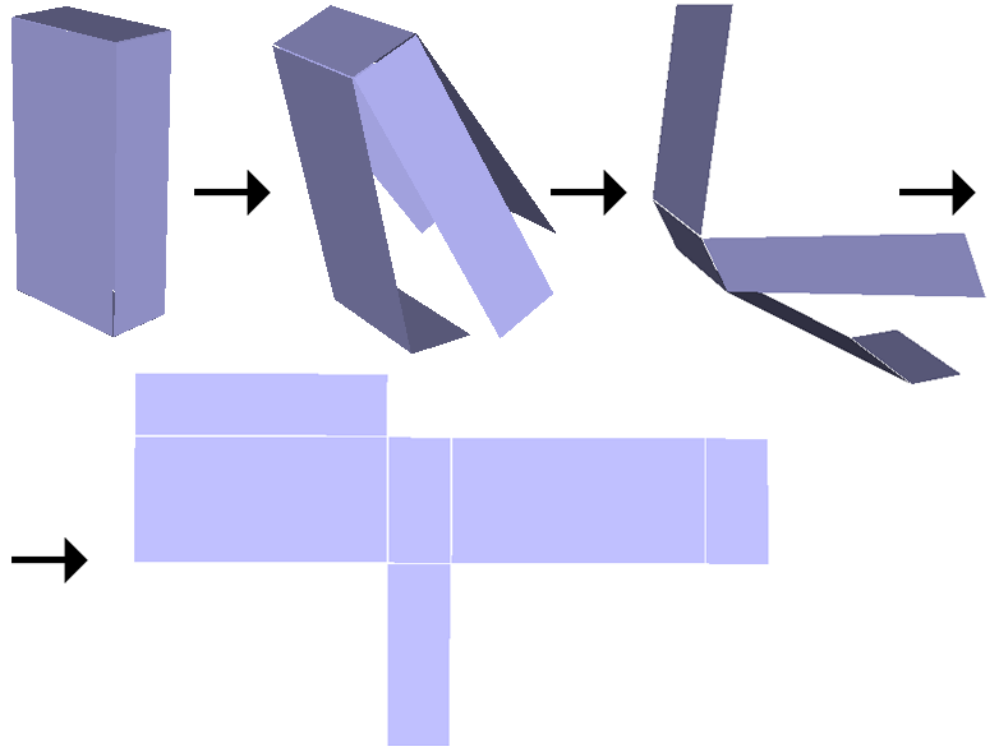
Příklad 1: Zjistěte, ze kterých sítí lze vytvořit krychli [6].



Obrázek 23: Origami Nets - zadání příkladu 1

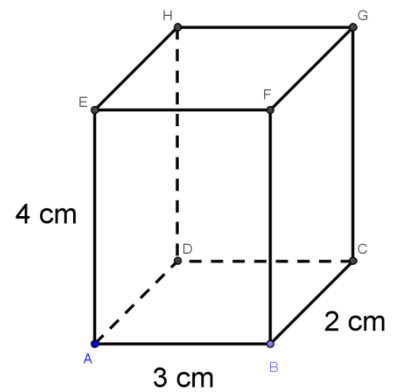
Příklad 2: Vytvořte síť kvádra.

Řešení: Možných řešení je několik, níže je uvedena jedna varianta.



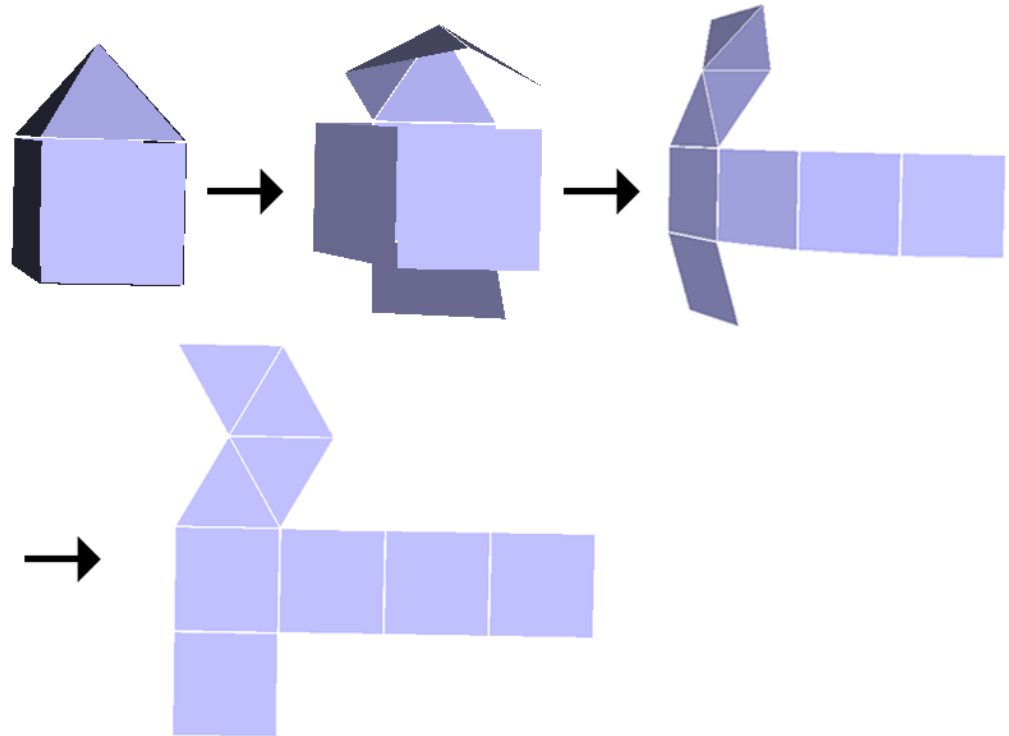
Obrázek 24: Origami Nets - zadání příkladu 2

Příklad 3: Pomocí aplikace Origami Nets narýsujte síť kvádra na obrázku.



Příklad 4: Vytvořte model domu a jeho síť [5].

Řešení:



Obrázek 25: Origami Nets - zadání příkladu 3

Pozn: Při tvorbě sítě domu je jedinou komplikací určit úhel složení střechy domu. První trojúhelník, který tvoří střechu a navazuje na čtverec, se skládá pod úhlem 36 stupňů. Ostatní části střechy se skládají pod úhlem 72.529 stupňů. Žáci mohou zkusit najít přibližný úhel složení metodou pokus a omyl.

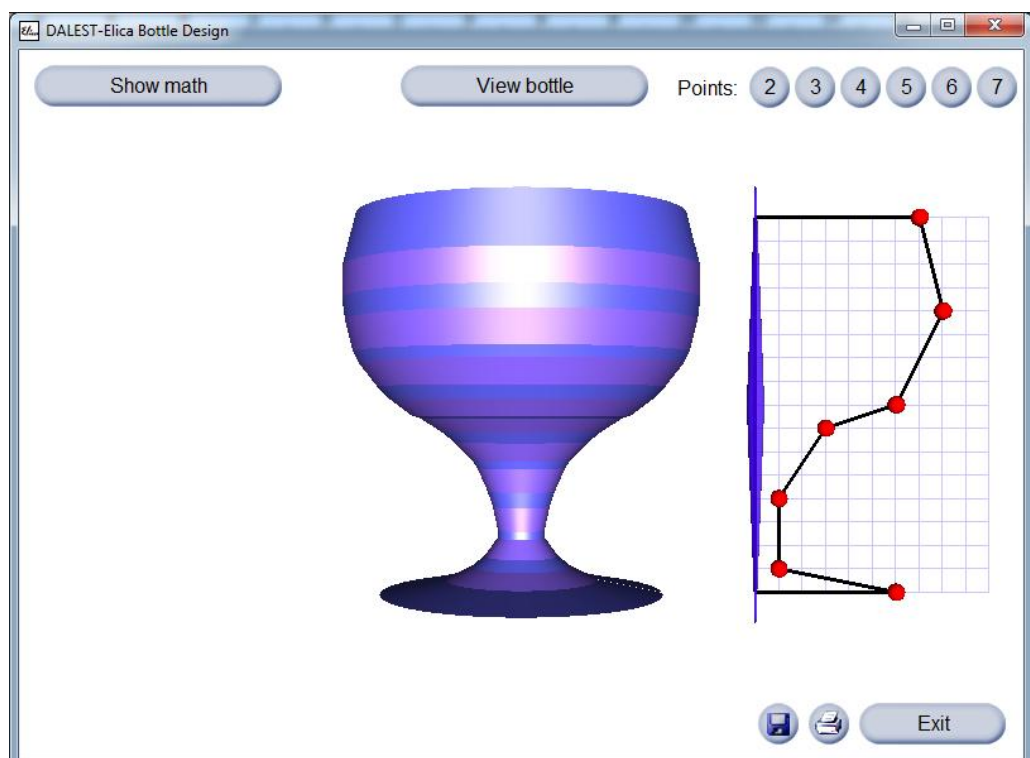
Příklad 5: Zkuste vytvořit síť libovolného válce.

2.5 Bottle Design

Popis aplikace

Aplikace Bottle design, jak je již z názvu patrné, je aplikace, která umožňuje vytvářet tělesa tvaru lahve. To znamená, že můžeme vytvořit plášť rotačního tělesa. V aplikaci je čtvercová síť 10×16 , ve které jsou dva až sedm bodů, které jsou spojeny. Tyto body definují tvar budoucího tělesa. Svislá modrá čára na levém okraji čtvercové sítě je osa, podle které se vytvořený tvar tělesa otočí a vytváří 3D rotační model - tento proces je podobný jako u aplikace Potter's Wheel a u aplikace Math Wheel.

Cílem této aplikace je definovat tvar tělesa, u kterého lze měřit objem a povrch. Aplikace obsahuje i algebraické okno, stejně jako u aplikace Math Wheel, pro zobrazení výpočtu objemu a povrchu [9].

