



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STAVEBNÍ**

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

**ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY**

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

**NÁVRH A STATICKÁ ANALÝZA ZASTŘEŠENÍ  
SPORTOVNÍ HALY**

DESIGN AND STATIC ANALYSIS OF THE SPORTS HALL ROOF

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

Ludmila Chudějová

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

Ing. ZBYNĚK VLK, Ph.D.

**BRNO 2019**



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

|                         |   |
|-------------------------|---|
| Studijní program        | B3607 Stavební inženýrství                            |
| Typ studijního programu | Bakalářský studijní program s prezenční formou studia |
| Studijní obor           | 3647R013 Konstrukce a dopravní stavby                 |
| Pracoviště              | Ústav stavební mechaniky                              |

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

|                 |  |
|-----------------|--|
| Student         | Ludmila Chudějová                                  |
| Název           | Návrh a statická analýza zastřešení sportovní haly |
| Vedoucí práce   | Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.                             |
| Datum zadání    | 30. 11. 2018                                       |
| Datum odevzdání | 24. 5. 2019  |

V Brně dne 30. 11. 2018

---

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.  
Vedoucí ústavu

---

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

## **PODKLADY A LITERATURA**

Norma : ČSN EN 1991-1 - Eurokód 1

Bittnar Z., Šejnoha J. - Numerické metody mechaniky 1,2

Kadlčák J., Kytýr J. : Statika stavebních konstrukcí I a II

Manuály k vybranému výpočetnímu systému

## **ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ**

Cílem práce je návrh zastřešení sportovní haly. Vytvoření vhodného výpočetního modelu, statická analýza i předběžný posudek hlavních nosných prvků na zatížení odpovídající platným normám budou provedeny ve vybraném výpočetním systému.

## **STRUKTURA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

---

Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.  
Vedoucí bakalářské práce

## **ABSTRAKT**

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem a statickou analýzou zastřešení sportovní haly. V programu Dlubal RFEM 5.11 byly vytvořeny modely rovinných rámců a vypočítány pomocí metody konečných prvků. Tyto modely byly mezi sebou porovnány. Z programu RFEM byly převzaty hodnoty vnitřních sil. Následně byl jeden ze zatěžovacích stavů ověřen ručním výpočtem.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Zastřešení, rovinný rám, obloukový nosník, prutový model, model s plošnými prvky, zatížení, Dlubal RFEM

## **ABSTRACT**

This bachelor thesis deals with design and static analysis of sports hall roof. The program Dlubal RFEM 5.11 were created models of plane frames and calculated using the finite element method. These models were compared with each other. The values of internal forces were taken from RFEM program. Subsequently, one of the load cases was verified by manual calculation.

## **KEYWORDS**

Roofing, plane frame, arched beam, bar model, model with planar elements, load, Dlubal RFEM

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

Ludmila Chudějová *Návrh a statická analýza zastřešení sportovní haly*. Brno, 2019.  
51 s., 10 s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební,  
Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce Ing. Zbyněk Vlček, Ph.D.

## **PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem *Návrh a statická analýza zastřešení sportovní haly* zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 22. 5. 2019

---

Ludmila Chudějová  
autor práce

## **Poděkování**

Ráda bych zde poděkovala panu Ing. Zbyňkovi Vlčkovi, Ph.D. za odborné vedení, trpělivost, čas strávený při konzultacích bakalářské práce a cenné rady.

## Obsah

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1     | Úvod.....   | 10 |
| 2     | Půdorysné schéma.....   | 10 |
| 3     | Prostorové schéma.....  | 10 |
| 4     | Materiály.....  | 11 |
| 4.1   | Obloukový nosník.....   | 11 |
| 4.2   | Materiál střešního pláště.....  | 12 |
| 5     | Modelování oblouku.....   | 12 |
| 6     | Zatížení.....   | 14 |
| 6.1   | Vlastní tíha.....   | 14 |
| 6.2   | Zatížení od střešního pláště.....   | 15 |
| 6.3   | Zatížení užitné plošné.....   | 15 |
| 6.4   | Zatížení užitné soustředným břemenem.....                                       | 15 |
| 6.5   | Zatížení plošným sněhem.....  | 15 |
| 6.6   | Zatížení navátým sněhem 1.....  | 16 |
| 6.7   | Zatížení navátým sněhem 2.....  | 16 |
| 6.8   | Zatížení příčným větrem.....  | 17 |
| 6.9   | Zatížení podélným větrem.....   | 18 |
| 6.10  | Zatížení teplotou.....  | 19 |
| 7     | Zatěžovací stavy a kombinace zatížení.....                                      | 19 |
| 7.1   | Zatěžovací stavy.....   | 19 |
| 7.2   | Kombinace zatížení.....   | 21 |
| 7.2.1 | Kombinace zatížení pro mezní stav únosnosti.....                                | 21 |
| 7.2.2 | Kombinace zatížení pro mezní stav použitelnosti – charakteristické hodnoty..... | 21 |
| 7.2.3 | Výsledné hodnoty pro jednotlivé zatěžovací stavy.....                           | 22 |
| 7.2.4 | Mezní stav únosnosti.....   | 24 |
| 7.2.5 | Mezní stav použitelnosti – charakteristické hodnoty.....                        | 27 |
| 8     | Model s plošnými prvky.....   | 28 |
| 8.1   | Model bez vnitřního kloubu uprostřed rozpětí nosníku.....                       | 28 |



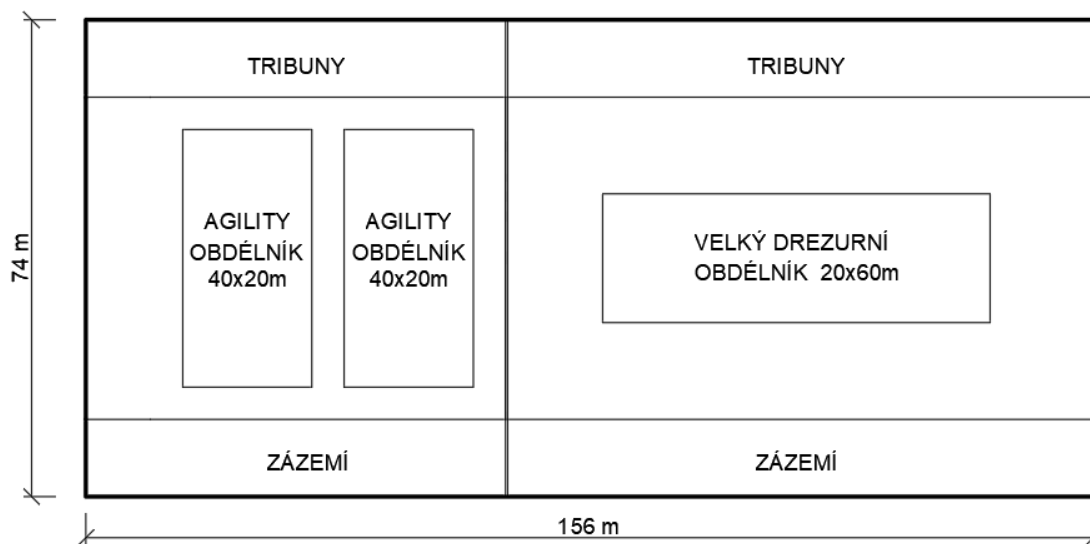
|        |  |    |
|--------|--|----|
| 8.2    | Model s vnitřním kloubem uprostřed rozpětí nosníku.....                                      | 29 |
| 8.2.1  | Možnosti modelování kloubu.....  | 29 |
| 8.2.2  | Modelování kloubu na obloukovém nosníku .....  | 31 |
| 9      | Porovnání modelů.....  | 32 |
| 9.1    | Reakce a průhyby .....   | 32 |
| 9.2    | Napětí.....  | 33 |
| 10     | Zachycení vodorovných reakcí .....   | 36 |
| 10.1   | Táhlo.....   | 36 |
| 10.2   | Betonové pilíře.....   | 36 |
| 10.3   | Kombinace betonových pilířů a táhla .....  | 37 |
| 10.4   | Příhradová konstrukce.....   | 38 |
| 11     | Předběžný posudek na vzpěrnou pevnost.....   | 40 |
| 12     | Stabilita .....  | 41 |
| 12.1   | Teorie.....  | 41 |
| 12.2   | Výpočet stability v programu RFEM .....  | 43 |
| 12.2.1 | Příklad rovného nosníku.....   | 43 |
| 12.2.2 | Stabilita na obloukovém nosníku .....  | 45 |
| 13     | Ruční příklad .....  | 47 |
| 14     | Závěr.....   | 50 |
|        | Použitá literatura .....   | 51 |
|        | Přílohy.....   | 52 |
|        | Vnitřní síly od jednotlivých zatěžovacích stavů pro nosník bez kloubu uprostřed rozpětí..... | 52 |
|        | Vnitřní síly od jednotlivých zatěžovacích stavů pro nosník s kloubem uprostřed rozpětí.....  | 57 |

## 1 Úvod

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem a statickou analýzou zastřešení sportovní víceúčelové haly. Zastřešení probíhá pomocí obloukového rámu. Výpočty byly provedeny v programu Dlubal RFEM 5.11.

## 2 Půdorysné schéma

Haly byla navrhnutá jako víceúčelová, přesněji pro sporty jezdeckví a agility, má obdélníkové rozměry 74 x 156 m a výšku 10 m po začátek oblouku. Tyto rozměry vycházejí z řádů obou sportů a potřeb zařízení haly.

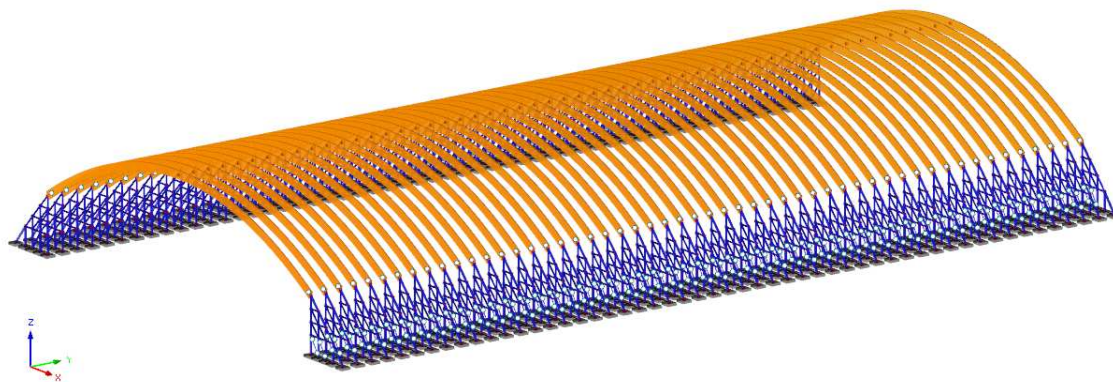


Obr. 2.1 – Půdorysné schéma sportovní haly

## 3 Prostorové schéma

Na obrázku 3.1 můžeme vidět zjednodušené prostorové schéma sportovní haly, které se skládá z 53 rovinných rámu na rozpětí  $L = 74$  m, podepřených jednou z variant, které budou popsány dále v práci.

V práci se dále zabývám pouze jedním z uvedených rámu.



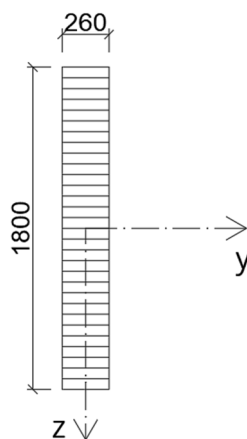
Obr. 3.1 – Prostorové schéma sportovní haly

## 4 Materiály

### 4.1 Obloukový nosník

Obloukový nosník je z lepeného lamelového dřeva GL32c o rozměrech 1 800 x 260 mm s těmito parametry:

|                                      |                                 |
|--------------------------------------|---------------------------------|
| Pevnost v ohybu:                     | $f_{m,k} = 32,00 \text{ MPa}$   |
| Pevnost v tahu rovnoběžně s vlákny:  | $f_{t,0,k} = 19,50 \text{ MPa}$ |
| Pevnost v tahu kolmo k vláknům:      | $f_{t,90,k} = 0,50 \text{ MPa}$ |
| Pevnost v tlaku rovnoběžně s vlákny: | $f_{c,0,k} = 26,50 \text{ MPa}$ |
| Pevnost v tlaku kolmo k vláknům:     | $f_{c,90,k} = 3,00 \text{ MPa}$ |
| Pevnost ve smyku:                    | $f_{v,k} = 2,50 \text{ MPa}$    |
| Modul pružnosti v tahu:              | $E = 13\,700 \text{ MPa}$       |
| Modul pružnosti ve smyku:            | $G = 780 \text{ MPa}$           |
| Objemová tíha:                       | $\gamma = 5,00 \text{ kN/m}^3$  |



Obr. 4.1 – Pružec nosníku

## 4.2 Materiál střešního pláště

Dřevěné prvky: smrkové dřevo - objemová hmotnost:  $470 \text{ kg/m}^3$

Tepelná izolace: objemová hmotnost:  $30 \text{ kg/m}^3$

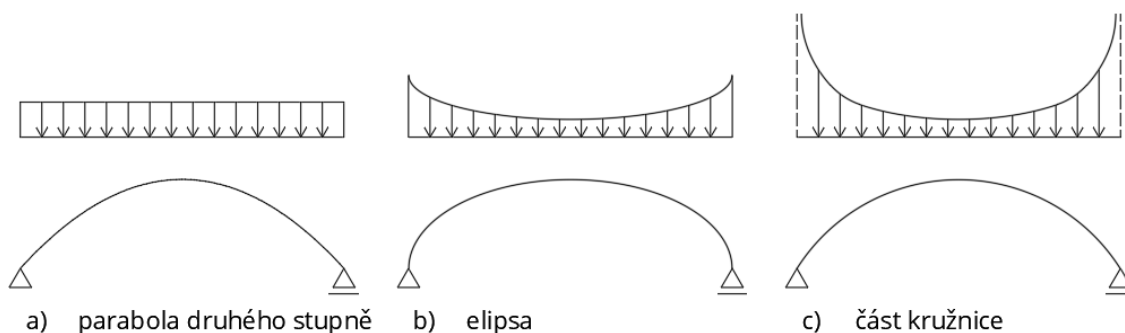
Hydroizolace:  $16 \text{ kg/m}^2$

Plechová krytina:  $7 \text{ kg/m}^2$

## 5 Modelování oblouku

Pro hledání ideální křivky oblouku byly použity tři druhy křivek: část kružnice, elipsa a parabola druhého stupně.

Obecně je použití křivky paraboly druhého stupně výhodné pro rovnoměrné zatížení, použití elipsy u zatížení mající nárůst u pat oblouku a části kružnice u zatížení jdoucí do nekonečna u pat oblouku.



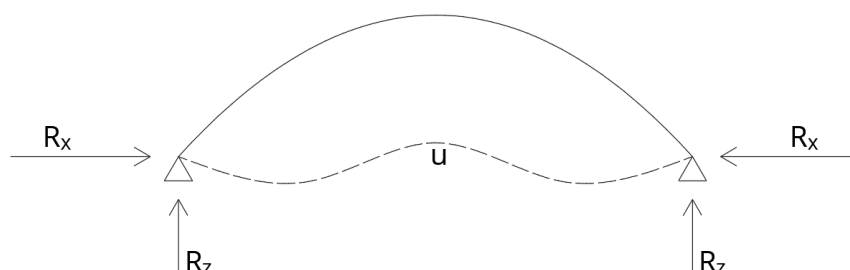
Obr. 5.1 – Tvary křivek oblouků a vhodné zatížení

Vzepětí bylo voleno v rozpětí  $(0,13-0,2)*L$ , které odpovídá číselným hodnotám 9, 10, 11, 12, 13 a 14 m. Tyto hodnoty vzepětí byly vymodelovány s každou ze tří navrhovanou obloukovou křivkou na rozpětí  $L = 74 \text{ m}$ , zatíženy vlastní tíhou a tíhou od střešního pláště a výsledky byly mezi sebou porovnány a byl vybrán reprezentativní oblouk, se kterým je dále počítáno.

V tabulce 5.1 můžeme vidět porovnání jednotlivých křivek při daných vzepětích pro prutový model bez kloubu uprostřed rozpětí. Jako vypovídající veličiny byly vybrány podporové reakce ( $R_z$  a  $R_x$ ) a maximální průhyb nosníku viz obr. 5.2. Neboť jsou zatížení od vlastní tíhy a zatížení od střešního pláště rovnoměrné jsou reakce v obou dvou podporách shodné. Z tabulky je patrné, že hodnoty podporových reakcí u křivek paraboly druhého stupně a části kružnice je téměř neliší, maximálně o jednotky kN, ale hodnoty průhybů se liší již znatelně. Při porovnání křivky elipsy s ostatními křivkami je na první pohled znatelný rozdíl u hodnot průhybů, které jsou

při určitých vzepětí téměř dvacetinásobné, tudíž jsme si potvrdili, že elipsa jako střednicová křivka nosníku není vhodná pro rovnoměrné zatížení.

Jako nejlepší křivkou pro střednici obloukového nosníku byla tedy vybraná parabola druhého stupně se vzepětím 12 m.



Obr. 5.2 – Reakce a průhyb na obloukovém nosníku

Tabulka 5.1 – Reakce a průhyby pro nosník bez kloubu uprostřed rozpětí

| Nosník bez kloubu uprostřed rozpětí |          |         |        |         |         |        |          |         |        |
|-------------------------------------|----------|---------|--------|---------|---------|--------|----------|---------|--------|
|                                     | Kružnice |         |        | Elipsy  |         |        | Paraboly |         |        |
|                                     | Rz [kN]  | Rx [kN] | u [mm] | Rz [kN] | Rx [kN] | u [mm] | Rz [kN]  | Rx [kN] | u [mm] |
| 9 m                                 | 194,200  | 387,252 | 12,0   | 199,832 | 341,485 | 82,2   | 194,044  | 390,699 | 9,8    |
| 10 m                                | 195,886  | 349,775 | 10,7   | 202,196 | 308,144 | 81,1   | 195,652  | 353,682 | 7,9    |
| 11 m                                | 197,738  | 319,093 | 9,9    | 204,680 | 280,880 | 80,4   | 197,405  | 323,481 | 6,4    |
| 12 m                                | 199,756  | 293,515 | 9,6    | 207,275 | 252,185 | 80,1   | 199,296  | 298,405 | 5,4*   |
| 13 m                                | 201,934  | 271,863 | 9,5    | 209,973 | 239,010 | 80,1   | 201,319  | 277,279 | 4,8*   |
| 14 m                                | 204,271  | 253,292 | 9,7    | 212,767 | 222,600 | 80,3   | 203,467  | 259,261 | 4,5*   |
| * maximum není v L/2                |          |         |        |         |         |        |          |         |        |

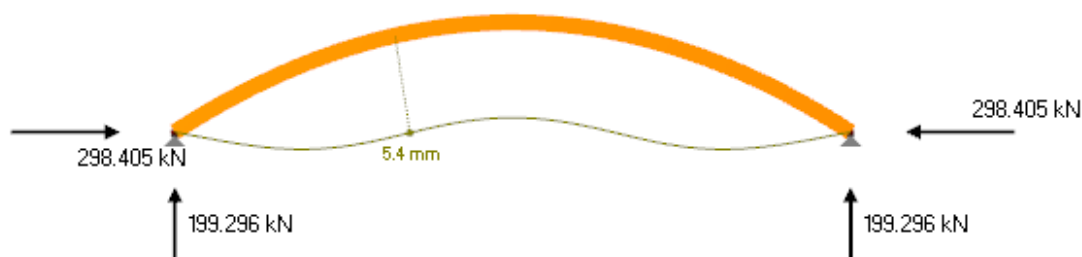
V tabulce 5.2 vidíme tytéž hodnoty veličin oblouku, ale již s kloubem uprostřed rozpětí. Pokud vzájemně porovnáme hodnoty z tabulky 5.1 a tabulky 5.2, zjistíme, že podporové reakce se téměř nemění, ale hodnoty průhybů narostly, a to zejména u křivky elipsy, kde se průhyb více než zdvojnásobil. Příčinou tohoto zvětšení průhybu je nulová tuhost v kloubu oproti tuhosti v jakémkoliv jiném řezu nosníkem a křivce elise napomáhá k většímu průhybu její tvar. Opět byla vybrána křivka pro střednici oblouku parabola druhého stupně se vzepětím 12 m, aby mohly tyto dva oblouky být dále v této práci porovnávány.

