VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

STANOVENÍ CHYBY PŘEVODU U KUŽELOVÉHO OZUBENÍ

DETERMINATION OF TRANSMISSION ERROR AT BEVEL GEAR

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE Bc. Zuzana Fraňová
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE Ing. Kamil Řehák, Ph.D.
SUPERVISOR

BRNO 2020

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Zadaní diplomové práce

Ústav:	Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Studentka:	**Bc. Zuzana Fraňová**
Studijní program:	Strojní inženýrství
Studijní obor:	Automobilní a dopravní inženýrství
Vedoucí práce:	**Ing. Kamil Řehák, Ph.D.**
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Stanovení chyby převodu u kuželového ozubení

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Diplomová práce se zabývá problematikou chyby převodu u kuželového ozubení. Jednotlivé modifikace ozubení lze vzájemně porovnávat na základě chyby převodu, kdy je snahou její minimalizace. Tím je možné významně ovlivnit jak vibrační, tak i akustický projev převodovky případně diferenciálu. Pomocí numerických metod budou porovnány jednotlivé modifikace zubů na 3D úrovni.

Cíle diplomové práce:

Rešerše dostupné literatury.
Rozdíly mezi statickou a dynamickou chybou.
Metodika návrhu kuželového ozubení.
Numerické modely ozubení různé úrovně pro získání chyby převodu s uvažováním jednotlivých modifikací zubů.

Seznam doporučené literatury:

SHIGLEY, Joseph Edward, MISCHKE, Charles R. a BUDYNAS, Richard G. (ed.). Konstruování strojních součástí. Přeložil Martin HARTL. V Brně: VUTIUM, 2010. 1159 s. ISBN 978-80-214-2629-0.

BUDYNAS, Richard G., NISBETT, J. Keith a SHIGLEY, Joseph Edward. Shigley's mechanical engineering design. 10th edition. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2015. 1104 s. ISBN 0073398209.

PENG, S., DING, H., ZHANG, G., TANG, J., TANG, Y. New determination to loaded transmission error of the spiral bevel gear considering multiple elastic deformation evaluations under different bearing supports, Mechanism and Machine Theory, Volume 137, 2019, Pages 37-52, ISSN 0094-114X.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Josef Štětina, Ph.D. ředitel ústavu	doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

ABSTRAKT

Táto diplomová práca sa zaoberá stanovením chyby prevodu u kužeľového ozubenia a jej minimalizáciou pomocou modifikácií zubov za účelom zníženia vibrácií a hluku prevodových ústrojenstiev. Ozubené kolá sú prvotným zdrojom vibrácií, ktoré sú cez hriadeľ a ložiská vedené na skriňu prevodovky a priľahlé plochy, ktoré vyžarujú hluk do okolitého priestoru. Kvôli zvyšovaniu úrovne komfortu a legislatívnym požiadavkám sa kladie stále väčší dôraz na znižovanie hluku a vibrácií strojných súčastí, vrátane prevodových ústrojenstiev. To vedie k potrebe identifikácie zdrojov hluku a ich ohodnoteniu z hľadiska očakávaného akustického prejavu. Kvalitu záberu ozubenia možno posudzovať na základe chyby prevodu, ktorá úzko súvisí s generovaným hlukom a vibráciami. K ohodnoteniu kvality ozubených prevodov na základe chyby prevodu sa využívajú experimentálne merania, ktoré sú finančne náročné a vyžadujú kvalitné vybavenie. Z tohto dôvodu je vhodné pristúpiť k stanoveniu chyby prevodu už pri návrhu ozubenia pomocou numerických metód.

Za účelom stanovenia chyby prevodu je v tejto práci vytvorený parametrický model geometrie kužeľového súkolia a numerický model pre simuláciu záberu ozubenia pomocou MKP softwaru Ansys Mechanical. Na základe chyby prevodu sú porovnávané rôzne záťažné stavy a jednotlivé modifikácie ozubenia, navrhnuté so snahou o jej minimalizáciu.

KĽÚČOVÉ SLOVÁ

Chyba prevodu, vibrácie, hluk, kužeľové súkolie, metóda konečných prvkov, výšková modifikácia.

ABSTRACT

This master's thesis deals with the determination of the transmission error in spiral bevel gears and its minimization using tooth profile modification in order to reduce vibrations and noise of transmission systems. Gears are the primary source of vibrations transmitted through the shaft and bearings to the gearbox housing and adjacent surfaces that emit noise into the surrounding space. In order to increase the level of comfort and due to the legislative requirements, increasing emphasis is being placed on reducing the noise and vibrations of machine components, including transmission systems. This leads to the need to identify noise sources and evaluate them in terms of expected acoustic performance. The quality of the gear meshing can be judged by transmission error that is closely related to the noise and vibrations. To evaluate the quality of gears based on transmission error, experimental measurements are used that are costly and require quality equipment. Therefore, it is efficient to determine the expected transmission error already at the design stage using numerical methods.

In this work a parametric model of bevel gear geometry and a numerical model for the simulation of gear meshing using FEM software Ansys Mechanical are created in order to determine the transmission error. Based on the transmission error, various load cases and gear modifications designed for transmission error reduction are compared.

KEYWORDS

Transmission error, vibration, noise, bevel gears, finite element method, tip relief modification

BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA

FRAŇOVÁ, Zuzana. *Stanovení chyby převodu u kuželového ozubení*. Brno, 2020. Dostupné také z: https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/129487. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. 50 s. Vedoucí diplomové práce Kamil Řehák.

ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že táto práca je mojim pôvodným dielom, spracovala som ju samostatne pod vedením Ing. Kamila Řeháka, Ph.D. a s použitím informačných zdrojov uvedených v zozname.

V Brne dňa 11. septembra 2020 ……..……..

Zuzana Fraňová

POĎAKOVANIE

Týmto by som chcela poďakovať vedúcemu mojej diplomovej práce Ing. Kamilovi Řehákovi, Ph.D. za odborné vedenie práce. Na tomto mieste by som tiež rada poďakovala mojim rodičom a priateľovi za podporu v priebehu celého štúdia.

OBSAH

Úvod 10
1 Charakteristika ozubených prevodov 11
1.1 Rozdelenie ozubených súkolí 11
1.1.1 Ozubené súkolia pre rovnobežné hriadele 11
1.1.2 Ozubené súkolia pre rôznobežné hriadele 11
1.1.3 Ozubené súkolia pre mimobežné hriadele 11
2 Kužeľové ozubené súkolie 12
2.1 Tvar venca kužeľového ozubeného kola 12
2.1.1 Tvar I 12
2.1.2 Tvar II 13
2.1.3 Tvar III 13
2.2 Rozdelenie kužeľových súkolí podľa zakrivenia zubov 14
2.2.1 Kolá s priamymi zubami 14
2.2.2 Kolá so šikmými zubami 14
2.2.3 Kolá so zakrivenými zubami 15
2.3 Základné rozmery kužeľového súkolia 17
2.4 Silové pomery 19
2.4.1 Silové pomery pre súkolia s priamymi zubami 20
2.4.2 Silové pomery pre súkolia s nepriamymi zubami 20
3 Chyba prevodu 23
3.1 Statická a dynamická chyba prevodu 25
3.2 Modifikácia tvaru zubov 25
3.2.1 Priečna modifikácia tvaru zubu 25
3.2.2 Pozdĺžna modifikácia tvaru zubu 27
4 Tvorba modelu geometrie kužeľového súkolia 28
4.1 Modelovanie zubu 28
4.2 Zostava 28
5 Tvorba výpočtového modelu 30
5.1 Úprava geometrie 30
5.2 Materiálové charakteristiky 31
5.3 Kontakty 31
5.4 Diskretizovaný model 32
5.4.1 Citlivostná analýza hustoty siete 33
5.5 Okrajové podmienky 33
5.6 Nastavenie analýzy 34

5.7 Meranie chyby prevodu 34
6 Prezentácia výsledkov 35
6.1 Vplyv veľkosti prvkov siete na chybu prevodu 35
6.2 Vplyv záťažného momentu na chybu prevodu 36
6.3 Vplyv veľkosti výškovej modifikácie na chybu prevodu 37
6.4 Vplyv tvaru výškovej modifikácie na chybu prevodu 41
Záver 44
Zoznam použitých skratiek a symbolov 49

ÚVOD

Ozubené prevody sú základným prvkom pre realizáciu prenosu krútiaceho momentu z hnacieho hriadeľu na hnaný. K tomuto účelu sa využívajú predovšetkým čelné ozubené súkolia, ale v mnohých prípadoch je potrebné realizovať prenášanie krútiaceho momentu a mechanickej energie medzi hriadeľmi umiestnenými inak než rovnobežne. V týchto prípadoch hrajú dôležitú úlohu kužeľové ozubené kolá, ktoré sa používajú predovšetkým v automobilovom priemysle (diferenciály, rozvodovky), v poľnohospodárstve, u výrobných a obrábacích strojov a podobne. Prevody realizované pomocou ozubených kôl majú dlhú históriu siahajúcu do čias prvých inžinierskych systémov. Ich využitie v súčasnom modernom strojárenskom priemysle je obrovské a v súlade so súčasným vývojom strojárskych techník sa kladie stále väčší dôraz na ich zdokonaľovanie, a to nie len s ohľadom na namáhanie, ale aj z hľadiska vibrácií a akustického prejavu.

Vibrácie od záberu ozubených kôl, ktoré sú cez hriadele a ložiská vedené na skriňu prevodovky alebo diferenciálu, sú prvotným a významným zdrojom hluku prevodových ústrojenstiev. Pre redukciu hluku prevodových systémov existujú dva možné prístupy. Jedným zo spôsobov je celková izolácia prevodovej skrine, ktorá bráni vyžarovaniu hluku do okolia, ale má negatívne dôsledky ako napríklad nízku účinnosť a ťažkosti s údržbou. Sofistikovanejšie a oveľa efektívnejšie riešenie je založené na riešení problému hluku priamo pri zdroji. To znamená zavedenie vylepšení už pri návrhu a výrobe ozubených kolies, čo má za následok najväčšie zníženie hladiny hluku. Najväčší význam sa prikladá kinematickej presnosti ozubenia a premenlivej tuhosti záberu. Tieto javy postihuje teória chyby prevodu, na základe ktorej možno porovnávať kvalitu ozubených súkolí s ohľadom na očakávaný hluk a vibrácie generované súkolím. Stanovenie chyby prevodu a možnosti jej minimalizácie prostredníctvom modifikácie zubov sú hlavným predmetom tejto práce.

Jednou z možností stanovenia chyby prevodu je experimentálne meranie, ktoré je finančne a časovo náročné, a preto je často výhodné využívať pri návrhu ozubenia teoretické a výpočtové nástroje, ktoré pri vhodných nastaveniach vstupných parametrov dokážu pomerne dobre korelovať s výsledkami experimentov. Vzhľadom k dostupnosti MKP softwaru Ansys Mechanical a počítačového laboratória na Ústave automobilového a dopravného inžinierstva, bol v tejto práci k stanoveniu chyby prevodu a porovnávaniu jednotlivých modifikácií ozubení využitý numerický MKP model.

1 CHARAKTERISTIKA OZUBENÝCH PREVODOV

Ozubené prevody predstavujú najrozšírenejší druh prevodových mechanizmov. Pracujú na princípe prenosu otáčavého pohybu pomocou tlakových síl spoluzaberajúcich členov, ktorými je dvojica ozubených kôl, tzv. súkolie. Súkolie je tvorené hnacím a hnaným kolom, pričom menšie z nich sa označuje ako pastorok a väčšie ako kolo. Úlohou ozubeného súkolia je vytvorenie kinematickej a silovej väzby medzi hriadeľmi a transformácia uhlovej rýchlosti a točivého momentu pri čo najvyššej mechanickej účinnosti. [7]

1.1 ROZDELENIE OZUBENÝCH SÚKOLÍ

Jedným zo základných kritérií pre rozdelenie ozubených súkolí je vzájomná poloha ôs hriadeľov, podľa ktorej sa ozubené súkolia delia na:

- Ozubené súkolia pre rovnobežné hriadele
- Ozubené súkolia pre rôznobežné hriadele
- Ozubené súkolia pre mimobežné hriadele

1.1.1 OZUBENÉ SÚKOLIA PRE ROVNOBEŽNÉ HRIADELE

Pre prenos otáčavého pohybu a mechanickej energie medzi rovnobežnými hriadeľmi sa používajú čelné ozubené súkolia s vonkajším alebo vnútorným ozubením. Podľa tvaru bočnej krivky zubov sa rozlišujú čelné ozubené súkolia s priamymi zubmi (bočné krivky zubov tvoria priamky rovnobežné s osami ozubených kôl), šikmými zubmi (bočné krivky zubov sú tvorené šroubovicami), prípadne so zubmi šípovými. Čelné ozubené súkolia so šikmými zubmi majú vďaka plynulejšiemu vstupu zubových dvojíc do záberu kľudnejší a tichší chod ako kolá s priamymi zubmi. Ich nevýhodou je ale vznik axiálnej sily a ohybového momentu, ktorý namáha ložiská a hriadele. Špeciálnym typom ozubeného prevodu je ozubený hrebeň, ktorý predstavuje časť valcového kola s nekonečne veľkým polomerom a v spojení s pastorkom umožňuje premenu otáčavého pohybu na posuvný a naopak. [3] [5]

1.1.2 OZUBENÉ SÚKOLIA PRE RÔZNOBEŽNÉ HRIADELE

Ozubené prevody pre rôznobežné hriadele sú realizované pomocou kužeľových ozubených súkolí, ktoré majú ozubenie vytvorené na kužeľových plochách. Podľa tvaru bočnej krivky zubov sa rozlišujú kužeľové ozubené súkolia s priamymi, šikmými alebo zakrivenými zubmi. Problematika kužeľových ozubených súkolí je podrobnejšie rozoberaná v nasledujúcich kapitolách.

1.1.3 OZUBENÉ SÚKOLIA PRE MIMOBEŽNÉ HRIADELE

K vytvoreniu kinematickej a silovej väzby medzi mimobežnými hriadeľmi slúžia šroubové súkolia, ktorých zuby sa po sebe odvaľujú a zároveň posúvajú (šroubový pohyb). Špeciálnym prípadom šroubového valcového súkolia sú šnekové súkolia slúžiace k prenosu otáčavého pohybu medzi dvoma mimobežnými hriadeľmi, ktorých osi sú kolmé. Tvorí ich šnek a šnekové kolo a spravidla sa používajú pre realizáciu vysokých prevodových pomerov. Ďalším typom šroubových súkolí sú hypoidné súkolia, tvorené kužeľovými ozubenými kolami s mimobežnými osami. Ich výhodou oproti kužeľovým súkoliam je možnosť prevodových pomerov a tichší chod, ale vyznačujú sa nižšou účinnosťou. [1]

2 KUŽEĽOVÉ OZUBENÉ SÚKOLIE

Kužeľové ozubené súkolia slúžia k prenosu otáčavého pohybu a mechanickej energie medzi rôznobežnými hriadeľmi. Môžu byť použité pre takmer ľubovoľný uhol osí hriadeľov $\sum$, najčastejšie však býva $\sum = 90°$.

Geometrický základ kužeľových súkolí tvorí dvojica roztečných kužeľov, ktorých površky sa pretínajú v spoločnom vrchole. Ich geometrickou charakteristikou sú polovičné vrcholové uhly roztečných kužeľov δ_1 a δ_2. Okrem uhlu δ je roztečný kužeľ definovaný vonkajším roztečným priemerom d_e, vnútorným roztečným priemerom d_i, vonkajšou dĺžkou površky roztečného kužeľa R_e, vnútornou dĺžkou površky roztečného kužeľa R_i a šírkou ozubenia b. [1] [7]

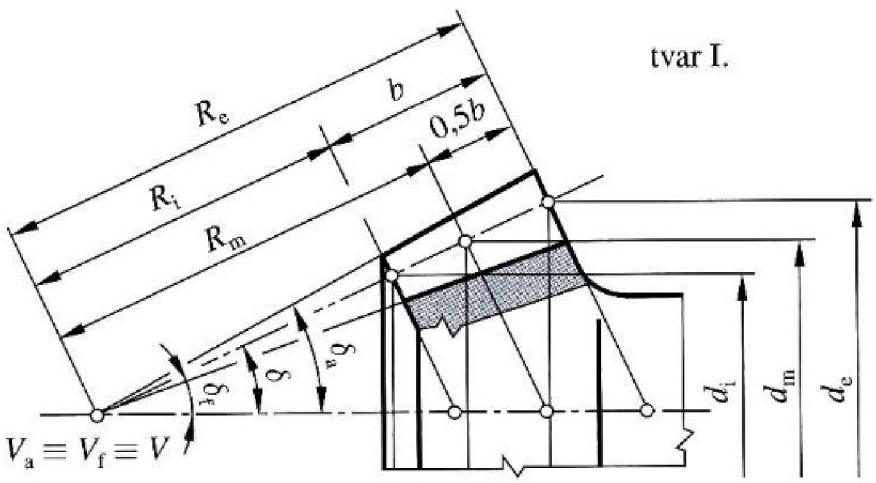
U niektorých geometrických veličín je potrebné rozlišovať čelné hodnoty merané po obvode valivých kružníc (index t) a normálové hodnoty merané v rezoch kolmých na priebeh zubu (index n). Medzi tieto veličiny patrí hlavne čelný a normálový modul, najčastejšie na strednom a vonkajšom priemere kola. [1]

2.1 TVAR VENCA KUŽEĽOVÉHO OZUBENÉHO KOLA

Ozubený veniec kužeľových kôl je radiálne vymedzený pätným a hlavovým kužeľom. Tieto kužele sú určené polovičnými vrcholovými uhlami, uhlom pätného kužeľu δ_f a uhlom hlavového kužeľu δ_a. Podľa polohy pätného a hlavového kužeľu voči roztečnému kužeľu rozoznávame tri základné typy tvaru venca kužeľového kola. [7]