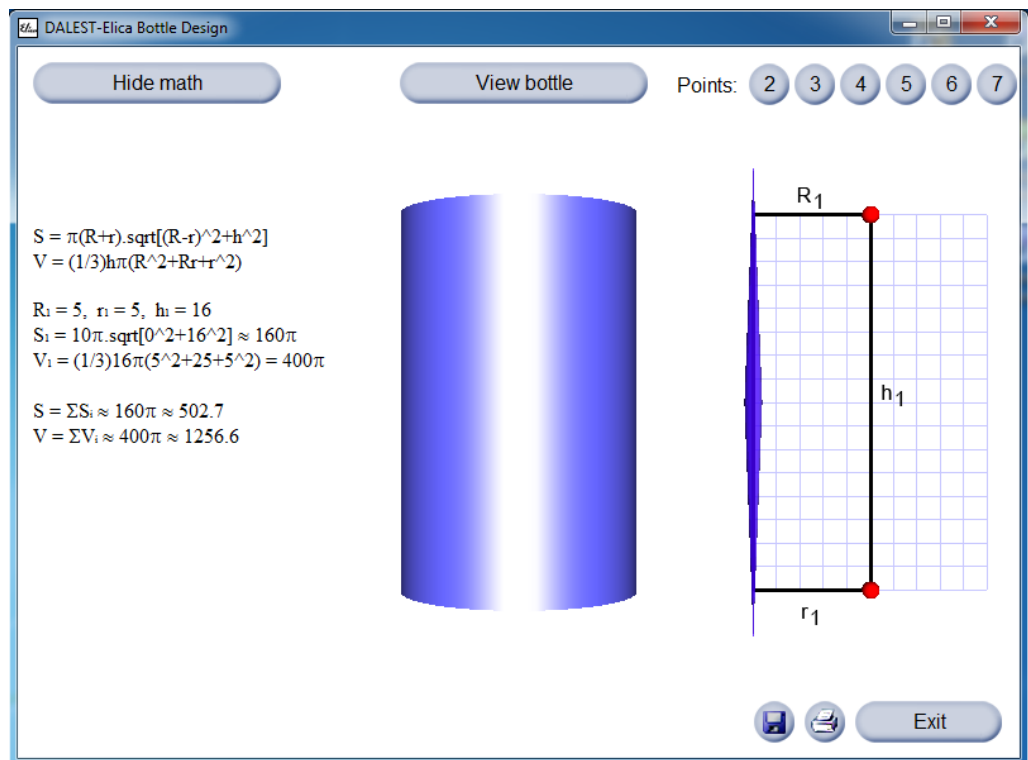


Obrázek 26: Bottle Design - ukázka vymodelovaného tělesa

Návod

Při spuštění aplikace Bottle Design bychom na začátku měli vybrat, z kolika bodů chceme vytvořit nový model lahve. To provedeme v horním pravém okně, kde jsou bubliny 2, 3 až 7. Tyto bubliny značí počet bodů, ze kterých budeme vytvářet nový model lahve. Při spuštění aplikace jsou vybrány dva body, ty vidíme vyznačené červenou barvou ve čtvercové síti. Body libovolně posuneme po čtvercové síti, a jakmile budeme mít vytvořený budoucí tvar lahve, stačí kliknout na tlačítko „View bottle“. Tím se nám vytvoří 3D rotační model lahve podle modré osy na levé straně čtvercové sítě.

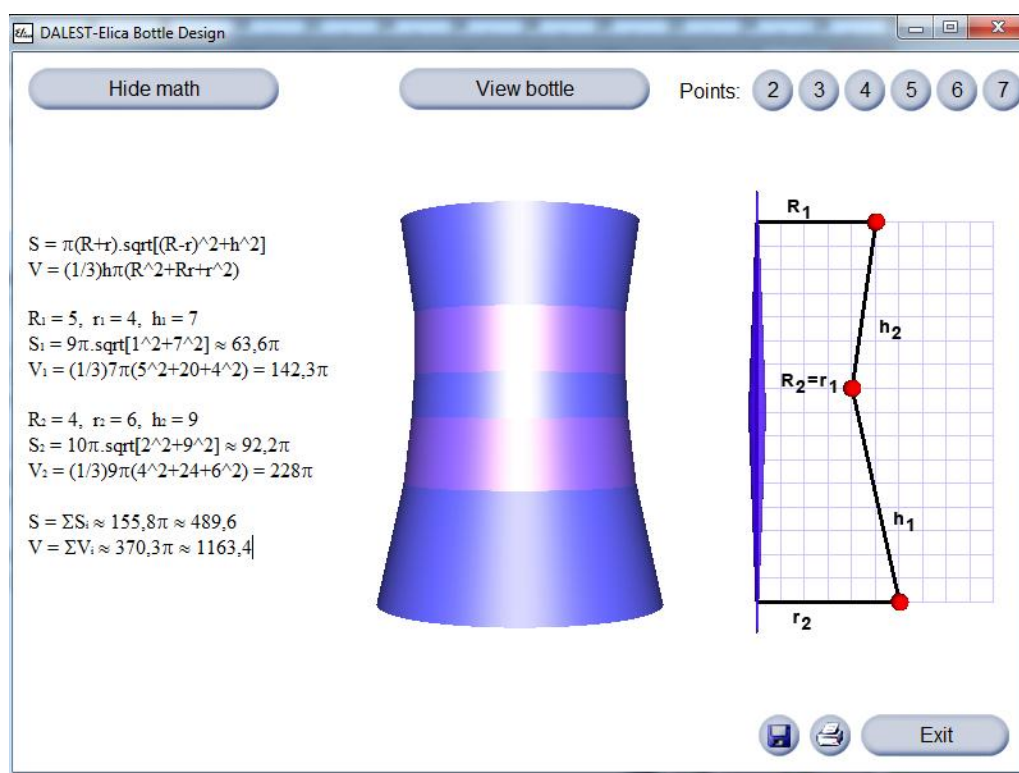
Aplikace Bottle Design dále nabízí možnost zobrazení matematických výpočtů plochy a objemu vytvořené lahve. Algebraické okno s výpočty zobrazíme kliknutím na tlačítko „Show math“, skrytí algebraického okna provedeme tlačítkem „Hide math“.



Obrázek 27: Bottle Design - zobrazení algebraického okna

V algebraickém okně jsou v prvních dvou řádcích vzorce pro výpočet plochy a objemu. Dosazením souřadnic bodů tvořících model lahve získáme výpočet plochy pláště označený „S“ a objem lahve označený jako „V“. Pokud máme lahev tvořenou pouze dvěma body, tak výsledná plocha „S“ a objem „V“ je roven dílčímu výpočtu plochy „S₁“ a objemu „V₁“ (viz. obrázek na předchozí straně).

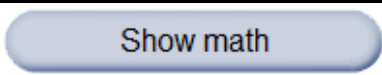
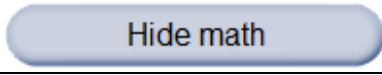
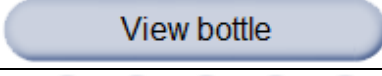









V případě složitějšího tělesa aplikace těleso rozřizne a počítá plochu i objem zvlášť pro každou část lahve a pak dílčí výsledky sečte.



Obrázek 28: Bottle Design - ukázka složitějšího tělesa

Malými písmeny je označena spodní část lahve (r_2 je poloměr spodní podstavy, r_1 je poloměr horní podstavy a h_1 je výška u spodní části lahve), naopak velkými písmeny je označena horní část lahve (R_2 je poloměr spodní podstavy, R_1 je poloměr horní podstavy a h_2 je výška horní části lahve).

Popis ovládacích tlačítek

	Zobrazí algebraické okno
	Skryje algebraické okno
	Vytvoří 3D rotační model
Points:      	Výběr počtu bodů, ze kterého se bude model lahve tvořit
	Ukončení programu
	Uložení pracovní plochy jako obrázku
	Tisk příkladu

Aktivita

- 1) **zrekonstruu**j objekty kolem nás - lahve, poháry, vázy atp.
- 2) **prostuduj** matematické postupy pro výpočet objemu a povrchu; snaž se pochopit závislosti výpočtů pro rotační objekty definované jedním, dvěma nebo více body

Řešení: Pokusím se vysvětlit výpočty v algebraickém okně na příkladu válce z obrázku č. 28.

První dva řádky v algebraickém okně jsou obecné vzorce pro výpočet objemu a povrchu.

Vzorec v algebraickém okně	Matematický zápis vzorce
$S = \pi(R+r) \cdot \text{sqrt}[(R-r)^2 + h^2]$	$S = \pi(R+r) \sqrt{(R-r)^2 + h^2}$
$V = (1/3)h\pi(R^2 + Rr + r^2)$	$V = \frac{1}{3}h\pi(R^2 + Rr + r^2)$

V dalším řádku jsou vypsány známé údaje tak, jak jsme si je navrhli ve čtvercové síti. Písmeny „r1“ je označen poloměr dolní podstavy, písmeny „R1“ je označen poloměr horní podstavy a písmeny „h1“ je označena výška tělesa.

Pokud známé hodnoty dosadíme do vzorců, dostaneme:

Znamé hodnoty: $R_1=5$, $r_1=5$, $h_1=16$; indexy v tomto případě můžeme vynechat	
Vzorec v algebraickém okně	Matematický zápis vzorce
$S_1 = 10\pi \cdot \text{sqrt}[(0^2+16^2)] \approx 160\pi$	$S_1 = 10\pi\sqrt{0^2 + 16^2} \approx 160\pi$
$V_1 = (1/3)16\pi(5^2+25+5^2) = 400\pi$	$V_1 = \frac{1}{3}16\pi(5^2 + 25 + 5^2) = 400\pi$
Celkové výsledky obsahu a objemu získáme součtem mezi výpočtů $\sum_{i=1}^{\infty} S_i$ a $\sum_{i=1}^{\infty} V_i$.	
$S = \sum S_i \approx 160\pi \approx 502,7$	
$V = \sum V_i \approx 400\pi \approx 1256,6$	

Pozn. Bylo by vhodné zavést si jednotku čtverečku na čtvercové síti a u výsledku uvést, v jakých jednotkách je výsledek uveden.

- 3) **najdi** tvar tělesa s maximálním (nebo minimálním) poměrem objemu a povrchu
- 4) **navrhni** těleso jehož objem v dolní polovině je dvakrát větší než v jeho horní polovině
- 5) **vytvoř** různá tělesa v aplikaci Bottle Design a poté je znovu sestroj v aplikaci Potter's Wheel a Math Wheel [9]

Použití aplikace Bottle design

Aplikaci Bottle Design lze využít na procvičení osově souměrnosti, na odvození a procvičení vzorců pro objem a obsah plochy rotačních těles, na

sledování změn v objemu a povrchu těles změnou určitého parametru (např. poloměru dolní nebo horní podstavy, výšky, změnou tvaru lahve atp.).

