

**Česká zemědělská univerzita v Praze**

**Provozně ekonomická fakulta**

**Katedra systémového inženýrství**



**Bakalářská práce**

**Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími dodavateli a zákazníky**

**Hana Procházková**

# **ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE**

Katedra systémového inženýrství

Provozně ekonomická fakulta

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

Procházková Hana

Provoz a ekonomika

Název práce

**Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími dodavateli a zákazníky**

Anglický název

**Optimization of Transportation Routes between a Chosen Company and Its Clients**

### **Cíle práce**

Cílem této práce je vyřešit příklad okružního dopravního problému. Pro nalezení optimální trasy se využijí vhodné approximační metody.

### **Metodika**

Hlavními zdroji pro tuto práci jsou skripta PEF ČZU v Praze a další literatura zabývající se problematikou optimalizace dopravních tras.

Práce je rozdělena na část teoretickou a praktickou. Teoretická část práce je zpracována v podobě literární rešerše, kde jsou popsány důležité pojmy jako logistika, jednostupňová a dvoustupňová dopravní úloha, okružní dopravní problém a jeho vybrané metody. V praktické části je řešen okružní dopravní problém pomocí vybraných optimalizačních metod v konkrétním případě a interpretace výsledků.

### **Harmonogram zpracování**

11/2013: výběr tématu práce

12/2013: vytvoření zadání práce

01/2014 – 02/2014: tvorba cíle práce a metodiky

03/2014 – 04/2014: příprava a studium odborných informačních zdrojů

05/2014: vyhotovení zadání práce

06/2014 – 08/2014: zpracování teoretických východisek práce

09/2014 – 12/2014: tvorba praktické části práce

01/2015 – 02/2015: vyvození závěrů

03/2015: odevzdání práce

**Rozsah textové části**

30 - 40 stran

**Klíčová slova**

Dopravní úloha, okružní dopravní problém, aproximační metody, dodavatel, odběratel, logistika, trasa

**Doporučené zdroje informací**

KOSKOVÁ, Ivanka. Distribuční úlohy I. Praha: PEF ČZU, 2006. 52 s.  
ISBN 80-213-1156-8.

ŠUBRT, Tomáš a kol. Ekonomicko-matematické metody. Vydavatelství Aleš Čeněk, 2011. 351 s. ISBN 978-80-7380-345-2.

ŠUBRT, T., BROŽOVÁ H., DÖMEOVÁ L., KUČERA P. Ekonomicko matematické metody II Aplikace a cvičení. Praha: PEF ČZU, 2005. 152 s. ISBN 80-213-0721-8.

ZÍSKAL, J., HAVLÍČEK, J. Ekonomicko matematické metody II – studijní texty pro distanční studium. Praha: PEF ČZU, 2010. 204 s. ISBN 978-80-213-0664-6.

**Vedoucí práce**

Kučera Petr, RNDr., Ph.D.

**Konzultant práce**

Fejfar Jiří, Ing., Ph.D.

**Termín odevzdání**

březen 2015

Elektronicky schváleno dne 20.10.2014

**doc. Ing. Tomáš Šubrt, Ph.D.**

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 10.11.2014

**Ing. Martin Pelikán, Ph.D.**

Děkan fakulty

## Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími dodavateli a zákazníky" jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autorka uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušila autorská práva třetích osob.

V Praze dne 16. 3. 2015

---

## Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala panu RNDr. Petru Kučerovi, Ph.D. za odborné vedení a cenné připomínky při zpracování bakalářské práce. Zároveň děkuji majiteli pekařství Davidu Frydrychovi za ochotu a poskytnutí potřebných informací.