2.1.1 TVAR I

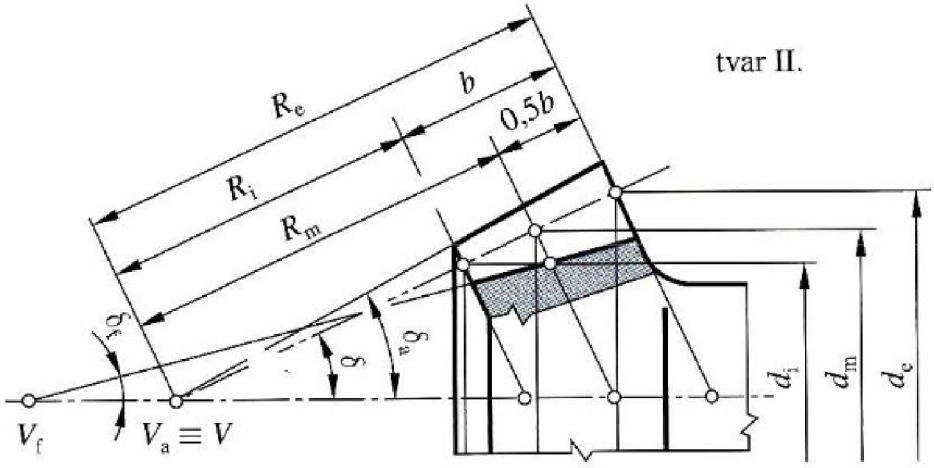
Tvar I (Obr. 2.1) je typický spoločným vrcholom hlavového, pätného a roztečného kužeľa $V_a \equiv V_f \equiv V$. Priečne rozmery zubov narastajú lineárne so vzdialenosťou od vrcholu. Tento tvar sa používa u kôl s priamymi a šikmými zubami, prípadne špirálovými zubami. Pre tento tvar je spravidla normalizovaný vonkajší čelný modul m_{et}. [3] [1]



Obr. 2.1 Tvar venca I [1]

2.1.2 TVAR II

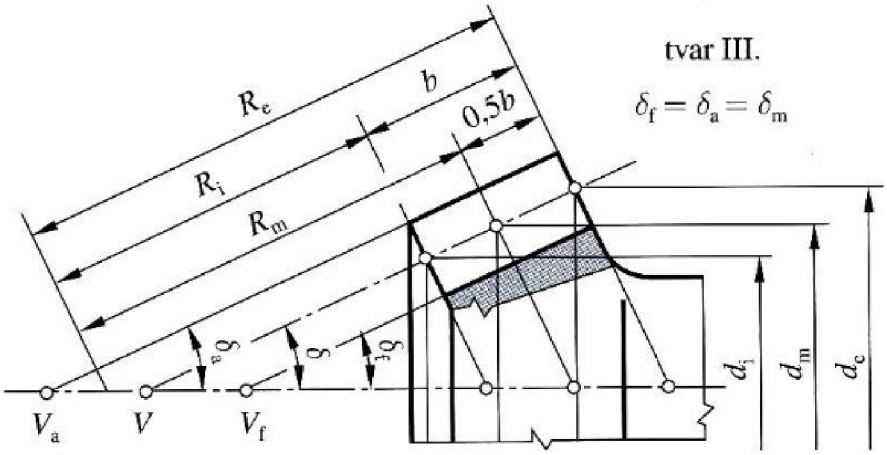
U tvaru II (Obr. 2.2) je vrchol pätného kužeľa V_f posunutý tak, aby šírka dna zubovej medzery bola konštantná. Hrúbka zubov na roztečnom kuželi potom narastá úmerne so vzdialenosťou od vrcholu. Vrchol roztečného a hlavového kužeľa je spravidla spoločný. Tento tvar je typický hlavne pre kolá s kruhovo zakrivenými zubami, kde možno jedným nástrojom vyrábať súčasne dva boky zubov. Normalizovaný je stredný normálový modul m_{mn}. [3] [1]



Obr. 2.2 Tvar venca II [1]

2.1.3 TVAR III

Pre tvar III (Obr. 2.3) je typická konštantná výška zubov. Površky pätného, hlavového a roztečného kužeľa sú rovnobežné a uhly týchto kužeľov sú teda zhodné $\delta_f \equiv \delta_a \equiv \delta$. Používa sa u kôl paloidných, eloidných, prípadne u kôl s kruhovými zubami (viz. kapitola 2.2). Tvar III má normalizovaný stredný normálový modul m_{mn}. [3] [1]



Obr. 2.3 Tvar venca III [1]

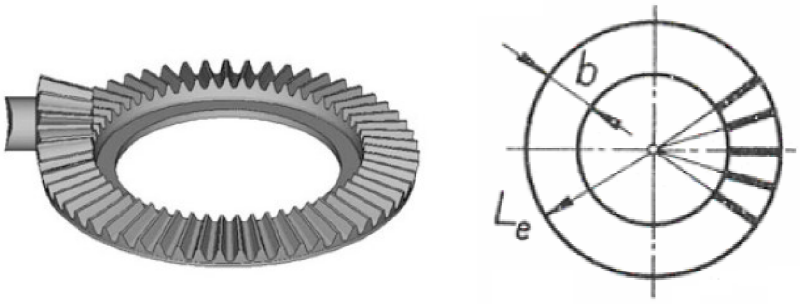
2.2 ROZDELENIE KUŽEĽOVÝCH SÚKOLÍ PODĽA ZAKRIVENIA ZUBOV

Podľa priebehu zubov sa rozlišujú kužeľové kolá so zubami priamymi, šikmými a zakrivenými. Druh použitého ozubenia úzko súvisí s prevádzkovými podmienkami, predovšetkým s maximálnou obvodovou rýchlosťou a nárokmi na hlučnosť navrhovaného prevodu.

2.2.1 KOLÁ S PRIAMYMI ZUBAMI

Kolá s priamymi zubami (Obr. 2.4) sú základným a najjednoduchším typom kužeľových kôl. Ich ozubený veniec má obvykle tvar I a bočnú krivku zubu tvorí radiálna priamka. Nevýhodou kužeľových kôl s priamymi zubmi je pomerne malá únosnosť, citlivosť na deformácie a možnosť hranového záberu. Z toho vyplýva znížená životnosť a hlučnosť. Využívajú sa pre menej náročné prevody a pre nižšie obvodové rýchlosti $v = 2 \div 3\ m \cdot s^{-1}$. [9] [7]

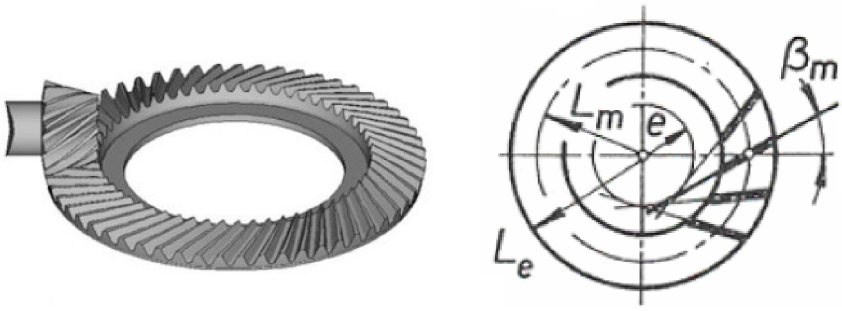
Kužeľové ozubenie s priamymi zubami možno obrábať frézovaním tvarovou kotúčovou alebo čapovou frézou, obrážaním podľa šablóny, obrážaním dvoma nožmi, frézovaním dvoma nožovými hlavami a preťahovaním. [10]



Obr. 2.4 Kužeľové súkolie s priamymi zubami [2] [7]

2.2.2 KOLÁ SO ŠIKMÝMI ZUBAMI

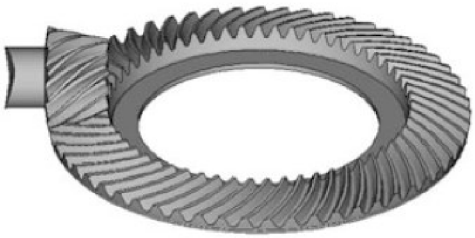
Pre kolá so šikmými zubami (Obr. 2.5) je riadiacou krivkou sústredná kružnica, ktorej sa dotýkajú bočné krivky zubov pri rozvinutí roztečného kužeľa ozubeného kola. Veniec kôl sa realizuje podľa tvaru I s nominálnymi hodnotami ozubenia na vonkajšej čelnej ploche. Kužeľovými kolami so šikmými zubami sa dosahujú o niečo lepšie vlastností ako u kôl s priamymi zubmi. Majú tichší chod a sú vhodné pre väčšie zaťaženia a rýchlosti. V dnešnej dobe sú už ale vo veľkej miere nahradzované kolami so zakrivenými zubami. [1] [7] [5]



Obr. 2.5 Kužeľové súkolie so šikmými zubami [2] [7]

2.2.3 KOLÁ SO ZAKRIVENÝMI ZUBAMI

U zakrivených zubov (Obr. 2.6) sa po riadiacej krivke odvaľuje priamka alebo krivka, ktorej bod vytvára bočnú krivku zubu. Kontakt medzi zakrivenými zubami kužeľového súkolia začína na jednom konci zubu a plynule postupuje k druhému koncu. Vďaka zakrivenej ploche boku zubu je vždy v zábere súčasne viac párov zubov, ktoré sa podieľajú na prenose energie a dochádza k menším zmenám tuhosti záberu. Výsledkom je plynulejší záber, značné zníženie vibrácií a hluku, možnosť prenosu väčších zaťažení a dlhšia životnosť. Nevýhodou je ale zložitejšia výroba. Kolá so zakrivenými zubmi sa obrábajú odvaľovacím frézovaním, pričom pre každý druh ozubenia je vyžadované použitie špeciálne určených nástrojov. [1] [11] [10]

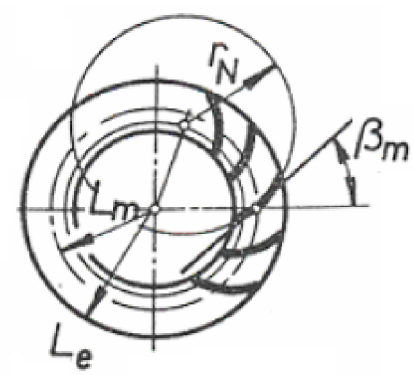


Obr. 2.6 Kužeľové súkolie so zakrivenými zubami [2]

Kolá so zakrivenými zubami sa podľa zmyslu zakrivenia zubov rozlišujú na kolá pravé a ľavé. Pri pohľade od vrcholu roztečného kužeľa sa zuby pravého kola stáčajú v smere hodinových ručičiek a kolá ľavého kola proti smeru hodinových ručičiek. Zuby spoluzaberajúcich kôl musia mať opačný smer zakrivenia. Kolá so zakrivenými zubami ďalej delíme podľa tvaru bočnej krivky zubu. [3] [2]

KOLÁ S KRUHOVÝMI ZUBAMI (METÓDA GLEASON)

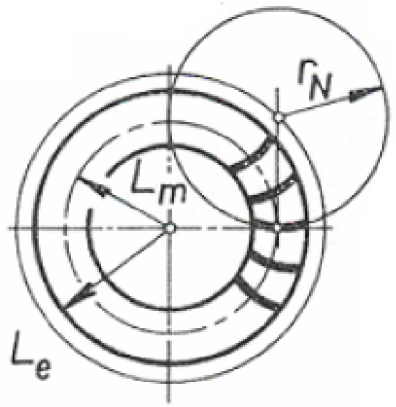
Kolo s kruhovo zakrivenými zubami typu Gleason je zobrazené v roztečnom reze pomyselného rovinného kola vrátane riadiacej krivky na Obr. 2.7. Riadiacimi krivkami zubov sú kružnice so stredmi na pomocnej kružnici. Uhol sklonu bočnej krivky zubu β_m sa volí v rozmedzí $30° - 45°$, najčastejšie $\beta_m = 35°$. Uhol profilu $\alpha_{mn} = 14{,}5°$, $17{,}5°$ alebo $20°$. Technologicky výhodný je tvar venca II, používa sa však aj tvar I pre menšie kolá a tvar III pre kolá s veľkým počtom zubov. Pre obrábanie ozubenia s kruhovo zakrivenými zubmi sa využíva metóda Gleason, ktorá je charakterizovaná ako odvaľovacie frézovanie deliacim spôsobom pomocou čelnej nožovej hlavy. [3] [10]



Obr. 2.7 Kruhové ozubenie Gleason [7]

KOLA S KRUHOVÝMI ZUBAMI (METÓDA GLEASON - ZEROL)

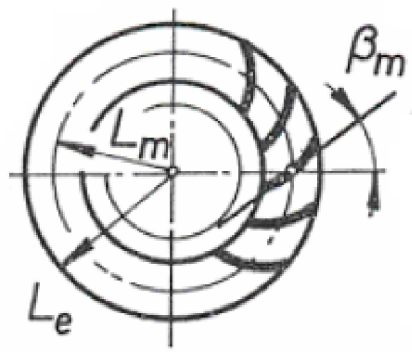
Zvláštnym prípadom kužeľových kôl s kruhovými zubami je ozubenie typu Zerol (obr. 2.8), ktoré je charakteristické uhlom sklonu $\beta_m = 0°$. Tento typ kombinuje niektoré výhody priamych zubov (malé axiálne sily) s výhodami zakrivených zubov (kľudnejší chod). Riadiacou krivkou je kružnica a boky zubov rovinného kola sú kužeľové plochy. [12]



Obr. 2.8 Kruhové ozubenie Gleason – Zerol [7]

KOLÁ S PALOIDNÝMI ZUBAMI (METÓDA KLINGELNBERG)

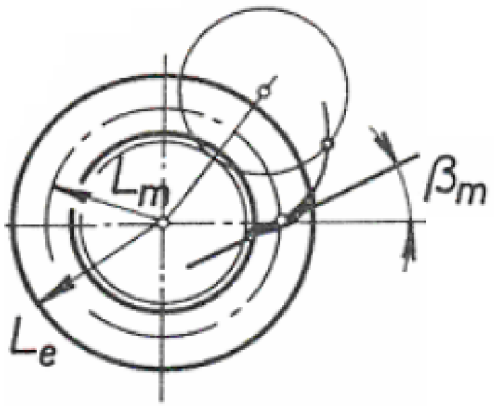
Paloidné ozubenie Klingelnberg (Obr. 2.9) má zuby zakrivené podľa predĺženej evolventy (paloidy). Typický je tvar venca III so zubami konštantnej výšky, kde je normalizovaný stredný normálový modul m_{mn}. Uhol profilu sa volí $\alpha_{mn} = 20°$ alebo 17,5° a uhol sklonu bočnej krivky sa volí v rozsahu $\beta_m = 30° - 38°$. Kužeľové kolá s paloidným ozubením sa u metódy Klingelnberg vyrábajú odvaľovacím frézovaním pomocou kužeľovej frézy, ktorá vytvára boky zubov obrábaného kola plynulým odvalom. [7] [10]



Obr. 2.9 Paloidné ozubenie Klingelnberg [7]

KOLÁ S ELOIDNÝMI ZUBAMI (METÓDA OERLIKON)

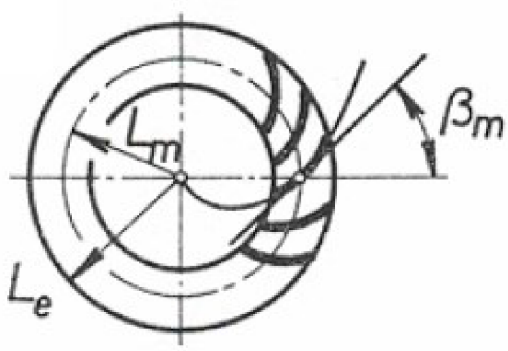
Riadiacou krivkou eloidného ozubenia (Obr. 2.10) je časť predĺženej epicykloidy. Využíva sa tvar venca III. Uhol profilu $\alpha_{mn} = 17{,}5°$ a uhol sklonu bočnej krivky sa volí v rozsahu $\beta_m = 30° - 50°$. Ozubenie sa vyrába odvaľovacím frézovaním plynulým odvalom pomocou čelnej nožovej hlavy. [7] [10]



Obr. 2.10 Eloidné ozubenie Oerlikon [7]

KOLÁ SO ŠPIRÁLOVÝMI ZUBMI

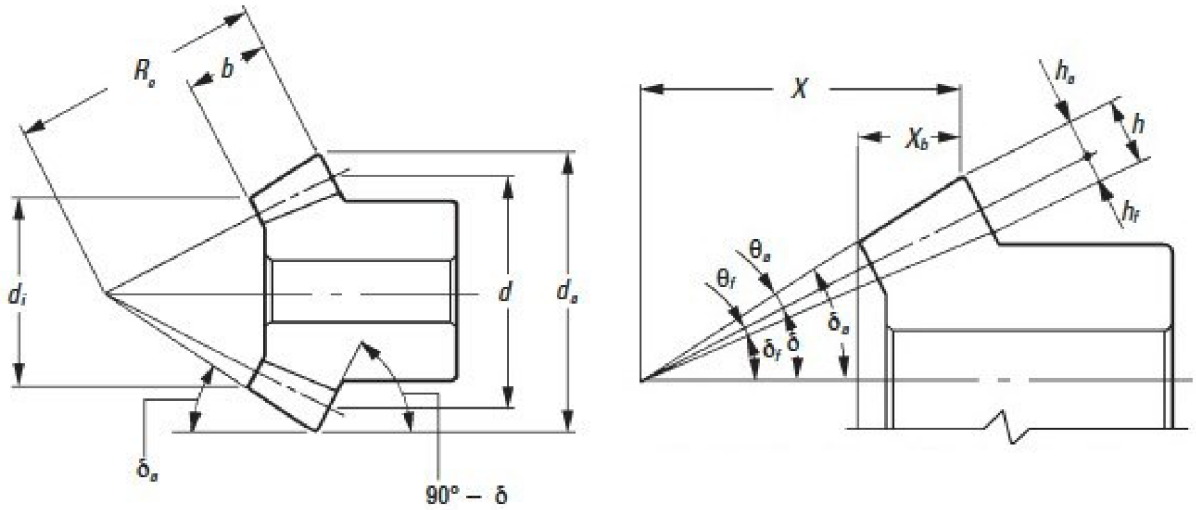
Pre kolá so špirálovými zubami (Obr. 2.11) je riadiacou krivkou špirála a to buď Archimedova alebo logaritmická. Ozubený veniec sa najčastejšie realizuje podľa tvaru I. s nominálnymi rozmermi ozubenia na vonkajšej čelnej ploche. [7]



Obr. 2.11 Špirálové ozubenie [7]

