



Pedagogická  
fakulta  
Faculty  
of Education

Jihočeská univerzita  
v Českých Budějovicích  
University of South Bohemia  
in České Budějovice

JIHOČESKÁ UNIVERZITA V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Diplomová práce

# **Analýza výuky statistiky na vybraných středních školách v Jihočeském kraji**

Vypracovala: Bc. Pavla Kaiseršatová

Vedoucí práce: doc. RNDr. **Vladimíra Petrášková**, Ph.D.

České Budějovice 2019

## Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Statistika v příkladech pro vzdělávání na středních školách jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích .....

.....

### Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala doc. RNDr. **Vladimíře Petráškové**, Ph.D. za odborné vedení a podnětné rady.

## **Analýza výuky statistiky na vybraných středních školách v Jihočeském kraji**

---

### **Analysis of the teaching methods of statistics at chosen secondary schools in the South Bohemian Region**

#### **Anotace**

Diplomová práce analyzuje výuku statistiky na vybraných středních školách v Jihočeském kraji. K dosažení výsledků bylo použito jednak dotazníkové šetření, jednak vypracování pracovního listu. Na základě dotazníkového šetření byla zjišťována forma výuky statistiky, zda výuka statistiky odpovídá RVP (Rámcový vzdělávací program), zda jsou jednotlivá témata vyučována v dostatečné míře (vycházíme z RVP), s dostatečným pochopením a využitím v praxi, zda je rozdíl výuky na gymnáziích a dalších středních školách. Pracovní list byl využit k porovnání znalostí studentů.

#### **Klíčová slova**

statistika, charakteristika polohy, charakteristika variability, RVP, výuka statistiky.

#### **Abstract**

This diploma thesis analyses the teaching methods of statistics at chosen secondary schools in the South Bohemian Region. Many methods were used to achieve the results. The questionnaire survey and handouts for pupils were the main methods will help to find out the forms of teaching statistics and compare students' knowledge. Further they will show if each topic is taught in a sufficient extent and with an adequate comprehension and practise. The mentioned methods will show if the teaching of statistics meets the FEP (Framework Education Programme) and if there is any difference between the teaching at gymnasium and at other secondary schools.

#### **Key words**

Statistics, characteristics of position, characteristics of variables, FEP, teaching methods of statics

# Obsah

<b>Úvod</b> .....	<b>4</b>
<b>1 Cíl a metodika práce</b> .....	<b>5</b>
<b>2 Systém kurikulárních dokumentů</b> .....	<b>6</b>
2.1 Rámcově vzdělávací program .....	6
2.2 Statistika v RVP pro gymnázia.....	7
2.3 Statistika v RVP pro SŠ.....	9
<b>3 Základní teorie</b> .....	<b>11</b>
3.1 Presentace dat .....	11
3.2 Charakteristiky polohy .....	12
3.3 Charakteristiky variability .....	16
<b>4 Praktická část</b> .....	<b>18</b>
4.1 Dotazník pro učitele.....	18
4.1.1 Vyhodnocení dotazníku.....	19
4.2 Výzkum zaměřený na znalosti studentů .....	21
4.2.1 Pracovní list.....	21
4.2.2 Výsledky výzkumu.....	37
<b>Závěr</b> .....	<b>49</b>
<b>Seznam použité literatury</b> .....	<b>51</b>
<b>Seznam internetových zdrojů</b> .....	<b>53</b>
<b>Přílohy</b> .....	<b>54</b>

# Úvod

Diplomová práce se zabývá zmapováním výuky statistiky na vybraných školách v Jihočeském kraji.

Cílem diplomové práce bylo zanalyzovat výuku a znalosti statistiky na vybraných středních školách v Jihočeském kraji podle vytvořeného pracovního listu pro studenty. Pracovní list byl sestaven dle dotazníkového šetření dotazovaných učitelů na výuku statistiky na jejich škole a zároveň dle požadavků RVP<sup>1</sup>. Pracovní list byl zaměřen na vybrané kapitoly ze statistiky, například rozpoznání a využití správného průměru, určení modusu, mediánu, rozptylu a správného určení četností.

První část diplomové práce se věnuje rámcově vzdělávacímu programu (dále jen RVP), a to jak pro gymnázia, tak pro střední školy, a školního vzdělávacího programu vybraných škol (dále jen ŠVP) s podrobnějším zaměřením na jejich části, které obsahují statistiku.

Ve druhé části diplomové práce nalezneme dotazník pro učitele, který slouží k zmapování výuky statistiky na vybraných středních školách. Podle výsledků a odpovědí mohl být následně sestaven testovací pracovní list pro studenty.

Třetí část práce obsahuje pracovní list, který je sestaven dle požadavků RVP. V první části pracovního listu je uvedeno téma, kterým se zabývá, jeho cíl, mezipředmětové vztahy, klíčové kompetence, které se rozvíjí využitím pracovního listu a metodický a didaktický komentář pro učitele. Druhá část pracovního listu je určena studentům. Třetí část pracovního listu je věnovaná učitelům. Jsou v ni uvedeny možné postupy a řešení jednotlivých úloh. Řešené příklady jsou doprovázeny slovním komentářem, vysvětlující jednotlivé postupy a kroky při řešení úlohy.

Čtvrtá část práce je věnovaná výsledkům výzkumu, který byl zaměřen na porovnání znalostí základů statistiky studentů vybrané střední školy a vybraného gymnázia. Při testování byl použit vytvořený pracovní list. Výsledky testů jsou doplněny slovním komentářem.

---

<sup>1</sup> RVP – rámcově vzdělávací program

# 1 Cíl a metodika práce

## Cíl diplomové práce

Hlavním cílem diplomové práce bylo zanalyzovat výuku statistiky na vybraných středních školách v Jihočeském kraji. K zmapování výuky na středních školách bylo použito dotazníkového šetření. Analýza znalostí proběhla na základě pracovního listu vytvořeného autorkou této diplomové práce. Pracovní list vznikl na základě zmíněného dotazníkového šetření učitelů SŠ a na základě požadavků RVP. Pracovní list je zaměřen na základní poznatky ze statistiky jako například správný výběr průměru, určení modusu, mediánu, správné určení četností či použití rozptylu.

## Metodika diplomové práce

Pro výzkum byla použita metoda dotazníkového šetření, analýza, porovnání a vyhodnocování.

Pro správné vytvoření pracovního listu pro studenty byl nejprve zpracován dotazník (příloha č. 1) pro učitele, jehož cílem bylo zjistit, jak a v jakém rozsahu je vyučována statistika na vybraných školách. Následně proběhlo porovnání a vyhodnocení dotazníků.

Při tvorbě pracovního listu bylo vycházeno z požadavků RVP a z odpovědí dotazníků pro učitele. První část pracovní list obsahuje téma, kterým se diplomová práce zabývá, je zde uveden cíl, klíčové kompetence, které jsou rozvíjeny a metodický a didaktický komentář pro učitele.

Druhá část pracovního listu je určena k vypracování studenty. Ve třetí části nachází vyučující možné postupy a řešení úloh krok po kroku.

Vytvořený pracovní list byl testován na dvou vybraných středních školách  $\alpha$  a  $\beta$ .

V této části byly využity metody analýzy, porovnání a následného vyhodnocování.

Na závěr celého šetření je využita metoda analýzy, kdy jsou všechny získané informace mezi sebou porovnané, a snažili jsme se dojít k výsledku metodou vyhodnocování. Při analýze byla použita metoda abstrakce a indukce.

## 2 Systém kurikulárních dokumentů

Kurikulum je vzdělávací program, projekt či plán. Zahrnuje komplex problémů vztahujících se k řešení otázek v čem, kdy, koho, jak, proč, s jakými očekávanými efekty a za jakých podmínek vzdělávat (Walterová, 1994).

Kurikulární dokument vymezuje koncepci, cíle, obsah a další parametry vzdělávání. Příkladem je tzv. *národní kurikulum*<sup>2</sup>, které zahrnuje obecné vzdělávací cíle, základní složky učiva, výsledky, kterých mají žáci dosáhnout. V ČR existují dva kurikulární dokumenty odpovídající národnímu kurikulu, a to Státní program vzdělávání, který je zastřešující dokument vzniklý na základě pověření v Bílé knize<sup>3</sup>, spolu s Rámcově vzdělávacími programy (Průcha a kol., 2001).

### 2.1 Rámcově vzdělávací program

Rámcově vzdělávací program, pod zkratkou RVP, vznikl v návaznosti na Bílou knihu, kdy v roce 2004 MŠMT<sup>4</sup> schválilo nové principy vzdělávání žáků od 3 do 19 let. Tímto rozhodnutím se změnil systém kurikulárních dokumentů a nyní jsou vytvářeny ve dvou úrovních – státní a školské (Systém kurikulárních dokumentů. *RVP*, 2012).

Dle RVP pro gymnázia (MŠMT, 2013, str. 5):

*„V souladu s novými principy kurikulární politiky, zformulovanými v Národním programu rozvoje vzdělávání v ČR (tzv. Bílé knize) a zakotvenými v zákoně č. 561/2004 Sb., zákon o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (dále jen „školský zákon“), se do vzdělávací soustavy zavádí nový systém kurikulárních dokumentů pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let. Kurikulární dokumenty jsou vytvářeny na dvou úrovních – státní a školní.*

---

<sup>2</sup> Národní kurikulum – Národní vzdělávací program

<sup>3</sup> Bílá kniha – Národní program rozvoje vzdělávání v České republice vydána ministerstvem v roce 2001

<sup>4</sup> MŠMT – Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy České republiky



*Státní úroveň v systému kurikulárních dokumentů představují Národní program vzdělávání (NPV) a rámcové vzdělávací programy (RVP). Zatímco NPV formuluje požadavky na vzdělávání, které jsou platné v počátečním vzdělávání jako celku, RVP vymezují závazné rámce vzdělávání pro jeho jednotlivé etapy (pro předškolní, základní a střední vzdělávání).*

*Školní úroveň představují školní vzdělávací programy (ŠVP), podle nichž se uskutečňuje vzdělávání na jednotlivých školách. Školní vzdělávací program si vytváří každá škola podle zásad stanovených v příslušném RVP“ (MŠMT, 2013).*

## **2.2 Statistika v RVP pro gymnázia**

Pro oblast všeobecného vyššího sekundárního vzdělávání existuje Rámcový vzdělávací program pro střední gymnaziální vzdělávání (RVP GV), který nahradil Standard vzdělávání na čtyřletém gymnáziu.

### **Charakteristika vzdělávací oblasti**

*„Výuka matematiky na gymnáziu rozvíjí a prohlubuje pochopení kvantitativních a prostorových vztahů reálného světa, utváří kvantitativní gramotnost žáků a schopnost geometrického vhledu. Ovládnutí požadovaného matematického aparátu, elementy matematického myšlení, vytváření hypotéz a deduktivní úvahy jsou prostředkem pro nové hlubší poznání a předpokladem dalšího studia. Osvojené matematické pojmy, vztahy a procesy pěstují myšlenkovou ukázněnost, napomáhají žákům k prožitku celistvosti.*

*Matematické vzdělávání napomáhá rozvoji abstraktního a analytického myšlení, rozvíjí logické usuzování, učí srozumitelné a věcné argumentaci s cílem najít spíše objektivní pravdu než uhájit vlastní názor. Těžiště výuky spočívá v osvojení schopnosti formulace problému a strategie jeho řešení, v aktivním ovládnutí matematických nástrojů a dovedností, v pěstování schopnosti aplikace. Matematika přispívá k tomu, aby žáci byli schopni hodnotit správnost postupu při odvozování tvrzení a odhalovat klamné závěry.*

*Během studia žáci objevují, že matematika nachází uplatnění v mnoha oborech lidské činnosti (např. v ekonomii, technice, ale i ve společenských vědách), že je ovlivňována vnějšími podněty (například z oblasti přírodních věd) a že moderní technologie jsou užitečným pomocníkem matematiky. Žáci poznávají, že matematika je součástí naší kultury a je výsledkem složitého multikulturního historického vývoje spojeného s mnoha významnými osobnostmi lidských dějin“ (MŠMT 2013, str. 21).*

## **Cílové zaměření vzdělávací oblasti**

Vzdělávání v dané vzdělávací oblasti směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka k:

- Osvojování základních matematických pojmů a vztahů postupnou abstrakcí a zobecňováním na základě poznávání jejich charakteristických vlastností
- Určování, zařazování a využívání pojmů, k analýze a zobecňování jejich vlastností
- vytváření zásoby matematických pojmů, vztahů, algoritmů a metod řešení úloh a k využívání osvojeného matematického aparátu
- analyzování problému a vytváření plánu řešení, k volbě správného postupu při řešení úloh a problémů, k vyhodnocování správnosti výsledku vzhledem k zadaným podmínkám
- práci s matematickými modely, k vědomí, že k výsledku lze dospět různými způsoby
- rozvoji logického myšlení a úsudku, vytváření hypotéz na základě zkušenosti nebo pokusu, k jejich ověřování nebo vyvracení pomocí protipříkladů
- pochopení vzájemných vztahů a vazeb mezi okruhy učiva a k aplikaci matematických poznatků v dalších vzdělávacích oblastech;
- přesnému vyjadřování a zdokonalování grafického projevu, k porozumění matematickým termínům, symbolice a matematickému textu
- zdůvodňování matematických postupů, k obhajobě vlastního postupu
- rozvíjení dovednosti pracovat s různými reprezentacemi
- užívání kalkulátoru a moderních technologií k efektivnímu řešení úloh a k prezentaci výsledků
- rozvíjení zkušeností s matematickým modelováním (k činnostem, kterými se učí poznávat a nalézat situace, v nichž se může orientovat prostřednictvím matematického popisu), k vyhodnocování matematických modelů, k poznávání mezí jejich použití, k vědomí, že realita je složitější než její matematický model, že daný model může být vhodný pro více situací a jedna situace může být vyjádřena různými modely)
- pochopení matematiky jako součásti kulturního dědictví a nezaměnitelného způsobu uchopování světa (MŠMT, 2013).