Tabulka 5.2 – Reakce a průhyby pro nosník s kloubem uprostřed rozpětí

| Nosník s kloubem uprostřed rozpětí |          |         |        |         |         |        |          |         |        |
|------------------------------------|----------|---------|--------|---------|---------|--------|----------|---------|--------|
|                                    | Kružnice |         |        | Elipsy  |         |        | Paraboly |         |        |
|                                    | Rz [kN]  | Rx [kN] | u [mm] | Rz [kN] | Rx [kN] | u [mm] | Rz [kN]  | Rx [kN] | u [mm] |
| 9 m                                | 194,200  | 392,225 | 18,1   | 199,833 | 396,745 | 198,2  | 194,044  | 392,131 | 11,4   |
| 10 m                               | 195,886  | 254,329 | 17,0   | 202,196 | 357,034 | 195,4  | 195,652  | 354,301 | 8,7    |
| 11 m                               | 197,738  | 323,466 | 16,6   | 204,680 | 324,787 | 139,9  | 197,404  | 323,519 | 6,4    |
| 12 m                               | 199,756  | 297,857 | 16,9   | 207,274 | 298,087 | 193,2  | 199,296  | 298,006 | 5,5*   |
| 13 m                               | 201,934  | 276,272 | 17,8   | 209,973 | 275,622 | 193,1  | 201,913  | 276,535 | 5,1*   |
| 14 m                               | 201,976  | 251,117 | 18,5   | 212,766 | 256,468 | 193,6  | 203,467  | 258,234 | 5,1*   |

\* maximum není v L/2

V obou tabulkách si můžeme všimnout, že u křivky paraboly druhého stupně při vzepětí 12, 13 a 14 m není maximální průhyb uprostřed rozpětí, ale pohybuje se mezi L/2 a L/4.



Obr. 5.3 – Poloha maximálního průhybů

## 6 Zatížení

V této kapitole si popíšeme přesný výpočet jednotlivých zatěžovacích stavů, již přímo pro obloukový nosník se vzepětím 12 m. Pro tyto výpočty byla požita literatura [4], [5], [6], a [7].

### 6.1 Vlastní tíha

Zatížení od vlastní tíhy bylo vypočítáno přímo ve výpočtovém systému RFEM, ale jednoduchým výpočtem získáme jeho hodnotu.

$$g_{ok} = \gamma * \check{s} * v = 5 * 0,26 * 1,8 = 2,34 \text{ kN/m}$$

## 6.2 Zatížení od střešního pláště

|   | g <sub>k</sub> [kN/m]        |
|---|------------------------------|
| vaznice 180x140 po 1,5 m: $0,18 * 0,14 * 4,7 * 3 / 1,5$ | 0,237                        |
| bednění tl. 26 mm: $0,026 * 4,7 * 3 * 1$                | 0,367                        |
| tepelná izolace tl. 120 mm: $0,12 * 0,3 * 3 * 1$        | 0,108                        |
| hydroizolace: $0,16 * 3 * 1$                            | 0,480                        |
| plechová krytina: $0,07 * 3 * 1$                        | 0,210                        |
|   | g <sub>1k</sub> = 1,402 kN/m |

## 6.3 Zatížení užité plošné

Kategorie zatěžovaných ploch: H - střechy nepřístupné s výjimkou běžné údržby a oprav

$$q_k = q_{norm} * zš = 0,75 * 3 = 2,25 \text{ kN/m}$$

## 6.4 Zatížení užité soustředným břemenem

Kategorie zatěžovaných ploch: H - střechy nepřístupné s výjimkou běžné údržby a oprav

$$Q_k = 1 \text{ kN}$$

## 6.5 Zatížení plošným sněhem

III. sněhová oblast:  $s_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$

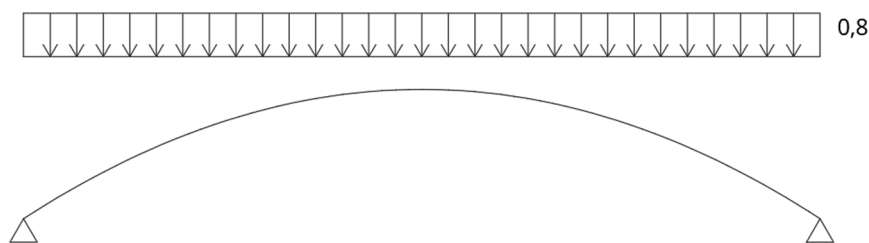
Typ krajiny: normální  $C_e = 1,0$

Tepelný součinitel  $C_t = 1,0$

Tvarový součinitel:  $\mu_3 = 0,8$

$$s = \mu_3 * C_e * C_t * s_k = 0,8 * 1,0 * 1,0 * 1,5 = 1,20 \text{ kN/m}^2$$

$$q_s = s * zš = 1,20 * 3 = 3,60 \text{ kN/m}$$



Obr. 6.1 – Zatížení plošným sněhem

## 6.6 Zatížení navátým sněhem 1

III. sněhová oblast:  $s_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$

Typ krajiny: normální  $C_e = 1,0$

Tepelný součinitel  $C_t = 1,0$

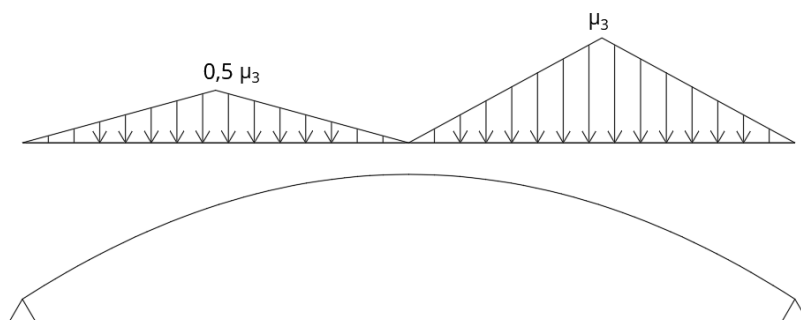
Tvarový součinitel:  $\mu_3 = 0,2 + 10 * h/b = 0,2 + 10 * \frac{12}{74} = 1,82$

$s = \mu_3 * C_e * C_t * s_k = 1,82 * 1,0 * 1,0 * 1,5 = 2,73 \text{ kN/m}^2$

$q_s = s * zš = 2,73 * 3 = 8,19 \text{ kN/m}$

$q_{s1} = 0,5 * q_s = 0,5 * 8,19 = 4,095 \text{ kN/m}$

$q_{s2} = q_s = 8,19 \text{ kN/m}$



Obr. 6.2 – Zatížení navátým sněhem 1

## 6.7 Zatížení navátým sněhem 2

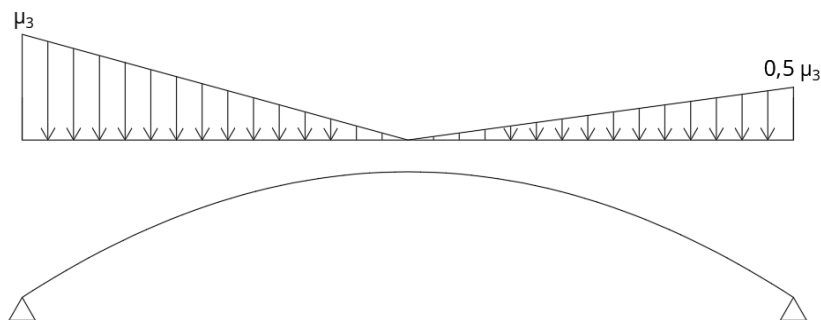
Tvarový součinitel:  $\mu_3 = 1,76$  (- viz. [7])

$s = \mu_3 * C_e * C_t * s_k = 1,76 * 1,0 * 1,0 * 1,5 = 2,64 \text{ kN/m}^2$

$q_s = s * zš = 2,64 * 3 = 7,92 \text{ kN/m}$

$q_{s1} = q_s = 7,92 \text{ kN/m}$

$q_{s2} = 0,5 * q_s = 0,5 * 7,92 = 3,96 \text{ kN/m}$



Obr. 6.3 – Zatížení navátým sněhem 2



## 6.8 Zatížení příčným větrem

Větrná oblast III.:  $v_{b,0} = 27,5$  m/s

Kategorie terénu III.:  $z_0 = 0,3$  m  $z_{\min} = 5$  m

Výška budovy:  $z = 22$  m

Základní rychlost větru:  $v_b = C_{dir} * C_{season} * v_{b,0} = 1,0 * 1,0 * 27,5 = 27,5$  m/s

Součinitel terénu:  $k_r = 0,19 * \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07} = 0,19 * \left(\frac{0,3}{0,05}\right)^{0,07} = 0,215$

Součinitel drsnosti:  $c_r(z) = k_r * \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) = 0,215 * \ln\left(\frac{22}{0,3}\right) = 0,925$

Střední rychlost větru:  $v_m(z) = c_r(z) * c_0(z) * v_b = 0,925 * 1,0 * 27,5 = 25,438$  m/s

Intenzita turbulence:  $I_v(z) = \frac{k_i}{c_0(z) * \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} = \frac{1,0}{1,0 * \ln\left(\frac{22}{0,3}\right)} = 0,233$

Maximální dynamický tlak:

$q_p(z) = [1 + 7 * I_v(z)] * \frac{1}{2} * \rho * v_m(z)^2 = [1 + 7 * 0,233] * \frac{1}{2} * 1,25 * 25,438^2 = 1,064$  kN/m

$q_k(z) = q_p(z) * z\check{s} = 1,064 * 3 = 3,192$  kN/m

$z < b \rightarrow q_p(z)$  je konstantní po výšce budovy

Součinitele vnějšího tlaku pro příčný vítr byly stanoveny lineární interpolací.

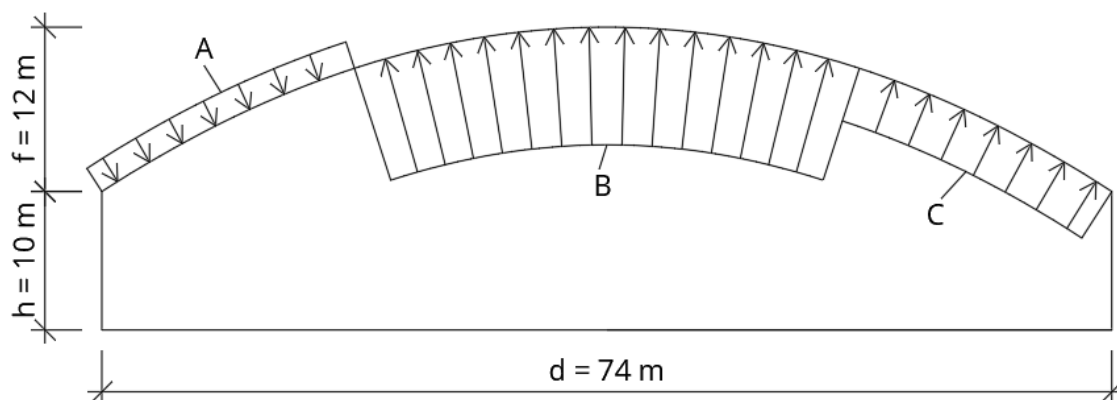
$$\frac{h}{d} = \frac{10}{74} = 0,135$$

$$\frac{f}{d} = \frac{12}{74} = 0,162$$

$$C_{pe}(A) = 0,200$$

$$C_{pe}(B) = -0,850$$

$$C_{pe}(C) = -0,400$$

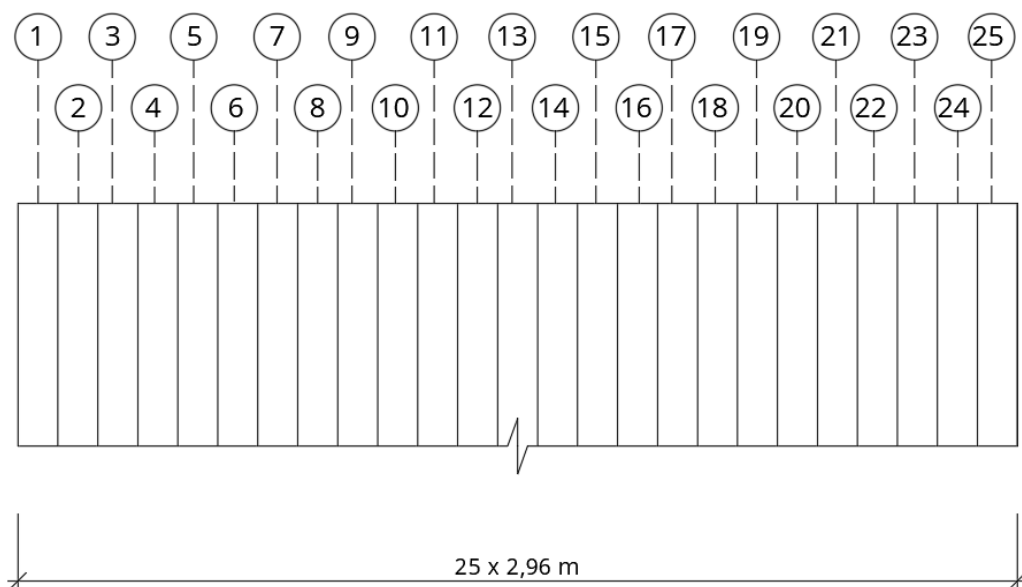


Obr. 6.4 – Zatížení příčným větrem

## 6.9 Zatížení podélným větrem

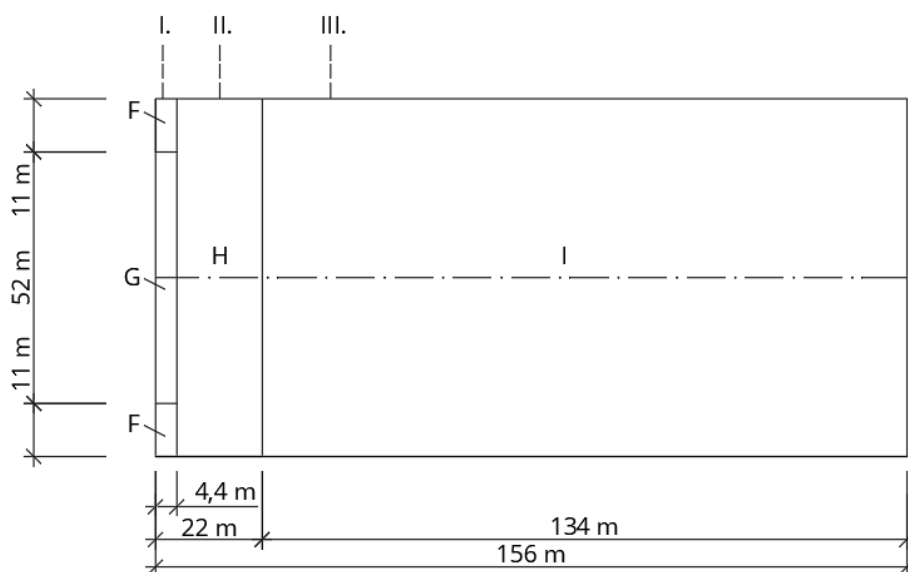
$$q_k(z) = 3,192 \text{ kN/m}$$

Oblouk byl rozdělen na 25 pruhů šířky 2,96 m, a pro každý byl stanoven součinitel vnějšího tlaku podle úhlu naklonění tečny v ose pruhu.



Obr. 6.5 – Rozdělení střešní konstrukce na pruhu, půdorys

Poté byl půdorys rozdělen do zón podle normy, tím vznikly tři rozdílné zatěžovací stavy od podélného větru.



Obr. 6.6 – Rozdělení střešní konstrukce do půdorysných zón

Plošné zatížení se poté vypočítá jako:  $ch(X) = q_k(z) * c_{pe}(X)$

Pozn.: „X“ označuje jednotlivé půdorysné zóny.

Tabulka 6.1 - Součinitelé vnějšího tlaku a zatížení pro podélný vítr

|         | úhel $\varphi$ | $c_{pe}(F)$ | $c_{pe}(G)$ | $c_{pe}(H)$ | $c_{pe}(I)$ | ch(F) | ch(G) | ch(H) | ch(I) |
|---------|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|-------|-------|-------|
| 1 a 25  | 31,911         | -1,1        | -           | -0,8        | -0,5        | -3,51 | -     | -2,55 | -1,60 |
| 2 a 24  | 29,718         | -1,1        | -           | -0,8        | -0,5        | -3,51 | -     | -2,55 | -1,60 |
| 3 a 23  | 27,426         | -1,1        | -           | -0,8        | -0,5        | -3,51 | -     | -2,55 | -1,60 |
| 4 a 22  | 25,034         | -1,1        | -1,4        | -0,8        | -0,5        | -3,51 | -4,47 | -2,55 | -1,60 |
| 5 a 21  | 22,545         | -           | -1,4        | -0,8        | -0,5        | -     | -4,47 | -2,55 | -1,60 |
| 6 a 20  | 19,963         | -           | -1,4        | -0,8        | -0,5        | -     | -4,47 | -2,55 | -1,60 |
| 7 a 19  | 17,294         | -           | -1,4        | -0,8        | -0,5        | -     | -4,47 | -2,55 | -1,60 |
| 8 a 18  | 14,545         | -           | -1,4        | -0,6        | -0,5        | -     | -4,47 | -1,92 | -1,60 |
| 9 a 17  | 11,726         | -           | -1,4        | -0,6        | -0,5        | -     | -4,47 | -1,92 | -1,60 |
| 10 a 16 | 8,849          | -           | -1,4        | -0,6        | -0,5        | -     | -4,47 | -1,92 | -1,60 |
| 11 a 15 | 5,925          | -           | -1,4        | -0,7        | -0,6        | -     | -4,47 | -2,23 | -1,92 |
| 12 a 14 | 2,971          | -           | -1,4        | -0,7        | -0,6        | -     | -4,47 | -2,23 | -1,92 |
| 13      | 0,000          | -           | -1,4        | -0,7        | -0,6        | -     | -4,47 | -2,23 | -1,92 |

## 6.10 Zatížení teplotou

Pro obloukový nosník bylo navrženo zatížení teplotou, které bylo rozděleno na teplotu v létě a teplotu v zimně.

Teplota v létě:  $T^+ = + 20^\circ\text{C}$

Teplota v zimně:  $T^- = -20^\circ\text{C}$

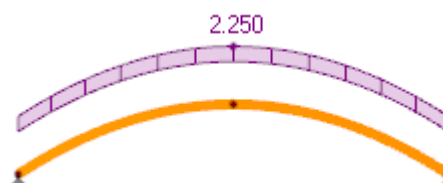
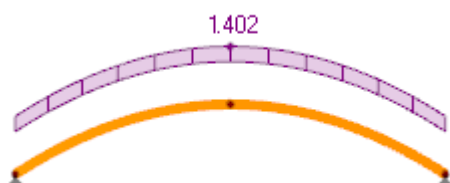
## 7 Zatěžovací stavy a kombinace zatížení

### 7.1 Zatěžovací stavy

ZS1 vlastní tíha

ZS2 zatížení od střešního pláště

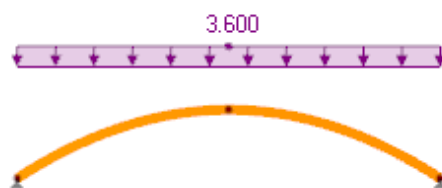
ZS3 zatížení užitné plošné



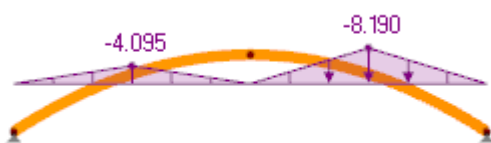
ZS4 zatížení užitné osamělým břemenem



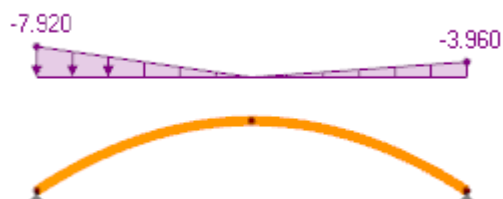
ZS5 zatížení plošným sněhem



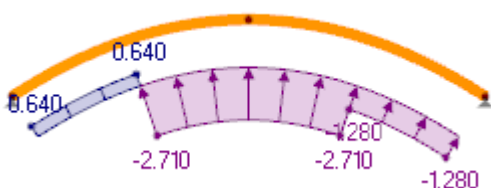
ZS6 zatížení navátým sněhem 1



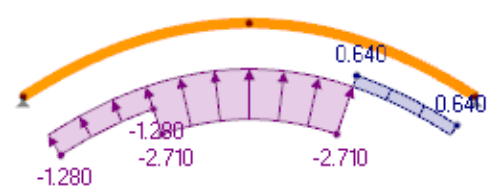
ZS7 zatížení navátým sněhem 2



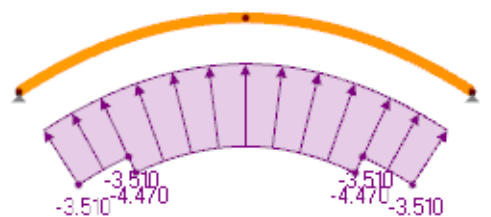
ZS8 zatížení příčným větrem zleva



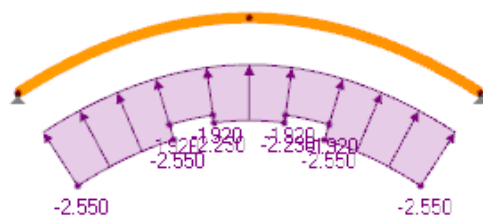
ZS9 zatížení příčným větrem zprava



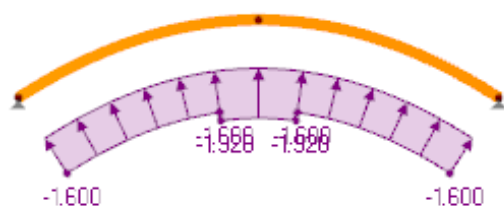
ZS10 zatížení podélným větrem 1



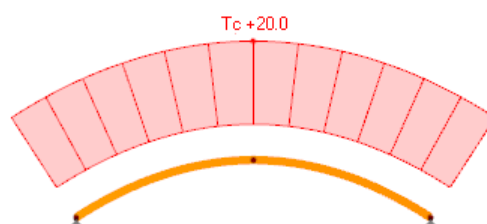
ZS11 zatížení podélným větrem 2



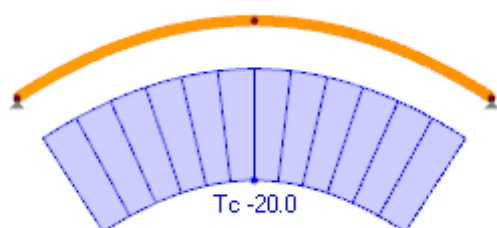
ZS12 zatížení podélným větrem 3



ZS13 zatížení od teploty v létě



ZS14 zatížení od teploty v zimě



Obr. 7.1 – Zatěžovací stavy

## 7.2 Kombinace zatížení

### 7.2.1 Kombinace zatížení pro mezní stav únosnosti

Kombinace zatížení byla vytvořena podle kombinační rovnice 6.10.