2.3 ZÁKLADNÉ ROZMERY KUŽEĽOVÉHO SÚKOLIA

Nižšie sú uvedené základné vzťahy pre rozmery spomenuté v úvode kapitoly 2 a pre ďalšie dôležité rozmery vyznačené na Obr. 2.12. Uvedené vzťahy platia pre súkolia s tvarom venca I s priamymi, šikmými alebo zakrivenými zubmi. Pre tento tvar venca sú nominálne hodnoty ozubenia na vonkajšej čelnej ploche. Určujúci je preto vonkajší čelný modul m_{et}, ktorý je normalizovaný. Geometrické rozmery a veličiny sú indexované podľa toho, či sa jedná o rozmer hnacieho kola (index 1) alebo rozmer hnaného kola (index 2). [7] [1] [13]



Obr. 2.12 Základné rozmery kužeľového súkolia [13]

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} \tag{1}$$

$$\delta_1 = \arctan\left(\frac{\sin \sum}{u + \cos \sum}\right) \tag{2}$$

$$\delta_2 = \sum - \delta_1, \tag{3}$$

pričom pre uhol osí hriadeľov $\sum = 90°$ platí:

$$\tan \delta_1 = \frac{1}{u};\ \tan \delta_2 = u \tag{4}$$

$$d_{e1,2} = z_{1,2} m_{et} \tag{5}$$

$$R_e = \frac{d_1}{2\sin \delta_1} = \frac{d_2}{2\sin \delta_2} \tag{6}$$

$$b \leq \frac{R_e}{3};\ b \leq 10 m_{et} \tag{7}$$

$$h_{ae1,2} = m_{et} \tag{8}$$

$$h_{fe1,2} = 1{,}25 m_{et} \tag{9}$$

$$\theta_{a1,2} = \arctan\left(\frac{h_{ae1,2}}{R_e}\right) \tag{10}$$

$$\theta_{f1,2} = \arctan\left(\frac{h_{f1,2}}{R_e}\right) \tag{11}$$

$$\delta_{a1,2} = \delta_{1,2} + \theta_{a1,2} \tag{12}$$

$$\delta_{f1,2} = \delta_{1,2} - \theta_{f1,2} \tag{13}$$

$$d_{ae1,2} = d_{1,2} + 2m_{et} \cos \delta_{1,2} \tag{14}$$

$$d_{ai1,2} = d_{ae1,2} - \frac{2b \cos \delta_{a1,2}}{\cos \theta_{a1,2}}, \tag{15}$$

$$X_{1,2} = R_e \cos \delta_{1,2} - h_{ae1,2} \sin \delta_{1,2}, \tag{16}$$

$$X_{b1,2} = \frac{b \cos \delta_{a1,2}}{\cos \theta_{a1,2}}, \tag{17}$$

kde u je prevodový pomer

z_1 je počet zubov hnacieho kola

z_2 je počet zubov hnaného kola

δ je uhol roztečného kužeľa

d_e je vonkajší roztečný priemer

m_{et} je vonkajší čelný modul

R_e je vonkajšia dĺžka površky roztečného kužeľa

b je šírka ozubenia

δ_a je uhol hlavového kužeľa

δ_f je uhol pätného kužeľa

h_{ae} je vonkajšia výška hlavy zubu nad roztečným kužeľom

h_{fe} je vonkajšia výška päty zubu pod roztečným kužeľom

θ_a je uhol hlavy zubu

θ_f je uhol päty zubu

d_{ae} je vonkajší hlavový priemer

d_{ai} je vnútorný hlavový priemer

X je výška hlavového kužeľa

$X_{b1,2}$ je osová šírka ozubenia

2.4 SILOVÉ POMERY

Pri zábere súkolia dochádza k prenosu krútiaceho momentu M_t z hnacieho kola na kolo hnané. V mieste styku zubov vzniká normálová sila F_N, ktorej pôsobište sa kladie do stredného priečneho rezu (v polovici šírky zubu) na površku roztečného kužeľa. Cieľom riešenia je rozklad výslednej sily F_N do troch navzájom kolmých zložiek, a to na zložku obvodovú F_t, zložku radiálnu F_r a zložku axiálnu F_a. Rozklad vektoru sily F_N je znázornený na Obr. 2.13 pre priame zuby a na Obr. 2.14 pre zuby zakrivené. [3] [7]

2.4.1 SILOVÉ POMERY PRE SÚKOLIA S PRIAMYMI ZUBAMI

Riešenie pre pastorok s priamymi zubami vychádza zo sklopeného normálového rezu *n-n*, kde sa vektor sily F_N rozloží na obvodovú zložku F_t a na zložku $F_N{}'$, ktorá sa vo východzej polohe ďalej rozkladá na zložky F_{r1} a F_{a1}. [3] [7]

$$F_t = \frac{2M_t}{d_{m1}} \tag{18}$$

$$F_N = \frac{F_t}{\cos\alpha} \tag{19}$$

$$F_N{}' = F_t \cdot \tan\alpha \tag{20}$$

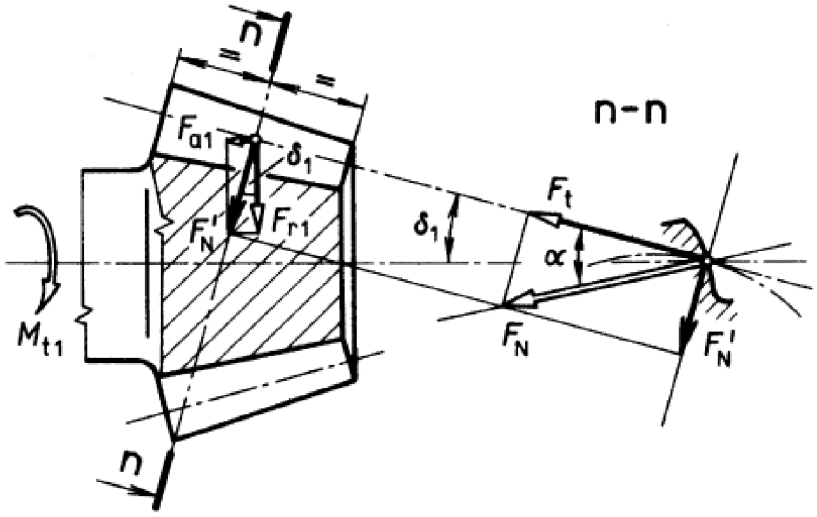
$$F_{r1} = F_N' \cdot \cos\delta_1 = F_t \cdot \tan\alpha \cdot \cos\delta_1 \tag{21}$$

$$F_{a1} = F_N' \cdot \sin\delta_1 = F_t \cdot \tan\alpha \cdot \sin\delta_1 \tag{22}$$

Ak sú osi spoluzaberajúcich kôl navzájom kolmé (Σ = 90°), tak silové pomery stačí vyriešiť len pre jeden člen (spravidla pastorok), pretože platí:

$$F_{a2} = F_{r1} \tag{23}$$

$$F_{r2} = F_{a1} \tag{24}$$



Obr. 2.13 Silové pomery na pastorku s priamymi zubami [3]

2.4.2 SILOVÉ POMERY PRE SÚKOLIA S NEPRIAMYMI ZUBAMI

U pastorku s nepriamymi zubami sa sila F_N rozkladá v sklopenom normálovom reze *n-n* na zložky $F_N{}'$ a $F_N{}''$. Sila $F_N{}'$ sa v reze *m-m* ďalej rozkladá na obvodovú silu F_{t1} a na silu Q. V osovom reze sa potom uplatňujú sily $F_N{}''$ a Q, ktoré je potrebné nahradiť zložkami v radiálnom a axiálnom smere. Výslednicami týchto zložiek sú sily F_{r1} a F_{a1}. Sila Q pôsobí smerom od vrcholu pri zábere zubov vydutým bokom a smerom k vrcholu pôsobí pri zábere zubov vypuklým bokom. Zmysel sily Q sa premieta aj do zmyslu jej zložiek, a tým aj

do znamienok vo vzťahoch pre F_{r1} a F_{a1}. Sila F_r (a jej zložky) sa všeobecne považuje za kladnú, pokiaľ pôsobí dostredivo. Sila F_a (a jej zložky) sa všeobecne považuje za kladnú, ak pôsobí od vrcholu kužeľa (ak vytláča kolo zo záberu). Na Obr. 2.14 sú obe sily kladné. [3] [7]

$$F_t = \frac{2M_t}{d_{m1}} \tag{25}$$

$$F_N{}' = \frac{F_t}{\cos\beta_m} \tag{26}$$

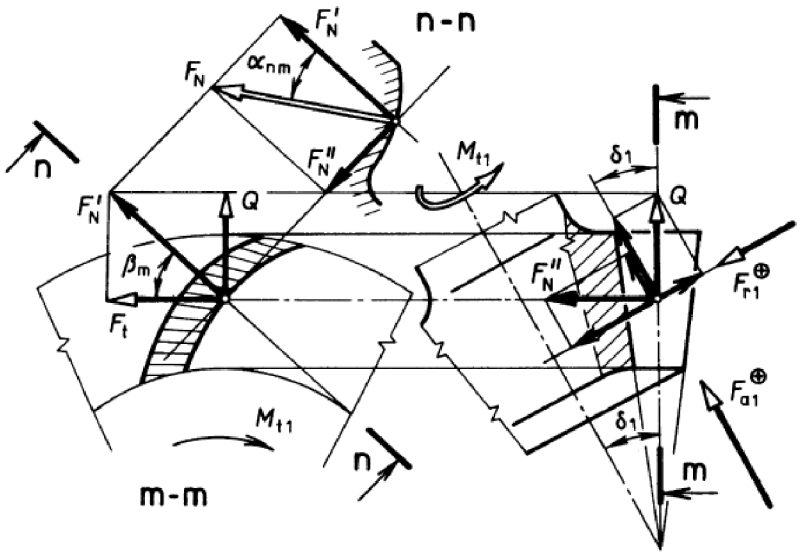
$$F_N = \frac{F_N{}'}{\cos\alpha_{nm}} = \frac{F_t}{\cos\beta_m \cdot \cos\alpha_{mn}} \tag{27}$$

$$F_N'' = F_N' \cdot \tan\alpha_{nm} = \frac{F_t}{\cos\beta_m} \cdot \tan\alpha_{mn} \tag{28}$$

$$Q = F_N' \cdot \sin\beta_m = F_t \cdot \tan\beta_m \tag{29}$$

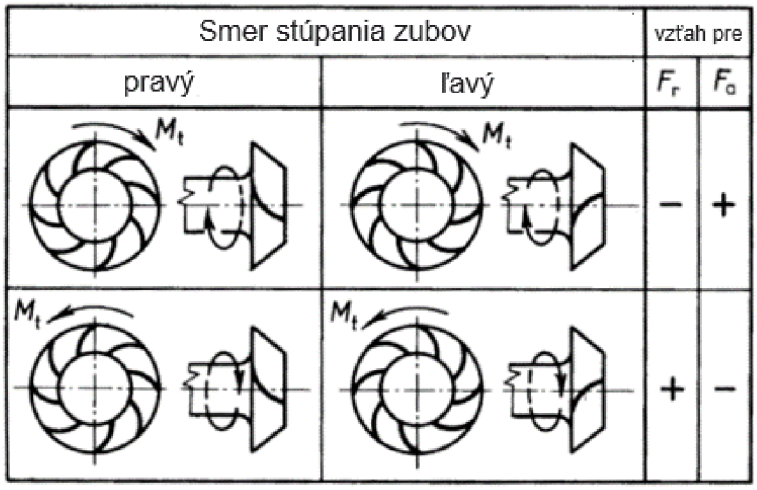
$$F_{r1} = F_N'' \cdot \cos\delta_1 \mp Q \cdot \sin\delta_1 = \frac{F_t}{\cos\beta_m} \cdot (\tan\alpha_{mn} \cdot \cos\delta_1 \mp \sin\beta_m \cdot \sin\delta_1) \tag{30}$$

$$F_{a1} = F_N'' \cdot \sin\delta_1 = \frac{F_t}{\cos\beta_m} \cdot (\tan\alpha_{mn} \cdot \sin\delta_1 \pm \sin\beta_m \cdot \cos\delta_1) \tag{31}$$



Obr. 2.14 Silové pomery na pastorku s nepriamymi zubami [3]

Znamienko v rovniciach pre F_{r1} a F_{a1} závisí na smere zakrivenia zubov a na zmysle momentu M_t. Toto znamienko ovplyvňuje zmysel síl F_{r1} a F_{a1} a možno ho jednoducho určiť podľa Obr. 2.15. [3]



Obr. 2.15 Zmysel radiálnej a axiálnej sily podľa zmyslu stúpania zubov [3]

Obdobné vzťahy platia aj pre kolo, nakoľko pri uhle ôs $\Sigma = 90°$ opäť platí:

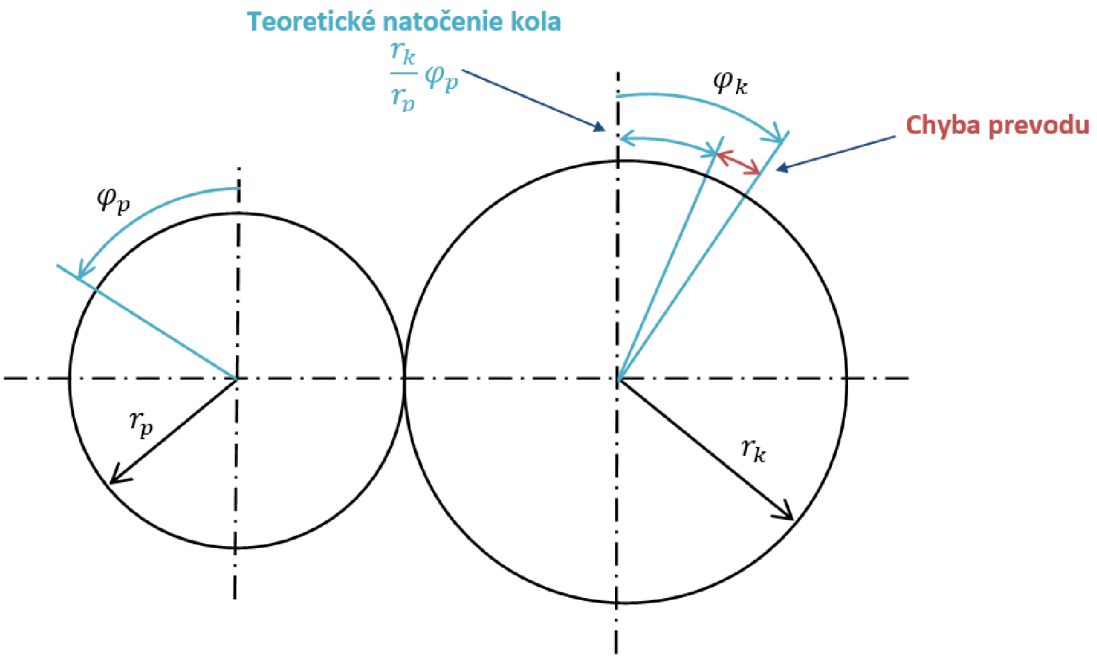
$$F_{a2} = F_{r1} \tag{32}$$

$$F_{r2} = F_{a1} \tag{33}$$

U súkolí so zakrivenými zubami je požadovaný otáčavý pohyb prevažne v jednom smere a smer zakrivenia zubov sa spravidla volí tak, aby zuby vstupovali do záberu svojimi silnejšími koncami, to znamená na vonkajšej čelnej ploche kôl, a aby bol u pastorku pracovným vydutý bok zubov. Axiálne sily majú v takom prípade snahu kolo aj pastorok zo záberu vytlačovať. Pri zmene smeru otáčania je pastorok nepriaznivo vťahovaný do kola. [7]

3 CHYBA PREVODU

Teoreticky by pre dve dokonale tuhé ozubené kolá bez geometrických nepresností bolo natočenie hnaného kola funkciou natočenia hnacieho kola. V skutočnosti ale vždy v dôsledku deformácií a výrobných nepresností vzniká chyba prenosu pohybu hnacieho ozubeného kola na hnané, nazývaná chyba prevodu. Chyba prevodu sa definuje ako rozdiel medzi skutočnou polohou hnaného kola a jeho teoretickou polohou (Obr. 3.1). [22]



Obr. 3.1 Chyba prevodu

Chybu prevodu možno vyjadriť v uhlových jednotkách ako rozdiel natočenia hnacieho a hnaného kola voči ose rotácie [23] [24]:

$$TE_{rad} = \varphi_k - \frac{r_k}{r_p}\varphi_p, \tag{34}$$

kde φ_p je uhol natočenia pastorku,

φ_k uhol natočenia kola,

r_p polomer roztečnej kružnice pastorku,

r_k polomer roztečnej kružnice kola

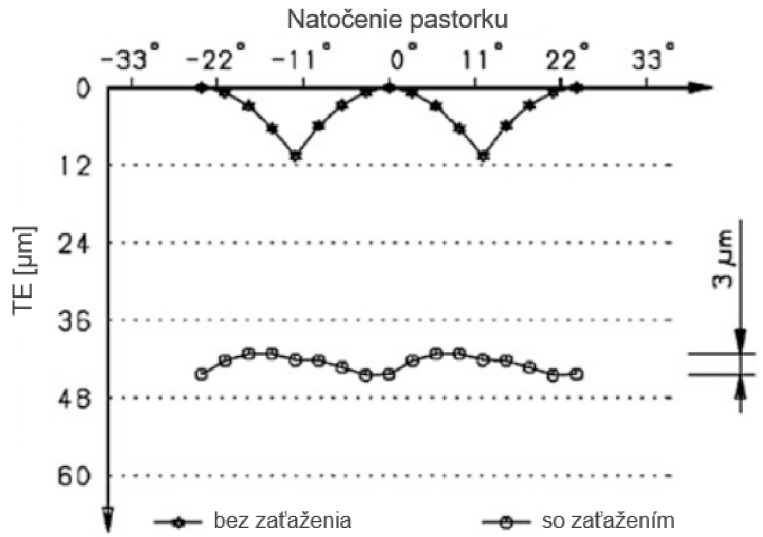
Druhou možnosťou je vyjadriť chybu prevodu v dĺžkových jednotkách ako lineárne posunutie na polomere roztečnej kružnice ozubeného kola [8]:

$$TE_{\mu m} = r_k\varphi_k - r_p\varphi_p = \left(\varphi_k - \frac{r_k}{r_p}\varphi_p\right) r_k. \tag{35}$$

Výhodou vyjadrenia chyby prevodu v dĺžkových jednotkách je možnosť porovnania kvality ozubených kôl nezávisle na ich rozmeroch (počte zubov, rozteči) [4]

Chyba prevodu úzko súvisí s hlukom a vibráciami generovanými ozubenými kolami. Vhodnou metódou pre vyhodnocovanie a porovnávanie chyby prevodu je určenie jej peak-to-peak hodnoty, ktorá je počítaná ako rozdiel maximálnej a minimálnej hodnoty chyby prevodu. Tento parameter pomocou jedného čísla popisuje vplyv všetkých deformácií a nepresností v ozubení a považuje sa preto za jeden z najvhodnejších parametrov, pomocou ktorého možno porovnávať očakávaný hluk a vibrácie generované súkolím. [24] [4]

Peak-to-peak hodnoty chyby prevodu sú pre dobre navrhnuté kolá najvyššie pre nízke zaťaženia a klesajú pod zaťažením. Pre minimalizáciu hluku je dôležité minimalizovať chybu prevodu v rozsahu provozného zaťaženia. Akceptovateľné hodnoty chyby prevodu nie sú pevne dané a závisia predovšetkým na konkrétnej aplikácií a požiadavkách zákazníka. J. D. Smith [4] ako orientačnú rozlišovaciu hranicu medzi vhodne a zle navrhnutým čelným ozubením uvádza hodnotu 10 μm. Za kvalitné sa považujú kolá s peak-to-peak hodnotou chyby prevodu menej ako 5 μm, pričom pre kužeľové kolá s nepriamymi zubami by sa táto hodnota mala pohybovať ešte nižšie. na Obr. 3.2 je zobrazený typický priebeh chyby prevodu v závislosti na natočení pastorku meraný pre kužeľové ozubené kolá bez zaťaženia a pod zaťažením. [2] [25] [4]



Obr. 3.2 Typický priebeh chyby prevodu [1]

Mnoho vedeckých prác sa zaoberá predpovedaním chyby prevodu už počas návrhu ozubenia pomocou teoretických a výpočtových nástrojov a spôsobmi jej minimalizácie. Simuláciu záberu ozubenia pomocou MKP systému pre určenie chyby prevodu a optimalizáciu návrhu využíva [23] a [28]. Ďalší autori sa zaoberajú experimentálnym meraním chyby prevodu, medzi nimi napríklad J. D. Smith[4], M. Hendriksson [24] a J. Tůma [8]. Spomínané práce sa venujú predovšetkým chybe prevodu pre čelné ozubené kolá. Menej autorov sa ale zaoberá chybou prevodu pre kužeľové súkolia. Medzi pár dostupných zdrojov patrí [27], kde autori využívajú pre stanovenie chyby prevodu kužeľových kôl podrobný MKP model a [26], kde sú výsledky MKP analýz porovnávané s experimentálnym meraním. Klingelnberg [2] porovnáva vplyvy zmien makro a mikrogeometrie kužeľových súkolí na chybu prevodu.