Video návod

Video návod je umístěn na přiloženém CD ve složce Video návody a soubor má název *Bottle_Design.wmv*.

Video ukázky řešených příkladů jsou také na přiloženém CD ve složce Řešené příklady a *Bottle_Design_priklad.wmv*.

Veškeré návody (textové i video návody) jsou umístěny na internetových stránkách <http://dalest.kenynet.cz>.

Vzorové příklady

Příklad 1: Vymodelujte válec o poloměru podstavy 4 cm a výškou 10 cm. Spočítejte, jaký má povrch a objem a pak své výpočty ověřte pomocí aplikace Bottle Design.

Příklad 2: Vymodelujte komolý kužel o poloměru spodní podstavy 5 cm, poloměrem horní podstavy 3 cm a výškou 15 cm. Spočítejte, jaký má povrch a objem a pak své výpočty ověřte pomocí aplikace Bottle Design.

Příklad 3: Zkuste vymodelovat tělesa tvaru lahve s maximálním objemem a co nejmenším povrchem.

Příklad 4: Zkuste vymyslet příklady dalších objektů, které vzniknou rotací kolem dané osy. Pro jejich vymodelování použijte aplikaci Bottle Design.

Příklad 5: Vypočítejte objem vody v bojleru tvaru válce, jehož plášť má průměr 50 cm a výšku 140cm ([3], s. 41, příklad 11).

Pozn. Zkuste namodelovat bojler v aplikaci Bottle Design v poměru ke skutečným velikostem. Jak se bude lišit objem v aplikaci od skutečného?(procvičení poměru)

2.6 Pythagorean Theorem

Popis aplikace

Tato aplikace je koncipována jako hra, může být použita k demonstraci důkazu. Může žáky učit, jak manipulovat s dynamickými objekty, a umožňuje žákům interaktivní pohled na důkaz Pythagorovy věty. Tato aplikace umožňuje žákům pohybovat body a žáci tak mohou vidět závislosti mezi jednotlivými objekty.

Pythagorova věta zní:

Obsah čtverce nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku je roven součtu obsahů čtverců nad jeho odvěsnami.

Dosud není známo, kdo objevil tento vztah jako první. Někteří lidé si myslí, že byl objeven různými vědci nezávisle na sobě. Pravda je taková, že Pythagorova věta má více důkazů než jakékoli jiné věty. V současné době existuje několik stovek důkazů Pythagorovy věty [15].

Tato aplikace ukazuje interaktivní a vizuální formou platnost vztahů Pythagorovy věty. Ukázky vztahů jsou uvedeny na sedmi snímcích. Studenti mohou snímky postupně prohlížet, od začátku do konce nebo naopak. Tato aplikace umožňuje zobrazit důkaz s různým počátečním nastavením bodů. Toto nastavení se automaticky promítne na všechny následující snímky. Na všech snímcích lze s konstrukcí pohybovat [15].

Aktivita

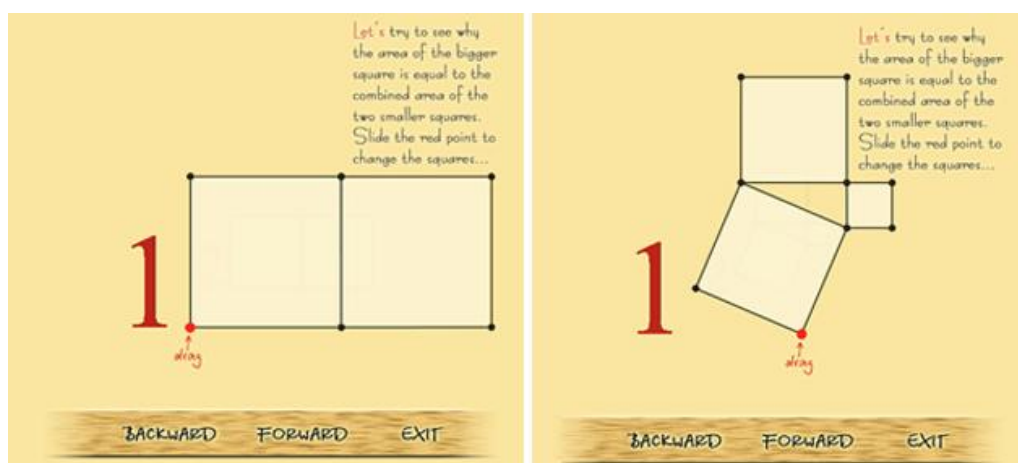
- 1) **snaž se pochopit** jeden z mnoha důkazů Pythagorovy věty; projděte si snímky od prvního do posledního
- 2) **ověř** platnost důkazu, jestliže změňte počáteční nastavení bodů pravoúhlého trojúhelníku

- 3) **zkus** změnit nastavení pohyblivého bodu pravoúhlého trojúhelníku v jakékoli fázi důkazu a zkontroluj, jak to ovlivňuje geometrickou konstrukci
- 4) **zkus** sledovat důkaz v obráceném pořadí - od posledního k prvnímu snímku
- 5) **nauč se**, jak vytvořit interaktivní geometrické modely pro vizualizaci „slavných“ vět [15]

Návod

Jakmile spustíme aplikaci, objeví se nám první snímek. Na tomto snímku vidíme tři čtverce sestrojené nad pravoúhlým trojúhelníkem. Jeden vrchol čtverce je červeně zvýrazněný, s tímto bodem lze horizontálně pohybovat a měnit rozměry zbylých dvou čtverců.

V pravé horní části nás anglický nápis motivuje k pohybu s červeným bodem a k přemýšlení o tom, proč plocha většího čtverce je rovna součtu obsahů zbylých dvou čtverců. Tak s tímto bodem zkusíme pohnout.

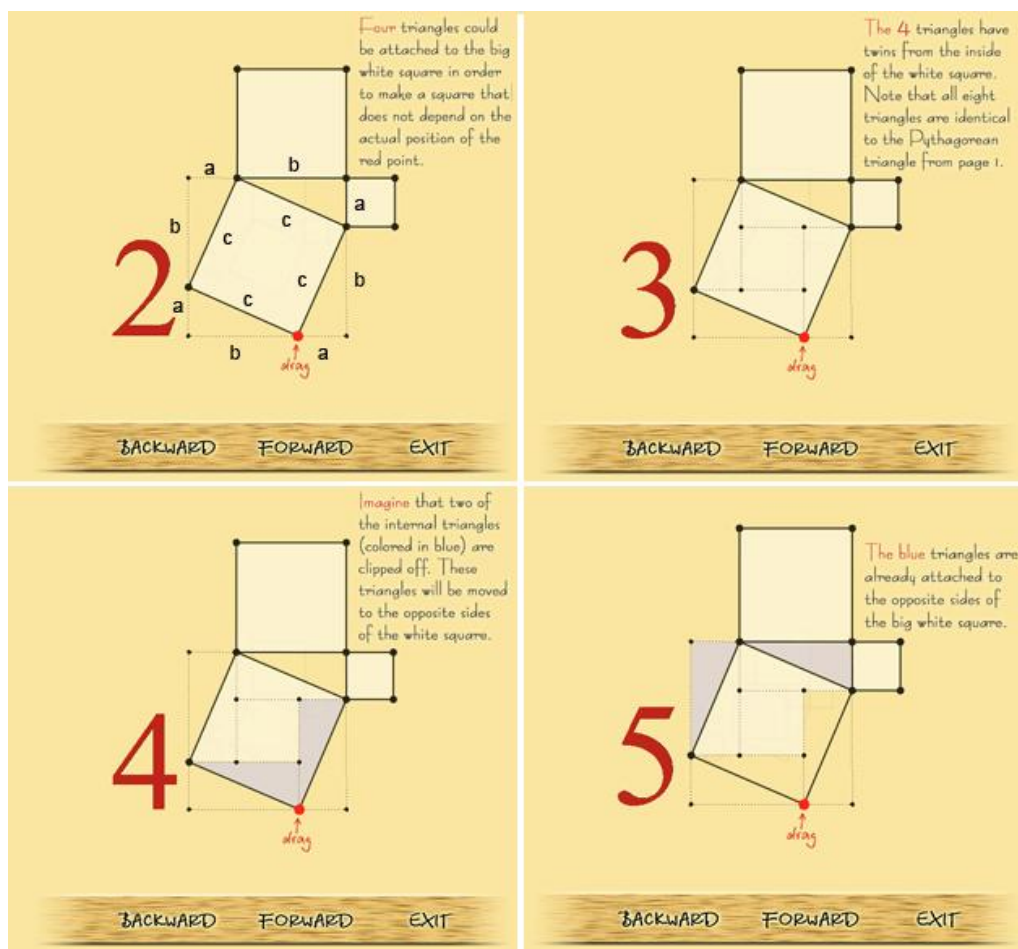


Obrázek 29: Pythagorean Theorem - první snímek

Pokud body necháme ve výchozí pozici, tak vidíme jeden čtverec sestrojený nad přeponou pravoúhlého trojúhelníku a další dva, které jsou

sestrojeny nad odvěsnami. Tedy jde o grafické znázornění Pythagorovy věty. Pokud bod posuneme do krajní pozice, vidíme, že oba čtverce mají stejně dlouhou stranu a zbylý třetí čtverec má stranu nulové délky.

Na druhém snímku (obr. č. 30) jsou vidět čtyři trojúhelníky, které se dotýkají největšího čtverce. Dohromady vytváří také čtverec (tečkovaně ohraničený) a přitom nezáleží na aktuální poloze pohyblivého červeného bodu. Obsahy jednotlivých trojúhelníků jsou stejné i při pohybu červeným bodem. Pokud si označíme stranu nejmenšího čtverce „a“, stranu prostředního čtverce písmenem „b“ a stranu největšího čtverce „c“, bude situace vypadat tak, jak je vyznačená na obrázku. Pokud posuneme červený bod na pravou nebo levou stranu uvidíme, že se velikost čtverce „a“ zmenší na nulu a velikost strany „c“ se bude rovnat velikosti strany „b“.



