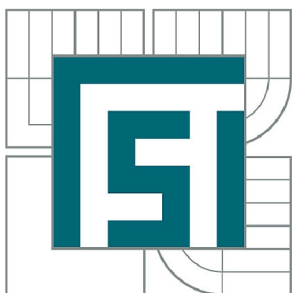


**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**  
**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A**  
**BIOMECHANIKY**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND  
BIOMECHANICS

## **STUDIE VLIVU SLOŽITOSTI CHABOCHEHO MODELU PLASTICITY NA NAPJATOST A DEFORMACI U VYSOKOTLAKÉ NÁDOBY**

STUDY OF THE CHABOCHE'S PLASTICITY MODEL COMPLEXITY INFLUENCE ON THE  
STRESS AND DEFORMATION AT THE HIGH PRESSURE VESSEL

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Bc. BORIS PARASKA**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**prof. RNDr. Ing. JAN VRBKA, DrSc., dr.  
h. c.**

BRNO 2014





Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2013/14

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Boris Paraska

který/která studuje v **magisterském studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

**Studie vlivu složitosti Chabocheho modelu plasticity na napjatost a deformaci u vysokotlaké nádoby**

v anglickém jazyce:

**Study of the Chaboche's plasticity model complexity influence on the stress and deformation at the high pressure vessel**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Posouzení vlivu složitosti Chabocheho modelu plasticity na napjatost a deformaci u vysokotlaké nádoby na základě výpočtové analýzy provedené pomocí Metody konečných prvků programovým systémem ANSYS či jiným dostupným. Stanovení parametrů Chabocheho výpočtového materiálového modelu pomocí numerické simulace tahové zkoušky.

Cíle diplomové práce:

Stanovení parametrů Chabocheho modelu plasticity pro různý stupeň složitosti (počet členů) na základě výpočtových simulací tahové zkoušky. Aplikace na tlakovou nádobu, výpočet napjatosti a deformace pomocí Metody konečných prvků. Stanovení zbytkových napětí po odtížení nádoby. Analýza vlivu variant Chabocheho modelu na napjatost a deformaci.

Seznam odborné literatury:

Dunne F., Petrinic N.: Introduction to Computational plasticity. Oxford University Press, 2006

Hill, R.: Mathematical theory of plasticity. Oxford University Press, 1998

Halama, R. et al.: Stanovení konstant Chabocheova nelineárního kinematického modelu zpevnění. In Applied Mechanics 2007, VŠB - TU Ostrava, 2007

Halama R.: Experimentální poznatky a fenomenologické modelování cyklické plasticity kovů. Habilitační práce. VŠB- TU Ostrava, Fakulta strojní, 2009

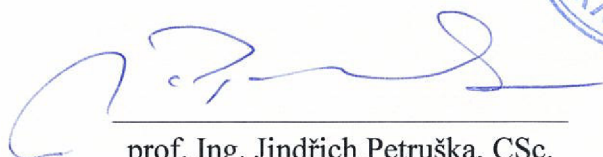
Rezaiee-Pajand, M., Sinaie, S.: On the calibration of the Chaboche hardening model and a modified hardening rule for uniaxial ratcheting prediction. International Journal of Solids and Structures, 2000, 46 (16), pp. 3009-3017

Vedoucí diplomové práce: prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

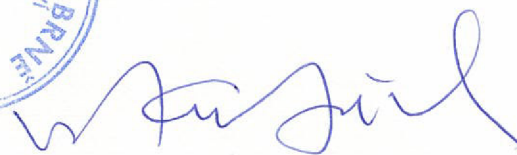
Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/14.

V Brně, dne 12.11.2013 12:22





prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
Ředitel ústavu



prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.  
Děkan

## ABSTRAKT

Hlavným cieľom tejto práce je stanovenie materiálových konštánt Chabocheho modelu plasticity tak, aby čo najvernejšie odpovedali experimentálne zisteným dátam. Týmto dátam zodpovedá krivka pre necelé dva počiatočné cykly deformačne riadeného testu jednoosého namáhania a cyklická deformačná krivka. Ďalej je vo výpočtovom programe ANSYS nasimulovaná ťahová skúška pre rôzne parametre Chabocheho materiálového modelu. Nakoniec nasleduje jeho najvhodnejšia konfigurácia na hrubostenné valcové teleso s otvorom zaťažené vnútorným pretlakom. Valcové teleso s otvorom predstavuje zjednodušený model vysokotlakového zásobníka paliva - railu v systéme vstrekovania nafty Common Rail.

## KLÚČOVÉ SLOVÁ

Nízkocyklová únava, Chabocheho model plasticity, ťahová skúška, autofretáž, tlstostenná vysokotlaková valcová nádoba (rail)

## ABSTRACT

The main aim of this thesis is to define material parameters of Chaboche model of plasticity. Adjustment of the parameters has to correspond to the experimental datas. These datas are represented by an uniaxial strain controlled test curve for fewer than two cycles and also by cyclic stress-strain curve. After that, an cyclic tension-compression test for various parameters of Chaboche's model of plasticity is simulated in an ANSYS software. Finally, the most suitable configuration of Chaboche's model of plasticity is used for cylindrical thick-walled body. Cylindrical body represents a simplified model of high-pressure tank of fuel (diesel) – rail in Common Rail system.

## KEY – WORDS

Low-cycle fatigue, Chaboche's model of plasticity, simple tension-compression test, auto-fretage, high-pressure tank of fuel – rail

---

**BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA**

PARASKA, B. *Studie vlivu složitosti Chabocheho modelu plasticity na napjatost a deformaci u vysokotlaké nádoby*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 96 s. Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c. [.](#)

## ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že táto práca je mojím pôvodným dielom, spracoval som ju samostatne pod vedením prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c. a s použitím literatúry uvedenej v zozname.

V Brne dňa 28. mája 2014

.....

Bc. Boris Paraska

## POĎAKOVANIE

Týmto by som sa chcel poďakovať prof. RNDr. Ing. Janovi Vrbkovi, DrSc., dr. h. c., za cenné rady a veľmi ochotný až srdečný prístup. Ďalšie poďakovanie patrí mojej rodine za nezištnú pomoc a podporu v priebehu celého štúdia. Za cenné rady a pripomienky taktiež ďakujem spolužiakom a kamarátom, konkrétne Bc. Jozefovi Dlugošovi a Bc. Jirkovi Královi.

## OBSAH

ÚVOD.....	11
<b>1. PREHLAD SÚČASNÉHO STAVU POZNANIA.....</b>	<b>12</b>
1.1. NAFTOVÉ MOTORY .....	12
1.1.1. Palivová sústava vznetrového motora.....	12
1.2. COMMON RAIL .....	13
1.2.1. Princíp činnosti CR .....	14
1.2.2. Stavba CR.....	15
1.3. VYSOKOTLAKOVÝ ZÁSOBNÍK PALIVA – RAIL.....	16
1.4. VALCOVÉ TELESO.....	17
1.5. ÚNAVA KOVOVÝCH MATERIÁLOV .....	20
1.5.1. Základné rozdelenie únavy.....	21
1.6. ŠTÁDIÁ ÚNAVOVÉHO PROCESU.....	22
1.6.1. Štádium zmien mechanických vlastností.....	22
1.6.2. Základné materiálové charakteristiky a javy v plasticite kovov.....	23
1.6.3. Odozvy elastoplastického materiálu na cyklické zaťaženie .....	28
1.7. ZÁKLADY INKREMENTÁLNEJ TEÓRIE PLASTICITY.....	29
1.7.1. Aditívny zákon .....	30
1.7.2. Podmienka plasticity.....	31
1.7.3. Pravidlo spevnenia .....	32
1.7.4. Pravidlo plasticity.....	35
1.7.5. Kritériá zaťažovania a podmienka konzistencie .....	36
1.8. KONŠTITUČNÉ VZŤAHY PRE CYKlickÚ PLASTICITU .....	37
1.9. CHABOCHEHO MODEL PLASTICITY .....	38
<b>2. FORMULÁCIA PROBLÉMOVEJ SITUÁCIE .....</b>	<b>40</b>
2.1. CIELE DIPLOMOVEJ PRÁCE.....	41
<b>3. RIEŠENIE PROBLÉMOVEJ SITUÁCIE.....</b>	<b>42</b>
3.1. STANOVENIE KONŠTÁNT CHABOCHEHO MODELU PLASTICITY.....	42
3.1.1. Odhad Chabocheho materiálových parametrov z ťahovej časti .....	46
hysteréznej slučky (TVHS) .....	46
3.1.2. Optimalizácia Chabocheho materiálových parametrov z TVHS .....	50
3.1.3. Porovnanie Chabocheho materiálových parametrov z TVHS určených .....	52
odhadom a optimalizovaním.....	52
3.1.4. Odhad Chabocheho materiálových parametrov .....	55
z cyklickej deformačnej krivky (CDK) .....	55
3.1.5. Optimalizácia Chabocheho materiálových parametrov z CDK .....	58
3.1.6. Porovnanie Chabocheho materiálových parametrov z CDK .....	60
určených odhadom a optimalizovaním.....	60
3.2. NUMERICKÁ SIMULÁCIA ŤAHOVEJ SKÚŠKY .....	62

3.2.1. Model geometrie, siete, okrajových podmienok .....	62
3.2.2. Odozva materiálu na zaťaženie pre viac cyklov .....	66
3.3. APLIKÁCIA MATERIÁLOVÉHO MODELU NA VYSOKOTLAKOVÚ VALCOVÚ NÁDOBU .....	67
3.3.1. Analytický výpočet tlaku na splastizovanie časti prierezu .....	68
3.3.2. Autofretáž vysokotlakovej nádoby - railu .....	72
3.3.3. Zjednodušené modely railu a pomocné teleso .....	73
3.3.4. Vyšetrenie napätosti a deformácie pomocného telesa po autofretáži .....	75
3.3.5. Vyšetrenie napätosti a deformácie zjednodušeného modelu railu bez zahĺbenia po autofretáži .....	77
3.3.6. Vyšetrenie napätosti a deformácie zjednodušeného modelu railu so zahĺbením po autofretáži .....	79
3.3.7. Zhodnotenie dosiahnutých výsledkov .....	82
<b>4. ZÁVER.....</b>	<b>83</b>
<b>5. ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY .....</b>	<b>85</b>
<b>6. ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK, SYMBOLOV, VELIČÍN .....</b>	<b>89</b>
<b>7. ZOZNAM OBRÁZKOV A GRAFOV.....</b>	<b>92</b>
<b>8. ZOZNAM TABULIEK.....</b>	<b>96</b>
<b>9. ZOZNAM PRÍLOH .....</b>	<b>97</b>



## ÚVOD

Tlakové nádoby patria do skupiny často používaných konštrukčných prvkov. Uplatňujú sa v rôznych odvetviach priemyslu, najmä v chemickom, potravinárskom, leteckom, či automobilovom. Práve v poslednom zmienenom sa vyskytuje jedna súčiastka, ktorá je témou tejto diplomovej práce. Ide o vysokotlakový zásobník paliva (rail), ktorý je súčasťou vstrekovacieho systému Common Rail.

V rešeršnej časti sú v krátkosti rozobraté naftové motory. Obširnejšie systém vysokotlakového vstrekovania nafty – Common Rail, jeho hlavná charakteristika, princíp činnosti a základné časti. V samostatnej kapitole je popísaný vysokotlakový zásobník paliva – rail. Ďalej nasleduje popis valcového telesa z hľadiska pružnosti pevnosti (typický elementárny prvok, deformácia prvku, či napätosť v bode telesa). Neskôr je stručne spomenutá aj únava kovových materiálov. Pre ďalšiu prácu je nesmierne dôležitá problematika nízkocyklovej únavy, resp. javov a charakteristík objavujúcich sa na počiatku cyklického zaťažovania. Pojmy ako spevnenie/zmäčenie materiálu, hysterézná slučka, cyklická deformačná krivka, Bauschingerov efekt, elastické, resp. plastické prispôsobenie, cyklické tečenie a ďalšie sú tu uvedené. V ďalšej kapitole je popísaná inkrementálna teória plasticity, jej základné stavebné piliere (podmienka plasticity, pravidlo spevnenia, pravidlo plasticity) a charakteristiky. Teoretickú časť uzatvárajú konštitučné vzťahy pre cyklickú plasticitu a Chabocheho model plasticity.

Vlastná práca je rozdelená na niekoľko častí. V prvej sú určené materiálové parametre Chabocheho modelu plasticity. Tieto sú stanovené z dvoch experimentálnych závislostí: krivky pre necelé dva zaťažovacie cykly (konkrétne z ťahovej vetvy vznikajúcej hysteréznej slučky) a z cyklickej deformačnej krivky. Pre každú z materiálových charakteristík sú použité dva spôsoby ich stanovenia. Prvý tzv. Pragerov prípad a prípad kompletného Chabocheho materiálového modelu. Zložitosť Chabocheho modelu plasticity je definovaná počtom kinematických častí. V programe ANSYS 13.0 je na výber 1-5 častí. V tejto práci sú riešené prípady s 1-4 kinematickými časťami. Celkovo je teda riešených 16 materiálových modelov. Ich parametre sú zistené „odhadom“ pomocou postupu uvedenom v [12] a následným optimalizovaním. V ďalšej časti sú všetky takto určené materiálové parametre použité k numerickej simulácii deformačne riadeného testu jednoosého namáhania pre necelé dva zaťažovacie cykly. Ten materiálový model, ktorý po implementovaní do ANSYS-u 13.0 najlepšie popíše experimentálnu závislosť krivky pre necelé dva zaťažovacie cykly je aplikovaný na numerickej simulácii napätosti a deformácie u vysokotlakovkej nádoby. Táto nádoba predstavuje zjednodušený model vysokotlakového zásobníku paliva (railu). Nakoniec je numericke zistený priebeh napätosti a deformácie pri zaťažení, resp. odťažení zjednodušeného modelu railu autofretovacím tlakom. Po odťažení vzniknú v danom modeli trvalé (remanentné) napätia, ktoré spôsobia jeho ďalšie spevnenie.

# 1. PREHLAD SÚČASNÉHO STAVU POZNANIA

## 1.1. Naftové motory

Naftové motory slúžia na rôzne účely. Stacionárne dieselové motory sa používajú pre pohon strojov, ktoré nemajú pevný prívod elektrického prúdu, prípadne ako pohon elektrických generátorov. Ich hlavné využitie je však, samozrejme, v doprave. Poháňajú rôzne dopravné prostriedky ako napríklad lode, lokomotívy, ťažké nákladné automobily, či poľnohospodárske stroje. [1]

V posledných rokoch sa čoraz viac uplatňujú aj ako pohon v osobných automobiloch. Nie je to náhoda, pretože naftový motor má oproti benzínovému radu výhod. Tá najväčšia spočíva predovšetkým v lepšej účinnosti a z toho vyplývajúcej nižšej spotrebe paliva, živšom chode motora v nižších a stredných otáčkach. [11,12]

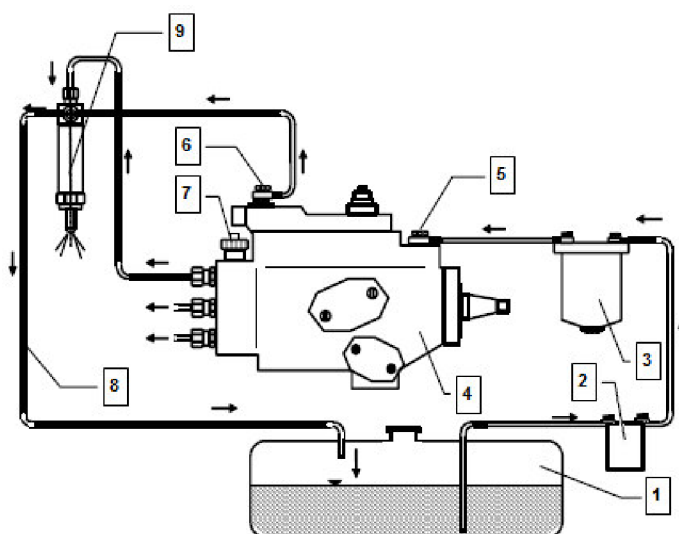
Samozrejme, naftové motory nie sú ideálne a aj ony majú nevýhody. Medzi ne patria napr. zložitejšia stavba motora a teda aj vyššia obstarávacia cena, vyššie náklady na servis a údržbu, hlučnosť či vibrácie. [11,12]

### 1.1.1. Palivová sústava vznetrového motora

Podľa typu motora sa rozlišuje aj palivová sústava. Tá môže obsahovať rozličný počet a druh použitých súčiastok.

V tomto odstavci je popísaná palivová sústava s rotačným vstrekovacím čerpadlom (*Obr. 1*). Skladá sa z palivovej nádrže, podávacieho a vstrekovacieho čerpadla, palivového filtra, nátrubku, vstrekoča, elektromagnetického ventilu, odpadného potrubia. Princíp činnosti je nasledujúci:

Cez palivovú nádrž (1), je nafta odsávaná podávacím čerpadlom (2) cez palivový filter (3) Do vstrekovacieho čerpadla (4) je privádzaná nátrubkom (5). Po stlačení v čerpadle (5) je vo vhodný okamih palivo dopravené do vstrekoča (9). Zastavenie dodávky paliva (zastavenie motora) zabezpečuje elektromagnetický ventil (7). Palivo, ktoré presiaklo netesnosťami vysokotlakového systému vstrekovacieho čerpadla, je odvádzané nátrubkom (6) spoločným odpadným potrubím vstrekoča (8) naspäť do palivovej nádrže. [4]



Obr. 1 – Schéma palivovej sústavy s rotačným vstrekovacím čerpadlom [4]

V kapitole 1.2. je podrobnejšie popísaný systém vysokotlakového vstrekovania paliva – Common Rail (CR).

## 1.2. Common Rail

Common Rail (CR) je systém priameho vstrekovania nafty s tlakovým zásobníkom. Práve tento je preň príznačný. Voľne by sa dal CR preložiť ako „spoločná tyč, držiak či koľajnica.“ Je charakteristický oddeleným tvorením tlaku a vstrekovania. Vstrekovací tlak je vytváraný nezávisle na otáčkach motora a vstrekovanej dávke. Pre vstrekovanie je palivo pripravené v už spomenutom vysokotlakovom zásobníku paliva (*rail-y*). To znamená, že k dispozícii je kontinuálny tlak paliva (narozdiel oproti predchádzajúcim systémom, kde bol pre každý nový vstrek potrebný nový nárast tlaku paliva). Vstrekovávaná dávka je určená vodičom motorového vozidla. Moment vstrekovania a vstrekovací tlak sú vypočítané z uložených dátových polí hodnôt v elektronickej riadiacej jednotke. Vstrek paliva do valca je realizovaný prostredníctvom vstrekovača (na každý valec je jeden vstrekovač). [5]

Postupom času sa stal najpoužívanejším vysokotlakovým vstrekaním nafty v moderných dieselových motoroch. Jeho najväčšími výhodami sú jednoduché prispôbenie systému pre rôzne motory a riadenie priebehu vstrekovania, keďže tlak paliva v zásobníku tlaku – raily je nezávislý na otáčkach motora. Výhodou sú aj vysoké vstrekovacie tlaky umožňujúce dokonalejšie rozprášenie paliva vo valci. V kombinácii so spomínaným viacnásobným vstrekaním to znamená účinnejšie spaľovanie a teda vyšší výkon, krútiaci moment, nižšiu spotrebu paliva, kultivovaný chod a v neposlednom rade aj nižšie emisie škodlivých látok. [6]

### 1.2.1. Princíp činnosti CR

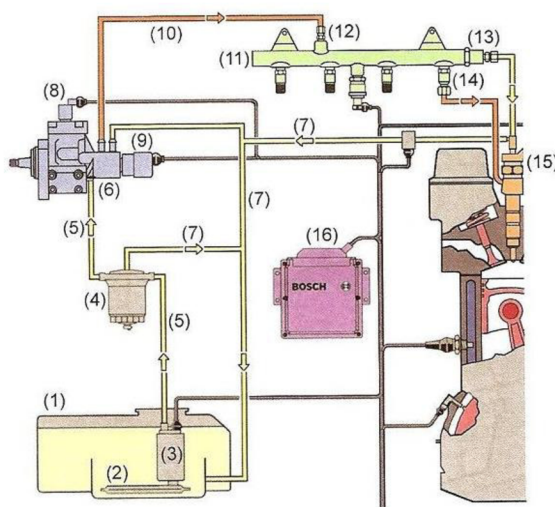
Základom vstrekovania CR je tlakový zásobník. Tento udržiava naftu pod vysokým tlakom a práve v tom spočíva hlavný rozdiel a tiež výhoda oproti iným systémom vysokotlakového vstrekovania nafty (napr. oproti združenej vstrekovacej jednotke či čerpadlám s cudzím pohonom [4]).

CR sa podobne ako ostatné systémy skladá z nízkotlakovej a vysokotlakovej časti..

Nízkotlaková časť zabezpečuje čistenie a dopravu paliva do vysokotlakovej časti, inými slovami, zásobuje vysokotlakové čerpadlo (6) prefiltrovaným palivom. Palivo je odčerpávané z nádrže vozidla (1) a prechádza cez filter (4), pričom jeho prúdenie zabezpečuje palivové – podávacie čerpadlo (3). Prietok paliva reguluje riadiaca elektronika (16). Z podávacieho čerpadla vedie palivo nízkotlakovým potrubím (5) do vysokotlakového čerpadla. Často je podávacie čerpadlo v spoločnom bloku s vysokotlakovým čerpadlom.

Vysokotlakové čerpadlo stlačí naftu na požadovaný tlak, ktorý závisí na prevedení a od generácie. Súčasná produkcia napr. firmy Bosch pracuje s tlakmi 25 – 250 MPa. [7] Z vysokotlakového čerpadla prúdi palivo na rozdiel od ostatných systémov do vyššie spomínaného tlakového zásobníka (11). Tam sa pomocou snímača (12) a regulátora (9) tlaku udržiava tlak paliva na požadovanej konštantnej úrovni. Z tlakového zásobníka ide palivo cez vysokotlakové potrubie (10) priamo ku vstrekováčom (15) a tie na základe impulzov z riadiacej jednotky (16) vstreknú potrebnú dávku paliva priamo do valca, pozri *Obr. 13*. Pri voľnobehu a čiastočnom zaťažení vzniká prebytok paliva, ktoré sa vracia naspäť do nízkotlakovej časti pomocou regulačného ventilu.

Optimálny chod motora v každom prevádzkovom stave zabezpečuje riadiaca jednotka. Tá získava potrebné informácie najmä z týchto senzorov: snímač tlaku vo vysokotlakovom zásobníku, čidlo polohy kľukového, popr. vačkového hriadeľa, snímač teploty chladiacej kvapaliny, senzor hmotnosti vzduchu, senzor polohy akcelerátora atď. [6]



Obr. 2 - Palivová sústava vstrekovacieho systému Common Rail od firmy Bosch [6]

### 1.2.2. Stavba CR

Ako už bolo spomenuté v kapitole 1.2.1. Common Rail sa skladá z 2 častí (okruhov). Prvým z nich je nízkotlaková a druhým vysokotlaková časť (Obr. 2). [6]

#### ➤ Nízkotlakový okruh

Nízkotlakový okruh sa skladá z týchto častí:

- ✓ palivová nádrž (1),
- ✓ sací kôš (2)
- ✓ dopravné palivové čerpadlo (3)
- ✓ jemný filter paliva (4)
- ✓ nízkotlakové potrubie (5)
- ✓ nízkotlakový okruh vysokotlakového čerpadla (6)
- ✓ spätné palivové potrubie (7)

#### ➤ Vysokotlakový okruh

Vysokotlakový okruh tvoria:

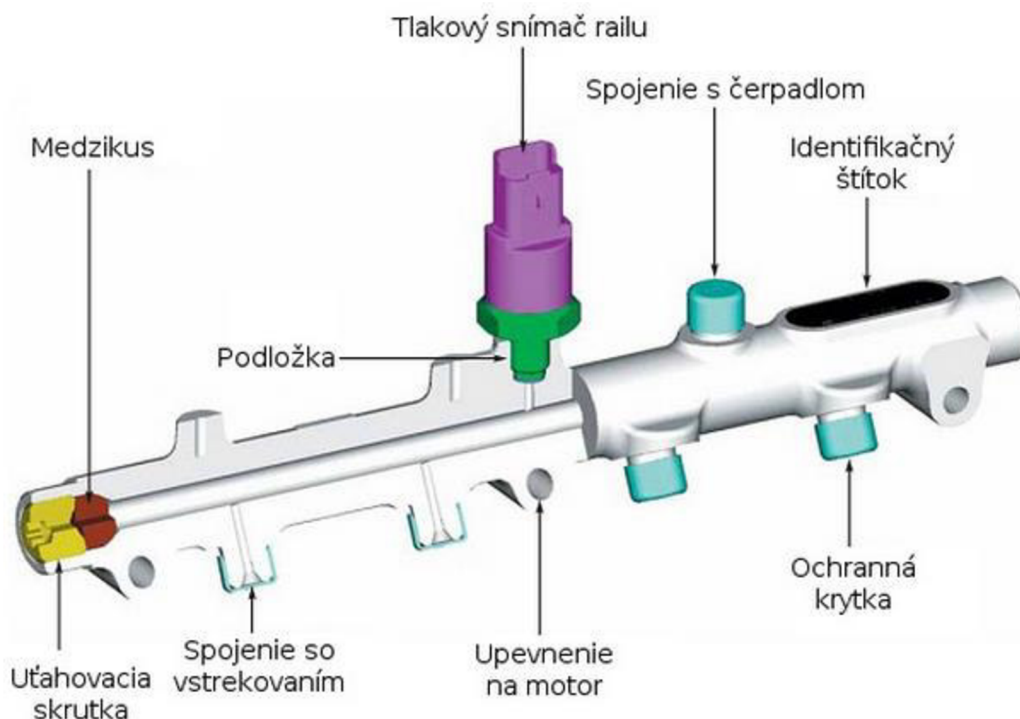
- ✓ vysokotlakové čerpadlo (6)
- ✓ odpájací ventil, ktorý odpája vysokotlakové čerpadlo (8)
- ✓ regulátor tlaku paliva (9)
- ✓ vysokotlakové potrubie (10)
- ✓ vysokotlakový zásobník paliva - rail (11)
- ✓ snímač tlaku paliva vo vysokotlakovom zásobníku (12)
- ✓ poistný ventil (13)
- ✓ obmedzovač prietoku (14)
- ✓ vstrekoval (15)
- ✓ elektronická riadiaca jednotka (16)

Táto práca je zameraná vyšetrenie deformácie a napätosti u vysokotlakovej nádoby. V systéme CR je touto nádobou spoločný vysokotlakový zásobník paliva - rail. V kapitole 1.3. sú popísané jeho hlavné vlastnosti a funkcie.

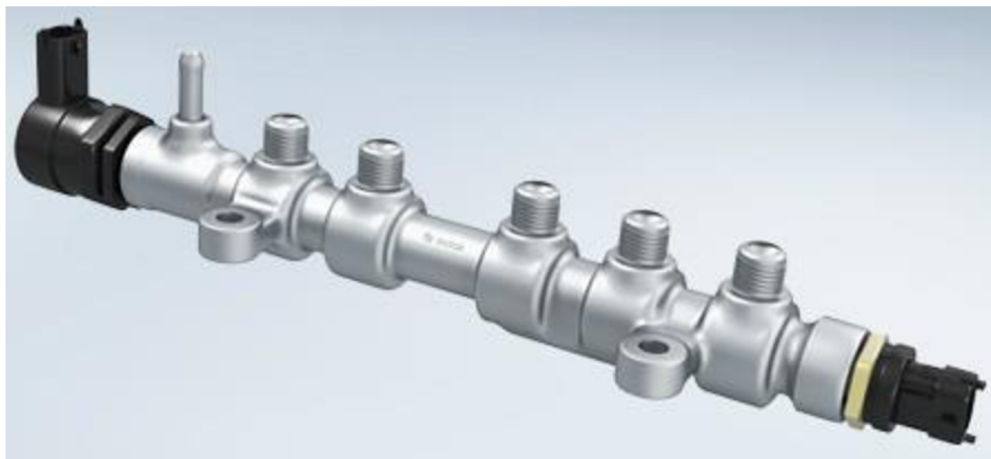
### 1.3. Vysokotlakový zásobník paliva – rail

Vysokotlakový zásobník paliva - rail funguje ako akumulátor paliva pod vysokým tlakom. Zároveň tlmí kolísanie (kmitanie) tlaku, ku ktorému dochádza pulzujúcou dodávkou paliva z vysokotlakového čerpadla a neustálym otváraním a zatváraním vstrekovačov. Musí mať teda dostatočný objem na obmedzenie týchto kmitov. Na druhej strane nesmie byť tento objem príliš veľký, aby sa po štarte rýchlo vytvoril potrebný konštantný tlak pre bezproblémový chod motora. Pri optimalizácii výsledného objemu sa využívajú simulačné výpočty. Objem paliva vstrekovaného do valcov je do rail-u neustále dopĺňaný dodávkou paliva z vysokotlakového čerpadla. Na dosiahnutie zásobníkového efektu sa využíva stlačiteľnosť paliva pri vysokom tlaku. Ak je potom z rail-u aj väčšie množstvo paliva odčerpané, zostáva tlak takmer konštantný.

Ďalšou úlohou tlakového zásobníka – rail-u je rozdeľovanie paliva ku vstrekovačom jednotlivých valcov. Konštrukcia zásobníka je dielom kompromisu dvoch protichodných požiadaviek, má pozdĺžny tvar (sférický alebo rúrka) podľa konštrukcie motora a jeho umiestnenia. Podľa spôsobu výroby môžeme zásobníky rozdeliť do dvoch skupín, na kované a laserom zvárané. Ich konštrukcia musí umožniť montáž snímača tlaku v rail-i a obmedzovacieho resp. regulačného tlakového ventilu. Regulačný ventil upravuje tlak na požadovanú hodnotu, zatiaľ čo obmedzovací ventil iba obmedzuje tlak na maximálnu povolenú hodnotu. Stlačené palivo sa privádza vysokotlakovým potrubím cez privodný otvor. Zo zásobníka je potom rozdeľované do vstrekovačov, pričom každý vstrekovač má svoje vlastné vedenie. [8]



Obr. 3 - Vysokotlakový zásobník paliva - rail a jeho hlavné časti [8]



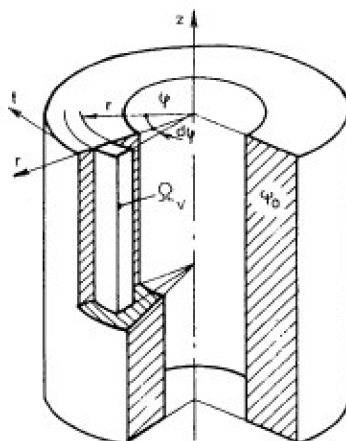
Obr. 4 - Vysokotlakový zásobník paliva HFR-20 spoločnosti Robert Bosch GmbH [9]

Rail bez častí ako tlakový snímač, upevnenie na motor a spojenie so vstrekačom, resp. čerpadlom môžeme považovať za valcové teleso. V kapitole 1.4. sú uvedené len jeho základné charakteristiky. Problematika valcového telesa je dôkladne rozobraná v skriptách Pružnosti a pevnosti II (PP II) [10].

#### 1.4. Valcové teleso

Valcové teleso patrí medzi základné typy telies v PP II. Charakteristika úlohy pružnosti je nasledujúca. Vstupy (geometria, zaťaženia, väzby, materiálové charakteristiky) aj výstupy (napätosť a deformácia) majú valcový charakter. To znamená, že sú nemenné vzhľadom k rotácii okolo osi telesa a vzhľadom k polohe v smere osi telesa. Ide teda o zvláštny prípad rotačne súmerného telesa. Všetky informácie k tejto kapitole sú čerpané zo zdroja [10].

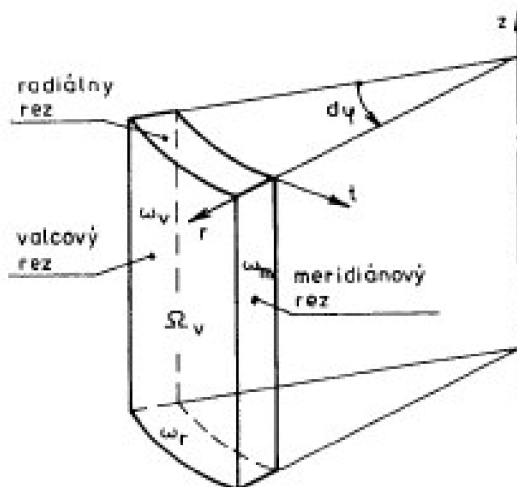
Geometrickým tvarom telesa v nazaťaženom stave je teleso ohraničené jednou, alebo dvoma koncentrickými valcovými plochami a dvoma vzájomne rovnobežnými čelami kolmými k ose telesa. Ide teda o plný alebo dutý valec s čelami kolmými k jeho ose.



Obr. 5 - Geometrický tvar telesa v nezaťaženom stave [10]



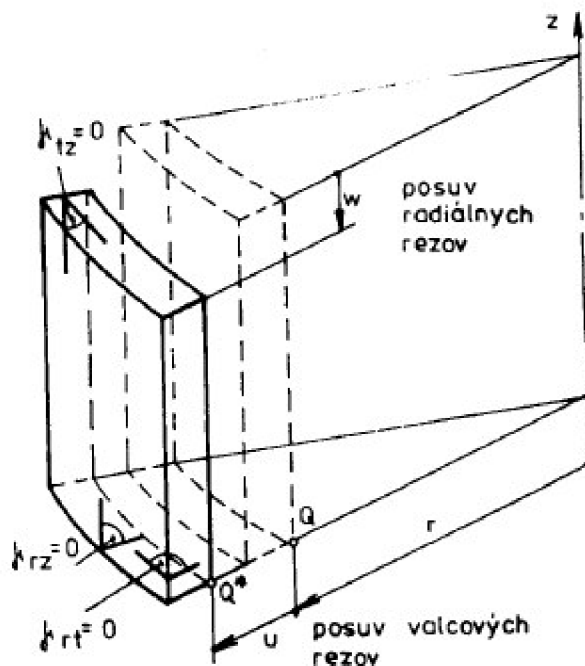
Typickým elementárnym prvkom je dvojnásobne elementárny prvok  $\Omega_v$  uvoľnený súradnicovými rezmi, ktoré sú: valcová plocha -  $\omega_v$ , meridiánový rez -  $\omega_m$  a radiálny rez -  $\omega_r$ .