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} * G_{k,j} + \gamma_{Q,1} * Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} * \Psi_{0,i} * Q_{k,i}$$

$$\gamma_{G,j} = 1,35; 1,00$$

$$\gamma_{Q,j} = 1,50$$

$$\Psi_0 = 0,5 - \text{zatížení sněhem}$$

$$\Psi_0 = 0,6 - \text{zatížení větrem a teplotou}$$

$$\Psi_0 = 0,0 - \text{užitné zatížení}$$

Používané součinitele:

$$\rightarrow 0,5 * 1,5 = 0,75$$

$$\rightarrow 0,6 * 1,5 = 0,9$$

$$\rightarrow 0,0 * 1,5 = 0,0$$

### 7.2.2 Kombinace zatížení pro mezní stav použitelnosti – charakteristické hodnoty

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{0,i} * Q_{k,i}$$

$$\Psi_0 = 0,5 - \text{zatížení sněhem}$$

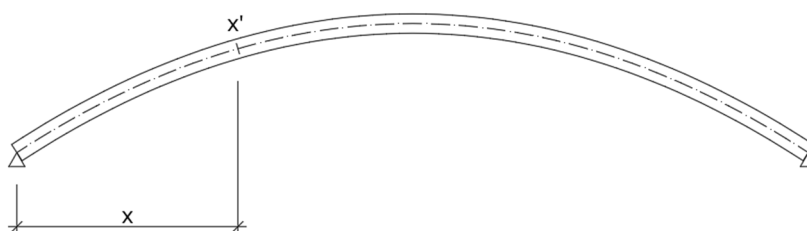
$$\Psi_0 = 0,6 - \text{zatížení větrem a teplotou}$$

$$\Psi_0 = 0,0 - \text{užitné zatížení}$$

### 7.2.3 Výsledné hodnoty pro jednotlivé zatěžovací stavy

V tabulce 7.1 jsou vypsány hodnoty jednotlivých veličin pro jednotlivé zatěžovací stavy v místech výsledných největších účinků pro oblouk bez kloubu uprostřed rozpětí.

U každé veličiny je napsáno místo, kde se maximální nebo minimální hodnota dané veličiny na oblouku nachází, tato veličina je měřená průmětem do půdorysu.



Obr. 7.2 – Vzdálenost na oblouku

Tabulka 7.1 – Vnitřní síly na oblouku bez kloubu uprostřed rozpětí

| ZS   | N (x=L)<br>[kN] | N (x=L/2)<br>[kN] | V (x=0)<br>[kN] | M (x≈58 m)<br>[kN/m] | M (x≈27,25 m)<br>[kN/m] | R <sub>z</sub> <sup>1</sup> [kN] | R <sub>x</sub> <sup>1</sup> [kN] |
|------|-----------------|-------------------|-----------------|----------------------|-------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| ZS1  | -166,135        | -138,144          | 2,271           | 10,312               | 0,527                   | 92,316                           | 138,145                          |
| ZS2  | -99,539         | -82,768           | 1,360           | 6,169                | 0,294                   | 55,311                           | 82,769                           |
| ZS3  | -159,745        | -132,831          | 2,183           | 9,916                | 0,472                   | 88,765                           | 132,832                          |
| ZS4  | -1,107          | -0,826            | -0,249          | 5,464                | -2,530                  | 0,238                            | 0,826                            |
| ZS5  | -244,152        | -204,616          | 0,396           | 5,950                | 8,375                   | 133,200                          | 204,618                          |
| ZS6  | -226,953        | -184,517          | -20,971         | 317,973              | -178,843                | 94,697                           | 184,519                          |
| ZS7  | -150,077        | -123,446          | 45,504          | -70,384              | 21,812                  | 134,310                          | 123,447                          |
| ZS8  | 127,577         | 126,704           | 28,386          | -46,632              | -11,146                 | -46,197                          | -123,377                         |
| ZS9  | 128,652         | 126,704           | -0,708          | 161,433              | -91,138                 | -70,023                          | -106,647                         |
| ZS10 | 277,522         | 278,032           | -5,410          | -34,965              | 8,663                   | -155,569                         | -229,884                         |
| ZS11 | 142,486         | 143,197           | -10,095         | -37,756              | 22,041                  | -86,012                          | -114,047                         |
| ZS12 | 107,965         | 108,030           | -3,530          | -8,572               | 1,831                   | -61,717                          | -88,657                          |
| ZS13 | -1,815          | -2,164            | -1,178          | -17,596              | -24,764                 | 0,000                            | 2,164                            |
| ZS14 | 1,815           | 2,164             | 1,178           | 17,596               | 24,764                  | 0,000                            | -2,164                           |

V tabulce 7.2 jsou vypsány hodnoty jednotlivých veličin pro jednotlivé zatěžovací stavy v místech výsledných největších účinků pro oblouk s kloubem uprostřed rozpětí.

Tabulka 7.2 – Vnitřní síly na oblouku s kloubem uprostřed rozpětí

| ZS   | N (x=0 m) [kN] | N (x=L/2) [kN] | V (x≈45m) [kN] | V (x=L) [kN] | M (x≈57,5 m) [kN/m] | M (x≈10 m) [kN/m] | R <sup>1</sup> <sub>z</sub> [kN] | R <sup>1</sup> <sub>x</sub> [kN] |
|------|----------------|----------------|----------------|--------------|---------------------|-------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| ZS1  | -99,456        | -82,669        | 0,529          | -2,361       | 11,232              | 13,162            | 92,316                           | 137,980                          |
| ZS2  | -165,997       | -137,979       | 0,317          | -1,414       | 6,729               | 7,886             | 55,311                           | 82,670                           |
| ZS3  | -159,612       | -132,672       | 0,509          | -2,270       | 10,800              | 12,655            | 88,765                           | 132,673                          |
| ZS4  | -1,031         | -0,735         | 0,331          | -0,239       | 6,558               | -1,726            | 0,238                            | 0,735                            |
| ZS5  | -244,766       | -205,348       | -0,001         | 0,002        | 0,000               | 0,000             | 133,200                          | 205,350                          |
| ZS6  | -219,126       | -175,194       | 29,305         | -15,886      | 400,982             | -72,802           | 94,697                           | 175,189                          |
| ZS7  | -141,264       | -112,946       | -0,513         | -10,243      | 10,837              | 347,668           | 134,310                          | 112,943                          |
| ZS8  | 132,266        | 132,291        | -1,956         | -2,333       | -4,503              | 218,616           | -46,198                          | -128,967                         |
| ZS9  | 133,341        | 132,292        | 8,005          | -31,427      | 198,369             | 13,626            | -70,023                          | -112,236                         |
| ZS10 | 276,070        | 276,302        | -2,460         | 6,353        | -47,852             | -44,690           | -155,572                         | -228,152                         |
| ZS11 | 140,347        | 140,649        | -1,587         | 11,482       | -55,858             | -66,877           | -86,012                          | -111,497                         |
| ZS12 | 107,916        | 107,971        | 0,316          | 3,562        | -8,119              | -15,015           | -61,717                          | -88,598                          |
| ZS13 | 0,000          | 0,000          | 0,000          | 0,000        | 0,000               | 0,000             | 0,000                            | 0,000                            |
| ZS14 | 0,000          | 0,000          | 0,000          | 0,000        | 0,000               | 0,000             | 0,000                            | 0,000                            |

V tabulce 7.3 jsou vypsány hodnoty průhybu pro jednotlivé zatěžovací stavy v místech největších průhybu pro oblouk bez kloubu uprostřed rozpětí.

Tabulka 7.3 – Průhyby na oblouku bez kloubu uprostřed rozpětí

| ZS   | u (x≈58 m) [mm] | u (x≈21 m) [mm] |
|------|-----------------|-----------------|
| ZS1  | 1,8             | 1,9             |
| ZS2  | 1,1             | 1,1             |
| ZS3  | 1,8             | 1,8             |
| ZS4  | 0,4             | -0,3            |
| ZS5  | 2,4             | 2,8             |
| ZS6  | 26,6            | -19,2           |
| ZS7  | -12,7           | 19,2            |
| ZS8  | -9,5            | 8,2             |
| ZS9  | 10,6            | -10,4           |
| ZS10 | -3,9            | -3,7            |
| ZS11 | -2,6            | -1,9            |
| ZS12 | -1,4            | -1,3            |
| ZS13 | -7,0            | -8,1            |
| ZS14 | 7,0             | 8,1             |

V tabulce 7.4 jsou vypsány hodnoty průhybu pro jednotlivé zatěžovací stavy v místech největších průhybu pro oblouku s kloubem uprostřed rozpětí.

Tabulka 7.4 – Průhyby na oblouku s kloubem uprostřed rozpětí

| ZS   | u (x≈57,5 m)<br>[mm] | u (x=L/2 m)<br>[mm] |
|------|----------------------|---------------------|
| ZS1  | 1,9                  | 1,7                 |
| ZS2  | 1,1                  | 1,0                 |
| ZS3  | 1,8                  | 1,6                 |
| ZS4  | 0,5                  | -0,2                |
| ZS5  | 2,1                  | 4,3                 |
| ZS6  | 31,0                 | -15,2               |
| ZS7  | -8,4                 | -18,5               |
| ZS8  | -7,1                 | -13,0               |
| ZS9  | 13,0                 | -13,0               |
| ZS10 | -4,5                 | -0,6                |
| ZS11 | -3,7                 | 3,1                 |
| ZS12 | -1,4                 | -1,2                |
| ZS13 | -6,1                 | -12,6               |
| ZS14 | 6,1                  | 12,6                |

#### 7.2.4 Mezní stav únosnosti

Zde jsou vypsány kombinační klíče k jednotlivým veličinám. Tyto kombinace byly vytvořeny automaticky v programu RREM. Při jejich kontrole byla ovšem zjištěna chyba a to u součinitele  $\gamma_{G,j}$ , který by měl mít hodnotu při příznivém působení 1,00, ale v programu je stále hodnota 1,35, čili stálým zatížením snižuje účinky zatížení proměnného. U těchto chybných kombinací bude tedy vypsána i upravená kombinace.

Maximální normálová síla (x = L/2):

$$N_{\max} = 1,35 * (ZS1 + ZS2) + 0 * 0 + 0,75 * 0 + 0,9 * ZS14 + 1,5 * ZS10 = 120,764 \text{ kN}$$

$$N_{\max, \text{upr}} = 1,00 * (ZS1 + ZS2) + 0 * 0 + 0,75 * 0 + 0,9 * ZS14 + 1,5 * ZS10 = 198,084 \text{ kN}$$

Minimální normálová síla (x = L):

$$N_{\min} = 1,35 * (ZS1 + ZS2) + 1,5 * ZS3 + 0,75 * ZS5 + 0,9 * ZS13 + 0,9 * 0 = -783,027 \text{ kN}$$

Maximální posouvající síla (x = 0):

$$V_{\max} = 1,35 * (ZS1 + ZS2) + 0 * ZS3 + 1,5 * ZS7 + 0,9 * ZS14 + 0,9 * ZS8 = 99,765 \text{ kN}$$

Minimální posouvající síla (x = 0):

$$V_{\min} = 1,35 * (ZS1 + ZS2) + 0 * 0 + 1,5 * ZS6 + 0,9 * ZS13 + 0,9 * ZS11 = -36,699 \text{ kN}$$

$$V_{\min, \text{upr}} = 1,00 * (ZS1 + ZS2) + 0 * 0 + 1,5 * ZS6 + 0,9 * ZS13 + 0,9 * ZS11 = -37,971 \text{ kN}$$



Maximální ohybový moment ( $x \approx 58,0$  m):

$$M_{\max} = 1,35 * (ZS1 + ZS2) + 0 * ZS3 + 1,5 * ZS6 + 0,9 * ZS14 + 0,9 * ZS9 = 660,349 \text{ kN}$$

Minimální ohybový moment ( $x \approx 27,75$  m):

$$M_{\min} = 1,35 * (ZS1 + ZS2) + 0 * 0 + 1,5 * ZS6 + 0,9 * ZS13 + 0,9 * ZS9 = -371,518 \text{ kN}$$

$$M_{\min, \text{upr}} = 1,00 * (ZS1 + ZS2) + 0 * 0 + 1,5 * ZS6 + 0,9 * ZS13 + 0,9 * ZS9 = -371,755 \text{ kN}$$

Další uváděnou veličinou jsou podporové reakce v podporovém uzlu číslo 1. Nejsou zde uváděny hodnoty reakcí v podporovém uzlu číslo 2, neboť jsou shodné s reakcemi v uzlu číslo 1.

Maximální svislá reakce v podpoře číslo 1:

$$R_{z, \max}^1 = 1,35 * (ZS1 + ZS2) + 0 * 0 + 0,75 * 0 + 0,9 * 0 + 1,5 * ZS10 = -34,057 \text{ kN}$$

$$R_{z, \max, \text{upr}}^1 = 1,00 * (ZS1 + ZS2) + 0 * 0 + 0,75 * 0 + 0,9 * 0 + 1,5 * ZS10 = -85,727 \text{ kN}$$

Minimální svislá podpora v podpoře číslo 1:

$$R_{z, \min}^1 = 1,35 * (ZS1 + ZS2) + 1,5 * ZS3 + 0,75 * ZS7 + 0,9 * 0 + 0,9 * 0 = 433,177 \text{ kN}$$

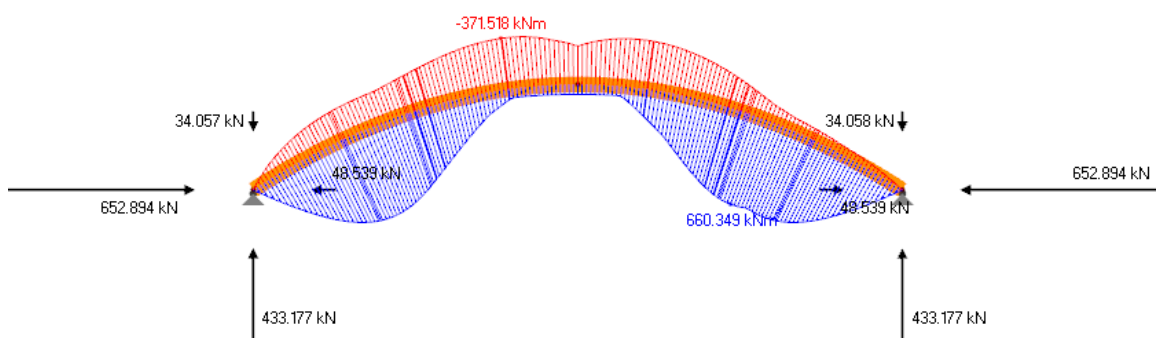
Maximální vodorovná reakce v podpoře číslo 1:

$$R_{x, \max}^1 = 1,35 * (ZS1 + ZS2) + 0 * 0 + 0,75 * 0 + 0,9 * ZS14 + 1,5 * ZS10 = -48,539 \text{ kN}$$

$$R_{x, \max, \text{upr}}^1 = 1,00 * (ZS1 + ZS2) + 0 * 0 + 0,75 * 0 + 0,9 * ZS14 + 1,5 * ZS10 = -125,860 \text{ kN}$$

Minimální vodorovná reakce v podpoře číslo 1:

$$R_{x, \min}^1 = 1,35 * (ZS1 + ZS2) + 1,5 * ZS3 + 0,75 * ZS5 + 0,9 * ZS13 + 0,9 * 0 = 652,894 \text{ kN}$$



Obr. 7.3 – Výsledná obálka ohybových momentů pro oblouk bez kloubu uprostřed rozpětí

Kombinační klíče pro hodnoty veličin oblouku s klounem uprostřed rozpětí již nebudou detailně vypisovány, budou vypsány pouze již výsledné kombinační hodnoty z programu RFEM.

Maximální normálová síla ( $x = L/2$ ):

$$N_{\max} = 116,578 \text{ kN}$$

Minimální normálová síla ( $x = L$ ):

$$N_{\min} = -781,354 \text{ kN}$$

Maximální posouvající síla ( $x \approx 45 \text{ m}$ ):

$$V_{\max} = 52,305 \text{ kN}$$

Minimální posouvající síla ( $x = L$ ):

$$V_{\min} = -110,211 \text{ kN}$$

Maximální ohybový moment ( $x \approx 57,5 \text{ m}$ ):

$$M_{\max} = 804,252 \text{ kN}$$

Minimální ohybový moment ( $x \approx 10,0 \text{ m}$ ):

$$M_{\min} = -140,978 \text{ kN}$$

Maximální svislá reakce v podpoře číslo 1:

$$R_{z,\max}^1 = -34,062 \text{ kN}$$

Minimální svislá podpora v podpoře číslo 1:

$$R_{z,\min}^1 = 433,177 \text{ kN}$$

Maximální vodorovná reakce v podpoře číslo 1:

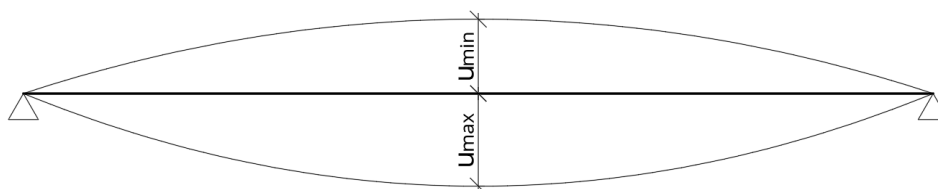
$$R_{x,\max}^1 = -44,350 \text{ kN}$$

Minimální vodorovná reakce v podpoře číslo 1:

$$R_{x,\min}^1 = 650,900 \text{ kN}$$

### 7.2.5 Mezní stav použitelnosti – charakteristické hodnoty

Zde jsou vypsány kombinační klíče pro maximální a minimální průhyby pro oblouk bez vnitřního kloubu uprostřed rozpětí. Minimálním průhybem je myšlen průhyb směrem nahoru od střednice nosníku, je tedy se záporným znaménkem a maximálním průhybem je myšlen průhyb směrem dolů od střednice nosníku.