## **Vzdělávací oblast**

Vzdělávací oblast je zaměřena na část z oblasti Matematika a její aplikace vztahující se ke statistice (MŠMT, 2013, str. 23).

## PRÁCE S DATY

### Očekávané výstupy

#### žák

- diskutuje a kriticky zhodnotí statistické informace a daná statistická sdělení
- volí a užívá vhodné statistické metody k analýze a zpracování dat (využívá výpočetní techniku)
- reprezentuje graficky soubory dat, čte a interpretuje tabulky, diagramy a grafy, rozlišuje rozdíly v zobrazení obdobných souborů vzhledem k jejich odlišným charakteristikám

### Učivo

- Práce s daty – analýza a zpracování dat v různých reprezentacích, statistický soubor a jeho charakteristiky (vážený aritmetický průměr, medián, modus, percentil, kvartil, směrodatná odchylka, mezikvartilová odchylka)

## 2.3 Statistika v RVP pro SŠ

Pro oblast odborného vyššího sekundárního vzdělávání je vytvářen Rámcový vzdělávací program pro střední odborné vzdělávání (RVP OV), který nahradil Standard odborného vzdělávání. Zde je uvedeno RVP pro střední školy se zaměřením na technické a ekonomické obory.

*„Matematické vzdělávání má v odborném školství kromě funkce všeobecně vzdělávací ještě funkci průpravnou pro odbornou složku vzdělávání. Obecným cílem matematického vzdělávání je výchova přemýšlivého člověka, který bude umět používat matematiku v různých životních situacích (v odborné složce vzdělávání, v dalším studiu, v osobním životě, budoucím zaměstnání, volném čase apod.). Uvedené výsledky vzdělávání a učivo představují v odborném školství základ matematického vzdělávání pro daný stupeň vzdělání. V oborech*

vzdělání se zvýšenými nároky na matematické vzdělávání rozšíří škola ve svém školním vzdělávacím programu matematické vzdělávání v souvislosti s potřebami odborného vzdělávání“ (Národní ústav pro vzdělávání, 2019).

#### **Vzdělávání směřuje k tomu, aby žáci dovedli:**

- využívat matematických vědomostí a dovedností v praktickém životě: při řešení běžných situací vyžadujících efektivní způsoby výpočtu a poznatků o geometrických útvarech;
- aplikovat matematické poznatky a postupy v odborné složce vzdělávání;
- matematizovat reálné situace, pracovat s matematickým modelem a vyhodnotit výsledek řešení vzhledem k realitě;
- zkoumat a řešit problémy včetně diskuse výsledků jejich řešení;
- číst s porozuměním matematický text, vyhodnotit informace získané z různých zdrojů
- grafů, diagramů, tabulek a internetu, přesně se matematicky vyjadřovat;
- používat pomůcky: odbornou literaturu, internet, PC, kalkulátor, rýsovací potřeby.

#### **V afektivní oblasti směřuje matematické vzdělávání k tomu, aby žáci získali:**

- pozitivní postoj k matematice a zájem o ni a její aplikace;
- motivaci k celoživotnímu vzdělávání;
- důvěru ve vlastní schopnosti a preciznost při práci.

### **STATISTIKA V PRAKTICKÝCH ÚLOHÁCH**

#### **Očekávané výstupy**

##### **žák**

- užívá pojmy: statistický soubor, absolutní a relativní četnost, variační rozpětí
- čte, vyhodnotí a sestaví tabulky, diagramy a grafy se statistickými údaji

#### **Učivo**

- Základy statistiky

## 3 Základní teorie

V této kapitole jsou shrnuty základní pojmy, ze kterých bylo vycházeno při tvorbě pracovního listu pro studenty.

### 3.1 Prezentace dat

#### Četnost

Absolutní četnost hodnoty  $x_j$  je počet výskytů této hodnoty ve sledovaném souboru (Řezanková a kol., 2001).

#### Relativní četnost

Pokud nás nezajímá počet, ale chceme vědět procentuální zastoupení, poslouží nám relativní četnost. Relativní četnost můžeme uvádět v procentech (Řezanková a kol., 2001).

Tabulka č. 1 - Tabulka četností

Známka	Absolutní četnost	Relativní četnost	Relativní četnost v %
Výborně	8	0,2666	26,66 %
Chvalitebně	12	0,4	40 %
Dobře	7	0,2333	23,33 %
Dostatečně	1	0,0333	3,33 %
Nedostatečně	2	0,0666	6,66 %

#### Kumulativní četnost

Kumulativní četnost udává úhrnnou četnost jednotlivých vzestupně uspořádaných hodnot statistického znaku v souboru.

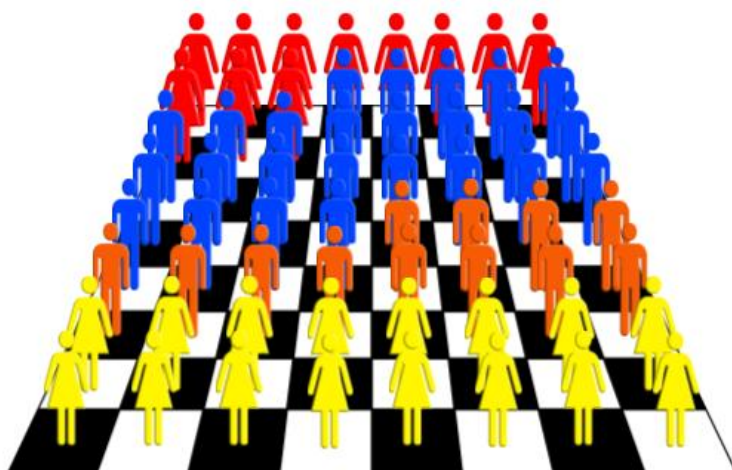
Na prvním řádku je vždy kumulativní četnost rovna absolutní četnosti, další řádek dostaneme tak, že sečteme první a druhý řádek absolutní četnosti, takto postupujeme dále a na posledním řádku musí být kumulativní četnost shodná s celkovým počtem (Řezanková a kol., 2001).

Tabulka č. 2 - Tabulka kumulativní četnosti

<i>Známka</i>	<i>Četnost</i>		<i>Kumulativní četnost</i>	
	<i>absolutně</i>	<i>Relativně v %</i>	<i>absolutně</i>	<i>relativně v %</i>
<i>Výborně</i>	8	26,6 %	8	26,6 %
<i>Chvalitebně</i>	12	40 %	20	66,6 %
<i>Dobře</i>	7	23,3 %	27	89,9 %
<i>Dostatečně</i>	1	3,3 %	28	93,2 %
<i>Nedostatečně</i>	2	6,6 %	30	100 %
<i>Celkem</i>	30	100 %		

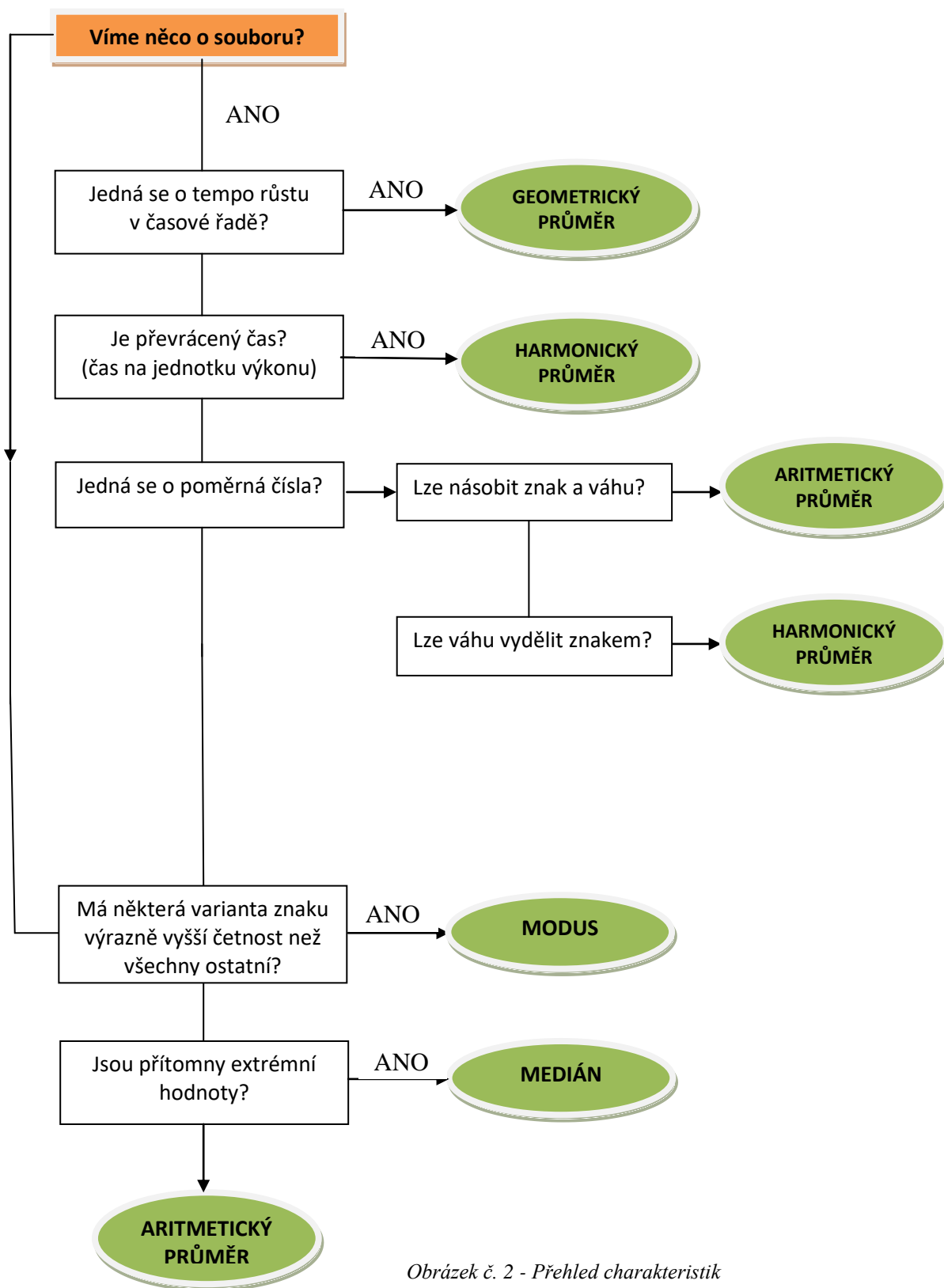
### 3.2 Charakteristiky polohy

Charakteristiky polohy vyjadřují určitou střední hodnotu, nejčastěji aritmetický průměr, modus a medián. Slouží k porovnávání dvou a více souborů, kdy by nám vybraný ukazatel měl co nejlépe charakterizovat polohu četnosti (Emden, 2014).



Obrázek č. 1 - Soubor dat. Znárodnění osob

Zde máme přehled všech charakteristik, který nám pomůže rozpoznat u příkladů, pro kterou charakteristiku polohy se rozhodnout odpovídáním pouze možností ANO či NE.



Obrázek č. 2 - Přehled charakteristik

### Aritmetický průměr

Jedná se o nejčastěji užívanou charakteristiku polohy. V běžném životě se s aritmetickým průměrem setkáváme velmi často. Žáci a studenti si vypočítávají průměrnou známku z daného předmětu, zajímá nás průměrný věk, počet lidí, průměrný prodej výrobků, průměrné teploty či průměrný plat.

$$\text{průměr} = \frac{\text{součet všech hodnot}}{\text{celkový počet hodnot}}$$

Aritmetický průměr vypočteme jako součet všech hodnot vydělený počtem všech jednotek souboru (Pavelka, 2017).

### Harmonický průměr

Harmonický průměr se používá k zjištění průměrné délky času potřebné k provedení nějakého úkonu, který provádí současně několik osob či strojů.

$$\bar{x}_H = \frac{1}{\frac{1}{n} \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} \right)} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

Harmonický průměr vypočteme jako převrácenou hodnotu aritmetického průměru převrácených hodnot (Horensky a kol., 2015).