Obr. 6 - Uvoľnený elementárny prvok valcového telesa [10]

Elementárny prvok sa deformuje tak, aby sa zachovala jeho valcovitosť behom zaťažovania. Na to je potrebné, aby:

- ✓ Body, ktoré ležia pred zaťažovaním v meridiánovej rovine, zostali tiež v tejto meridiánovej rovine
- ✓ Valcové rezy zostali valcovými so zmenenými polomermi
- ✓ Radiálne rezy zostali rovinnými a len sa oddŕovali alebo približovali.



Obr. 7 - Deformácia prvku valcového telesa [10]



Deformácia v bode telesa je určená tenzorom pretvorení  $T_\varepsilon$ . Tento je vo valcovom súradnicovom systéme  $z, r, \varphi$  určený týmito súradnicami:

- ✓ Nulovými uhlovými pretvoreniami  $\gamma_{tz}, \gamma_{rz}, \gamma_{rt}$ , v dôsledku valcovitosti telesa
- ✓ Nenulovými dĺžkovými pretvoreniami  $\varepsilon_r, \varepsilon_t, \varepsilon_z$ . Nulovosť uhlových pretvorení prvku znamená, že smer radiálny ( $r$ ), obvodový ( $t$ ) a osový ( $z$ ) sú hlavnými smermi deformácie. Preto sú dĺžkové pretvorenia  $\varepsilon_r, \varepsilon_t, \varepsilon_z$  pretvoreniami hlavnými. Deformácia v bode telesa je v obecnom prípade trojosá.

Nezávislým posuvom je posuv v radiálnom smere -  $u_r = u(r)$  a posuv v osovom smere -  $w = w(z)$ . Zvláštnymi sú prípady, kedy nezávislým je buď len  $u(r)$  alebo len  $w(z)$ .

V rezoch uvoľneného prvku  $\Omega_v$  pôsobia elementárne sily určené:

- ✓ Vo valcovom reze  $\omega_v$  radiálnym napätím  $\sigma_r(r)$
- ✓ V radiálnom reze  $\omega_r$  osovým napätím  $\sigma_z$
- ✓ V meridiánovom reze  $\omega_m$  obvodovým napätím  $\sigma_t(r)$

Šmykové napätia sú v uvedených rezoch nulové v dôsledku nulových uhlových pretvorení. Preto  $\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z$  sú napätia hlavné.

Použiteľné podmienky rovnováhy ide písať pre radiálny a osový smer. V radiálnom smere má rovnica rovnováhy tvar:

$$\sum F_r = 0 : (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\varphi \cdot z_0 - \sigma_r \cdot r \cdot d\varphi \cdot z_0 - 2 \cdot \sigma_t \cdot dr \cdot \sin \frac{d\varphi}{2} \cdot z_0 = 0 \quad (1)$$

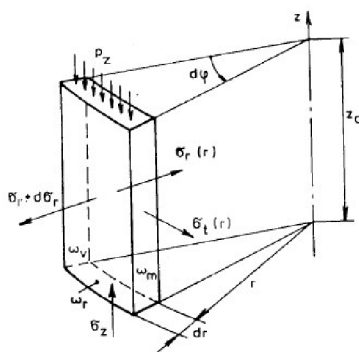
Pretože platí:  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(x)}{x} \right) = 1$  je  $\sin \left( \frac{d\varphi}{2} \right) = \frac{d\varphi}{2}$ .

Ak zanedbáme ďalej malé veličiny druhého rádu a ak vykrátíme rovnicu činiteľom  $dr \cdot d\varphi \cdot z_0$ , dostaneme:

$$\sigma_r - \sigma_t + r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad (2)$$

V osovom smere platí:

$$\sum F_z = 0 : r \cdot d\varphi \cdot dr \cdot \sigma_z - r \cdot d\varphi \cdot dr \cdot p_z = 0 \rightarrow \sigma_z = p_z \quad (3)$$



Obr. 8 - Elementárne sily pôsobiace na uvoľnený prvok [10]

Napätosť v bode telesa je daná tenzorom napätia  $T_{\sigma}$ . Ten je v súradnicovom systéme (valcovom)  $z, r, \varphi$  určený napätiami  $\sigma_z, \sigma_r$  a  $\sigma_t$ . Všeobecne vzniká v bode valcového telesa trojosá napätosť. V závislosti na charaktere zaťaženia a väzieb môžu vznikáť vo valcovom telese aj iné typy napätosti.

Pre vlastnú prácu má veľký význam problematika elastoplasticity, resp. plasticity. V nasledujúcej kapitole je stručne popísaná únava kovových materiálov, pretože dva vyššie uvedené pojmy s ňou úzko súvisia.

## 1.5. Únava kovových materiálov

Únava je definovaná ako proces zmien stavu a vlastností materiálu vyvolaný cyklickým namáhaním. Hlavným dôvodom k podrobnému štúdiu únavového chovania materiálov bol poznatok, že pri cyklickom namáhaní dochádza k porušeniu pri napätíach oveľa menších ako je medza pevnosti ( $R_m$ ). Z toho vyplýva, že nie je možné navrhnuť zaťaženie len na základe statických parametrov tak, aby bola zaistená požadovaná životnosť a bezpečnosť. [14]

Prvé systematické skúšky začal vykonávať nemecký železničný inžinier Augustin Wöhler v prvej polovici 19. storočia. Opakovane zaťažoval valcové vzorky v ohybe pri rôznych napätíach a sledoval počet cyklov do porušenia. Dodnes je jednou zo základných únavových charakteristík Wöhlerova krivka. Táto udáva závislosť amplitúdy napätia ( $\sigma_a$ ), pri danej strednej hodnote, na počte cyklov do lomu ( $N_f$ ). Wöhlerova krivka je uvedená na *Obr. 9*. Týmito skúškami sa nahromadilo veľké množstvo empirických poznatkov o vplyve amplitúdy napätia, asymetrie cyklu, tvaru súčiastky atď. Všetky tieto údaje sú veľmi užitočné, spravidla však platia len pre veľmi úzky rozsah materiálov a zaťažovacích podmienok. Z toho teda vyplýva, že ich nie je možné širšie generalizovať. [14], [15]

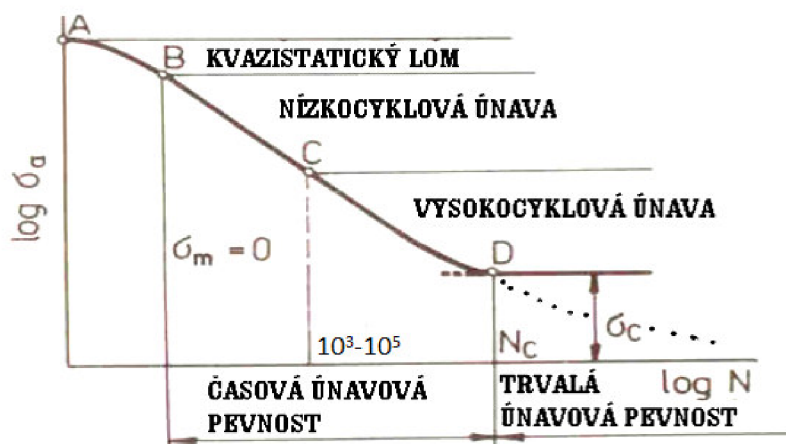
V počiatkoch druhej polovice 19. storočia sa začínala presadzovať myšlienka že bez poznania zákonitostí a podstaty prebiehajúcich procesov nie je možný žiadny ďalší výrazný pokrok v oblasti optimálneho využitia vtedajších materiálov a návrh nových materiálov pre súčiastky pracujúce v podmienkach únavového zaťažovania. Prispel k tomu aj vývoj modernej techniky, kladúci na konštrukciu stále vyššie nároky. Za pomerne krátku dobu systematického štúdia sa dosiahlo rady významných výsledkov. Po 2. sv. vojne sa začali realizovať experimenty, ktoré sa viac približovali skutočným podmienkam, v ktorých stroje pracujú. Jednalo sa napr. o zaradenie tzv. preťažovacích cyklov, kde sa zaradil jeden alebo viac cyklov s inou amplitúdou a skúmal sa jeho vplyv na priebeh, alebo zmenu únavového porušenia. Ďalším prípadom zaťažovania je napr. zaťažovanie s premenlivou amplitúdou napätia. V tomto prípade sa zaťažovanie vyjadruje počtom opakovaní blokov amplitúd napätia, ktoré sú charakterizované veľkosťou, postupnosťou a frekvenciou pôsobiacich napätí. [14], [15]

Existencia únavy je podmienená a determinovaná cyklickou plastickou deformáciou. Elastická deformácia nevedie k nevratným zmenám v materiáli. Naopak, plastická deformácia vedie k týmto zmenám v štruktúre materiálov a teda aj k zmene vlastností daného materiálu. [14]

### 1.5.1. Základné rozdelenie únavy

#### I. Hodnotenia únavovej životnosti podľa počtu cyklov do lomu:

- ✓ Nízkocyklová
- ✓ Vysokocyklová



Obr. 9 – Wöhlerova (S-N) krivka [17]

#### II. Hodnotenie únavovej životnosti podľa historicky daných koncepčných prístupov:

- a. Prístup z hľadiska únavy telies bez trhliny (konceptia lokálneho napätia a deformácie):
  - ✓ Prístup z hľadiska riadeného napätia (stress - life approach) – vysokocyklová oblasť,  $\sigma_a = f(N)$ , Wöhlerova krivka.
  - ✓ Prístup z hľadiska riadenej deformácie (strain – life approach) - Nízkocyklová oblasť,  $\varepsilon_{aep} = f(N)$ , Manson-Coffinova krivka.
- b. Prístup z hľadiska únavy telies s trhlinou (konceptia simulácie vrubovaného telesa).
- c. Prístup z hľadiska prítomnosti defektov nadkritických veľkostí (defect tolerant approach) – poznatky lomovej mechaniky, Paris-Erdogan.

Všetky informácie v tejto podkapitole (1.5.1.) boli čerpané z [16].

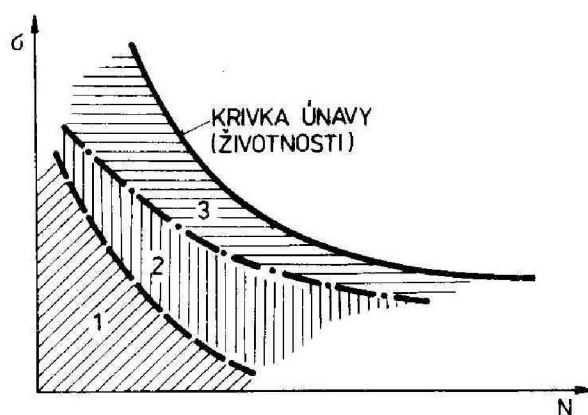
V kapitole 1.6. sú uvedené štádiá únavového procesu. Cieľom tejto práce je stanoviť materiálové parametre Chabocheho modelu plasticity, tak aby čo najvernejšie odpovedali experimentálne stanoveným dátam pre necelé dva cykly. Podrobne je preto rozobrané hlavne prvé štádium – štádium zmien mechanických vlastností (1.6.1.). V ňom sa vyskytujú charakteristiky a javy (podkapitola 1.6.2.), ktoré majú na vlastnú praktickú časť práce rozhodujúci vplyv.

## 1.6. Štádiá únavového procesu

Únavové porušovanie v materiáli prebieha postupne. Na základe typu nevratných zmien, ktoré sú spôsobené cyklickou plastickou deformáciou, sa únavový proces spravidla delí na 3 štádiá (Obr. 10). Neexistuje žiadna definícia rozhrania jednotlivých štádií. Ich dĺžka a význam závisí na geometrii materiálu súčiastky, typu zaťažovania, prostredia, teploty, atď. [14]

Týmito štádiami sú:

- ✓ Štádium zmien mechanických vlastností
- ✓ Štádium nukleácie (iniciácie) únavových trhlín
- ✓ Štádium šírenia únavových trhlín



Obr. 10 – Etapy únavového života [18]

### 1.6.1. Štádium zmien mechanických vlastností

Pre prvé štádium únavového procesu je charakteristické, že dochádza k zmenám v celom objeme materiálu. Ide o zmeny v mikroštruktúre, ktoré ďalej vedú k zmenám mechanických, elektrických, magnetických a ďalších fyzikálnych vlastností. Empiricky sa zistilo, že tieto zmeny majú spravidla sýtiaci charakter. To znamená, že sú najvýraznejšie na začiatku cyklického zaťažovania a potom ich intenzita klesá a po určitom počte cyklov sú zmeny zanedbateľné alebo úplne ustanú.

Z týchto zmien sú najväznejšie zmeny mechanických vlastností. Týmito vlastnosťami sú myslené tie, ktoré charakterizujú odpor materiálu proti deformácii vyvolané vonkajšími silami. Ide teda o závislosti, ktoré popisujú súvislosť vonkajšieho napätia a deformácie pri určitých podmienkach deformácie. Patrí sem konvenčný ťahový diagram, závislosť amplitúdy napätia a deformácie a do istej miery taktiež tvrdosť (tvrdosť nie je objemovou charakteristikou a pri cyklickej deformácii sa môžu výsledky na povrchu a v ostatnom objeme výrazne líšiť). [14]

## 1.6.2. Základné materiálové charakteristiky a javy v plasticite kovov

### Spevnenie a zmäkčenie materiálu

V závislosti na type materiálu, podmienkach zaťažovania a teplote môže odpor materiálu proti cyklickej deformácii v priebehu únavového procesu rásť, klesať, alebo mať nemonotónny priebeh.

Pre odhad, či bude materiál spevňovať, či zmäkčovať slúži pomer medze pevnosti ( $R_m$ ) a zmluvnej medze klzu ( $R_{p0,2}$ ). Materiál spevňuje v prípade, že pomer ( $R_m/R_{p0,2}$ )  $> 1,4$ . Ak je pomer ( $R_m/R_{p0,2}$ )  $< 1,2$ , potom dochádza spravidla ku zmäkčeniu. Toto empirické pravidlo sa niekedy nazýva Mansonovo a platí len v nízkocyklovej oblasti. [14]

### Spevnenie materiálu

Príčinou cyklického spevnenia je vznik stabilných dislokačných štruktúr s vysokou hustotou dislokácií. Tieto štruktúry vznikajú v priebehu deformácie intenzívnou generáciou dislokácií a ich interakciami medzi sebou alebo s inými mriežkovými poruchami. Na vznik štruktúry má ďalej vplyv energia vrstevnej chyby, veľkosť amplitúdy zaťažovania a charakter sklzu. [14]

### Zmäkčenie materiálu

V prípade cyklického zmäkčenia dochádza k uvoľňovaniu zablokovaných dislokácií (pri materiáloch spevnených deformačne, precipitačne, martenzitickou transformáciou apod.). Vzniká nová dislokačná únavová štruktúra, pre ktorú je typický nárast hustoty voľných dislokácií. Z tohto dôvodu dochádza ku zmäkčeniu, pretože pre plastickú deformáciu je zásadný počet pohyblivých dislokácií a nie ich celkový počet. [14]

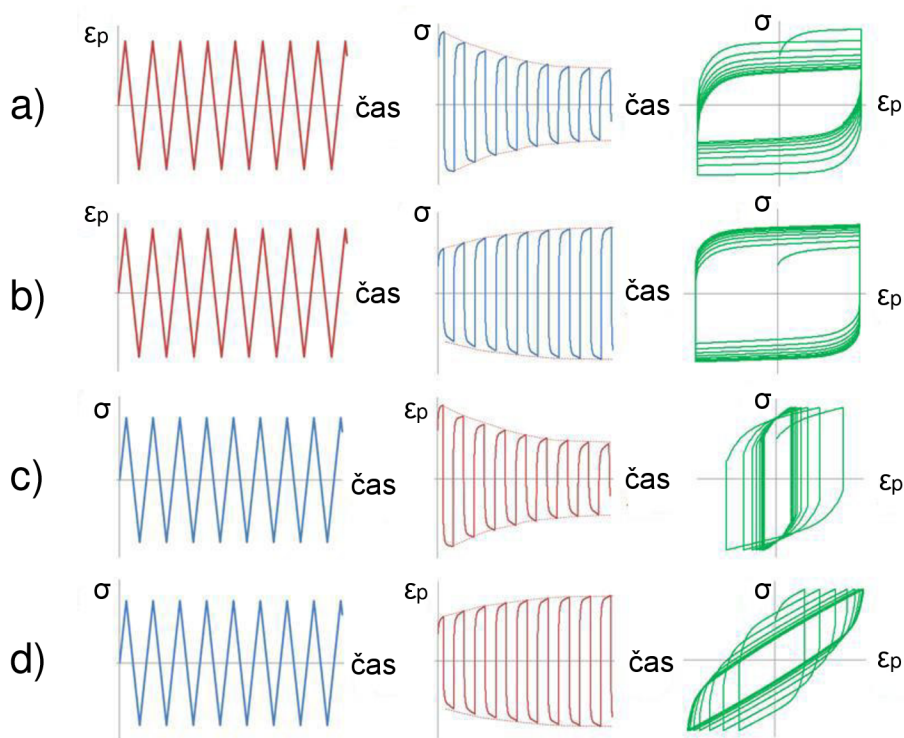
Krivky cyklického spevnenia, resp. zmäkčenia sú znázornené na *Obr. 11*.

V praxi sa spravidla používajú dva módy riadeného zaťažovania.

Prvým z nich je tzv. *mäkký mód* (*Obr. 11a*, *Obr. 11b*). Tu sa udržuje konštantná amplitúda napätia a mení sa môže len amplitúda deformácie.

Druhým typom je tzv. *tvrdý mód* (*Obr. 11c*, *Obr. 11d*). V tomto prípade sa na konštantnej úrovni udržuje amplitúda celkovej deformácie (poprípade plastickej deformácie) a mení sa len amplitúda napätia.

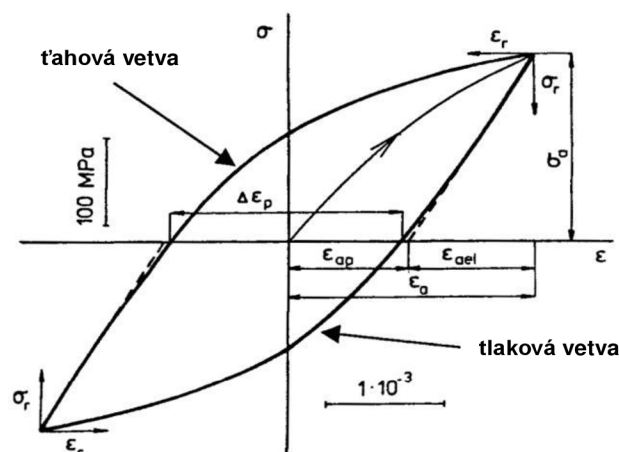
Pokiaľ amplitúda deformácie klesá (čím väčšie spevnenie, tým viac bráni deformácii), ide o cyklické spevnenie (*Obr. 11a*). V opačnom prípade sa jedná o cyklické zmäkčenie (*Obr. 11b*). V prípade tvrdého zaťažovania, pokiaľ amplitúda napätia rastie, je potreba väčšieho napätia k dosiahnutiu rovnakej deformácie, z čoho vyplýva, že materiál spevňuje (*Obr. 11c*). Cyklické zmäkčenie sa naopak prejavuje poklesom amplitúdy napätia (*Obr. 11d*). [14]



Obr. 11 - Cyklické spevnenie a zmäkčenie pre rôzne typy zaťažovania [19]

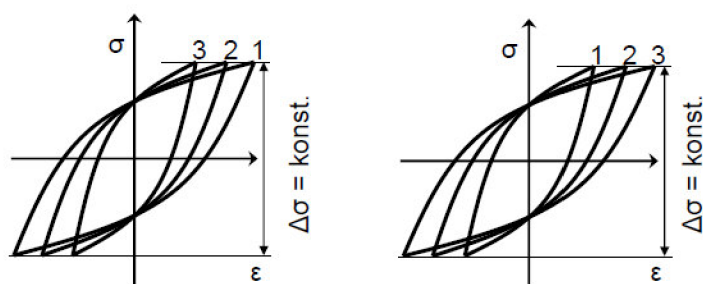
### Hysterézne slučky

Na rozdiel od ťahovej skúšky, kedy zaťaženie rastie konštantne, je pre únavové zaťažovanie typický časovo premenný priebeh. Pri harmonickom zaťažovaní vzorku vykazuje materiálová vzorka hysteréziu v pomernej deformácii, ktorú ide znázorniť hysteréznou slučkou. Analýza týchto slučiek je jedným z najvýhodnejších spôsobov detekcie zmien mechanických vlastností (spevnenie, zmäkčenie). Príklad hysteréznej slučky je na Obr. 12. [14]



Obr. 12 - Hysterézna slučka [16]

Na ďalšom Obrázku je znázornené schéma reakcie hysteréznej slučky na spevnenie, resp. zmäkčenie pri mäkkom a tvrdom móde. [14]

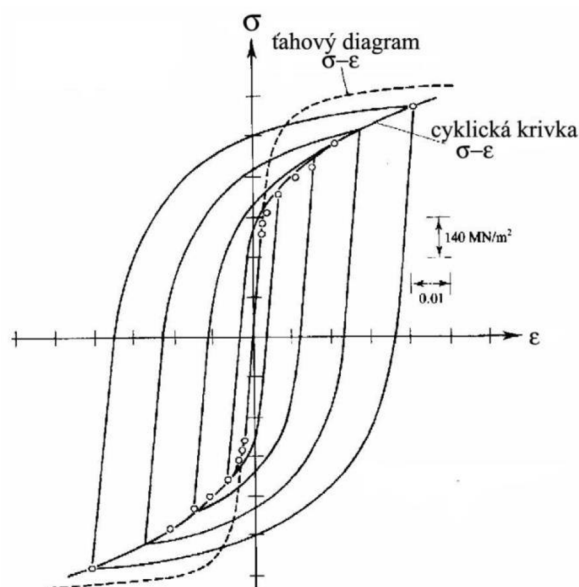


Obr. 13 - Chovanie hysteréznych slučiek (vľavo – spevnenie, vpravo - zmäkčenie) [18]

### Cyklická deformačná krivka

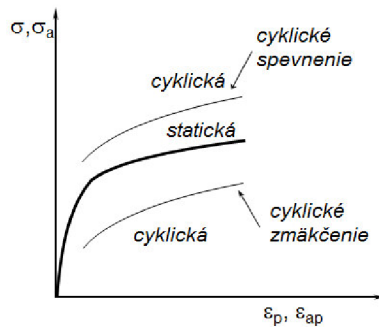
U niektorých kovov (Cu, Ni, nízkouhlíková oceľ) dochádza na začiatku zaťažovania k veľkým zmenám. Po určitom počte cyklov sú však tieto zmeny zanedbateľné. Tento jav sa nazýva saturácia, a preto sa tieto materiály označujú ako saturujúce. Druhým typom materiálov sú materiály nesaturujúce. V tomto prípade k zmenám dochádza v priebehu celého únavového života (napr. niektoré chrómové ocele zmäkčujú,  $\alpha$  – mosadz spevňuje). Pri nesaturujúcich materiáloch sa niekedy určujú saturované hodnoty podľa konvencie – hodnoty amplitúd pri počte cyklov v 50% životnosti. [14]

Keď amplitúdy napätia a deformácie dosiahnu svojich saturovaných hodnôt, vytvorí sa saturovaná stabilná hysterézná slučka. Rôznym amplitúdam zaťažovania odpovedá rôzna stabilizovaná hysterézná slučka. Ak sa preložia vrcholy týchto slučiek krivkou, vznikne tzv. cyklická krivka napätia – deformácie, pozri Obr. 14. Táto krivka je v súčasnej dobe jednou z najdôležitejších materiálových charakteristík, pretože popisuje chovanie materiálu po prevažnú dobu životnosti (fáza zmäkčenia a spevnenia je v pomere k celkovému počtu cyklov do lomu pomerne malá). [14]



Obr. 14 - Cyklická deformačná krivka v porovnaní s ťahovým diagramom [18]

Na Obr. 15 je znázornené porovnanie ťahovej (statickej) krivky s cyklickou deformačnou krivkou. Statická jednosmerná ťahová krivka zobrazuje závislosť napätia na deformácii pre prvú štvrtinu cyklu. Cyklická deformačná krivka zobrazuje rovnakú závislosť po prebehnutí spevnenia a zmäkčenia. Zo vzájomnej polohy týchto dvoch kriviek môžeme určiť, či materiál spevňuje (statická krivka pod cyklickou) alebo zmäkčuje (statická krivka leží nad cyklickou). Veľkosť spevnenia, resp. zmäkčenia  $\Delta\sigma$  pre danú amplitúdu plastickej deformácie je daná rozdielom napätia na cyklickej a statickej krivke. [14]

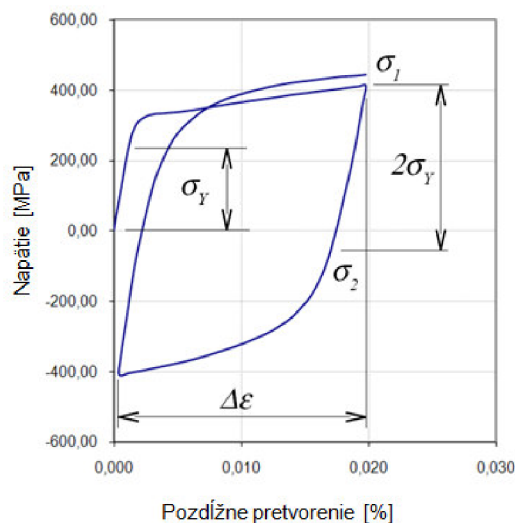


Obr. 15 – Porovnanie ťahovej krivky a cyklických kriviek napätie – deformácia [16]

### Bauschingerov efekt

Ide o základný, dobre známy fenomén cyklickej plasticity. Bol experimentálne zistený pri jednoosom namáhaní tvárných materiálov. Popisuje skutočnosť, že v dôsledku plastickej deformácie vzorky v jednom smere sa znižuje medza pre vznik plastickej deformácie v opačnom smere. [19]

Ako ukážka môže slúžiť vývoj hysteréznej slučky pri deformačne riadenej skúške nízkokycklovej únavy materiálu 11523 (Obr. 16). Ak je medza klzu označená ako  $\sigma_Y$ , potom sa materiál pri odľahčovaní zo stavu s maximálnym napätím  $\sigma_1$  chová elasticky až do okamihu, kedy je rozdiel medzi maximálnym a okamžitým napätím  $\sigma_1 - \sigma_2$  rovný dvojnásobku medze klzu  $2\sigma_Y$ . V dôsledku deformačného spevnenia teda platí  $|\sigma_2| < |\sigma_1|$ . [19]

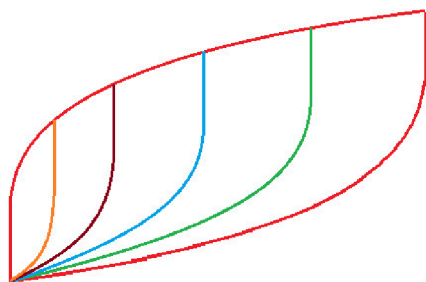


Obr. 16 – Ukážka Bauschingerovho efektu [19]



### Masingovo chovanie

Materiál, ktorý vykazuje toto chovanie je charakteristický tým, že sa horné vetvy jednotlivých hysterézných slučiek, získané pri rôznej amplitúde deformácie, po zarovnaní v dolných vrcholoch prekrývajú. Presnejšie, v idealizovanom prípade vytvoria jednu celistvú krivku. Z mikroskopického hľadiska Masingovo chovanie indikuje stabilnú mikroštruktúru v únavovom procese. Väčšina kovových materiálov však Masingovo chovanie nevykazuje. [19]

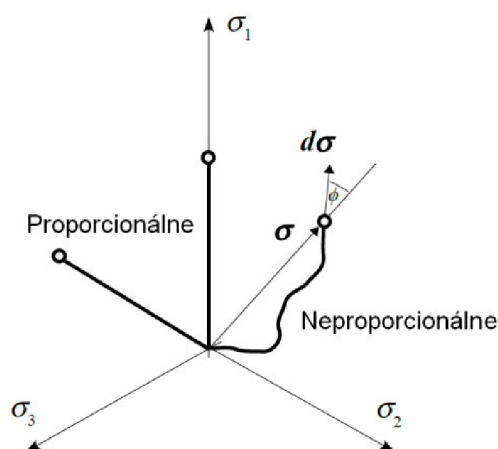


Obr. 17 – Schematické znázornenie Masingovho chovania [19]

### Neproporcionálne namáhanie

Spevnenie materiálu súvisí taktiež so zmenou napäťového stavu v priebehu zaťažovania. Pojmom neproporcionálne spevnenie býva označované spevnenie materiálu v dôsledku neproporcionálneho namáhania. Na Obr. 18 sú v Heighovom priestore hlavných napätí vyznačené základné spôsoby namáhania materiálu. Namáhanie ako ťah-tlak, prostý šmyk (krut) a ohyb patria do skupiny proporcionálnych namáhaní, lebo u nich nedochádza behom zaťažovania ku zmene smeru hlavných napätí. Do tejto skupiny ide taktiež zaradiť aj viacose namáhanie, pri ktorom sa menia zložky tenzora napätia proporcionálne. [19]

Neproporcionálne namáhanie je potom možné definovať ako namáhanie, ktoré nespĺňa uvedenú podmienku a je charakterizované záťažnou cestou vo forme krivky, či lomenej čiary. Miera neproporcionality namáhania je daná uhlom  $\Phi$ . [19]



Obr. 18 – Proporcionálne a neproporcionálne namáhanie v Heighovom priestore hlavných napätí [19]

### 1.6.3. Odozvy elastoplastického materiálu na cyklické zaťaženie

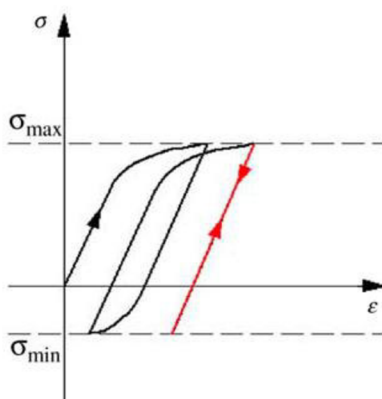
Chovanie kovových materiálov pri cyklickom zaťažovaní je možné rozdeliť do štyroch skupín [20], [22], [12]:

#### 1. Dokonale pružné

Medza klzu ( $R_e$ ) nie je prekročená v žiadnom cykle. Ide teda predpokladať, že nedôjde k porušeniu.

#### 2. Elastické prispôsobenie (elastic shakedown)

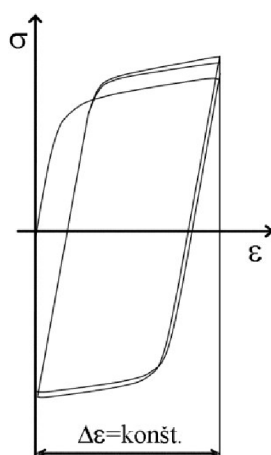
Plastická deformácia sa objavuje v prvých cykloch. V nasledujúcich cykloch je však chovanie elastické. Môže dôjsť k porušeniu vplyvom vysokocyklovej únavy (HCF).



Obr. 19 – Elastické prispôsobenie [21]

#### 3. Cyklická plasticita (plastic shakedown)

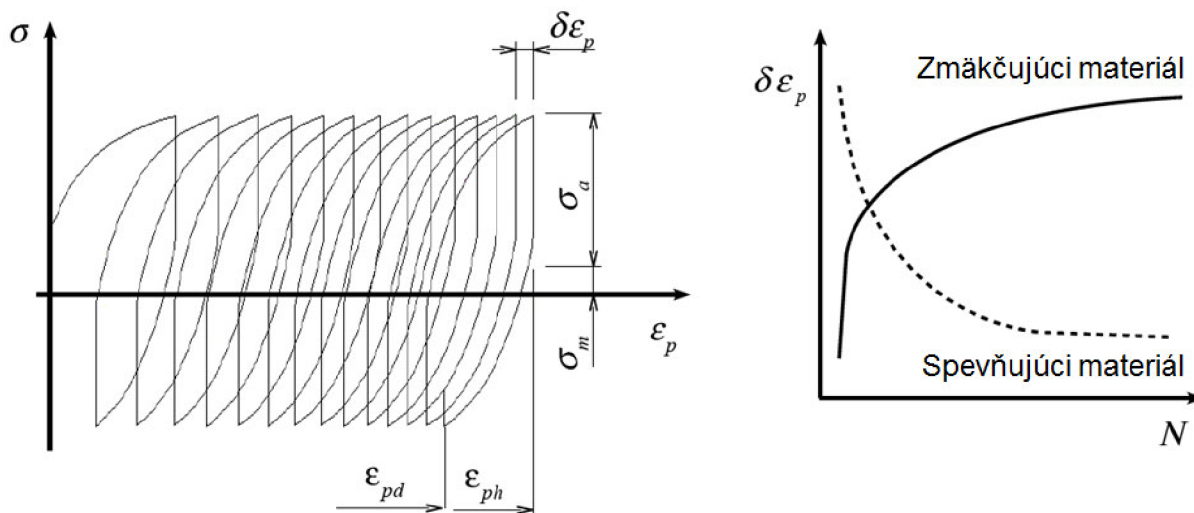
Je charakterizovaná uzavretou hysteréznou slučkou v závislosti napätie – deformácia. Tento prípad vedie k porušeniu nízkokycklovou únavou (LCF).



Obr. 20 – Cyklická plasticita [20]

#### 4. *Cyklické tečenie (ratchetting)*

Pri silovo riadenej jednoosej skúške s nenulovou hodnotou stredného napätia ( $\sigma_m \neq 0$ ) môže dochádzať k akumulácii axiálnej plastickej deformácie s každým ďalším cyklom. Dochádza k tzv. cyklickému tečeniu alebo ratchettingu [19]. Postupným nárastom plastickej deformácie môže dôjsť k vyčerpaniu plastických vlastností materiálu [20]. V prípade závislosti napätie-deformácia sa jednoosý ratchetting prejavuje otvorenou hysteréznou slučkou a je dôsledkom odlišného chovania materiálu v ťahu a v tlaku. Rozdiel v evolúcii ratchettingu v úvodných cykloch pre zmäkčujúci a spevňujúci materiál je zrejmý z Obr. 21 vpravo. [19]



Obr. 21 – *Cyklické tečenie pri jednoosom namáhaní vľavo a vplyv materiálu na evolúciu prírastku plastickej deformácie za cyklus  $\delta\epsilon_p$  vpravo [19]*

Kvôli stále špecifickejšim požiadavkám na to, aby súčiastky plnili požadovanú funkciu, pre rôzny počet cyklov, rôzne namáhania, atď. sa hľadali nové a progresívne možnosti riešenia problematiky mechaniky pružne-plastických stavov telies. Analytické vzťahy sú obmedzené len na výpočet jednoduchých úloh. Vykonávanie experimentov na tak širokú paletu problémov je neekonomické. S rozvojom výpočtovej techniky je však možné daný problém vyriešiť. V súčasnosti dostupných výpočtových programoch je vhodným algoritmom na riešenie inkrementálna (prírastková) teória plasticity. Tá poskytuje matematický aparát, umožňujúci výpočtovo modelovať elastoplastickú odozvu materiálu na zaťaženie [23]. Jej základné charakteristiky a princípy sú popísané v ďalšej kapitole.