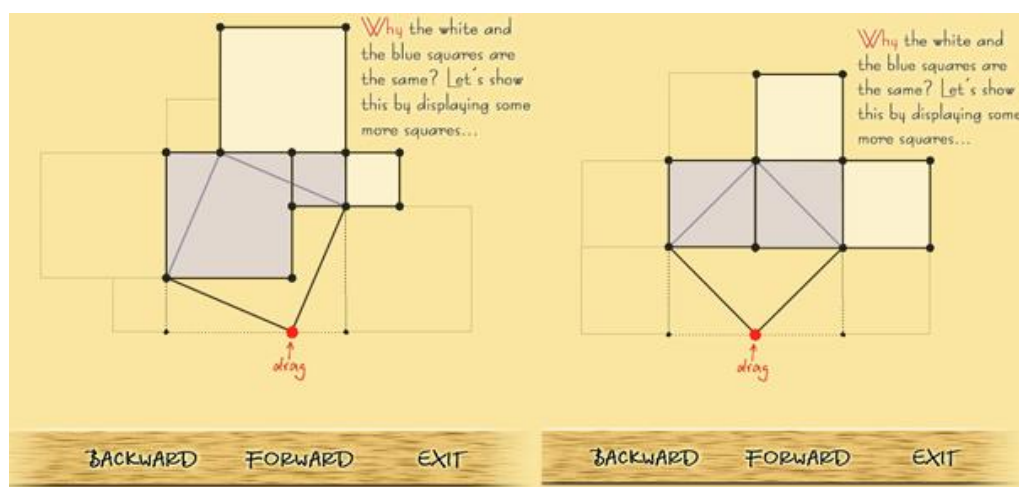
Obrázek 30: Pythagorean Theorem - další snímky aplikace

Na třetím snímku (obr. č. 30) jsou také čtyři trojúhelníky jako na třetím snímku, ale nyní mají „dvojčata“ uvnitř velkého čtverce. Všechny osm trojúhelníků na třetím snímku je shodných s Pythagorejským trojúhelníkem z prvního snímku. Pohybem bodu lze měnit velikosti jednotlivých stran. Pokud umístíme pohyblivý bod doprostřed, vznikne nám osm rovnostranných trojúhelníků. Pokud bude bod v krajní pozici, všechny trojúhelníky zaniknou.

Představme si, že dva z vnitřních trojúhelníků vyznačíme modře. Pohybem bodu přesuneme trojúhelníky na protější strany čtverce. Tuto situaci zobrazuje snímek číslo čtyři na obrázku č. 30.

Modře můžeme vyznačit i trojúhelníky na vnější straně velkého čtverce. Oba tyto trojúhelníky jsou opět shodné. Tuto situaci lze vidět na snímku číslo pět (obr. č. 30).

Pokud pohyblivým bodem posuneme doprostřed a vezmeme vyznačené trojúhelníky uvnitř i vně velkého trojúhelníku, vytvoří nám čtverce. Tyto dva čtverce jsou na snímku č. 6 (obrázek vlevo na obr. č. 31) označeny modrou barvou a jsou shodné s menšími bílými čtverci. Pokud posuneme pohyblivým bodem, vždy bude jeden modrý čtverec shodný s jedním bílým čtvercem a zbylé dva budou také shodné. Na posledním snímku (obr. č. 31) je ukázáno, proč jsou bílé a modré čtverce shodné.



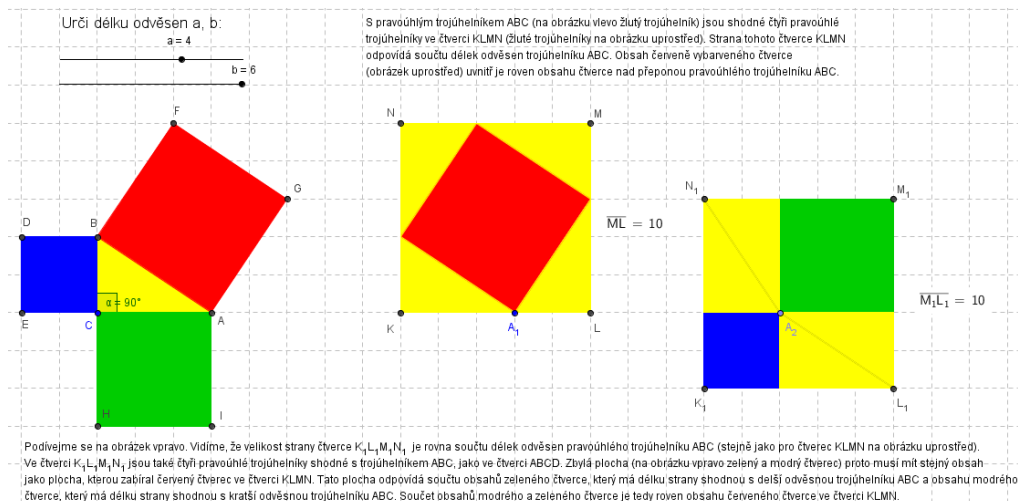
Obrázek 31:Pythagorean Theorem - poslední snímek

Aplikace Pythagorean Theorem se poprvé objevila v balíku aplikací v roce 2003 [7]. V dnešní době existuje mnoho jiných grafických důkazů Pythagorovy věty a v mnohem lepším provedení.

Na této aplikaci je problematické, že nelze z jednotlivých snímků jednoznačně vidět, zda jsou opravdu jednotlivé části stejně veliké (to by se dalo snadno vyřešit posazením obrázku do čtvercové sítě).

Rozhodl jsem se stejný důkaz vizualizovat v programu Geogebra ve verzi 4.2, který je novější, je také zdarma dostupný na www.geogebra.org. Příprava apletu v programu Geogebra není triviální, ale její výhodou je dynamičnost a také možnost sledování objektů, závislostí a vztahů na dostatečném množství separovaných modelů.

Soubor je umístěn i na CD ve složce Řešené příklady pod názvem *Pythagorova_veta.ggb*. Dále je soubor umístěn i na stránkách <http://dalest.kenynet.cz> pod aplikací Pythagorean Theorem.






Obrázek 32: Důkaz Pythagorovy věty v programu Geogebra

Při otevření souboru *Pythagorova_veta.ggb* je prvním úkolem nastavit si délky odvěsen na posuvníku. Při změně délky jednotlivých stran se nám interaktivně změní veškeré vztahy platné v Pythagorově větě. Zajímavé jsou krajní pozice, kdy má jedna z odvěsen nulovou délku. Pokud vezmeme čtverec

nad odvěsnou pravoúhlého trojúhelníku a kolem každé jeho strany umístíme onen pravoúhlý trojúhelník, vznikne nám čtverec se stranou délky, která je rovna součtu obou odvěsen. Poté tyto trojúhelníky přesuneme jako na obrázku č. 32 vpravo a to konkrétně tak, že přisuneme trojúhelníky k sobě, aby měly společnou přeponu. Vznikne nám opět velký čtverec, kde je strana stejně velká jako součet odvěsen a vznikne nám tam i prázdný prostor (na obrázku nahoře vpravo, vybarven zeleně a modře). Zeleně vybarvená část vzniklého prostoru tvoří čtverec s délkou strany shodnou s delší odvěsnou. Modrá část tvoří také čtverec s délkou strany shodnou s délkou kratší odvěsny. Jelikož se nám velký čtverec nezměnil a trojúhelníky také ne, musí se součet plochy zeleného a modrého čtverce rovnat ploše čtverci na prostředním obrázku.

Nyní se vrátíme zpět k popisu aplikace Pythagorean Theorem.

Popis ovládacích tlačítek

	Posunutí snímku o jeden zpět
	Posunutí snímku o jeden dopředu
	Ukončení programu

Použití aplikace Pythagorean Theorem

V době vzniku tato aplikace představovala užitečný nástroj. Nyní existují modernější a názornější nástroje na ukázkou platnosti vztahů v Pythagorově větě. Osobně bych tuto aplikaci nedoporučil ve výuce, raději bych využil některý z dostupných programů dynamické geometrie, např. program Geogebra.

Video návod

Jelikož se v této aplikaci prochází pouze jednotlivé snímky, kde jsou odvozené vztahy, není potřeba k této aplikaci vytvářet video návod. Ale i tak

jsem vytvořil krátké video, kde pouze prolistuji a okomentuji jednotlivé snímky aplikace. Video naleznete na CD ve složce Video návody pod názvem *Pythagorean_Theorem.wmv*. Za přínosnější považuji video ukázkou vztahů v Pythagorově větě v programu Geogebra. Toto video naleznete ve složce Řešené příklady pod názvem *Pythagorova_veta.wmv*.

Veškeré návody (textové i video návody) jsou umístěny na internetových stránkách <http://dalest.kenynet.cz>.

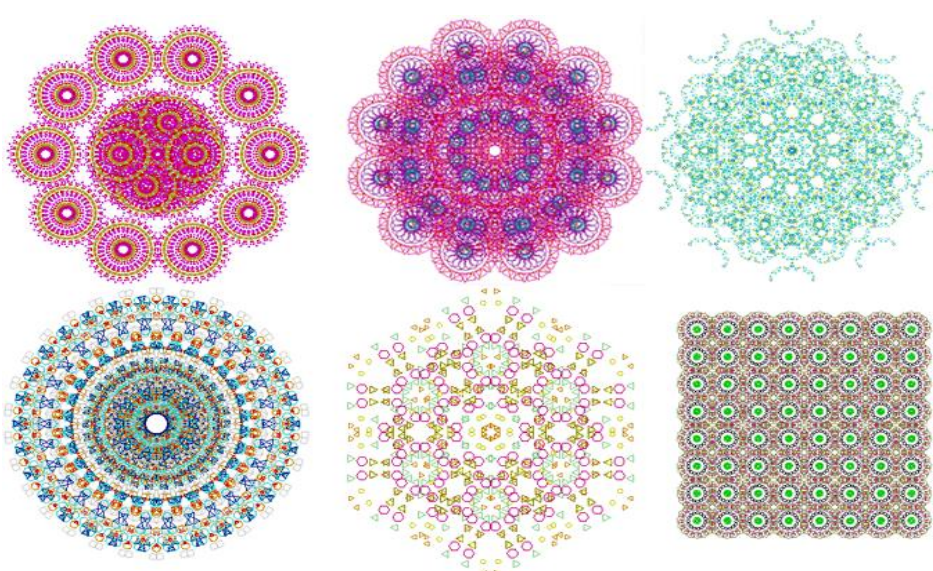
2.7 Pattern Constructor

Popis aplikace

Aplikace Pattern Constructor je navržena pro tvorbu osové souměrnosti tak, aby odpovídala úrovni dovedností dětí. Tím, že mohou jednoduše vytvářet různé vzory, rozvíjí se jejich znalosti a umělecký duch. Současně se dítě učí základní pojmy symetrie, otáčení a sekvence transformací. Program začíná od náhodného souboru jednoduchých polygonů a po stisknutí různých tlačítek na levé straně jsou použity jiné transformace.