### Geometrický průměr

Geometrický průměr podává věrohodnější výsledky u tzv. růstových veličin. Ty se používají zejména v národohospodářství například, když chceme zjistit průměrné tempo růstu HDP<sup>5</sup> nebo cen určitého zboží za několik let zpětně (Horensky a kol., 2015).

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \left( \prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}}$$

---

<sup>5</sup> HDP – Hrubý domácí produkt



## Modus

Modus nám určuje znak, který je nejvíce zastoupen v daném souboru, neboli má v souboru největší četnost. Modus lze použít u číselných i nečíselných dat (Gibilisco, 2007).

Jako příklad s číselnými hodnotami využijeme tabulku č. 1.

Z tabulky snadno vyčteme, kterých známek je nejvíce, neboli ve kterém řádku je největší absolutní četnost. Nyní vidíme, že nejčastěji žáci dostali hodnocení chvalitebně neboli dvojku.

$\text{Mod}(x) = \text{chvalitebně}$  nebo  $\text{mod}(x) = 2$ .

Pro příklad bez číselných hodnot použijeme obr. č. 1.

Z obrázku můžeme vyčíst, že se zde nachází 11 červených panáčků, 25 modrých, 12 oranžových a 16 žlutých.

Modus je nejčetnější hodnota, z toho vyplývá, že pro tento příklad je modus „modrá“.

$\text{mod}(x) = \text{modrá}$

## Medián

Medián je prostřední hodnota znaku, pokud máme soubor, ve kterém jsou hodnoty znaku uspořádány vzestupně. Medián použijeme tam, kde není vhodný použít aritmetický průměr, například kde se vyskytují extrémní hodnoty (Gibilisco, 2007).

Jako příklad použijeme tabulku č. 1.

Pro určení mediánu je potřeba si všechny známky vypsát a seřadit.

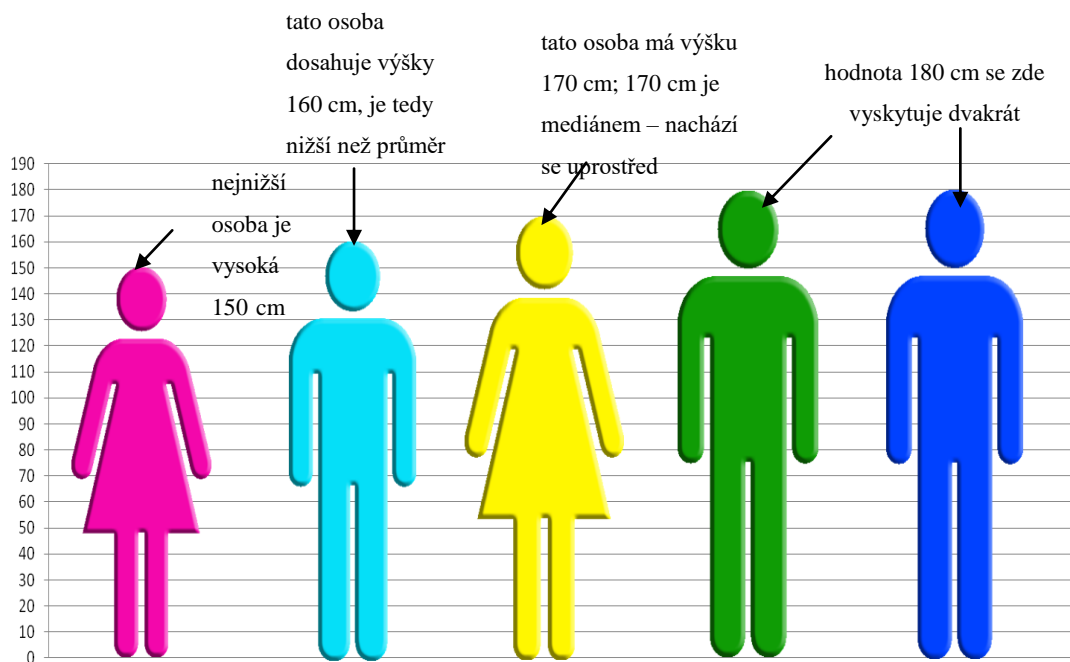
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 5

↑  
medián

Medián je prostřední hodnota.

$\text{Med}(x) = 2$

Na následujícím obrázku můžeme vidět charakteristiky polohy jako medián, modus nebo vypočítat aritmetický průměr výšky osob.



Obrázek č. 3 - Ukázka charakteristik polohy

### 3.3 Charakteristiky variability

Charakteristikou variability označujeme číslo, kolem kterého jednotlivé hodnoty znaku kolísají, například kolem aritmetického průměru, modusu či mediánu (Biostatistika, 2017).

#### Směrodatná odchylka

Směrodatná odchylka je v praxi nejčastěji používaná charakteristika variability. Směrodatná odchylka je definovaná jako kvadratický průměr odchylek hodnot od jejich aritmetického průměru (Horenský a kol. 2015; Calda a Dupač 1993).

$$s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}$$

## Rozptyl

Rozptyl vyjadřuje, jak jsou hodnoty rozptýleny okolo střední hodnoty. Rozptyl se využívá pro porovnání dvou a více souborů dat. Rozptyl je definován jako aritmetický průměr druhých mocnin odchylek hodnot od aritmetického průměru (Matematika, 2014).

$$s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$$

## Variační koeficient

Variační koeficient je další charakteristikou variability, která je bezrozměrná. Variační koeficient použijeme v případě, kdy chceme porovnat variabilitu souborů, které nemají stejné průměry. Variační koeficient posuzuje relativní velikost rozptýlenosti dat vzhledem k průměru, tj. kolik procent průměru představuje směrodatná odchylka.

Variační koeficient vypočteme jako podíl směrodatné odchylky a aritmetického průměru (Statistika a my - Měsíčník Českého statistického úřadu, 2017).

$$v_x = \frac{s_x}{\bar{x}} \quad v_x = \frac{s_x}{\bar{x}}$$

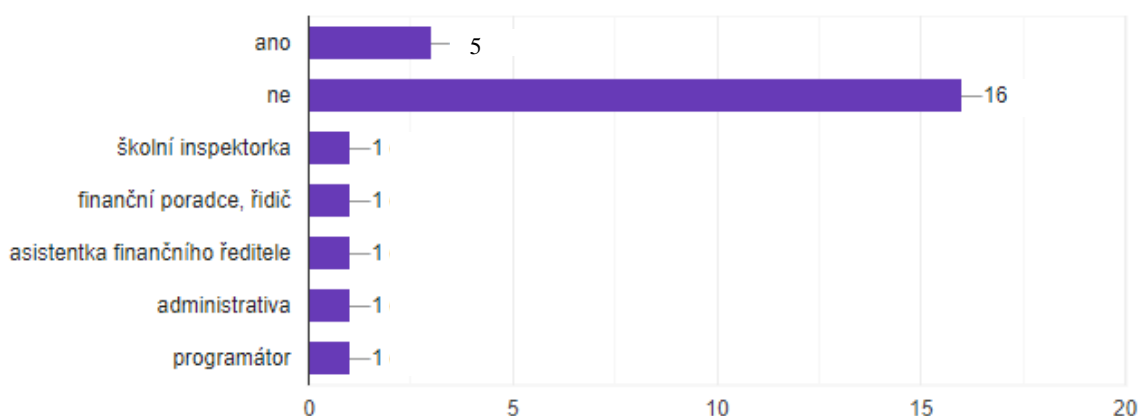
## 4 Praktická část

### 4.1 Dotazník pro učitele

V první fázi výzkumné části jsem nejprve vytvořila dotazník pro učitele (příloha č. 1). Dotazník se skládal z 12 otázek a byl anonymní. Otázky byly, jak uzavřené, tak otevřené. Hlavním cílem dotazníku bylo zjistit, v jakém rozsahu je vyučována statistika na SŠ a jaké pomůcky a materiály vyučující používají. Podle dotazníku byl poté sestaven pracovní list pro studenty. Dotazník byl rozeslán 40 učitelům vybraných SŠ v Jihočeském kraji, návratnost dotazníků byla pouze 52,5 %, což odpovídá 21 dotazníkům ze 40 dotazníků.

#### Zkoumaný vzorek

Dotazníku se zúčastnilo 13 žen a 8 mužů. Z toho bylo nejvíce v letech 51 – 60 let, což činí 38%. Naopak nejméně respondentů bylo v letech 25 – 30 (9,5%). Ze všech respondentů mělo 66,7% 20 a více let praxe a 3 dotazovaní měli praxi kratší 10 let. Z 21 dotazovaných učitelů 5 vykonávalo před svou učitelskou profesí jiné povolání (graf č. 1). Ze všech dotazovaných učitelů jich 6 vyučuje na gymnáziu a 6 na střední škole s ekonomickým zaměřením, zbylých 9 učitelů vyučuje na středních školách s různým jiným zaměřením.



Graf č. 1 - Předchozí povolání

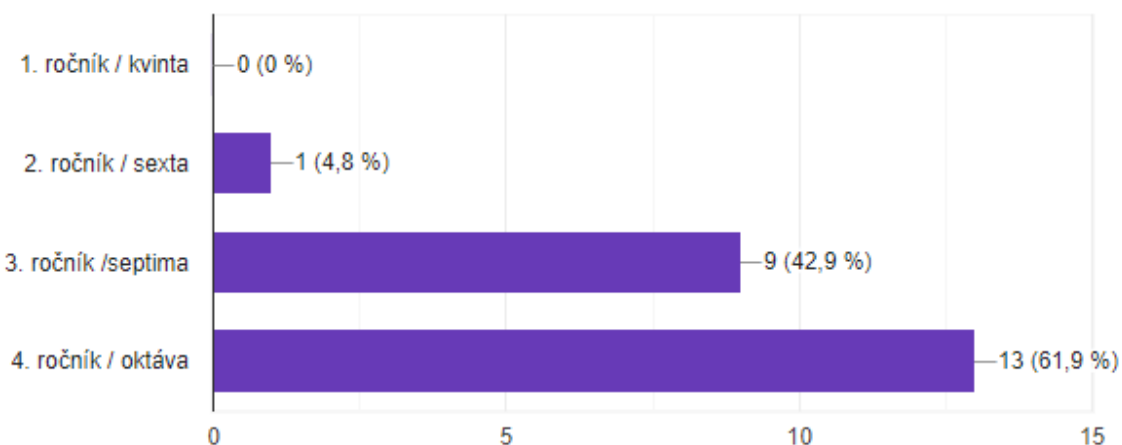
#### 4.1.1 Vyhodnocení dotazníku

*Otázka 7: V jakém rozsahu je statistika implementována do ŠVP?*

Na otázku 7 bylo nejčastěji odpovídáno, že výuka je do ŠVP implementována dle RVP, a to v malém a nedostatečném rozsahu, kdy se vyučují základy statistiky. Pouze jedna škola má statistiku jako samostatný předmět.

*Otázka 8: Ve kterém ročníku vyučujete statistiku?*

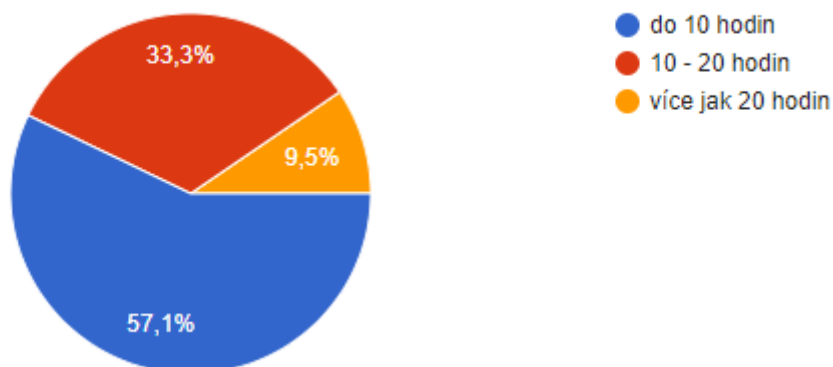
Jednotlivé odpovědi můžeme vidět v grafu č. 2. Statistika je nejčastěji vyučována ve 4. ročníku.



Graf č. 2 – Výuka statistiky

*Otázka 9: Jaká je časová dotace pro výuku statistiky?*

Z grafu č. 3 můžeme vidět, že časová dotace věnovaná výuce statistiky je většinou do 10 hodin (57,19%).