### 1.7. Základy inkrementálnej teórie plasticity

Úlohy, v ktorých ide zanedbať vplyv rýchlosti deformácie na napäťovo-deformačnú odozvu materiálu, sú úlohy, ktoré spadajú do oblasti elastoplasticity (rate independent plasticity). V elastoplasticite sa najčastejšie aplikuje inkrementálna teória plasticity. [12]

### 1.7.1. Aditívny zákon

V elastoplasticitě sa vychádza z poznatkov zistených pri namáhaní pri jednoosom napätovom stave. Vznik nevratných deformácií je podmienený v prípade jednoosoj ťahovej napätosti, prekročením tzv. medze klzu v ťahu ( $\sigma_V$ ). Vtedy ide po jej prekročení a následnom odľahčovaní pozorovať, že sa materiál chová lineárne a je teda zrejmé, že sa celková deformácia skladá z elastickej a plastickej zložky. [12]

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (4)$$

Kde:  $\varepsilon$  – celkové pretvorenie

$\varepsilon_e$  – elastická zložka pretvorenia

$\varepsilon_p$  – plastická zložka pretvorenia

Pričom pre elasticкую zložku deformácie platí Hookov zákon:

$$\sigma = E\varepsilon_e \quad (5)$$

Kde:  $E$  – Youngov modul pružnosti v ťahu

V ktoromkoľvek okamihu, aj nad úrovňou medze klzu, pri zaťažovaní aj odľahčovaní platí priama úmernosť medzi napätím a elastickou zložkou deformácie. Obdobne ide pre viacosú napätosť vychádzať z platnosti všeobecného Hookovho zákona pri odľahčovaní a získať tak tenzor celkovej deformácie superpozíciou elastickej a plastickej zložky. [12]

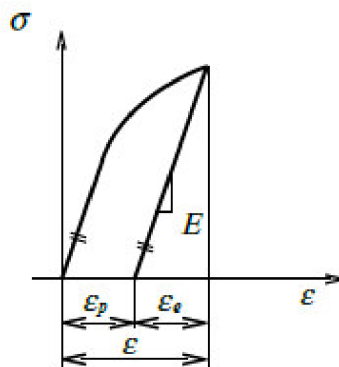
$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (6)$$

Pre elasticкую zložku deformácie platí už všeobecný Hookov zákon:

$$\sigma = \mathbf{D} : \varepsilon_e \quad (7)$$

Kde  $\mathbf{D}$  – matica elastických konštánt

: - symbol, ktorý označuje kontrakciu alebo zúženie tenzora



Obr. 22 – Znáozornenie platnosti Aditívneho zákona [12]

Inkrementálna teória plasticity stavia na troch základných kameňoch a to:

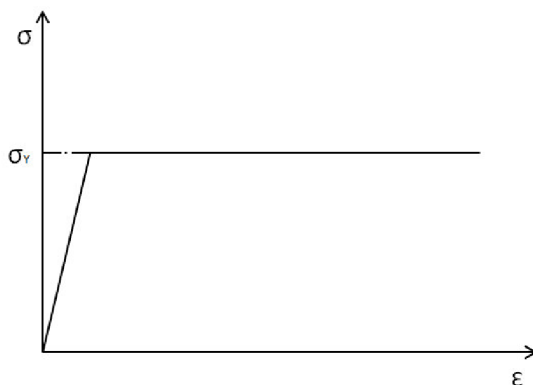
- ✓ Podmienka plasticity
- ✓ Pravidlo plasticity (zákon tečenia)
- ✓ Pravidlo spevnenia

### 1.7.2. Podmienka plasticity

Ako už bolo skôr spomenuté, vznik nevratných deformácií je podmienený v prípade jednoosej napätosti prekročením tzv. medze klzu v ťahu ( $\sigma_Y$ ). Pri jednoosom namáhaní a úvahe ideálne elastoplastického materiálu (materiál bez spevnenia), funkcia plasticity musí spĺňať tzv. podmienku plasticity: [12]

$$f = \sigma_1 - \sigma_Y = 0 \quad (8)$$

Hodnota normálového napätia teda v tomto prípade nepresiahne medzu klzu (Obr. 23). Materiál tečie v smere pôsobiaceho ťahového zaťaženia (bez jeho navyšovania). Pri odľahčovaní podmienka plasticity (8) nie je splnená a nedochádza k vývoji plastickej zložky deformácie.



Obr. 23 – Znážornenie podmienky plasticity u ideálne elastoplastického materiálu [12]

V prípade viacosej napätosti je situácia zložitejšia. Pre všeobecný stav napätosti a ideálne elastoplastický materiál ide podmienku plasticity prepísať na tvar:

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \bar{f}(\boldsymbol{\sigma}) - \sigma_Y = 0 \quad (9)$$

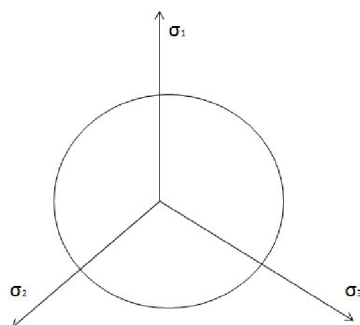
Kde:  $f(\boldsymbol{\sigma})$  – funkcia plasticity, ktorá závisí na aktuálnej hodnote zložiek tenzora napätia  $\boldsymbol{\sigma}$

U ideálne elastoplastického materiálu ide očakávať, že sa funkcia plasticity nemení. Pre húževnaté materiály ide teda aplikovať napríklad von Misesovu podmienku plasticity, ktorá podľa hypotézy pevnosti rovnakého názvu vychádza z potenciálnej energie napätosti na zmenu tvaru. Von Misesovu funkciu plasticity je možné vyjadriť pomocou hlavných napätí  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  vo forme:

$$\bar{f}(\boldsymbol{\sigma}) = \sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]/2} \quad (10)$$

Kde:  $\sigma_1, \sigma_2$  a  $\sigma_3$  – hlavné napätia

Zobrazenie podmienky plasticity v súradnicovom systéme hlavných napätí sa hovorí *plocha plasticity*. Plochou plasticity pri Von Misesovej podmienke je valec s osou odpovedajúcou priamke  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ . Pri podmienke von Mises, kde vystupuje len deviátorová časť tenzora napätia, sa častejšie pojmom plocha plasticity označuje už priamo jej priemet v deviátorovej rovine (rovina, kde platí  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{konšt.}$ ). Je zrejmé, že pre podmienku von Mises je týmto priemetom kružnica (Obr. 24). [12]



Obr. 24 – Znáznornenie plochy plasticity von Mises u ideálne plastického materiálu [12]

Z predošlého textu je zrejmé, že u ideálne elastoplastického materiálu môže dôjsť k napätovým stavom, charakterizovaným bodom, ktorý leží pri zobrazení na ploche plasticity alebo vnútri (pri odľahčovaní). Podobne je tomu tak aj pri materiáloch so spevnením.

### 1.7.3. Pravidlo spevnenia

U ideálne elastoplastických materiálov je plocha plasticity nemenná. Pri materiáloch so spevnením (zmäkčením) sa menia rozmery, tvar aj poloha plochy plasticity. V koncepte plôch plasticity je potom snahou dosiahnuť podobného chovania u matematických modelov, teda zaistiť odpovedajúce zmeny plochy plasticity. Akým spôsobom sa mení plocha plasticity pri zaťažovaní udáva tzv. pravidlo spevnenia. V zásade ide rozdeliť pravidla spevnenia na izotropné, kinematické a kombinované. [12]

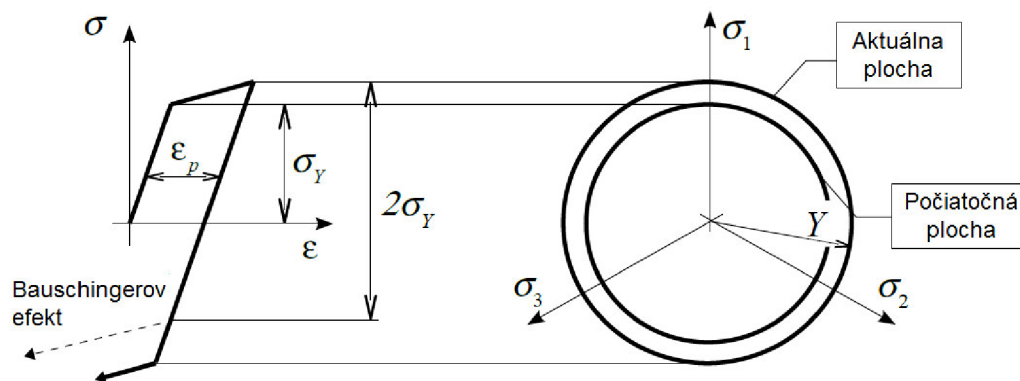
U izotropného spevnenia sa plocha plasticity zväčšuje vo všetkých smeroch rovnomerne a počiatok zostáva v počiatku súradnicového systému (Obr. 25). Z uvedeného je zrejmé, že napríklad pri použití von Misesovej podmienky plasticity sa mení len polomer plochy plasticity. Všeobecne potom táto podmienka s izotropným spevnením nadobúda tvar:

$$f(\boldsymbol{\sigma}, Y) = \bar{f}(\boldsymbol{\sigma}) - Y = 0 \quad (11)$$

Kde:  $Y$  – skalárna izotropná premenná, súvisí s vývojom dislokačných štruktúr behom zaťažovania



Už z logickej úvahy založenej na skutočnosti, že sa v materiáli nemení len jeho hustota dislokácií, ale úlohu hrá taktiež zložitosť dislokačných štruktúr, je zrejmé, že pre popis deformačného spevnenia polykryštalických materiálov nejde vystačiť s touto jedinou vnútornou premennou. Modely plasticity s čisto izotropným spevnením nie sú schopné správne popísať Bauschingerov efekt, čo je zrejmé z *Obr. 25*. Na tomto obrázku je v ľavej časti znázornené, akú deformačnú odozvu dáva materiál s izotropným spevnením pri jednoosom silovom namáhaní. Po prekročení medze klzu ( $\sigma_Y$ ) a následnom odľahčení môže dôjsť ku zmene plastickej deformácie až v okamihu, kedy napätie dosiahne zápornej maximálnej hodnoty z kladnej vetvy slučky. [12]

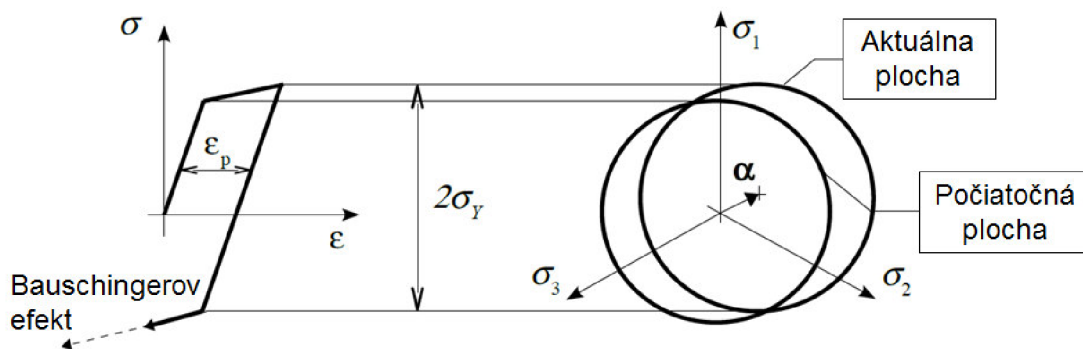


*Obr. 25 – Vývoj plochy plasticity u izotropného spevnenia [12]*

Čisto izotropický model plasticity ide zodpovedne použiť len v prípade monotónneho zaťažovania. Izotropné modely nachádzajú uplatnenie skôr pri modelovaní technologických operácií, u tvárenia apod. Pre prípad cyklického namáhania sa jeho použitie rozhodne nedoporučuje, pretože neodpovedá typickému chovaniu tvárných materiálov. [12]

Na rozdiel od izotropného spevnenia riadi kinematické pravidlo spevnenia len polohu plochy plasticity. Plocha plasticity pri modeli s čisto kinematickým spevnením nemení svoju veľkosť, ale dochádza k jej posúvaniu v priestore hlavných napätí (v deviátorovej rovine pri podmienkach plasticity bez vplyvu stredného napätia). Vnútrovnou riadiacou premennou je u tohto druhu spevnenia kinematický tenzor napätia  $\alpha$ . Tento definuje aktuálnu polohu stredu plochy plasticity (*Obr. 26*). Z fyzikálneho pohľadu tento tenzor súvisí s vnútorným napätím vznikajúcim v materiáli v dôsledku vývoja dislokačných štruktúr. [12]

Z doposiaľ uvedeného vyplýva, že model plasticity s čisto kinematickým pravidlom umožňuje správne zachytiť Bauschingerov efekt. Pri prekročení medze klzu v prípade jednoosého namáhania a následnom odľahčení dôjde k zmene plastickej deformácie až pri odľahčení o  $2\sigma_Y$  (*Obr. 26*). Pre symetrické striedavé zaťaženie je odozvou modelu uzatvorená hysterézná slučka. [12]



Obr. 26 – Zmena polohy plochy plasticity u kinematického pravidla spevnenia [12]

U čisto kinematického spevnenia ide podmienku plasticity vyjadriť v tvare:

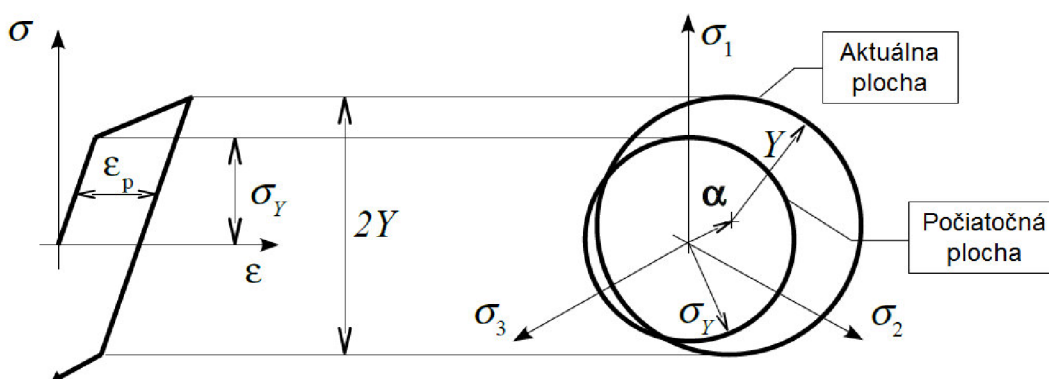
$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) = \bar{f}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - \sigma_Y = 0 \quad (12)$$

Existujú ocele, ktoré vykazujú len veľmi slabé izotropné spevnenie. Presnejšie je u týchto materiálov medza klzu v cyklickej deformačnej krivke a statickej deformačnej krivke podobná a pre modelovanie ich chovanie pri cyklickom proporcionálnom namáhaní si ide vystačiť len s kinematickým pravidlom spevnenia. [12]

Pri materiáloch s odlišnou medzou klzu v statickej a cyklickej deformačnej krivke je potrebné už v koncepte plôch plasticity uvažovať superpozíciu izotropného a kinematického pravidla spevnenia. V tomto prípade sa hovorí o kombinovanom spevnení. Podmienka plasticity je potom formulovaná takto: [12]

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}, Y) = \bar{f}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - Y = 0 \quad (13)$$

V priestore hlavných napätí pri kombinovanom spevnení už dochádza k posudzovaniu aj zmene veľkosti plochy plasticity, tak ako je to zobrazené na Obr. 27.



Obr. 27 – Zmena polohy plochy plasticity u kombinovaného modelu spevnenia [12]



Vhodnou superpozíciou kinematického a izotropného pravidla ide správne popísať tranzientné efekty objavujúce sa v počiatočných cykloch namáhania, cyklické spevňovanie, resp. zmäkčovanie materiálu, prídavné spevnenie/zmäkčenie v dôsledku neproporcionálneho namáhania, cyklické tečenie aj ďalšie efekty cyklickej plasticity. [12]

#### 1.7.4. Pravidlo plasticity

Ako sa budú vyvíjať prírastky plastickej deformácie v prípade aktívneho zaťažovania udáva pravidlo plasticity. Ak sa uvažuje prípad jednoosého namáhania, kedy kladný prírastok napätia vyvolá kladný prírastok plastickej deformácie, musí platiť: [12]

$$d\sigma : d\varepsilon_p \geq 0 \quad (14)$$

Ak sa porovná toto kritérium s podmienkou aktívneho zaťažovania:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma > 0 \quad (15)$$

Ide písať pravidlo plasticity vo forme:

$$d\varepsilon_p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (16)$$

Kde:  $d\lambda$  – skalárny súčiniteľ (plastický násobok)

Často sa tiež tejto rovnici vraví *pravidlo normality*, pretože z geometrického hľadiska prírastok plastickej deformácie má smer vonkajšej normály k ploche zaťažovania. V prípade jednoosého namáhania pravidlo uvedené v rovnici (16) vraví, že smer prírastku plastickej deformácie bude odpovedať zmyslu namáhania. Toto pravidlo sa používa pri tvárných materiáloch a odpovedá asociovanej plasticite, kedy je funkcia zaťažovania priamo plastickým potenciálom. Pravidlo normality spolu s von Misesovou podmienkou plasticity je implementované vo väčšine komerčných MKP programov umožňujúcich riešenie úloh s materiálovou nelinearitou. Skalárny súčiniteľ  $d\lambda$  v prípade jednoosého namáhania odpovedá absolútnej hodnote prírastku plastickej deformácie  $|d\varepsilon_p|$ , všeobecne potom priamo prírastku akumulovanej plastickej deformácii, pre ktorú platí: [12]

$$dp = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_p : d\varepsilon_p} \quad (17)$$

Akumulovaná plastická deformácia ( $p$ ) odpovedá pri ťahovom namáhaní priamo aktuálnej hodnote axiálnej plastickej deformácii a veľmi často sa používa pri definícii evolučných rovníc v pravidlách spevnenia. [12]

### 1.7.5. Kritériá zaťažovania a podmienka konzistencie

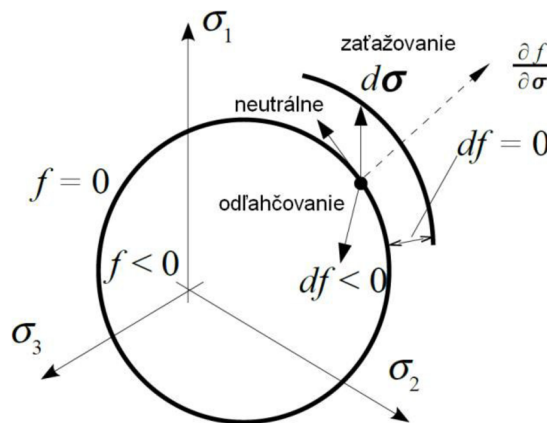
Pri modeli plasticity so spevnením sa aktuálna plocha plasticity vyvíja a preto sa jej niekedy hovorí tiež plocha zaťažovania. Funkcia plasticity je potom nazývaná funkciou zaťažovania.

$$f = f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}, Y) \quad (18)$$

Kde  $Y$  a  $\boldsymbol{\alpha}$  majú rovnaký význam ako v predchádzajúcich kapitolách a ide o vnútorné premenné, ktoré vyjadrujú vplyv spevnenia. Vo všeobecnom prípade funkcie zaťažovania (16) sa prírastok funkcie zaťažovania musí vyjadriť totálnym diferenciálom, teda:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : d\boldsymbol{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial Y} dY + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\alpha}} : d\boldsymbol{\alpha} \quad (19)$$

Kde člen  $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$  udáva smer normály ku ploche zaťažovania (Obr. 28). Teraz je vhodné zamerať sa na prvý člen poslednej rovnice. Za predpokladu, že akýkoľvek napätový stav ide vyjadriť pomocou troch zložiek normálových napätí (hlavných napätí), odpovedá výsledok výrazu  $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : d\boldsymbol{\sigma}$  skalárnemu súčinu dvoch vektorov, jednotkového vektora odpovedajúceho smeru normály k ploche plasticity a vektoru prírastku hlavných napätí. [12]



Obr. 28 – Zobrazenie troch možných stavov na ploche zaťažovania [12]

Jednotlivé prípady, ktoré potom môžu nastať na ploche plasticity (ak leží reprezentujúci aktuálny stav napätosti na ploche zaťažovania), ide definovať podľa ostroty uhla, ktorý vyššie dva uvedené vektory zvierajú. Pre úplnosť je vhodné pripomenúť, že skalárny súčin je nulový pre prípad pravého uhla, záporný pri tupom a kladný ak je uhol zvieraný vektormi ostrý.

Vo všeobecnosti môže dôjsť ku trom stavom: [12]

1. Zaťažovanie, kedy platí:  $f = 0$ ,  $df = 0$ ,  $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : d\boldsymbol{\sigma} > 0$  (prírastok napätia má smer von od plochy zaťažovania).

2. Neutrálne zaťažovanie, ktoré je určené stavom:  $f = 0$ ,  $df = 0$ ,  $\frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma = 0$ . V tomto prípade bod charakterizujúci napätosť zostáva na ploche zaťažovania.
3. Odľahčovanie, ktoré je definované:  $f = 0$ ,  $df < 0$ ,  $\frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma < 0$  a dochádza ku zmene chovania z elastoplastického na pružné, pretože sa bod charakterizujúci aktuálny napätový stav dostáva dovnútra plochy plasticity (neplatí podmienka plasticity,  $f < 0$ ).

Prvému stavu sa taktiež často hovorí aktívne zaťažovanie. Zostávajúce dva sú súhrnne označované ako pasívne zaťaženie. Pri neutrálnom zaťažovaní a zaťažovaní, bod, ktorý charakterizuje aktuálnu napätosť nemôže opustiť plochu plasticity a musí teda platiť tzv. pravidlo konzistencie: [12]

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma + \frac{\partial f}{\partial Y} dY + \frac{\partial f}{\partial \alpha} : d\alpha = 0 \quad (20)$$

Podmienka plasticity  $f = 0$  potom platí len v prípade aktívneho a neutrálneho zaťažovania. Funkcia plasticity môže dosahovať len hodnôt  $f \leq 0$ . Na Obr. 28 je podmienka konzistencie tiež znázornená graficky.

## 1.8. Konštitučné vzťahy pre cyklickú plasticitu

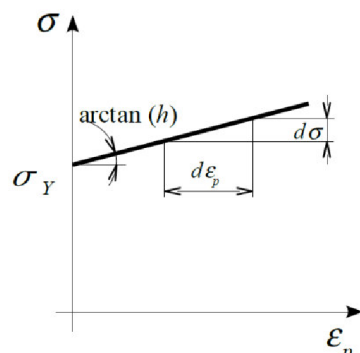
Jednotlivé teórie v inkrementálnej teórii plasticity sa pre potreby modelovania napäťovo-deformačného správania tvárných materiálov za cyklického namáhania najčastejšie líšia len v riadiacej rovnici pre zmenu kinematického tenzora napätia  $\alpha$  a izotropnej premennej  $Y$ . Takto získané špeciálne prípady spevnenia sa obvykle nazývajú *modely spevnenia*. [12]

V prípade kinematického spevnenia ide za najjednoduchší model považovať Pragerov model. Bol navrhnutý v roku 1952. Zmena kinematického tenzora je v tomto prípade lineárne závislá na prírastku plastickej deformácie [12]:

$$d\alpha = \frac{2}{3} C \cdot d\varepsilon_p \quad (21)$$

Kde:  $C$  – parameter spevnenia, ktorý je priamo rovný plastickému modulu  $h$

Plastický modul  $h$  udáva sklon aproximovanej deformačnej krivky v súradniciach  $\sigma - \varepsilon_p$ , a teda  $h = \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p}$ , ako to je zrejmé z Obr. 29.



Obr. 29 – Znáročnenie významu plastického modulu  $h$  [12]

Tento model dokáže správne zachytiť Bauschingerov efekt, avšak vedie len k lineárnym napäťovo-deformačným vlastnostiam. Chovanie tvárných materiálov je však pri cyklickom namáhaní nelineárne. Preto vedci v oblasti cyklickej plasticity hľadali možnosti zavedenia nelineárneho chovania v modeloch spevnenia. Existuje veľké množstvo rôznych modelov spevnenia podľa spôsobu zavedenia nelinearít. Podľa spôsobu ich zavedenia sa jednotlivé modely spevnenia delia na [12]:

- ✓ Viacvrstvé modely
- ✓ Jednoplché modely založené na diferenciálnych rovniciach
- ✓ Modely s viacerými plochami plasticity
- ✓ Modely s dvoma plochami plasticity
- ✓ Endochrinné teórie
- ✓ Modely s distorziou plochy plasticity

Na zachytenie efektov spojených s plasticitou sa v súčasnosti používajú rôzne modely spevnenia. Vzhľadom k rozšírenosti a značnej robustnosti je v ďalšej kapitole prebraný len Chabocheho model plasticity. Pomocou tohto materiálového modelu sú vykonávané ďalšie analýzy a preto je jeho popis nezbytné nutný.

## 1.9. Chabocheho model plasticity

Chabocheho model plasticity patrí v súčasnosti medzi hojne používaný materiálový model. Spolu s ďalšími je implementovaný do výpočtového programu ANSYS. Patrí do skupiny makroplastických modelov plasticity. [11] Podľa spôsobu zavedenia nelinearít sa zaraďuje medzi jednoplché modely založené na diferenciálnych rovniciach. Spolu s ďalšími modelmi nadväzuje na jednoduchý Pragerov kinematický model spevnenia. [12] [13]

Pragerov model (ako už bolo uvedené vyššie) vedie k bilineárnej napäťovo-deformačnej odozve modelu plasticity.

Veľmi dôležitou prácou k zavedeniu nelinearity v kinematickom pravidle spevnenia bola výskumná správa Armstronga a Fredericka. V tomto modeli je ku Pragerovmu pravidlu pridaná tzv. pamäťová zložka [13].

$$d\alpha = \frac{2}{3} C d\varepsilon_p - \gamma \alpha dp \quad (22)$$

Kde:  $C, \gamma$  - materiálové konštanty  
 $dp$  - prírastok akumulovanej plastickej deformácie

Evolúcia kinematického napätia teda závisí na aktuálnej pozícii stredu plochy plasticity, čo súvisí s predchádzajúcou históriou zaťažovania. Jedinou nevýhodou tohto modelu je, že dokáže zachytiť tvar hysteréznej slučky len v malom rozsahu rozkmitu plastickej deformácie [13].

Spomenutý nedostatok odstránil až Chaboche v roku 1979, kedy navrhol zostaviť kinematický tenzor ako superpozíciu  $M$  častí [12]:

$$\alpha = \sum_{i=1}^M \alpha^i \quad (23)$$

pričom pre každú časť je definovaná vlastná evolučná rovnica Armstrong-Frederickovho typu [13]:

$$d\alpha^{(i)} = \frac{2}{3} C_i d\varepsilon_p - \gamma_i \alpha^{(i)} dp \quad (24)$$

Kde:  $C_i, \gamma_i$  - materiálové konštanty

Najčastejšie sa v odbornej literatúre objavuje Chabocheho model s dvoma ( $M=2$ ), alebo tromi kinematickými časťami ( $M=3$ ). Chabocheho model plasticity umožňuje správne zachytiť Bauschingerov efekt, tvar hysteréznej slučky, monotónnej, resp. cyklickej deformačnej krivky a aj ratchetting. K jeho použitiu u daného materiálu je najskôr potrebné získať experimentálne dáta. [11], [12], [13]

## 2. FORMULÁCIA PROBLÉMOVEJ SITUÁCIE

Problém je taká situácia, ktorá zo subjektívnych, alebo objektívnych dôvodov vyžaduje riešenie, pri ktorom musia byť využité nasledujúce činnosti [35]:

- ✓ informačné
- ✓ tvoriace
- ✓ poznávacie
- ✓ rozhodovacie
- ✓ výkonné

Pri riešení akéhokoľvek problému je potrebné zvážiť na čom všetkom závisí a z toho vybrať to, čo je podstatné. [35] V ďalšom texte je stručne naznačená problematika, ktorou sa táto diplomová práca zaoberá.

Hlavnou náplňou tejto práce a teda aj problémom je stanovenie materiálových konštánt Chabocheho modelu plasticity tak, aby čo najvernejšie odpovedali experimentálne zisteným dátam.

Chabocheho model plasticity predstavuje kinematický model spevnenia. Dokáže zachytiť rôzne javy a odozvy materiálov vyskytujúce sa v cyklickej plasticite (Bauschingerov efekt, ratchetting, plastic shakedown atď.). Chabocheho model je tvorený superpozíciou Armstrong-Frederickových evolučných rovníc (22, 23). Každá časť popisuje určitú oblasť krivky získanej z experimentálnych dát [24]. Tento model sa však dočkal len obmedzenej popularity medzi používateľmi, kvôli zložitosti stanovenia materiálových parametrov, ktoré ho definujú. K ich zisteniu sú potrebné experimentálne dáta. Materiálové konštanty je možné určiť z niekoľkých základných charakteristík materiálu pri zaťažovaní. Pri monotónnom zaťažovaní je možné vyjsť z jednoduchej ťahovej skúšky. Pri cyklickom zasa z hysteréznej slučky, resp. cyklickej deformačnej krivky. Konštanty určené z jednoosých skúšok zaťažovania dávajú najlepší popis danej experimentálne zistenej odozvy materiálu. Ich stanovenie z viacosých skúšok je problematickejšie, rovnako tak presnosť popisu experimentálne zistených dát je nižšia. [24], [31], [32]

Ďalšou problémovou situáciou je to, ako budú určené materiálové parametre implementované do numerickej simulácie ťahovej skúšky odpovedať experimentálnym dátam.

Posledným problémom, ktorý je treba vyriešiť je zistiť priebeh napätí, resp. zbytkových napätí a deformácií v zjednodušenom modeli railu, resp. pomocnom telese. Rail, teda vysokotlakový zásobník paliva, ktorý pracuje s tlakmi väčšími ako 180 MPa musí prejsť procesom autofretáže [27]. Autofretáž spočíva vo vyvolaní pružne plastických deformácií v dutine dielu tým, že v dieli vzniknú zbytkové, či reziduálne napätia. Týmto sa zvyšuje cyklická pevnosť až o 30% [28]. Materiálový model, ktorý najlepšie popisuje experimentálnu závislosť bude na túto simuláciu aplikovaný. Ako už bolo spomenuté, je potrebné stanoviť priebeh napätí a deformácií zjednodušeného modelu railu, resp. pomocného telesa pri

zaťažení vyvolanom autofretovacím tlakom. Tento tlak je zvolený tak, aby splastizoval 20% pričného prierezu modelových telies v oblasti, ktorá nie je ovplyvnená koncentrátorom napätia (otvorom). Po odťažení zostanú v modelovom telese (telesách) zvyškové (remanentné) napätia.

## 2.1. Ciele diplomovej práce

- ✓ Stanovenie materiálových parametrov Chabocheho modelu plasticity tak, aby tieto čo najvernejšie odpovedali experimentálne zistenej závislosti krivky pre necelé dva zaťažovacie cykly.
- ✓ Aplikácia všetkých materiálových parametrov do Chabocheho materiálového modelu plasticity vo výpočtovom programe ANSYS 13.0 na stanovenie odozvy materiálu na cyklické zaťažovanie pre necelé dva cykly.
- ✓ Výber najvhodnejšieho materiálového modelu a jeho použitie v programe ANSYS na zjednodušený model railu (vysokotlakového zásobníka paliva).
- ✓ Analýza napätosti a deformácie v zjednodušenom modeli railu pri zaťažení autofretovacím tlakom a stanovenie priebehu zvyškových (trvalých, remanentných) napätí po odťažení.

### 3. RIEŠENIE PROBLÉMOVEJ SITUÁCIE

#### 3.1. Stanovenie konštánt Chabocheho modelu plasticity

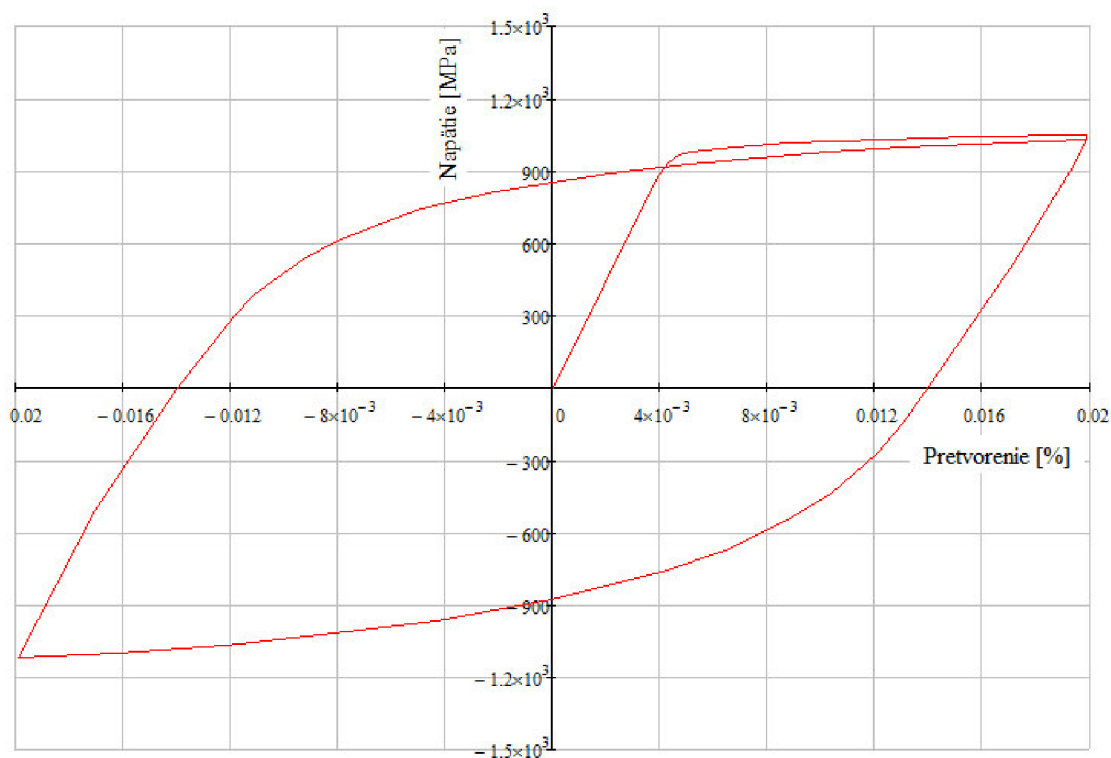
Ako už bolo spomenuté v kapitole 1.9., Chabocheho model plasticity patrí medzi často používaný materiálový model. Spolu s ďalšími je implementovaný do výpočtového programu ANSYS 13.0. Teší sa len obmedzenej popularite, kvôli zložitosti stanovenia jeho materiálových parametrov.