3.1 STATICKÁ A DYNAMICKÁ CHYBA PREVODU

Na základe provozných podmienok možno rozlíšiť dva hlavné typy chyby prevodu, ktorými je statická chyba prevodu a dynamická chyba prevodu.

Statická chyba prevodu je chyba prevodu spôsobená elastickými deformáciami zubov v kontakte v dôsledku zaťaženia, striedaním počtu zubov v zábere a výrobnými nepresnosťami. Statická chyba prevodu zahŕňa tuhosť všetkých súčastí a meria sa pri dostatočne nízkych otáčkach, aby sa redukoval vplyv dynamických účinkov. [20] [21]

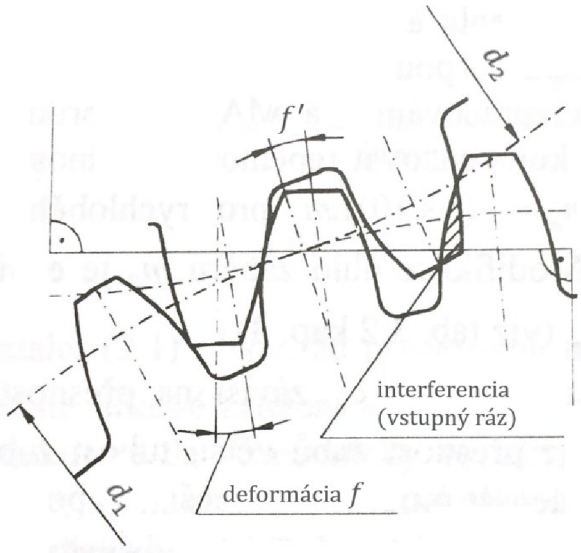
Dynamická chyba prevodu zohľadňuje provozné zaťaženie aj otáčky. Preto sa okrem účinku premenlivej tuhosti zubov berú do úvahy aj zotrvačné účinky. Superponuje sa na statickú chybu prevodu. [20] [21]

3.2 MODIFIKÁCIA TVARU ZUBOV

Jednou z možností redukcie chyby prevodu je dosiahnutie správneho kontaktu modifikáciou tvaru zubov. Jedná sa o úmyselne vytvorené odchýlky od teoretického tvaru zubu, ktoré kompenzujú nepriaznivé účinky na záber ozubených kôl. Správna modifikácia zubov môže výrazne minimalizovať vibrácie a hluk generovaný počas provozu ozubeného kola a dokáže predĺžiť jeho životnosť. Medzi najpoužívanejšie typy modifikácií patrí výšková a pozdĺžna modifikácia zubov. [6]

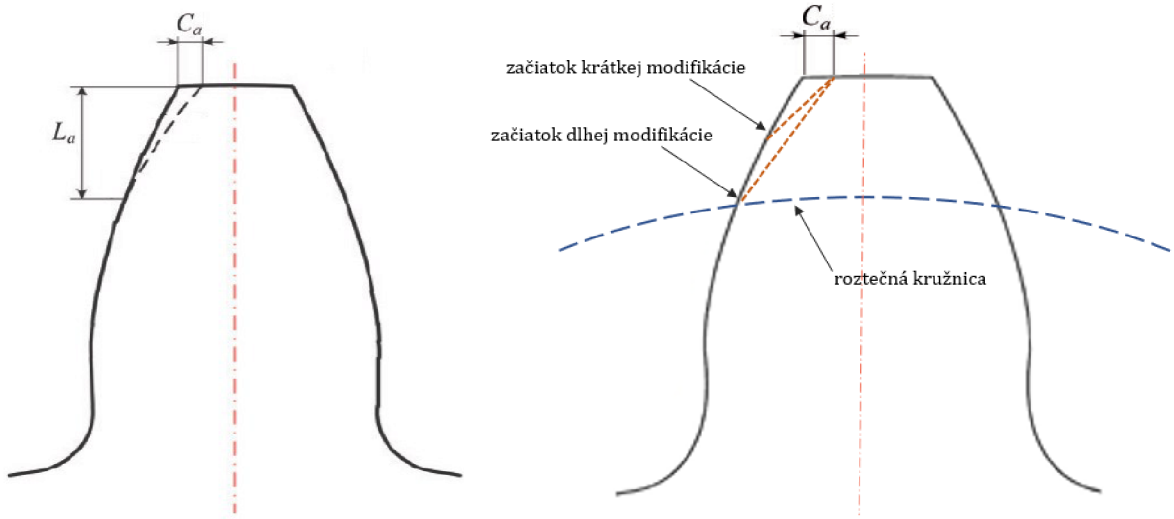
3.2.1 PRIEČNA MODIFIKÁCIA TVARU ZUBU

Priečna (výšková) modifikácia predstavuje modifikáciu evolventy. Veľká tuhosť zubu a zmena tuhosti počas záberu je hlavným dôvodom pre realizáciu výškovej modifikácie. Zaťažené zuby sa počas záberu deformujú a pri vstupe nezaťaženého zubu do záberu dochádza k interferencií zubov a vstupnému rázu (Obr. 3.3). Tento efekt, ku ktorému môžu prispieť aj výrobné nepresnosti je možné eliminovať pomocou výškovej modifikácie. To môže byť dosiahnuté odľahčením hlavy, prípadne päty zubu. Jednou z možností je odľahčiť hlavu aj pätu zubu iba na pastorku, vďaka čomu nemusí byť modifikované protikolo. Druhou možnosťou je modifikácia hlavy zubu na kole aj pastorku. V tomto prípadne nemusí byť odľahčená päta. [4] [6]



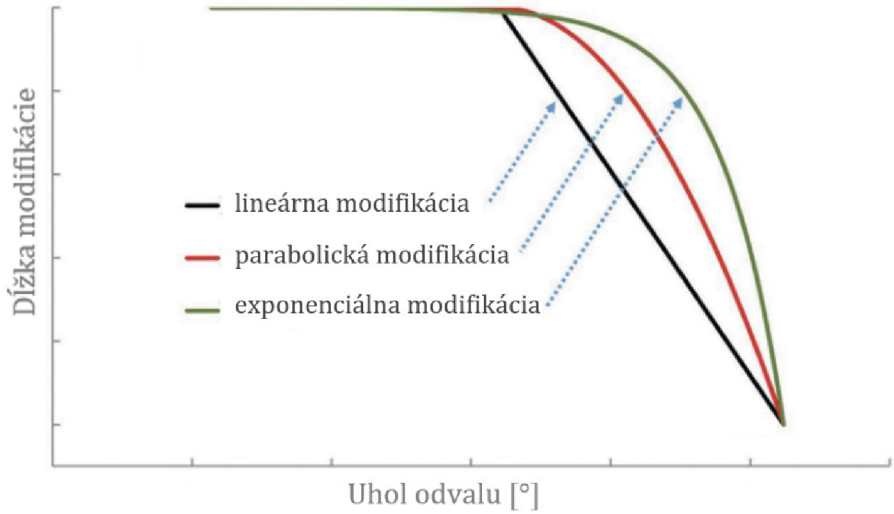
Obr. 3.3 Deformácia a vstupný ráz zaťaženého ozubenia [6]

Modifikácia je určená dvoma hlavnými parametrami – veľkosťou výškovej modifikácie C_a a dĺžkou modifikácie L_a (Obr. 3.4). Podľa dĺžky modifikácie sa rozlišuje dlhá a krátka výšková modifikácia. Dlhá modifikácia začína v oblasti roztečného priemeru a krátka v polovici výšky hlavy zubu. Veľkosť modifikácie C_a závisí na tuhosti zubov, zaťažení a presnosti a je dimenzovaná tak, aby bol čo najviac kompenzovaný ohyb zubov a do istej miery aj výrobné nepresnosti. [15] [6] Viaceré zdroje ([4], [15], [16], [18]) sa zhodujú v tom, že vhodne dimenzovaná modifikácia má výrazný vplyv na peak-to-peak hodnotu chyby prevodu.



Obr. 3.4 Výšková modifikácia – odľahčenie hlavy zubu [14]

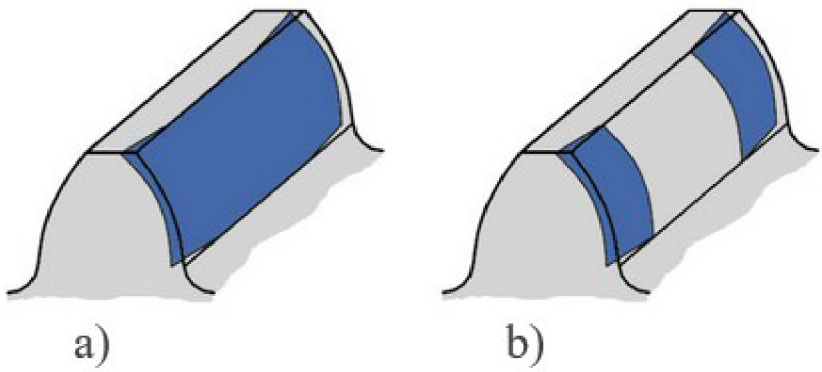
Menej známy je vplyv tvaru krivky výškovej modifikácie. V literatúre [16], [17], [15], [18] sa objavujú tri hlavné typy výškovej modifikácie, ktoré sú naznačené na Obr. 3.5. Najjednoduchšou formou je lineárna modifikácia. Ďalšou variantou je odľahčenie evolventy v tvare paraboly, ktorá je k evolvente tangentná (nulový sklon na začiatku modifikácie) a na rozdiel od lineárnej modifikácie tu nedochádza k náhlej zmene uhlu záberu na začiatku modifikácie. Treťou možnosťou je exponenciálna modifikácia, ktorá má nulový sklon na konci modifikácie.



Obr. 3.5 Rôzne tvary výškovej modifikácie [18]

3.2.2 POZDĹŽNA MODIFIKÁCIA TVARU ZUBU

Pozdĺžna modifikácia predstavuje modifikáciu bočnej krivky zubu a eliminuje výrobné odchýlky sklonu zubov a deformácie hriadeľov, telies kôl, ložísk a skríň pri veľkých zmenách zaťaženia. na Obr. 3.6 sú naznačené základné tvary pozdĺžnej modifikácie. na Obr. 3.6*a* je spojitá modifikácia vytvorená pomocou reliéfu založenom na kruhovom oblúku, ktorý je dotyčnicou k stredu šírky zubu. Tento tvar modifikácie sa využíva hlavne pre úzke kolá so šikmými zubami. U širších kôl sa využíva odľahčenie koncov bočnej čiary, kedy sa modifikujú iba krajné časti šírky zubu v stanovenej dĺžke a obvykle symetricky, tak ako je naznačené na Obr. 3.6*b*. [19]



Obr. 3.6 Pozdĺžna modifikácia [19]

4 TVORBA MODELU GEOMETRIE KUŽEĽOVÉHO SÚKOLIA

Pre tvorbu 3D modelu a ďalšie výpočty bolo zvolené kužeľové súkolie so špirálovými zubami a tvarom venca I. so spoločným vrcholom pätného, hlavového a roztečného kužeľa. Model kužeľového súkolia bol vytvorený parametricky v CAD programe Creo Parametric tak, aby bolo možné čo najjednoduchšie vygenerovať súkolie nových rozmerov. V modeli je možné meniť základné vstupné parametre (počet zubov, modul, uhol záberu, šírka ozubenia) a na základe definovaných vzťahov vychádzajúcich z rovníc v časti 2.3 a väzieb je automaticky vytvorené kolo nových rozmerov.

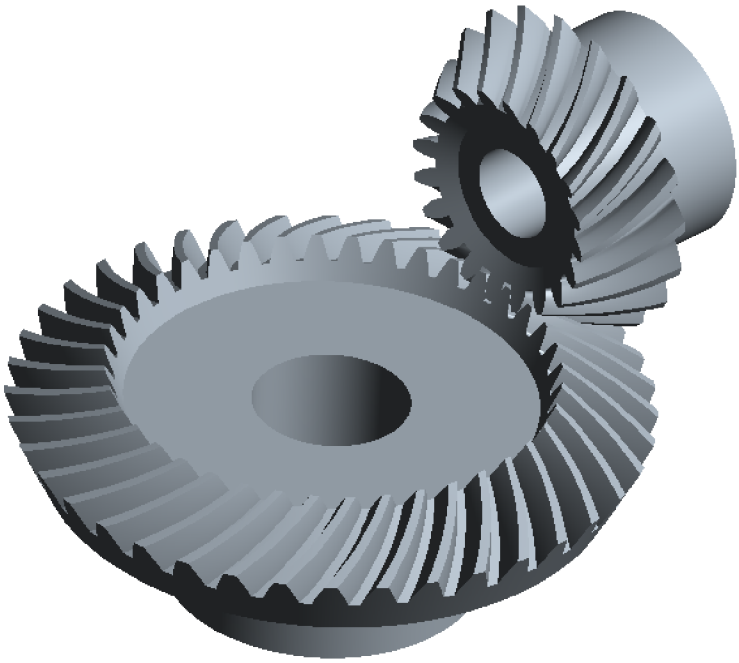
4.1 MODELOVANIE ZUBU

Bočnú krivku zubu tvorí Archimedova špirála vytvorená pomocou rovníc v cylindrických súradniciach a vychádzajúca z vrcholu roztečného kužeľa. Výška zubu je na vonkajšej aj vnútornej površke roztečného kužeľa určená pomocou pätnej a hlavovej kružnice. Rovnice, ktorými sa riadia rozmery týchto kružníc vychádzajú zo vzťahov pre výšku hlavy a päty zubu a geometrických vzťahov podľa Obr. 2.1. Evolventný profil zubu je zostrojený pomocou parametrických rovníc v cylindrickom súradnicovom systéme, pričom počiatok evolventy určuje základná kružnica.

Povrch zubu bol vytvorený vysunutím vonkajšieho profilu k vnútornému profilu zubu pozdĺž bočnej krivky a následne okopírovaný okolo osi kola po jeho obvode.

4.2 ZOSTAVA

Výslednú zostavu (Obr. 4.1) tvorí kužeľové kolo s pravotočivými zubami a pastorok s ľavotočivými zubami, pričom majú spoločný modul, uhol záberu a šírku ozubenia. Líšia sa len počtom zubov, ktoré vyhovujú požadovanému prevodovému pomeru a smerom ich zakrivenia.



Obr. 4.1 Výsledný model kužeľového súkolia

Vzájomná poloha kola a pastorku je určená spoločným vrcholom roztečných kužeľov, navzájom kolmými osami týchto kužeľov a natočením kôl do polohy, pri ktorej dochádza k dotyku zubov. Aby bolo možné meniť východziu polohu natočenia kôl, bolo v programe Creo Parametric medzi kolami vytvorené kinematické spojenie špeciálne určené pre prenos rotačného pohybu v ozubenom súkolí. Pre všetky nasledujúce výpočty bolo využívané súkolie, ktorého parametre sú uvedené v Tab. 1.