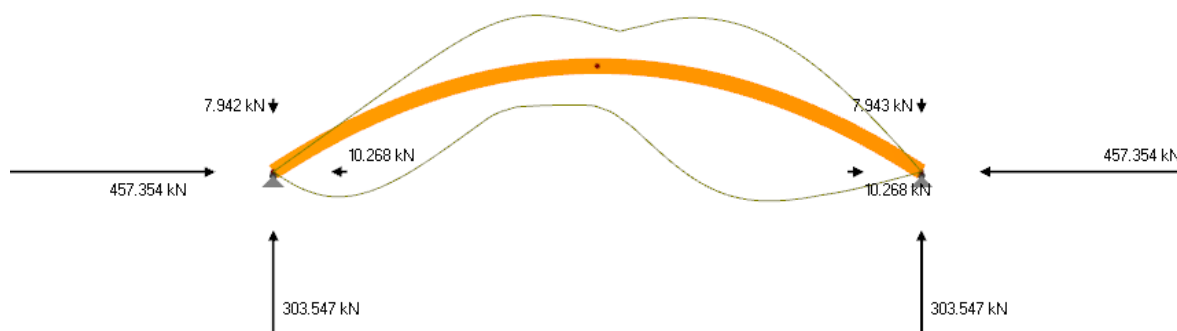
Obr. 7.4 – Maximální a minimální průhyb na oblouku

Maximální průhyb ( $x \approx 58,0$  m):

$$u_{\max} = (ZS1 + ZS2) + 0 * ZS4 + ZS6 + 0,6 * ZS14 + 0,6 * ZS9 = 40,8 \text{ mm}$$

Minimální průhyb ( $x \approx 21,0$  m):

$$u_{\min} = (ZS1 + ZS2) + 0 * ZS3 + ZS6 + 0,6 * ZS13 + 0,6 * ZS9 = -27,3 \text{ mm}$$



Obr. 7.5 – Výsledná obálka průhybů na oblouku bez kloubu uprostřed rozpětí

Pro oblouk s kloubem uprostřed rozpětí budou opět vypsány jen konečné kombinační hodnoty z programu RFEM.

Maximální průhyb ( $x \approx 57,5$  m):

$$u_{\max} = 45,1 \text{ mm}$$

Minimální průhyb ( $x = L/2$ ):

$$u_{\min} = -31,0 \text{ mm}$$

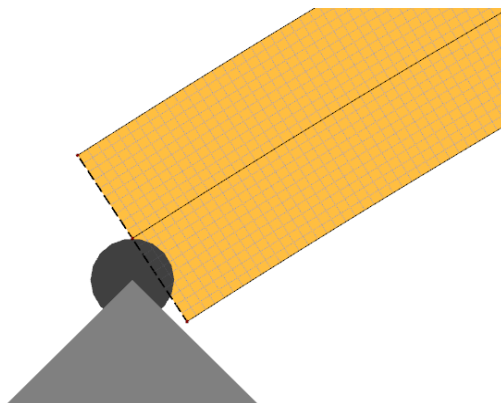
## 8 Model s plošnými prvky

Do této chvíle byly všechny modely tvořeny prutovými prvky, to znamená, že v programu RFEM se vytvoří linie a této linii se přiřadí průřez s materiálem. Zatížení se přiřadí na prut, což znamená, že vytvořené zatížení působí na střednici nosníku, na původní linii. Všechny doposud uvedené výsledky byly tudíž z prutových modelů.

Nyní přejdeme na modely s plošnými prvky. Modely s plošnými prvky se modelují následovně: vytvoří se skupina hraničních linií mající požadovaný tvar odpovídající skutečnému tvaru nosníku a vytvoří se jednotlivé plochy, kterým se přiřadí vlastnosti jako je materiál a tloušťka. Následně se zvolí požadovaná síť prvků.

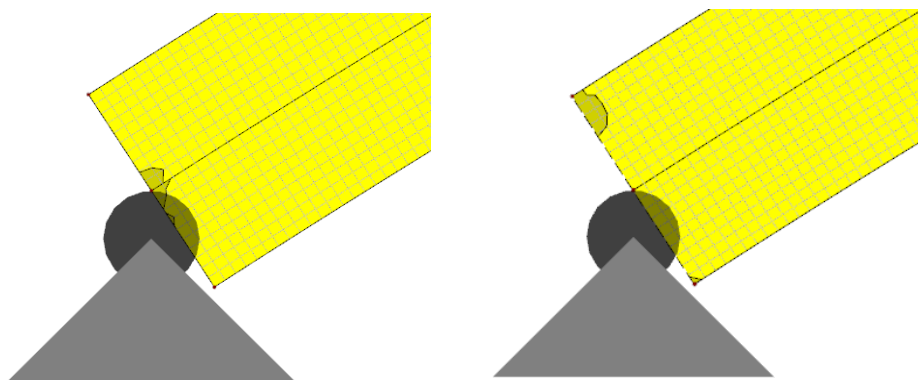
### 8.1 Model bez vnitřního kloubu uprostřed rozpětí nosníku

Tento model tvoří dvě plochy mající společnou střední linii, na kterou je umísťováno zatížení. Bylo vybráno toto řešení, na rozdíl od jediné plochy, aby se model co nejvíce přiblížil prutovému modelu, protože jak již bylo řečeno u prutových modelů se zatížení přiřazuje k střední linii prutu. Na síť konečných prvků byly použity pouze čtyřúhelníky s délkou strany jednoho čtyřúhelníku 0,100 m, tudíž se konečné prvky blíží co nejvíce čtvercům tzv. zobecněným čtyřúhelníkům, z důvodů rovné sítě prvků.



Obr. 8.1 – Síť konečných prvků

Pro lepší výsledky byla na koncích oblouku u podporových vazeb přidána vazba vetknutí-vetknutí, která představuje tuhou roznášecí desku a pomůže k rovnoměrnému rozložení napětí.



Obr. 8.2 – Bez vazby na konci oblouku    Obr. 8.3 – S vazbou na konci oblouku

## 8.2 Model s vnitřním kloubem uprostřed rozpětí nosníku

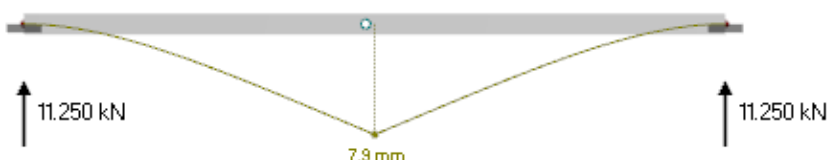
### 8.2.1 Možnosti modelování kloubu

Nejdříve si na jednoduchých příkladech vyzkoušíme, která z následujících variant vytvoření kloubu nejvíce odpovídá modelu nosníku s kloubem uprostřed rozpětí z prutových prvků.

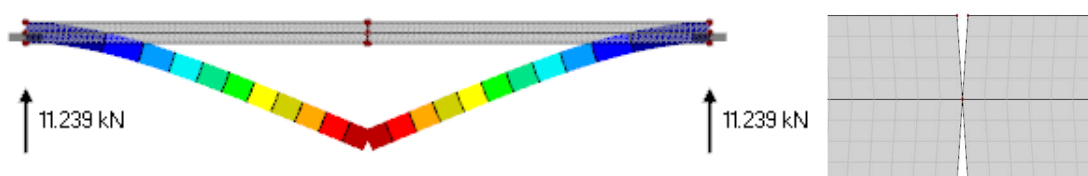
Zvolíme si nosník, který má rozpětí  $L = 10$  m s kloubem uprostřed (5 m) s vetknutím na obou stranách, z betonu C 30/37 a s průřezem  $0,3 \times 0,3$  m.

Pro kontrolu byl vytvořen i model z prutových prvků.

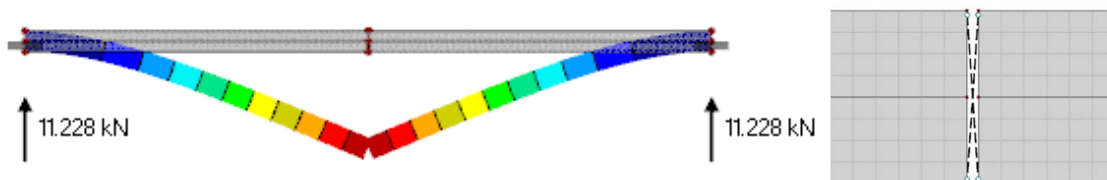
Bylo vytvořeno 5 modelů, které by mohly co nejvíce simulovat kloub uprostřed nosníku, viz obr. 8.5 – 8.9. Nosníky byly zatíženy vlastní tíhou a porovnány mezi sebou.



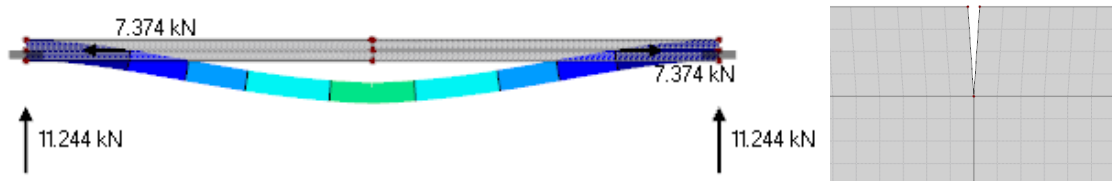
Obr. 8.4 – Typ 0 – prutový model



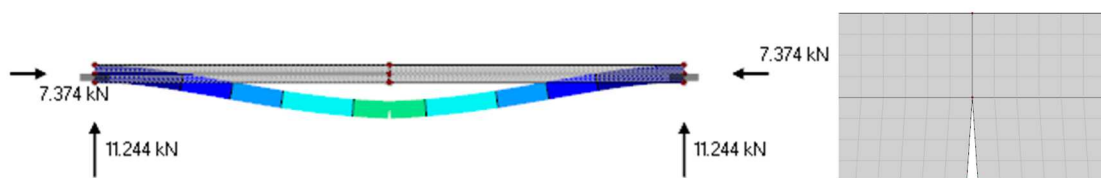
Obr. 8.5 – Typ 1 – jediný styčný bod



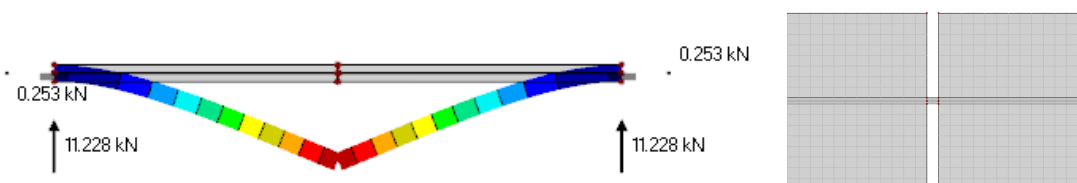
Obr. 8.6 – Typ 2 – vazba kloub-kloub



Obr. 8.7 – Typ 3 – naříznutí shora



Obr. 8.8 – Typ 4 – naříznutí zdola



Obr. 8.9 – Typ 5 – vrubový kloub

Z obrázků 8.4 a 8.5 je patrné, že změna z modelu s prutovými prvky na model z plošnými prvky nemá vliv na podporové reakce.

U nosníku typu 5 si můžeme všimnout, že jeho síť konečných prvků je více zahuštěná, důvodem jsou malé plochy, které demonstrují vrubový kloub, u kterých bylo výhodnější dosáhnout toho, aby byly v této ploše alespoň dva konečné prvky. Nevýhodou hustější sítě, menších rozměrů konečného prvku, je ten, že je výpočet náročnější na parametry počítače, tak i na čas výpočtu.

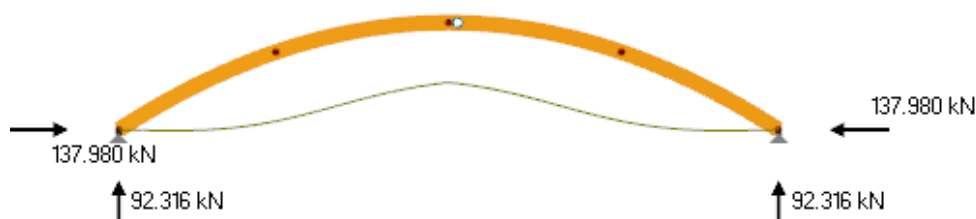
Tabulka 8.1 – Průhyby nosníků s kloubem zatížených vlastní tíhou

|                               | Typ 0 | Typ 1 | Typ 2 | Typ 3 | Typ 4 | Typ 5 |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Průhyb uprostřed nosníku [mm] | 7,9   | 7,8   | 7,8   | 3,1   | 3,1   | 7,8   |
| Rozdíl [%]                    |       | 1,3   | 1,3   | 154,8 | 154,8 | 1,3   |

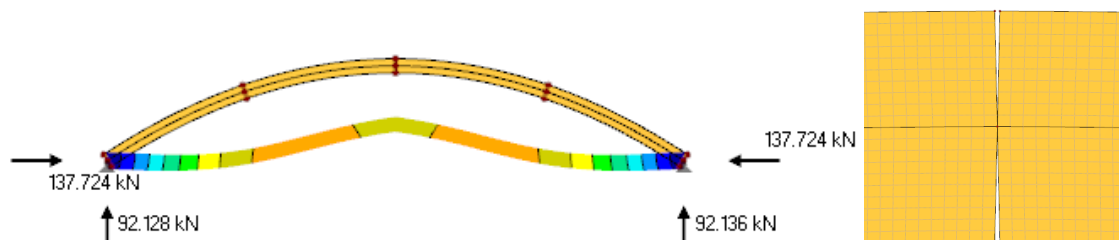
V tabulce 8.1 jsou vypsány číselné hodnoty maximálních průhybů. Vidíme, že nejideálnější model kloubu se jeví typ číslo 1, 2 a 5 s porovnáním s prutovým nosníkem (typ 0).

### 8.2.2 Modelování kloubu na obloukovém nosníku

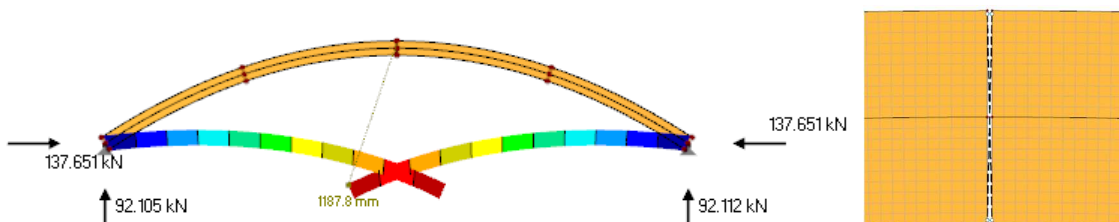
Z předchozí kapitoly jsme zjistili jak vytvořit model plošnými prvky s kloubem uprostřed pro přímý prut s vetknutými konci. Nyní převedeme tyto modely na náš případ obloukového nosníku. Bude použita varianta nosníku typu 1 – pouze s jedním styčným bodem, typu 2 – dva nosníky propojeny vazbami kloub-kloub a varianta nosníku typu 5 – vrubový kloub. Opět pro prvotní porovnání budou oblouky zatíženy pouze vlastní tíhou.



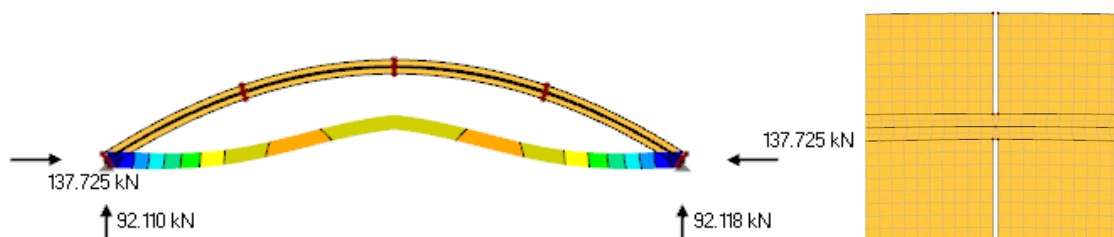
Obr. 8.10 – Typ 0 – prutový model



Obr. 8.11 – Typ 1 – jediný styčný bod



Obr. 8.12 – Typ 2 – vazba kloub-kloub



Obr. 8.13 – Typ 5 – vrubový kloub

Tabulka 8.2 – Průhyby obloukových nosníků zatížených vlastní silou

|                               | Typ 0 | Typ 1 | Typ 2  | Typ 5 |
|-------------------------------|-------|-------|--------|-------|
| Průhyb uprostřed nosníku [mm] | 1,9   | 2,1   | 1187,8 | 2,0   |
| Rozdíl [%]                    |       | -9,5  | -99,8  | -5,0  |

Z tabulky 8.2 a obrázku 8.12 je na první pohled zřejmé, že pro obloukový nosník varianta s vazbami kloub-kloub není vhodná. Varianty s jedním styčným bodem a vrubovým kloubem jsou ovšem velmi vhodné. Ty to dvě varianty byly pro kontrolu zatíženy i zatížením od teploty v létě viz tabulka 8.3.

Tabulka 8.3 – Průhyby obloukových nosníků zatížených teplotou +20°C

|                               | Typ 0 | Typ 1 | Typ 5 |
|-------------------------------|-------|-------|-------|
| Průhyb uprostřed nosníku [mm] | 12,6  | 12,7  | 12,0  |
| Rozdíl [%]                    |       | -0,8  | 5,0   |

Přestože se varianta vrubového kloubu blíží více realitě, způsobu jak se skutečně na stavbě vytváří kloub, tak jako vhodnější varianta byl vyprán typ 1 kloub s jedním styčným bodem, tato varianta se nejvíce blíží modelu z prutových prvků. Všechny výsledky modelů budou porovnány v následující kapitole.

## 9 Porovnání modelů

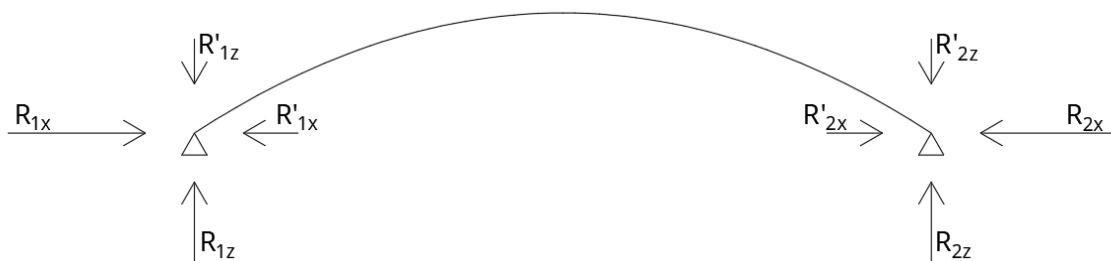
### 9.1 Reakce a průhyby

Nyní si porovnáme dosavad vytvořené modely. V tabulce 9.1 nalezneme maximální hodnoty průhybů od charakteristické kombinace a hodnoty reakcí od kombinace zatížení podle rovnice 6.10.



Tabulka 9.1 – Porovnání průhybů a podporových reakcí prutového modelu a modelu s plošnými prvky

|                      | Prutový model |           | Model s plošnými prvky |           | Rozdíl [%] |           |
|----------------------|---------------|-----------|------------------------|-----------|------------|-----------|
|                      | Bez kloubu    | S kloubem | Bez kloubu             | S kloubem | Bez kloubu | S kloubem |
| Max. průhyb $u$ [mm] | 40,8          | 45,1      | 40,0                   | 44,4      | 2,00       | 1,58      |
| $R_{1z}$ [kN]        | 434,677       | 434,700   | 434,405                | 434,424   | 0,06       | 0,06      |
| $R_{2z}$ [kN]        | 434,677       | 434,653   | 434,415                | 434,434   | 0,06       | 0,05      |
| $R_{1x}$ [kN]        | 655,372       | 653,033   | 655,506                | 652,760   | -0,02      | 0,04      |
| $R_{2x}$ [kN]        | 655,372       | 653,033   | 655,506                | 652,760   | -0,02      | 0,04      |
| $R'_{1x}$ [kN]       | 48,539        | 44,350    | 49,024                 | 44,700    | -0,99      | -0,78     |
| $R'_{2x}$ [kN]       | 48,539        | 44,352    | 49,023                 | 44,703    | -0,99      | -0,79     |
| $R'_{1z}$ [kN]       | 34,057        | 34,062    | 34,329                 | 34,315    | -0,79      | -0,74     |
| $R'_{2z}$ [kN]       | 34,058        | 34,059    | 34,320                 | 34,302    | -0,76      | -0,71     |

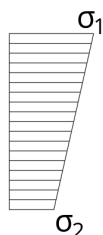


Obr. 9.1 – Znázornění konvence podporových reakcí

Z uvedené tabulky zjistíme, že reakce ani průhyby se v jednotlivých modelech téměř neliší. Můžeme tedy konstatovat, že u tohoto příkladu máme na výběr ze dvou možností vytvoření modelu a obě nám dají téměř shodné výsledky.

## 9.2 Napětí

Další veličinou, kterou můžeme porovnávat mezi prutovým modelem a modelem s plošnými prvky je napětí  $\sigma_x$ . U modelu s plošnými prvky nám sám program RFEM toto napětí vypočítá, ale u prutového modelu si je vypočítáme sami. Budeme určovat napětí při horních a dolních vláknech.