Aplikace Pattern Constructor se ovládá pomocí tlačítek na levé straně. Nicméně, není tam žádný popis (schválně!), To děti motivuje, aby zkoušely zjistit, jaká změna po stisku jakého tlačítka nastane. Všimněte si, že ikona naznačuje, o jakou transformaci se jedná.

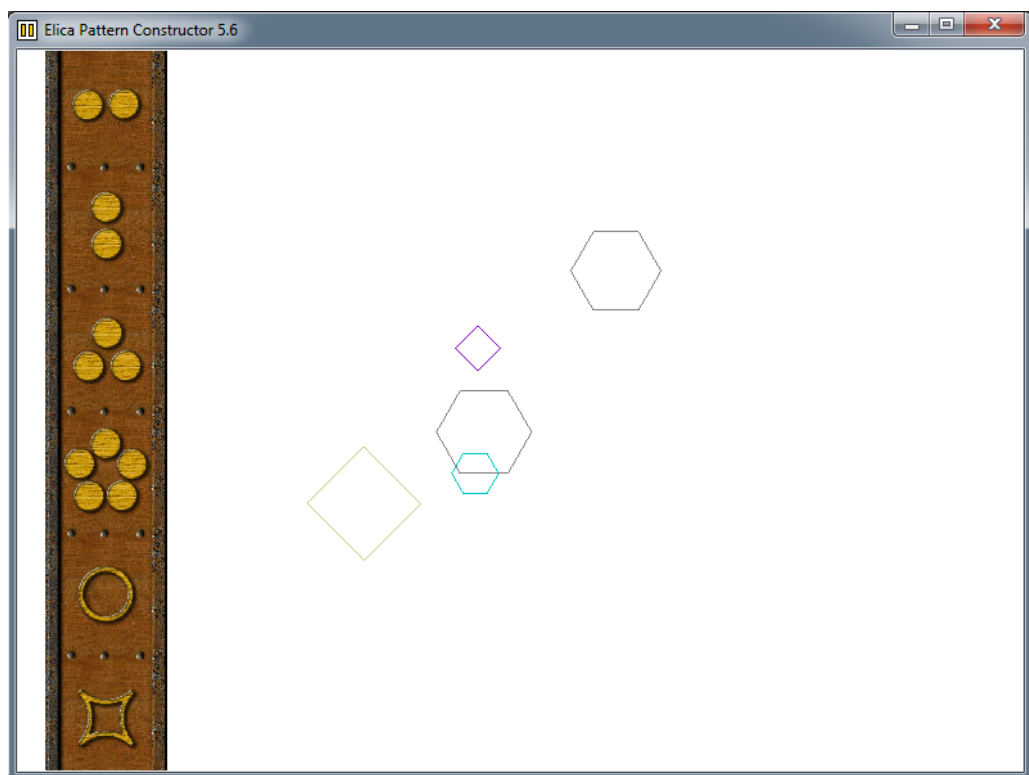
Znalost funkce jednotlivých tlačítek je důležitá k vytvoření daného obrazu. Obrazy vytvořené s touto aplikací jsou zdarma pro všechny druhy použití - jako pozadí webových stránek, jako obrázky v prezentaci nebo v osobní galerii [14].



Obrázek 33: Pattern Constructor – obrázky, které lze vytvořit

Aktivita

- **hraj si** s tlačítky a vytvoř zajímavé obrazy
- **zjisti**, co každé tlačítko dělá
- **nauč se** matematické pozadí transformací - symetrie a rotace
- **vytvoř si** galerii z vlastních vzorů; poděl se se svými spolužáky a ukaž své výtvary rodičům [14].



Obrázek 34: Pattern Constructor - ukázka zadání

Návod





Aplikace Pattern Constructor je jednoduchá aplikace, která slouží na generování osově souměrných obrazců. Pokud chceme nějaký obrazec vytvořit, spustíme si aplikaci a na úvodní straně máme ihned základní sadu obrazců, jak lze vidět na obrázku č. 34 výše. Pokud bychom chtěli vygenerovat jinou sadu, použijeme tlačítko se symbolem kruhu. Toto tlačítko nám také slouží jako



tlačítko zpět, které nám umožní vrátit se o krok zpět po provedeném zrcadlení vzoru. Poslední tlačítko nám ukončí aplikaci.

Teď již konkrétně k tvorbě obrazů. Po vybrání počátečního rozmístění sady obrazců můžeme tento obrazec zrcadlit. Jednotlivé osy souměrnosti jsou vždy umístěny mezi vyznačenými puntíky. To znamená, že u prvního tlačítka, u kterého jsou umístěny puntíky vodorovně vedle sebe, je osa souměrnosti svisle atd. Jednotlivé osy jsou znázorněny v popisu ovládacích tlačítek.

Při prvním zrcadlení se nám vytvoří podle vzoru obraz, ten můžeme dalším zrcadlením opět zobrazit podle libovolné osy (nebo podle více os dle vybraného tlačítka). Takto pokračujeme do té doby, dokud nebudeme s vlastním obrázkem spokojeni.

Popis ovládacích tlačítek

	<p>Vytvoří souměrný obraz podle svislé osy</p>
	<p>Vytvoří souměrný obraz podle vodorovné osy</p>
	<p>Vytvoří souměrný obraz podle os vyznačených na obrázku. Osy jsou rozděleny po 120°.</p>
	<p>Vytvoří souměrný obraz podle os vyznačených na obrázku. Osy jsou rozděleny po 72°.</p>

	<p>Tlačítko Zpět, ale pokud máme nový obraz, tak nám toto tlačítko poskytne nové úvodní uspořádání obrazců</p>
	<p>Ukončení programu</p>

Aplikace Pattern Constructor je v projektu Elica již od jeho počátku, konkrétně od roku 2001 [7]. V době vzniku sloužila jako užitečný nástroj při pokusech se symetrií a rotací. V dnešní době tuto aplikaci již nahradilo mnoho jiných nástrojů, které dokážou to samé i více než tato aplikace.

Podle mého názoru je na této aplikaci problematické to, že při budování složité struktury program „zamrzne“. Jako další nevýhodu této aplikace vidím to, že není možné začít transformace s jednoduchými obrazci, ale vždy se jedná o skupinu obrazců. V této aplikaci nelze vytvářet vlastní obrazce a zkoušet na nich různé transformace.

Použití ve výuce

Jedná se o uživatelsky příjemnou aplikaci, která může žáky bavit. Žáci mohou hrou nevědomky objevovat základní principy osově souměrnosti. Využití této aplikace při výuce si však nedovedu představit. Pro výuku bych využil jiné dostupné nástroje v programech typu DSG (systémy dynamické geometrie), např. program Geogebra.

Video návod

Video návod je umístěn na přiloženém CD ve složce Video návody a soubor má název *Pattern_Constructor.wmv*.

Veškeré návody (textové i video návody) jsou umístěny na internetových stránkách <http://dalest.kenynet.cz>.

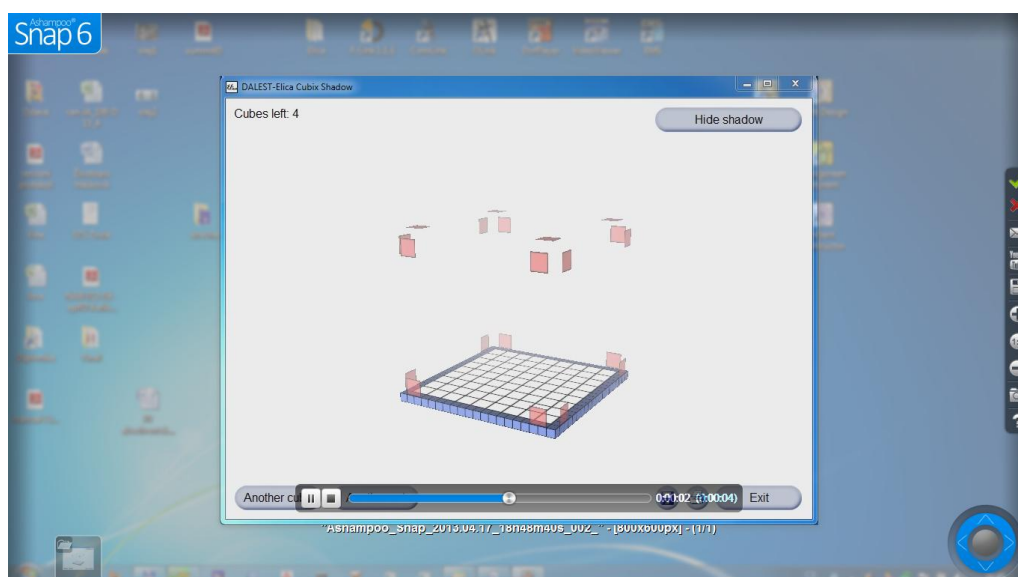
3 PRAKTICKÁ ČÁST

Internetové stránky i kanál videí na youtube.com vznikly ve spolupráci s Romanem Krčmářem, který vytvořil diplomovou práci na téma Výuka stereometrie s využitím softwaru Elica DALEST, ve které popisuje zbylých šest aplikací.