Na určenie materiálových parametrov Chabocheho modelu plasticity je u daného materiálu najskôr potrebné získať experimentálne dáta. Tieto sú získané z deformačne riadeného testu jednoosého namáhania ocele, ktorá sa používa na výrobu vysokotlakového zásobníku paliva – railu.

Boli poskytnuté tieto materiálové krivky:

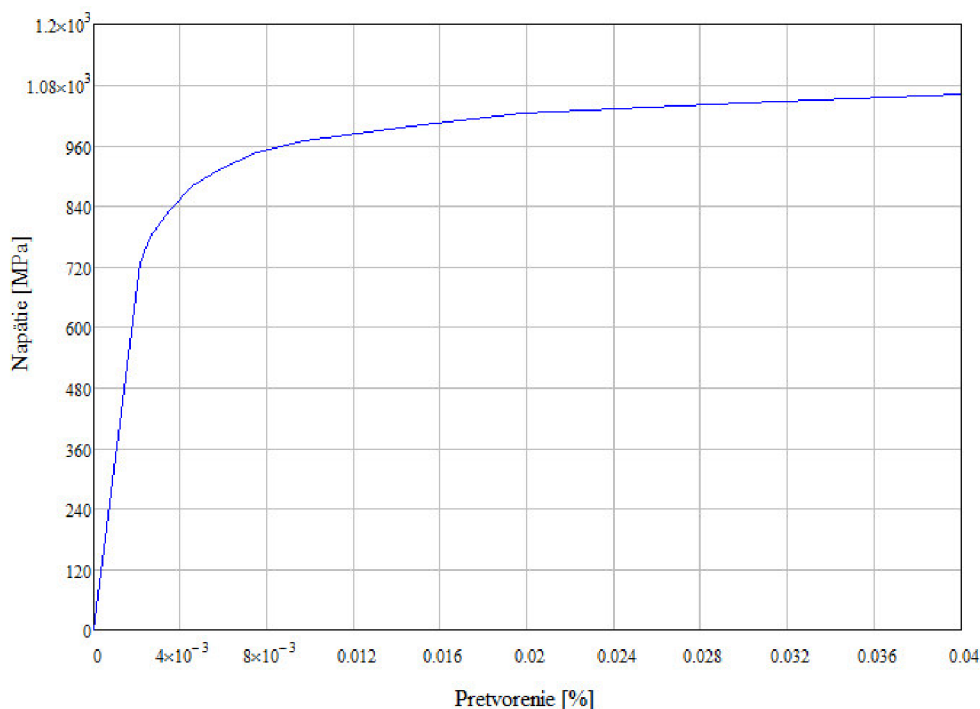
- ✓ Krivka pre necelé dva zaťažovacie cykly
- ✓ Cyklická deformačná krivka

Obe vyššie uvedené závislosti sú znázornené na *Obr. 30*, resp. *Obr. 31*.



*Obr. 30 – Krivka pre necelé dva zaťažovacie cykly*





Obr. 31 – Cyklická deformačná krivka

Popis nelineárnej odozvy materiálu na cyklické zaťažovanie závisí podľa viacerých odborných článkov a prác na tom, koľko Chabocheho kinematických častí sa naň použije [24], [11], [12], [13]. Pre prax je vhodné použiť 2-3 kinematické časti. Chabocheho model plasticity predstavuje spojenie viacerých Armstrong – Frederickových častí do jedného kinematického tenzora. Pre každú časť je definovaná vlastná evolučná rovnica Armstrong – Frederickovho typu, rovnica (25). Na pochopenie určenia materiálových parametrov Chabocheho modelu plasticity je teda nevyhnutné najskôr pochopiť význam jednej evolučnej rovnice Armstrong – Frederickovho typu.

Ako už bolo uvedené v kapitole 1.9., V Armstrong – Frederickovom modeli je k Pragerovmu pravidlu pridaná tzv. pamäťová zložka:

$$d\alpha = \frac{2}{3} C d\varepsilon_p - \gamma \alpha dp \quad (25)$$

Kde:  $C, \gamma$  - materiálové konštanty  
 $dp$  - prírastok akumulovanej plastickej deformácie

Pre odvodenie vlastností Armstrong – Frederickovho modelu (a teda jednej zložky Chabocheho modelu plasticity) bude ďalej uvažovaná podmienka von Mises v tvare: [12]

$$\sqrt{\frac{3}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{a}) : (\mathbf{s} - \mathbf{a})} - Y = 0 \quad (26)$$

Kde:  $\mathbf{s}$  – deviátor tenzora napätia  
 $\mathbf{a}$  – deviátorová časť kinematického tenzora  $\boldsymbol{\alpha}$

Pre vysvetlenie vplyvu materiálových parametrov  $C$  a  $\gamma$  na napäťovo deformačné chovanie modelu je vhodné prezentovať odvodenie konštitučnej rovnice pre prípad jednoosého namáhania. Všeobecne ide vyjadriť deviátor napätia a deviátor kinematického napätia pomocou deviátorového operátora: [13]

$$\mathbf{I}_d = \mathbf{I} - \frac{1}{3}(\mathbf{1} * \mathbf{1}) \quad (27)$$

Kde:  $\mathbf{1}, \mathbf{I}$  – jednotkové tenzory druhého a štvrtého rádu a to takto:

$$\mathbf{s} = \mathbf{I}_d : \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{a} = \mathbf{I}_d : \boldsymbol{\alpha} \quad (28)$$

Pri jednoosom namáhaní ide teda uvažovaním len jedinej nenulovej zložky  $\sigma_j = \sigma$  v tenzore napätia  $\boldsymbol{\sigma}$ , respektíve  $\alpha_j = \alpha$  pri tenzore kinematického napätia  $\boldsymbol{\alpha}$ , dôjsť k podmienke plasticity pre jednoosé namáhanie: [12]

$$f = |\sigma - \alpha| - \sigma_Y = 0 \quad (29)$$

Obdobným spôsobom ide upraviť nelineárne kinematické pravidlo spevnenia (25). Ak sa uvažuje len deviátorová časť rovnice (25) v dôsledku plastickej nestlačiteľnosti (Poissonovo číslo  $\nu=0,5$ ) ide získať diferenciálnu rovnicu:

$$d\boldsymbol{\alpha} = C d\boldsymbol{\varepsilon}_p - \gamma \boldsymbol{\alpha} |dp| \quad (30)$$

z ktorej po separácii premenných a integrácii ide získať vzťah: [13]

$$\boldsymbol{\alpha} = \chi \frac{C}{\gamma} + \left( \alpha_0 - \chi \frac{C}{\gamma} \right) e^{-\chi \gamma (\varepsilon_p - \varepsilon_{p0})} \quad (31)$$

kde hodnota  $\chi$  závisí na smere zaťažovania (pre ťah:  $\chi=1$ , pre tlak:  $\chi=-1$ ) a hodnoty  $\varepsilon_{p0}, \alpha_0$  odpovedajú počiatočnému stavu. Teraz už ide získať závislosť napätia na plastickej deformácii úpravou podmienky plasticity (29) s použitím parametra  $\chi$ , presnejšie:

$$\sigma = \alpha + \chi \sigma_Y \quad (32)$$

a dosadením kinematického napätia  $\alpha$  zo vzťahu (31). Pre jednoosé namáhanie teda vedie aplikácia Armstrong-Frederickovho modelu ku konštitučnej rovnici: [13]

$$\sigma = \chi \frac{C}{\gamma} + \left( \alpha_0 - \chi \frac{C}{\gamma} \right) e^{-\chi\gamma(\varepsilon_p - \varepsilon_{p0})} + \chi\sigma_Y \quad (33)$$

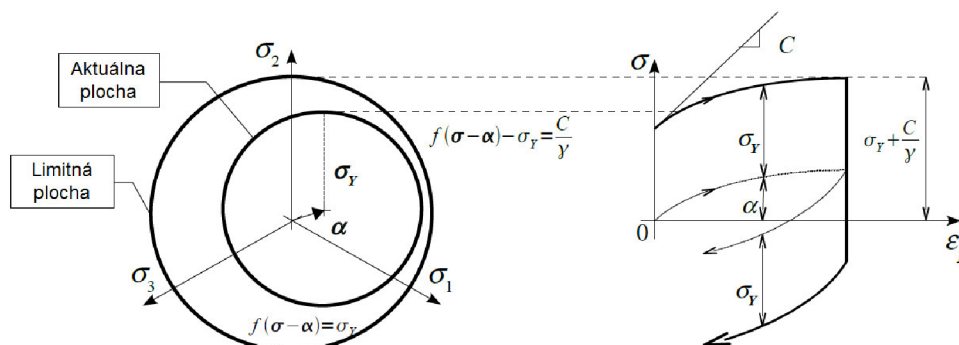
Pre ťah ide po dosadení za  $\chi=1$  a uvažovaním nulových počiatkových hodnôt plastickej deformácie a kinematického napätia získať vzťah: [13]

$$\sigma = \sigma_Y + \frac{C}{\gamma} (1 - e^{-\gamma\varepsilon_p}) \quad (34)$$

Limitným vyšetrením získanej nelineárnej funkcie a jej prvej derivácie ide získať predstavu o vplyve parametrov  $C$  a  $\gamma$  na jeho napäťovo – deformačné chovanie a o jednom zo spôsobov ich stanovenia. Význam parametru  $C$  bude zrejmý po vyjadrení limity prvej derivácie funkcie (34), teda:

$$\lim_{\varepsilon_p \rightarrow 0} [C e^{-\gamma\varepsilon_p}] = C \quad (35)$$

**Parameter  $C$  teda udáva sklon dotyčnice (tečny) k deformačnej krivke na medzi klzu  $\sigma_Y$ . Jeho jednotka je MPa. Funkcia (34) je funkcia rastúca a parameter  $\gamma$ , bez jednotky, ovplyvňuje rýchlosť s ktorou sa hodnota napätia blíži limitnej hodnote  $\sigma_Y + \frac{C}{\gamma}$ .** [12]



Obr. 32 – Vlastnosti Armstrong–Frederickovho nelineárneho kinematického modelu [12]

Na tomto obrázku je znázornený vývoj kinematického napätia a tvorba hysteréznej slučky v prípade zmeny smeru jednoosého zaťaženia. Z vyššie uvedených záverov o význame materiálových parametrov je možné vychádzať taktiež pri ich identifikácii, ale za predpokladu následného použitia pri monotónnom zaťažovaní. [12]

Pre prípad cyklického namáhania je nutné vychádzať pri určovaní konštánt z cyklickej deformačnej krivky, teda závislosti amplitúdy napätia  $\sigma_a$  na amplitúde plastickej deformácie  $\varepsilon_{ap}$ . S využitím výrazu (33) je možné analyticky odvodiť vzťah pre výraz popisujúci cyklickú deformačnú krivku pri Armstrong – Frederickovom modeli (rovnica (36) na ďalšej strane).

$$\sigma_a = \sigma_Y + \frac{C}{\gamma} \tanh(\gamma \varepsilon_{ap}) \quad (36)$$

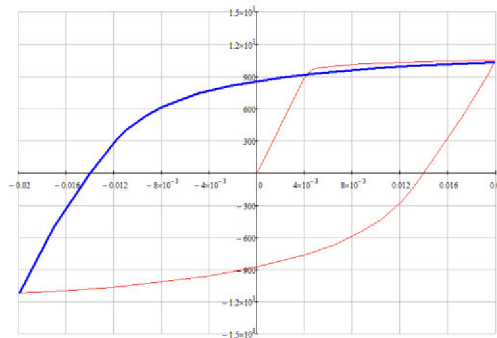
Kde:  $\sigma_Y$  – cyklická medza klzu

Funkcie  $\tanh(x)$  a  $1 - e^{-x}$  majú rovnaké limitné vlastnosti čo sa týka významu parametrov  $C$  a  $\gamma$ , preto ide využiť rovnaké postupy pri ich stanovení zo statickej aj cyklickej deformačnej krivky.

V ďalších podkapitolách je uvedený postup ako stanoviť materiálové parametre Chabocheho modelu plasticity, tak aby čo najvernejšie odpovedali experimentálne zisteným dátam. V podkapitole 3.1.1. je uvedený postup získania materiálových parametrov z krivky pre necelé dva zaťažovacie cykly. V podkapitole 3.1.4. zasa postup na určenie týchto parametrov z cyklickej deformačnej krivky.

### 3.1.1. Odhad Chabocheho materiálových parametrov z ťahovej časti hysteréznej slučky (TVHS)

Stanovenie Chabocheho materiálových parametrov z krivky pre necelé dva zaťažovacie cykly sa určí len z jej ťahovej časti, ktorá vytvára hysteréznú slučku. Pre lepšie pochopenie je uvedený *Obr. 33*, ktorý znázorňuje, z ktorej vetvy sa materiálové parametre určujú (zvýraznená modrou farbou).



*Obr. 33 - Časť krivky na stanovenie materiálových parametrov*

Vzťah na popis ťahovej vetvy hysteréznej slučky (TVHS) ide získať dosadením za  $\chi=1$  do rovnice (37):

$$\sigma = \chi \sigma_Y + \sum_{i=1}^M \chi \frac{C_i}{\gamma_i} + \left( \alpha_0^{(i)} - \chi \frac{C_i}{\gamma_i} \right) e^{-\chi \gamma_i (\varepsilon_p - \varepsilon_{p0})} \quad (37)$$

ktorá po dosadení za  $i=1$ , predstavuje rovnicu Armstrong – Frederickovho typu pre jednoosé monotónne zaťažovanie.

Po dosadení počiatočných podmienok  $\left( \alpha_0^{(i)} = \frac{C_i}{\gamma_i} \right)$  [12] do rovnice (37) a jej úpravou vznikne nasledujúci výraz:

$$\sigma = \sigma_Y + \sum_{i=1}^M \frac{C_i}{\gamma_i} \left(1 - 2e^{-\gamma_i(\varepsilon_p - (-\varepsilon_{ap}))}\right) \quad (38)$$

Po dosadení rovnakých počiatkových podmienok [12] do rovnice (37), jej upravením a uvažovaním lineárneho Pragerovho pravidla (posledný člen v (39)), ide získať výraz:

$$\sigma = \sigma_Y + \sum_{i=1}^M \frac{C_i}{\gamma_i} \left(1 - 2e^{-\gamma_i(\varepsilon_p - (-\varepsilon_{ap}))}\right) + C_{i+1}\varepsilon_p \quad (39)$$

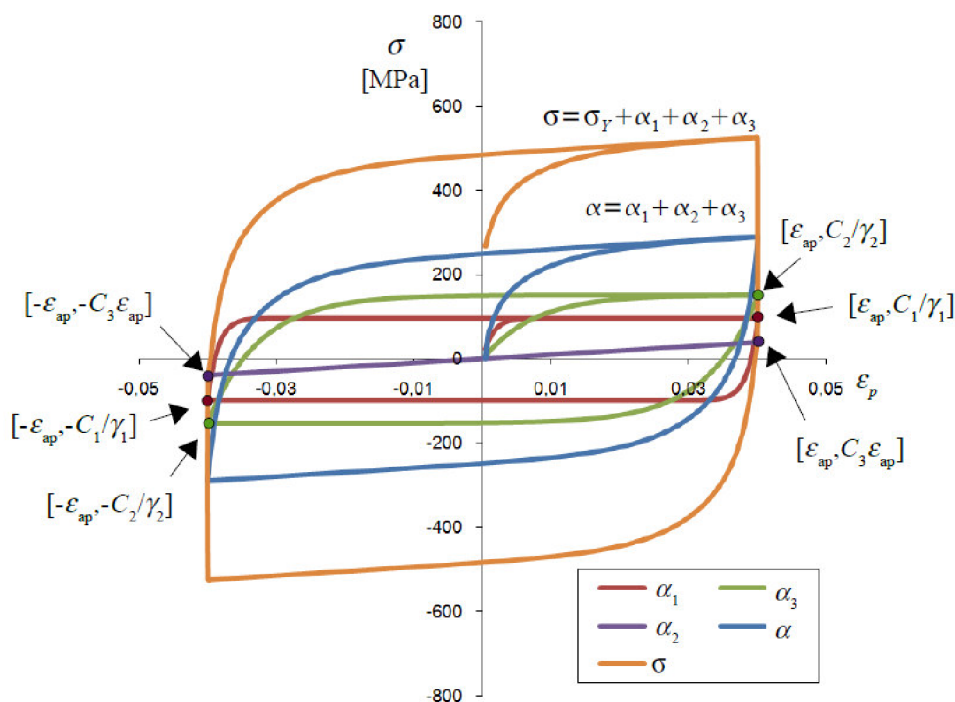
Ak v tejto rovnici  $i=0$ , potom rovnica prejde na tvar a teda lineárnu závislosť:

$$\sigma = \sigma_Y + C_1\varepsilon_p \quad (40)$$

Rovnice (38) a (39) majú veľký význam pre počiatkový odhad a následnú optimalizáciu materiálových parametrov Chabocheho modelu plasticity.

Ďalej je vhodné upozorniť na fakt, že stanovenie materiálových parametrov z TVHS je v [12] a [24] určované z ťahovej vetvy stabilizovanej hysteréznej slučky. V tomto prípade sa tieto konštanty určujú z hysteréznej slučky vytvorenej na základe necelých dvoch cyklov.

Rovnako tak je dôležité pripomenúť, že Youngov modul pružnosti pre hysteréznú slučku je odlišný ako od cyklickej, tak statickej deformačnej krivky [11].



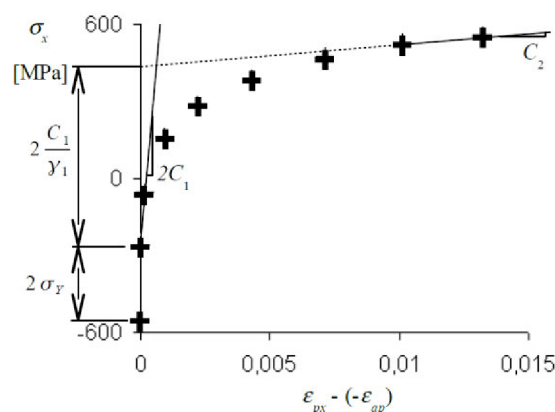
Obr. 34 – Využitie hysteréznej slučky pre identifikáciu parametrov Chabocheho modelu [12]

Podľa [24] je stabilizovaná hysterézná slučka rozdelená do troch úsekov, pretože sú uvažované 3 kinematické časti (Obr. 34). Prvou je úsek na začiatku plastickej oblasti (medza klzu). Druhou je lineárny úsek na konci ťahovej vetvy hysteréznej slučky. Poslednou je prechodový nelineárny segment. Tento sa vyskytuje v oblasti prechodu medzi prvým a druhým úsekom.

Ďalej je možné toto tvrdenie zovšeobecniť. Oblasť bude rozdelená na toľko úsekov, koľko kinematických častí Chabocheho modelu sa práve používa.

Na tomto mieste bude uvedený postup [12] identifikácie parametrov Chabocheho modelu s dvoma kinematickými časťami ( $M=2$ ) pre ťahovú vetvu hysteréznej slučky (TVHS) s využitím vzťahu (39), teda pre tzv. „Pragerov“ prípad:

1. Najskôr sa v sade experimentálnych dát prevedie celková deformácia na plastickej použitím Aditívneho a Hookeovho zákona.
2. Odčíta sa hodnota  $2\sigma_Y$  tak, aby približne odpovedala vzniku plastickej deformácie.
3. Konštanta  $C_2$  je daná smernicou dotyčnice v bode na konci krivky. Stačí teda urobiť priamkovú interpoláciu posledných dvoch bodov zo sady experimentálnych dát.
4. Dvojnásobok parametra  $C_1$  udáva smernicu dotyčnice (tečny) v bode, kde je plastickej deformácia nulová. Stačí teda znova urobiť priamkovú interpoláciu prvých dvoch bodov zo sady experimentálnych dát (uvažujú sa len body s nenulovou plastickej deformáciou a bod odpovedajúci hodnote  $\sigma_Y$ ).
5. Pomer  $2\frac{C_1}{\gamma_1}$  ide odčítať zo vzdialenosti zakótovanej na Obr. 35 a odtiaľ následne získať  $\gamma_1$ .



Obr. 35 – Počiatočná voľba parametrov pri kalibrácii Chaboche modelu zo širokej hysteréznej slučky [12]

V tejto práci bol riešený Chabocheho model s  $i=1-4$  kinematickými časťami pre odhad parametrov pomocou rovnice (38), teda pre prípad kompletného Chabocheho materiálového modelu. A ďalej prípad s  $i=0-3$  kinematickými časťami pre odhad parametrov pomocou rovnice (39) resp. (40), teda pre prípad uvažovania posledného člena ako lineárneho Pragerovho.

Postup uvedený vyššie je použiteľný aj pre identifikáciu parametrov Chabocheho modelu s jednou či viacerými kinematickými časťami pre prípad ak je posledný člen v (39) Pragerov alebo aj ak je využitý kompletný Chabocheho materiálový model (KCHMM).

V tabuľke 1 je uvedený odhad materiálových parametrov Chabocheho modelu s jednou až štyrmi kinematickými časťami pre Pragerov prípad.

Tab. 1 – Odhad Chabocheho materiálových parametrov z TVHS pre Pragerov prípad

Počet kinematických častí	M = 1	M = 2	M=3	M=4
Odhad hodnôt materiálových parametrov	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 700$
	$C_1 = 53476$	$C_1 = 53476$	$C_1 = 53476$	$C_1 = 53476$
		$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 155$
		$C_2 = 138$	$C_2 = 500$	$C_2 = 500$
			$\gamma_2 = 7$	$\gamma_2 = 7$
			$C_3 = 3138$	$C_3 = 5$
				$\gamma_3 = 1$
				$C_4 = 3138$

Kde:  $\sigma_0$  – hodnota pri ktorej nastane plastická deformácia

$C_i, \gamma_i$  – materiálové parametre Chabocheho modelu plasticity

Na určovanie týchto parametrov bol použitý postup uvedený na predchádzajúcej strane. Počiatočný odhad vychádza zo stanovenia parametrov pre dve kinematické časti a pre prípad podľa rovnice (39), teda Pragerov prípad. Z neho je redukciami parametrov  $\gamma_1$  a  $C_2$  zistený materiálový model len s jednou kinematickou časťou ( $M=1$ ). Naopak pridaním parametrov  $\gamma_2, C_3$ , resp.  $\gamma_3, C_4$  je určený odhad parametrov pre 3, resp. 4 kinematické časti. V prípadoch  $M=2-4$  je dobré si všimnúť, že posledný člen je stále rovnaký. Tento člen predstavuje bod 3. v postupe uvedenom vyššie a teda smernicu dotyčnice v bode na konci krivky. Parametre  $C_2$  a  $\gamma_2$  pre prípad  $M=3$ , resp.  $C_3$  a  $\gamma_3$  v prípade  $M=4$ , sú volené tak, aby ešte lepšie popísali ťahovú vetvu hysteréznej slučky.

Všeobecne určiť tieto konštanty je veľmi náročné. V mnohých vedeckých článkoch pre popis Chabocheho modelu plasticity s kinematickými časťami pre  $M>2$  sú tieto parametre určené metódou pokus - omyl (trial - error approach), napr. v článku [24].

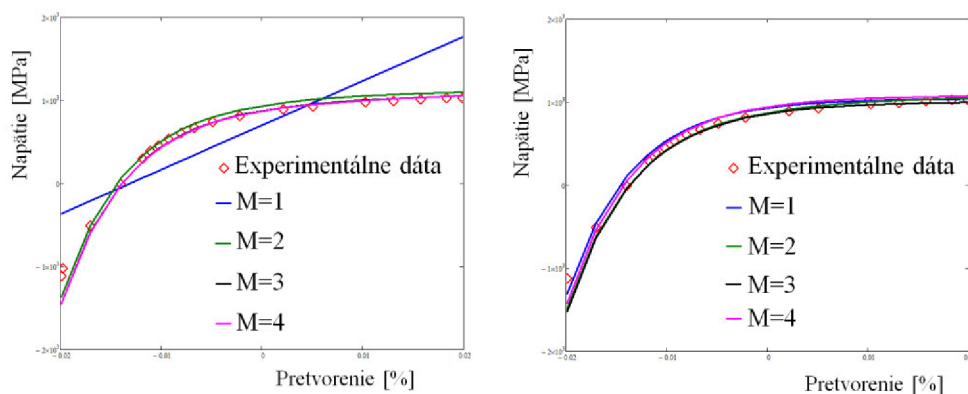
V tabuľke 2 je zasa uvedený odhad pre rovnaké množstvo kinematických častí ( $M=1-4$ ), pre kompletný Chabocheho materiálový model (KCHMM).

Tab. 2 - Odhad Chabocheho materiálových parametrov z TVHS pre prípad KCHMM

Počet kinematických častí	M=1	M=2	M=3	M=4
Odhad hodnôt materiálových parametrov	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 700$
	$C_1 = 53476$	$C_1 = 53476$	$C_1 = 53476$	$C_1 = 53476$
	$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 155$
		$C_2 = 3138$	$C_2 = 500$	$C_2 = 49$
		$\gamma_2 = 25$	$\gamma_2 = 5$	$\gamma_2 = 16$
			$C_3 = 3138$	$C_3 = 100$
			$\gamma_3 = 95$	$\gamma_3 = 50$
				$C_4 = 3138$
			$\gamma_4 = 95$	

K určeniu parametrov podľa tabuľky 2 platia obdobné zákonitosti ako k určeniu parametrov z Tab. 1.

Odhadnuté hodnoty týchto parametrov, po dosadení do rovníc (38) a (39), resp. (40), popíšu ťahovú vetvu hysteréznej slučky (TVHS). Na obrázku nižšie sú uvedené tieto funkcie s odhadnutými parametrami v porovnaní s experimentálne zistenými dátami (konkrétne s ťahovou vetvou hysteréznej slučky).



Obr. 36 – Znáozornenie odhadu parametrov z TVHS: vľavo Pragerov prípad, vpravo KCHMM

Z tohto obrázku je vidieť, že odhad parametrov je dobrý, ale nie až tak, aby popísal danú krivku úplne presne. Na to, aby tieto parametre popísali krivku ešte lepšie, je nutné ich optimalizovať. V ďalšej podkapitole je preto uvedený postup ich optimalizácie.

### 3.1.2. Optimalizácia Chabocheho materiálových parametrov z TVHS

Na optimalizovanie parametrov je možné využiť viacero metód. V tejto práci bola použitá Lavenberg-Marquardtova metóda, resp. jej optimalizovaná podoba. Podrobné vysvetle-



nie jej fungovania je možné nájsť v [25] a [26]. Táto metóda je implementovaná vo viacerých programoch.

Jedným z nich je aj program MathCad. V ňom je jej použitie zahrnuté prostredníctvom funkcie genfit. Funkcia genfit umožňuje prispôbenie (fit) krivky pomocou ľubovoľnej funkcie. K jej správne fungovaniu je potrebné nájsť vhodný počiatočný nástrel parametrov. Ich odhad je uvedený v *Tab. 1*, resp. *Tab. 2*.

V *Tab. 3* a *Tab. 4* je sú uvedené už optimalizované parametre Chabocheho modelu plasticity pre počet kinematických častí  $M=1-4$  pre prípad Pragerov, resp. kompletného Chabocheho materiálového modelu ( $\gamma \neq 0$ ).

*Tab. 3 - Optimalizované parametre Chabocheho modelu z TVHS pre Pragerov prípad*

Počet kinematických častí	M=1	M=2	M=3	M=4
Optimalizované hodnoty materiálových parametrov pre Pragerov prípad	$\sigma_0 = 652$	$\sigma_0 = 654$	$\sigma_0 = 696$	$\sigma_0 = 584$
	$C_1 = 48523$	$C_1 = 50229$	$C_1 = 50229$	$C_1 = 50533$
		$\gamma_1 = 130$	$\gamma_1 = 130$	$\gamma_1 = 129$
		$C_2 = -623$	$C_2 = 0$	$C_2 = -1582$
			$\gamma_2 = 0$	$\gamma_2 = 7$
			$C_3 = -623$	$C_3 = 115$
				$\gamma_3 = 1$
				$C_4 = 1754$

Hodnoty materiálových parametrov určených odhadom a po naitovaní sú rozdielne. V niektorých prípadoch je hodnota materiálových parametrov určená naitovaním dokonca záporná. Pre prípad s  $M=3$  sú konštanty  $C_2$  a  $\gamma_2$  rovné nule. Týmto sa z prípadu  $M=3$  stane prípad s dvoma kinematickými časťami ( $M=2$ ).

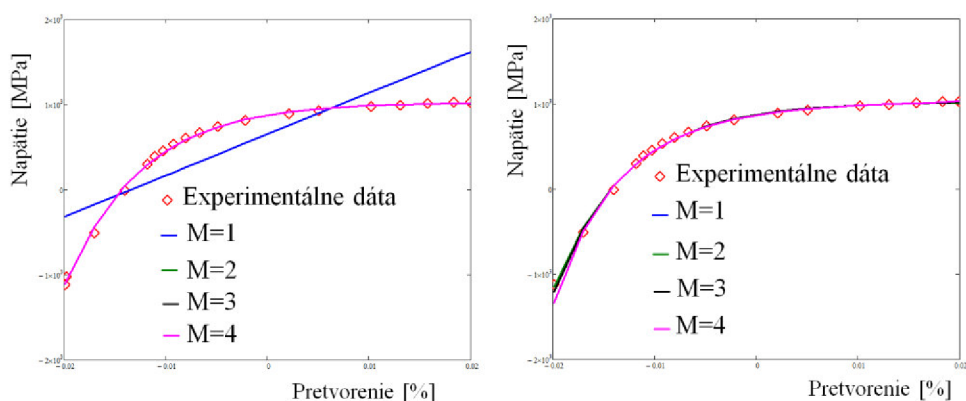
*Tab. 4 - Optimalizované parametre Chabocheho modelu z TVHS pre prípad KCHMM*

Počet kinematických častí	M=1	M=2	M=3	M=4
Optimalizované hodnoty materiálových parametrov pre kompletný Chabocheho materiálový model	$\sigma_0 = 651$	$\sigma_0 = 651$	$\sigma_0 = 697$	$\sigma_0 = 688$
	$C_1 = 50623$	$C_1 = 47672$	$C_1 = 49961$	$C_1 = 49858$
	$\gamma_1 = 135$	$\gamma_1 = 135$	$\gamma_1 = 136$	$\gamma_1 = 137$
		$C_2 = 2951$	$C_2 = 204$	$C_2 = 60$
		$\gamma_2 = 135$	$\gamma_2 = 4$	$\gamma_2 = 1$
			$C_3 = 331$	$C_3 = 1$
			$\gamma_3 = 136$	$\gamma_3 = -263$
				$C_4 = 437$
			$\gamma_4 = 137$	

Hodnoty uvedené v *Tab. 3*, resp. *Tab. 4* (optimalizované) a hodnoty v *Tab. 1* a *Tab. 2* (určené odhadom) sú rozdielne. Toto je spôsobené rozdielnym prístupom k ich určeniu. Pri „odhade“ sú materiálové parametre určené postupom podľa [12].

Optimalizovanie je riešené pomocou metódy nelineárnej regresie – Lavenberg-Marquardtovou metódou. MathCad na to využíva funkciu *genfit*, ktorá umožňuje fit krivky pomocou ľubovoľnej funkcie [11].

Funkcie (38), (39), resp. (40) s optimalizovanými parametrami v porovnaní s experimentálne zistenými dátami (konkrétne s ťahovou vetvou hysteréznej slučky) sú znázornené obrázku nižšie.



Obr. 37 – Znáznomenie optimalizovaných parametrov z TVHS: vľavo Pragerov prípad, vpravo KCHMM

Z Obr. 37 je možné usúdiť, že optimalizáciou materiálových parametrov sa experimentálnym dátam približujú dané krivky ešte viac. Na tomto obrázku je vidieť, že pre jednotlivé prípady: Prager resp. KCHMM, niektoré krivky splyvajú v jednu. Rozdiel je len na Obr. 37 vľavo, kde pre  $M=1$ , kde má krivka lineárny charakter a teda ide o priamku. To je ale pochopiteľné, pretože sa vychádza z rovnice (40).

### 3.1.3. Porovnanie Chabocheho materiálových parametrov z TVHS určených odhadom a optimalizovaním

Pre názornejší prehľad o odhadnutých a optimalizovaných parametroch je v *Tab. 5*, resp. *Tab. 6* určené ich porovnanie.

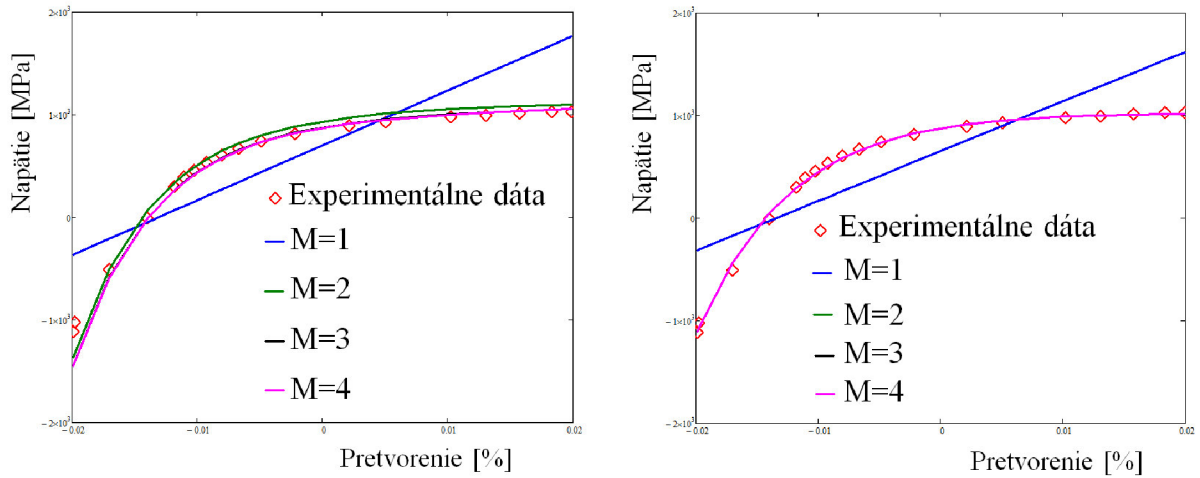
Na obrázkoch 38, resp. 39 sú uvedené funkcie (38), (39) resp. (40) s odhadnutými a optimalizovanými parametrami v porovnaní s experimentálne zistenými dátami (konkrétne s ťahovou vetvou hysteréznej slučky).