Graf č. 3 - Časová dotace výuky statistiky

*Otázka 10: Jaké učebnice či jiné materiály využíváte při výuce statistiky?*

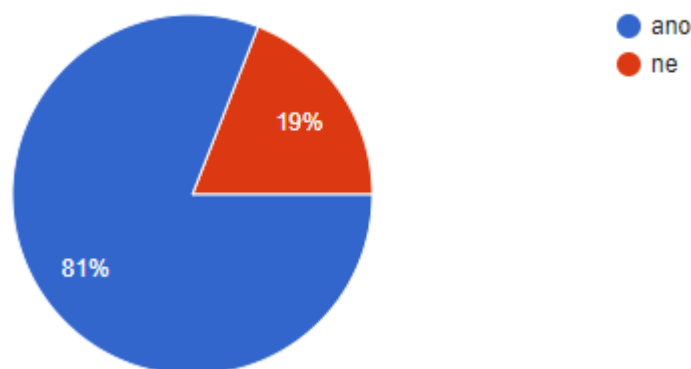
Většina respondentů k výuce statistiky využívá učebnice od nakladatelství Fraus či Didaktis. Mezi další materiály patří internet, především internetové učebnice či vlastní pracovní listy.

*Otázka 11: Jaké pomůcky využíváte při vyučování statistiky?*

Mezi nejčastěji využívané pomůcky při výuce patří kalkulačka a učebnice, které využívá téměř 90% všech respondentů. Dalšími pomůckami je PC, především program Excel nebo tabulky, které využívá 71 %.

*Otázka 12: Zdají se Vám dostupné materiály dostačující?*

Většině (81%) dotazovaným učitelům se dostupné materiály pro výuku statistiky zdají dostačující.



*Graf č. 4 – Dostatečnost dostupných materiálů*

*Otázka 13: Jaká témata vyučujete?*

Je samozřejmé, že na všech školách se studenti dozvědí, co je statistický soubor, jak se určí medián a modus, nebo jak vypočítat aritmetický průměr. Naopak mě překvapilo, že se málokde vyučuje harmonický průměr, a to pouze na 7 školách. Mezi často vyučovaná témata patří rozptyl a směrodatná odchylka (85%).

## 4.2 Výzkum zaměřený na znalosti studentů

Pracovní list (Příloha 2) je sestaven primárně pro studenty středních škol. Uvedené úkoly se dají vypracovat samostatně v rámci opakování tématického celku nebo ve dvojicích či menších skupinkách a metodou brainstormingu diskutovat návrh vhodného řešení. Tím rozvíjíme kompetenci k řešení problémů, kompetenci pracovní, kompetenci komunikativní, kompetenci sociální a personální. Měl by být kladen důraz na mezipředmětové vztahy a aplikaci znalostí v praktických úlohách z běžného života. Pracovní list obsahuje úlohy s otevřenými odpověďmi. Zdrojem statistických údajů pro všechny úlohy byly použity Školní statistická ročenka 2008 od Českého statistického úřadu a Kurzy, 2019.

### 4.2.1 Pracovní list

**Téma:** Statistika v praxi

**Cíl aktivity:** opakování tematiky základů statistiky a využití v praxi

**Ročník:** 3. – 4.

**Časová dotace:** 45 minut

**Předpokádané znalosti:**

Základy statistiky, úprava výrazů, řešení rovnic, zlomky, procenta

**Mezipředmětové vztahy:** fyzika, finanční gramotnost, člověk a svět práce

**Klíčové kompetence:**

- **Kompetence k řešení problému** – (žák) využívá získané vědomosti a dovednosti k vyjádření funkčního vztahu popisujícího reálnou situaci, volí vhodné způsoby řešení a užívá při jejich řešení logické a matematické postupy, ověřuje správnost řešení problému
- **Kompetence pracovní** – vhodně organizuje vlastní práci na řešení problému
- **Kompetence komunikativní** – formuluje a výstižně vyjadřuje své myšlenky, vhodným způsobem argumentuje a obhajuje své řešení

**Prostředky a pomůcky:**

Pracovní list, psací potřeby, kalulačka, Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy

### Metodický a didaktický komentář:

Studentům rozdáme pracovní list. Studenti řeší samostatně jednotlivé příklady z praxe pomocí předchozích znalostí z matematiky, například musí prokázat znalost užití vhodného vzorce či úpravu výrazu, viz. předpokládané znalosti. Obměnou může být skupinová práce s následnou diskuzí nebo kooperativní forma výuky.

## PRACOVNÍ LIST – ZADÁNÍ

### Úloha 1

Markéta trénuje na běžecký závod Barvám neutčeš<sup>6</sup>. Každý den poctivě trénovala a uběhla 5 km průměrnou rychlostí 10 km/hod. V den závodu, který měřil 5 kilometrů, běžela první polovinu závodu průměrnou rychlostí 6 km/hod a druhou polovinu průměrnou rychlostí 10 km/ hod. Celkově závod uběhla za 40 minut a skončila na 27. místě. Jakou průměrnou rychlostí běžela během celého závodu?

### Úloha 2

U 20 pracovníků různých povolání byla zjišťována měsíční hrubá mzda v českých korunách. Mzdy jsou uvedeny v intervalech.

Osloveno bylo:

6 pokladních	<16 500; 19 000>
3 bankovní úředníci	<25 000; 30 000>
2 kadeřnice	<15 000; 18 000>
5 učitelů	<21 000; 25 000>
4 číšníci	<16 000; 22 000>

Jaká je průměrná hrubá mzda těchto dotázaných lidí?

<sup>6</sup> Barvám neutčeš – zábavný běžecký závod



### Úloha 3

V únoru zameškali studenti 2. ročníku SŠ následující počty hodin ve výuce matematiky.

Děvčata: 2,0,6,10,2,2,4,2,5,2

Kluci: 4,4,0,2,10,2,6,2,3,10

Porovnej variabilitu těchto dvou statistických souborů.

### Úloha 4

Petra si ze statistické ročenky vypsala přehled o uzavřených sňatcích v roce 2017. Údaje si roztřídila podle věku nevěsty. Výpis se ztratil, ale Petra si zapamatovala následující údaje. Pomozte Petře doplnit tabulku a odpovězte na následující otázky.

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432		
19		4,176	
20			13 405
21	10 501		
22	9 116		
23		14,986	
24			
<b>Celkem</b>	44 782		

Průměrný věk nevěsty je \_\_\_\_\_ let.

Nejčastěji se dívky vdávaly v \_\_\_\_\_ letech.

Zhruba 50 % nevěst bylo mladších než \_\_\_\_\_ let.

### Úloha 5

Maxmilián a Hugo hráli turnaj v šipkách. Po druhém kole naházeli následující body.

Maxmilián:

{5, 3, 60, 15, 4, 25}

Hugo:

{5, 25, 10, 60, 15, 5}

Kdo vede po druhém kole a kdo zatím střílel přesněji?

### Úloha 6

V roce 2017 se kurz eura od ledna do prosince vyvíjel následovně:

27,0200; 27,0200; 27,0200; 26,8240; 26,5640; 26,2630; 26,0740; 26,1010; 26,0750; 25,7650;  
25,5360; 25,6470

Určete: a) modus \_\_\_\_\_

b) medián \_\_\_\_\_

c) průměrný kurz EUR/CZK v roce 2017

1 EUR = \_\_\_\_\_ Kč

## PRACOVNÍ LIST - ŘEŠENÍ

### Úloha 1

Markéta trénuje na běžecký závod Barvám neuteches<sup>7</sup>. Každý den poctivě trénovala a uběhla 5 km průměrnou rychlostí 10 km/hod. V den závodu, který měřil 5 kilometrů, běžela první polovinu závodu průměrnou rychlostí 6 km/hod a druhou polovinu průměrnou rychlostí 10 km/hod. Celkově závod uběhla za 40 minut a skončila na 27. místě. Jakou průměrnou rychlostí běžela během celého závodu?

<sup>7</sup> Barvám neuteches – zábavný běžecký závod

*Řešení:*

Tato úloha vede na harmonický průměr. V této úloze nás zajímalo, zda studenti odhalí nevhodnost použití aritmetického průměru a použijí správný průměr.

Obecný vzorec pro harmonický průměr  $\bar{x}_H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$

$$x_1 = 6 \text{ km/hod}$$

$$x_2 = 10 \text{ km/hod}$$

$$n = 2$$

$$\bar{x}_H = \frac{2}{\frac{1}{6} + \frac{1}{10}}$$

$$\bar{x}_H = \frac{2}{\frac{5+3}{30}}$$

$$\bar{x}_H = \frac{2}{\frac{8}{30}}$$

$$\bar{x}_H = \frac{2}{1} \cdot \frac{30}{8}$$

$$\bar{x}_H = \frac{2}{1} \cdot \frac{30}{8}$$

$$\bar{x}_H = 7,5 \text{ km / hod}$$

Markéta během závodu běžela průměrnou rychlostí 7,5 km/hod.

## Úloha 2

U 20 pracovníků různých povolání byla zjišťována měsíční hrubá mzda v českých korunách. Mzdy jsou uvedeny v intervalech.

Osloveno bylo:

6 pokladních	<16 500; 19 000>
3 bankovní úředníci	<25 000; 30 000>
2 kadeřnice	<15 000; 18 000>
5 učitelů	<21 000; 25 000>
4 číšníci	<16 000; 22 000>

Jaká je průměrná hrubá mzda těchto dotázaných lidí?

*Řešení:*

Tato úloha vede na aritmetický průměr intervalu. U této úlohy bylo zkoumáno, zda studenti vědí, jak udělat aritmetický průměr, pokud mají údaje zadané intervalem.

1. Nejprve si musíme určit středy jednotlivých intervalů.

První interval <16 500, 19 000>. Určíme střed pomocí aritmetického průměru.

$$\bar{x} = \frac{16500 + 19000}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{35500}{2}$$

$$\bar{x} = 17750 \text{Kč}$$

Střed prvního intervalu je 17 750 Kč.

Tento postup stejným způsobem zopakujeme i u dalších intervalů.

Druhý interval <25 000, 30 000>

$$\bar{x} = \frac{25000 + 30000}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{55000}{2}$$

$$\bar{x} = 27500 \text{Kč}$$

Třetí interval <15 000, 18 000>

$$\bar{x} = \frac{15000 + 18000}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{33000}{2}$$

$$\bar{x} = 16500 \text{Kč}$$

Čtvrtý interval <21 000, 25 000>

$$\bar{x} = \frac{21000 + 25000}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{46000}{2}$$

$$\bar{x} = 23000 \text{Kč}$$

Pátý interval <16 000, 22 000>

$$\bar{x} = \frac{16000 + 22000}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{38000}{2}$$

$$\bar{x} = 19000 \text{Kč}$$

2. Pro větší přehlednost si můžeme údaje uspořádat do následující tabulky.

$x_i$	interval	střed intervalu
6	<16 500, 19 000>	27 500
3	<25 000, 30 000>	16 500
2	<15 000, 18 000>	23 000
5	<21 000, 25 000>	23 000
4	<16 000, 22 000>	19 000

3. Výpočet aritmetického průměru:

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 27500 + 3 \cdot 16500 + 2 \cdot 23000 + 5 \cdot 23000 + 4 \cdot 19000}{20}$$

$$\bar{x} = \frac{165000 + 49500 + 46000 + 115000 + 76000}{20}$$

$$\bar{x} = \frac{451500}{20}$$

$$\bar{x} = 22575 \text{ Kč}$$

Průměrná hrubá mzda dotazovaných lidí činí 22 575 Kč.

### Úloha 3

V únoru zameškali studenti 2. ročníku SŠ následující počty hodin ve výuce matematiky.

Děvčata: 2,0,6,10,2,2,4,2,5,2

Kluci: 4,4,0,2,10,2,6,2,3,10

Porovnej variabilitu těchto dvou statistických souborů.

*Řešení:*

Třetí úloha je zaměřena na variabilitu. K výpočtu si připomeneme dva vzorce, které budeme potřebovat.

První je směrodatná odchylka  $s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ , kterou potřebujeme do vzorce pro

variabilitu  $v_x = \frac{s_x}{\bar{x}}$ . Pro oba vzorce potřebujeme aritmetický průměr.

Pro děvčata a kluky musíme počítat zvlášť, proto si úlohu rozdělíme na dvě části.

## 1. Děvčata

Vypočteme aritmetický průměr zameškaných hodin děvčat:

$$\bar{x}(D) = \frac{2+0+6+10+2+2+4+2+5+2}{10}$$

$$\bar{x}(D) = \frac{35}{10}$$

$$\bar{x}(D) = 3,5$$

Poté si sestavíme tabulku pro větší přehlednost.

$x_i$	$n_j$	$x_i - \bar{x}$	$n_j \cdot (x_i - \bar{x})^2$
0	1	-3,5	12,25
2	5	-1,5	11,25
4	1	0,5	0,25
5	1	1,5	2,25
6	1	2,5	6,25
10	1	6,5	42,25
celkem	10		74,50

Následně spočteme směrodatnou odchylku.