Tab. 1 Parametre kužeľového súkolia

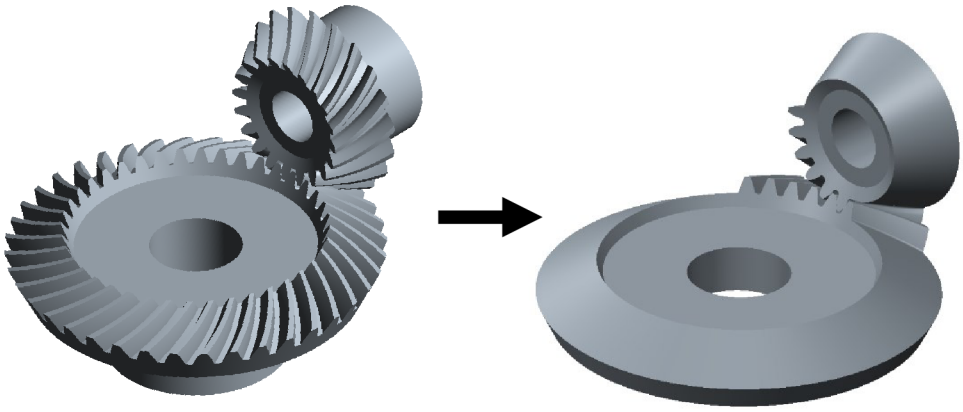
	Pastorok	Ozubené kolo
Počet zubov [-]	20	40
Modul [mm]	3	
Uhol záberu [°]	20	
Stredný roztečný priemer [mm]	60	120
Uhol roztečného kužeľa [°]	63,43	26,57
Uhol hlavového kužeľa [°]	65,59	30,49
Uhol pätného kužeľa [°]	59,51	24,41
Šírka ozubenia [mm]	20	
Uhol medzi osami [°]	90	
Prevodový pomer[-]	2	

5 TVORBA VÝPOČTOVÉHO MODELU

Za účelom stanovenia chyby prevodu bol vytvorený výpočtový model v softwari Ansys Workbench. Dôraz bol kladený predovšetkým na vhodné nastavenie hustoty siete pri diskretizácií modelu, vhodné nastavenie kontaktov, nakoľko záber ozubených kôl tvoril kontaktnú úlohu a nastavenie okrajových podmienok. Pre dodatočnú úpravu geometrie bolo využité prostredie SpaceClaim.

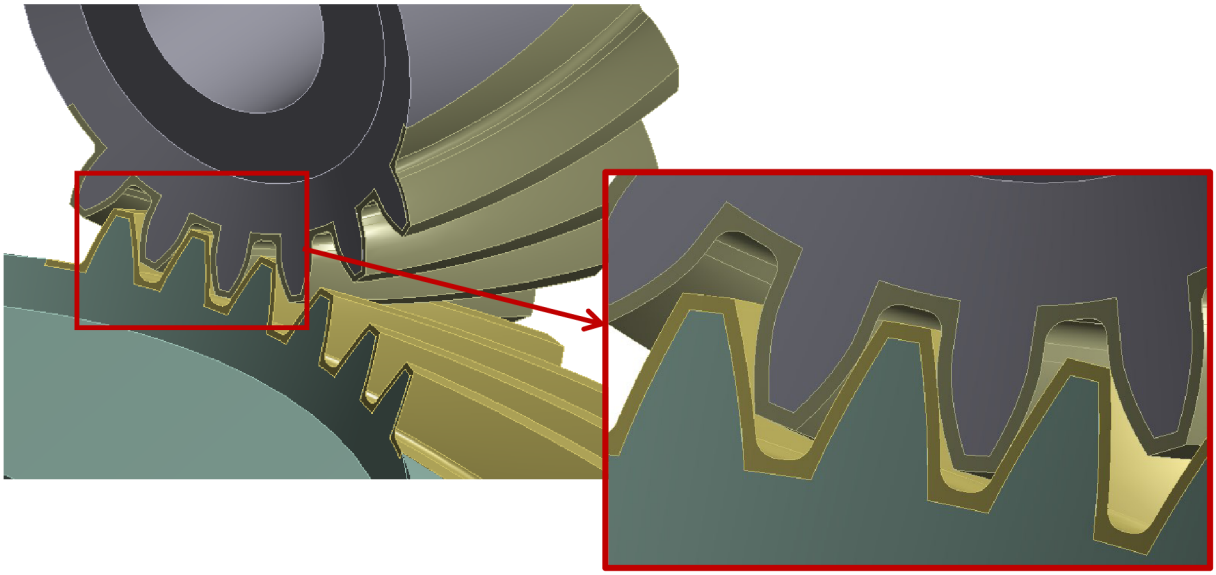
5.1 ÚPRAVA GEOMETRIE

Pre zjednodušenie modelu boli odstránené časti súkolia so zanedbateľným vplyvom na tuhosť ozubenia ako sú náboje pre hriadele a z dôvodu zníženia výpočtového času bola spravená citlivostná štúdia zameraná na počet zubov súkolia nutných pre výpočet pri zachovaní dostatočnej tuhosti ozubenia. Odstránením zvyšných zubov z kola aj pastorku bolo znížené množstvo elementov použitých pri diskretizácií modelu.



Obr. 5.1 Zjednodušenie geometrie kužeľového súkolia

Pre potreby vhodnej diskretizácie súkolia bola vonkajšia vrstva časti ozubených vencov kola a pastorku prechádzajúca záberom oddelená v softwari SpaceClaim od zvyšku kola (Obr. 5.2) pomocou plôch predvytvorených v programe Creo Parametric.



Obr. 5.2 Úprava geometrie pre potreby diskretizácie modelu

5.2 MATERIÁLOVÉ CHARAKTERISTIKY

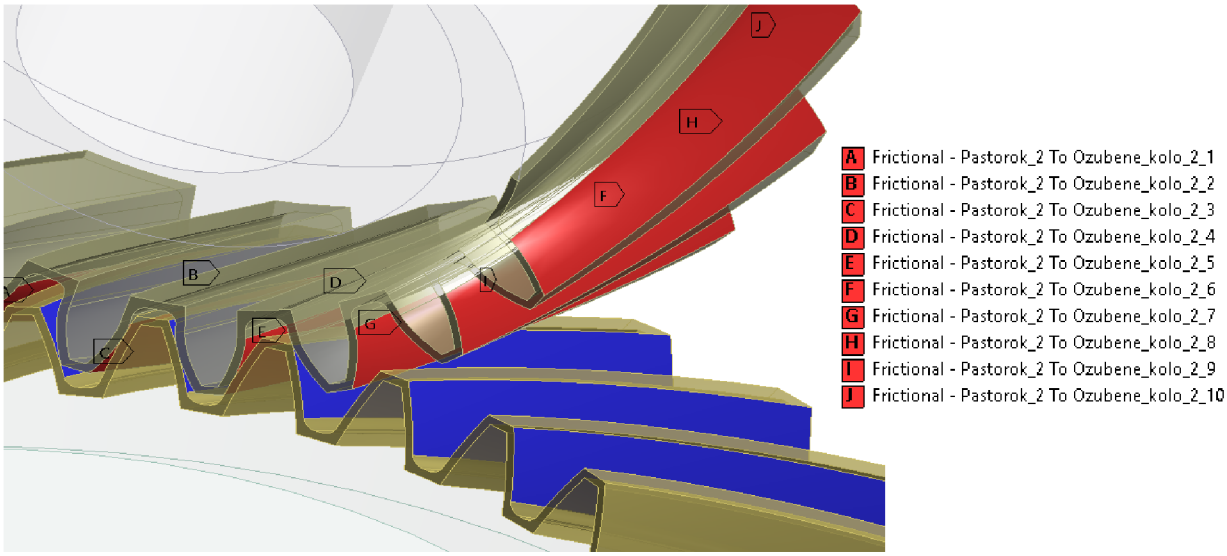
Pre výpočet je nutné zvoliť materiál ozubených kôl. Pre výrobu kužeľových súkolí je najčastejšie využívaná oceľ, ale pre niektoré aplikácie sa využívajú aj menej časté materiály ako je šedá liatina, farebné kovy, kompozity alebo plasty. Pre účely tejto práce bola zvolená oceľ s materiálovými charakteristikami uvedenými v Tab. 2.

Tab. 2 Materiálové vlastnosti ocele

Hustota [kg·m^3]	7850
Youngov modul pružnosti [MPa]	$2{,}1 \cdot 10^5$
Poissonova konštanta [-]	0,3
Medz pevnosti v ťahu a tlaku [MPa]	250

5.3 KONTAKTY

Východzia poloha súkolia bola nastavená tak, aby sa sledovaný pár zubov nachádzal tesne pred vstupom do záberu. Kontaktné plochy tvoria evolventné boky zubov, pričom každý pár spoluzaberajúcich bokov zubov je definovaný ako samostatná kontaktná dvojica (Obr. 5.3). Ako kontaktný algoritmus bola použitá rozšírená LaGrangeova metóda, pri ktorej je nutné definovať veľkosť povolenej penetrácie a normálovú kontaktnú tuhosť. S rastúcou veľkosťou povolenej penetrácie sa zvyšuje rýchlosť výpočtu, ale klesá jeho presnosť. Veľkosť penetrácie závisí na normálovej tuhosti a preto bola kontaktná tuhosť nastavená tak, aby v kontakte nebola príliš veľká penetrácia a zároveň úloha stále dobre konvergovala. Kontakty boli nastavené ako trecie s definovaným súčiniteľom trenia, ktorého hodnota medzi oceľovými povrchmi je 0,1.

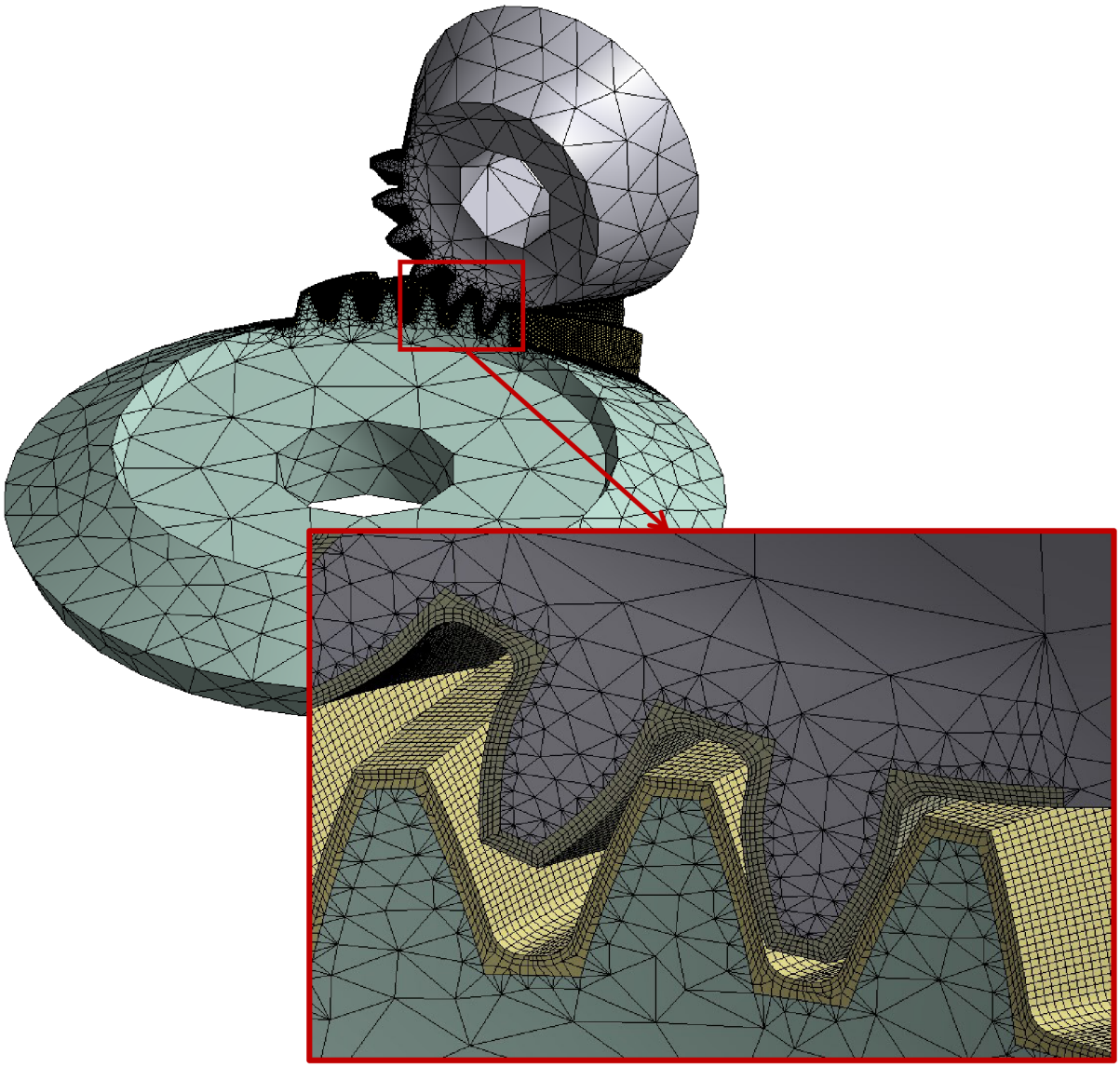


Obr. 5.3 Kontaktné dvojice

5.4 DISKRETIZOVANÝ MODEL

Nakoľko je na bočných plochách zubov definovaný kontakt, má kvalita siete v tejto oblasti významný vplyv na presnosť výsledkov a je tu potrebné generovať jemnú a čo najpravidelnejšiu sieť. Z tohto dôvodu bola vonkajšia vrstva časti ozubených vencov kola a pastorku prechádzajúca záberom oddelená v softwari *SpaceClaim* od zvyšku kola a diskretizovaná pomocou pravidelne rozložených šesťhranných prvkov (hexaedrov). Pre vhodné vyšetrenie miest s vysokou koncentráciou napätia bol v tejto časti kola a pastorku definovaný počet vrstiev postupne narastajúcich smerom od povrchu zubov a s definovanou výškou prvej vrstvy.

Zvyšná časť kola a pastorku bola vysieťovaná pomocou štvorstenov, ktorých veľkosť postupne narastá smerom do stredu kola, nakoľko veľkosť elementov v tejto oblasti nemá významný vplyv na výsledky.



Obr. 5.4 Diskretizovaný modelu kužeľového súkolia

5.4.1 CITLIVOSTNÁ ANALÝZA HUSTOTY SIETE

Hustota vytvorenej konečnoprvkovej siete ovplyvňuje predovšetkým presnosť riešenia a výpočtový čas. Najefektívnejšie je zvoliť takú veľkosť prvkov, s ktorou sú dosiahnuté dostatočne presné výsledky v pomere k výpočtovému času. Z tohto dôvodu bola spravená citlivostná analýza hustoty siete diskretizácie, v ktorej bol porovnávaný vplyv troch rôznych kombinácií veľkosti prvkov na zuboch pastorku a kola na náročnosť výpočtu a na veľkosť redukovaného napätia na päte zubu pri záťažnom momente 300 Nm. Náročnosť a presnosť výpočtu pre jednotlivé kombinácie veľkosti prvkov na zuboch kola a pastorku je porovnávaná v Tab. 3.

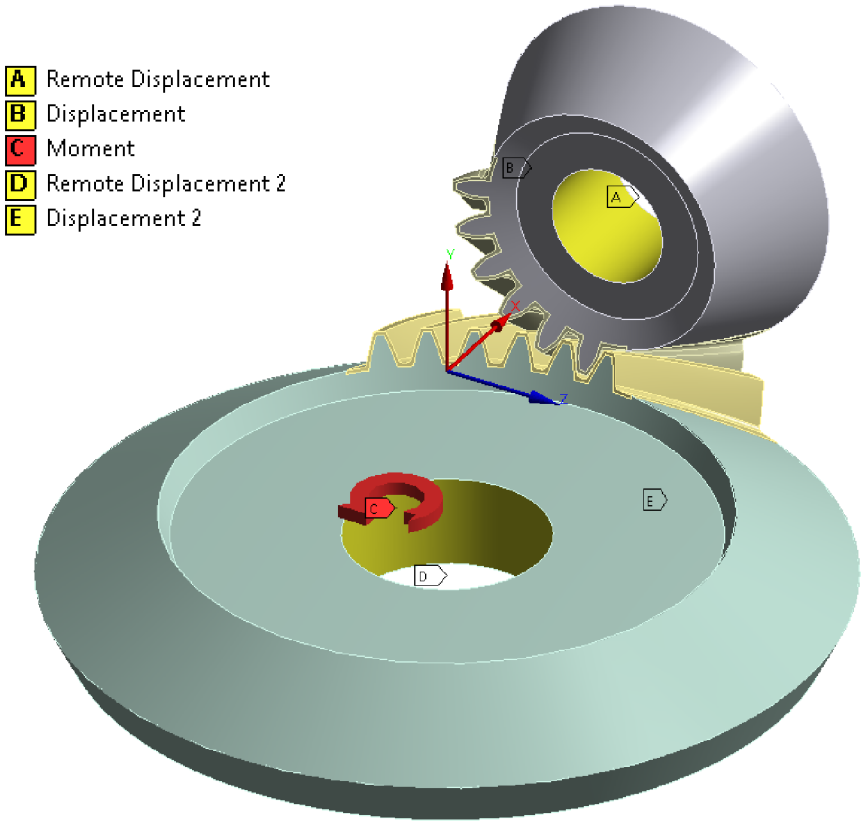
Tab. 3 Porovnanie výpočtu podľa veľkosti elementov na zuboch súkolia

Veľkosť elementov na zuboch pastorku [mm]	Veľkosť elementov na zuboch kola [mm]	Počet uzlov	Počet elementov	Redukované napätie σ_{HMH} [MPa]	Výpočtový čas [hod]
0,22	0,25	643 717	1 145 174	86,14	238
0,25	0,28	486 177	871 196	85,30	86,5
0,28	0,30	403 142	728 113	85,27	46,5

Na základe porovnania v Tab. 3 možno usúdiť, že varianta s najjemnejšou sieťou (0,22/0,25 mm) nie je vhodná vzhľadom k príliš dlhému výpočtovému času. Z porovnania v Tab. 3. je ďalej zrejmé, že so zväčšením prvkov na kole aj pastorku o 0,3 mm sa čas výpočtu podstatne skrátil, pričom porovnávaná hodnota redukovaného napätia sa zmenila len o 0,8 MPa. Napriek tomu, že varianta s veľkosťami prvkov 0,28/0,3 mm vykazovala nižšiu výpočtovú náročnosť, varianta s veľkosťou prvkov 0,25/0,28 mm bola vhodnejšia z dôvodu lepšieho zachytenia rozloženia kontaktného tlaku v oblasti kontaktu zubov a hladšieho priebehu chyby prevodu (kapitola 6.1). Na základe tohto porovnania je pre ďalšie výpočty využívaná sieť s veľkosťou prvkov 0,25 mm na zuboch pastorku a 0,28 mm na zuboch kola.