Tab. 5 – Odhadnuté a optimalizované parametre Chabocheho modelu z TVHS pre Pragerov prípad

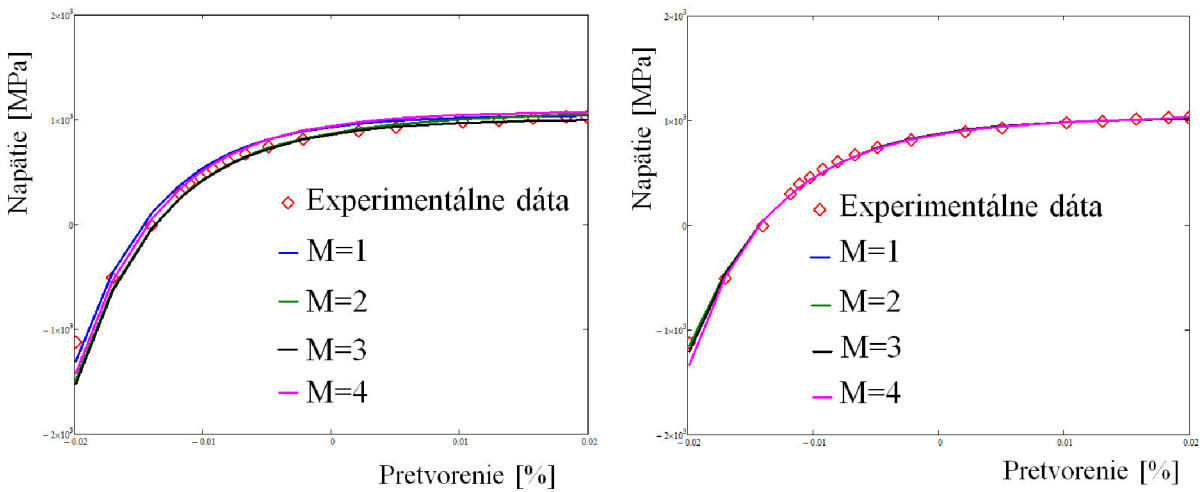
Počet kinematických častí	M=1		M=2		M=3		M=4	
	Odhad/optimalizácia hodnôt materiálových parametrov	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 652$	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 654$	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 696$	$\sigma_0 = 700$
$C_1 = 53476$		$C_1 = 48523$	$C_1 = 53476$	$C_1 = 50229$	$C_1 = 53476$	$C_1 = 50229$	$C_1 = 53476$	$C_1 = 50533$
			$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 130$	$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 130$	$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 129$
			$C_2 = 138$	$C_2 = -623$	$C_2 = 500$	$C_2 = 0$	$C_2 = 500$	$C_2 = -1582$
					$\gamma_2 = 7$	$\gamma_2 = 0$	$\gamma_2 = 7$	$\gamma_2 = 7$
					$C_3 = 3138$	$C_3 = -623$	$C_3 = 5$	$C_3 = 115$
							$\gamma_3 = 1$	$\gamma_3 = 1$
							$C_4 = 3138$	$C_4 = 1754$

Tab. 6 - Odhadnuté a optimalizované parametre Chabocheho modelu z TVHS pre prípad KCHMM

Počet kinematických častí	M=1		M=2		M=3		M=4	
	Odhad/optimalizácia hodnôt materiálových parametrov	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 651$	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 651$	$\sigma_0 = 700$	$\sigma_0 = 697$	$\sigma_0 = 700$
$C_1 = 53476$		$C_1 = 50623$	$C_1 = 53476$	$C_1 = 47672$	$C_1 = 53476$	$C_1 = 49961$	$C_1 = 53476$	$C_1 = 50533$
$\gamma_1 = 155$		$\gamma_1 = 135$	$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 135$	$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 136$	$\gamma_1 = 155$	$\gamma_1 = 129$
			$C_2 = 3138$	$C_2 = 2951$	$C_2 = 500$	$C_2 = 204$	$C_2 = 500$	$C_2 = -1582$
			$\gamma_2 = 25$	$\gamma_2 = 135$	$\gamma_2 = 5$	$\gamma_2 = 4$	$\gamma_2 = 7$	$\gamma_2 = 7$
					$C_3 = 3138$	$C_3 = 331$	$C_3 = 5$	$C_3 = 115$
					$\gamma_3 = 95$	$\gamma_3 = 1$	$\gamma_3 = 1$	$\gamma_3 = 1$
							$C_4 = 3138$	$C_4 = 1754$
						$\gamma_3 = 1$	$\gamma_3 = 1$	



Obr. 38 – Znáznorenie Pragerovho prípadu určenia parametrov z TVHS: vľavo odhadom, vpravo optimalizovaním



Obr. 39 – Znáznorenie prípadu KCHMM určenia parametrov z TVHS: vľavo odhadom, vpravo optimalizovaním

### 3.1.4. Odhad Chabocheho materiálových parametrov z cyklickej deformačnej krivky (CDK)

V tomto prípade sa Chabocheho materiálové parametre určia z cyklickej deformačnej krivky. Cyklická deformačná krivka (CDK) vznikne preložením vrcholov hysterézných slučiek.

Rovnica (36) predstavuje jeden kinematický člen v Chabocheho modeli plasticity. Jej úpravou vznikne rovnica (41). Táto už predstavuje Chabocheho model plasticity pre prípad KCHMM [12].

$$\sigma_a = \sigma_Y + \sum_{i=1}^M \frac{C_i}{\gamma_i} \tanh(\gamma_i \varepsilon_{ap}) \quad (41)$$

Kde:  $\tanh(x)$  – hyperbolický tangens

$\sigma_Y$  – medza klzu v cyklickej deformačnej krivke

$C_i, \gamma_i, \varepsilon_{ap}$  – materiálové parametre rovnaké ako v predošlých častiach

Uvažovaním posledného člena nulového ( $\gamma$ ) v rovnici (36) je možné získať nasledujúci vzťah a teda zasa tzv. „Pragerov“ prípad:

$$\sigma = \sigma_Y + \sigma_Y + \sum_{i=1}^M \frac{C_i}{\gamma_i} \tanh(\gamma_i \varepsilon_{ap}) + C_{i+1} \varepsilon_p \quad (42)$$

Ak v tejto rovnici  $i=0$ , potom rovnica prejde na tvar:

$$\sigma = \sigma_Y + C_1 \varepsilon_p \quad (43)$$

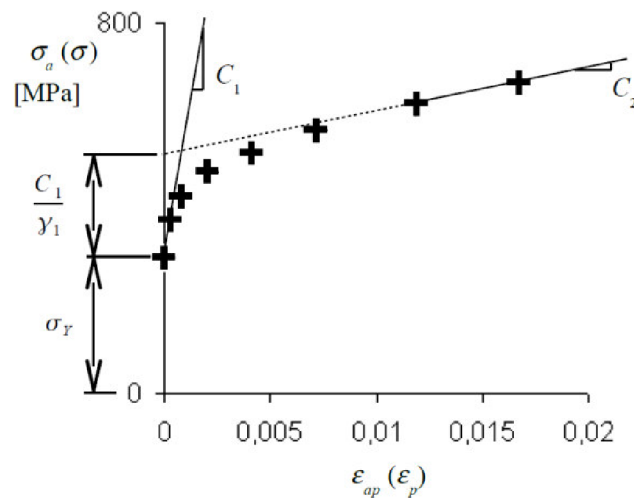
Pri určovaní materiálových parametrov ide vychádzať z rovnakých predpokladov, ako v kapitole 3.1. Pre pripomenutie sú tu znova uvedené.

**Parameter C teda udáva sklon dotyčnice (tečny) k deformačnej krivke na medzi klzu  $\sigma_Y$ . Jeho jednotka je MPa. Funkcia (34) je funkcia rastúca a parameter  $\gamma$ , bez jednotky, ovplyvňuje rýchlosť s ktorou sa hodnota napätia blíži limitnej hodnote  $\sigma_Y + \frac{C}{\gamma}$  [12].**

Rovnako ako v podkapitole 3.1.1., tak aj tu je uvedený postup [12] ako stanoviť materiálové konštanty Chabocheho modelu plasticity. Zmenou je len to, že sa vychádza z cyklickej deformačnej krivky popísanej pomocou dvoch kinematických častí ( $M=2$ ) a pre Pragerov prípad, t.j. podľa rovnice (42).

1. Najskôr je nutné previesť deformačnú krivku na závislosť napätie – plastická deformácia (nie celková) použitím Aditívneho a Hookeovho zákona.
2. Potom sa zvolí parameter  $\sigma_Y$  tak, aby táto hodnota približne odpovedala vzniku plastickej deformácie.

3. Konštanta  $C_2$  je daná smernicou dotyčnice v bode na konci krivky. Stačí teda urobiť priamkovú interpoláciu posledných dvoch bodov zo sady experimentálnych dát.
4. Konštanta  $C_1$  je daná smernicou dotyčnice (tečny) v bode, kde je plastická deformácia nulová. Stačí teda znova urobiť priamkovú interpoláciu prvých dvoch bodov zo sady experimentálnych dát (uvažujú sa len body s nenulovou plastickou deformáciou a bod odpovedajúci hodnote  $\sigma_Y$ ).
5. Pomer  $\frac{C_1}{\gamma_1}$  ide odčítať zo vzdialenosti zakótovanej na Obr. 40 a odtiaľ následne získať  $\gamma_1$ .



Obr. 40 – Počiatočná voľba parametrov pri kalibrácii Chabocheho modelu z CDK [12]

Rovnako ako v predchádzajúcom prípade stanovenia parametrov z ťahovej vetvy hysteréznej slučky, tak aj tu platí, že bol riešený Chabocheho model s  $i=1-4$  kinematickými časťami pre odhad parametrov pomocou rovnice (41), teda pre prípad kompletného Chabocheho materiálového modelu (KCHMM). A ďalej prípad s  $i=0-3$  kinematickými časťami pre odhad parametrov pomocou rovnice (42) resp. (43), teda Pragerov prípad.

Postup uvedený vyššie je rovnako použiteľný aj pre identifikáciu parametrov Chabocheho modelu s jednou či viacerými kinematickými časťami pre Pragerov prípad a prípad KCHMM.

V Tab. 7 je uvedený odhad materiálových parametrov Chabocheho modelu s jednou až štyrmi kinematickými časťami pre Pragerov prípad.

Tab. 7 - Odhad Chabocheho materiálových parametrov z CDK pre Pragerov prípad

Počet kinematických častí	M = 1	M = 2	M=3	M=4
Odhad hodnôt materiálových parametrov	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 727$
	$C_1 = 107440$	$C_1 = 107440$	$C_1 = 107440$	$C_1 = 107440$
		$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 395$
		$C_2 = 1642$	$C_2 = 100$	$C_2 = 85$
			$\gamma_2 = 1$	$\gamma_2 = 50$
			$C_3 = 1642$	$C_3 = 134$
				$\gamma_3 = 20$
				$C_4 = 1642$

Kde:  $\sigma_0$  – hodnota pri ktorej nastane plastická deformácia

$C_i, \gamma_i$  – materiálové parametre Chabocheho modelu plasticity

Na určovanie týchto parametrov bol použitý postup uvedený na predchádzajúcej strane. Počiatočný odhad vychádza zo stanovenia parametrov pre dve kinematické časti a pre prípad podľa rovnice (39). Z neho je redukciou parametrov  $\gamma_1$  a  $C_2$  zistený materiálový model len s jednou kinematickou časťou ( $M=1$ ). Naopak pridaním parametrov  $\gamma_2, C_3$ , resp.  $\gamma_3, C_4$  je určený odhad parametrov pre 3, resp. 4 kinematické časti. V prípadoch  $M=2-4$  je dobré si všimnúť, že posledný člen je stále rovnaký. Tento člen predstavuje bod 3. v postupe uvedenom vyššie a teda smernicu dotyčnice v bode na konci krivky. Parametre  $C_2$  a  $\gamma_2$  pre prípad  $M=3$ , resp.  $C_3$  a  $\gamma_3$  v prípade  $M=4$ , sú volené tak, aby ešte lepšie popísali cyklickú deformačnú krivku. Konštanty pre  $M=3,4$  sú volené prístupom pokus omyl (trial – error approach).

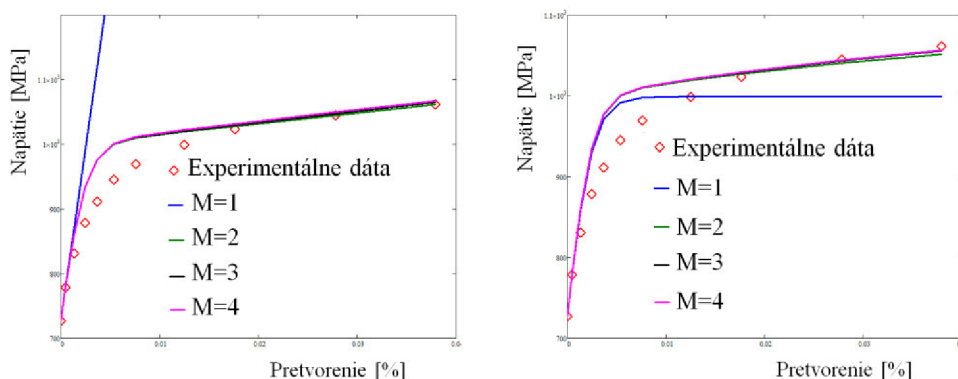
V Tab. 8 je opäť odhad materiálových parametrov ( $M=1-4$ ), ale pre typ KCHMM.

Tab. 8 - Odhad Chabocheho materiálových parametrov z CDK pre KCHMM

Počet kinematických častí	M=1	M=2	M=3	M=4
Odhad hodnôt materiálových parametrov	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 727$
	$C_1 = 107440$	$C_1 = 107440$	$C_1 = 107440$	$C_1 = 107440$
	$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 395$
		$C_2 = 1642$	$C_2 = 120$	$C_2 = 10$
		$\gamma_2 = 20$	$\gamma_2 = 10$	$\gamma_2 = 7$
			$C_3 = 1642$	$C_3 = 120$
			$\gamma_3 = 20$	$\gamma_3 = 10$
				$C_4 = 1642$
				$\gamma_4 = 20$

Opäť k určeniu parametrov podľa Tab. 8 platia obdobné zákonitosti ako k určeniu parametrov z Tab. 7.

Odhadnuté hodnoty týchto parametrov po dosadení do rovníc (41), (42), resp. (43), popíšu cyklickú deformačnú krivku. Na obrázku nižšie sú uvedené tieto funkcie s odhadnutými parametrami v porovnaní s experimentálne zistenými dátami (konkrétne s cyklickou deformačnou krivkou).



Obr. 41 - Znáozornenie odhadu parametrov z CDK: vľavo Pragerov prípad, vpravo KCHMM

Na tomto obrázku je vidieť, že odhad parametrov je dobrý, ale nie až tak, aby popísal danú krivku úplne presne. Na to, aby tieto parametre popísali krivku ešte lepšie, je nutné ich optimalizovať. V ďalšej podkapitole je preto uvedený postup ich optimalizácie.

### 3.1.5. Optimalizácia Chabocheho materiálových parametrov z CDK

Rovnako ako v minulom prípade, tak aj tu bola na optimalizovanie parametrov použitá Lavenberg-Marquardtova metóda, resp. jej optimalizovaná podoba v programe MathCad. V ňom je jej použitie zahrnuté prostredníctvom funkcie genfit. Funkcia genfit umožňuje prispôbenie (fit) krivky pomocou ľubovoľnej funkcie. K jej správne fungovaniu je opäť potrebné nájsť vhodný počiatočný nástrel parametrov. Ich odhad je uvedený v Tab. 7, resp. Tab. 8.

V Tab. 9 a Tab. 10 sú uvedené už optimalizované parametre Chabocheho modelu plasticity pre počet kinematických častí  $M=1-4$  a pre Pragerov prípad a KCHMM.



Tab. 9 - Optimalizované parametre Chabocheho modelu z CDK pre Pragerov prípad

Počet kinematických častí	M=1	M=2	M=3	M=4
Optimalizované hodnoty materiálových parametrov pre Pragerov prípad	$\sigma_0 = 721$	$\sigma_0 = 740$	$\sigma_0 = 729$	$\sigma_0 = 727$
	$C_1 = 108017$	$C_1 = 60082$	$C_1 = 25509$	$C_1 = 7790$
		$\gamma_1 = 272$	$\gamma_1 = 154$	$\gamma_1 = 73$
		$C_2 = 2847$	$C_2 = 68482$	$C_2 = 44985$
			$\gamma_2 = 763$	$\gamma_2 = 310$
			$C_3 = 2076$	$C_3 = 67607$
				$\gamma_3 = 1880$
				$C_4 = 1235$

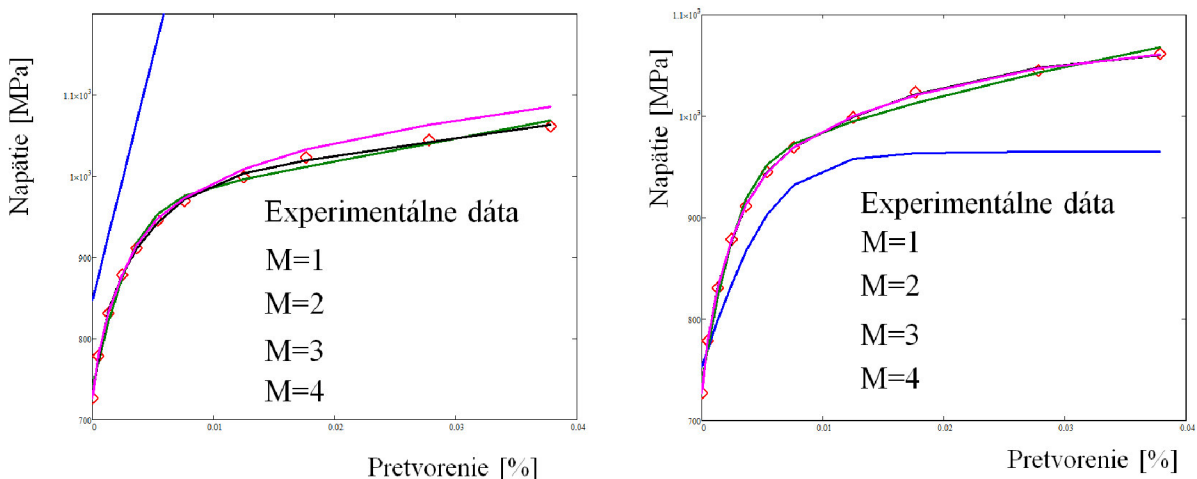
Hodnoty materiálových parametrov určených odhadom a po nafiťovaní sú rozdielne.

Tab. 10 - Optimalizované parametre Chabocheho modelu z CDK pre prípad KCHMM

Počet kinematických častí	M=1	M=2	M=3	M=4
Optimalizované hodnoty materiálových parametrov pre prípad KCHMM	$\sigma_0 = 753$	$\sigma_0 = 739$	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 727$
	$C_1 = 45978$	$C_1 = 61640$	$C_1 = 69044$	$C_1 = 229757$
	$\gamma_1 = 164$	$\gamma_1 = 291$	$\gamma_1 = 1667$	$\gamma_1 = 13278$
		$C_2 = 3667$	$C_2 = 43621$	$C_2 = 37444$
		$\gamma_2 = 20$	$\gamma_2 = 275$	$\gamma_2 = 633$
			$C_3 = 6429$	$C_3 = 29901$
			$\gamma_3 = 45$	$\gamma_3 = -222$
				$C_4 = 5472$
			$\gamma_4 = 41$	

Hodnoty uvedené v Tab. 9, resp. Tab. 10 (optimalizované) a hodnoty v Tab. 7 a Tab. 8 (určené odhadom) sú rozdielne. Platí rovnaké vysvetlenie ako v podkapitole 3.1.2. .

Funkcie (41), (42), resp. (43) s optimalizovanými parametrami v porovnaní s experimentálne zistenými dátami (konkrétne s cyklickou deformačnou krivkou) sú znázornené obrázkoch na ďalšej strane.



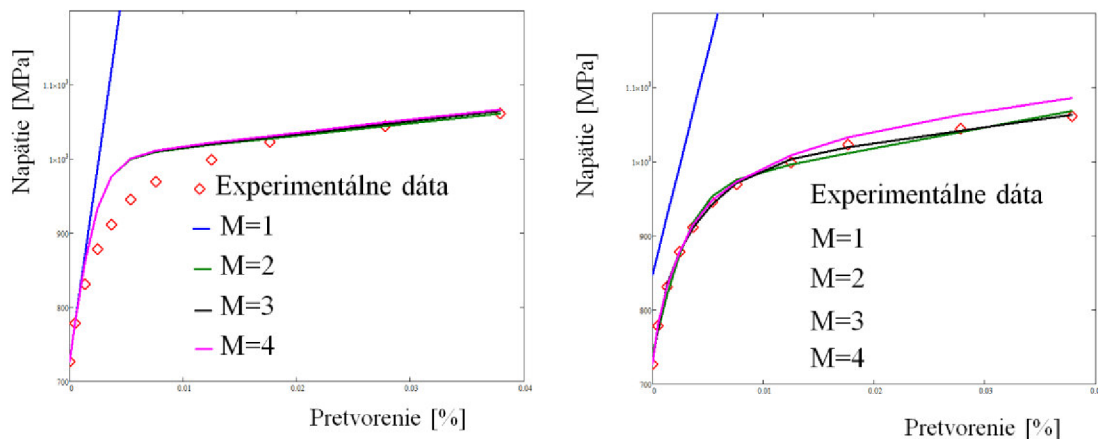
Obr. 42 - Znáznorenie optimalizovaných parametrov z CDK: vľavo Pragerov prípad, vpravo KCHMM

### 3.1.6. Porovnanie Chabocheho materiálových parametrov z CDK určených odhadom a optimalizovaním

Pre názornejší prehľad o odhadnutých a optimalizovaných parametroch je v *Tab. 11*, resp. *Tab. 12* určené ich porovnanie. Na obrázkoch nižšie sú uvedené funkcie (41), (42), resp. (43) s odhadnutými a optimalizovanými parametrami v porovnaní s experimentálne zistenými dátami (konkrétne s cyklickou deformačnou krivkou).

Tab. 11 – Odhadnuté a optimalizované parametre Chabocheho modelu z CDK pre Pragerov prípad

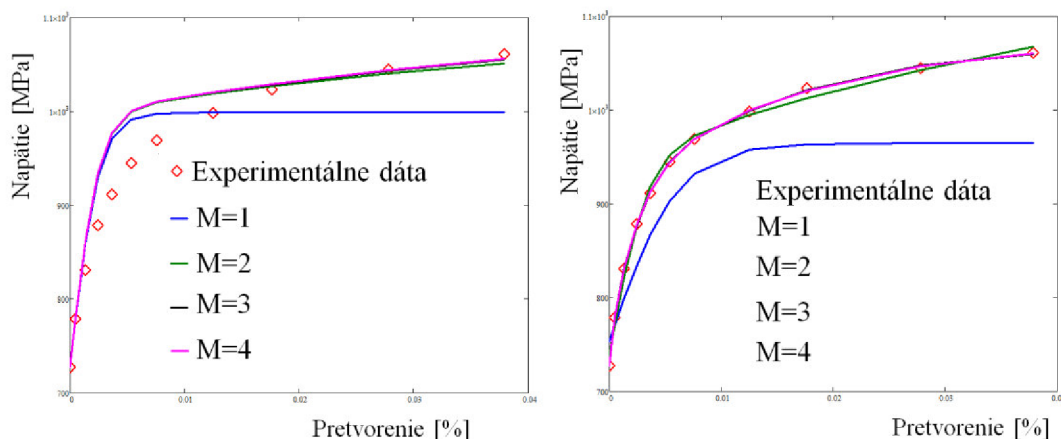
Počet kinematických častí	M=1		M=2		M=3		M=4	
	Odhad/ optimalizácia hodnôt materiálových parametrov	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 721$	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 740$	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 729$	$\sigma_0 = 727$
	$C_1 = 107440$	$C_1 = 108017$	$C_1 = 107440$	$C_1 = 60082$	$C_1 = 107440$	$C_1 = 25509$	$C_1 = 107440$	$C_1 = 7790$
			$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 272$	$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 154$	$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 73$
			$C_2 = 1642$	$C_2 = 2847$	$C_2 = 100$	$C_2 = 68482$	$C_2 = 85$	$C_2 = 44985$
					$\gamma_2 = 1$	$\gamma_2 = 763$	$\gamma_2 = 50$	$\gamma_2 = 310$
					$C_3 = 1642$	$C_3 = 2076$	$C_3 = 134$	$C_3 = 67607$
							$\gamma_3 = 20$	$\gamma_3 = 1880$
							$C_4 = 1642$	$C_4 = 1235$



Obr. 43 - Znáozornenie Pragerovho prípadu určenia parametrov z CDK: vľavo odhadom, vpravo optimalizovaním

Tab. 12 - Odhadnuté a optimalizované parametre Chabocheho modelu z CDK pre prípad KCHMM

Počet kinematických častí	M=1		M=2		M=3		M=4	
	Odhad/optimalizácia hodnôt materiálových parametrov	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 753$	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 739$	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 727$	$\sigma_0 = 727$
$C_1 = 107440$		$C_1 = 45978$	$C_1 = 107440$	$C_1 = 61640$	$C_1 = 107440$	$C_1 = 69044$	$C_1 = 107440$	$C_1 = 229757$
$\gamma_1 = 395$		$\gamma_1 = 164$	$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 291$	$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 1667$	$\gamma_1 = 395$	$\gamma_1 = 13278$
			$C_2 = 1642$	$C_2 = 3667$	$C_2 = 120$	$C_2 = 43621$	$C_2 = 10$	$C_2 = 37444$
			$\gamma_2 = 20$	$\gamma_2 = 20$	$\gamma_2 = 10$	$\gamma_2 = 275$	$\gamma_2 = 7$	$\gamma_2 = 633$
					$C_3 = 1642$	$C_3 = 6429$	$C_3 = 120$	$C_3 = 29901$
					$\gamma_3 = 20$	$\gamma_3 = 45$	$\gamma_3 = 10$	$\gamma_3 = -222$
							$C_4 = 1642$	$C_4 = 5472$
						$\gamma_3 = 20$	$\gamma_3 = 41$	



Obr. 44 - Znáozornenie prípadu KCHMM určenia parametrov z CDK: vľavo odhadom, vpravo optimalizovaním

Jedným z hlavných cieľov tejto práce je stanoviť materiálové konštanty Chabocheho modelu plasticity tak, aby tieto čo najvernejšie odpovedali experimentálne zisteným dátam. Na stanovenie týchto parametrov boli zvolené dva hlavné prístupy. Prvým z nich je stanovenie konštant z ťahovej vetve hysteréznej slučky. Druhým zasa z cyklickej deformačnej krivky.

V kapitole 3.1. a jej podkapitolách bol uvedený postup ich stanovenia pre rôzny počet kinematických častí pre tzv. „Pragerov“ prípad podľa rovnice (39), (40), (42) a (43), resp. pre prípad kompletného Chabocheho materiálového modelu (KCHMM) podľa rovnice (38) a (41). Následne boli tieto parametre ďalej optimalizované. Optimalizovaním parametrov sa docielilo ešte lepšieho popisu daných kriviek, či už ťahovej vetve hysteréznej slučky, alebo cyklickej deformačnej krivky.

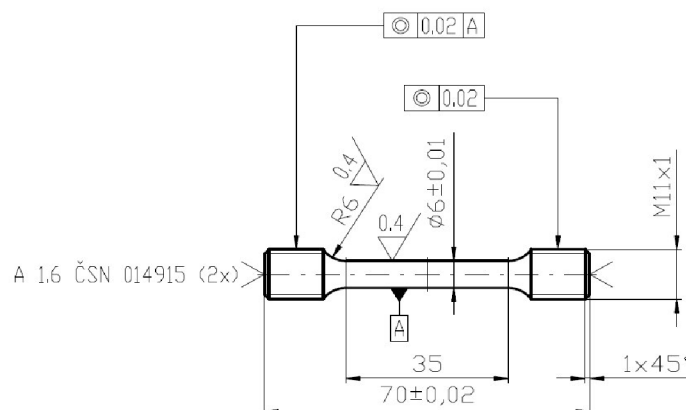
V ďalšej kapitole sú tieto optimalizované materiálové konštanty použité ako súčasť materiálového modelu vo výpočtovom programe ANSYS, na simuláciu ťahovej skúšky pre necelé dva zaťažovacie cykly. Týmto krokom bude zistené, ako dobre zachytí, resp. nezachytí Chabocheho materiálový model experimentálnu skúšku.

## 3.2. Numerická simulácia ťahovej skúšky

V tejto kapitole je nasimulovaná ťahová skúška materiálu, ktorý sa používa na výrobu vysokotlakového zásobníku paliva – railu. Vo výpočtovom programe ANSYS 13.0 je Chabocheho model plasticity priamo implementovaný. Z jeho pomocnej zložky - manuálu [34], bolo zistené, že na namodelovanie danej závislosti je možné použiť 1-5 zložiek kinematického tenzoru  $\{a\}$ . Ako však už bolo uvedené v predchádzajúcej kapitole, v tejto práci sú materiálové konštanty určené pre 1-4 zložky. Každá z týchto zložiek je potom ešte rozdelená na Pragerov prípad, resp. prípad využitia kompletného Chabocheho materiálového modelu. Celkovo bolo simulovaných 16 prípadov.

### 3.2.1. Model geometrie, siete, okrajových podmienok

Geometria modelu bola zostrojená podľa [18] – “Obecná pravidla pro zkušební tyče”.



Obr. 45 - Skúšobná tyč pre ťahovú skúšku [18]

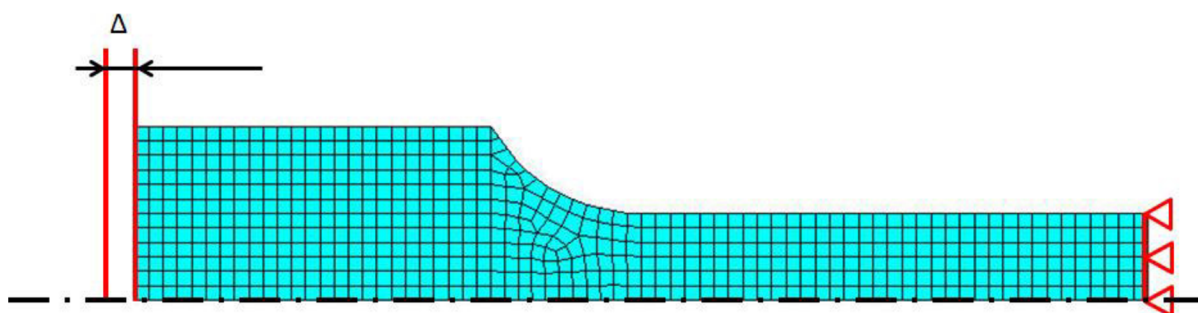
Ako typ prvku je použitý prvok PLANE 183. Tento je definovaný 8 alebo 6 uzlami (degenerovaná podoba prvku), ktorý má dva stupne voľnosti v každom uzle (posun v smere osi  $x$  a  $y$ ). Ako je ďalej uvedené v [34], je vhodné ho používať ako prvok popisujúci axisymetriu. Jeho ďalšou výhodou je, že dokáže zachytiť plasticitu.

V ANSYS-e je možnosť vytvorenia axisymetrického modelu. Týmto postupom sa objemové teleso zjednoduší na rovinnú úlohu. Rozmery sú rovnaké ako na obrázku vyššie.

Sieť, ktorá je hlavným podkladom pre úspešný výpočet, bola vytvorená nasledovne. Model geometrie bol rozdelený na tri časti. Sieť okolo polomera je vytvorená ako voľná, zvyšné dve časti ako mapované. Mapovaním sa dosiahne kvalitnejších prvkov (elementov) a teda aj lepšej kvality siete.

Ďalej je zvolená podmienka symetrie (znázornená na užšom konci modelu). Zaťaženie, ktoré spôsobí potrebnú plastizáciu je volené ako deformačné ( $\Delta$ ). Tento prístup sa osvedčil, pretože pri silovom zaťažení nedošlo ku konvergencii. Posuv je iteračne stanovený na hodnotu 0,43 mm, čo odpovedá podobným pretvoreniam ako boli docielené pri deformačne riadenom teste jednoosého namáhania, ktorého výstupom je krivka pre necelé dva zaťažovacie cykly.

Na ďalšom obrázku je znázornený tento model s už vytvorenou sieťou a okrajovými podmienkami. Rozmery sú rovnaké ako na obrázku vyššie.