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$s_x(D) = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot 74,5}$$

$$s_x(D) = \sqrt{7,45}$$

$$s_x(D) = 2,73$$

Nyní můžeme spočítat variabilitu.

$$v_x = \frac{s_x}{\bar{x}}$$

$$v_x(D) = \frac{2,73}{3,5}$$

$$v_x(D) = 0,78$$

## 2. Chlapci

Aritmetický průměr:

$$\bar{x}(\mathbf{K}) = \frac{4+4+0+2+10+2+6+2+3+10}{10}$$

$$\bar{x}(\mathbf{K}) = \frac{43}{10}$$

$$\bar{x}(\mathbf{K}) = 4,3$$

Nyní si sestavíme tabulku.

$\mathbf{x}_i$	$\mathbf{n}_j$	$\mathbf{x}_i - \bar{x}$	$n_j \cdot (x_i - \bar{x})^2$
0	1	-4,3	18,49
2	3	-2,3	15,87
3	1	-1,3	1,69
4	2	-0,3	0,18
6	1	1,7	2,89
10	2	5,7	64,98
celkem	10		104,10

Dále si vypočítáme směrodatnou odchylku, kterou opět potřebujeme do výpočtu variability.

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$s_x(\mathbf{K}) = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot 104,10}$$

$$s_x(\mathbf{K}) = \sqrt{10,41}$$

$$s_x(\mathbf{K}) = 3,23$$

A nyní můžeme spočítat variabilitu.

$$v_x = \frac{s_x}{\bar{x}}$$

$$v_x(\mathbf{K}) = \frac{3,23}{4,3}$$

$$v_x(\mathbf{K}) = 0,75$$

Na závěr porovnáme variability:

$$v_x(\mathbf{CH}) < v_x(\mathbf{D})$$

$$0,75 < 0,78$$

Variabilita zameškaných hodin je u kluků nižší než u děvčat.

#### Úloha 4

Petra si ze statistické ročenky vypsala přehled o uzavřených sňatcích v roce 2017. Údaje si roztrídila podle věku nevěsty. Výpis se ztratil, ale Petra si zapamatovala následující údaje. Pomozte Petře doplnit tabulku a odpovězte na následující otázky.

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432		
19		4,176	
20			13 405
21	10 501		
22	9 116		
23		14,986	
24			
<b>Celkem</b>	44 782		

Průměrný věk nevěsty je \_\_\_\_\_ let.

Nejčastěji se dívky vdávaly v \_\_\_\_\_ letech.

Zhruba 50 % nevěst bylo mladších než \_\_\_\_\_ let.

#### Řešení:

V této úloze si studenti měli připomenout, co je absolutní, relativní a kumulativní četnost a jak se určuje.

1. Nejprve musíme doplnit tabulku. Budeme vycházet ze znalostí, že součet relativních četností musí dát zpětně 100 %, poslední řádek kumulativní četnosti musí dát celkový počet absolutních četností. Absolutní četnost jsou počty nevěst jednotlivých věkových kategorií. Relativní četnost spočítáme tak, že absolutní četnost vydělíme celkovým počtem.



Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432		
19		4,176	
20			13 405
21	10 501		
22	9 116		
23		14,986	
24			44 782
<b>celkem</b>	44 782	100,000	

2. První řádek dostaneme následovně:

relativní četnost  $(432 : 44\,782) \cdot 100 = 0,964$  a první řádek kumulované četnosti je stejný jako první řádek absolutní četnosti

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432	0,964	432
19		4,176	
20			13 405
21	10 501		
22	9 116		
23		14,986	
24			44 782
<b>Celkem</b>	44 782	100,000	

Druhý řádek dostane: absolutní četnost získáme opačným postupem, a to že relativní četnost vydělíme 100 a následně vynásobíme celkovým počtem,  $(4,176:100) \cdot 44\,782 = 1\,870$ . Kumulativní četnost získáme přičtením k prvnímu řádku kumulativní četnosti druhý řádek absolutní četnosti, neboli  $432 + 1\,870 = 2\,302$ .

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432	0,964	432
19	1 870	4,176	2 302
20			13 405
21	10 501		
22	9 116		
23		14,986	
24			44 782
<b>celkem</b>	44 782	100,000	

Stejným způsobem pokračujeme u dalších řádků, až dostaneme celou tabulku.

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
<b>18</b>	432	0,964	432
<b>19</b>	1 870	4,176	2 302
<b>20</b>	11 103	24,793	13 405
<b>21</b>	10 501	23,449	23 906
<b>22</b>	9 116	20,356	33 022
<b>23</b>	6 711	14,986	39 733
<b>24</b>	5 049	11,276	44 782
<b>celkem</b>	44 782	100,000	

3. Nyní zodpovíme následující otázky:

a. Průměrný věk nevěsty je \_\_\_\_\_ let.

Průměrný věk získáme pomocí aritmetického průměru.

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 432 + 19 \cdot 1870 + 20 \cdot 11103 + 21 \cdot 10501 + 22 \cdot 9116 + 23 \cdot 6711 + 24 \cdot 5049}{44782}$$

$$\bar{x} = \frac{7776 + 35530 + 222060 + 220521 + 200552 + 154353 + 121176}{44782}$$

$$\bar{x} = \frac{961968}{44782}$$

$$\bar{x} = 21,5$$

Průměrný věk nevěsty je 21,5 let.

b. Nejčastěji se dívky vdávají v \_\_\_\_\_ letech.

Nejčastější věk neboli určení modusu. Modus je nejčastější neboli nejvíce vyskytovaná hodnota, a to je 20 let, kdy v tomto věku byl největší počet nevěst.

Nejčastěji se dívky vdávají ve 20 letech.

c. Zhruba 50 % nevěst je mladších než \_\_\_\_\_ let.

Abychom dokázali odpovědět na následující otázku, musíme najít polovinu neboli 50 % všech žen. Celkově máme 44 782 žen, z toho je polovina 22 391 žen. Nyní musíme najít tuto hodnotu sečtením absolutních četností.

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432	0,964	432
19	1 870	4,176	2 302
20	11 103	24,793	13 405
21	10 501	23,449	23 906
22	9 116	20,356	33 022
23	6 711	14,986	39 733
24	5 049	11,276	44 782
<b>celkem</b>	44 782	100,000	

Pokud sečteme žlutě podbarvené hodnoty, dostaneme počet 23 906 žen. Z toho vyplývá, že 50 % žen je mladších 22 let.

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432	0,964	432
19	1 870	4,176	2 302
20	11 103	24,793	13 405
21	10 501	23,449	23 906
22	9 116	20,356	33 022
23	6 711	14,986	39 733
24	5 049	11,276	44 782
<b>celkem</b>	44 782	100,000	

Zhruba 50 % nevěst je mladších 22 let.

### Úloha 5

Maxmilián a Hugo hráli turnaj v šipkách. Po druhém kole naházeli následující body.

Maxmilián:

{5, 3, 60, 15, 4, 25}

Hugo:

{5, 25, 10, 60, 15, 5}

Kdo vede po druhém kole a kdo zatím střílel přesněji?

*Řešení:*

K řešení této úlohy potřebujeme znát rozptyl každého účastníka a rozptyly následně porovnat.

Maxmilián

Nejprve si spočteme aritmetický průměr.

$$\bar{x} = \frac{5+3+60+15+4+25}{6}$$

$$\bar{x} = \frac{112}{6}$$

$$\bar{x} = 18,66$$

Dále si vytvoříme tabulku.

i	$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	5	-13,66	186,6
2	3	-15,66	245,2
3	60	41,34	1709,0
4	15	-3,66	13,4
5	4	-14,66	214,9
6	25	6,34	40,2
celkem	112		2409,3

Nyní můžeme dopočítat rozptyl.

$$s^2_x = \frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s^2_x(M) = \frac{2409,3}{6}$$

$$s^2_x(M) = 401,55$$

Hugo

Prvně si spočítáme aritmetický průměr.

$$\bar{x} = \frac{5+25+10+60+15+5}{6}$$

$$\bar{x} = \frac{120}{6}$$

$$\bar{x} = 20$$

<b>i</b>	<b>x<sub>i</sub></b>	<b>x<sub>i</sub> - <math>\bar{x}</math></b>	<b>(x<sub>i</sub> - <math>\bar{x}</math>)<sup>2</sup></b>
1	5	-15	225
2	25	5	25
3	10	-10	100
4	60	40	1600
5	15	-5	25
6	5	-15	225
celkem	120		2200

$$s^2_x = \frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$s^2_x(H) = \frac{2200}{6}$$

$$s^2_x(H) = 366,66$$

Na závěr porovnáme dva vypočítané rozptyly. Hugův rozptyl je menší než Maxmiliánův, tudíž střílel přesněji.

$$s^2_x(M) > s^2_x(H)$$

Hugo střílel přesněji a zároveň po druhém kole vede.

### Úloha 6

V roce 2017 se kurz eura od ledna do prosince vyvíjel následovně:

27,0200; 27,0200; 27,0200; 26,8240; 26,5640; 26,2630; 26,0740; 26,1010; 26,0750; 25,7650;  
25,5360; 25,6470

Určete: a) modus \_\_\_\_\_

b) medián \_\_\_\_\_

c) průměrný kurz EUR/CZK v roce 2017

1 EUR = \_\_\_\_\_ Kč

Řešení:

- a) Určení modus neboli nejčtenější hodnoty.

Pro lepší učení si můžeme udělat tabulku.

$x_i$	$n_j$
27,0200	3
26,8240	1
26,5640	1
26,2630	1
26,1010	1
26,0750	1
25,7650	1
25,5360	1
25,6470	1
26,0740	1

Z tabulky vidíme, že nejvíce se vyskytuje hodnota 27,0200, a to třikrát.

$$\text{Mod}(x) = 27,0200$$

Modus je 27,0200 Kč.

- b) Určení mediánu neboli prostřední hodnota. Pro určení mediánu si musíme nejdříve hodnoty seřadit podle velikosti.

25,5360; 25,6470; 25,7650; 26,0740; 26,0750; 26,1010; 26,2630; 26,5640; 26,8240;  
27,0200; 27,0200; 27,0200

A nyní najdeme prostřední hodnotu.

Jelikož máme sudý počet hodnot, prostřední hodnotu najdeme pomocí aritmetického průměru těchto dvou hodnot.

$$\bar{x} = \frac{26,1010 + 26,2630}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{52,364}{2}$$

$$\bar{x} = 26,182$$

$$\text{Med}(x) = 26,182$$

Medián neboli prostřední hodnota činí 26,182 Kč.

c) Průměrný kurz za rok 2017 spočteme jako aritmetický průměr.

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 27,0200 + 26,8240 + 26,5640 + 26,2630 + 26,0740 + 26,1010 + 26,0750 + 25,7650 + 25,5360; 25,6400}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{315,902}{12}$$

$$\bar{x} = 26,33$$

Průměrný kurz EUR/CZK v roce 2017 byl 1 EUR = 26,33 Kč.

## 4.2.2 Výsledky výzkumu

### Zkoumaný vzorek

Pracovní list byl zadán ve 4. ročnících dvou vybraných SŠ, které si nepřejí být jmenovány, a to gymnázium  $\alpha$  a střední škola s ekonomickým zaměřením  $\beta$  v březnu roku 2019. Ve třídě  $\alpha$  se vyplnění pracovního listu zúčastnilo 24 studentů, z toho 10 chlapců a 14 dívek. Ve třídě  $\beta$  vyplnilo dotazník 21 studentů, a to 17 dívek a 4 chlapci.

### Metodika

Před sestavením pracovního listu byly prostudovány publikace Didaktika matematiky: Jak učit matematiku zajímavě a užitečně od Poláka (2014) a Matematika: Spolu to zvládneme od Vordemanové Carol, které se zabývají zájmovou matematikou a moderními metodami výuky, především, jak zaujmout žáky a studenty.

K sestavení jednotlivých úloh byla použita inspirace ve sbírkách úloh z matematiky pro střední školy jako například Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy od Petákové Jindry (1999), kde byla využita inspirace především pro úlohy na rozptyl, variační koeficient a směrodatnou odchylku. Další motivací byly sbírky úloh a učebnice Sbirka úloh z matematiky pro obchodní akademie od Jaroslava Klodnera (1998), Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť od Klabanové Olgy (1986) a Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU od Emila Caldy (1999). V publikacích byla nalezena motivace pro úlohy zaměřené na práci se statistickými soubory, modus, medián a aritmetický průměr.

Studenti měli na vypracování pracovního listu 45 minut neboli jednu vyučovací hodinu. K dispozici měli tabulky, kalkulačky a psací potřeby. Při tomto zadávání studenti pracovali samostatně. Testování bylo anonymní, studenti pouze uvedli třídu a pohlaví. Vyplnění pracovního list sloužilo pouze pro účely zpracování výsledků diplomové práce a nebyl nijak jinak hodnocen. Vyučující následně dostali zpětnou vazbu o výsledcích.