# **Optimalizace dopravních tras mezi firmou a jejími dodavateli a zákazníky**

---

## **Optimization of Transportation Routes between a Chosen Company and Its Clients**

### **Souhrn**

Tato bakalářská práce se zaměřuje na tvorbu optimálních rozvozových tras pro Pekařství Frydrych v Říčanech. Pekařství rozváží své výrobky do okolních obcí, a také do některých částí Prahy. Cílem práce je za pomocí aproximačních a optimalizačních metod pro řešení okružních dopravních problémů najít takové rozvozové trasy, které budou co nejkratší. V teoretické části jsou popsány důležité pojmy jako logistika, jednostupňová a dvoustupňová dopravní úloha, a také metody, kterými se řeší okružní dopravní problém. Tyto metody jsou následně aplikovány v části praktické na konkrétní případ. V závěru práce jsou zhodnoceny výsledky.

### **Summary**

This bachelor thesis is focused on creating optimal distributional routes for Bakery Frydrych in Říčany. The bakery distributes its products to surrounding villages and some Prague parts as well. The main goal is using approximation and optimization methods for solving circular transport problems to find shortest possible distributional routes. Important concepts such as logistics, single-stage and two-stage transport problem, as well as the methods that solve the problem of circular transport are explained in the theoretical part. These methods are applied to the particular case in the practical part. Results are evaluated in the final part.

**Klíčová slova:** Dopravní úloha, okružní dopravní problém, aproximační metody, dodavatel, odběratel, logistika, trasa

**Keywords:** Transportation task, traveling salesman problem, approximation methods, supplier, customer, logistics, route

## **Obsah**

1	Úvod.....	10
2	Cíl práce a metodika .....	11
2.1	Cíl práce .....	11
2.2	Metodika práce .....	11
3	Teoretická východiska .....	12
3.1	Logistika .....	12
3.1.1	Historie logistiky.....	12
3.1.2	Logistické řízení .....	13
3.1.3	Členění logistiky .....	14
3.1.4	Dopravní logistika.....	14
3.1.5	Druhy dopravy .....	15
3.2	Optimalizační dopravní modely.....	16
3.2.1	Jednostupňová dopravní úloha.....	17
3.2.2	Obecná formulace dopravní úlohy.....	17
3.2.3	Matematický model jednostupňové dopravní úlohy (JDÚ).....	18
3.2.4	Algoritmus řešení JDÚ .....	19
3.2.5	Dvoustupňová dopravní úloha .....	19
3.3	Okružní dopravní problém.....	21
3.3.1	Jednookruhový okružní dopravní problém .....	21
3.3.1.1	Metoda nejbližšího souseda .....	21
3.3.1.2	Vogelova aproximační metoda .....	22
3.3.1.3	Metoda výhodnostních čísel .....	22
3.3.1.4	Metoda větví a mezí.....	22
3.3.2	Víceokruhový okružní dopravní problém.....	23
3.3.2.1	Mayerova metoda .....	23
3.3.3	Program TSPKOSA .....	24
4	Vlastní práce .....	25
4.1	Charakteristika vybrané firmy .....	25
4.2	Charakteristika řešeného problému .....	25
5	Řešení pomocí vybraných metod.....	27
5.1	Optimalizace rozvozové trasy č. 1 .....	27

5.1.1	Metoda nejbližšího souseda .....	27
5.1.2	Vogelova aproximační metoda .....	31
5.1.3	Metoda výhodnostních čísel .....	33
5.1.4	Metoda větví a mezí.....	33
5.2	Optimalizace rozvozové trasy č. 2 .....	34
5.2.1	Metoda nejbližšího souseda .....	34
5.2.2	Vogelova aproximační metoda .....	37
5.2.3	Metoda výhodnostních čísel .....	39
5.2.4	Metoda větví a mezí.....	40
6	Zhodnocení výsledků.....	41
7	Závěr .....	44
8	Seznam použitých zdrojů.....	45
9	Přílohy.....	46

### **Seznam obrázků**

Obrázek č. 1:	Příklad článků hmotného logistického řetězce ve výrobě a oběhu .....	13
Obrázek č. 2:	Schéma DDÚ.....	20
Obrázek č. 3:	Řešení dvoustupňové dopravní úlohy .....	20