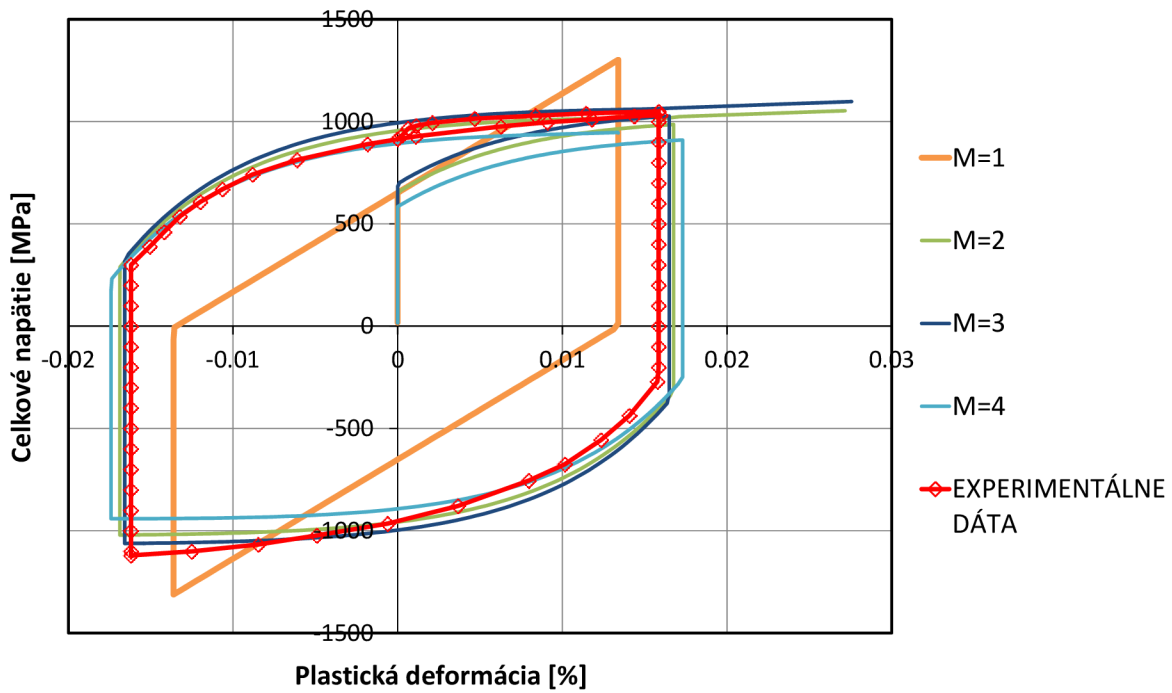


Obr. 46 - Model geometrie, typ použitej siete, okrajové podmienky

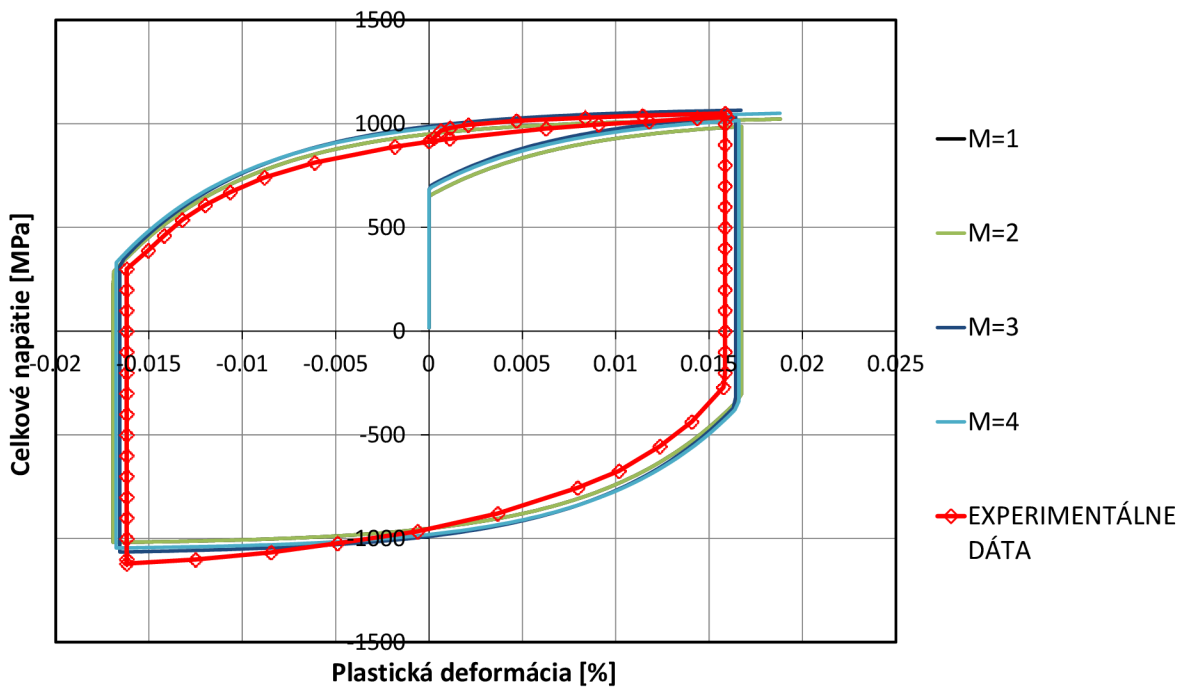
Na nasimulovanie necelých dvoch zaťažovacích cyklov je deformačné zaťaženie rozdelené do 3 zaťažovacích krokov (loadsteps). V každom kroku je použitá rovnaká hodnota deformačného zaťaženia 0,43mm. Všetky zaťažovacie kroky sú ďalej rozdelené na 200 podkrokov (substeps). Samozrejmosťou je zapnutie veľkých deformácií.

Pre celý vyššie uvedený postup vytvorenia kompletnej simulácie ťahovej skúšky pre necelé dva zaťažovacie cykly bol vytvorený makro súbor (.mac). Jedinou zložkou, ktorá sa v tomto súbore mení je Chabocheho materiálový model. Je dobré pripomenúť, že Youngov modul pružnosti v ťahu je odlišný pre cyklickú deformačnú krivku a pre hysteréznú slučku. Ako už bolo uvedené, celkovo bolo nasimulovaných 16 ťahových skúšok. Ich porovnanie je na nasledujúcich obrázkoch.

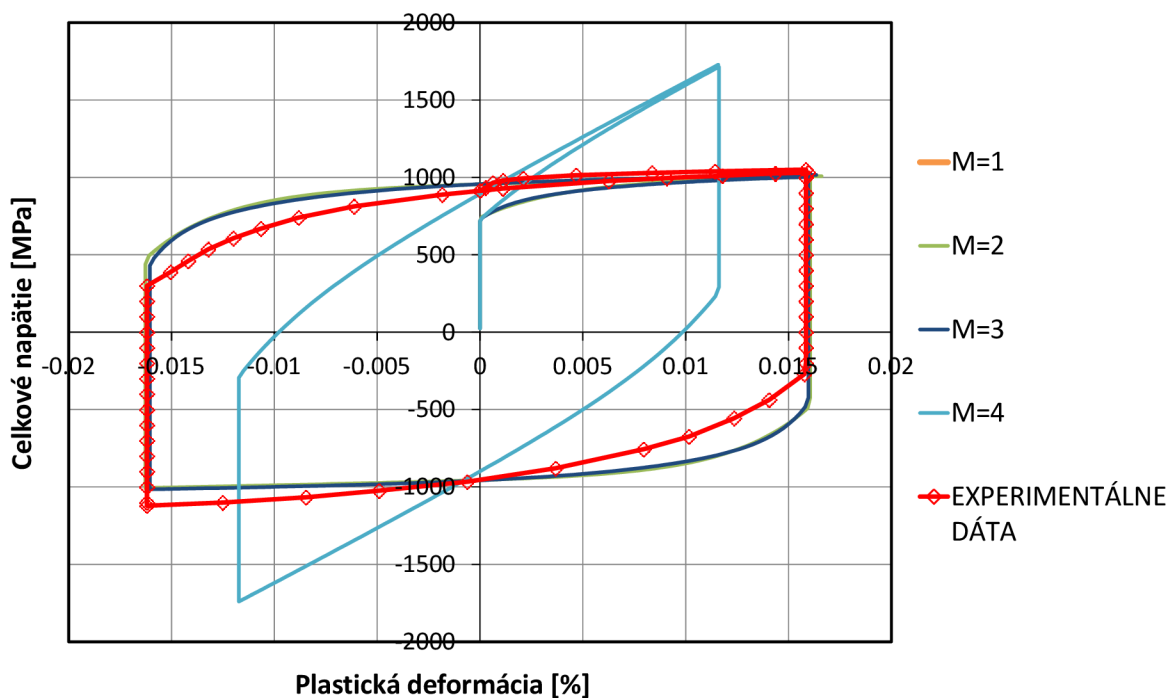
Z týchto obrázkov je možné vidieť, že všetky použité materiálové modely nedokážu úplne presne zachytiť tvar experimentálnej závislosti.



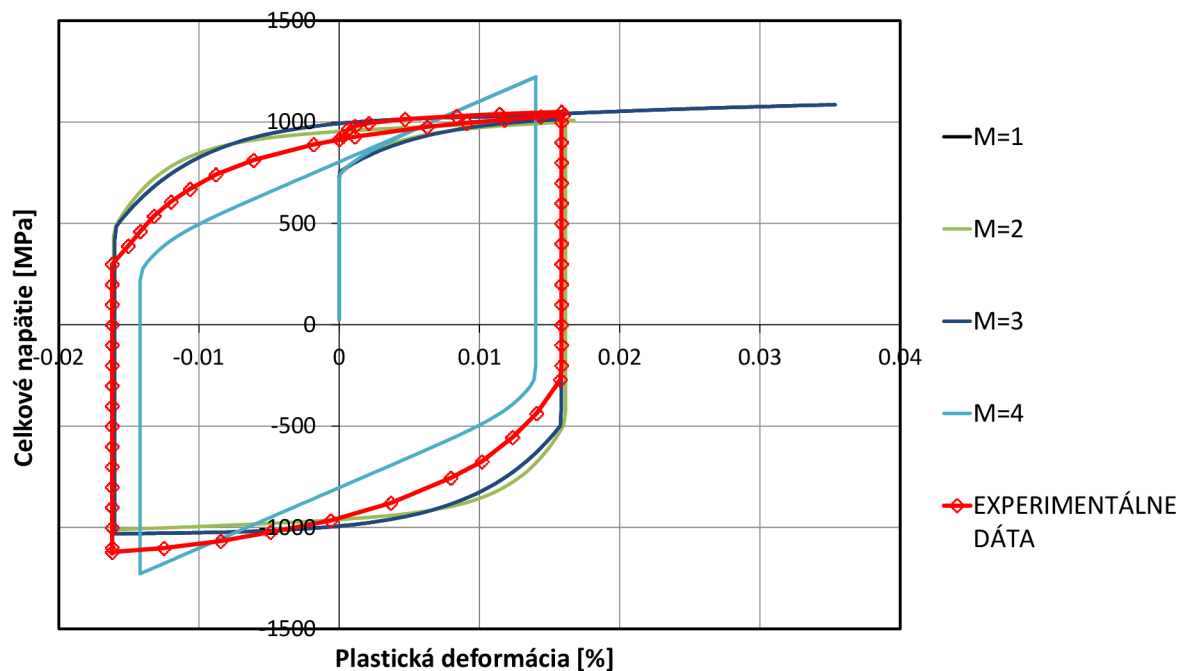
Obr. 47 - Zachytenie experimentálnej krivky použitím rôznych materiálových parametrov určených z TVHS pre Pragerov prípad



Obr. 48 - Zachytenie experimentálnej krivky použitím rôznych materiálových parametrov určených z TVHS pre prípad KCHMM



Obr. 49 - Zachytenie experimentálnej krivky použitím rôznych materiálových parametrov určených z cyklickej deformačnej krivky pre Pragerov prípad



Obr. 50 - Zachytenie experimentálnej krivky použitím rôznych materiálových parametrov určených z cyklickej deformačnej krivky pre prípad KCHMM

Najlepšie sa tvaru experimentálne zistenej krivke približujú naitované materiálové parametre, určené z ťahovej vetvy hysteréznej slučky. Keďže tieto boli určené a neskôr optimalizované z jej hornej vetvy, preto aj ju popisujú najvýstižnejšie. Dolnú tlakovú vetvu už nezachytávajú až tak presne. Problémom je však zachytenie ťahovej krivky do bodu zvratu, tzv. nábehu (pozri *Obr. 60*). Naproti tomu parametre naitované a optimalizované z cyklickej deformačnej krivky zachytia tento nábeh lepšie. Hysteréznú slučku ale zachytia horšie.

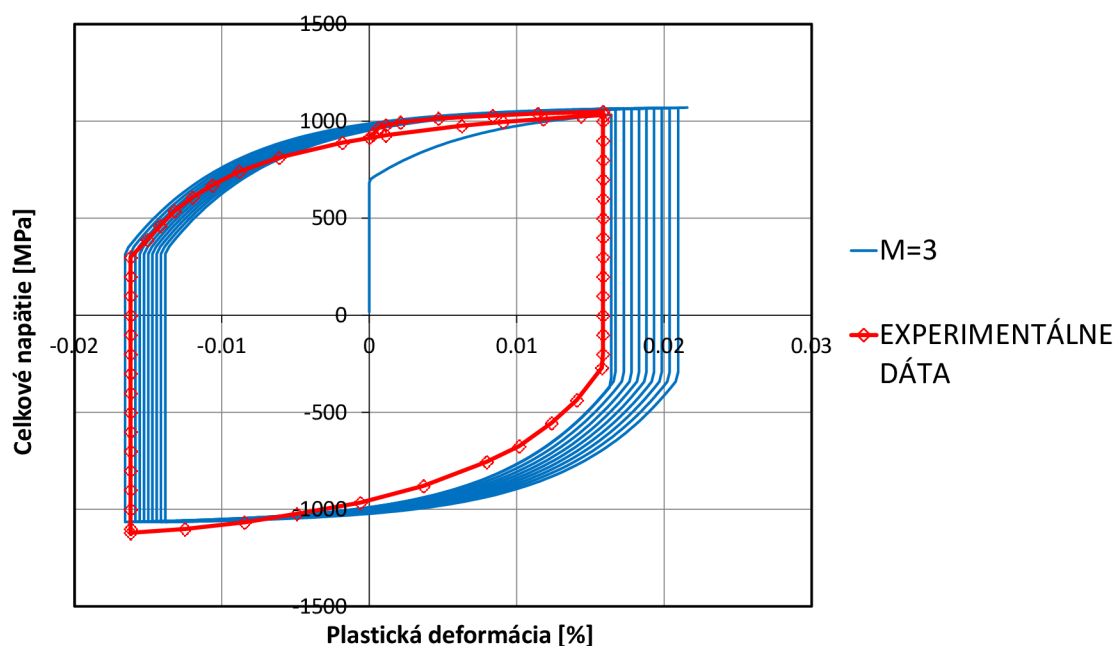
Pre tieto dva prípady sa javí ako lepšie riešenie určiť a optimalizovať parametre z hornej ťahovej vetvy hysteréznej slučky. Najlepšie je to pre prípad kompletného Chabocheho materiálového modelu.

Pre prax je však dôležitejšie poznať, aká bude odozva materiálu na zaťaženie pre viac cyklov. Toto je viac rozobrané v ďalšej podkapitole.

### 3.2.2. Odozva materiálu na zaťaženie pre viac cyklov

Na popis odozvy materiálu pre viac cyklov boli vybrané len také materiálové parametre, ktoré najlepšie popisujú experimentálne zistenú krivku pre necelé dva zaťažovacie cykly. Tieto materiálové parametre sú stanovené z ťahovej vetvy hysteréznej slučky pre prípad tzv. kompletného Chabocheho materiálového modelu (KCHMM) pre 2, resp. 3 kinematické časti ( $M=2$ ,  $M=3$ ). Dokopy bolo nasimulovaných 10 cyklov. Model geometrie, sieť a okrajové podmienky sú rovnaké ako v kapitole 3.2.1. Jedinou zmenou oproti predchádzajúcej kapitole je pridanie zaťažovacích krokov (loadsteps) tak, aby bolo nasimulovaných práve 10 cyklov.

Na *Obr. 51* je vidieť typ odozvy materiálu po 10 zaťažovacích cykloch a pre prípad s tromi kinematickými časťami.



*Obr. 51 – Odozva materiálu po 10 zaťažovacích cykloch pre prípad určenia parametrov z TVHS pre 3 kinematické časti*



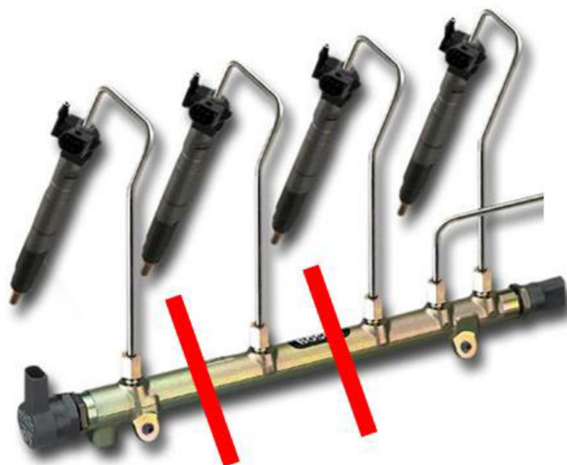
Z tejto závislosti je možné usúdiť, že s každým ďalším cyklom dochádza ku prírastku plastickej deformácie. Táto odozva materiálu na zaťaženie sa nazýva cyklické tečenie alebo ratchetting. Tento jav je v cyklickej plasticite veľmi dôležitý, pretože ak dôjde k celkovému vyčerpaniu plastickej deformácie behom zaťažovania, tak nastáva porušenie súčiastky.

Simulácia odozvy materiálu po 10 zaťažovacích cykloch pre prípad s dvoma kinematickými časťami nedopadla úspešne. Pre prvé tri zaťažovacie cykly bol jej charakter rovnaký ako na obrázku vyššie, avšak pre ďalšie cykly rástla plastická deformácia so zaťažením až ku hodnote 40% plastickej deformácie. Tieto materiálové parametre popisujú experimentálne zistenú krivku pre necelé dva zaťažovacie cykly celkom presne. Pre vyšší počet cyklov už ale zlyhávajú.

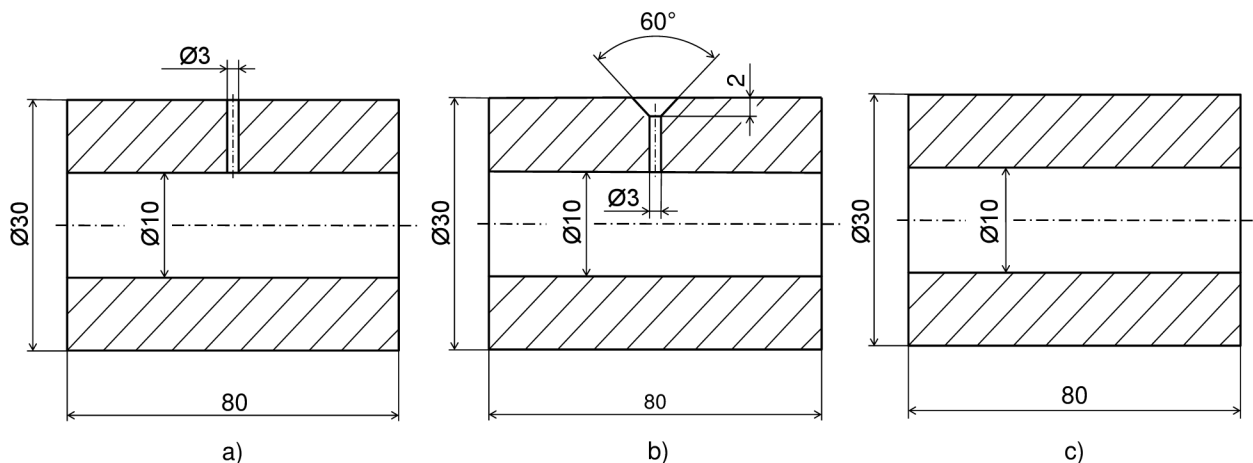
### 3.3. Aplikácia materiálového modelu na vysokotlakovú valcovú nádobu

Veľmi dôležitou časťou tejto práce je aplikácia vhodného materiálového modelu na vysokotlakovú valcovú nádobu – rail. Z Obr. 47 – 50 je jasne vidieť, ktoré materiálové modely popisujú danú krivku s experimentálnymi dátami najlepšie. Sú nimi optimalizované materiálové parametre stanovené z ľahovej vetvy hysteréznej slučky pre prípad kompletného Chabocheho materiálového modelu (KCHMM). Na vyšetrenia napätosti a deformácie u vysokotlakovej valcovej nádoby – railu bol zvolený KCHMM s tromi kinematickými časťami ( $M=3$ ).

Po dohode s vedúcim diplomovej práce bol navrhnutý zjednodušený model vysokotlakového zásobníka paliva – railu. Tento model tvorí časť (oddelená červenými čiarami) vysokotlakového zásobníka s otvorom na vstrekovač (Obr. 52). Ide vlastne len o hrubostenné valcové teleso s otvorom (Obr. 53 a), resp. s otvorom a zahĺbením (Obr. 53 b). Otvor sa nachádza uprostred railu. Na porovnanie napätosti a deformácie bolo ďalej vymodelované aj rovnaké valcové teleso ale bez otvoru, vid'. Obr. 53 c.



Obr. 52 - Riešená časť vysokotlakového zásobníka paliva (railu) [29]



Obr. 53 – Znáznorenie modelových telies v reze:  
 a) zjednodušený model railu,  
 b) zjednodušený model railu so zahĺbením,  
 c) pomocné teleso

### 3.3.1. Analytický výpočet tlaku na splastizovanie časti prierezu

Analytické vzťahy, ktoré sa viažu ku stanoveniu pružne plastického stavu v hrubostenných valcových telesách, vychádzajú z teórie pružnosti a pevnosti uvedených v [30]. Podľa podmienky plasticity  $\max T$  (Tresca), platí pre  $r=r_1$  vzťah:

$$\sigma_t + p_{1k} = \sigma_k \quad (44)$$

Kde:  $\sigma_t$  – dotyčné (tečné) napätie  
 $p_{1k}$  – tlak, pri ktorom nastane MSP  
 $\sigma_k$  – napätie na medzi klzu ( $R_e$ )

Pri porovnaní experimentálne zistenej krivky pre necelé dva zaťažovacie cykly a krivky, ktorá vznikne po optimalizovaní parametrov stanovených z TVHS pre prípad KCHMM s 3 kinematickými časťami je jasne vidieť rozdiel v prvom (ťahovom) polcykle. Krivka s optimalizovanými parametrami nezachytí prvotný nábeh v krivke zistenej experimentom (Obr. 48). Krivka s optimalizovanými parametrami dosiahne plastickú oblasť už pri hodnote 697 MPa. Toto je spôsobené stanovením parametrov z ťahovej vetve hysteréznej slučky. Hodnota pri ktorej dôjde k plastizácii pri experimentálnych dátach má veľkosť 915 MPa.

Do výpočtu tlaku, ktorý spôsobí splastizovanie 20% prierezu (prierezu, ktorý nie je ovplyvnený koncentrátorom napätia - otvorom), je teda zahrnutá hodnota:  $\sigma_k = 697$  MPa.

Hodnotu napätia  $\sigma_t$  je získaná zo známeho vzťahu z PP II.

$$\sigma_t = \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{(p_1 - p_2) \cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2) \cdot r^2} \quad (45)$$

Kde:  $r_1$  – vnútorný polomer  
 $r_2$  – vonkajší polomer  
 $p_1$  – tlak na vnútornom polomere  
 $p_2$  – tlak na vonkajšom polomere  
 $r$  – polomer

Dosadením rovnice (45) do (44) a jej úpravou je určená nasledujúca rovnica:

$$p_{1k} - p_2 = \frac{\sigma_k}{2} \left( 1 - \frac{r_1^2}{r_2^2} \right) \quad (46)$$

Ak nastane:  $p_1 > p_{1k}$ , potom bude časť prierezu v plastickom stave a zvyšná časť v stave elastickom. Pri určitom vnútornom tlaku  $p_{1m}$  elastická oblasť úplne vymizne a celý prierez bude splastizovaný. Za predpokladu ideálne plastického materiálu, má podmienky plasticity nasledujúci tvar [30]:

$$\sigma_t - \sigma_r = \sigma_k \quad (47)$$

Kde:  $\sigma_r$  – radiálne napätie

Táto podmienka musí byť splnená na ľubovoľnom polomere. Okrem nej musí byť splnená aj rovnica rovnováhy:

$$\sigma_r - \sigma_t + r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad (48)$$

Dosadením do tejto rovnice za  $\sigma_t - \sigma_r$  z (47) je získaná rovnica:

$$d\sigma_r = \sigma_k \frac{dr}{r} \quad (49)$$

Integrovaním sa získa:

$$\sigma_r = \sigma_k \ln(r) + C \quad (50)$$

Integračná konštanta sa určí z okrajovej podmienky:  $r=r_1$ ,  $\sigma_r=-p_{1m}$

$$C = -p_{1m} - \sigma_k \ln(r_1) \quad (51)$$

Po dosadení (51) do (50) sa určí radiálne napätie:

$$\sigma_r = R_{p0,2} \ln \frac{r}{r_1} - p_{1m} \quad (52)$$

Obvodové napätie vplynie z podmienky plasticity – rovnica (47) a po dosadení  $\sigma_r$  z (52):

$$\sigma_t = \sigma_k \left( 1 + \ln \frac{r}{r_1} \right) - p_{1m} \quad (53)$$

Ak však bude mať pretlak  $p_1$  hodnotu  $p_{1k} < p_1 < p_{1m}$  nastane splastizovanie prierezu len čiastočne. Pre vnútornú splastizovanú časť platí obdoba vzťahu (52):

$$p_1 - p = \sigma_k \ln \frac{r'}{r_1} \quad (54)$$

Kde:  $r'$  - polomer, ktorý oddeľuje splastizovanú a elastickú časť

Pre vonkajšiu elastickú oblasť platí podľa (46):

$$p - p_2 = \frac{\sigma_k}{2} \left( 1 - \frac{r'^2}{r_2^2} \right) \quad (55)$$

Kde:  $p$  – absolútna hodnota radiálneho napätia na polomere  $r'$

Sčítaním vzťahov (54) a (55) dostaneme:

$$p_1 - p_2 = \sigma_k \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r'^2}{r_2^2} \right) + \ln \frac{r'}{r_1} \right] \quad (56)$$

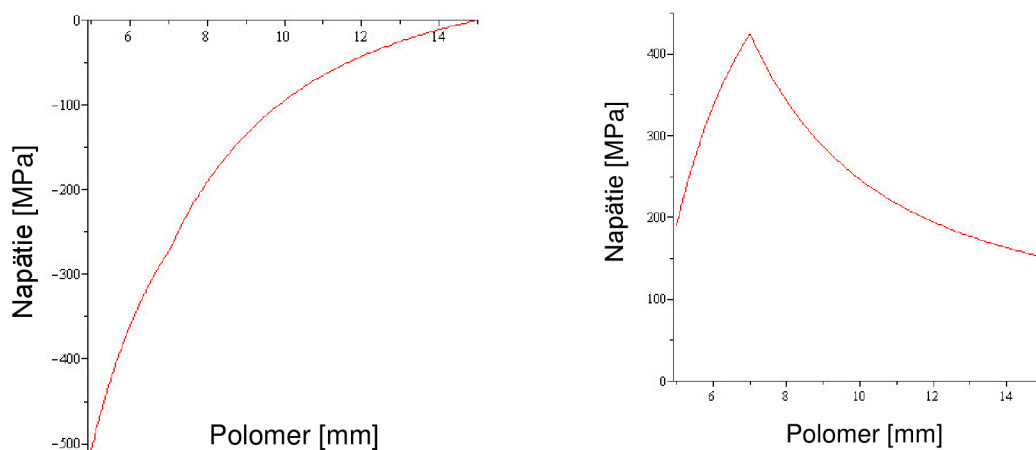
V tomto prípade na hrubo-stenné valcové teleso nepôsobí tlak  $p_2$ . Rovnica (56) sa teda zjednoduší na:

$$p_1 = \sigma_k \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r'^2}{r_2^2} \right) + \ln \frac{r'}{r_1} \right] \quad (57)$$

Vyššie uvedené rovnice (44) - (57) a popis sú použité z [30].

Hodnoty, ktoré charakterizujú splastizovanie časti prierezu zjednodušeného modelu railu, resp. pomocného telesa o 20% sú nasledovné:  $\sigma_k=697\text{MPa}$ ,  $r'=7\text{mm}$ ,  $r_2=15\text{mm}$ ,  $r_1=5\text{mm}$ . Ich dosadením do rovnice (57) sa získa hodnota tlaku, ktorá spôsobí dané splastizovanie prierezu.

$$p_1 = 507\text{MPa} \quad (58)$$



Obr. 54 - Priebeh napätí v elastoplasticite v závislosti na polomere, vľavo radiálneho, vpravo obvodového

Odstránením pôsobiaceho tlaku, ktorý spôsobí 20% -né splastizovanie prierezu, zostanú v stene zbytkové (remanentné) napätia. Ich veľkosť sa vypočíta podľa vzťahu:

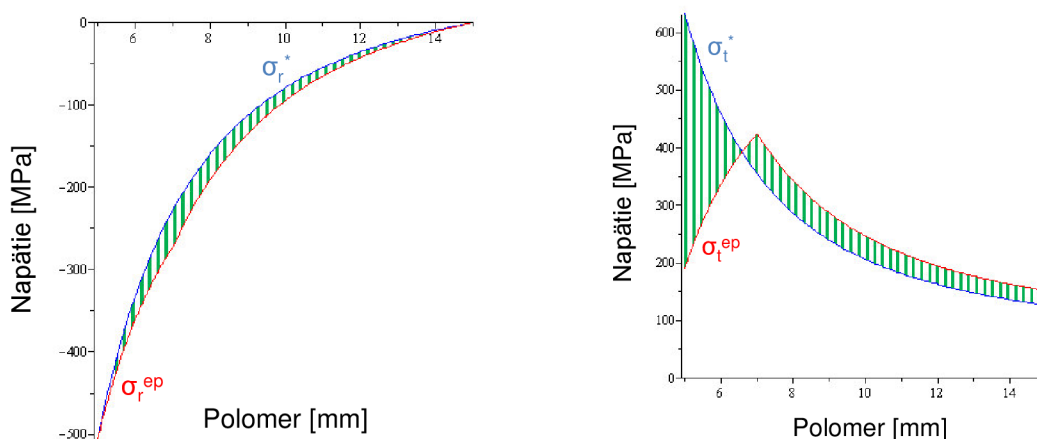
$$\sigma^Z = \sigma^{ep} - \sigma^* \tag{59}$$

Kde:  $\sigma^Z$  – zbytkové napätie

$\sigma^{ep}$  – radiálne alebo obvodové napätie na ľubovoľnom polomere  $r$ , za elastoplastického stavu (rovnice (52) a (53) s tlakom  $p_1$ )

$\sigma^*$  - radiálne alebo obvodové napätie zaťažené tlakom  $p_1$  spôsobujúce elastoplastický stav, ale za predpokladu platnosti Hook. zákona. Tieto napätia sa vypočítajú podľa rovnice (60):

$$\sigma_{t,r} = \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \pm \frac{(p_1 - p_2) \cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2) \cdot r^2} \tag{60}$$



Obr. 55 - Priebeh zostatkových radiálnych a obvodových napätí v závislosti na polomere

Kde:  $\sigma_t^{\text{ep}}$  – obvodové napätie na ľubovoľnom polomere za stavu elastoplastického  
 $\sigma_r^{\text{ep}}$  – radiálne napätie na ľubovoľnom polomere za stavu elastoplastického  
 $\sigma_t^*$  - obvodové napätie na ľubovoľnom polomere za stavu elastoplastického, ale za predpokladu platnosti Hookovho zákona  
 $\sigma_r^*$  - radiálne napätie na ľubovoľnom polomere za stavu elastoplastického, ale za predpokladu platnosti Hookovho zákona

Na tomto mieste je vhodné spomenúť, že analytický výpočet platí pre model **bez spevnenia**. Hodnota tlaku je nižšia ako pri numerickej simulácii, čo bude ďalej dokázané.

### 3.3.2. Autofretáž vysokotlakovej nádoby - railu

V tejto podkapitole je hlavným cieľom zistenie zbytkovej napätosti a deformácie v zjednodušenom modeli railu, resp. v pomocnom telese. Zaťaženie vnútorným pretlakom je volené tak, aby splastizovalo 20% priečneho prierezu zjednodušeného modelu railu v oblasti neovplyvnenej koncentrátorom napätia - otvorom. Toto zaťaženie je volené s ohľadom na skutočné pracovné podmienky danej spoločnosti.

Rail, teda vysokotlakový zásobník paliva, ktorý pracuje s tlakmi väčšími ako 180 MPa musí prejsť procesom autofretáže [27]. Pre túto prácu je ďalej uvažované, že zjednodušený model railu musí týmto procesom prejsť. Autofretáž spočíva vo vyvolaní pružne plastických deformácií v dutine dielu tým, že v dieli vzniknú zbytkové, či reziduálne napätia. Týmto sa zvyšuje cyklická pevnosť až o 30%. Existujú dva prípady autofretáže [28]:

- ✓ Mechanický spôsob
- ✓ Hydraulický spôsob

Mechanický spôsob využíva na vyvolanie plastických deformácií v dutine súčiastky tvrdý trň. Tento má väčšie rozmery ako dutina, ktorou je pretlačovaný. [28] Kvôli nepravidelnosti a zložitosti tvaru súčiastky sa pri railoch neuplatňuje.

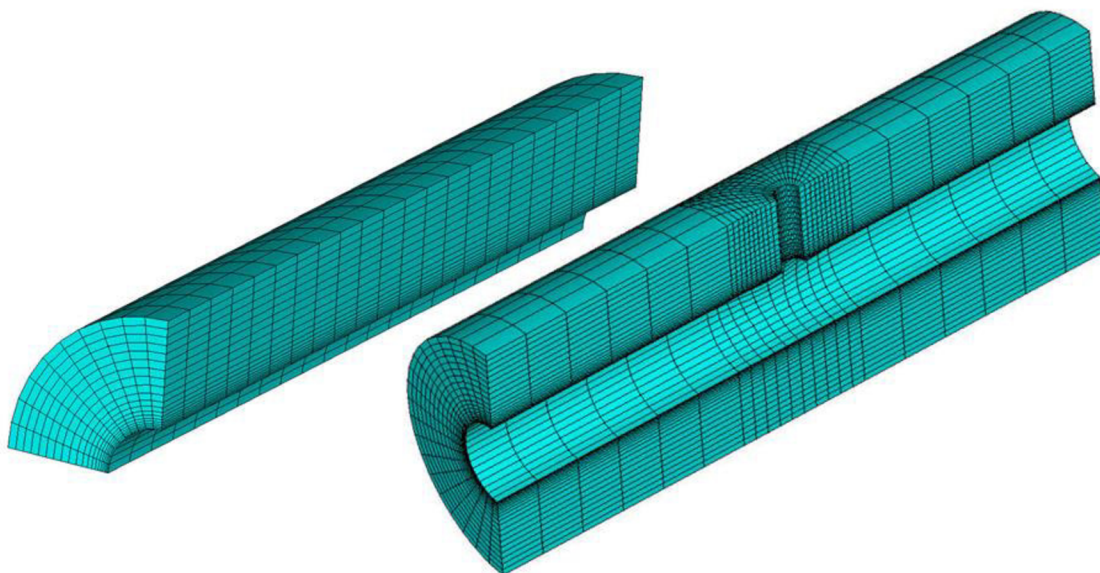
Hydraulický princíp je nasledovný. Do dutiny valca je privedený vysoký hydraulický tlak, ktorého veľkosť vyvolá pružne plastickú deformáciu. Pri tejto metóde autofretáže je vnútorná dutina autofretovaného dielu zo všetkých strán uzatváraná a utesnená. Autofretážovací tlak je dopravovaný buď niektorou z uzatváracích zátok alebo zvláštnym, pre tento prípad zhotoveným otvorom. Veľkosť autofretážovaného tlaku je daná veľkosťou medze prietlačnosti materiálu súčiastky, hrúbkou steny. Ďalej jeho veľkosť závisí na stupni spevnenia materiálu autofretovaného diela a na veľkosti pracovného tlaku, ktorý bude v prevoze daný diel prenášať. Nevýhodou tohto spôsobu je potrebné mať vysokotlakový zdroj pre dosiahnutie vysokého hydraulického tlaku rádovo 0,4 – 1,5 GPa a nutnosť zachytávania značných síl v osovom smere. V porovnaní s mechanickým spôsobom sa dáva prednosť hydraulickému v prípade autofretáže veľkorozmerových dutín a dutín tvarových, nekruhových prierezov. [28] Veľkosť autofretážovacieho tlaku, niekoľkonásobne prevyšuje systémový tlak. Jeho veľkosť vyvolá v dutine pružne plastické deformácie, ktoré potom vytvárajú lokálne pnutia a spevnenie na požadovanom povrchu. Tieto následne pôsobia proti tlaku prevozného kvapaliny (paliva). [27]

V ďalších podkapitolách bude uvedená hierarchia tvorby výpočtového modelu zjednodušeného tlakového zásobníka a pomocného telesa (hrubostennej valcovej nádoby).