Obr. 9.2 – Napětí na nosníku

Pro prutový model se hodnoty napětí vypočítají z vnitřních sil takto:

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} - \frac{M}{I} * Z$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} * Z$$

$$A = 0,26 * 1,8 = 0,468 \text{ m}^2$$

$$I = \frac{1}{12} * b * h^3 = \frac{1}{12} * 0,26 * 1,8^3 = 0,126 \text{ m}^4$$

$$z = \frac{1}{2} * h = \frac{1}{2} * 1,8 = 0,9 \text{ m}$$

Tabulka 9.2 - Srovnání napětí v místě L/2 pro oblouk bez kloubu uprostřed rozpětí

|      | Prutový model |          |                  |                  | Model s PP       |                  | Rozdíly [%] |            |
|------|---------------|----------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------|------------|
|      | N [kN]        | M [kN/m] | $\sigma_1$ [MPa] | $\sigma_2$ [MPa] | $\sigma_1$ [MPa] | $\sigma_2$ [MPa] | $\sigma_1$  | $\sigma_2$ |
| ZS1  | -138,144      | -1,984   | -0,281           | -0,309           | -0,275           | -0,315           | 2,2         | -1,8       |
| ZS2  | -82,768       | -1,189   | -0,168           | -0,185           | -0,164           | -0,190           | 2,7         | -2,5       |
| ZS3  | -132,831      | -1,908   | -0,270           | -0,297           | -0,263           | -0,305           | 2,8         | -2,5       |
| ZS4  | -0,826        | -1,091   | 0,006            | -0,010           | 0,006            | -0,010           | 0,1         | -4,6       |
| ZS5  | -204,616      | 8,782    | -0,500           | -0,375           | -0,488           | -0,386           | 2,4         | -2,9       |
| ZS6  | -184,517      | -111,960 | 0,403            | -1,192           | 0,408            | -1,215           | -1,2        | -1,9       |
| ZS7  | -123,446      | -126,051 | 0,634            | -1,162           | 0,634            | -1,181           | 0,0         | -1,6       |
| ZS8  | 126,703       | -67,067  | 0,748            | -0,207           | 0,738            | -0,206           | 1,4         | 0,5        |
| ZS9  | 126,704       | -67,065  | 0,748            | -0,207           | 0,738            | -0,206           | 1,4         | 0,5        |
| ZS10 | 278,032       | 20,792   | 0,446            | 0,742            | 0,433            | 0,760            | 3,0         | -2,3       |
| ZS11 | 143,197       | 30,592   | 0,088            | 0,524            | 0,083            | 0,535            | 6,1         | -2,1       |
| ZS12 | 108,030       | 0,708    | 0,226            | 0,236            | 0,220            | 0,242            | 2,6         | -2,5       |
| ZS13 | -2,164        | -25,968  | 0,180            | -0,190           | 0,180            | -0,193           | 0,2         | -1,8       |
| ZS14 | 2,164         | 25,968   | -0,180           | 0,190            | -0,180           | 0,193            | 0,2         | -1,8       |

Při srovnání vypočítaného napětí z prutového modelu a napětí z modelu s plošnými prvky vidíme, že největší odchylka je 4,6 %. Můžeme tedy říct, že jsou v tomto případě vhodné oba modely.

Tabulka 9.3 – Srovnání napětí v místě L/4 pro oblouk bez kloubu uprostřed rozpětí

|      | Prutový model |          |                  |                  | Model s PP       |                  | Rozdíly [%] |            |
|------|---------------|----------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------|------------|
|      | N [kN]        | M [kN/m] | $\sigma_1$ [MPa] | $\sigma_2$ [MPa] | $\sigma_1$ [MPa] | $\sigma_2$ [MPa] | $\sigma_1$  | $\sigma_2$ |
| ZS1  | -145,651      | 9,187    | -0,377           | -0,246           | -0,332           | -0,226           | 13,5        | 8,8        |
| ZS2  | -87,232       | 5,472    | -0,225           | -0,147           | -0,200           | -0,135           | 12,7        | 9,2        |
| ZS3  | -140,049      | 8,833    | -0,362           | -0,236           | -0,321           | -0,217           | 12,8        | 8,9        |
| ZS4  | -1,029        | 6,238    | -0,047           | 0,042            | -0,042           | 0,039            | 11,0        | 8,3        |
| ZS5  | -216,162      | 6,377    | -0,507           | -0,416           | -0,450           | -0,382           | 12,7        | 9,0        |
| ZS6  | -195,202      | 325,494  | -2,735           | 1,901            | -2,444           | 1,729            | 11,9        | 10,0       |
| ZS7  | -127,269      | -86,298  | 0,343            | -0,887           | 0,312            | -0,807           | 9,8         | 9,9        |
| ZS8  | 126,798       | -58,139  | 0,685            | -0,143           | 0,611            | -0,127           | 12,1        | 12,7       |
| ZS9  | 130,026       | 136,307  | -0,693           | 1,249            | -0,618           | 1,141            | 12,1        | 9,4        |
| ZS10 | 277,189       | -30,833  | 0,812            | 0,373            | 0,720            | 0,342            | 12,8        | 9,0        |
| ZS11 | 142,225       | -29,793  | 0,516            | 0,092            | 0,457            | 0,084            | 12,9        | 9,2        |
| ZS12 | 107,921       | -6,383   | 0,276            | 0,185            | 0,244            | 0,170            | 13,1        | 8,9        |
| ZS13 | -2,049        | -18,857  | 0,130            | -0,139           | 0,117            | -0,127           | 11,1        | 9,2        |
| ZS14 | 2,049         | 18,857   | -0,130           | 0,139            | -0,117           | 0,127            | 11,1        | 9,2        |

Tabulka 9.4 – Srovnání napětí v místě L/4 pro oblouk s kloubem uprostřed rozpětí

|      | Prutový model |          |                  |                  | Model s PP       |                  | Rozdíly [%] |            |
|------|---------------|----------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------|------------|
|      | N [kN]        | M [kN/m] | $\sigma_1$ [MPa] | $\sigma_2$ [MPa] | $\sigma_1$ [MPa] | $\sigma_2$ [MPa] | $\sigma_1$  | $\sigma_2$ |
| ZS1  | -145,494      | 10,629   | -0,387           | -0,235           | -0,346           | -0,211           | 11,7        | 11,5       |
| ZS2  | -87,172       | 6,368    | -0,232           | -0,141           | -0,208           | -0,126           | 11,4        | 11,8       |
| ZS3  | -139,898      | 10,220   | -0,372           | -0,226           | -0,335           | -0,202           | 11,0        | 11,9       |
| ZS4  | -0,941        | 7,030    | -0,052           | 0,048            | -0,047           | 0,045            | 10,8        | 6,8        |
| ZS5  | -216,854      | 0,000    | -0,463           | -0,463           | -0,418           | -0,415           | 10,9        | 11,7       |
| ZS6  | -186,367      | 406,926  | -3,297           | 2,500            | -2,952           | 2,280            | 11,7        | 9,7        |
| ZS7  | -117,321      | 5,242    | -0,288           | -0,213           | -0,258           | -0,190           | 11,6        | 12,3       |
| ZS8  | 132,091       | -9,371   | 0,349            | 0,216            | 0,316            | 0,193            | 10,4        | 11,7       |
| ZS9  | 135,319       | 185,081  | -1,029           | 1,607            | -0,914           | 1,461            | 12,6        | 10,0       |
| ZS10 | 275,550       | -45,937  | 0,916            | 0,262            | 0,823            | 0,229            | 11,3        | 14,2       |
| ZS11 | 139,811       | -52,025  | 0,669            | -0,072           | 0,600            | -0,070           | 11,5        | 2,6        |
| ZS12 | 107,865       | -6,897   | 0,280            | 0,181            | 0,252            | 0,162            | 11,0        | 11,9       |
| ZS13 | 0,000         | 0,000    | 0,000            | 0,000            | 0,000            | 0,000            | 0,0         | 0,0        |
| ZS14 | 0,000         | 0,000    | 0,000            | 0,000            | 0,000            | 0,000            | 0,0         | 0,0        |

Při srovnání napětí v L/4 můžeme ovšem vidět již větší odchylky, které jdou až k 15 %. Tyto odlišnosti jsou způsobené lokálním namáháním čili skoky v zatížení, osamělá síla nebo náhlá změna hodnoty zatížení, kdy vzniká nespojitost napětí. Možným řešením by bylo zhuštění sítě konečných prvků či místo skoků v zatížení vytvořit náběry zatížení. Dále se domnívám, že prutový model je méně přesný, kvůli dělení křivky paraboly na skupinu polynomů, toto může být také jedna z možných chyb při výpočtu napětí.

## 10 Zachycení vodorovných reakcí

Díky plochému obloukovému tvaru nosníku vznikají velké vodorovné reakce, tyto reakce je nutno zachytit.

### 10.1 Táhlo

První možností je použít táhlo. Mezi obě podpory se vloží ocelové táhlo s počátečním předpjetím tak, aby se vyrovnaly síly od stálého zatížení.

V našem případě byla použita ocel pro předpínací pruty St 1080/1230 a průměr táhla 25 mm.

Při použití táhla je nutné změnit statický systém ze dvou neposuvných kloubových podpor na jeden neposuvný kloub a jeden posuvný kloub v ose x. Tato změna je důležitá, aby došlo k aktivaci táhla.

Do táhla bylo vneseno počáteční předpětí  $P = 220,917$  kN.

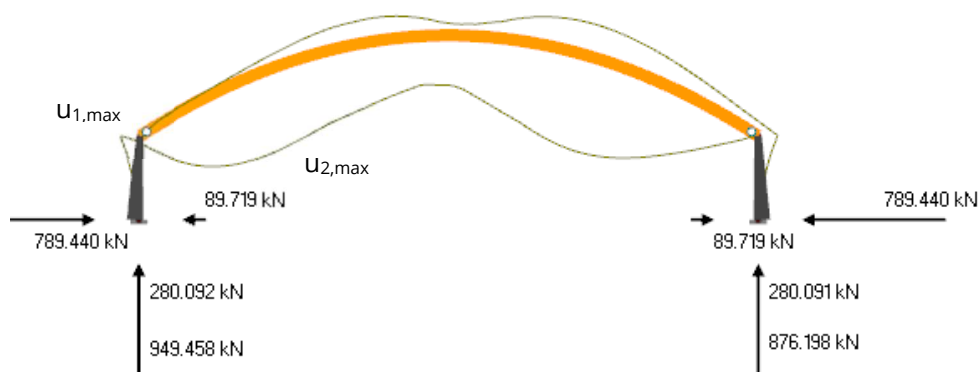
Vodorovné reakce od stálého zatížení byly vyrovnány, ovšem reakce od zatížení proměnného jsou vícekrát větší, a proto dojde k nadměrnému posunu v podpoře s posuvným kloubem v ose x až okolo 0,4 m.

Tato varianta tedy není vhodná díky vysokému proměnnému zatížení oproti zatížení stálému.

### 10.2 Betonové pilíře

Další možností jsou betonové po výšce se rozšiřující pilíře vysoké 10 m. Na dolním konci mají pilíře průřez  $0,7 \times 2,0$  m a na horním konci  $0,7 \times 0,9$  m. Pilíře se rozšiřují směrem ven, čili na vnitřní straně, směrem z vnitřního prostoru haly, je hrana pilíře svislá. Při výpočtu byl použit beton C 30/37.

Nosník je k pilířům připojen pomocí kloubů a pilíře jsou uvažovány jako vetknuté do základové konstrukce.



Obr. 10.1 – Obálka průhybů pro oblouk bez kloubu uprostřed rozpětí s betonovými pilíři

U oblouku bez kloubu uprostřed rozpětí se hodnoty vodorovného posunu  $u_{1,max}$  a průhybů  $u_{2,max}$  pohybují v rozpětí:

$$u_{1,max} = 20,5 \text{ mm}$$

$$u_{2,max} = 100,6 \text{ mm}$$

Tyto hodnoty jsou od charakteristické kombinace.

Pro oblouk s kloubem uprostřed rozpětí se hodnoty reakcí téměř nemění a hodnoty průhybů jsou následovné:

$$u_{1,max} = 29,1 \text{ mm}$$

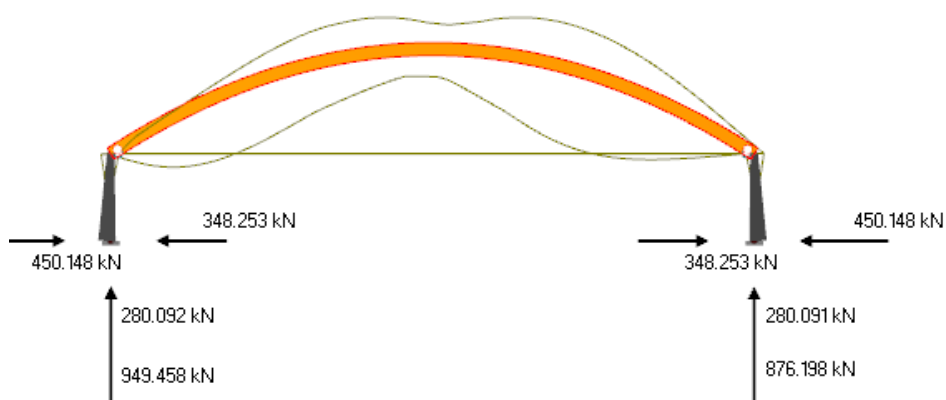
$$u_{2,max} = 156,1 \text{ mm}$$

Díky velkému průhybu není tato varianta nejvhodnější. Pro snížení průhybů by bylo vhodné upravit pilíře, například zvětšením průřezů.

### 10.3 Kombinace betonových pilířů a táhla

Tato varianta kombinuje zachycení vodorovných reakcí od stálého zatížení a tuhost betonových pilířů při zachycení ostatního proměnného zatížení.

Parametry betonových pilířů a táhla zůstávají stejné jako v předchozích kapitolách.



Obr. 10.2 – Obálka průhybů pro oblouk bez kloubu uprostřed rozpětí s betonovými pilíři a táhlem

Touto kombinací jsme dokázali snížit průhyby u oblouku bez kloubu uprostřed rozpětí na:

$$u_{1,max} = 10,8 \text{ mm}$$

$$u_{2,max} = 86,0 \text{ mm}$$

A pro oblouk s kloubem uprostřed rozpětí:

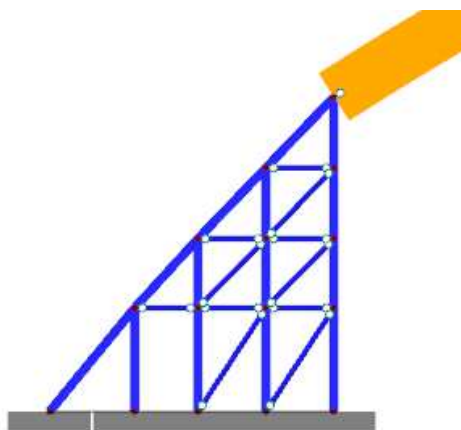
$$u_{1,\max} = 10,5 \text{ mm}$$

$$u_{2,\max} = 94,0 \text{ mm}$$

Tato varianta zachycení vodorovných sil je již více přívětivá.

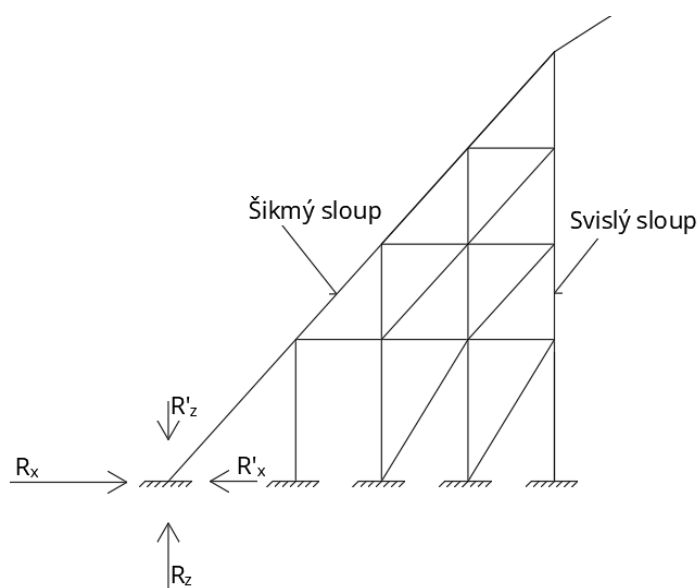
#### 10.4 Příhradová konstrukce

Poslední variantou je varianta příhradové konstrukce. Opět je výška konstrukce 10 m, šířkově celou halu rozšíří o 9 m na každé straně. Je sestavená ze sloupů průřezu HEB 300 a šikmých a vodorovných prutů průřezů L 130x130x16 z oceli S 355.



Obr. 10.3 – Příhradová konstrukce

Tento tvar je příznivý díky napodobení úhlu, kterým jde hlavní šikmá reakce z obloukového nosníku, dále se přenesou do šikmého sloupu, který je již vetknut do základové konstrukce. Díky použití více sloupů se reakce rozloží, největší reakce ovšem zůstávají v šikmém sloupu a ve svislém krajním sloupu.



Obr. 10.4 – Příhradová konstrukce – označení

Tabulka 10.1 – Podporové reakce hlavních sloupů příhradové konstrukce

|              | $R_z$ [kN] | $R'_z$ [kN] | $R_x$ [kN] | $R'_x$ [kN] |
|--------------|------------|-------------|------------|-------------|
| Šikmý sloup  | 601,535    | 41,757      | 492,690    | 37,315      |
| Svislý sloup | 49,523     | 390,081     | 5,937      | 0,584       |

Maximální průhyby u nosníku bez kloubu uprostřed rozpětí jsou:

$$u_{1,max} = 4,5 \text{ mm}$$

$$u_{2,max} = 45,2 \text{ mm}$$

Průhyby u nosníku s kloubem uprostřed rozpětí jsou:

$$u_{1,max} = 4,6 \text{ mm}$$

$$u_{2,max} = 48,5 \text{ mm}$$

Tato varianta je tedy nejlepší z vyzkoušených. Disponuje malými průhyby a navíc v příhradové konstrukci vznikne prostor, který se dá využít vzhledem k účelům haly například jako boxy pro koně. U svislého sloupu je také potřeba dbát na správné vetknutí do základové konstrukce, neboť je zde reakce tahová a musí se předejít případnému nadzvednutí z podpory.

## 11 Předběžný posudek na vzpěrnou pevnost

V této kapitole provedeme předběžný posudek na vzpěrnou pevnost pro vybočení v rovině oblouku. Jako první je potřeba určit vzpěrnou délku. Použijeme tedy délku celého oblouku.

Tento posudek budeme počítat na kombinaci s maximálním momentem, tomuto odpovídá kombinace:  $1,35 * (ZS1 + ZS2) + 1,5 * ZS6 + 0,9 * ZS14 + 0,9 * ZS9$

$$M_{\max} = 690,793 \text{ kNm}$$

$$N_{\text{odp}} = -498,314 \text{ kN}$$

Postup byl zpracován podle literatury [11].

$$A = 0,26 * 1,8 = 0,468 \text{ m}^2$$

$$I = \frac{1}{12} * b * h^3 = \frac{1}{12} * 0,26 * 1,8^3 = 0,126 \text{ m}^4$$

$$z = \frac{1}{2} * h = \frac{1}{2} * 1,8 = 0,9 \text{ m}$$

$$i = 0,52 \text{ m}$$

$$k_{\text{mod}} = 0,9$$

$$\gamma_M = 1,25$$

Návrhová pevnost v tlaku rovnoběžně s vlákny:

$$f_{c,0,d} = k_{\text{mod}} * \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,9 * \frac{26,5}{1,25} = 19,08 \text{ MPa}$$

Návrhová pevnost v ohybu:

$$f_{m,d} = k_{\text{mod}} * \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,9 * \frac{32}{1,25} = 23,04 \text{ MPa}$$

Délka oblouku:

$$L = 78,903 \text{ m}$$

$$\beta = 1$$

$$L_{\text{cr}} = L * \beta = 78,903 * 1 = 78,903 \text{ m}$$

Kritická štíhlost:

$$\lambda = \frac{L_{\text{cr}}}{i} = \frac{78,903}{0,52} = 151,737$$

$$\sigma_{c,\text{crit}} = \pi^2 * \frac{E_{0,05}}{\lambda^2} = \pi^2 * \frac{11\,417}{151,737^2} = 4,89 \text{ MPa}$$

Poměrná štíhlost:

$$\lambda_{\text{rel}} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,\text{crit}}}} = \sqrt{\frac{26,5}{4,89}} = 2,328$$

$$\beta_c = 0,1 \text{ - pro lamelové dřevo}$$



$$k = 0,5 * [1 + \beta_c * (\lambda_{rel} - 0,3) * \lambda_{rel}^2] =$$

$$0,5 * [1 + 0,1 * (2,328 - 0,3) + 2,328^2] = 3,311$$

Součinitel vzpěrnosti:

$$k_c = \frac{1}{k * \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}} = \frac{1}{3,311 * \sqrt{3,311^2 - 2,328^2}} = 0,177$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N}{A} = \frac{498,314}{0,468} = 1,065 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m,d} = \frac{M}{I} * Z = \frac{690,793}{0,126} * 0,9 = 4,934 \text{ MPa}$$

Posudek:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c * f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{1,065}{0,177 * 19,08} + \frac{4,934}{23,04} = 0,53 < 1,0 \quad \text{VYHOVUJE}$$

Využití průřezů je 53 %.