5.5 OKRAJOVÉ PODMIENKY

Pre správny priebeh simulácie záberu zubov je dôležité vhodne nastaviť okrajové podmienky (Obr. 5.5). Ozubené kolo je zaťažované momentom, pričom v prvom kroku je aplikovaná len časť zaťažovacieho momentu a v ďalších krokoch sa kolo zaťaží plným momentom. Kolu aj pastorku je umožnené otáčanie okolo osí roztečných kužeľov, pričom otáčanie pastorku bolo nastavené tak, aby sa otočil vždy o 1° počas jedného kroku, až kým sledovaný zub neprejde celým záberom. Zvyšné stupne voľnosti sú odobrané zamedzením axiálneho posuvu kola a pastorku na vonkajších čelných plochách.



Obr. 5.5 Nastavenie okrajových podmienok

5.6 NASTAVENIE ANALÝZY

Analýza bola rozdelená na jednotlivé kroky, práve aby bolo možné v prvom kroku postupne predopnúť kolo zaťažovacím momentom a v každom ďalšom kroku, ktorý odpovedal jednej sekunde, natočiť pastorok o 1°. Bolo použitých toľko krokov, aby sledovaný pár zubov prešiel celým svojim záberom. Vďaka tomu bolo možné získať dostatočný počet bodov pre vytvorenie priebehu chyby prevodu počas celého záberu jedného páru zubov.

5.7 MERANIE CHYBY PREVODU

Pre výpočet chyby prevodu podľa vzťahu (35) v kapitole 3 je nutné zistiť uhly natočenia pastorku a kola. V programe Ansys Workbench nie je možnosť pre priame meranie natočenia geometrie, preto boli do stredov kôl umiestnené vzdialené body (remote points) virtuálne prepojené s plochami dier pre hriadele. Čísla uzlov vytvorených bodov boli uložené do premenných pre jednoduchšiu identifikáciu v postprocesore.

Pre zaznamenanie uhlov natočenia pastorku a kola v každom kroku simulácie bol v postprcesore vytvorený príkazový APDL objekt. V ňom boli vytvorené polia, do ktorých boli pomocou cyklu zaznamenávané hodnoty natočenia vytvorených bodov v jednotlivých krokoch. Výsledky boli exportované do textového súboru a následne spracované v programe Microsoft Excel, kde bola pomocou vzťahu (35) dopočítaná chyba prevodu a vykreslený jej priebeh.

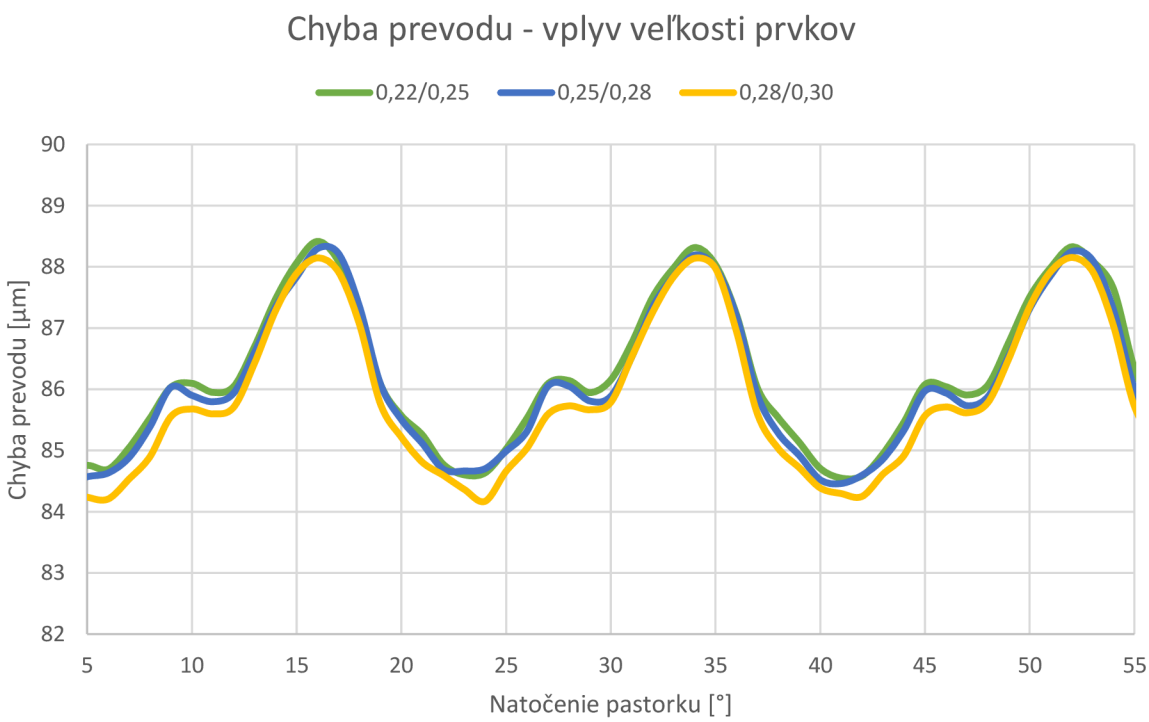
6 PREZENTÁCIA VÝSLEDKOV

Jednotlivé analýzy boli zamerané na stanovenie a porovnanie veľkosti chyby prevodu navrhnutého kužeľového súkolia so zakrivenými zubami pri zmene rôznych ovplyvňujúcich faktorov. Najprv bol zisťovaný vplyv hustoty diskretizácie na chybu prevodu. Následne bol skúmaný vplyv záťažného momentu na chybu prevodu a vplyv veľkosti výškovej modifikácie za účelom minimalizácie chyby prevodu. Posledné meranie bolo zamerané na zistenie vplyvu zmeny tvaru výškovej modifikácie. Chyba prevodu bola vyhodnocovaná pomocou hodnoty peak-to-peak, ktorá bola vysvetlená v kapitole 3.

6.1 VPLYV VEĽKOSTI PRVKOV SIETE NA CHYBU PREVODU

V kapitole 5.4.1 bolo na základe citlivostnej analýzy hustoty siete vyvodené rozhodnutie použiť pre všetky nasledujúce výpočty veľkosť prvkov 0,25 mm na zuboch pastorku a 0,28 mm na zuboch kola. Okrem dĺžky výpočtového času a veľkosti redukovaného napätia bolo vhodné zohľadniť aj vplyv veľkosti prvkov konečnoprvkovej siete na priebeh chyby prevodu.

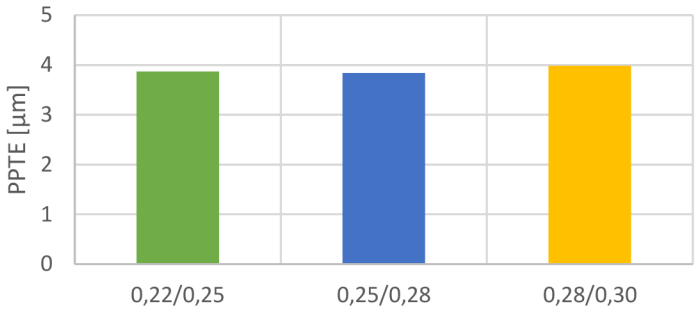
Na Grafe 1 môžeme pozorovať priebeh a porovnanie chyby prevodu pre rôzne kombinácie veľkosti prvkov na zuboch kola a pastorku z citlivostnej analýzy hustoty siete pri veľkosti záťažného momentu 300 Nm. Z Grafu 1 je zrejmé, že pri použití jemnejšej siete je priebeh chyby prevodu vyhladenejší a pravidelnejší ako pre sieť s veľkosťou prvkov 0,28/0,30 mm. V Tab. 4 sú vyhodnotené peak-to-peak hodnoty chyby prevodu pre jednotlivé kombinácie veľkosti prvkov. Tieto hodnoty sú graficky porovnávané v Grafe 2 a je z neho zrejmé, že pre jednotlivé kombinácie veľkosti prvkov sa výrazne nelíšili.



Graf 1 Vplyv veľkosti prvkov na chybu prevodu

Tab. 4 Peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na veľkosti prvkov siete

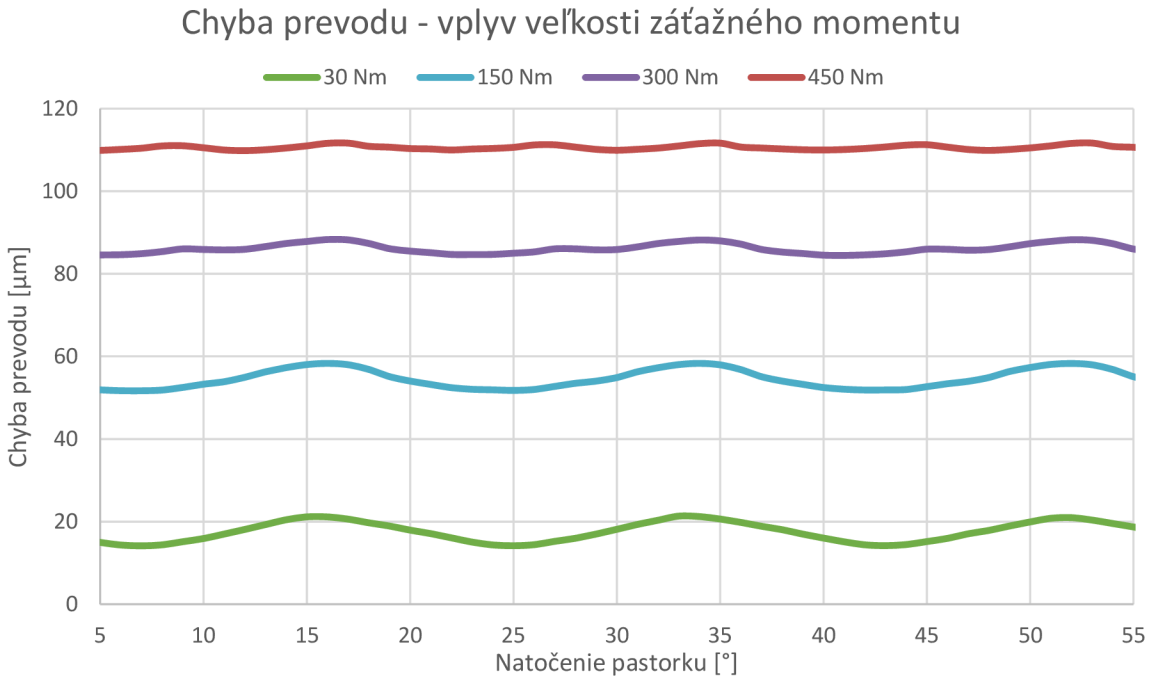
Veľkosť prvkov na zuboch pastorku/kola [mm]	0,22/0,25	0,25/0,28	0,28/0,30
Peak-to-peak hodnota chyby prevodu [µm]	3,8673	3,8384	3,9834



Graf 2 Veľkosť peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na veľkosti prvkov siete

6.2 VPLYV ZÁŤAŽNÉHO MOMENTU NA CHYBU PREVODU

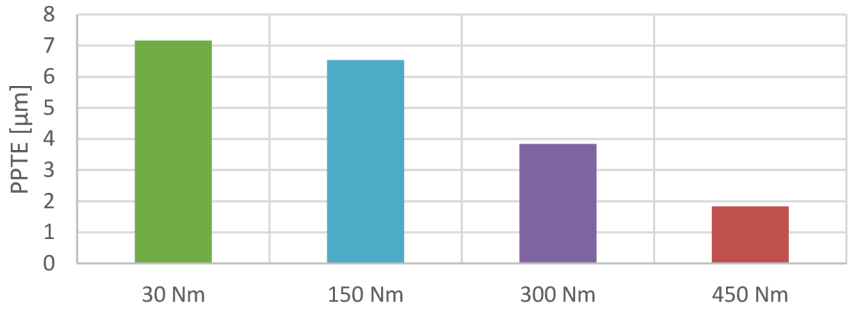
Pre zistenie vplyvu veľkosti záťažného momentu na chybu prevodu boli použité štyri rôzne hodnoty záťažného momentu odpovedajúce 10 %, 50 %, 100 % a 150 % návrhového zaťaženia 300 Nm. Z Grafu 3 vyplýva, že v testovanom rozsahu zaťažení s rastúcim záťažným momentom veľkosť chyby prevodu rastie. Veľkosť peak-to-peak hodnoty, ktorá má rozhodujúci vplyv na vznik vibrácií a hluku, ale naopak klesá, tak ako je zrejmé z porovnania v Tab. 5 a Grafe 4. To je spôsobené tým, že so zaťažením dochádza k lepšiemu rozloženiu kontaktu po ploche boku zubu, čím dochádza k zvýšeniu tuhosti záberu.



Graf 3 Vplyv veľkosti záťažného momentu na chybu prevodu

Tab. 5 Peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na veľkosti záťažného momentu

Záťažný moment [Nm]	30	150	300	450
Peak-to-peak hodnota chyby prevodu [µm]	7,1637	6,5346	3,8384	1,8322



Graf 4 Veľkosť peak-to-peak hodnoty chyby prevdou v závislosti na zaťažení

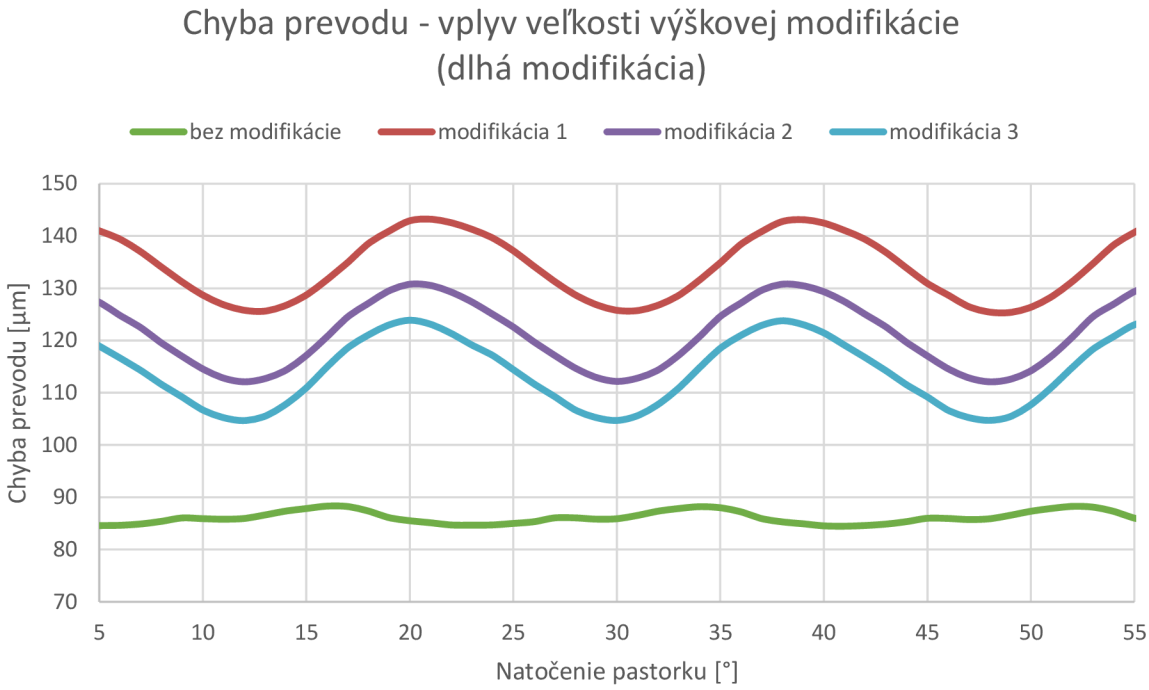
6.3 VPLYV VEĽKOSTI VÝŠKOVEJ MODIFIKÁCIE NA CHYBU PREVODU

Za účelom zníženia chyby prevodu boli navrhnuté rôzne výškové modifikácie hlavy zubov na kole aj pastorku. Najprv bol skúmaný vplyv dlhej modifikácie so začiatkom vždy v rovnakej výške, tesne nad roztečným priemerom, pričom sa menila iba veľkosť modifikácie C_a . Porovnávané boli tri rôzne veľkosti výškovej modifikácie pri veľkosti záťažného momentu 300 Nm. Veľkosti jednotlivých modifikácií, ktoré boli z dôvodu premenlivej veľkosti zubov kužeľového súkolia pozdĺž bočnej krivky zubu, vyjadrené násobkom modulu, sú uvedené v Tab. 6.

Tab. 6 Veľkosti modifikácie

	Veľkosť modifikácie C_a	
	Veľkosť modifikácie vyjadrená násobkom modulu	Veľkosť modifikácie na vonkajšej čelnej ploche [µm]
modifikácia 1	0,02m	60
modifikácia 2	0,01m	30
modifikácia 3	0,005m	15

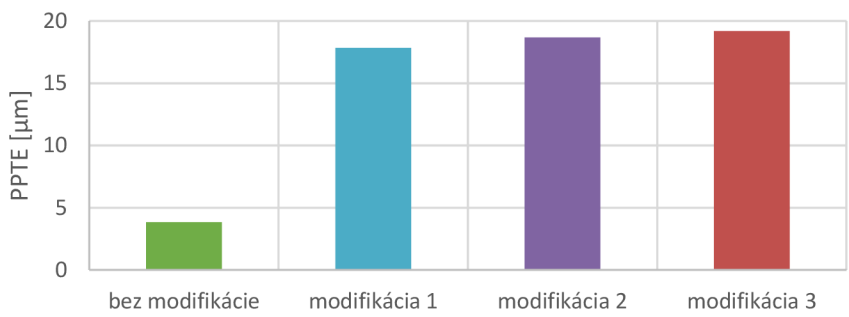
Z priebehu Grafu 5 aj veľkosti peak-to-peak hodnôt uvedených v Tab. 7 je zjavné, že chyba prevodu je pre všetky zvolené veľkosti dlhej modifikácie zubov vyššia ako pre nemodifikované súkolie. Napriek tomu, že so zväčšujúcou sa veľkosťou modifikácie hodnota peak-to-peak klesala, stále bola rádovo vyššia ako pre nemodifikované súkolia, a preto sa dlhá modifikácia nejaví ako vhodný nástroj pre zníženie chyby prevodu pre ozubenie tohto typu pri danom zaťažení.