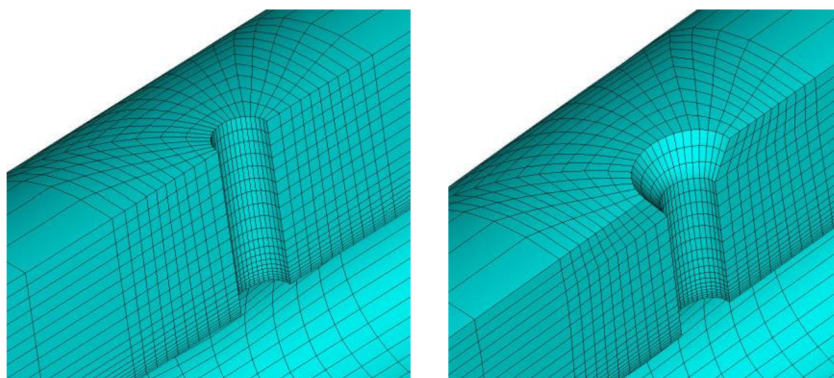
### 3.3.3. Zjednodušené modely railu a pomocné teleso

Modely zjednodušeného railu, resp. pomocného telesa boli vytvorené v programe *CATIA V5*. Ako *.step* súbor boli ďalej importované do programu *ICEM CFD*.

Tento program umožňuje vytvorenie pravidelnej hexaedrickej štruktúry výpočtovej siete. Jej pravidlosťou sa výpočet ďalej spresňuje. Sieť pre pomocné teleso obsahuje 4400 elementov a pre zjednodušený model railu bez zahĺbenia, resp. so zahĺbením zhodne 11800 elementov (po namodelovaní symetrie, vid'. nižšie). Po hrúbke modelových telies je sieť ďalej zjemnená. V oblasti blízkej vnútornému povrchu sú elementy malé a zhustené. Smerom od nej sa elementy zväčšujú. Pri modeloch zjednodušeného railu je výpočtová sieť okolo otvoru ešte upravená (*Obr. 56*, resp. *Obr. 57*).



*Obr. 56 - Hexaedrická štruktúra siete pomocného telesa vľavo a zjednodušeného modelu railu bez zahĺbenia vpravo so zjemnením okolo otvoru*



*Obr. 57 – Zjemnenie siete okolo otvoru, vľavo bez zahĺbenia, vpravo so zahĺbením*



Po implementovaní do ANSYSu a následnej úprave boli vykonané nasledujúce kroky vedúce k úspešnej simulácii autofetáže.

Typ prvku bol zvolený na *SOLID 186*. Používa kvadratické bázové funkcie posuvov. Tým zvyšuje presnosť výpočtov. Skladá sa z 20 uzlov, pričom každý z nich má 3 stupne voľnosti (posuvy v x, y a z-ovom smere). Umožňuje modelovať plasticitu, creep a ďalšie stavy materiálu.

Pre pomocné teleso je využitá podmienka dvojnásobnej symetrie (namodelovaná len  $\frac{1}{4}$  telesa). Vnútorý pretlak má hodnotu 580 MPa. Ten je zvolený tak, aby jeho veľkosť splastizovala 20% prierezu mimo kritickú oblasť. Na čelách je predpísaná podmienka rovnakého posuvu (coupling), ktorá vychádza z veľkosti vnútorného pretlaku podľa vzťahu [33]:

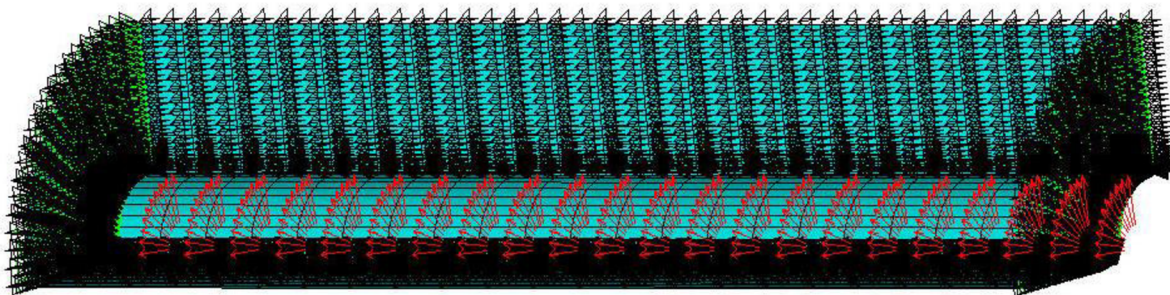
$$u = \frac{FL}{AE} \quad (61)$$

Kde: F – veľkosť sily, ktorá spôsobí splastizovanie prierezu o 20% (rovnica (62))  
 L – dĺžka zjednodušeného modelu vysokotlakového zásobníku paliva  
 A – plocha na ktorej daná sila F pôsobí  
 E – Youngov modul pružnosti v ťahu (z hysteréznej slučky,  $E = 189000 \text{ MPa}$ )

$$F = \frac{p\pi r_1^2}{4} \quad (62)$$

Kde: p – vnútorný pretlak  
 $r_1$  – vnútorný polomer

Na *Obr. 58* sú naznačené použité okrajové podmienky a vnútorný tlak pre pomocné teleso.

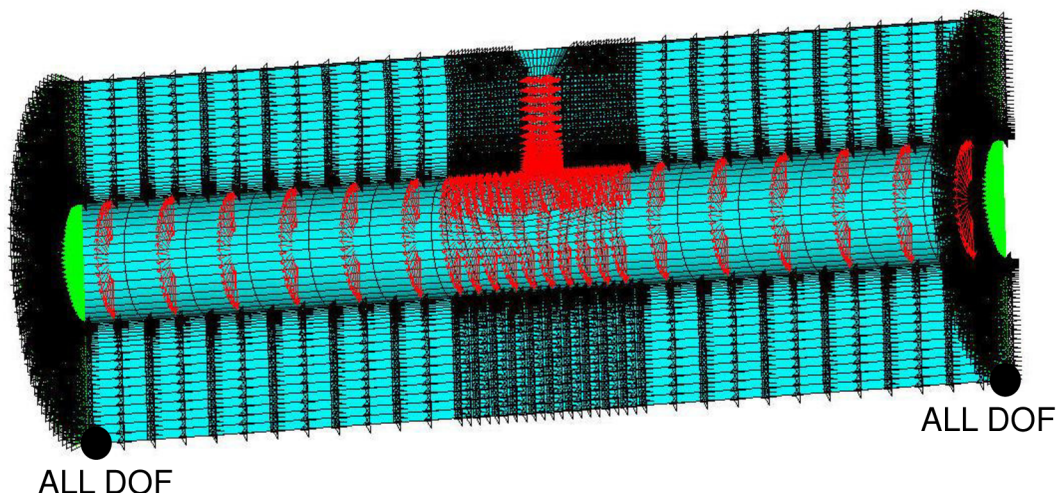


*Obr. 58 - Okrajové podmienky pre pomocné teleso*

Podobné okrajové podmienky boli stanovené aj pre prípad zjednodušeného modelu railu bez, resp. so zahĺbením. Pre ne bola využitá podmienka symetrie (namodelovaná  $\frac{1}{2}$  telesa). Rovnaká je aj hodnota vnútorného pretlaku a hodnota posuvu na čelách. Zmenou oproti predošlému typu modelu je použitie väzby typu votknutie na 2 uzly (tak ako je to znázornené na *Obr. 59*). Táto okrajová podmienka je tu preto, aby nedošlo k natočeniu, resp. posunutiu zjednodušeného modelu railu s/bez zahĺbenia.



Pre oba zjednodušené modely railu platia rovnaké okrajové podmienky a zaťaženie, preto je nižšie uvedený len jeden z nich (zjednodušený model railu bez zahĺbenia).



Obr. 59 - Okrajové podmienky pre zjednodušený model railu bez zahĺbenia

Po takto zadaných okrajových podmienkach a zaťažení je ďalej veľmi dôležité nastavenie parametrov výpočtu.

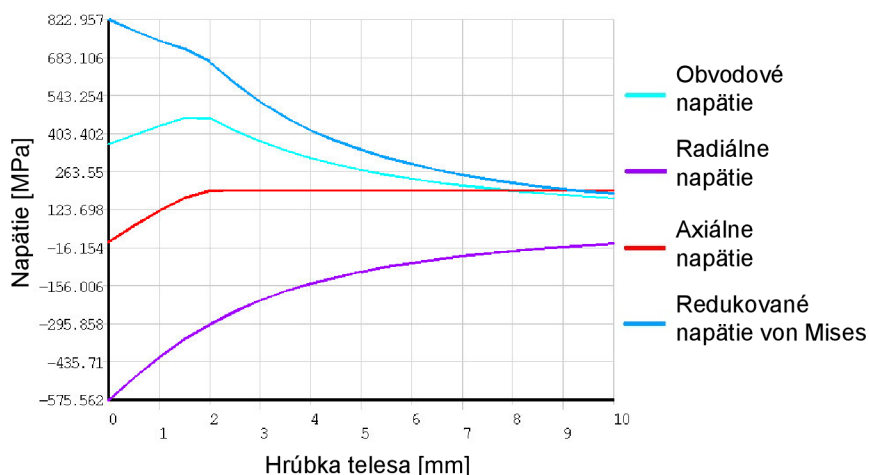
Najskôr je zvolený typ analýzy na statickú. Nasleduje zapnutie veľkých deformácií (*large displacement static*), ktoré majú na túto úlohu rozhodujúci vplyv. Riešenie ďalej pokračuje rozdelením úlohy do dvoch zaťažovacích krokov (*loadsteps*). Tieto sú ďalej rozložené na 50 podkrokov (*substeps*). V prvom zaťažovacom kroku sú zvolené také okrajové podmienky a zaťaženie, ktoré vedie k splastizovaniu prierezu o 20%. V druhom zaťažovacom (odľahčovacom) kroku dôjde k odľahčeniu na nulovú hodnotu pretlaku. Po uskutočnení tohto kroku zostanú v modelových telesách zbytkové (remanentné) napätia.

Ako už bolo spomenuté vyššie, boli namodelované dva prípady zjednodušeného modelu railu a pomocného telesa. Všetky modelové telesá sú zaťažené tak, aby došlo k splastizovaniu 20% prierezu mimo oblasti koncentrácie napätia, teda otvoru. Po splastizovaní dôjde k odľahčeniu na nulovú hodnotu tlaku. Cieľom tejto podkapitoly je zhrnúť napäťovo-deformačné stavy po zaťažení, resp. odľahčení modelových telies. Postupne sú za sebou ukázané dosiahnuté výsledky pre vyššie uvedené tri typy modelových telies.

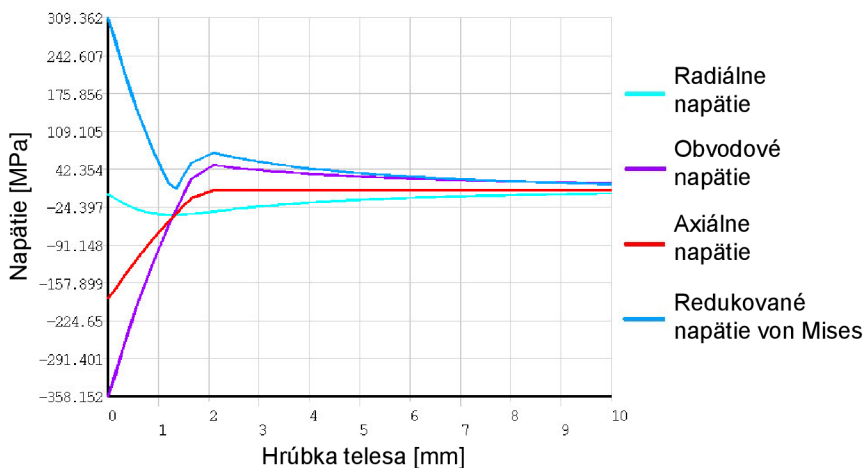
### 3.3.4. Vyšetrenie napätosti a deformácie pomocného telesa po autofretáži

Napätosť v pomocnom telese po zaťažení, resp. odľahčení je možné vyšetriť v ľubovoľnom mieste pričného prierezu, pretože ide o valcové teleso.

Priebeh napätí v závislosti na hrúbke pomocného telesa po zaťažení a odťažení je uvedený na nasledujúcich obrázkoch.



Obr. 60 – Závislosť priebehu napätí na hrúbke pomocného telesa po zaťažení



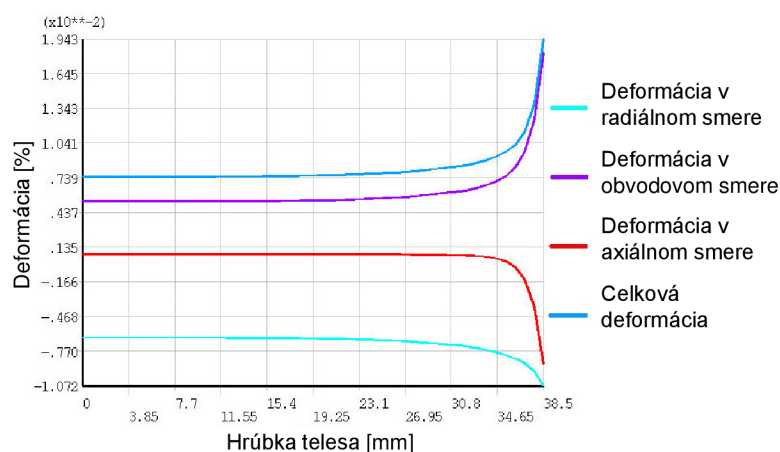
Obr. 61 – Priebeh zostatkových napätí na hrúbke pomocného telesa po odťažení

Z Obr. 60 je vidieť, že radiálne napätie nezodpovedá hodnote vnútorného pretlaku. Táto odlišnosť je spôsobená veľkosťou elementov výpočtovej siete. Zvýšením počtu prvkov a ich ďalším zjemnením sa dosiahne presnejších výsledkov. Hodnota rozdielu predstavuje cca. 4,6 MPa, teda 0,8%. Z hľadiska ďalšieho výpočtu je táto chyba prijateľná.

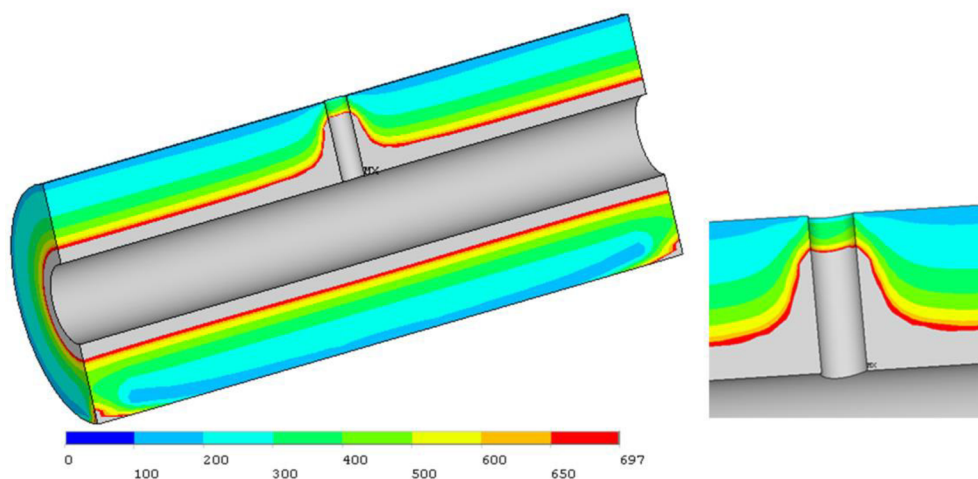
Po odťažení (Obr. 61) zostanú v telese trvalé napätia. Najväčšie z nich je tangenciálne (obvodové), nasledované axiálnym. Priebeh zostatkového radiálneho napätia je po hrúbke viac-menej konštantný s hodnotou blízkou nule.

### 3.3.5. Vyšetrenie napätosti a deformácie zjednodušeného modelu railu bez zahĺbenia po autofretáži

Splastizovanie 20% prierečného prierezu je vyšetované v mieste, ktoré nie je ovplyvnené koncentrátorom napätia – otvorom. Na ďalšom obrázku je vykreslený priebeh deformácií po dĺžke. Z neho je zrejmé, že vo vzdialenosti 20mm od stredu otvoru majú deformácie konštantnú hodnotu. Dané splastizovanie môže byť teda vyšetované od tohto miesta až po koniec. Priebehy napätí a zostatkových napätí po hrúbke pri zaťažení a odťažení sú rovnaké ako priebehy v kapitole 3.3.4., pretože vo vzdialenosti väčšej ako 20mm od stredu otvoru sa jedná o klasické valcové teleso.

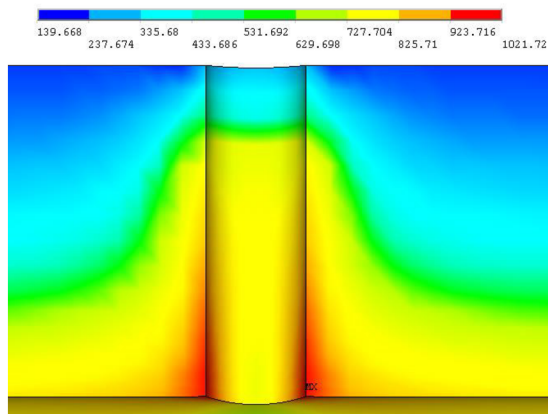


Obr. 62 – Priebehy deformácií po dĺžke telesa

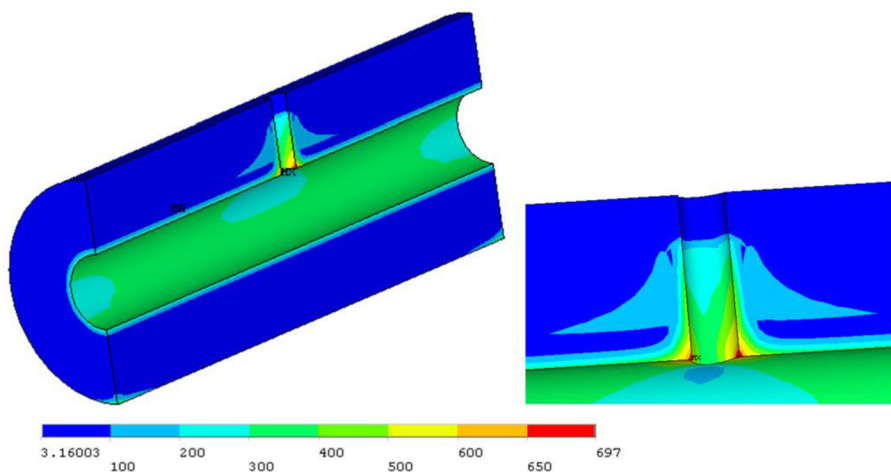


Obr. 63 – Priebeh redukovaného napätia von Mises v zjednodušenom modeli railu bez zahĺbenia po zaťažení a detail na otvor

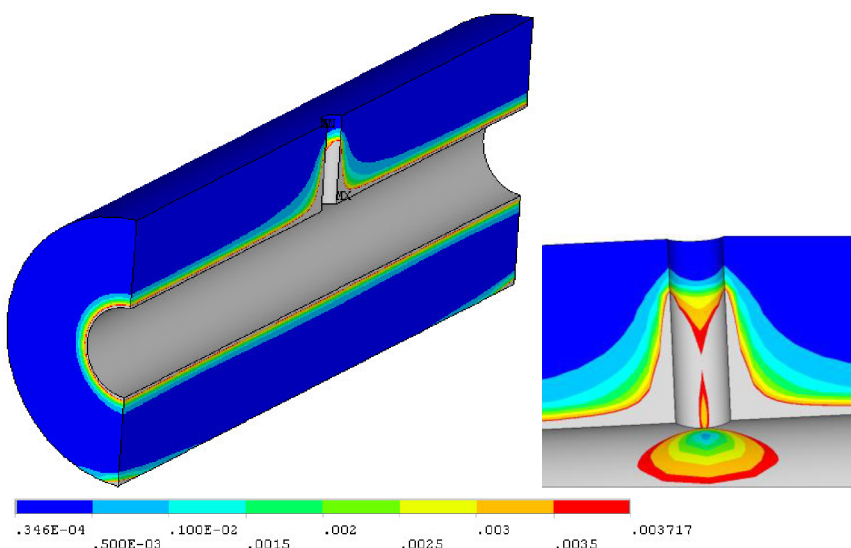
Sivá farba na Obr. 63 predstavuje plastickú oblasť. Miesta v spodnej časti railu, kde vzniká lokálne maximum napätia sú miesta, ktoré sú votknuté (Obr. 59). Kritickým miesto je otvor (Obr. 64). Po odťažení je priebeh redukovaného napätia znázornený na Obr. 65. Po odťažení vznikne v telese trvalá deformácia. Tá je na Obr. 66 zobrazená sivou farbou.



Obr. 64 – Kritické miesto v zjednodušenom modeli railu bez zahĺbenia



Obr. 65 - Priebeh redukovaného napätia von Mises v zjednodušenom modeli railu bez zahĺbenia po odťažení a detail na otvor

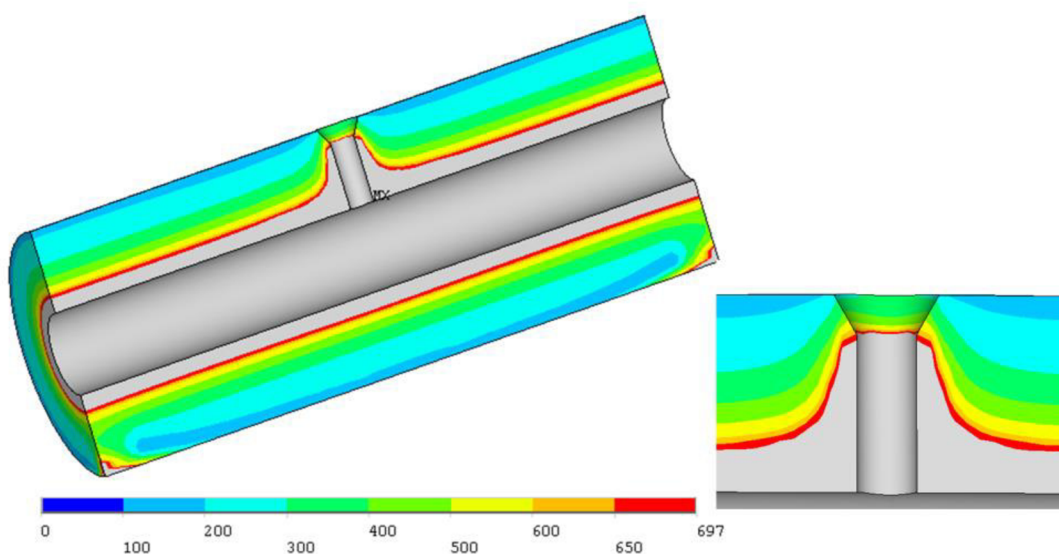


Obr. 66 – Trvalá deformácia v zjednodušenom modeli railu bez zahĺbenia a detail na otvor po odťažení



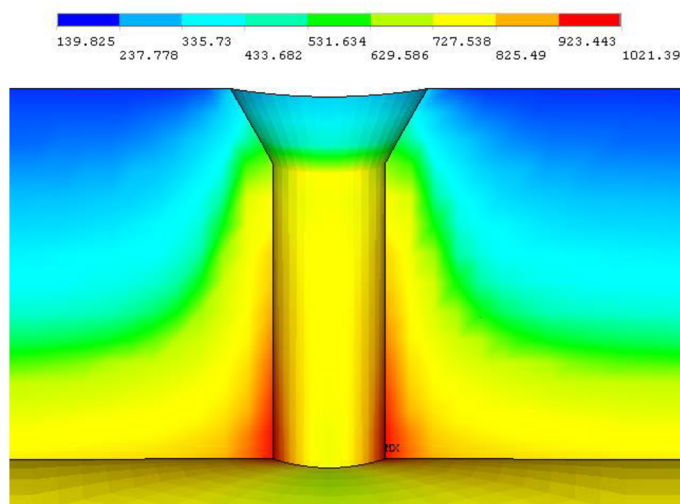
### 3.3.6. Vyšetrenie napätosti a deformácie zjednodušeného modelu railu so zahĺbením po autofretáži

Rovnako ako v predchádzajúcom prípade, tak aj v tomto je na obrázkoch nižšie (Obr. 67 a Obr. 69) vykreslený priebeh redukovaného napätia von Mises v zjednodušenom modeli railu po zaťažení, resp. odťažení. A opäť, priebehy napätí a zostatkových napätí po hrúbke pri zaťažení a odťažení sú rovnaké ako priebehy v kapitole 3.3.4., pretože vo vzdialenosti väčšej ako 20mm od stredu otvoru sa jedná o klasické valcové teleso.

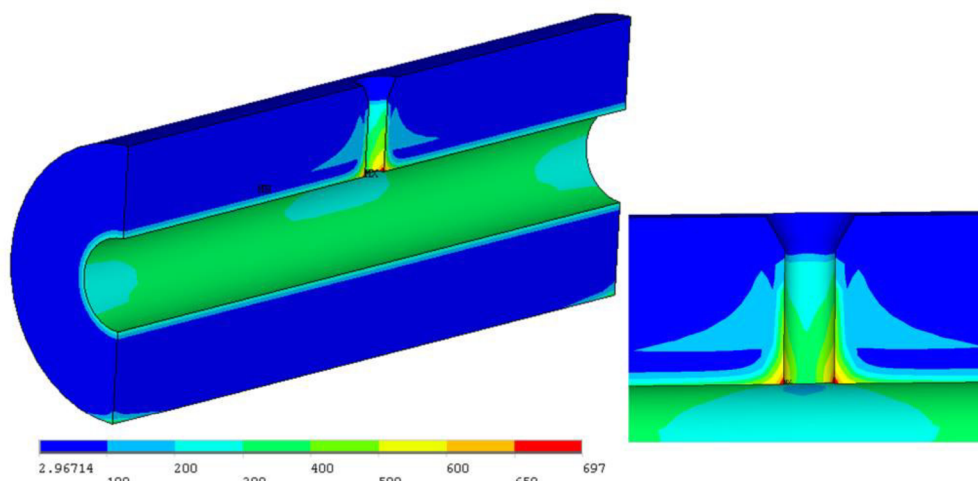


Obr. 67 - Priebeh redukovaného napätia von Mises v zjednodušenom modeli railu so zahĺbením po zaťažení a detail na otvor

Kritické miesto predstavuje opäť otvor (Obr. 68). Priebeh redukovaného napätia a jeho maximálna hodnota je približne rovnaká ako v zjednodušenom modeli railu bez zahĺbenia (kapitola 3.3.5., Obr. 64).

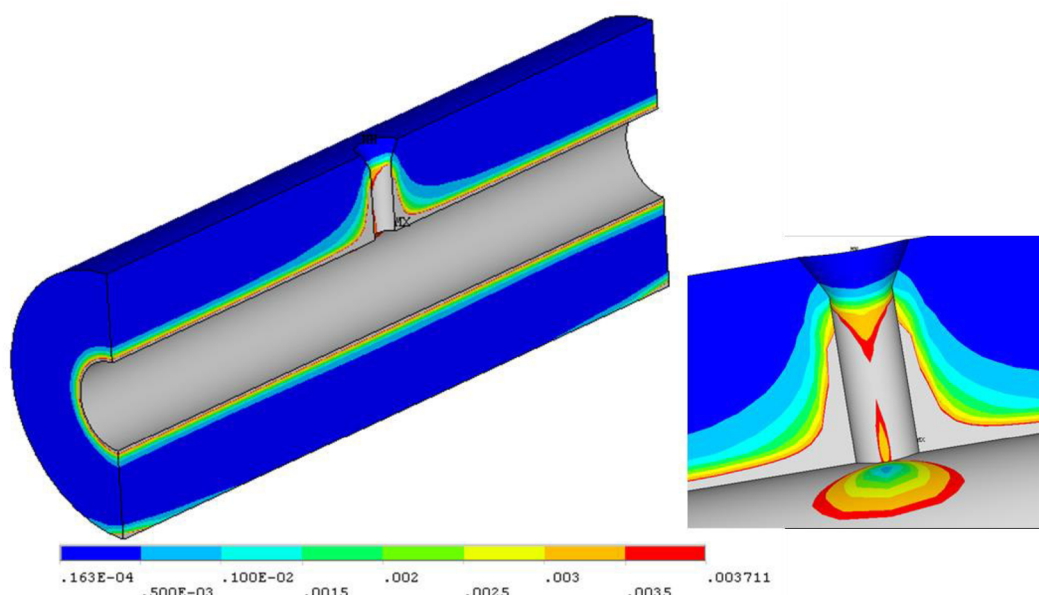


Obr. 68 – Kritické miesto v zjednodušenom modeli railu so zahĺbením



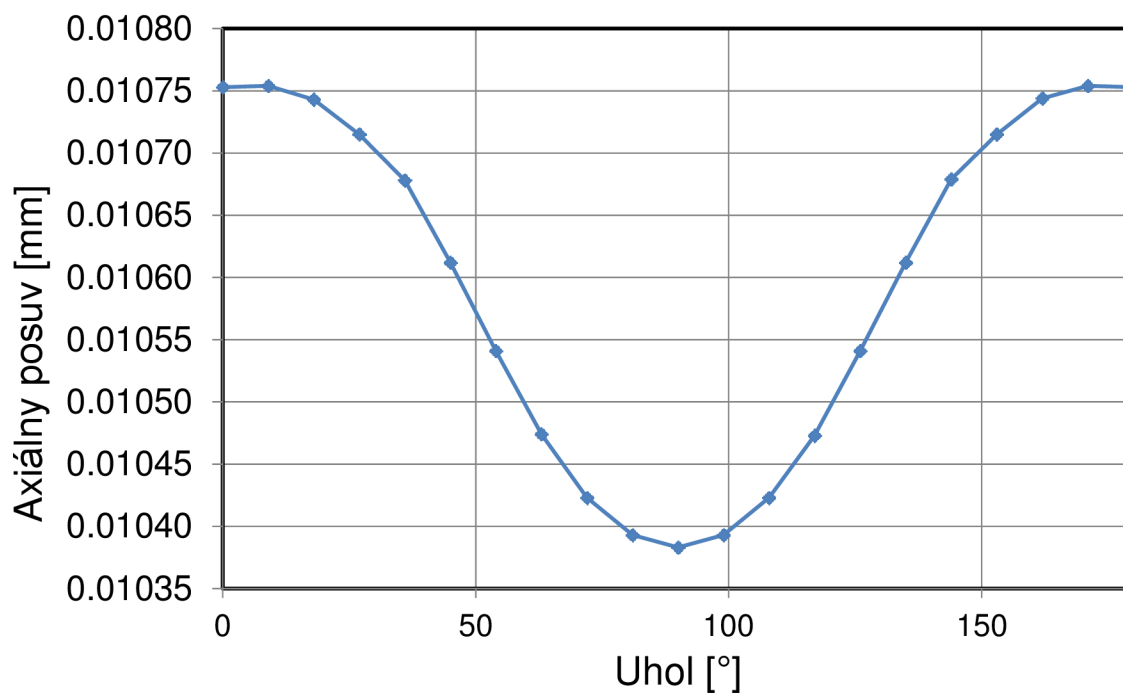
Obr. 69 - Priebeh redukovaného napätia von Mises v zjednodušenom modeli railu bez zahĺbenia po odťažení a detail na otvor

Na Obr. 70 je znázornená trvalá deformácia po odťažení. Jej rozloženie po vnútor-  
nom povrchu je viac-menej rovnaké ako pri zjednodušenom modeli railu bez zhĺbenia.



Obr. 70 -- Trvalá deformácia v zjednodušenom modeli railu so zahĺbením a detail na otvor po odťažení

Zahĺbenie v tomto zjednodušenom modeli predstavuje funkčný povrch. Naň dosadne ďalšia súčiastka. Pre takto namodelované spojenie je nutné zistiť veľkosti posuvov na rozhraní zahĺbenie - otvor. Toto rozhranie má polkruhový tvar (po namodelovaní symetrie). Tvoria ho 21 uzlov výpočtovej siete. Priebeh posuvu v axiálnom smere je uvedený na Obr. 71.



Obr. 71 – Priebeh posuvu v axiálnom smere na rozhraní zahĺbenie - otvor v závislosti na uhle

### 3.3.7. Zhodnotenie dosiahnutých výsledkov

Autofretáži boli podrobené tri typy modelových telies. Pomocné teleso a zjednodušený model railu bez, resp. so zahĺbením. U všetkých typov modelov došlo pri zaťažení a následnom odľahčení k vzniku trvalých deformácií (*Obr. 66 a 70*). Tieto spôsobia v reálnom telese vznik pnutí, ktoré zamedzia ďalšiemu pohybu dizlokácií a teda zvýšia pevnosť súčiastky.