3.1 Vytvoření instruktážních videí

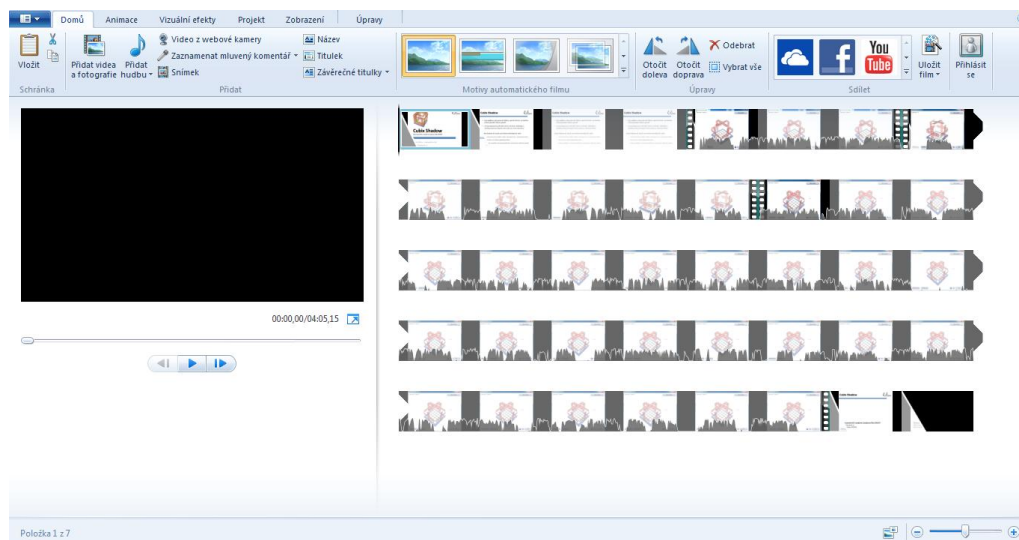
Dílčím cílem této práce je vytvoření vzorových a instruktážních videí. Ke každé aplikaci je vytvořen videoklip, ve kterém je aplikace představena a je ukázáno její ovládání. Další video návod je ukázkou řešení konkrétního příkladu z jednotlivých aplikací.

Po zhlédnutí jednotlivých ukázek by měl pedagog vědět, co daná aplikace umí a jak se ovládá. Zkušený pedagog si jistě hned představí možnosti využití jednotlivých aplikací ve výuce. Většina aplikací je neumožňuje realizaci vlastních příkladů a tak je možné v těchto aplikacích využívat pouze na procvičení látky pomocí příkladů obsažených v jednotlivých aplikacích.



Obrázek 35: Snímání obrazovky pomocí Ashampoo Snap 6 Trial

Videa jsou snímána přímo z pracovní plochy počítače za pomoci programu Ashampoo Snap 6.0.1 v trial verzi. Úprava natočených videí probíhala v programu Movie Maker, který je standardně v systému Windows, nebo se dá zdarma do systému Windows doinstalovat (konkrétně v mém případě Windows 7, 64bit).



Obrázek 36: Stříhání videa v programu Movie Maker

Výstup ze zpracování jednotlivých videí je obrazový i zvukový záznam ve formátu „.wmv“ (windows media video). Tento formát lze bez problémů přehrávat na počítačích s operačním systémem Windows.

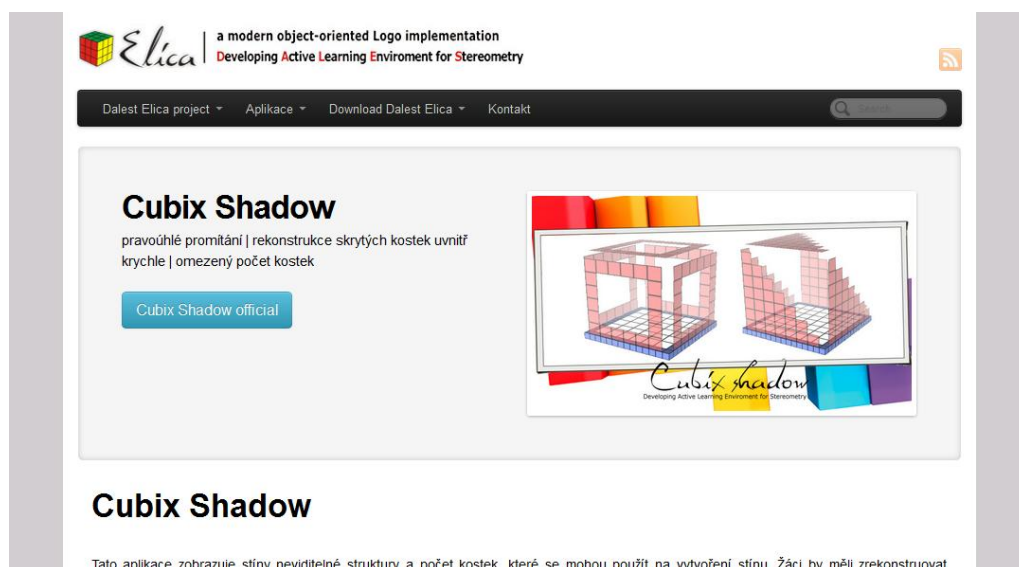
Natočená videa jsou k diplomové práci přiložena na CD a také jsou publikována na internetové stránce <http://dalest.keny.net.cz>. Dále jsou vytvořené video návody poskytnuty uživatelům serveru youtube.com. Internetový odkaz na videa umístěná na serveru youtube.com je https://www.youtube.com/channel/UCiEIZ0_EoItHpgvBsKydJ2g.

3.2 Vytvoření webových stránek pro zveřejnění výukových materiálů

Jelikož se jedná o mezinárodní projekt, jsou domovské stránky projektu psané v anglickém jazyce. Ne všichni pedagogové tento jazyk ovládají, a proto byla zvolena forma prezentace projektu Elica-DALEST pomocí webových stránek v české lokalizaci.

Jak již bylo řečeno, tato práce se zabývá sedmi aplikacemi z celkového počtu třinácti aplikací. Aby prezentace pomocí internetových stránek splnila svůj účel, vznikly tyto internetové stránky ve spolupráci s p. Romanem Krčmářem, který se zabýval zbylými šesti aplikacemi. V současné době se na webových stránkách vyskytují popisy všech aplikací projektu DALEST, ukázky využití aplikací při výuce, video návody a video ukázky řešených příkladů.

Do budoucna by na webu měla být umístěna sbírka příkladů z geometrie za využití aplikací DALEST.



Obrázek 37: Internetové stránky dales.keny.net.cz - ukázka grafického provedení

Cílem mé práce bylo představit a zaujmout pedagogickou veřejnost projektem Elica-DALEST a umožnit jednoduchý přístup k návodům, jak s jednotlivými aplikacemi pracovat. Proto byly tyto návody zpřístupněny pomocí internetových stránek, na kterých jsou veškeré materiály volně dostupné.

Webové stránky jsou vytvořeny na systému WordPress. WordPress je redakční systém pro správu a tvorbu internetových stránek vyvíjený jako opensource projekt. To znamená, že celý zdrojový kód je popsán v dokumentaci a dává tak možnost každému zapojit se do jeho vývoje [33].

4 ZHODNOCENÍ

V této kapitole zhodnotím použitelnost jednotlivých aplikací ve výuce. Protože nemám velké pedagogické zkušenosti, rozhodl jsem se k hodnocení jednotlivých aplikací využít hodnocení a postřehy učitelů matematiky z praxe.

Při hodnocení aplikací si musíme uvědomit, že poslední verze balíku aplikací DALEST byla vydána v roce 2008 [7] a je nutné z toho vycházet. V současnosti jsou k dispozici modernější nástroje, ale i tak jsou některé aplikace velice zajímavé a určitě by obohatily názornost současné výuky matematiky.

Rozhovory s učiteli probíhaly formou nestandardizovaného rozhovoru. Tato metoda se vnějšími znaky podobá běžnému rozhovoru, kdy se důraz klade na nenarušení přirozeného průběhu rozhovoru. Není předem daný plán, jak bude rozhovor probíhat a na jaké otázky se budeme ptát. Držíme se hlavního tématu, které nás zajímá, a sledujeme jeho rozvíjení se v kontextu. Otázky nemusí být pro všechny stejné nebo ve stejném pořadí. Musíme mít však jasno, na jakou otázku hledáme odpověď [25].

Hlavní otázkou při práci s učiteli byla, zda si dokážou představit využití konkrétní aplikace ve své pedagogické činnosti.

Rozhovor pro moji diplomovou práci poskytli

- učitel matematiky G (věk 27 let), rozhovor se uskutečnil dne 28. 3. 2013
- učitelka matematiky K (věk 25 let), rozhovor se uskutečnil dne 3. 4. 2013
- učitel matematiky S (věk 35 let), rozhovor se uskutečnil dne 26. 3. 2013
- učitelka H (věk 48 let), vzdělávající žáky se speciálními vzdělávacími potřebami, rozhovor se uskutečnil dne 15. 4. 2013

- učitel matematiky J (věk 44 let), rozhovor se uskutečnil dne 18. 4. 2013

4.1 Aplikace Cubix

Aplikace vhodná na procvičování objemu a povrchu u těles složených z kostiček.

UČITEL S tvrdí, že je tato aplikace vhodná spíše do matematického kroužku, kde je více prostoru věnovat se takovému zajímavostem, než ve výuce matematiky. Podle něj by aplikace mohla být využita na vysvětlení pojmů jako nárýs, půdorys a bokorys z technického kreslení nebo geometrie.

UČITEL C tvrdí, že aplikace Cubix je divácky atraktivní, avšak si myslím, že by její využití při vyučování zabralo více času, než klasická výuka. Navíc s naprosto stejným efektem. Na druhou stranu, pokud některým žákům dělá problém prostorová představivost, dalo by se jim pomoci právě prostřednictvím této aplikace.

SHRNUTÍ:

Nedostatky aplikace Cubix

- nemožnost „rozebírat“ těleso a tak opravdu interaktivně pozorovat z kolika kostek je vytvořeno

Výhody aplikace Cubix

- názornost a možnost rotace s tělesy
- okamžitá zpětná vazba
- možnost zvolení si konkrétního příkladu (negerování náhodných příkladů)
- možnost obarvit jednotlivé části tělesa různou barvou pro názornost

Aplikace by mohla být využita k naplnění následujících plnění očekávaných výstupů z RVP

žák

- rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci
- určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu
- rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru
- určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti
- odhaduje a vypočítá objem a povrch těles

4.2 Aplikace Cubix Shadow

Hlavním úkolem aplikace je zrekonstruovat těleso podle jeho stínu s daným počtem kostek v několika obtížnostech.

UČITELKA K říká k aplikaci Cubix Shadow, že by jednotlivé příklady žáci zvládli, ale že by to bylo pro některé žáky obtížné a zdržovalo by to výuku. Použití této aplikace by si dokázala představit v matematickém kroužku.

UČITEL G i S se shodli na tom, že jsou úlohy v této aplikaci na základní školu dost obtížné.

UČITEL J tvrdí, že by se tato aplikace dala využít pro výuku na gymnáziu. Pro druhý stupeň základní školy je tato aplikace příliš složitá.