Graf 5 Vplyv veľkosti výškovej modifikácie na chybu prevodu

Tab. 7 Peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na veľkosti výškovej modifikácie

Modifikácia	bez modifikácie	modifikácia 1	modifikácia 2	modifikácia 3
Peak-to-peak hodnota chyby prevodu [µm]	3,8384	17,8435	18,6707	19,1882



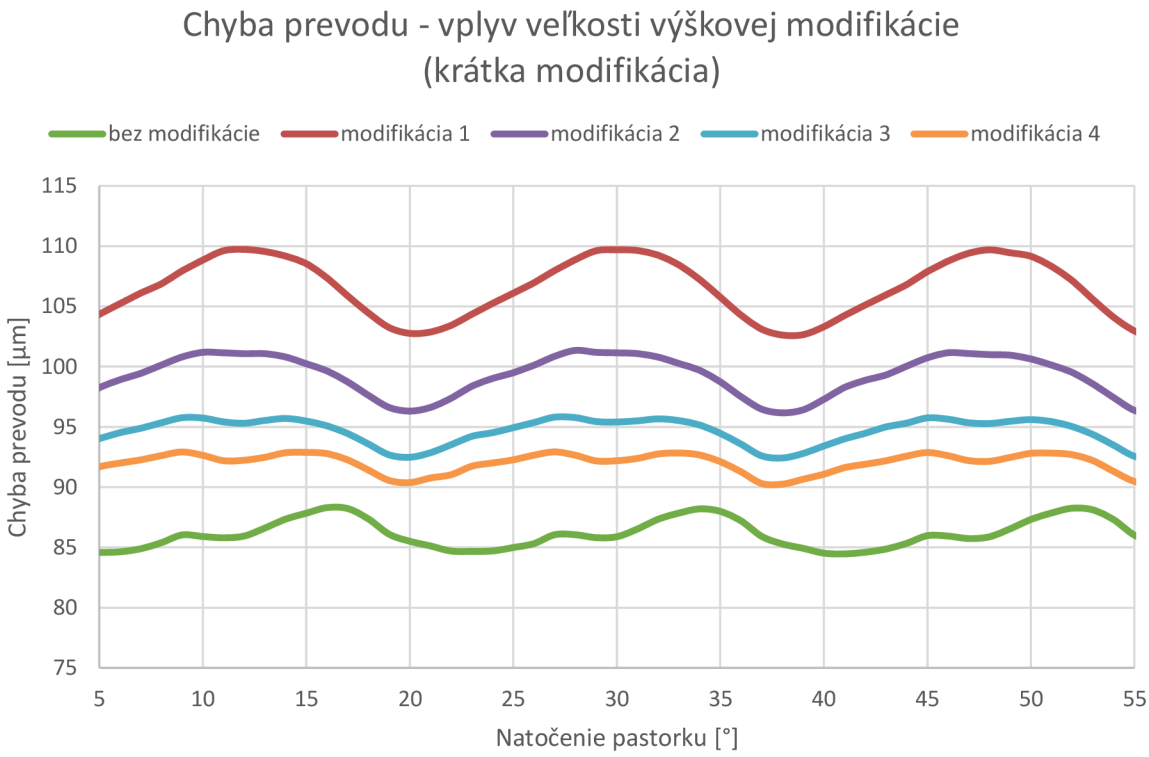
Graf 6 Veľkosť peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na veľkosti výškovej modifikácie

Nakoľko dlhá modifikácia nebola účinná pre redukciu chyby prevodu daného súkolia, bola aplikovaná krátka modifikácia so začiatkom v strede výšky hlavy zubu. Zvolené veľkosti modifikácie boli zhodné ako v prípade dlhej modifikácie a na základe výsledkov bola pridaná ešte štvrtá modifikácia, ktorej veľkosť je uvedená v Tab. 8. Tieto modifikácie boli opäť simulované pri záťažnom momente 300 Nm.

Tab. 8 Veľkosť modifikácie

	Veľkosť modifikácie C_a	
	Veľkosť modifikácie vyjadrená násobkom modulu	Veľkosť modifikácie na vonkajšej čelnej ploche [µm]
modifikácia 1	0,02m	60
modifikácia 2	0,01m	30
modifikácia 3	0,005m	15
modifikácia 4	0,0025m	7,5

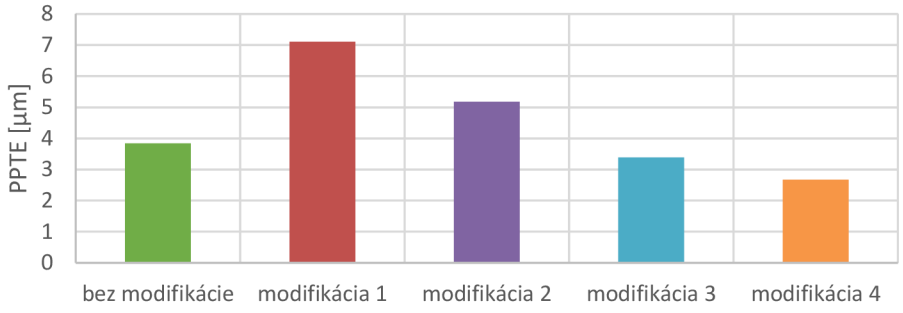
Na Grafe 7 je porovnanie priebehu chyby prevodu v závislosti na natočení pastorku pre jednotlivé veľkosti krátkej modifikácie zubov. Z jednotlivých priebehov aj porovnania peak-to-peak hodnôt v Tab. 9 a v Grafe 8 vyplýva, že došlo k výraznému zníženiu peak-to-peak hodnoty oproti dlhej modifikácií. Pomocou modifikácie 3 sa dokonca podarilo znížiť pôvodnú peak-to-peak hodnotu chyby prevodu nemodifikovaného súkolia takmer o 12 %. Z tohoto dôvodu bol spravený ešte jeden výpočet pre modifikáciu 4 s polovičnou veľkosťou C_a. Výsledky ukázali, že touto modifikáciou bolo možné peak-to-peak hodnotu chyby prevodu ešte dodatočne znížiť, v porovnaní so súkolím bez modifikácie až o 30 %.



Graf 7 Vplyv veľkosti výškovej modifikácie na chybu prevodu

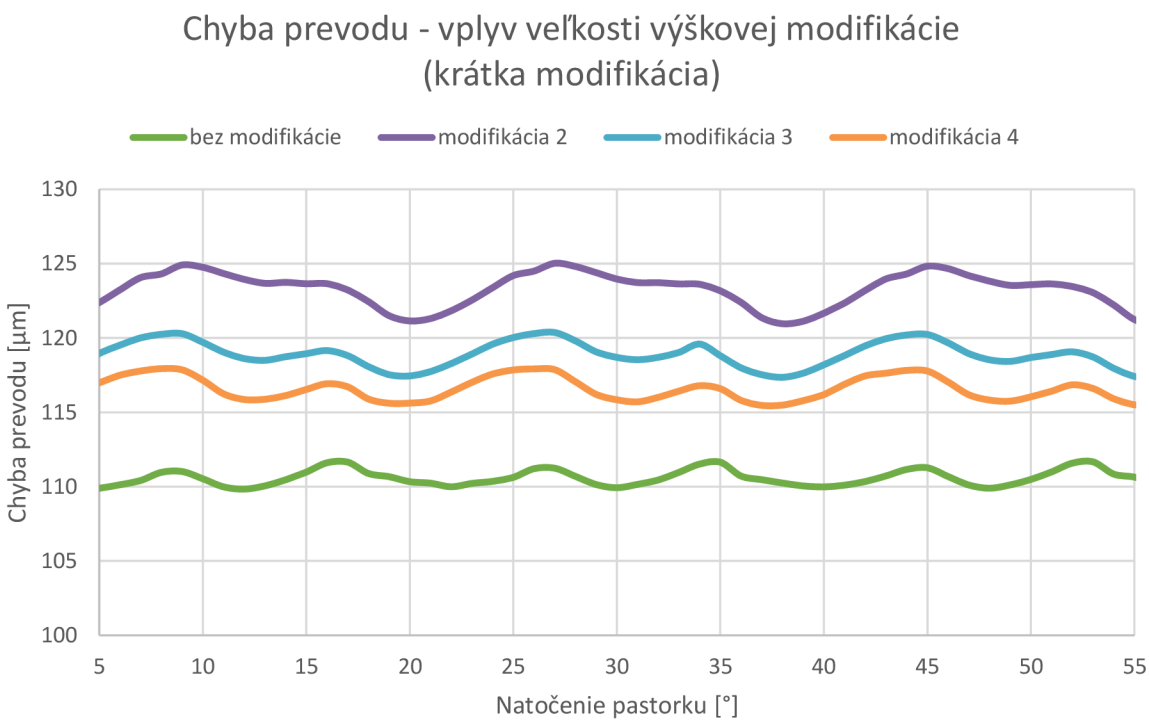
Tab. 9 Peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na veľkosti výškovej modifikácie

Modifikácia	bez modifikácie	modifikácia 1	modifikácia 2	modifikácia 3	modifikácia 4
Peak-to-peak hodnota chyby prevodu [µm]	3,8384	7,1063	5,1804	3,3889	2,6751



Graf 8 Veľkosť peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na veľkosti výškovej modifikácie

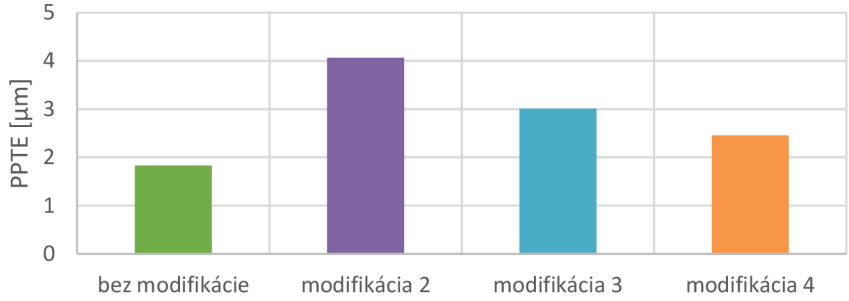
Záber zubov s modifikáciami 2, 3 a 4 bol simulovaný aj pre záťažný moment 450 Nm. V tomto prípade sa so zmenšujúcou veľkosťou modifikácie C_a peak-to-peak hodnota približovala hodnote nemodifikovaného súkolia, ale ani pomocou najmenšej zvolenej modifikácie (modifikácia 4) sa nepodarilo znížiť pôvodnú peak-to-peak hodnotu chyby prevodu súkolia bez modifikácie. Tieto výsledky potvrdzujú, že pre rôzne zaťaženia sú z hľadiska minimalizácie chyby prevodu vhodné rozdielne dimenzované modifikácie.



Graf 9 Vplyv veľkosti výškovej modifikácie na chybu prevodu

Tab. 10 Peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na veľkosti výškovej modifikácie

Modifikácia	bez modifikácie	modifikácia 2	modifikácia 3	modifikácia 4
Peak-to-peak hodnota chyby prevodu [µm]	1,8322	4,0643	3,0100	2,4542

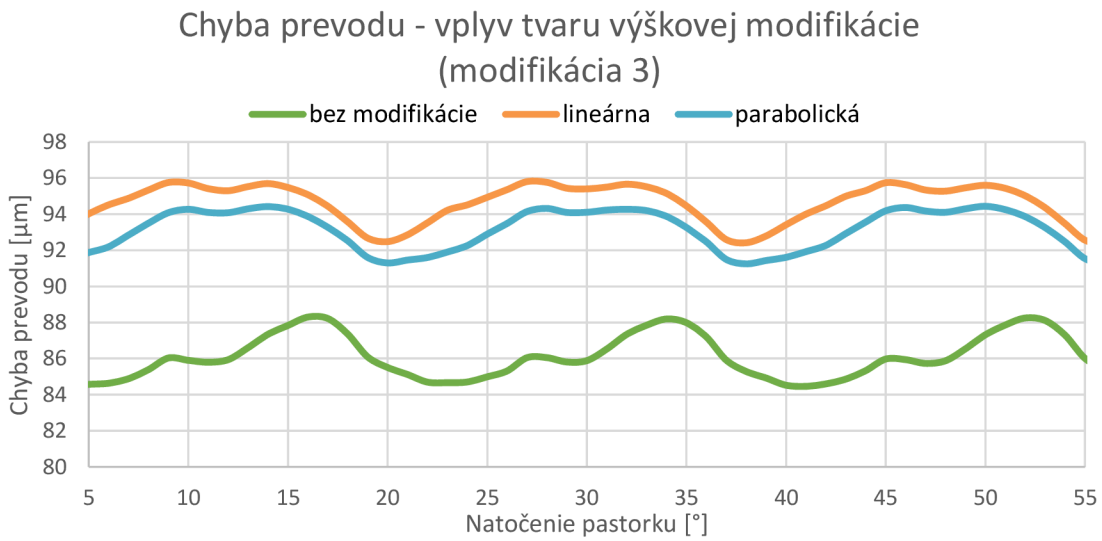


Graf 10 Veľkosť peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na veľkosti výškovej modifikácie

6.4 VPLYV TVARU VÝŠKOVEJ MODIFIKÁCIE NA CHYBU PREVODU

Vo všetkých predchádzajúcich prípadoch bol využívaný lineárny tvar výškovej modifikácie. Pre krátku modifikáciu 3 a modifikáciu 4, pomocou ktorých sa podarilo účinne znížiť peak-to-peak hodnotu chyby prevodu pre záťažný moment 300 Nm, bol dodatočne skúmaný aj vplyv zmeny tvaru modifikácie. Lineárna modifikácia bola porovnávaná s parabolickou modifikáciou s nulovým sklonom na začiatku modifikácie, pri ktorej by malo dochádzať k plynulejšej zmene uhlu záberu na začiatku modifikácie, tak ako bolo spomenuté v časti 3.2.1.

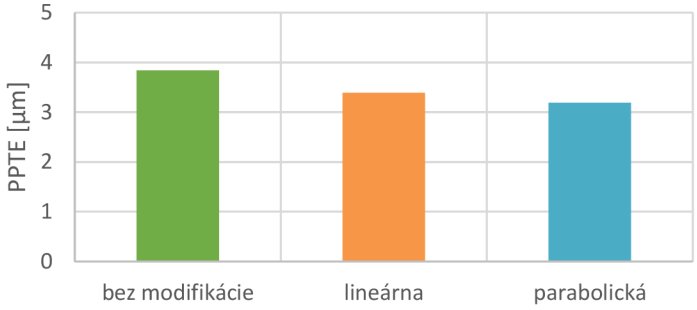
V Grafe 11 možno pozorovať, že v prípade modifikácie 3 sa zmenou tvaru modifikácie z lineárnej na parabolickú posunul celý priebeh chyby prevodu do nižších hodnôt. Podľa Tab. 11 a Grafu 12 sa so zmenou tvaru podarilo znížiť aj peak-to-peak hodnotu chyby prevodu, a to o 5 % v porovnaní s lineárnou modifikáciou.



Graf 11 Vplyv tvaru výškovej modifikácie na chybu prevodu

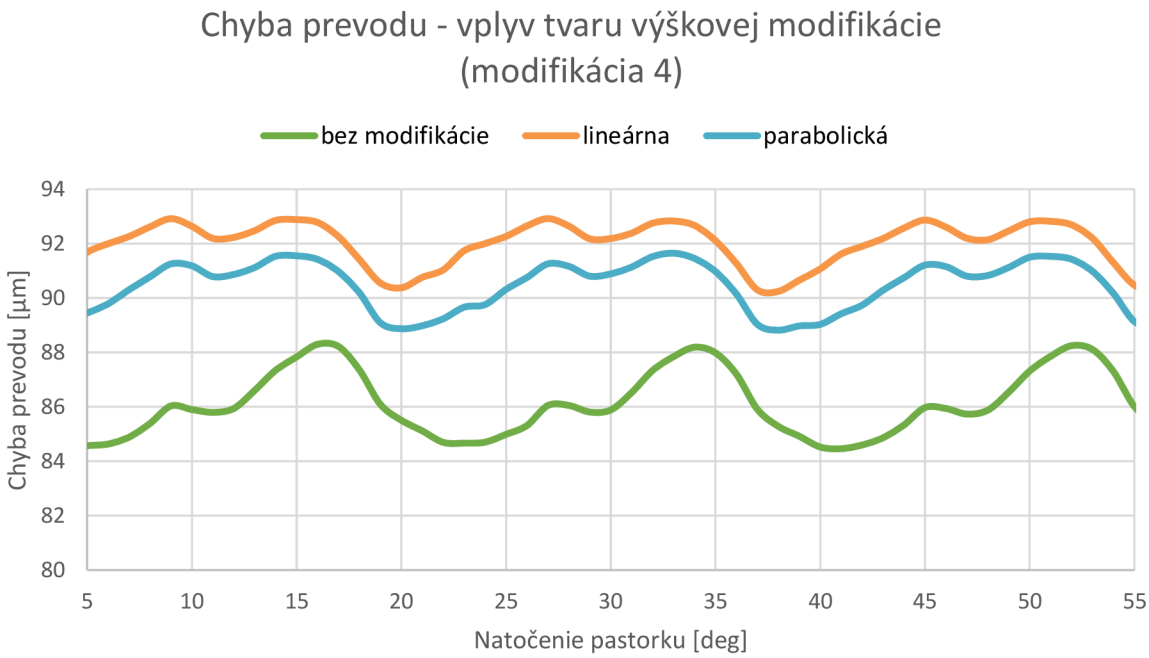
Tab. 11 Peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na tvare výškovej modifikácie

Tvar modifikácie	bez modifikácie	lineárna	parabolická
Peak-to-peak hodnota chyby prevodu [µm]	3,8384	3,3889	3,1877



Graf 12 Veľkosť peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na tvare výškovej modifikácie

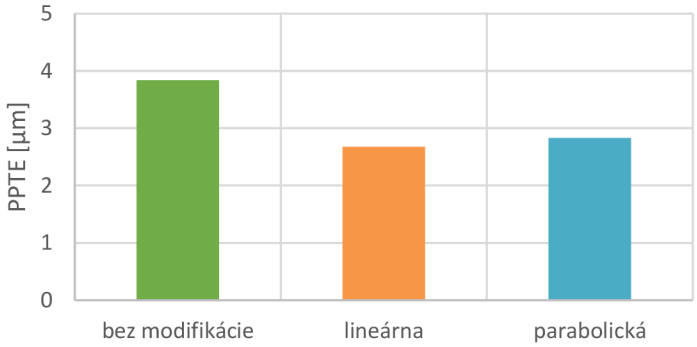
Vplyv tvaru výškovej modifikácie bol skúmaný aj na modifikácií 4 s polovičnou veľkosťou C_a, ktorá bola z testovaných modifikácií najvhodnejšia pre zníženie peak-to-peak hodnoty chyby prevodu pri záťažnom momente 300 Nm. V tomto prípade sa so zmenou tvaru modifikácie na parabolu posunula krivka priebehu chyby prevodu opäť do nižších hodnôt, tak ako je zrejmé z Grafu 13. Z porovnania v Tab. 12 ale vyplýva, že peak-to-peak hodnota chyby prevodu v tomto prípade ostala nižšia pre lineárnu modifikáciu.