## 12 Stabilita

### 12.1 Teorie

Pokud je štíhlý prut namáhaný tlakem může dojít k jeho vybočení z osy neboli ke ztrátě stability při působení jiného zatížení, toto namáhání se tedy nazývá vzpěrný tlak. Odolnost tohoto prutu proti vybočení se nazývá vzpěrná pevnost.

Stabilní stav rovnováhy je stav původní rovnováhy, kdy se těleso vrátí do původního stavu, které mělo před vychýlením. Stav nestabilní rovnováhy se rozumí těleso, které se při malém vychýlení pohybuje do té doby, než nejde nový stav stabilní rovnováhy na jiném místě. Toto jsou dva různé stavy rovnováhy, mezi kterými je stav indiferentní. Tento stav popisuje stav tělesa, při kterém zůstává těleso ve změněné poloze a již se nepohybuje.

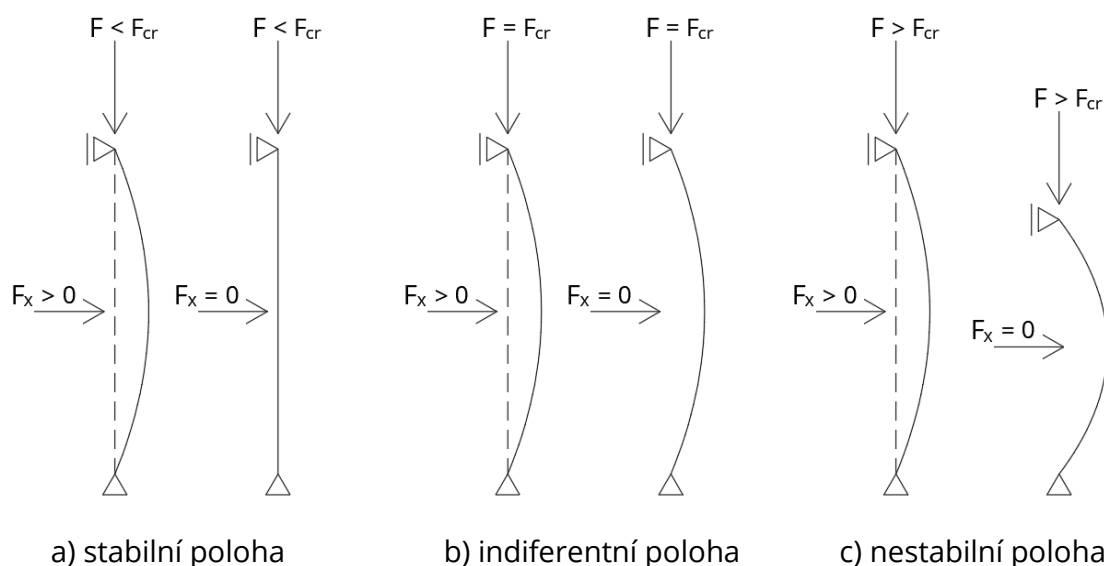
Stabilita je schopnost soustavy vracet se do původní polohy při malém vychýlení z původního stavu, jakmile pomine zdroj vychýlení.

Toto chování si můžeme demonstrovat na příkladu oboustranně kloubově uloženého štíhlého prutu. Předpoklady pro prut jsou, že jeho materiál musí být dokonale pružný a jeho osa ideálně přímá, tedy že do modelu nevstupují žádné výrobní vady.

Tento prut shora zatížíme silou F a budeme zkoumat vliv její velikosti na stabilitu prutu.

Při malé hodnotě síly F se prut při působení síly  $F_x$  vychýlí, ale při odlehčení se vrátí do své původní polohy, prut je tedy ve stabilní poloze.

Při zvětšování síly  $F$  se prut stále pomaleji vrací do své původní polohy a zvětšíme-li sílu tak, že prut zůstane ve vychýlené poloze, tak tato síla se nazývá kritická síla  $F_{cr}$ . Pokud budeme prut stále namáhat silou větší než  $F_{cr}$  prut se již nikdy neudrží ve své původní poloze – přímé poloze. Průhyby začnou růst velice rychle. Tento stav je již nestabilní, tento jev se nazývá ztráta stability. Pruty obecně vybočují v ose menší tuhosti.



Obr. 12.1 – Polohy tlačенého prutu

Kritická síla  $F_{cr}$  je tedy limitní zatížení, které je možné umístit na konstrukci (prut), tak aby byla konstrukce stabilní.

Kritickou sílu lze vypočítat podle vzorce Eulerova řešení, hovoříme pak o Eulerově kritické síle.

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 * E * I_{min}}{l^2}$$

$I_{min}$  je menší za dvou momentů setrvačnosti.

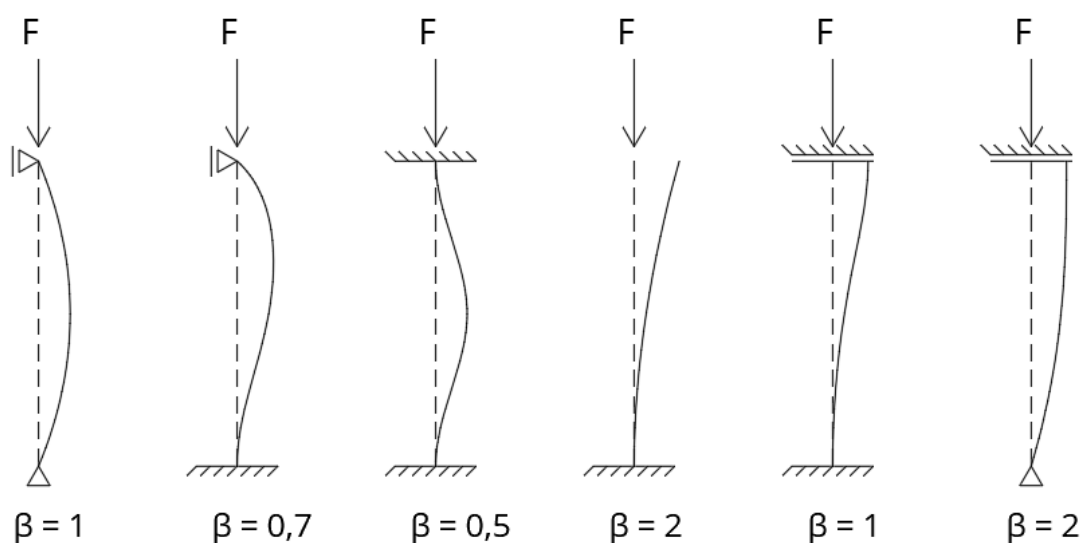
Vzdálenost  $l$  je délka prutu, protože je totožná s délkou půlvlny funkce sinus.

Pro pruty s jinými okrajovými podmínkami než kloubové uložení na obou koncích prutu se délka prutu  $l$  nahradí vzpěrnou délkou  $L_{cr}$ , která odpovídá vzdálenosti inflexních bodů.

Obecně se tato vzpěrná délka v literatuře vyjadřuje násobkem délky prutu  $l$ .

$$L_{cr} = \beta * l$$

Ostatní případy uložení prutu jsou znázorněny na obrázku číslo 12.2.



Obr. 12.2 – Koeficienty vzpěrných délek pro případy uložení

Další problematiky stability jsou záležitosti dalšího studia, proto zde nebudou dále vysvětlovány.

## 12.2 Výpočet stability v programu RFEM

### 12.2.1 Příklad rovného nosníku

V této kapitole srovnáme ruční výpočet kritické síly s výpočtem v programu RFEM. Obecně se ztráta stability projeví v ose menší tuhosti, ale v našem případě pracujeme v rovině, takže uvažujeme, že nedojde k vybočení v ose y.

Výpočty budou probíhat na přímých prutech oboustranně kloubově uložených o rozpětích  $L_1 = 50$  m,  $L_2 = 100$  m a  $L_3 = 74$  m. Průřez budeme uvažovat náš základní průřez u oblouku o rozměrech 1,80 x 0,26 m a modulu pružnosti v tahu 13 700 MPa.

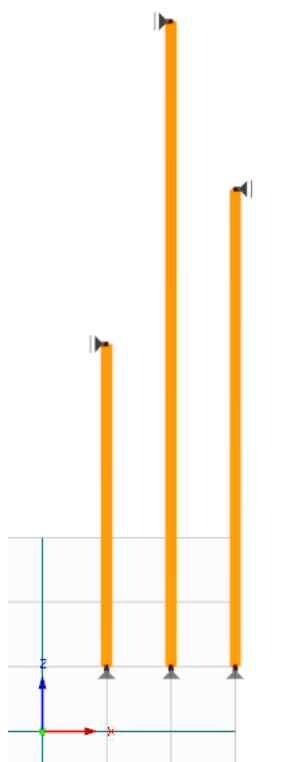
$$I = \frac{1}{12} * b * h^3 = \frac{1}{12} * 0,26 * 1,8^3 = 0,126 \text{ m}^4$$

$$L_1 = 50 \text{ m} \quad F_{cr} = \frac{\pi^2 * E * I}{L_1^2} = \frac{\pi^2 * 13,7 * 10^9 * 0,126}{50^2} = 6\,814,76 \text{ kN}$$

$$L_2 = 100 \text{ m} \quad F_{cr} = \frac{\pi^2 * E * I}{L_1^2} = \frac{\pi^2 * 13,7 * 10^9 * 0,126}{100^2} = 1\,703,69 \text{ kN}$$

$$L_3 = 74 \text{ m} \quad F_{cr} = \frac{\pi^2 * E * I}{L_1^2} = \frac{\pi^2 * 13,7 * 10^9 * 0,126}{74^2} = 3\,111,20 \text{ kN}$$

V programu RFEM vytvoříme nosníky o zadaných rozpětích a zatížíme je jednotkovou silou. V přídatném modulu RF-STABILITY – Stabilitní analýza nastavíme výpočet pro tuto jednotkovou sílu a program nám vypočítá Součinitel kritického zatížení  $f$ . Tento součinitel nám udává, kolikrát lze zvýšit zatížení, než se nosník dostane do indiferentního stavu. Pokud tento součinitel podělíme zatěžovací silou, v našem případě  $F = 1$  kN, zjistíme kritickou sílu nosníku.



Obr. 12.3 – Znázornění prutů a souřadnicového systému v programu RFEM

$$f = \frac{F_{cr}}{F} \quad \rightarrow \quad F_{cr} = \frac{f}{F} = \frac{f}{1} = f$$

$$L_1 = 50 \text{ m} \quad F_{cr,1} = 6\,684,08 \text{ kN}$$

$$L_2 = 100 \text{ m} \quad F_{cr,2} = 1\,699,02 \text{ kN}$$

$$L_3 = 74 \text{ m} \quad F_{cr,3} = 3\,088,41 \text{ kN}$$

V následující tabulce jsou srovnány výsledky ručního výpočtu a výsledků z programu RFEM. Můžeme vidět, že u zadaných rozpětí je největší odchylka u rozpětí  $L_1 = 50$  m, a můžeme sledovat trend, že se zvyšujícím se rozpětím se hodnota kritické síly zpřesňuje.

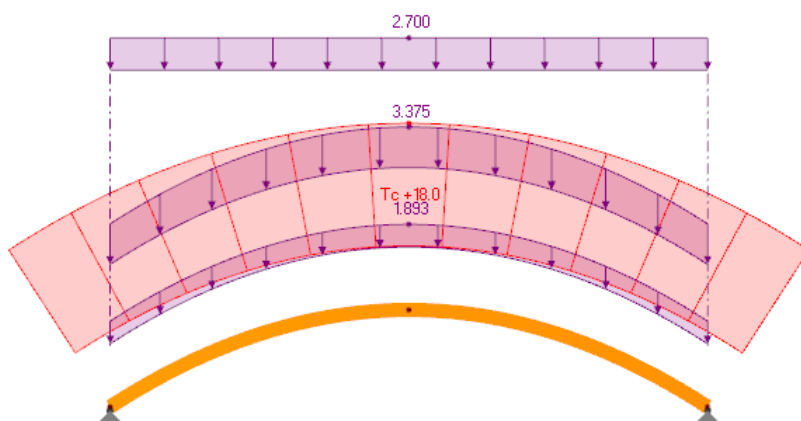
Tabulka 12.1 – Porovnání kritických sil

| Rozpětí | Ruční výpočet<br>$F_{cr}$ [kN] | RFEM<br>$F_{cr}$ [kN] | Rozdíl<br>[%] |
|---------|--------------------------------|-----------------------|---------------|
| 50 m    | 6814,76                        | 6684,08               | 1,96          |
| 100 m   | 1703,69                        | 1699,02               | 0,28          |
| 74 m    | 3111,20                        | 3088,41               | 0,74          |

### 12.2.2 Stabilita na obloukovém nosníku

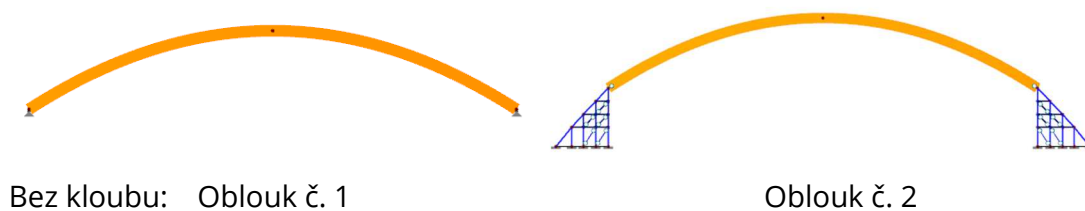
Nyní budeme počítat stabilitu již na obloukovém nosníku. Tento výpočet provedeme pouze v programu RFEM. Pokusíme se zjistit, kolikrát lze naše zatížení zvýšit, než se oblouk dostane do indiferentního stavu.

Jako první si musíme určit kombinaci zatížení, která vyvodí nejnepříznivější účinek. Toto splňuje kombinace:  $1,35 * (ZS1 + ZS2) + 1,5 * ZS3 + 0,75 * ZS5 + 0,9 * ZS13$

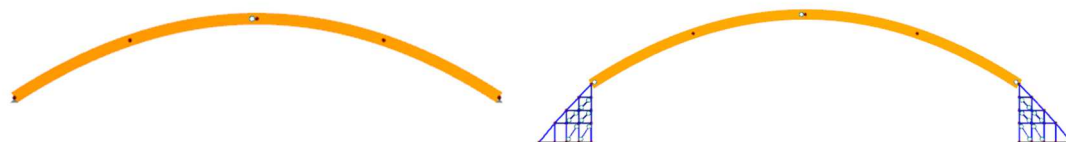


Obr. 12.4 – Zatížení pro výpočet stability 1

Stabilita bude počítaná pro oblouk bez kloubu i pro oblouk s kloubem uprostřed rozpětí a zároveň s uloženíím na teoretických kloubových podporách a s příhradovou konstrukcí.



Obr. 12.5 – Oblouky bez kloubů uprostřed rozpětí



S kloubem: Oblouk č. 3

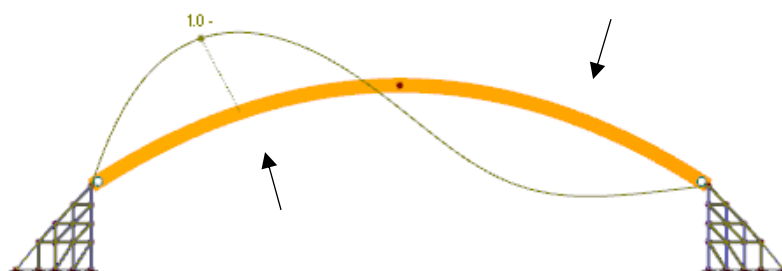
Oblouk č. 4

Obr. 12.6 – Oblouky s kloubem uprostřed rozpětí

Tabulka 12.2 – Součinitelé kritického zatížení pro zatížení 1

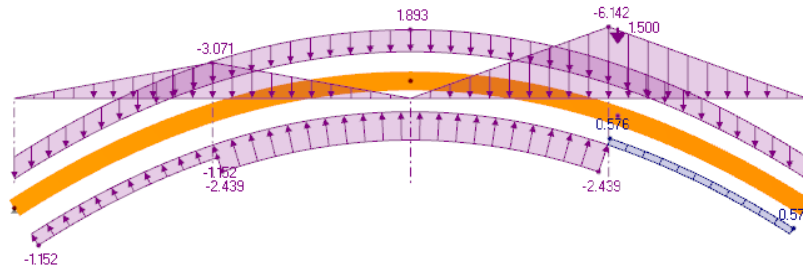
|                                  | Oblouk č. 1 | Oblouk č. 2 | Oblouk č. 3 | Oblouk č. 4 |
|----------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Součinitel kritického zatížení f | 11,468      | 11,496      | 11,494      | 11,475      |

Z uvedené tabulky vyčteme, že nosníky jsou stabilní a do indiferentního stavu by se dostaly, pokud bychom naší kombinaci zatížení vynásobili součinitelem kritického zatížení  $f$ . Dále můžeme vyčíst, že stabilněji působí nosníky s příhradovou konstrukcí, protože se tato příhradová konstrukce již deformuje, čili vznikají posuny v ose  $x$ , obloukový nosník se roztahuje a tento jev napomáhá větší stabilitě.



Obr. 12.7 – Tvar vybočení oblouku

Z uvedeného obrázku si můžeme všimnout tvaru křivky vybočení, který nám říká, že pokud by byl nosník zatížen ve směru šipek v určitých místech, měli bychom dostat nejhorší výsledek součinitele kritického zatížení. Pokusíme se tedy vybrat z našich zatěžovacích stavů případy zatížení, které by mohly odpovídat tomuto případu. Jde o kombinaci zatížení:  $1,35 * (ZS1 + ZS2) + 1,5 * ZS4 + 0,75 * ZS6 + 0,9 * ZS9$

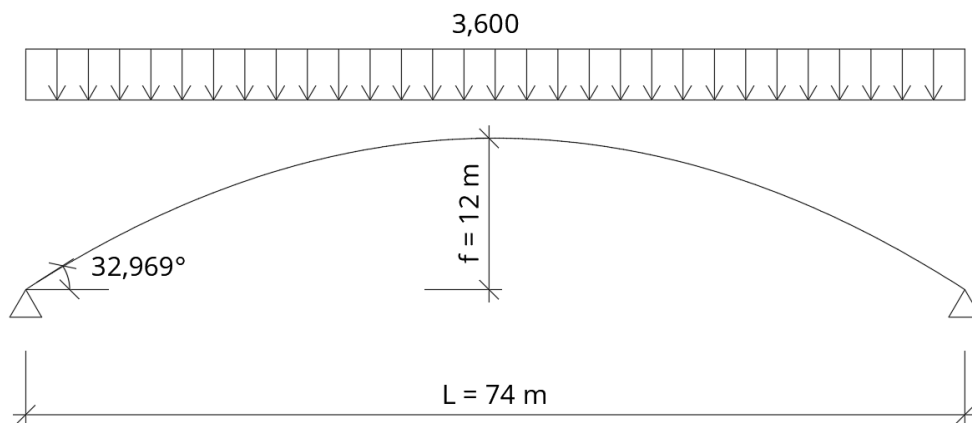


Obr. 12.8 – Zatížení pro výpočet stability 2

Pro tento případ zatížení vyšel součinitel kritického zatížení  $f = 22,514$ . Pro předchozí kombinaci zatížení je  $f = 11,468$ , tudíž se nám nepotvrdila hypotéza o zatížení podle tvaru křivky vybočení. Je zřejmé, že pro tento příklad obloukového nosníku je nejhorší kombinace plošné rovnoměrné zatížení.

### 13 Ruční příklad

Pro kontrolu se zde pokusíme o ruční výpočet zatěžovacího stavu číslo 5.



Obr. 13.1 – Schéma oblouku se zatížením

Přestože je oblouk plochý ( $f/L < 0,2$ ) budeme výpočet uvažovat jako přibližný, zanedbáme tedy vliv normálových a posouvajících sil. Výpočet budeme provádět pomocí silové metody. Následující postup byl převzat z literatury [1], [2] a [9]. Zatížení je rovnoměrné a symetrické, můžeme tedy s jistotou říct, že reakce v podpoře 1 budou shodné s reakcemi v podpoře 2.