Pomocné teleso predstavuje jednoduché valcové teleso (*Obr. 53c*). Po zaťažení a následnom odľahčení boli získané priebehy napätí po hrúbke tohto telesa (*Obr. 60 a Obr. 61*). Najväčším zostatkovým napätím je obvodové. Má veľkosť okolo 360 MPa na vnútornom polomere. Vplyv autofretáže sa premietne aj do veľkosti trvalého axiálneho napätia. Radiálne napätie je po odľahčení približne konštantné s veľkosťou okolo nuly. Veľkosti a priebehy zostatkového radiálneho a obvodového napätia zistených numericky veľmi dobre korešpondujú s tými určenými analyticky.

Chyba, ktorou je daný výpočet zaťažený predstavuje asi 0,8%. Veľkosť chyby je daná zvoleným počtom elementov, resp. ich zmenením. Táto voľba však predstavuje najlepší kompromis medzi presnosťou výsledkov a výpočtovým časom. Pri analytickom a numerickom riešení je rozdielna hodnota vnútorného pretlaku, ktorý spôsobí splastizovanie 20% prierezu. Analytický výpočet platí pre ideálne plastický materiál bez spevnenia a pre podmienku Tresca. V numerickom riešení je zahrnutý už vyššie spomenutý tzv. kompletný Chabocheho materiálový model (KCHMM) s 3 kinematickými časťami (model so spevnením). Tento ale nezachytí tzv. nábeh v prvom cykle ťahovej oblasti.

V zjednodušených modeloch railu je priebeh napätí po hrúbke vo vzdialenosti, ktorá už nie je ovplyvnená kritickým miestom – otvorom, rovnaký ako v pomocnom telese (*Obr. 60 a Obr. 61*). Ako už bolo spomenuté, dochádza k plastizácii celého prierezu. Kritickým miestom z hľadiska napätosti a deformácie je otvor. Maximálne napätie v zjednodušenom modeli railu bez zahĺbenia, resp. so zahĺbením má veľkosť cca. 1021 MPa (*Obr. 64 a Obr. 68*). Časť otvoru je splastizovaná, iba v lokálnych miestach vzniká elastická deformácia (*Obr. 66 a Obr. 70*). Autofretovací tlak začína pôsobiť v otvore 2mm pod povrchom v prípade zjednodušeného modelu bez zahĺbenia. V zjednodušenom modeli so zahĺbením tlak začína pôsobiť v mieste prechodu zahĺbenia do otvoru. Z *Obr. 66 a Obr. 70* je jasne vidieť, že priestor v súčiastke nad pôsobiacim tlakom sa nachádza v elastickej oblasti.

V zjednodušenom modeli railu so zahĺbením bol ďalej zistený posuv v axiálnom smere. Jeho priebeh je uvedený na *Obr. 71*. Tento posuv sa pohybuje v intervale hodnôt  $\langle 0,01035; 0,01075 \text{ mm} \rangle$ .



## 4. ZÁVER

Hlavným cieľom tejto diplomovej práce bolo stanoviť parametre Chabocheho modelu plasticity pre rôzny stupeň zložitosti (počet členov) na základe výpočtových simulácií ťahovej skúšky. Chabocheho materiálové konštanty boli stanovené z dvoch experimentálne zistených materiálových charakteristík. Z ťahovej vetvy vznikajúcej hysteréznej slučky na začiatku druhého zaťažovacieho cyklu a z cyklickej deformačnej krivky. Pre každú z týchto charakteristík boli použité dva spôsoby ich stanovenia – tzv. Pragerov prípad a prípad kompletného Chabocheho materiálového modelu. Zložitosť Chabocheho materiálového modelu je daná počtom kinematických častí, ktoré ho definujú. Po vzájomnej dohode s vedúcim diplomovej práce boli riešené prípady s 1-4 kinematickými časťami. Celkovo bolo určených 16 materiálových modelov. Konštanty pre každý model boli najskôr určené „odhadom“ podľa postupu uvedenom v [12]. Neskôr, kvôli ďalšiemu spresneniu, boli ešte optimalizované v programe MathCad. Všetkých 16 materiálových modelov bolo implementovaných do výpočtového programu ANSYS 13.0 na simuláciu deformačne riadeného testu jednoosého namáhania pre necelé dva zaťažovacie cykly. Simuláciou bolo zistené, že experimentálnym dátam sa najviac približuje tzv. kompletný Chabocheho materiálový model, konkrétne s 2, resp. 3 kinematickými časťami.

Všeobecne, pre všetky takto stanovené Chabocheho materiálové modely v porovnaní s experimentálnymi dátami (krivky pre necelé dva zaťažovacie cykly) je možné vyvodiť nasledujúci záver. Parametre definované z ťahovej vetvy vznikajúcej hysteréznej slučky, resp. z cyklickej deformačnej krivky správne zachytávajú experimentálnu závislosť krivky pre necelé dva zaťažovacie cykly okrem tzv. nábehu. Nábeh predstavuje ťahové zaťaženie v prvom cykle. Táto nezhoda je spôsobená prvým materiálovým parametrom v Chabocheho modeli.

Na stanovenie napätosti a deformácie v zjednodušenom modeli railu, resp. pomocnom telese bol zvolený kompletný Chabocheho materiálový model (KCHMM) s 3 kinematickými časťami. Dokopy boli vymodelované dva zjednodušené modely railu: bez a so zahĺbením. Oba modely a pomocné valcové teleso boli vystavené autofretáži. Autofretáž spočíva vo vyvolaní pružne plastických deformácií v dutine súčiastky. Modelové telesá boli zaťažené tak, aby došlo k splastizovaniu 20% hrúbky (v prípade zjednodušených modelov v oblasti, ktorá nie je ovplyvnená koncentrátorom napätia - otvorom). Analytickým výpočtom bola stanovená hodnota tlaku, ktorý spôsobí dané splastizovanie na  $p=507$  MPa. Numericky zasa na hodnotu  $p=580$  MPa. Hodnoty tlakov sú rozdielne, pretože analytický výpočet platí pre ideálne plastický materiál bez spevnenia a pre podmienku Tresca. Numerický už počíta s vyššie uvedeným kompletným Chabocheho materiálovým modelom a tento je so spevnením. Odlišnosť medzi jednotlivými prístupmi je 12,6%. Po odťažení vzniknú trvalé (remanentné) deformácie, ktoré ďalej zvýšia pevnosť súčiastky. Najväčším zostatkovým napätím je napätie obvodové. Na vnútornom polomere je jeho veľkosť 360MPa. Vysokú hodnotu má aj axiálne napätie. Radiálne napätie má takmer nulovú hodnotu. Kritickým miestom v zjednodušených modeloch railu je oblasť otvoru. Tu dosahuje redukované napätie podľa von Misesovej podmienky hodnotu okolo 1021MPa.

Námety na ďalšie zlepšenie práce:

1. Presnejšie zachytenie nábehu, t.j. ťahového zaťaženia v prvom cykle experimentálnej krivky pre necelé dva počiatočné cykly. Na túto problematiku použiť iný materiálový model, napr. kombinovaný model spevnenia.
2. Poznanie závislosti pre viac počiatočných cyklov (napr.50-100).

## 5. ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

- [1] – Diesel engine. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida): Wikipedia Foundation, 11. 12. 2006, last modified on 26. 02. 2014 [cit. 2014-02-26]. Dostupné z: [http://en.wikipedia.org/wiki/Diesel\\_engine](http://en.wikipedia.org/wiki/Diesel_engine)
- [2] – Diesel nebo benzín? To je to, oč tu běží. [online]. In: *Point S*, © 2014 [cit. 2014-02-23]. Dostupné z: <http://point-s.cz/novinky/diesel-nebo-benzin-to-je-to-oc-tu-bezi/>
- [3] - lb. Dieselový motor. [online]. In: *DELPHINE*, 02.05. 2005, © 2004 – 2011 [cit. 2014-02-23]. Dostupné z: [http://www.benzin.sk/index.php?selected\\_id=101&article\\_id=](http://www.benzin.sk/index.php?selected_id=101&article_id=)
- [4] - RAUSCHER, Jaroslav. *Spalovací motory*. [PDF dokument]. VUT Brno, FSI, UÁDI, 2005. Studijní opory.
- [5] – VLK, František. *Příslušenství vozidlových motorů*. 1. vydání. Brno: Prof. Ing. František Vlk DrSc, nakladatelství a vydavatelství, 2002. 338 s. ISBN 80-238-8755-6.
- [6] – JANCO, Marcel. Vstrekovací sústava dieslového motora – common rail. [online]. 25. 11. 2012, © 2010 – 2014 [cit. 2014-02-27]. Dostupné z: <http://www.autorubik.sk/technika/palivova-sustava-a-emisie/vstrekovacia-sustava-diesloveho-motora-common-rail/>
- [7] – Bosch Automotive Technology. [online]. © Robert Bosch GmbH [cit. 2014-02-27]. Dostupné z: [http://www.boschautomotivetechnology.com/en/de/specials/specials\\_for\\_clean\\_and\\_economical\\_powertrain\\_systems\\_1/15\\_jahre\\_common\\_rail\\_systeme/15\\_jahre\\_common\\_rail\\_system.html](http://www.boschautomotivetechnology.com/en/de/specials/specials_for_clean_and_economical_powertrain_systems_1/15_jahre_common_rail_systeme/15_jahre_common_rail_system.html)
- [8] - JANCO, Marcel. Tlakový zásobník – rail, regulátor tlaku, snímač tlaku a teploty kľukového a vačkového hriadeľa. [online]. 05. 12. 2012, © 2010 – 2014 [cit. 2014-03-03]. Dostupné z: <http://www.autorubik.sk/technika/palivova-sustava-a-emisie/tlakovy-zasobnik-rail-regulator-tlaku-snimac-tlaku-a-teploty-klukoveho-a-vackoveho-hriadela/>
- [9] – Bosch Automotive Technology. [online]. © Robert Bosch GmbH [cit. 2014-03-03]. Dostupné z: [http://www.boschautomotivetechnology.com/en/de/specials/specials\\_for\\_clean\\_and\\_economical\\_powertrain\\_systems\\_1/15\\_jahre\\_common\\_rail\\_systeme/15\\_jahre\\_common\\_rail\\_system.html](http://www.boschautomotivetechnology.com/en/de/specials/specials_for_clean_and_economical_powertrain_systems_1/15_jahre_common_rail_systeme/15_jahre_common_rail_system.html)
- [10] - ONDRÁČEK, E., VRBKA, J., JANÍČEK, P., BURŠA, J.: *Mechanika těles-Pružnost a pevnost II*. 4. přeprac. vyd. Brno: CERM, 2006. 262 s. ISBN 80-214-3260-8

- [11] - HALAMA, R., ROBOVSKA, H., VOLKOVA, L., SKOČOVSKY, T., STACHA, D., ŠVRČEK, M., VICHEREK, A. Parameter Identification of Chaboche Nonlinear Kinematic Hardening Model. In: *Sbornik konference Aplikovaná mechanika 2007*, Malenovice 16.-19.4.2007. Ed. Frydryšek K. et al. Ostrava: VŠB-TUO Katedra pružnosti a pevnosti, 2007, 97-98. ISBN 978-80-248-1389-9.
- [12] - HALAMA, Radim. *Experimentální poznatky a fenomenologické modelování cyklické plasticity kovů*. Ostrava, 2009. Habilitačná práca. Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti.
- [13] – CHABOCHE, J.L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. In: *International Journal of Plasticity October 2008*, Volume 24, Issue 10, pp. 1642-1693.
- [14] - BARTKOVÁ, Denisa. *Nízkocyklová únava hliníkové slitiny EN-AW 7075*. Brno, 2011. 52 s. Bakalárska práca. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav materiálových věd a inženýrství. Vedúci bakalárskej práce: prof. Ing. Stanislav Vechet, CSc.
- [15] - KLESNIL, Mirko; LUKÁŠ, Petr. *Únava kovových materiálů při mechanickém namáhání*. 1. vyd. Praha : ČAV, 1975. 222 s.
- [16] – *Vztah únava a povrch kovových materiálů*, Žilinská univerzita, Katedra materiálového inžinierstva. [PDF dokument]. Dostupné z: [http://integrita.zcu.cz/download/skola1/zilina\\_prez2.pdf](http://integrita.zcu.cz/download/skola1/zilina_prez2.pdf)
- [17] – HAVRILA, M., BOŽÍK, J. *Únava materiálu, únavový lom*. Žilinská univerzita, Strojnícka fakulta. Katedra aplikovanej mechaniky. [PowerPoint prezentácia].
- [18] – DLOUHÝ, Ivo. *Deformace a porušování materiálu (Mezní stavy materiálu) - Prednášky*. Vysoké Učení Technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav materiálových věd a inženýrství. [PowerPoint prezentácia].
- [19] – SEDLÁK, J., HALAMA, R. *Teorie plasticity: Experimentální poznatky*. Teoretický základ. [PDF dokument]. VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2012 [cit. 2014-04-04]. Dostupné z: [http://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/339/.content/files/Teorie-plasticity\\_Experimentalni-poznatky.pdf](http://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/339/.content/files/Teorie-plasticity_Experimentalni-poznatky.pdf)
- [20] – HALAMA, Radim. *Řešení elastoplastické napjatosti v bodovém styku dvou zakřivených těles pomocí MKP*, Ostrava, 2005, Disertačná práca. Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti.
- [21] – KULKARNI, C.S., DESAI, M.Y., KANT, T., REDDY, R.G., PRASAD P., VAZE, K.K., GUPTA, C., Uniaxial and biaxial ratchetting in piping materials-experiments and analysis. In: *Internal Journal of Pressure Vessels and Piping 2004*, Volume 81, Issue 7, pages 609-617.

- [22] - ŽMINDÁK, Milan. Kontakt telies sa nevyhneme. *Tribotechnika*. [online]. Tribotechnika 1/2009. TechPark Vydavateľstvo, Copyright © 2008 – 2014, [cit. 2014-04-23]. Dostupné z: <http://www.tribotechnika.sk/tribotechnika-1-2009/kontaktu-telies-sa-nevyhneme.html>
- [23] – PETRUŠKA, J., BURŠA, J. Nelineárny úlohy mechaniky v MKP, [online]. 2009, [cit. 2014-04-25]. Elektronické podklady - Prednášky. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/cz/studium/studijni-materialy.html>
- [24] – BARI, S., HASSAN, T. Anatomy of coupled constitutive models for ratchetting simulation. In: *Internal Journal of Plasticity 2000*, 16(3-4), pp. 381-409.
- [25] – FORÍŠEKOVÁ, Daniela. *Metódy riešenia úloh nelineárnej regresie s veľkými rezíduami*. Bratislava, 2007. 37 s. Diplomová práca. Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky. Vedúci diplomovej práce: Doc. RNDr. Milan Hamala, CSc.
- [26] – GAVIN, P. H. The Lavenberg-Marquardt method for nonlinear least squares curve-fitting problems. [PDF dokument]. Duke University - Department of Civil and Environmental Engineering, September 24, 2013 [cit. 2014-04-03]. Dostupné z: <http://people.duke.edu/~hpgavin/ce281/lm.pdf>
- [27] – HURT, Libor. Optimalizace rozhraní svařovaného zásobníku paliva system Common Rail. Brno, 2009. 76 s. Diplomová práca. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. Vedúci diplomovej práce: Ing. Pavel Ramík.
- [28] – KRHÁNEK, Pavel a František Capek. Zařízení pro hydraulické autofretážování dutých dílců. IPC: B21D 26/22. Česká republika. Dostupné z: <http://spisy.upv.cz/Patents/FirstPages/FPPV0171/0171635.pdf>
- [29] – MISRA, Sunandan. Common rail fuel injection – an overview. [online]. 31. 07. 2012, [cit. 2014-04-05]. Dostupné z: <http://bhpcafe.files.wordpress.com/2012/07/commonrail-dot-info.jpg>
- [30] – KOLEKTIV, *Pružnost a pevnost II: Základy obecné pružnosti a pevnosti*. Praha I: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1980.
- [31] – BARI, S., HASSAN, T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratchetting simulation. In: *International Journal of Plasticity 18 (2002)*, Volume 18, Issue 7, pp. 873-894.
- [32] – MAHMOUDI, H.A., PEZESHKI-NAJAFABADI, M. S., BADNAVA, H. Parameter determination of Chaboche kinematic hardening model using a multi objective Genetic Algorithm. In: *Computational Materials Science January 2011*, Volume 50, Issue 3, pp. 1114-1122.
- [33] – TIMOSCHENKO, S. P., GERE, J. M., *Mechanics of Materials*. Third SI edition. London: Chapman & Hall, 1991, 807 p. [ISBN 0-412-36880-3]

[34] – ANSYS, Inc. ANSYS Mechanical 13.0 [Používateľský manuál], 2010

[35] - JANÍČEK, P., Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí, 2007, CERM, ISBN: 978-80-7204-554-9

## 6. ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK, SYMBOLOV, VELIČÍN

ALL	All degrees of freedom (všetky stupne voľnosti)
DOF	
CDK	Cyklická deformačná krivka
CR	Common Rail
HCF	High cycle fatigue (vysokocyklová únava)
KCHMM	Kompletný Chabocheho materiálový model
LCF	Low cycle fatigue (nízkocyklová únava)
PP II	Pružnosť pevnosť II
TVHS	Ťahová vetva hysteréznej slučky

Symbol	Jednotka	Charakteristika
A	[mm <sup>2</sup> ]	plocha, na ktorej pôsobí sila F
<b>a</b>	[MPa]	deviátorová časť kinematického tenzora $\alpha$
C	[MPa]	parameter spevnenia, ktorý je priamo rovný plastickému modulu $h$
$C_i$	[MPa]	materiálová konštanta Chabocheho modelu plasticity udávajúca sklon dotyčnice (tečny) k deformačnej krivke na medzi klzu $\sigma_y$ .
<b>D</b>	[MPa]	matica elastických konštánt
dp	[1]	prírastok akumulovanej plastickej deformácie
dr	[mm]	diferenciál polomeru, ktorý vytvára elementárny prvok valcového telesa
d $\epsilon_p$	[1]	diferenciál plastickej zložky pretvorenia
d $\lambda$	[1]	skalárny súčiniteľ (plastický násobok)
d $\sigma_r$	[MPa]	diferenciál radiálneho napätia
d $\sigma_t$	[MPa]	diferenciál obvodového napätia
d $\varphi$	[°]	diferenciál uhla, ktorý vytvára elementárny prvok valcového telesa
E	[MPa]	Youngov modul pružnosti v ťahu
f	[MPa]	funkcia plasticity
F	[N]	veľkosť sily, ktorá spôsobí splastizovanie prierezu o 20%
h	[MPa]	plastický modul
L	[mm]	dĺžka zjednodušeného modelu vysokotlakového zásobníku paliva
$N_c$	[1]	počet cyklov k dosiahnutiu trvalej pevnosti

$N_t$	[1]	počet cyklov do lomu
$p_1$	[MPa]	tlak na vnútornom polomere
$p_{1k}$	[MPa]	tlak, pri ktorom nastane MSP
$p_{1m}$	[MPa]	tlak, ktorý spôsobí splastizovanie celého prierezu
$p_2$	[MPa]	tlak na vonkajšom polomere
$r$	[mm]	polomer, súradnica valcového súradnicového systému
$r'$	[mm]	polomer, ktorý oddeľuje splastizovanú a elastickú časť
$r_1$	[mm]	vnútorný polomer
$r_2$	[mm]	vonkajší polomer
$R_e$	[MPa]	medza klzu materiálu
$R_m$	[MPa]	medza pevnosti materiálu
$R_{p0,2}$	[MPa]	zmluvná medza klzu
$s$	[MPa]	deviátor tenzora napätia
$\tanh(x)$	[°]	hyperbolický tangens x
$T_\varepsilon$	[%]	tenzor pretvorenia
$T_\sigma$	[MPa]	tenzor napätosti
$u_r$	[mm]	nezávislý posuv v radiálnom smere valcového telesa
$w$	[mm]	nezávislý posuv v osovom smere valcového telesa
$Y$	[MPa]	skalárna izotropná premenná, súvisí s vývojom dislokačných štruktúr behom zaťažovania
$z$	[mm]	súradnica valcového súradnicového systému
$\alpha$	[MPa]	kinematický tenzor napätia
$\alpha_j$	[MPa]	nenulová zložka v tensore kinematického napätia $\alpha$ pri jednoosom namáhaní
$Y_i$	[1]	materiálová konštanta Chabocheho modelu plasticity, značí rýchlosť s ktorou sa hodnota napätia blíži limitnej hodnote $\sigma_Y + \frac{C}{Y}$
$\gamma_{rt}$	[%]	nulové uhlové pretvorenie v radiálnom a obvodovom smere
$\gamma_{rz}$	[%]	nulové uhlové pretvorenie v radiálnom a axiálnom smere
$\gamma_{tz}$	[%]	nulové uhlové pretvorenie v obvodovom a axiálnom smere
$\Delta\sigma$	[MPa]	rozkmit napätia
$\Delta\varepsilon_p$	[1]	Rozkmit plastickej deformácie
$\varepsilon$	[%]	celkové pretvorenie
$\varepsilon_a$	[%]	amplitúda celkovej deformácie
$\varepsilon_{ael}$	[%]	amplitúda elastickej deformácie



$\varepsilon_{aep}$	[%]	amplitúda elastoplastickej deformácie
$\varepsilon_{ap}$	[%]	amplitúda plastickej deformácie
$\varepsilon_e$	[%]	elastická zložka pretvorenia
$\varepsilon_p$	[%]	plastická zložka pretvorenia
$\varepsilon_r$	[%]	nenulové dĺžkové pretvorenie v radiálnom smere
$\varepsilon_t$	[%]	nenulové dĺžkové pretvorenie v dotyčnom smere
$\varepsilon_z$	[%]	nenulové dĺžkové pretvorenie v osovom smere
$\sigma^*$	[MPa]	radiálne alebo obvodové napätie zaťažené tlakom $p_1$ spôsobujúce elasto plastický stav, ale za predpokladu platnosti Hook. zákona
$\sigma_0$	[MPa]	hodnota pri ktorej nastane plastická deformácia
$\sigma_{1,2,3}$	[MPa]	hlavné napätia
$\sigma_a$	[MPa]	amplitúda napätia
$\sigma_c$	[MPa]	trvalá únavová pevnosť
$\sigma^{ep}$	[MPa]	radiálne alebo obvodové (tečné) napätie na ľubovoľnom polomere $r$ , za elasto plastického stavu
$\sigma_j$	[MPa]	nenulová zložka v tenzore napätia $\sigma$ pri jednoosom namáhaní
$\sigma_m$	[MPa]	stredná hodnota napätia
$\sigma_r$	[MPa]	radiálne napätie
$\sigma_r^*$	[MPa]	radiálne napätie na ľubovoľnom polomere za stavu elastoplastického ale za predpokladu platnosti Hookovho zákona
$\sigma_r^{ep}$	[MPa]	radiálne napätie na ľubovoľnom polomere za stavu elastoplastického
$\sigma_t$	[MPa]	dotyčné (obvodové) napätie
$\sigma_t^*$	[MPa]	obvodové napätie na ľubovoľnom polomere za stavu elastoplastického ale za predpokladu platnosti Hookovho zákona
$\sigma_t^{ep}$	[MPa]	obvodové napätie na ľubovoľnom polomere za stavu elastoplastického
$\sigma_y$	[MPa]	medza klzu
$\sigma_z$	[MPa]	napätie v osovom smere
$\sigma^z$	[MPa]	zbytkové napätie
$\varphi$	[°]	súradnica valcového súradnicového systému
$\chi$	[1]	veľičina charakterizujúca smer zaťažovania (ťah-tlak)
$\omega_m$	[1]	meridiánový rez
$\omega_r$	[1]	radiálny rez
$\omega_v$	[1]	valcový rez
$\Omega_v$	[1]	elementárny prvok valcového telesa

## 7. ZOZNAM OBRÁZKOV A GRAFOV

<i>Obr. 1 – Schéma palivovej sústavy s rotačným vstrekovacím čerpadlom [4].....</i>	<i>13</i>
<i>Obr. 2 - Palivová sústava vstrekovacieho systému Common Rail od firmy Bosch [6].....</i>	<i>14</i>
<i>Obr. 3 - Vysokotlakový zásobník paliva - rail a jeho hlavné časti [8].....</i>	<i>16</i>
<i>Obr. 4 - Vysokotlakový zásobník paliva HFR-20 spoločnosti Robert Bosch GmbH [9] .....</i>	<i>17</i>
<i>Obr. 5 - Geometrický tvar telesa v nezaťaženom stave [10].....</i>	<i>17</i>
<i>Obr. 6 - Uvoľnený elementárny prvok valcového telesa [10] .....</i>	<i>18</i>
<i>Obr. 7 - Deformácia prvku valcového telesa [10].....</i>	<i>18</i>
<i>Obr. 8 - Elementárne sily pôsobiace na uvoľnený prvok [10].....</i>	<i>19</i>
<i>Obr. 9 – Wöhlerova (S-N) krivka [17] .....</i>	<i>21</i>
<i>Obr. 10 – Etapy únavového života [18] .....</i>	<i>22</i>
<i>Obr. 11 - Cyklické spevnenie a zmäkčenie pre rôzne typy zaťažovania [19] .....</i>	<i>24</i>
<i>Obr. 12 - Hysterézna slučka [16].....</i>	<i>24</i>
<i>Obr. 13 - Chovanie hysteréznych slučiek (vľavo – spevnenie, vpravo - zmäkčenie) [18].....</i>	<i>25</i>
<i>Obr. 14 - Cyklická deformačná krivka v porovnaní s ťahovým diagramom [18] .....</i>	<i>25</i>
<i>Obr. 15 – Porovnanie ťahovej krivky a cyklických kriviek napätie – deformácia [16].....</i>	<i>26</i>
<i>Obr. 16 – Ukážka Bauschingerovho efektu [19] .....</i>	<i>26</i>
<i>Obr. 17 – Schematické znázornenie Masingovho chovania [19] .....</i>	<i>27</i>
<i>Obr. 18 – Proporcionálne a neproporcionálne namáhanie v Heighovom priestore hlavných napätí [19].....</i>	<i>27</i>
<i>Obr. 19 – Elastické prispôsobenie [21].....</i>	<i>28</i>
<i>Obr. 20 – Cyklická plasticita [20] .....</i>	<i>28</i>
<i>Obr. 21 – Cyklické tečenie pri jednoosom namáhaní vľavo a vplyv materiálu na evolúciu prírastku plastickej deformácie za cyklus <math>\delta\epsilon_p</math> vpravo [19].....</i>	<i>29</i>

Obr. 22 – Znázornenie platnosti Aditívneho zákona [12] .....	30
Obr. 23 – Znázornenie podmienky plasticity u ideálne elastoplastického materiálu [12].....	31
Obr. 24 – Znázornenie plochy plasticity von Mises u ideálne plastického materiálu [12] .....	32
Obr. 25 – Vývoj plochy plasticity u izotropného spevnenia [12].....	33
Obr. 26 – Zmena polohy plochy plasticity u kinematického pravidla spevnenia [12].....	34
Obr. 27 – Zmena polohy plochy plasticity u kombinovaného modelu spevnenia [12] .....	34
Obr. 28 – Zobrazenie troch možných stavov na ploche zaťažovania [12].....	36
Obr. 29 – Znázornenie významu plastického modulu $h$ [12].....	38
Obr. 30 – Krivka pre necelé dva zaťažovacie cykly .....	42
Obr. 31 – Cyklická deformačná krivka.....	43
Obr. 32 – Vlastnosti Armstrong–Frederickovho nelineárneho kinematického modelu [12] ...	45
Obr. 33 - Časť krivky na stanovenie materiálových parametrov .....	46
Obr. 34 – Využitie hysteréznej slučky pre identifikáciu parametrov Chabocheho modelu [12] .....	47
Obr. 35 – Počiatočná voľba parametrov pri kalibrácii Chaboche modelu.....	48
Obr. 36 – Znázornenie odhadu parametrov z TVHS: vľavo Pragerov prípad, vpravo KCHMM .....	50
Obr. 37 – Znázornenie optimalizovaných parametrov z TVHS: vľavo Pragerov prípad, vpravo KCHMM.....	52
Obr. 38 – Znázornenie Pragerovho prípadu určenia parametrov z TVHS: vľavo odhadom, vpravo optimalizovaním .....	54
Obr. 39 – Znázornenie prípadu KCHMM určenia parametrov z TVHS: vľavo odhadom, vpravo optimalizovaním .....	54
Obr. 40 – Počiatočná voľba parametrov pri kalibrácii Chabocheho modelu z CDK [12].....	56
Obr. 41 - Znázornenie odhadu parametrov z CDK: vľavo Pragerov prípad, vpravo KCHMM.....	58

<i>Obr. 42 - Znázornenie optimalizovaných parametrov z CDK: vľavo Pragerov prípad, vpravo KCHMM .....</i>	<i>60</i>
<i>Obr. 43 - Znázornenie Pragerovho prípadu určenia parametrov z CDK: vľavo odhadom, vpravo optimalizovaním .....</i>	<i>61</i>
<i>Obr. 44 - Znázornenie prípadu KCHMM určenia parametrov z CDK: vľavo odhadom, vpravo optimalizovaním .....</i>	<i>61</i>
<i>Obr. 45 - Skúšobná tyč pre ťahovú skúšku [18].....</i>	<i>62</i>
<i>Obr. 46 - Model geometrie, typ použitej siete, okrajové podmienky.....</i>	<i>63</i>
<i>Obr. 47 - Zachytenie experimentálnej krivky použitím rôznych materiálových parametrov ...</i>	<i>64</i>
<i>Obr. 48 - Zachytenie experimentálnej krivky použitím rôznych materiálových parametrov určených z TVHS pre prípad KCHMM.....</i>	<i>64</i>
<i>Obr. 49 - Zachytenie experimentálnej krivky použitím rôznych materiálových parametrov určených z cyklickej deformačnej krivky pre Pragerov prípad .....</i>	<i>65</i>
<i>Obr. 50 - Zachytenie experimentálnej krivky použitím rôznych materiálových parametrov určených z cyklickej deformačnej krivky pre prípad KCHMM .....</i>	<i>65</i>
<i>Obr. 51 – Odozva materiálu po 10 zaťažovacích cykloch pre prípad určenia parametrov z TVHS pre 3 kinematické časti .....</i>	<i>66</i>
<i>Obr. 52 - Riešená časť vykotlakového zásobníku paliva (railu) [29] .....</i>	<i>67</i>
<i>Obr. 53 – Znázornenie modelových telies v reze:.....</i>	<i>68</i>
<i>Obr. 54 - Priebeh napätí v elastoplasticite v závislosti na polomere, vľavo radiálneho, vpravo obvodového.....</i>	<i>71</i>
<i>Obr. 55 - Priebeh zostatkových radiálnych a obvodových napätí v závislosti na polomere ...</i>	<i>71</i>
<i>Obr. 56 - Hexaedrická štruktúra siete pomocného telesa vľavo a zjednodušeného modelu railu bez zahĺbenia vpravo so zjemnením okolo otvoru .....</i>	<i>73</i>
<i>Obr. 57 – Zjemnenie siete okolo otvoru, vľavo bez zahĺbenia, vpravo so zahĺbením.....</i>	<i>73</i>
<i>Obr. 58 - Okrajové podmienky pre pomocné teleso .....</i>	<i>74</i>
<i>Obr. 59 - Okrajové podmienky pre zjednodušený model railu bez zahĺbenia.....</i>	<i>75</i>
<i>Obr. 60 – Závislosť priebehu napätí na hrúbke pomocného telesa po zaťažení .....</i>	<i>76</i>

<i>Obr. 61 – Priebeh zostatkových napätí na hrúbke pomocného telesa po odťažení .....</i>	<i>76</i>
<i>Obr. 62 – Priebehy deformácií po dĺžke telesa .....</i>	<i>77</i>
<i>Obr. 63 – Priebeh redukovaného napätia von Mises v zjednodušenom modeli railu .....</i>	<i>77</i>
<i>Obr. 64 – Kritické miesto v zjednodušenom modeli railu bez zahĺbenia .....</i>	<i>78</i>
<i>Obr. 65 - Priebeh redukovaného napätia von Mises v zjednodušenom modeli railu .....</i>	<i>78</i>
<i>Obr. 66 – Trvalá deformácia v zjednodušenom modeli railu bez zahĺbenia .....</i>	<i>78</i>
<i>Obr. 67 - Priebeh redukovaného napätia von Mises v zjednodušenom modeli railu .....</i>	<i>79</i>
<i>Obr. 68 – Kritické miesto v zjednodušenom modeli railu so zahĺbením .....</i>	<i>79</i>
<i>Obr. 69 - Priebeh redukovaného napätia von Mises v zjednodušenom modeli railu .....</i>	<i>80</i>
<i>Obr. 70 -- Trvalá deformácia v zjednodušenom modeli railu so zahĺbením a detail na otvor po odťažení .....</i>	<i>80</i>
<i>Obr. 71 – Priebeh posuvu v axiálnom smere na rozhraní zahĺbenie - otvor.....</i>	<i>81</i>

## 8. ZOZNAM TABULIEK

<i>Tab. 1 – Odhad Chabocheho materiálových parametrov z TVHS pre Pragerov prípad.....</i>	<i>49</i>
<i>Tab. 2 - Odhad Chabocheho materiálových parametrov z TVHS pre prípad KCHMM.....</i>	<i>50</i>
<i>Tab. 3 - Optimalizované parametre Chabocheho modelu z TVHS pre Pragerov prípad.....</i>	<i>51</i>
<i>Tab. 4 - Optimalizované parametre Chabocheho modelu z TVHS pre prípad KCHMM.....</i>	<i>51</i>
<i>Tab. 5 – Odhadnuté a optimalizované parametre Chabocheho modelu z TVHS pre Pragerov prípad .....</i>	<i>53</i>
<i>Tab. 6 - Odhadnuté a optimalizované parametre Chabocheho modelu z TVHS pre prípad KCHMM .....</i>	<i>53</i>
<i>Tab. 7 - Odhad Chabocheho materiálových parametrov z CDK pre Pragerov prípad.....</i>	<i>57</i>
<i>Tab. 8 - Odhad Chabocheho materiálových parametrov z CDK pre KCHMM.....</i>	<i>57</i>
<i>Tab. 9 - Optimalizované parametre Chabocheho modelu z CDK pre Pragerov prípad.....</i>	<i>59</i>
<i>Tab. 10 - Optimalizované parametre Chabocheho modelu z CDK pre prípad KCHMM.....</i>	<i>59</i>
<i>Tab. 11 – Odhadnuté a optimalizované parametre Chabocheho modelu z CDK pre Pragerov prípad .....</i>	<i>60</i>
<i>Tab. 12 - Odhadnuté a optimalizované parametre Chabocheho modelu z CDK pre prípad KCHMM .....</i>	<i>61</i>

## 9. ZOZNAM PRÍLOH