# Vyhodnocení pracovního listu

## Vyhodnocení úlohy 1

Tabulka č. 3 – Výsledky úlohy 1

	Absolutní četnost ve třídě $\alpha$	Relativní četnost ve třídě $\alpha$	Absolutní četnost ve třídě $\beta$	Relativní četnost ve třídě $\beta$
Správné řešení	17	70,8 %	1	4,8 %
Chyba ve vzorci, špatná úvaha	6	25 %	7	33,3 %
Žádné řešení	1	4,2 %	13	61,9 %

Zdroj: vlastní zpracování

### *Komentář k řešení první úlohy:*

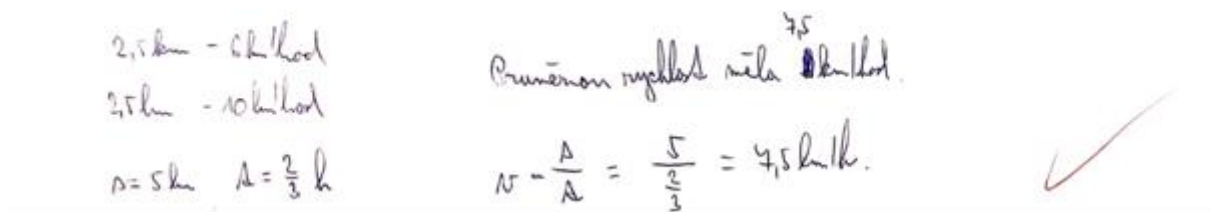
První úloha ve třídě  $\alpha$  dopadla velmi dobře, většina studentů správně využila vzorec pro harmonický průměr. Někteří studenti nevyužili přímo vzorec, ale správnou úvahou došli ke správnému výsledku. Jeden student úlohu nevyřešil vůbec. Ostatní studenti chybně využili aritmetický průměr. Celkový úspěch první úlohy ve třídě  $\alpha$  hodnotím za docela zdařilou, ovšem studenti gymnázia by měli bezpečně rozeznat druhy průměru a správně jej využít.

Ve třídě  $\beta$  první úlohu správně vyřešil pouze jediný student. Většina studentů první úlohu neřešila vůbec a pouze 7 studentů se úlohu snažilo řešit, ale chybně využívali aritmetický průměr. Úspěšnost první úlohy ve třídě  $\beta$  nepovažuji za zdařilou.

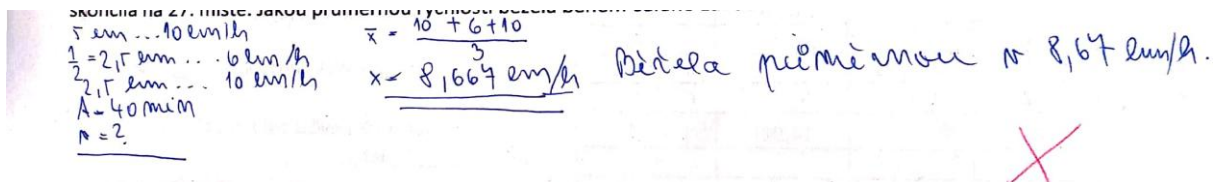
V následujících ukázkách z prací studentů z obou tříd můžeme vidět na obr. č. 4 správný postup, správně užitý vzorec a i správný výpočet. Na obrázku č. 5 vidíme špatnou úvahu, a tím i nesprávný výsledek. Obrázek č. 6 ukazuje chybně využitý průměr, kdy student využil chybně aritmetický průměr namísto harmonického průměru.



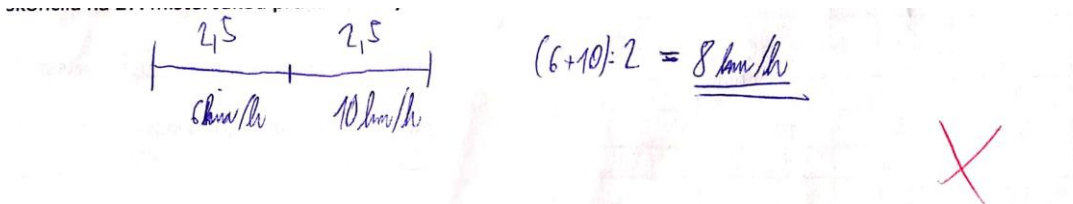
Ukázky z prací studentů:



Obrázek č. 4 - Správný výsledek příkladu 1



Obrázek č. 5 - Špatný výsledek příkladu 1



Obrázek č. 6 - Chybně užitý vzorec příkladu 1

## Vyhodnocení úlohy 2

Tabulka č. 4 – Výsledky úlohy 2

	Absolutní četnost ve třídě $\alpha$	Relativní četnost ve třídě $\alpha$	Absolutní četnost ve třídě $\beta$	Relativní četnost ve třídě $\beta$
Správné řešení	7	29,2 %	3	14,2 %
Částečné řešení, chyba ve vzorci, špatná úvaha	5	20,8 %	9	42,9 %
Žádné řešení	12	50 %	9	42,9 %

Zdroj: vlastní zpracování

Komentář k řešení druhé úlohy:

Druhou úlohu ve třídě  $\alpha$  většina studentů vůbec neřešila. Ze studentů, kteří ji řešili, 5 studentů nevyužilo aritmetický průměr intervalů, ale využili nejnižší či nejvyšší hodnotu intervalů. Správně úlohu vyřešilo 7 studentů.

Ve třídě  $\beta$  druhou úlohu vyřešili pouze 3 studenti. Zbytek studentů ve stejném počtu úlohu neřešili úlohu vůbec nebo použili špatný postup. Nejčastější chybou bylo neurčení středů jednotlivých intervalů.

Úloha číslo 2 byla považována za jednu ze základních úloh, přesto úspěšnost nebyla vysoká.

Ukázky z prací studentů:

Jaká je průměrná hrubá mzda těchto dotázaných lidí?

6 prohládních s průměrem	17750	$6 \cdot 17750$	} : 20 = <u>20650</u>
3 le.ú. - 11 -	27500	$3 \cdot 27500$	
2 lv - 11 -	16500	$2 \cdot 16500$	
5 w - 11 -	23000	$5 \cdot 23000$	
4 ě - 11 -	19000	$4 \cdot 19000$	

Obrázek č. 7 - Správné řešení úlohy 2

Jaká je průměrná hrubá mzda těchto dotázaných lidí?

průměre nejmenších: 18 650

průměre největších: 22 650

Průměrná mzda je v intervalu  $\langle 18\ 650; 22\ 650 \rangle$ .

Obrázek č. 8 - Špatná úvaha řešení úlohy 2

Jaká je průměrná hrubá mzda těchto dotázaných lidí?

6. 16500  
3. 30000  
2. 18000  
5. 25000  
4. 22000

$$\frac{438000}{20} = 21900 \text{ Kč}$$

6. 16500  
3. 25000  
2. 15000  
5. 21000  
4. 16000

$$\frac{373000}{20} = 18650 \text{ Kč}$$

$\langle 18650; 21900 \rangle$  Kč

Průměrná mzda v intervalu je  $\langle 18650; 21900 \rangle$  Kč.

Obrázek č. 9 - Správné řešení se špatným výsledkem úlohy 2

### 2. úloha

U 20 pracovníků různých povolání byla zjišťována měsíční hrubá mzda v českých korunách. Mzdy jsou uvedeny v intervalech.

Osloveno bylo:	6 pokladních	<16 500; 19 000>	17 750 · 6
	3 bankovní úředníci	<25 000; 30 000>	27 500 · 3
	2 kadeřnice	<15 000; 18 000>	16 500 · 2
	5 učitelů	<21 000; 25 000>	23 000 · 5
	4 čišníci	<16 000; 22 000>	19 000 · 4

Jaká je průměrná hrubá mzda těchto dotázaných lidí?

$$\frac{17750 \cdot 6 + 27500 \cdot 3 + 16500 \cdot 2 + 23000 \cdot 5 + 19000 \cdot 4}{20} = 20650$$

Průměrná mzda dotázaných lidí je 20 650 Kč. ✓

Obrázek č. 10 - Správné řešení úlohy 2

### Vyhodnocení úlohy 3

Tabulka č. 5 – Výsledky úlohy 3

	Absolutní četnost ve třídě $\alpha$	Relativní četnost ve třídě $\alpha$	Absolutní četnost ve třídě $\beta$	Relativní četnost ve třídě $\beta$
Správné řešení	3	12,5 %	3	14,3 %
Částečné řešení, Chyba ve vzorci, špatná úvaha	1	4,2 %	6	28,6 %
Žádné řešení	20	83,3 %	12	57,1 %

Zdroj: vlastní zpracování

### Komentář řešení úlohy:

Třetí úlohu většina studentů z obou tříd vůbec neřešila. Pouze 3 studenti ve třídě  $\alpha$  i ve třídě  $\beta$  určili správné řešení úlohy. Ve třídě  $\beta$  se 6 studentů úlohu snažilo řešit pomocí rozptylu, směrodatné odchylky, ale někteří se snažili nesprávně použít pouze aritmetický průměr. V této úloze si celkově lépe rodila třída  $\beta$ .

### Ukázky z prací studentů:

Holky:  
→ měřičně průměrně zameštráno:  $(35 : 10 = 3,5 \text{ hodiny})$

kluci:  
→ prům. zameštráno: 4,3 hodiny

průměr  $\frac{3,5 + 4,3}{2} = 3,9 \text{ hodiny}$

Odchylka u holek od průměrného zameštrání je 4et = 0,4 hodiny a u kluků je to 0,4 hodiny.

měřič.

Obrázek č. 11 - Ukázka řešení

## Vyhodnocení úlohy 4

Tabulka č. 6 – Výsledky úlohy 4

	Absolutní četnost ve třídě $\alpha$	Relativní četnost ve třídě $\alpha$	Absolutní četnost ve třídě $\beta$	Relativní četnost ve třídě $\beta$
Částečné řešení, Chyba ve vzorci, špatná úvaha	12	50 %	1	4,8 %
Žádné řešení, špatné řešení	6	25 %	9	42,9 %
Částečné řešení, Chyba ve vzorci, špatná úvaha	6	25 %	11	52,3 %

Zdroj: vlastní zpracování

### Komentář k řešení úlohy:

Úloha číslo čtyři byla zaměřená na prokázání znalostí četností. Většina studentů dokázala v obou třídách doplnit tabulku. Občas se vyskytla početní chyba. Stejně tak si většina studentů velmi dobře poradila s první částí, kdy stačilo vypočítat aritmetický průměr. U některých studentů se opět vyskytla početní chyba či věk uváděli v desetinném čísle jako například 21,483 let. V druhé části stačilo z tabulky vyčíst nejčetnější hodnotu neboli určit

modus. K tomu museli mít studenti správně vyplněnou tabulku, aby odpověděli správně. Našli se i studenti, kteří sice měli správně vyplněnou tabulku, přesto modus nedokázali určit. Poslední úkol opět vycházel ze správně vyplněné tabulky. Zde si studenti poradili velmi dobře a z těchto tří podúloh ji mělo správně nejvíce studentů v obou třídách. Většina studentů u této úlohy uvádělo věk 21 let, což by nemělo být uznáno jako správná odpověď, jelikož v otázce stálo, že „Nevěsty jsou mladší než“, tudíž by mělo být doplněno mladší než 22 let, což vyplývá i ze správného řešení viz výše. Celkově čtvrtá úloha v jednotlivých částech dopadla dobře, ovšem ve třídě β ji celou okázal vyřešit pouze jeden student. Ve třídě α ji vyřešila polovina studentů. I zde se našli studenti, kteří úlohu vůbec neřešili.

Ukázky prací studentů:

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432		432
19	1870	4,176	2302
20	11403		13405
21	10501		23906
22	9116		33022
23	6711	14,986	39733
24	5049		44782
celkem	44782		

Průměrný věk nevěsty je 21,5 let. ✓

Nejčastěji se dívky vdávaly v 20 letech. ✓

Zhruba 50 % nevěst bylo mladších než 22 let. ✓

Obrázek č. 12 - Správné řešení úlohy 4

#### 4. úloha

Petra si ze statistické ročenky vypsala přehled o uzavřených sňatcích v roce 2017. Údaje si roztřídila podle věku nevěsty. Výpis se ztratil, ale Petra si zapamatovala následující údaje. Pomozte Petře doplnit tabulku a odpovězte na následující otázky.

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432	0,965	432
19	1840	4,176	2302
20	11103	24,493	13405
21	10501	23,449	23906
22	9116	20,356	33022
23	6711	14,986	39733
24	5049	11,245	44782
celkem	44782	100	44782

Průměrný věk nevěsty je \_\_\_\_\_ let.

Nejčastěji se dívky vdávaly v \_\_\_\_\_ letech.

Zhruba 50 % nevěst bylo mladších než \_\_\_\_\_ let.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{18 \cdot 432 + 19 \cdot 1840 + 20 \cdot 11103 + 21 \cdot 10501 + 22 \cdot 9116 + 23 \cdot 6711 + 24 \cdot 5049}{44782} = \\ &= \frac{44782 \cdot 35530 + 222060 + 220521 + 200552 + 154353 + 121146}{44782} = \end{aligned}$$

Obrázek č. 13 - Chybné řešení úlohy 4

4,3      ↑ 30... 100%  
           ↑ 6... 21%

#### 4. úloha

Petra si ze statistické ročenky vypsala přehled o uzavřených sňatcích v roce 2017. Údaje si roztřídila podle věku nevěsty. Výpis se ztratil, ale Petra si zapamatovala následující údaje. Pomozte Petře doplnit tabulku a odpovězte na následující otázky.