Rovnice paraboly druhého stupně:

$$z(x) = \frac{4fx}{L^2} * (L - 2x)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{4f}{L^2} * (L - 2x)$$

Jako první určíme z podmínky rovnováhy v ose z reakce  $R_z$ .

$$\begin{aligned} \sum F_{zi} = 0: \quad R_{1z} + R_{2z} - Q &= 0 \\ R_{1z} + R_{2z} - q * l &= 0 \\ R_{1z} = R_{2z} = \frac{q * l}{2} &= \frac{3,6 * 74}{2} = 133,2 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\delta_{ik} = \int_L \frac{M_i M_k}{EI} * \frac{I_v}{I_v} * ds + \int_L \frac{N_i N_k}{EA} * \frac{A_v}{A_v} * ds + \int_L \kappa * \frac{V_i V_k}{GA} * ds$$

$$ds = \frac{dx}{\cos\varphi}$$

Po zanedbání  $N$  a  $V$  a po dosazení dostaneme:

$$\delta_{ik} = \frac{1}{E I_v} \int_0^l \frac{I_v}{I * \cos\varphi} * M_i M_k dx$$

$$\delta_{1,1} = \frac{1}{E I_v} \int_0^l \frac{I_v}{I * \cos\varphi} * M_1^2(x) dx = \frac{1}{E I_v} \int_0^l \left[ -\frac{4f * x}{L^2} * (L - x) \right]^2 dx = \frac{8L * f^2}{15E I_v}$$

$$\delta_{1,0} = \frac{1}{E I_v} \int_0^l \left[ -\frac{4f * x}{L^2} * (L - x) \right] * \frac{q * x}{2} * (L - x) dx = -\frac{q * f * L^3}{15E I_v}$$

$$\frac{8L * f^2}{15E I_v} * R_{1x} = -\frac{q * f * L^3}{15E I_v}$$

$$R_{1x} = -\frac{q * L^2}{8f} = -\frac{3,6 * 74^2}{8 * 12} = -205,35 \text{ kN} = -R_{2x}$$

Výpočet normálových sil:

$$N(x) = -\frac{q * L^2}{8f} * \cos\varphi - \frac{q}{2} (L - 2x) * \sin\varphi$$

$$\begin{aligned} N(0) = N(L) &= -\frac{3,6 * 74^2}{8 * 12} * \cos(32,969) - \frac{3,6}{2} (74 - 2 * 0) * \sin(32,969) = \\ &= -244,767 \text{ kN} \end{aligned}$$



$$N(L/2) = - \frac{3,6 * 74^2}{8 * 12} * \cos(0) - \frac{3,6}{2} (74 - 2 * 37) * \sin(0) = -205,350 \text{ kN}$$

Tabulka 13.1 – Podporové reakce a normálové síly na obloukovém nosníku

|                         | Rz [kN] | Rx [kN] | N(0) [kN] | N(L/2) [kN] |
|-------------------------|---------|---------|-----------|-------------|
| Ruční výpočet           | 133,200 | 205,350 | -244,767  | -205,350    |
| RFEM - model bez kloubu | 133,200 | 204,618 | -244,152  | -204,616    |
| RFEM - model s kloubem  | 133,200 | 205,350 | -244,766  | -205,348    |

V tabulce 13.1 můžeme vidět, že hodnoty se téměř neliší. Vzniklá chyba nastala u zanedbání normálových a posouvajících sil. Srovnání bylo provedeno i pro oblouk s kloubem uprostřed rozpětí, zde si můžeme všimnout, že hodnoty ručního výpočtu téměř zcela odpovídají hodnotám z programu RFEM. Důvodem je, že oblouk s kloubem má hodnoty posouvajících sil nulové, díky tomu neovlivňují výpočet.

## 14 Závěr

V bakalářské práci byl proveden návrh a statická analýza pro zastřešení sportovní haly. Pro statické výpočty byl použit program Dlubal RFEM 5.11, který počítá pomocí metody konečných prvků.

Zastřešení bylo navrženo jako obloukové a pracovalo se s jedním rovinným rámem. Pro účely bakalářské práce bylo vytvořeno mnoho modelů pro nalezení nejvhodnější křivky střednice oblouku a taktéž pro nalezení nejvhodnějšího vzepětí na určené rozpětí.

Výpočet zatížení stálého, zatížení užitého, zatížení od větru a zatížení od sněhu byl provedeno podle ČSN EN 1991-1 dle příslušných částí. Kombinace od zatěžovacích stavů byly provedeny automaticky v programu RFEM a následně zkontrolovány.

Ve výše uvedeném programu byly vytvořeny modely s prutovými prvky pro nosník bez kloubu uprostřed rozpětí a pro nosník s kloubem uprostřed rozpětí.

Dále byly vytvořeny modely s plošnými prvky. U konců oblouku byly použita vazba vetknutí-vetknutí, která představuje roznášecí desku. Podpora, která je zde pouze jako bodová se touto deskou roznese a nevznikne bodové namáhání.

Při vytváření kloubu v modelu s plošnými prvky byl proveden nejprve jednoduchý příklad na rovném nosníku, jehož výsledky a závěry byly poté aplikovány na obloukový nosník a byl vybrán nejvhodnější model vytvoření kloubu v modelu s plošnými prvky.

Navzájem se porovnávaly modely z prutových prvků a modely s plošnými prvky. Při porovnávání reakcí a průhybu došlo téměř ke stoprocentní shodě, můžeme tedy s jistotou říci, že výběr postupu vytvoření modelů nemá vliv na tyto veličiny.

Porovnání napětí  $\sigma_x$  v  $L/2$  mělo také velice přívětivý výsledek, ovšem porovnání napětí v  $L/4$  se již lišilo více. K této neshodě dochází, neboť je ve více zatěžovacích stavech v místě vyšetřování napětí skok v zatížení čili lokální namáhání. Tato skutečnost by mohla být vyřešena zhuštěním sítě konečných prvků nebo vytvořením náběhů u těchto skoků v zatížení.

Obloukový nosník vyvolává velké vodorovné reakce, tyto reakce byly zachyceny pomocí čtyř možných variant. Nejvhodnější variantou se jeví příhradová konstrukce, která zajistí malé průhyby celé konstrukce.

V této práci byl také proveden předběžný posudek na vzpěrnou pevnost, tento posudek prokázal, že oblouk na tento posudek vyhovuje.

Na celé konstrukci rovinného rámu byl proveden stabilitní výpočet v programu RFEM. Tento výpočet byl proveden na dvou kombinacích zatížení a bylo zjištěno, že konstrukce je plně stabilní, lze tedy konstatovat, že je navržena z adekvátních průřezů a materiálů.

Na závěr byl pro kontrolu vypočítán jeden za zatěžovacích stavů ručním výpočtem. Tento ruční výpočet téměř stoprocentně odpovídá výpočtu v programu RFEM.

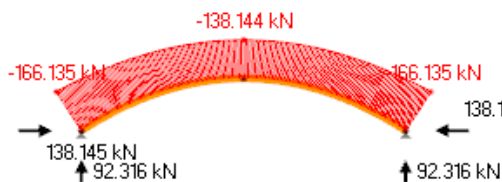
## Použitá literatura

- [1] Kadlčák, J., Kytýr, J. *Statika stavebních konstrukcí I. Základy stavební mechaniky, Staticky neurčité prutové konstrukce*. VUT v Brně, 1998
- [2] Kadlčák, J., Kytýr, J. *Statika stavebních konstrukcí II. Staticky neurčité prutové konstrukce*. Druhé vydání. VUTIUM, Brno 2004
- [3] Kala, Z., Kala, J. *Pružnost a pevnost. Složené případy namáhání prutu, Stabilita a vzpěrná pevnost tlačných prutů*. Skriptum. VUT v Brně, 2004
- [4] ČSN EN 1991-1-1 – Zatížení konstrukcí – Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení pozemních staveb, Český normalizační institut, Praha 2004
- [5] ČSN EN 1991-1-3 – Zatížení konstrukcí – Zatížení sněhem, Český normalizační institut, Praha 6/2016
- [6] ČSN EN 1991-1-4 – Zatížení konstrukcí – Zatížení větrem, Český normalizační institut, Praha 4/2013
- [7] Národní příloha k ČSN EN 1991-1-3 – Zatížení konstrukcí – Zatížení sněhem
- [8] <https://dekwood.cz/produkty/bsh>
- [9] Kytýr, J., BD003 Statika 1, (přednášky), Brno, VUT FAST, 2017
- [10] Nečas, R., BL012 Betonové mosty 1, (přednášky), Brno, VUT FAST, 2019
- [11] Straka, B., Sýkora, K., *Dřevěné konstrukce, Prvky dřevěných konstrukcí*. Skriptum. VUT v Brně 2006