Podle mého názoru není tato aplikace příliš vhodná do výuky matematiky na základní školu. Její využití by bylo možné v rámci matematického kroužku nebo při volné hodině jako zajímavost.

SHRNUTÍ:

Nedostatky aplikace Cubix Shadow

- nemožnost volby konkrétního příkladu (příklady jsou generovány náhodně)

Výhody aplikace Cubix Shadow

- názornost a možnost rotace s tělesy
- okamžitá zpětná vazba
- budování a procvičování prostorové představivosti

Aplikace by mohla být využita k naplnění následujících plnění očekávaných výstupů z RVP

žák

- načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině
- určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti
- řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí

4.3 Aplikace Cubix Editor

Volný pracovní editor na skládání libovolných těles z kostek.

Podle mého názoru má tato aplikace nejširší uplatnění ze všech sedmi aplikací probíraných v této diplomové práci.

UČITELKA K již v současné době tuto aplikaci využívá na procvičení objemu a povrchu u těles i pro zlepšení orientace v prostoru.

UČITEL G tvrdí, že tato aplikace umí více, než stavebnice, ale na druhou stranu si žáci nemohou těleso „osahat“. Tvrdí, že je tato aplikace vhodná na trénování představivosti a na hraní ve zbylém času hodiny.

UČITEL J si myslí, že je tato aplikace velice zajímavá, dokázal by si představit její využití u menších žáků při procvičování prostorové představivosti.

SHRNUTÍ:

Výhody aplikace Cubix Editor

- názornost a možnost rotace s tělesy
- budování a procvičování prostorové představivosti
- skládání libovolného tělesa
- skládání podle předlohy
- barevné rozlišení kostek

Aplikace by mohla být využita k naplnění následujících plnění očekávaných výstupů z RVP

žák

- určuje a charakterizuje základní prostorové útvary (tělesa), analyzuje jejich vlastnosti
- odhaduje a vypočítá objem a povrch těles
- načrtne a sestrojí obraz jednoduchých těles v rovině
- řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí

4.4 Aplikace Origami Nets

Vytváření sítí těles a jejich následné skládání.

Podle mého názoru je tato aplikace velmi pěkně zpracovaná a její možnosti jsou velké. Pokud ji srovnám s vytvářením sítí pomocí papíru, je tato aplikace rychlejší, přesnější a umožňuje mi opravit svoji chybu. To otevírá možnosti pro objevování metodou pokus a omyl. Pokud by měl žák objevovat pomocí papíru a jeho následného skládání, stráví tím mnohonásobně více času. Podle mého názoru Origami Nets rozvíjí kreativitu žáků, pokud jsou pro tuto činnost motivováni. Překládání je ve své podstatě zjednodušený model konstrukční geometrie, který se opírá se o názornou znakovou reprezentaci bodu a přímky a je proto pro výuku geometrie v základní škole důležitý.

UČITEL G tvrdí, že pokud budeme mít udělanou kvalitní přípravu, lze tuto aplikaci využít i při frontální výuce. Origami Nets omezuje kreativitu dětí, která by při práci s papírem byla více rozvíjena. Učitel G si použití Origami Nets dokáže představit jako práci na celou hodinu nebo u složitějších úloh jako projekt (fotbalový míč, platónská tělesa apod.).

UČITEL S v použití aplikace Origami Nets nevidí z časových důvodů výhodu oproti skládání těles z papíru.

UČITELKA H byla velice překvapena názorností aplikace Origami Nets a velmi dobře si dokáže představit její využití ve výuce. V aplikaci vidí velký přínos při tvorbě sítí těles u žáků se speciálními vzdělávacími potřebami.

UČITEL J si u aplikace Origami Nets pochvaluje její názornost a dokázal by si představit její využití i v běžném vyučování matematiky u menších žáků.

SHRNUTÍ:

Nedostatky aplikace Origami Nets

- Není zřejmé, jak vytvořit čtverec složený ze dvou trojúhelníků

Výhody aplikace Origami Nets

- názornost a možnost rotace se sítí
- možnost rotace se složenými tělesy
- budování a procvičování prostorové představivosti
- vytváření libovolných sítí
- možnost opravit svoji chybu (to u papíru a nůžek lze těžko)

Aplikace by mohla být využita k naplnění následujících plnění očekávaných

žák

- řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí
- charakterizuje a třídí základní rovinné útvary
- načrtne a sestrojí sítě základních těles

4.5 Aplikace Bottle Design

Vytvoření vlastního tvaru pláště těles rotací kolem osy a počítání jeho objemu a plochy.

Podle mého názoru příliš složitá aplikace pro použití na základní škole.

UČITELKA K si pochvaluje názornost aplikace, ale její interaktivita není na vysoké úrovni. Matematika v této aplikaci je příliš složitá na ZŠ.

UČITELKA H vidí aplikaci jako užitečnou při tvorbě plášťů těles, podle jejího názoru by žáky bavila. Jako složité pro žáky se speciálními vzdělávacími potřebami hodnotí matematické výpočty. Na druhou stranu při výuce žáků se SVP je více prostoru pro využití alternativních výukových metod, které zlepšují názornost učiva.

SHRNUTÍ:

Nedostatky aplikace Bottle Design

- složitý zápis matematických výpočtů
- nemožnost rotace s vytvořeným rotačním tělesem

Výhody aplikace Bottle Design

- možnost vytvořit libovolný tvar pláště tělesa
- sledování změn objemu a povrchu při změně tvaru pláště

Aplikace by mohla být využita k naplnění následujících plnění očekávaných výstupů z RVP

žák

- načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osově souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar
- načrtne a sestrojí rovinné útvary
- rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině

4.6 Aplikace Pythagorean Theorem

Aplikace ukazující vztahy v Pythagorově větě. Podle mého názoru již v dnešní době nepoužitelná aplikace. Konkrétně je na této aplikaci problematické to, že nelze ze snímků jednoznačně vyčíst, zda jsou opravdu jednotlivé části stejně veliké (to by se dalo vyřešit posazením obrázku do čtvercové sítě).

UČITEL G i S se shodli na tom, že existují mnohem hezčí a názornější důkazy Pythagorovy věty pro výuku na základní škole.

SHRNUTÍ:

Nedostatky aplikace Bottle Design

- není jednoznačně vidět, zda jsou všechny uvedené vztahy platné
- uzavřená aplikace, nelze si v ní nic vyzkoušet
- málo barevné

Aplikace by mohla být využita k naplnění následujících plnění očekávaných výstupů z RVP

žák

- rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci
- porovnává velikosti útvarů, měří a odhaduje délku úsečky
- zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku
- odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů

4.7 Aplikace Pattern Constructor

Aplikace umožňující tvorbu osově souměrných obrazců.

Hodnocení této aplikace je podobné jako hodnocení aplikace Pythagorean Theorem. V dnešní době si využití aplikace Pattern Constructor nedovedu představit, existuje mnoho jiných nástrojů, které dokážou mnohem více než tato aplikace.

UČITEL J tvrdí, že by se aplikace Pattern Constructor dala využít u menších žáků, na gymnáziu, jako tvořivou činnost, při které mohou objevovat možnosti osově souměrnosti.

Nedostatky aplikace Bottle Design

- nutnost začít transformace se skupinou obrazců
- nemožnost tvorby vlastního obrazce
- při budování složitější symetrie „zamrznutí“ aplikace

Plnění očekávaných výstupů z RVP

žák

- načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osově souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar
- načrtne a sestrojí rovinné útvary

5 ZÁVĚR

Na závěr bych rád zhodnotil, zda je přínosné využívat aplikace z projektu Elica DALEST ve výuce matematiky na základní škole.

Jako použitelné aplikace při výuce bych vyzdvihnul aplikace Cubix, Cubix Editor a Origami Nets. Nevýhodou celého projektu DALEST je to, že již skončil jeho vývoj. Nyní jsou některé aplikace zastaralé a nepoužitelné ve výuce, ve které je potřeba rychle a názorně vysvětlit učivo. Od aplikací DALEST se mohly inspirovat jiné programy, jejichž vývoj stále pokračuje a tak aplikace projektu DALEST předešly. Kdyby pokračoval vývoj jednotlivých aplikací DALEST, jejich využití by bylo daleko širší.

S ohledem na současnou dostupnost vhodnějších nástrojů bych uvedl jako nepoužitelné nebo nevhodné do výuky aplikace Pattern Constructor a Pythagorean Theorem. Naproti tomu aplikace Bottle Design by se dala využít v matematickém kroužku.

Podle očekávání jsem z rozhovorů s pedagogy z praxe zjistil, že při jejich práci ve škole využívají různé výukové programy. Uvědomuji si, že výuku geometrie samozřejmě nelze stavět pouze na aplikacích DALEST, ale musíme je chápat pouze jako doplněk k tradičním nebo jiným alternativním metodám, které nám nedokážou poskytnout takovou názornost.

Hlavním cílem mé práce bylo zpřístupnit a představit tyto aplikace učitelům matematiky. To se mi prostřednictvím vytvořených materiálů na internetových stránkách <http://dalest.kenynet.cz>, vytvořením video kanálu na serveru youtube.com a registrací projektu na serveru rvp.cz povedlo. Myslím si, že jsme pedagogům poskytli dostatečnou možnost dozvědět se více o projektu DALEST v českém jazyce.

Pokud bych měl zhodnotit aplikace DALEST jako celek, uvedl bych, že za tímto projektem je odveden velký kus práce a každému učiteli by prospělo, kdyby se s těmito aplikacemi alespoň seznámil a načerpal tak další inspiraci, jak oživit vyučování matematiky.

Začínající učitelé anebo učitelé s pozitivním vztahem k informačním technologiím budou pravděpodobně přístupnější k využití aktivizujících metod k oživení výuky. Interaktivní výuka má své výhody, mezi ně patří především větší motivace žáků ke studiu.

Mojí snahou v této diplomové práci bylo přiblížení jednotlivých aplikací projektu DALEST učitelům, kteří neváhají vyzkoušet nové věci a načerpat z nich inspiraci do dalších let své pedagogické činnosti.