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432	0,9644	432
19	1 870	4,176	2 302
20	11 103	24,4934	13 405
21	10 501	23,4492	23 906
22	9 116	20,3564	33 022
23	6 411	14,986	39 433
24	5 049	11,2462	44 482
celkem	44 782		44 482

Průměrný věk nevěsty je      let. ✗

Nejčastěji se dívky vdávaly v 20 letech. ✓

Zhruba 50 % nevěst bylo mladších než      let. ✗

$$\begin{aligned} &\uparrow 44\,782 \dots 100\% \\ &x \dots \dots \dots 14,986\% \uparrow \\ &44\,782 \cdot x = 44\,782 \cdot 14,986\% \\ &x = 6\,411 \\ &\Rightarrow x = 4,176\% \\ &x_2 = 1\,870 \\ &\uparrow 44\,482 \dots 100\% \\ &\uparrow 432 \dots \dots \dots x\% \\ &x = \frac{432}{44\,482} \cdot 100 \end{aligned}$$

Obrázek č. 14 - Chybné řešení úlohy 4

#### Vyhodnocení úlohy 5

Tabulka č. 7 – Tabulka výsledků úlohy 5

	Absolutní četnost ve třídě $\alpha$	Relativní četnost ve třídě $\alpha$	Absolutní četnost ve třídě $\beta$	Relativní četnost ve třídě $\beta$
Správné řešení	22	91,7 %	12	57,1 %
Chyba ve vzorci, špatná úvaha	0	0 %	3	14,3 %
Žádné řešení	2	8,3 %	6	28,6 %

Zdroj: vlastní zpracování

#### Komentář k řešení úlohy:

V úloze číslo 5 měli studenti prokázat znalost a využití rozptylu. Ve třídě  $\alpha$  většina studentů úlohu vyřešila správně, někteří i bez použití vzorce, ale s dostatečným vysvětlením či slovním komentářem. Ve třídě  $\beta$  taktéž studenti prokázali znalost a využití rozptylu, pouze 3 studenti řešili úlohu nevhodným způsobem.

## Vyhodnocení úlohy 6

Tabulka č. 8 – Tabulka výsledků úlohy 6

	Absolutní četnost ve třídě $\alpha$	Relativní četnost ve třídě $\alpha$	Absolutní četnost ve třídě $\beta$	Relativní četnost ve třídě $\beta$
Správné řešení	15	62,5 %	9	42,9 %
Chyba ve vzorci, špatná úvaha	7	29,2 %	8	38,1 %
Žádné řešení	2	8,3 %	4	19 %

Zdroj: vlastní zpracování

### Komentář k úloze:

Poslední úloha v obou třídách dopadla nejlépe. V této úloze byl nejmenší počet studentů, kteří ji vůbec neřešili. Ve třídě  $\alpha$  vyřešilo zcela správně úlohu 15 studentů a ve třídě  $\beta$  9 studentů. Mezi nejčastější chyby patřilo nesprávné seřazení hodnot, a tím následné špatné určení mediánu. U počítání aritmetického průměru docházelo k početním chybám. Modus měli všichni studenti v obou třídách určený správně.

#### 6. úloha

V roce 2017 se kurz eura od ledna do prosince vyvíjel následovně:

27,0200; 27,0200; 27,0200; 26,8240; 26,5640; 26,2630; 26,0740; 26,1010; 26,0750; 25,7650; 25,5360; 25,64

Určete:

a) modus 27,0200 ✓

b) medián 26,182 ✓

c) průměrný kurz EUR/CZK v roce 2017

1 EUR = 26,3252 Kč ✓

Obrázek č. 15 - Správný výsledek úlohy 6

#### 6. úloha

V roce 2017 se kurz eura od ledna do prosince vyvíjel následovně:

27,0200; 27,0200; 27,0200; 26,8240; 26,5640; 26,2630; 26,0740; 26,1010; 26,0750; 25,7650; 25,5360; 25,64

Určete:

a) modus 27,0200 ✓

b) medián 26,1630 a 26,0740 ✗

c) průměrný kurz EUR/CZK v roce 2017

1 EUR = 26,3251 Kč ✓

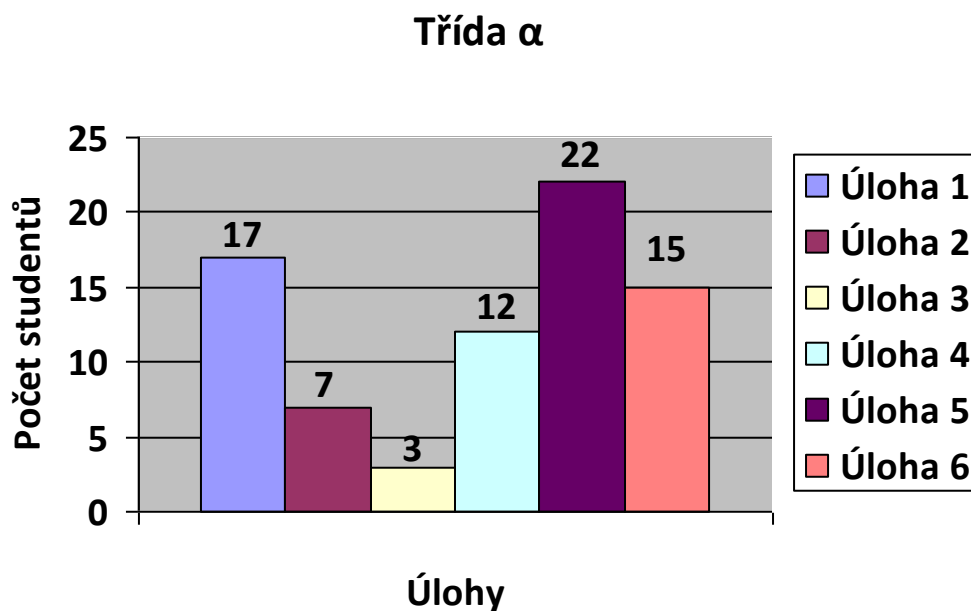
Obrázek č. 16 - Špatná odpověď k úloze 6

## Celkové hodnocení pracovního listu

V následující tabulce je uvedeno celkové vyhodnocení úspěšnosti studentů třídy  $\alpha$  a jejich úspěšnost v jednotlivých úlohách. Ve třídě  $\alpha$  nejvíce studentů vyřešilo úlohu číslo 5, která byla zaměřena na rozptyl (91,7 %) a nejméně řešená úloha byla číslo 3 (12,5 %), kde studenti měli využít variační koeficient. V tabulce č. 9 je vidět, kolik studentů vyřešilo, jakou úlohu.

Tabulka č. 9 – Celkové výsledky třídy  $\alpha$

Třída $\alpha$	Absolutní četnost	Relativní četnost
Úloha 1	17	70,8%
Úloha 2	7	29,2%
Úloha 3	3	12,5%
Úloha 4	12	50%
Úloha 5	22	91,7%
Úloha 6	15	62,5 %



Graf č. 5 – Grafické znázornění výsledků třídy  $\alpha$

Zdroj: vlastní zpracování

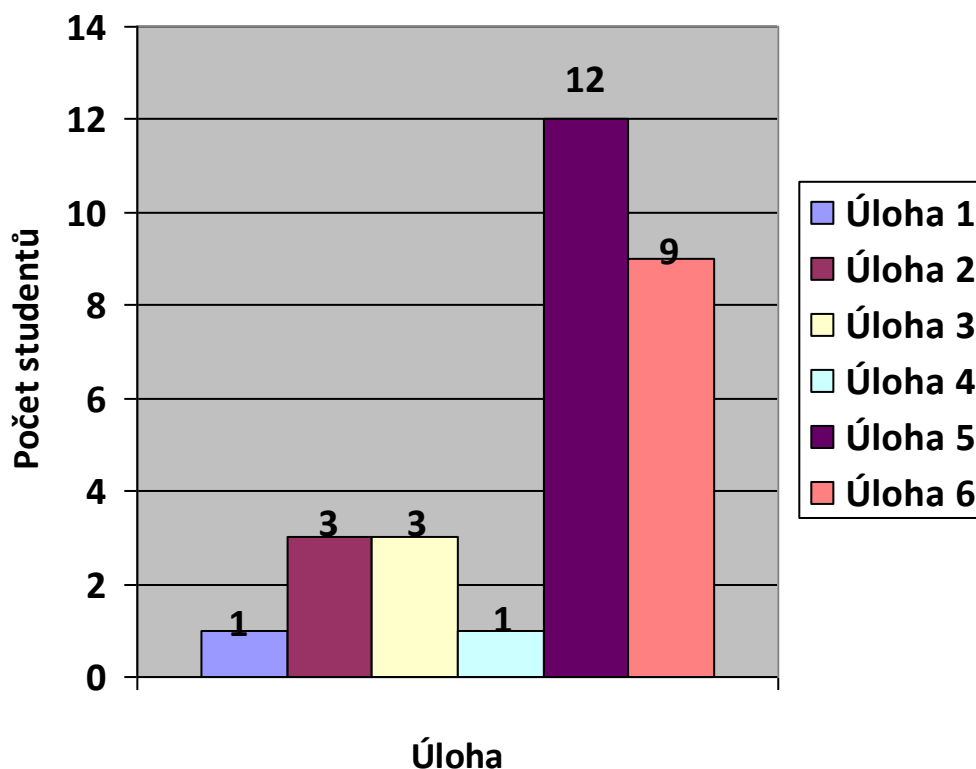


Ve třídě  $\beta$  nejvíce studentů vyřešilo úlohu číslo 5(57,1 %). Tedy úlohu, kde studenti měli využít rozptyl. Na druhou stranu nejméně byla vyřešena úloha číslo 1 a úloha číslo 4(4,8 %). Úloha číslo 1 byla zaměřena na využití správného průměru, zde harmonického průměru. V úloze číslo 4 měli studenti prokázat znalost hned několika věcí, a to znalost a určení absolutní, relativní a kumulativní četnosti a následně využití aritmetického průměru a určení modusu.

Tabulka č. 10 – Celkové výsledky třídy  $\beta$

Třída $\beta$	Absolutní četnost	Relativní četnost
Úloha 1	1	4,8%
Úloha 2	3	14,2%
Úloha 3	3	14,2%
Úloha 4	1	4,8%
Úloha 5	12	57,1%
Úloha 6	9	42,9%

### Třída $\beta$



Graf č. 6 – Grafické znázornění výsledků třídy  $\beta$

V tabulce č. 11 můžeme vidět celkové shrnutí pracovního listu obou tříd, tj. kolik studentů nevyřešilo žádnou úlohu, kolik studentů vyřešilo jednu úlohu atd.

Po nahlédnutí do Tabulky č. 11 můžeme konstatovat, že každý student v obou třídách vyřešil alespoň jednu úlohu.-Ve třídě  $\alpha$  se našli 2 studenti, kteří vyřešili celý pracovní list, tzn. měli správně 6 úloh. Zatímco ve třídě  $\beta$  6 úloh nevyřešil žádný student. Alespoň 4 úlohy vyřešilo ve třídě  $\alpha$  54,2 % studentů, ve třídě  $\beta$  tento jev nastal u 42,9 % studentů. Na základě tohoto hodnocení bychom mohli udělat závěr, že třída  $\alpha$  dosáhla lepších výsledků než třída  $\beta$ . Pokud bychom uvažovali, že student získal vyhovující výsledek, jestliže vyřešil alespoň 3 úlohy, tak úspěšnější byla třída  $\beta$ , neboť takovýchto studentů bylo 81 %, zatímco ve třídě  $\alpha$  pouhých 70,9 %.

Tabulka č. 11- Počet správně řešených úloh

Počet správně vyřešených úloh	Absolutní četnost (Relativní četnost)	
	Třída $\alpha$	Třída $\beta$
<b>0</b>	0 (0 %)	0 (0%)
<b>1</b>	2 (8,3%)	3 (14,3%)
<b>2</b>	5 (20,8%)	1 (4,8%)
<b>3</b>	4 (16,7%)	8 (38,1%)
<b>4</b>	10 (41,7%)	6 (28,6%)
<b>5</b>	1 (4,2%)	3 (14,3%)
<b>6</b>	2 (8,3 %)	0 (0%)

Z výše uvedeného protichůdného hodnocení pracovního listu je zřejmé odkud pramení následující citáty dvou významných politiků:

„*Tři stupně lži - lež, hnusná lež, statistika.*“ — Benjamin Disraeli

„*Věřím pouze těm statistikám, které jsem sám zfalšoval.*“ — Winston Churchill (Citáty na téma statistika).