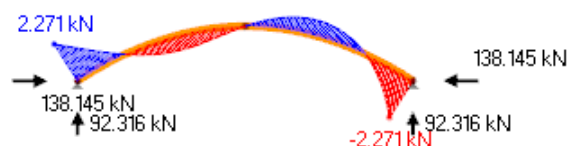
## Přílohy

### Vnitřní síly od jednotlivých zatěžovacích stavů pro nosník bez kloubu uprostřed rozpětí

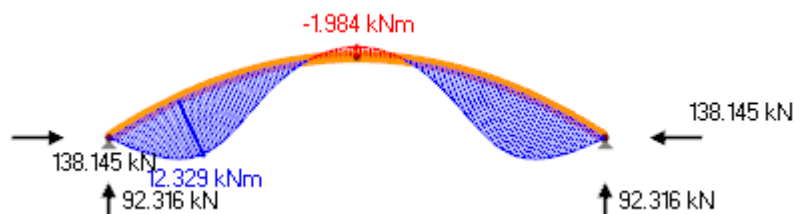
ZS1 – Normálové síly



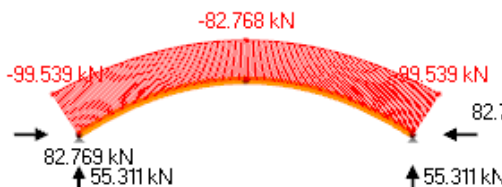
ZS1 – Posouvající síly



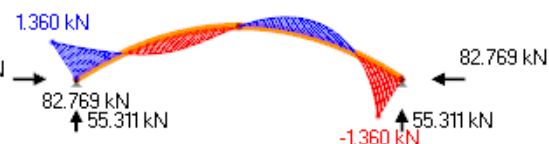
ZS1 – Ohybové momenty



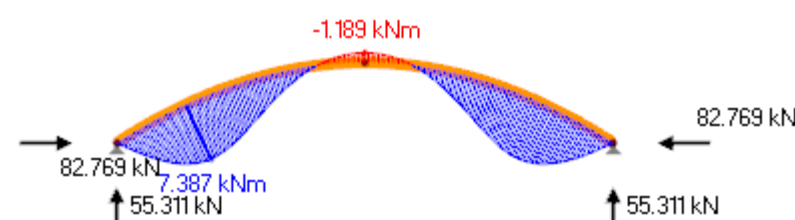
ZS2 – Normálové síly



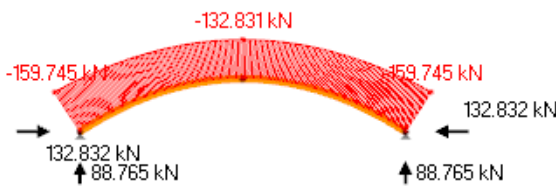
ZS2 – Posouvající síly



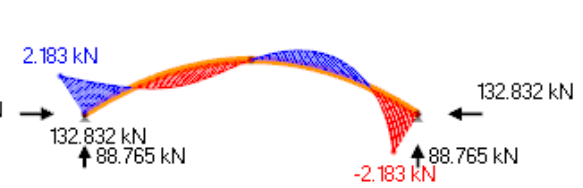
ZS2 – Ohybové momenty



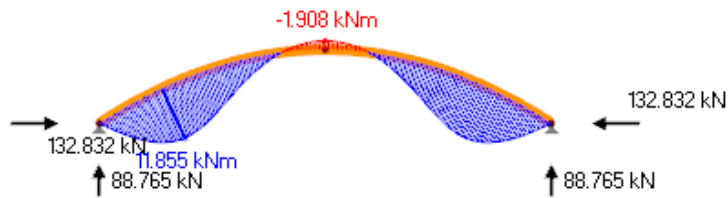
ZS3 – Normálové síly



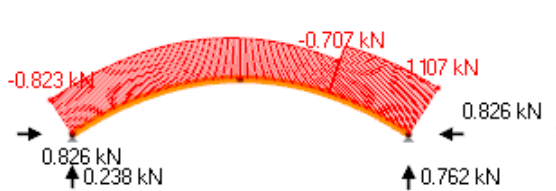
ZS3 – Posouvající síly



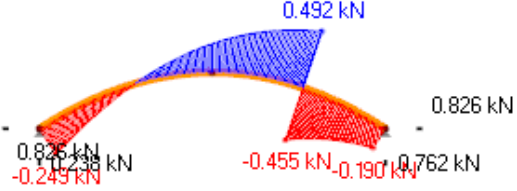
ZS3 – Ohybové momenty



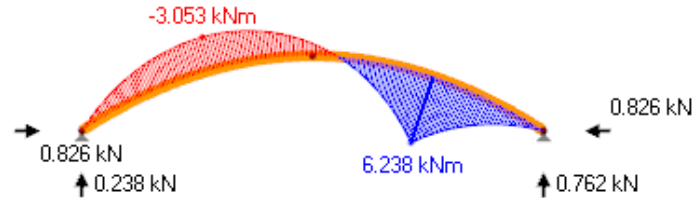
ZS4 – Normálové síly



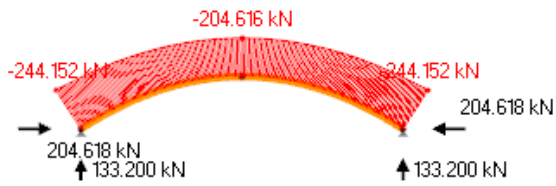
ZS4 – Posouvající síly



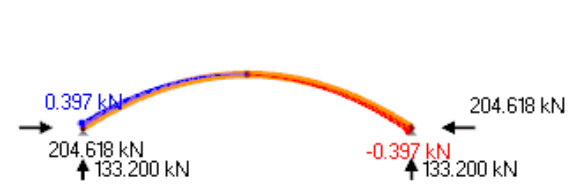
ZS4 – Ohybové momenty



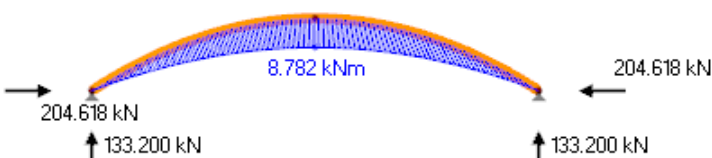
ZS5 – Normálové síly



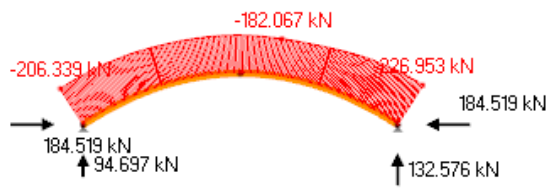
ZS5 – Posouvající síly



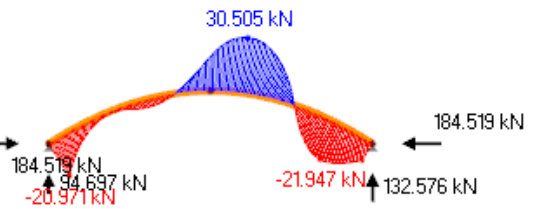
ZS5 – Ohybové momenty



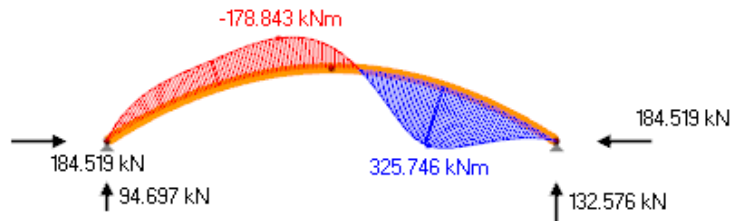
ZS6 – Normálové síly



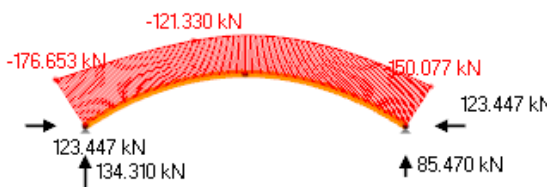
ZS6 – Posouvající síly



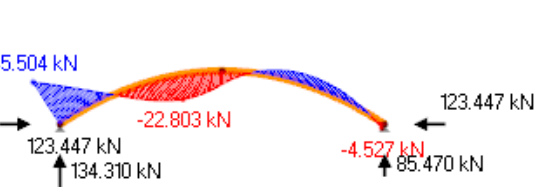
ZS6 – Ohybové momenty



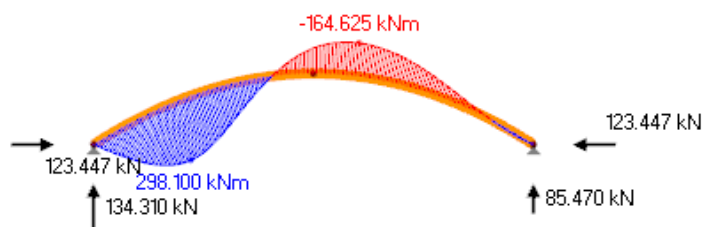
ZS7 – Normálové síly



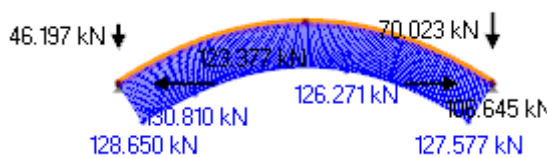
ZS7 – Posouvající síly



ZS7 – Ohybové momenty



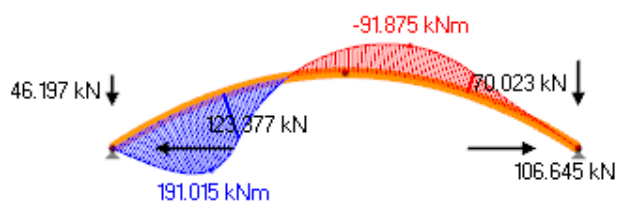
ZS8 – Normálové síly



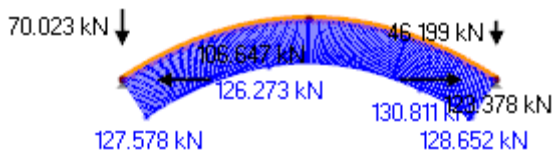
ZS8 – Posouvající síly



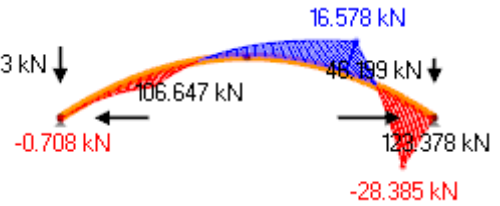
ZS8 – Ohybové momenty



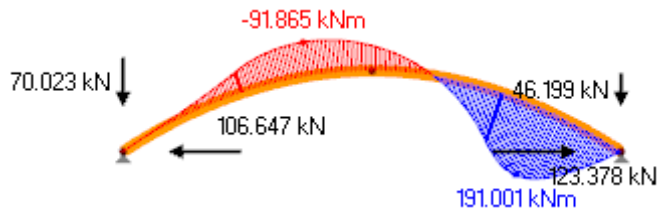
ZS9 – Normálové síly



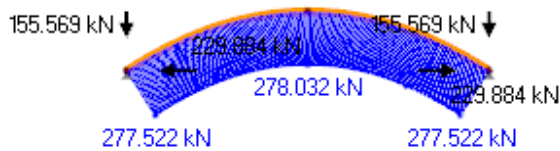
ZS9 – Posouvající síly



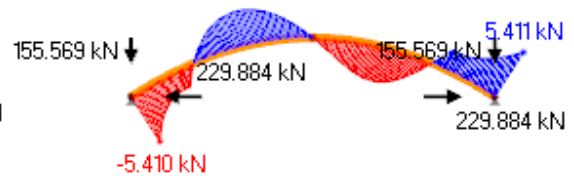
ZS9 – Ohybové momenty



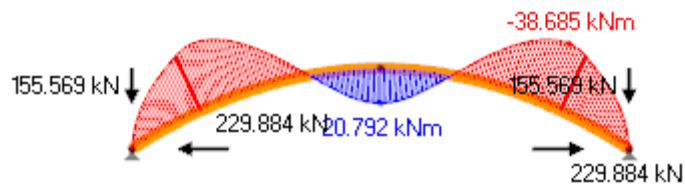
ZS10 – Normálové síly



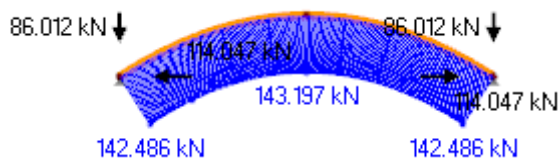
ZS10 – Posouvající síly



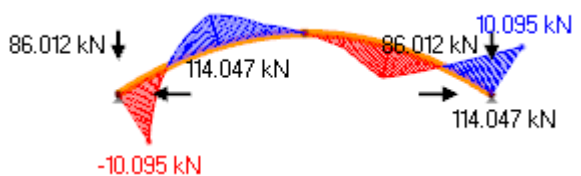
ZS10 – Ohybové momenty



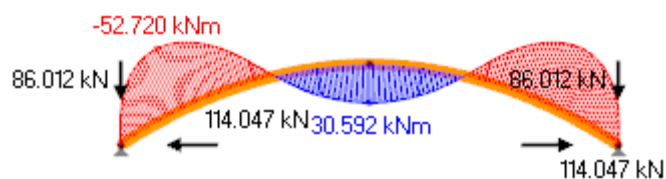
ZS11 – Normálové síly



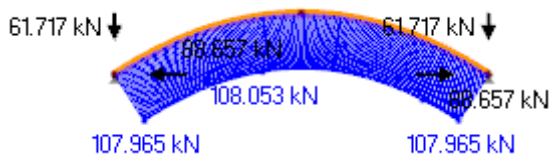
ZS11 – Posouvající síly



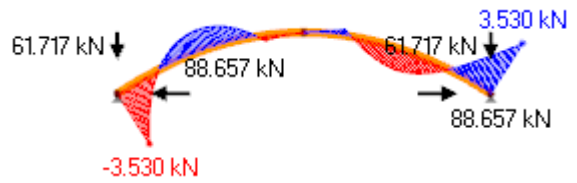
ZS11 – Ohybové momenty



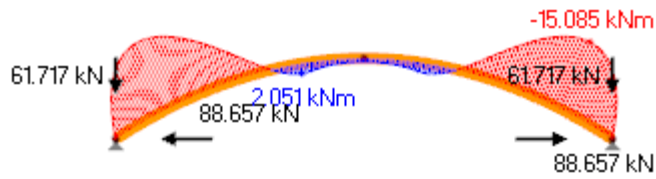
ZS12 – Normálové síly



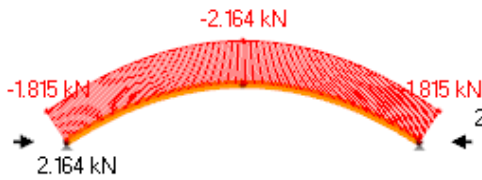
ZS12 – Posouvající síly



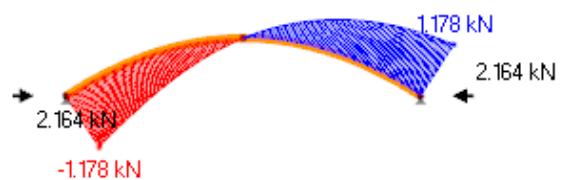
ZS12 – Ohybové momenty



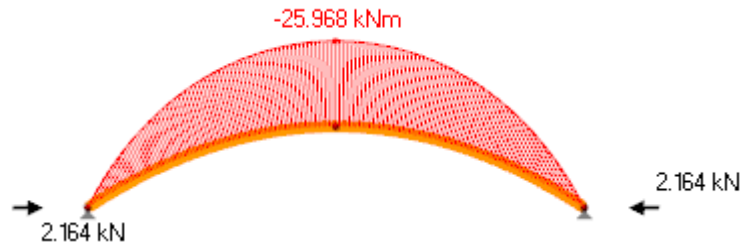
ZS13 – Normálové síly



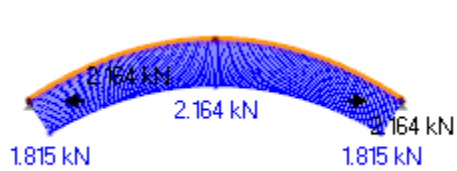
ZS13 – Posouvající síly



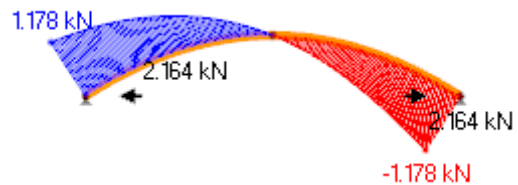
ZS13 – Ohybové momenty



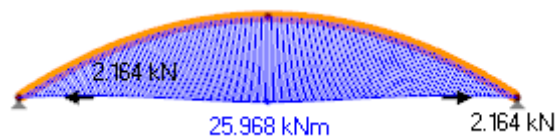
ZS14 – Normálové síly



ZS14 – Posouvající síly



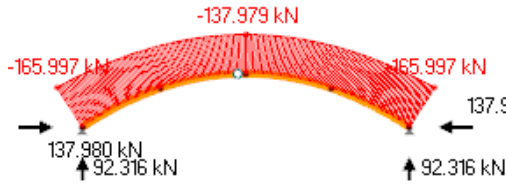
ZS14 – Ohybové momenty



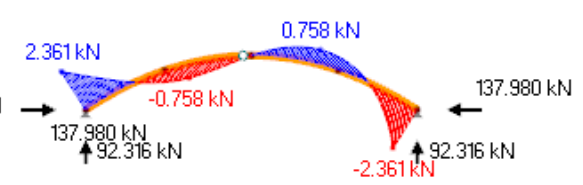


Vnitřní síly od jednotlivých zatěžovacích stavů pro nosník s kloubem uprostřed rozpětí

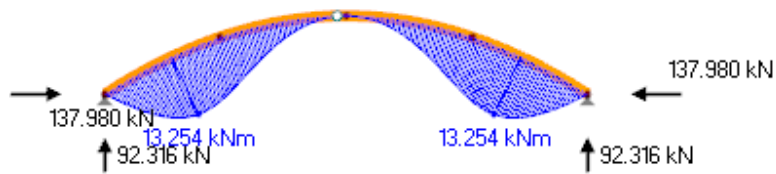
ZS1 – Normálové síly



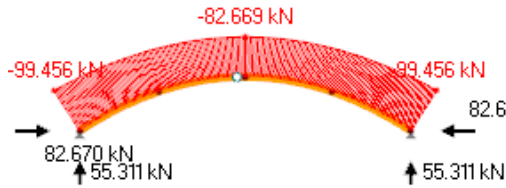
ZS1 – Posouvající síly



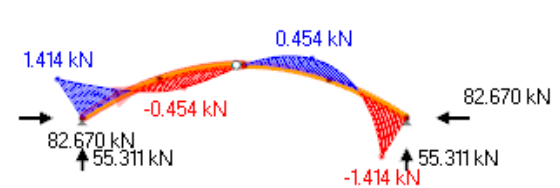
ZS1 – Ohybové momenty



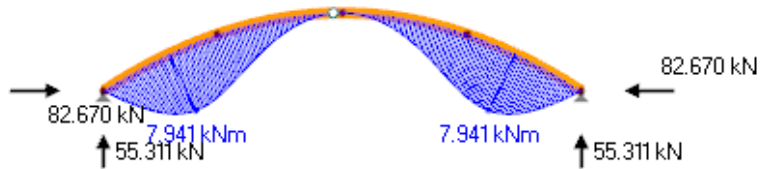
ZS2 – Normálové síly



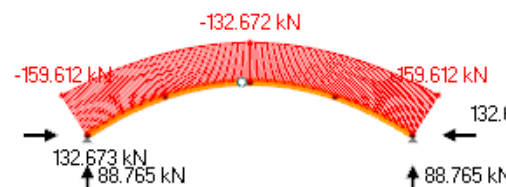
ZS2 – Posouvající síly



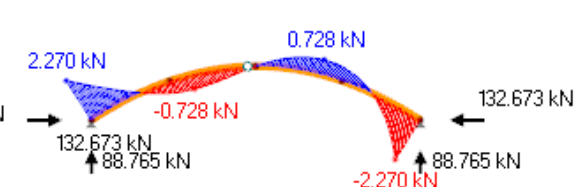
ZS2 – Ohybové momenty



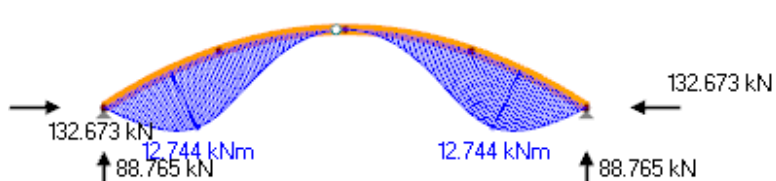
ZS3 – Normálové síly



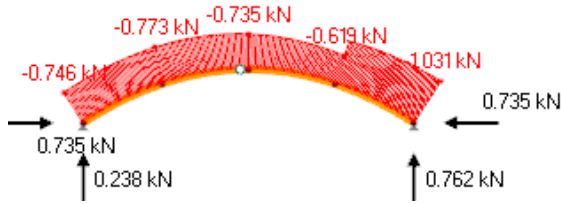
ZS3 – Posouvající síly



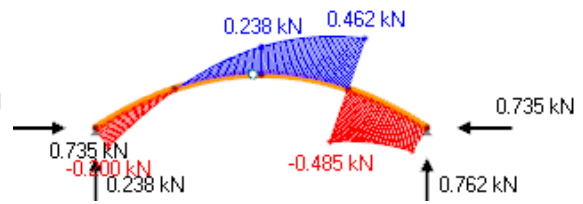
ZS3 – Ohybové momenty



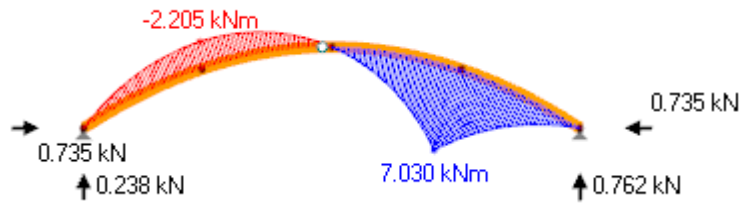
ZS4 – Normálové síly



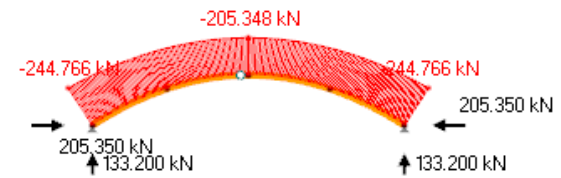
ZS4 – Posouvající síly



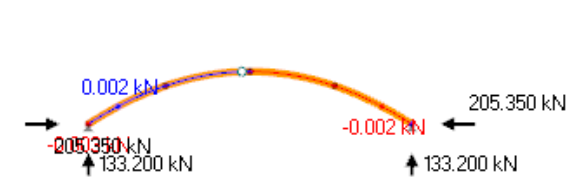
ZS4 – Ohybové momenty



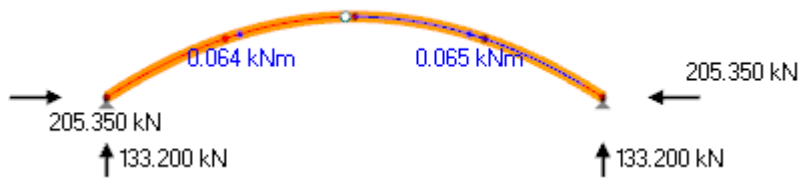
ZS5 – Normálové síly



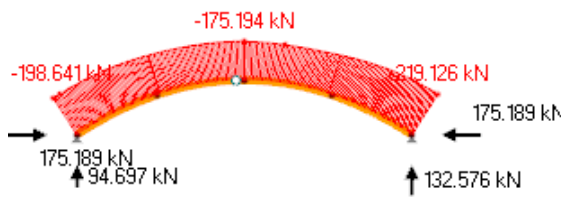
ZS5 – Posouvající síly



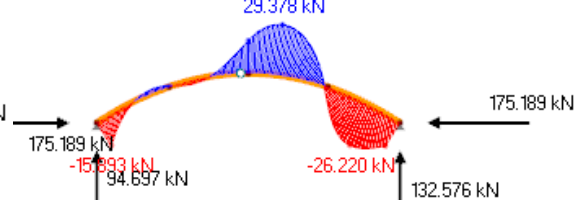
ZS5 – Ohybové momenty



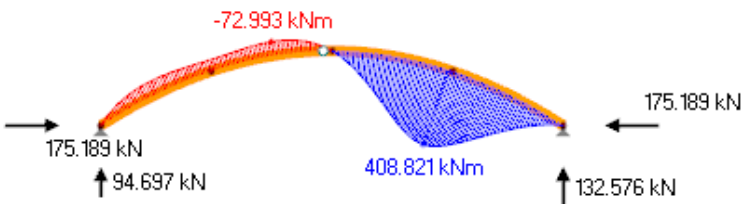
ZS6 – Normálové síly



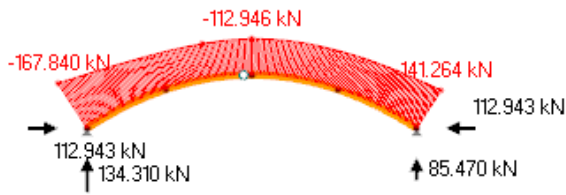
ZS6 – Posouvající síly



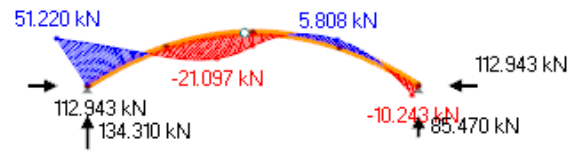
ZS6 – Ohybové momenty



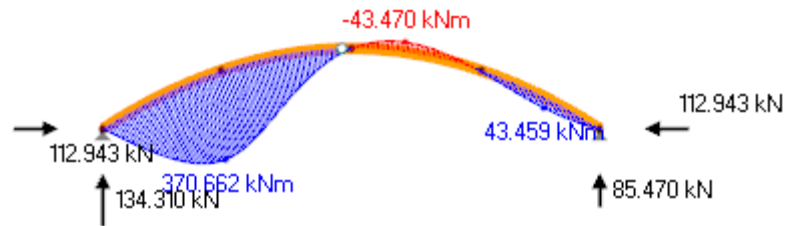
ZS7 – Normálové síly



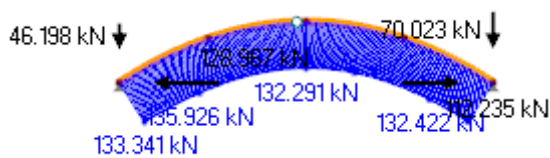
ZS7 – Posouvající síly



ZS7 – Ohybové momenty



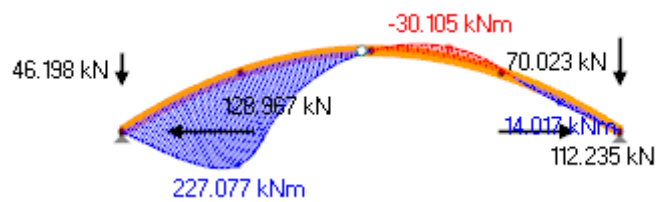
ZS8 – Normálové síly



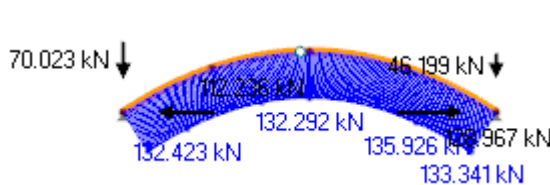
ZS8 – Posouvající síly



ZS8 – Ohybové momenty



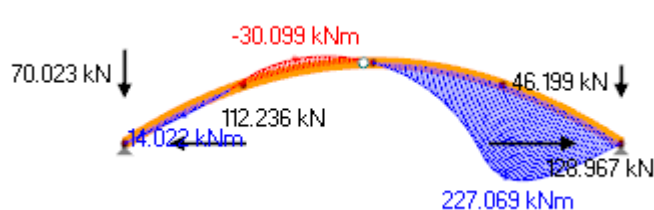
ZS9 – Normálové síly



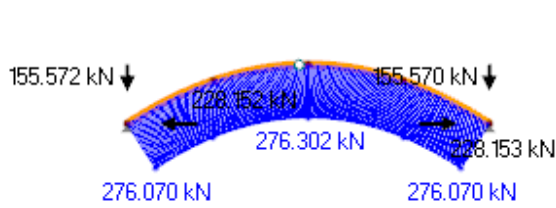
ZS9 – Posouvající síly



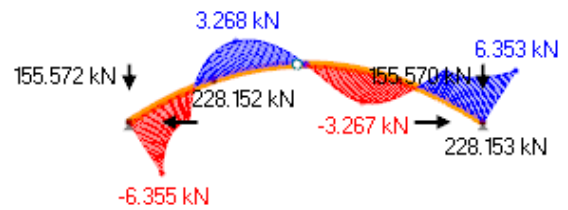
ZS9 – Ohybové momenty



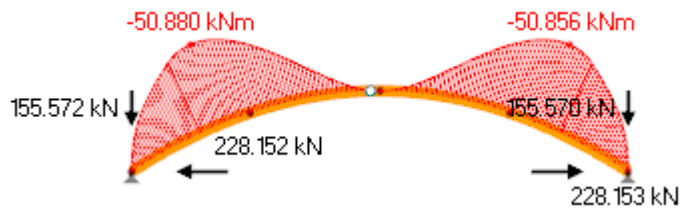
ZS10 – Normálové síly



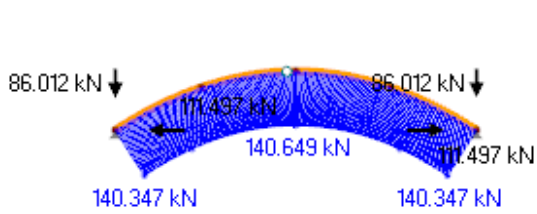
ZS10 – Posouvající síly



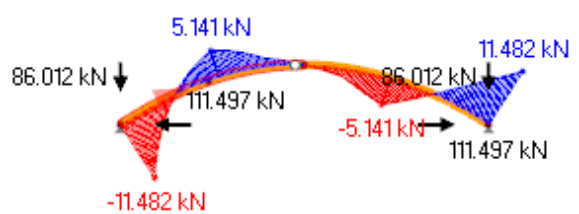
ZS10 – Ohybové momenty



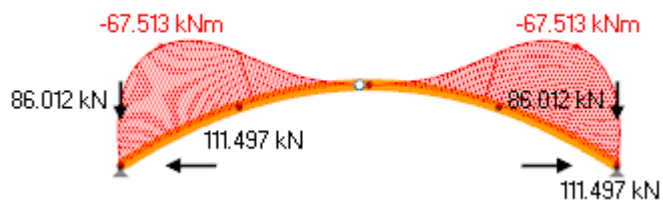
ZS11 – Normálové síly



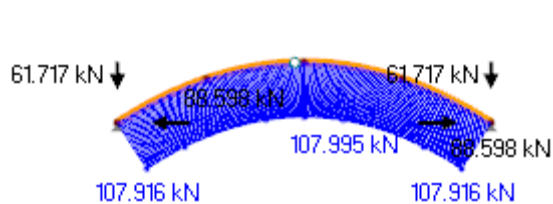
ZS11 – Posouvající síly



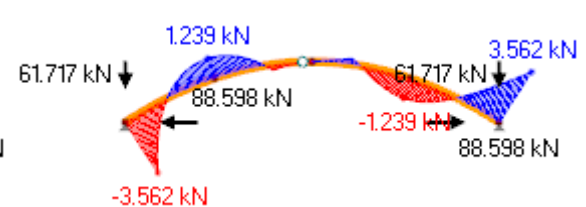
ZS11 – Ohybové momenty



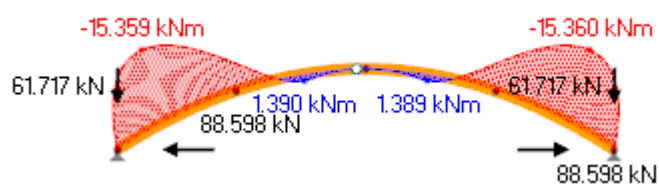
ZS12 – Normálové síly



ZS12 – Posouvající síly



ZS12 – Ohybové momenty



ZS13 – Normálové síly



ZS13 – Posouvající síly



ZS13 – Ohybové momenty



ZS14 – Normálové síly



ZS14 – Posouvající síly



ZS14 – Ohybové momenty