Graf 13 Vplyv tvaru výškovej modifikácie na chybu prevodu

Tab. 12 Peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na tvare výškovej modifikácie

Tvar modifikácie	bez modifikácie	lineárna	parabolická
Peak-to-peak hodnota chyby prevodu [µm]	3,8384	2,6751	2,8291



Graf 14 Veľkosť peak-to-peak hodnoty chyby prevodu v závislosti na tvare výškovej modifikácie

ZÁVER

Cieľom tejto diplomovej práce bolo stanovenie chyby prevodu u kužeľového ozubenia a vytvorenie modifikácií zubov so snahou o jej minimalizáciu. Za týmto účelom bol vytvorený parametrický model kužeľového súkolia so zakrivenými zubami a následne výpočtový model pre simuláciu záberu páru zubov vytvoreného súkolia. Z dôvodu zníženia výpočtového času bola spravená citlivostná štúdia so zameraním na počet zubov súkolia, ktoré je nutné do výpočtu zahrnúť. Zvyšné zuby boli z kola aj pastorku odstránené pre zníženie množstva použitých elementov. Veľkosti prvkov pre diskretizáciu modelu geometrie boli zvolené na základe citlivostnej analýzy hustoty siete tak, aby boli získané dostatočne presné výsledky v pomere k výpočtovému času. Nakoľko záber ozubenia predstavoval kontaktnú úlohu, bol kladený veľký dôraz na vhodné nastavenie všetkých kontaktov, ktoré boli tvorené dvojicami spoluzaberajúcich bokov zubov. Pre správny priebeh simulácie záberu zubov bolo potrebné vhodne nastaviť okrajové podmienky a analýzu vhodne rozdeliť do dielčích krokov tak, aby bolo možné získať dostatočný počet bodov pre vytvorenie priebehu chyby prevodu počas celého záberu jedného páru zubov.

Chyba prevodu bola vyhodnocovaná pomocou peak-to-peak hodnoty chyby prevodu, na základe ktorej je možné porovnávať očakávaný hluk a vibrácie generované súkolím. Pre zistenie vplyvu záťažného momentu na veľkosť chyby prevodu boli postupne použité štyri rôzne veľkosti zaťažovacieho momentu 30 Nm, 150 Nm, 300 Nm a 450 Nm. Porovnanie výsledných peak-to-peak hodnôt chyby prevodu potvrdilo predpoklad na základe zdrojov [2] a [4] (kapitola 3), že chyba prevodu v testovanom rozsahu zaťažení s rastúcim zaťažením klesá.

Za účelom minimalizácie chyby prevodu boli vytvorené výškové modifikácie s dvoma dĺžkovými variantami. Najprv bol skúmaný vplyv dlhej modifikácie so začiatkom tesne nad roztečným priemerom. V tejto variante boli porovnávané tri rôzne veľkosti výškovej modifikácie pri záťažnom momente 300 Nm. Peak-to-peak hodnota chyby prevodu pre všetky tri zvolené veľkosti dlhej modifikácie bola výrazne vyššia ako pre nemodifikované súkolie. Z tohto porovnania dosiahnutých výsledkov vyplýva, že dlhá varianta nie je pre daný druh ozubenia pri danom momente pre redukciu chyby prevodu vhodná, čo však nemusí platiť pre iné zaťaženia.

Druhou skúmanou variantou bola krátka modifikácia so začiatkom v strede výšky hlavy zubu, kde boli znova porovnávané tie isté veľkosti modifikácie ako v prípade dlhej modifikácie, opäť pri záťažnom momente 300 Nm. Na základe porovnania peak-to-peak hodnôt chyby prevodu sa táto varianta ukázala ako vhodnejšia pre minimalizáciu chyby prevodu, kedy sa pomocou modifikácie s veľkosťou 15 μm na vonkajšej čelnej ploche zubu podarilo znížiť chybu prevodu o 12 % oproti nemodifikovanej variante. Nakoľko pre testované modifikácie klesala chyba prevodu so zmenšujúcou sa veľkosťou modifikácie, bola vytvorené ešte jedna modifikácia s polovičnou veľkosťou 7,5 μm na vonkajšej čelnej ploche zubu. Z testovaných modifikácií sa tento rozmer modifikácie ukázal ako najvhodnejší z hľadiska redukcie chyby prevodu pri danom zaťažení, nakoľko peak-to-peak hodnota chyby prevodu klesla až o 30 % v porovnaní s nemodifikovaným súkolím.

Záber ozubenia s modifikáciami o veľkosti 30 μm, 15 μm a 7,5 μm na vonkajšej čelnej ploche bol simulovaný aj pre záťažný moment 450 Nm. V tomto prípade nebola ani jedna zo zvolených modifikácií vhodná pre zníženie chyby prevodu pri tomto zaťažení, napriek tomu, že so zmenšovaním veľkosti modifikácie sa peak-to-peak hodnota približovala hodnote

nemodifikovaného súkolia. Z toho vyplýva, že pre rôzne zaťaženia sú z hľadiska minimalizácie chyby prevodu vhodné rozdielne rozmery modifikácie a pre minimalizáciu hluku je preto potrebné minimalizovať chybu prevodu vhodne dimenzovanou modifikáciou tvaru zubu v rozsahu provozného zaťaženia.

Nakoľko pre všetky predchádzajúce varianty modifikácií bol využívaný lineárny tvar modifikácie, pre krátku modifikáciu o veľkosti 15 μm a 7,5 μm pri záťažnom momente 300 Nm bol skúmaný aj vplyv zmeny tvaru modifikácie na chybu prevodu. Lineárna modifikácia bola porovnávaná s parabolickou s nulovým sklonom na začiatku modifikácie. Pre modifikáciu o veľkosti 15 μm sa parabolický tvar modifikácie ukázal ako vhodnejší z hľadiska minimalizácie peak-to-peak hodnoty, kde sa ju podarilo zmenou tvaru znížiť o dodatočných 5 %. Pre polovičnú veľkosť modifikácie 7,5 μm ostala peak-to-peak hodnota najnižšia pre pôvodnú lineárnu modifikáciu.

V prípade, že by dané súkolie bolo prevádzkované predovšetkým pri záťažnom momente 300 Nm, bola by varianta krátkej lineárnej modifikácie o veľkosti 7,5 μm najvhodnejšia. V prípade vyššieho rozsahu by bolo nutné spraviť rozsiahlejšiu citlivostnú štúdiu a porovnávať dosiahnuté parametre. V rámci práce však bolo spravené ešte dodatočné porovnanie s veľkosťou momentu 450 Nm, pre ktorú bola z hľadiska veľkosti chyby prevodu najvhodnejšia varianta bez modifikácie.

Na základe vyhotovených citlivostných štúdií je možné povedať, že v prípade návrhu ozubeného súkolia je možné využiť metódu konečných prvkov pre stanovenie chyby prevodu a na základe citlivostných analýz nájsť vhodnú modifikáciu. Vytvorenie kompletnej analýzy je však tiež časovo náročné, a preto je vhodné vytvoriť znalostnú databázu, ktorá by umožnila vyradenie nevhodných kombinácií. V neposlednej rade je pre vhodný návrh ozubenia nutná znalosť provozných podmienok.

POUŽITÉ INFORMAČNÉ ZDROJE

[1] SHIGLEY, Joseph Edward, Charles R. MISCHKE a Richard G. BUDYNAS, VLK, Miloš, ed. *Konstruování strojních součástí*. Přeložil Martin HARTL. V Brně: VUTIUM, 2010, 1159 s. Překlady vysokoškolských učebnic. ISBN 978-80-214-2629-0.

[2] KLINGELNBERG, Jan. *Bevel gear: fundamentals and applications*. Berlin: Springer Verlag, [2016]., 328 s. ISBN 978-3-662-43892-3.

[3] BOLEK, Alfred a Josef KOCHMAN. *Části strojů*. 5. přeprac. vyd. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1990, 707 s. Technický průvodce. ISBN 80-03-00426-8.

[4] SMITH, J. Derek. *Gear noise and vibration*. New York: Marcel Dekker, 1999, 186 s. Mechanical engineering. ISBN 0-8247-6005-0.

[5] JELASKA, Damir. *Gears and gear drives*. Chichester: Wiley, 2012, 444 s. ISBN 978-1-119-94130-9.

[6] MORAVEC, Vladimír. *Konstrukce strojů a zařízení II.: čelní ozubená kola: teorie, výpočet, konstrukce, výroba, kontrola*. Ostrava: Montanex, 2001, 291 s. ISBN 80-7225-051-5.

[7] ŠVEC, Vladimír. *Části a mechanismy strojů: mechanické převody*. Praha: České vysoké učení technické, 1999, 174 s. ISBN 80-01-01934-9.

[8] TŮMA, Jiří. *Vehicle gearbox noise and vibration: measurement, signal analysis, signal processing and noise reduction measures.* Chichster: Wiley, 2014, 243 s. ISBN 978-1-118-35941-9.

[9] Bevel gears. In: *KHK Gears* [online]. Nakacho Kawaguchi-shi Saitama-ken, Japan: Kohara Gear Industry Co., 2015 [cit. 2020-04-10]. Dostupné z: https://khkgears.net/new/bevel_gears.html

[10] HUMÁR, Anton. *Technologie I: Technologie obrábění - 2. část* [online]. Brno, 2004 [cit. 2020-04-10].

[11] VULLO, Vincenzo. *Gears: Volume 1: Geometric and Kinematic Design*. Springer International Publishing, 2020, 844 s. ISBN 978-3-030-36502-8.

[12] PRÁŠIL, Ludvík. *Kuželová kola se šikmými a zakřivenými zuby* [online]. Liberec, 2010, 19 s. [cit. 2020-05-23]. Dostupné z: http://www.kst.tul.cz/podklady/casti_fs/podklady/. Technická univerzita v Liberci, Katedra částí a mechanismů strojů.

[13] Helical Gear Calculations, Crossed Helical Gear Meshes, and Bevel Gearing, Elements of Metric Gear Technology (Cont.). In: *SDP/SI* [online]. New York: Stock Drive Products / Sterling Instrument [cit. 2020-05-25]. Dostupné z: https://www.sdp-si.com/resources/elements-of-metric-gear-technology/page4.php#Section8

[14] WANG, Qibin a Yimin ZHANG. a model for analyzing stiffness and stress in a helical gear pair with tooth profile errors. *Journal of Vibration and Control* [online]. 2016, **23**(2), 272-289 [cit. 2020-04-02]. DOI: 10.1177/1077546315576828. ISSN 1077-5463. Dostupné z: http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/1077546315576828

[15] KISSLING, Ulrich. Effects of Profile Corrections on Peak-to-Peak Transmission Error. *Gear Technology* [online]. 2010, 52-61 [cit. 2020-04-02]. Dostupné z: https://www.geartechnology.com/issues/0710x/kissling.pdf

[16] CIRELLI, Marco, Oliviero GIANNINI, Pier Paolo VALENTINI a Ettore PENNESTRÌ. Influence of tip relief in spur gears dynamic using multibody models with movable teeth. *Mechanism and Machine Theory* [online]. 2020, **152** [cit. 2020-07-10]. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.103948. ISSN 0094114X. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0094114X20301695

[17] PADMASOLALA, Giri, Hsiang H. LIN a Fred B. OSWALD. *Influence of Tooth Spacing Error on Gears With and Without Profile Modifications* [online]. National Aeronautics and Space Administration, October 2000 [cit. 2020-06-11]. Dostupné z: https://ntrs.nasa.gov/citations/20000121252

[18] ABDUL, Wasiq A.M., Timothy L. KRANTZ a Iqbal SHAREEF. Influence of tip modification on performance characteristics of involute spur gears. *Australian Journal of Mechanical Engineering* [online]. 26 Oct 2018, 1-20 [cit. 2020-06-14]. DOI: 10.1080/14484846.2018.1532864. ISSN 1448-4846. Dostupné z: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/14484846.2018.1532864

[19] PEREZ, Rafael. Tooth flank modifications in MESYS Shaft Calculation. In: *MESYS AG* [online]. Zürich, 2.9.2014 [cit. 2020-07-11]. Dostupné z: https://www.mesys.ag/?p=1356

[20] THARMAKULASINGAM, R., Giulio ALFANO a Mark ATHERTON. *Reduction of gear pair transmission error with tooth profile modification* [online]. London: Brunel University, School of Engineering and Design, 2008 [cit. 2020-06-09]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/49402228_Reduction_of_gear_pair_transmission_error_with_tooth_profile_modification

[21] DOČKAL, Aleš. *Konstrukční optimalizace ozubené převodovky s ohledem na snižování hlukové emise: Design optimization of gearbox considering reduction of noise emission*. V Brně: Vysoké učení technické, Fakulta strojního inženýrství, Ústav konstruování, 2003. Vědecké spisy Vysokého učení technického v Brně. ISBN 80-214-2439-7.

[22] MALVIYA, Deepak a Pushpendra Kumar SHARMA. Transmission Error in Gear. *International Journal Of Modern Engineering Research (IJMER)* [online]. Bhopal: IJMER, 2014, January 2014, **4**(1), 35-37 [cit. 2020-05-11]. ISSN 2249–6645. Dostupné z: http://www.ijmer.com/papers/Vol4_Issue1/Version-2/IJMER-41023537.pdf

[23] THARMAKULASINGAM, Raul. *Transmission Error in Spur Gears: Static and Dynamic Finite-Element Modeling and Design Optimization* [online]. London: Brunel

University, School of Engineering and Design, October 2009 [cit. 2020-04-10]. Dostupné z: https://bura.brunel.ac.uk/bitstream/2438/5100/5/FullTextThesis.pdf

[24] HENRIKSSON, Mats. *On noise generation and dynamic transmission error of gears*. Stockholm, 2009. Dostupné také z: https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:285792/FULLTEXT01.pdf. Dizertačná práca. Royal Institute of Technology.

[25] LEE, Nam-Gyu, Dae-Hyun LEE, Yeon-Jun JUNG, Md. Abu Ayub SIDDIQUE, Kyu-Chul NAM, Tae-Bun KIM, Chang-Hyun CHOI a Yong-Joo KIM. *Analysis of transmission error for compound planetary gear reducer by tooth profile modification* [online]. In: St. Joseph, MI: American Society of Agricultural and Biological Engineers, 2019 [cit. 2020-06-14]. DOI: 10.13031/aim.201901030. Dostupné z: http://elibrary.asabe.org/abstract.asp?JID=5&AID=50557&CID=bos2019&T=1

[26] ASTOUL, Julien, Emmanuel MERMOZ, Marc SARTOR, Jean Marc LINARES a Alain BERNARD. New methodology to reduce the transmission error of the spiral bevel gears. *CIRP Annals* [online]. Elsevier, 2014, **63**(1), 165-168 [cit. 2020-07-12]. DOI: 10.1016/j.cirp.2014.03.124. ISSN 00078506. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0007850614001279

[27] MERMOZ, Emmanuel, Julien ASTOUL, Marc SARTOR, Jean Marc LINARES a Alain BERNARD. A new methodology to optimize spiral bevel gear topography. *CIRP Annals* [online]. Elsevier, 2013, **62**(1), 119-122 [cit. 2020-07-12]. DOI: 10.1016/j.cirp.2013.03.067. ISSN 00078506. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0007850613000681

[28] LIN, Tengjiao a Zeyin HE. Analytical method for coupled transmission error of helical gear system with machining errors, assembly errors and tooth modifications. *Mechanical Systems and Signal Processing* [online]. Elsevier, 2017, July 2017, **91**, 167-182 [cit. 2020-07-09]. DOI: 10.1016/j.ymssp.2017.01.005. ISSN 08883270. Dostupné z: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0888327017300055

ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK A SYMBOLOV

$\sum$	[°]	Uhol osí hriadeľov
b	[mm]	Šírka ozubenia
C_a	[μm]	Veľkosť výškovej modifikácie
d_{ae}	[mm]	Vonkajší hlavový priemer
d_{ai}	[mm]	Vnútorný hlavový priemer
d_e	[mm]	Vonkajší roztečný priemer
d_i	[mm]	Vnútorný roztečný priemer
d_m	[mm]	Stredný roztečný priemer
F_a	[N]	Axiálna sila
F_N	[N]	Normálová sila
F_r	[N]	Radiálna sila
F_t	[N]	Obvodová sila
h_{ae}	[mm]	Vonkajšia výška hlavy zubu nad roztečným kužeľom
h_{fe}	[mm]	Vonkajšia výška päty zubu pod roztečným kužeľom
L_a	[mm]	Dĺžka modifikácie
m_{et}	[mm]	Vonkajší čelný modul
m_{mn}	[mm]	Stredný normálový modul
M_t	[Nm]	Krútiaci moment
$PPTE$	[μm]	Peak-to-peak hodnota chyby prevodu
R_e	[mm]	Vonkajšia dĺžka površky roztečného kužeľa
R_i	[mm]	Vnútorná dĺžka površky roztečného kužeľa
r_k	[mm]	Polomer roztečnej kružnice kola
R_m	[mm]	Stredná dĺžka površky roztečného kužeľa
r_p	[mm]	Polomer roztečnej kružnice pastorku
$TE_{\mu m}$	[μm]	Chyba prevodu v dĺžkových jednotkách
TE_{rad}	[rad]	Chyba prevodu v uhlových jednotkách
u	[–]	Prevodový pomer
V	[–]	Vrchol roztečného kužeľa
v	[$m \cdot s^{-1}$]	Obvodová rýchlosť
V_a	[–]	Vrchol hlavového kužeľa
V_f	[–]	Vrchol pätného kužeľa
X	[mm]	Výška hlavového kužeľa

X_b	[mm]	Osová šírka ozubenia
z_1	[–]	Počet zubov hnacieho kola
z_2	[–]	Počet zubov hnaného kola
α	[°]	Uhol profilu
β_m	[°]	Uhol sklonu zubov
δ	[°]	Uhol roztečného kužeľa
δ_a	[°]	Uhol hlavového kužeľa
δ_f	[°]	Uhol pätného kužeľa
θ_a	[°]	Uhol hlavy zubu
θ_f	[°]	Uhol päty zubu
σ_{HMH}	[MPa]	Redukované napätie
φ_k	[rad]	Uhol natočenia kola
φ_p	[rad]	Uhol natočenia pastorku