Cíl práce byl splněn. Práce je využitelná v praxi v rámci výuky matematiky na ZŠ.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 6: učebnice*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2007, 86 s. ISBN 978-807-2386-567.
- [2] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 7: pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008, 104 s. ISBN 978-807-2386-819.
- [3] BINTEROVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 8: pro základní školy a víceletá gymnázia*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009, 71 s. ISBN 978-807-2386-864.
- [4] BINTEROVÁ, Helena. PEDAGOGICKÁ FAKULTA JIHOČESKÉ UNIVERSITY. *VÝUKOVÉ PROSTŘEDÍ V KONTEXTU POTŘEB DNEŠNÍ ŠKOLY*. České Budějovice, 2011. Dostupné z: http://home.pf.jcu.cz/~upvvm/2011/sbornik/clanky/02_UPVM11_Binterov a.pdf
- [5] BOYTCHEV, P, T CHEHLAROVA a E SENDOVA. *ENHANCING SPATIAL IMAGINATION OF YOUNG STUDENTS BY ACTIVITIES IN 3D ELICA APPLICATIONS*. Dostupné z: <https://research.uni-sofia.bg/bitstream/10506/80/1/EnhancingSpatialImagination.pdf>
- [6] BOYTCHEV, P., T. CHEHLAROVA a E. SENDOVA. *Enhancing Spatial Imagination of Young Students by Activities in 3D ELICA Applications: in Proceedings of the 36th Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians*. Bulgaria: Varna, 2007. ISBN 978-9963-671-26-7. Dostupné z: http://www.math.bas.bg/omi/docs/DALEST_stereometry.pdf
- [7] Elica Archive. BOYTCHEV, Pavel. *Elica DALEST* [online]. [cit. 2013-03-11]. Dostupné z: <http://www.elica.net/site/archive/archive.html>
- [8] Elica DALEST Applications. *Elica DALEST Applications* [online]. [cit. 2013-03-11]. Dostupné z: <http://www.elica.net/site/museum/dalest/dalest.html>

- [9] Elica DALEST Bottle Design. BOYTCHEV, Pavel. *Elica DALEST* [online]. [cit. 2013-03-11]. Dostupné z: <http://www.elica.net/site/museum/Dalest/bd.html>
- [10] Elica DALEST Cubix Editor. BOYTCHEV, Pavel. *Elica DALEST* [online]. [cit. 2013-03-11]. Dostupné z: <http://www.elica.net/site/museum/Dalest/ce.html>
- [11] Elica DALEST Cubix Shadow. BOYTCHEV, Pavel. *Elica DALEST* [online]. [cit. 2013-03-11]. Dostupné z: <http://www.elica.net/site/museum/Dalest/cs.html>
- [12] Elica DALEST Cubix. BOYTCHEV, Pavel. *Elica DALEST* [online]. [cit. 2013-03-11]. Dostupné z: <http://www.elica.net/site/museum/Dalest/cu.html>
- [13] Elica DALEST Origami Nets. BOYTCHEV, Pavel. *Elica DALEST* [online]. [cit. 2013-03-14]. Dostupné z: <http://www.elica.net/site/museum/Dalest/on.html>
- [14] Elica Pattern Constructor. BOYTCHEV, Pavel. *Elica DALEST* [online]. [cit. 2013-03-11]. Dostupné z: <http://www.elica.net/site/museum/patcon/patcon.html>
- [15] Elica Pythagorean Theorem. BOYTCHEV, Pavel. *Elica DALEST* [online]. [cit. 2013-03-11]. Dostupné z: <http://www.elica.net/site/museum/pythagorean/pythagorean.html>
- [16] Elica. BOYTCHEV. *System requirements for Elica* [online]. [cit. 2013-03-11]. Dostupné z: <http://www.elica.net/site/sysreq/sysreq.html>
- [17] FENDT, Walter. Platonská tělesa. *Platonská tělesa: Překlad do češtiny: Miroslav Panoš, Gymnázium J. Vrchlického, Klatovy* [online]. 2006 [cit. 2013-04-12]. Dostupné z: http://www.walter-fendt.de/m14cz/platon_cz.htm

- [18] GAVORA, P. a kol. *Pedagogická komunikácia v základnej škole*. Bratislava: Veda, 1988
- [19] HEJNÝ, Milan. *Teória vyučovania matematiky*. 2. vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1990. ISBN 80-08-01344-3.
- [20] CHEHLAROVA, Toni a Evgenia SENDOVA. *ENHANCING THE ART OF PROBLEM POSING IN A DYNAMIC 3D COMPUTER ENVIRONMENT*. Bulgaria. Dostupné z: http://www.math.bas.bg/omi/toni/rezume-statii/63-Sendova_Chehlarova.pdf
- [21] *Informatika v škole: informačné periodikum o teoretických, metodických otázkach a skúsenostiach z praxe pri uplatňovaní informatiky a výpočtovej techniky na základných a stredných školách* [online]. 38/2011 [cit. 2013-03-28]. ISSN 1335-616x. Dostupné z: http://www.uips.sk/sub/uips.sk/images/JE/cas_informatika/infor38_2011.pdf
- [22] JANKO, Tomáš. Nonverbální prvky v učebnicích zeměpisu jako nástroj didaktické transformace [online]. 2012 [cit. 2013-03-28]. Disertační práce. Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta. Vedoucí práce Tomáš Janík. Dostupné z: <http://is.muni.cz/th/104778/pdf_d/>.
- [23] KADLEČEK, Jiří. *Geometrie v rovině a v prostoru: pro střední školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 8071960179.
- [24] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. 3. vyd. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.
- [25] MIOVSKÝ, Michal. *Kvalitativní přístup a metody v psychologickém výzkumu*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2006, s. 157. Sestra. ISBN 80-247-1362-4.

- [26] MOLNÁR, Josef, PERNÝ a STOPENOVÁ. *Prostorová představivost a prostředky k jejímu rozvoji*. JČMF, 2006. Dostupné z: <http://www.class.pdf.cuni.cz/NewSUMA/FileDownload.aspx?FileID=100>
- [27] Obrázek je složen z:
- Papírový model těles: obrázek dostupný z: <http://img40.imageshack.us/img40/1623/platone.jpg>
- Drátěný model těles: obrázek dostupný z: http://files.skolnipomucky-hobit.webnode.cz/200000047-8e3198f2bb/prostorove_modely.jpg
- Dřevěný model těles: obrázek dostupný z: <http://www.multip.cz/image/large/11719.jpg>
- Geometrická plnicí tělesa: obrázek dostupný z: <http://www.multip.cz/image/large/17359.jpg>
- [28] PODLAHOVÁ, Libuše. *Didaktika pro vysokoškolské učitele*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2012. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-4217-5.
- [29] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. VÚP Praha, 2007. Dostupné z: http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf
- [30] VANÍČEK, Jiří. Metodika dynamické geometrie pomocí CABRI. *Metodika dynamické geometrie pomocí CABRI* [online]. [cit. 2013-03-27]. Dostupné z: <http://www.pf.jcu.cz/cabri/metodika/index.html>
- [31] VANÍČEK, Jiří. *POČÍTAČ JAKO NOSITEL ZMĚN VE ŠKOLSKÉM GEOMETRICKÉM KURIKULU: 25. KONFERENCE O GEOMETRII A POČÍTAČOVÉ GRAFICE* [online]. [cit. 2013-03-28]. Dostupné z: <http://mat.fsv.cvut.cz/gcg/sbornik/vanicek.pdf>
- [32] VANÍČEK, Jiří. *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2009. ISBN 978-80-7290-394-8.

[33] WordPress portál - vše o redakčním systému zdarma. [online]. [cit. 2013-04-15]. Dostupné z: <http://www.cwordpress.cz/>

Seznam obrázků

Obrázek 1: Pojem nonverbální prvek v kontextu ostatních pojmů používaných k označování obrazového materiálu v učebnicích	15
Obrázek 2: Příklady reálných těles používaných ve výuce	17
Obrázek 3: Cubix – sady příkladů	25
Obrázek 4: Cubix – špatně vypočítaný příklad A1	26
Obrázek 5: Cubix – správně vyřešený příklad B5, obarvený tlačítkem „Recolor“	27
Obrázek 6: Cubix - příklad C7.....	29
Obrázek 7: Cubix - příklad B9.....	31
Obrázek 8: Cubix - příklad B9 - svislá osa symetrie	32
Obrázek 9: Cubix Shadow - možnosti aplikace	34
Obrázek 10: Cubix Shadow - ukázka řešení příkladu.....	35
Obrázek 11: Cubix Shadow - Easy set - nejjednodušší sada příkladů	37
Obrázek 12: Cubix Shadow - Moderate set - střední obtížnost	38
Obrázek 13: Cubix Shadow – Hard set - nejtěžší sada úloh	39
Obrázek 14: Cubix Shadow	40
Obrázek 15: Cubix Shadow - stín krychle $3 \times 3 \times 3$ vytvořený z 9 kostek.....	41
Obrázek 16: Cubix Editor - možnosti aplikace.....	43
Obrázek 17: Cubix Editor - pracovní plocha	44
Obrázek 18: Cubix Editor – ukázka řešení příkladu 1	47
Obrázek 19: Origami Nets	50
Obrázek 20: Origami Nets - postup tvorby sítě	53
Obrázek 21: Origami Nets - ukázka postupu tvorby 3D tělesa ze sítě	54
Obrázek 22: Origami Nets - pyramida tvořená trojúhelníky	56
Obrázek 23: Origami Nets - zadání příkladu 1	58
Obrázek 24: Origami Nets - zadání příkladu 2	59
Obrázek 25: Origami Nets - zadání příkladu 3	60
Obrázek 26: Bottle Design - ukázka vymodelovaného tělesa	61
Obrázek 27: Bottle Design - zobrazení algebraického okna.....	62
Obrázek 28: Bottle Design - ukázka složitějšího tělesa.....	63

Obrázek 29: Pythagorean Theorem - první snímek	68
Obrázek 30: Pythagorean Theorem - další snímky aplikace	69
Obrázek 31:Pythagorean Theorem - poslední snímek	70
Obrázek 32: Důkaz Pythagorovy věty v programu Geogebra	71
Obrázek 33: Pattern Constructor – obrázky, které lze vytvořit	74
Obrázek 34: Pattern Constructor - ukázka zadání.....	75
Obrázek 35: Snímání obrazovky pomocí Ashampoo Snap 6 Trial.....	78
Obrázek 36: Stříhání videa v programu Movie Maker	79
Obrázek 37: Internetové stránky dales.kenynet.cz - ukázka grafického provedení.....	80