## Závěr

Cílem diplomové práce bylo zanalyzovat výuku statistiky na vybraných středních školách v Jihočeském kraji. Snahou bylo porovnat znalosti studentů po výukovém bloku statistiky, a to ve 4. ročnících jednoho gymnázia  $\alpha$  a střední školy s ekonomickým zaměřením  $\beta$ . Statistika je nedílnou součástí našeho každodenního života a mnoho studentů ji bude využívat i ve svých budoucích zaměstnáních. Vytvořený pracovní list může vyučujícím posloužit jako závěrečné shrnutí nebo ověření znalostí ze statistiky. Studentům může zároveň posloužit nejen k procvičení, ale i k lepšímu pochopení statistiky na úlohách z běžného života.

Ke zjištění této problematiky bylo použito dotazníkové šetření pro učitele a pracovní list pro studenty. Nejprve byl sestaven dotazník pro vyučující, kdy bylo cílem zjistit, v jakém rozsahu se vyučuje statistika na středních školách. Dále z dotazníku vyplynulo, jaká témata se na jednotlivých školách vyučují. V neposlední řadě se vyučující vyjádřili k problematice výuky statistiky, k dostatku učebních materiálu i časové dotaci. Z dotazníků bylo zjištěno, že většině vyučujícím přijde časová dotace pro výuku statistiky nedostatečná, naopak jsou docela spokojeni s materiály, které mohou pro výuku využít. Zároveň nejčastěji využívaná pomůcka pro výuku je kalkulačka a málokterá škola podporuje výuku statistiky s pomocí PC. Na základě vyhodnocení dotazníků pro učitele byl sestaven pracovní list pro žáky, který měl zjistit znalosti studentů po výuce základů statistiky. Pracovní list byl sestaven formou otevřených úloh z běžného života. Dotazník byl v souladu s RVP. V pracovním listě pro studenty bylo zjištěno, že studenti znalosti nemají ukotvené, a to ani základní znalosti plynoucí ze základní školy, kde se již se základy statistiky setkali. Většinu úloh nevěděli studenti, jak řešit. Lépe dopadli při vyhodnocení studenti gymnázia  $\alpha$ .

Diplomová práce mi pomohla se zorientovat v problému, který se týká výuky statistiky na středních školách. Podle mého názoru a zjištění je výuka statistiky na středních školách s ekonomickým zaměřením vyučována v menší míře s malou časovou dotací. Studenti se naučí základy bez vize propojení s praxí. Ovšem se statistikou se běžně setkáváme v každodenním životě, aniž bychom si její význam plně uvědomovali. Na druhou stranu studenti gymnázia mají větší časovou dotaci pro výuku statistiky, ovšem stejně tak jako studenti středních škol, mnozí nevidí důležitost a propojení s praxí. Podle mého názoru by měly školy s ekonomickým zaměřením výuce statistiky věnovat větší pozornost a větší časovou dotaci nebo vyučovat statistiku jako samostatný předmět. Z dotazníkového šetření vyplynulo, že statistika jako samostatný předmět je vyučován pouze na jedné z dotázaných

škol, což mi přijde velmi málo, vzhledem k vyplývající malé časové dotaci věnované výuce statistiky u ostatních škol. Do budoucnosti mi diplomová práce dala zkušenost jako budoucí učitelce matematiky, že bych se ráda výuce statistiky při hodinách více zabývala, a především propojovala úlohy s praxí a se situacemi z běžného života.

## Seznam použité literatury

CALDA, Emil. Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU. Praha: Prometheus, 1999.

CALDA, Emil a Václav DUPAČ. Matematika pro gymnázia: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika. Praha: Prometheus s.r.o., 1993.

ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. Školní statistická ročenka 2008. Praha: Scientia, 2008.

EMDEN, Helmut van. Statistik ohne Alpträume: Eine Einführung für Biowissenschaftler. Weinheim: Wiley-VCH, 2014.

GIBILISCO, Stan. Statistika bez předchozích znalostí: Průvodce pro samouky. Brno: Computer Press, 2007.

HORENSKÝ, Radek, a kol. Matematika pro střední školy 8. díl: Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika. Brno: Didaktis, 2015.

KLABANOVÁ, Olga. Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť. Praha: SPN, 1986.

KLODNER, Jaroslav. *Sbírka úloh z matematiky pro obchodní akademie*. IV. upravené vydání. Česko: [nakladatel není známý], 1998.

PAVELKA, Jindřich. Hazardní hry [online]. 2007-2017 [cit. 2017-6-20].

Dostupné z: <http://www.hazardni-hry.eu/statistika/>.

PETÁKOVÁ, Jindra. Matematika-příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. Praha: Prometheus, 1998.

POLÁK, Josef. Didaktika matematiky: Jak učit matematiku zajímavě a užitečně. Plzeň: Fraus, 2014.

ŘEZANKOVÁ, H., L. MAREK a M. VRABEC. Interaktivní učebnice statistiky: Typy proměnných [online]. 2001 [cit.2017-05-22].

Dostupné z: [http://iastat.vse.cz/typy\\_promennych.html](http://iastat.vse.cz/typy_promennych.html).

VORDERMANOVÁ, Carol. Matematika: Spolu to zvládneme. Praha: Slovart, 2015.

ZWERENZ, Karlheinz. Statistik: Einführung in die computergestützte dataanalyse. München: Oldenbourg, 2015.

## Seznam internetových zdrojů

Citáty na téma statistika. *Citáty* [online]. Jablonec nad Nisou Zdroj: <https://citaty.net/privacy-policy/>; Martin Svoboda, 2018 [cit. 2019-06-25]. Dostupné z: <https://citaty.net/temata/statistika/>.

Charakteristiky variability (proměnlivost souboru). *Biostatistika* [online]. Brno: Doc.RNDr.Iveta Bednářová,Ph.D [cit. 2019-03-03]. Dostupné z: [https://cit.vfu.cz/statpotr/POTR/Teorie\(Predn1/variabil.htm](https://cit.vfu.cz/statpotr/POTR/Teorie(Predn1/variabil.htm).

EUR průměrné kurzy 2017, historie kurzů měn. *Kurzy* [online]. Praha: Kurzy.cz, spol. s r.o., AliaWeb, spol. s r.o., 2019 [cit. 2017-06-03]. Dostupné z: <https://www.kurzy.cz/kurzy-men/historie/EUR-euro/2017/>.

*Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [online]. Brno: QCM, 2013 [cit. 2019-08-05]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/>.

Rámcové vzdělávací programy pro střední odborné vzdělávání. *Národní ústav pro vzdělávání* [online]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, 2019 [cit. 2018-05-07]. Dostupné z: <http://www.nuv.cz/t/ramcove-vzdelavaci-programy-podle-kategorii-oboru-vzdelani>.

Rozptyl. *Matematika* [online]. Brno: Nová média, 2014 [cit. 2019-04-20]. Dostupné z: <https://matematika.cz/rozptyl>.

*Statistika a my-Měsíčník Českého statistického úřadu: Rozptyl, směrodatná odchylka a variační koeficient* [online]. Praha: Český statistický úřad, 2017, 7(1) [cit. 2019-05-03].

Systém kurikulárních dokumentů. *RVP* [online]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, poradenský zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků, 2012 [cit. 2019-03-03]. Dostupné z: <https://digifolio.rvp.cz/view/artefact.php?artefact=70545&view=10429&block=57827>.

# Přílohy

## Příloha 1 - Dotazník pro učitele

### Výuka statistiky na SS

Vážený páni učitelé, vážené paní učitelky!

Jsem studentkou pedagogické fakulty Jihočeské univerzity oboru matematika a společenské vědy pro základní a střední školy. Ráda bych Vás požádala o vyplnění krátkého dotazníku k mojí diplomové práci na téma Analýza výuky statistiky na vybraných SŠ v jihočeském regionu. Dotazník Vám zabere 5 minut. Dotazník je anonymní a výsledky budou sloužit pouze ke zpracování mé diplomové práce.

Děkuji za Váš čas a vyplnění dotazníku.

\*Povinné pole

#### 1. E-mailová adresa \*

.....

#### 2. Pohlaví \*

Označte jen jednu elipsu.

Muž

Žena

#### 3. Kolik je Vám let? \*

.....

#### 4. Kolik let máte praxe? \*

Označte jen jednu elipsu.

(0;5>

<5,10)

<10,15)

15,20

20 a více

#### 5. Vykonával/a jste předtím jiné povolání? Pokud ano, napište prosím do odpovědi "jiné" jaké. \*

Zaškrtněte všechny platné možnosti.

ano

ne

Jiné: .....

#### 6. Na jaké škole vyučujete? \*

Označte jen jednu elipsu.

Gymnázium

Škola s ekonomickým zaměřením

Škola s technickým zaměřením

Jiné: .....



7. V jakém rozsahu je statistika implementována do ŠVP? \*

8. Ve kterém ročníku vyučujete statistiku? \*

*Zaškrtněte všechny platné možnosti.*

- 1. ročník / kvinta
- 2. ročník / sexta
- 3. ročník / septima
- 4. ročník / oktáva

9. Jaká je časová dotace pro výuku statistiky? \*

*Označte jen jednu elipsu.*

- do 10 hodin
- 10 - 20 hodin
- více jak 20 hodin

10. Jaké učebnice či jiné dostupné materiály využíváte při výuce statistiky? \*

11. Jaké pomůcky využíváte při vyučování statistiky? Můžete vybrat více odpovědí. \*

*Zaškrtněte všechny platné možnosti.*

- učebnice
- kalkulačka
- tabulky
- PC
- Excel
- jiný program
- Jiné:

12. Zdájí se Vám dostupné materiály dostačující? \*

*Označte jen jednu elipsu.*

- ano
- ne

**13. Jaká témata vyučujete? \***

*Zaškrtněte všechny platné možnosti.*

- statistický soubor
- aritmetický průměr
- geometrický průměr
- vážený aritmetický průměr
- harmonický průměr
- modus
- medián
- rozptyl
- směrodatná odchylka
- typy grafů
- grafické znázornění dat
- kvartil
- mezikvartilová odchylka
- percentil
- absolutní četnost
- relativní četnost
- kumulativní četnost
- korelace
- Jiné: \_\_\_\_\_

Třída: \_\_\_\_\_

Dívka  Chlapec

### 1. úloha

Markéta trénuje na běžecký závod Barvám neutečeš. Každý den poctivě trénovala a uběhla 5 km průměrnou rychlostí 10 km/hod. V den závodu, který měřil 5 kilometrů, běžela první polovinu závodu průměrnou rychlostí 6 km/hod a druhou polovinu průměrnou rychlostí 10 km/hod. Celkově závod uběhla za 40 minut a skončila na 27. místě. Jakou průměrnou rychlostí běžela během celého závodu?

### 2. úloha

U 20 pracovníků různých povolání byla zjišťována měsíční hrubá mzda v českých korunách. Mzdy jsou uvedeny v intervalech.

Osloveno bylo:	6 pokladních	<16 500; 19 000>
	3 bankovní úředníci	<25 000; 30 000>
	2 kadeřnice	<15 000; 18 000>
	5 učitelů	<21 000; 25 000>
	4 číšníci	<16 000; 22 000>

Jaká je průměrná hrubá mzda těchto dotázaných lidí?

### 3. úloha

V únoru zameškali studenti 2. ročníku SŠ následující počty hodin ve výuce matematiky.

Holky: 2,0,6,10,2,2,4,2,5,2

Kluci: 4,4,0,2,10,2,6,2,3,10

Porovnej variabilitu těchto dvou statistických souborů.

#### 4. úloha

Petra si ze statistické ročenky vypsalá přehled o uzavřených sňatcích v roce 2017. Údaje si roztřídila podle věku nevěsty. Výpis se ztratil, ale Petra si zapamatovala následující údaje. Pomozte Petře doplnit tabulku a odpovězte na následující otázky.

Věk	Absolutní četnost	Relativní četnost (%)	Kumulativní četnost
18	432		
19		4,176	
20			13 405
21	10 501		
22	9 116		
23		14,986	
24			
celkem	44 782		

Průměrný věk nevěsty je \_\_\_\_\_ let.

Nejčastěji se dívky vdávaly v \_\_\_\_\_ letech.

Zhruba 50 % nevěst bylo mladších než \_\_\_\_\_ let.

#### 5. úloha

Maxmilián a Hugo hráli turnaj v šípkách. Po druhém kole naházeli následující body.

Maxmilián: {5, 3, 60, 15, 4, 25}

Hugo: {5, 25, 10, 60, 15, 5}

Kdo vede po druhém kole a kdo zatím střílel přesněji?

#### 6. úloha

V roce 2017 se kurz eura od ledna do prosince vyvíjel následovně:

27,0200; 27,0200; 27,0200; 26,8240; 26,5640; 26,2630; 26,0740; 26,1010; 26,0750; 25,7650; 25,5360; 25,64

Určete: a) modus \_\_\_\_\_

b) medián \_\_\_\_\_

c) průměrný kurz EUR/CZK v roce 2017

1 EUR = \_\_\_\_\_ Kč