### **Seznam tabulek**

Tabulka č. 1:	Vzorová dopravní tabulka.....	17
Tabulka č. 2:	Rozvozová trasa č. 1 .....	26
Tabulka č. 3:	Rozvozová trasa č. 2 .....	26
Tabulka č. 4:	Řešení metody nejbližšího souseda .....	27
Tabulka č. 5:	Výsledné řešení metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říč.....	28
Tabulka č. 6:	1. krok metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech.....	29
Tabulka č. 7:	2. krok metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech.....	29
Tabulka č. 8:	Výsledné řešení metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říč.....	30
Tabulka č. 9:	Řešení Vogelovou aproximační metodou.....	31
Tabulka č. 10:	1. krok Vogelovy aproximační metody .....	31
Tabulka č. 11:	2. krok Vogelovy aproximační metody .....	32
Tabulka č. 12:	Výsledné řešení Vogelovy aproximační metody .....	32

Tabulka č. 13: Metoda výhodnostních čísel vypočtená programem TSPKOSA.....	33
Tabulka č. 14: Metoda větví a mezí vypočtená programem TSPKOSA .....	33
Tabulka č. 15: Řešení metody nejbližšího souseda .....	34
Tabulka č. 16: Výsledné řešení metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říč...	35
Tabulka č. 17: 1. krok metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech.....	36
Tabulka č. 18: 2. krok metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech.....	36
Tabulka č. 19: Výsledné řešení metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říč...	37
Tabulka č. 20: Řešení Vogelovou aproximační metodou.....	37
Tabulka č. 21: 1. krok Vogelovy aproximační metody .....	38
Tabulka č. 22: 2. krok Vogelovy aproximační metody .....	38
Tabulka č. 23: Výsledné řešení Vogelovy aproximační metody .....	39
Tabulka č. 24: Metoda výhodnostních čísel vypočtená programem TSPKOSA.....	40
Tabulka č. 25: Metoda větví a mezí vypočtená programem TSPKOSA .....	40
Tabulka č. 26: Porovnání výsledků pro rozvozovou trasu č. 1 .....	41
Tabulka č. 27: Porovnání výsledků pro rozvozovou trasu č. 2 .....	42
Tabulka č. 28: Spotřeba pohonných hmot .....	43

# 1 Úvod

Cílem každého podniku je maximalizovat svůj zisk. Aby podnik zůstal konkurenceschopný, neměl by se pouze zabývat zvyšováním cen svých výrobků, zboží či služeb ale měl by se soustředit na snižování nákladů spojené s chodem podniku. Jsou to například náklady spojené s logistikou. Součástí logistiky je mimo jiné i doprava. Optimalizací dopravních tras se dají snížit vzdálenosti okružních tras. Za použití různých ekonomicko-matematických metod a softwarových programů se dají tyto trasy optimalizovat. Tímto podnik ušetří finanční prostředky, které může investovat do jiných oblastí, například do nákupu nových technologií, rozšíření výroby nebo na obnovu vybavení.

Zvoleným podnikem je Pekařství Frydrych v Říčanech, které rozváží své výrobky do okolních obcí, a také do některých částí Prahy. Pekařství má své stálé rozvozové trasy, které jsou dlouhodobě zavedené a cílem této práce je najít nejkratší trasy pomocí approximačních a optimalizačních metod.

## **2 Cíl práce a metodika**

### **2.1 Cíl práce**

Cílem této bakalářské práce je určit nejkratší rozvozové trasy pro Pekařství Frydrych v Říčanech, které se zabývá výrobou a prodejem běžného vícezrnného a jemného pečiva a dodává kompletní sortiment pekárenského zboží. Optimální trasy budou určeny na základě ekonomicko-matematických metod. Stanoví se posloupnost míst, kde z výchozího místa v Říčanech se rozvezou výrobky k odběratelům s nejmenším počtem ujetých kilometrů.

### **2.2 Metodika práce**

Práce je rozdělena na část teoretickou a praktickou. V teoretické části je zpracována literární rešerše pomocí odborné literatury zabývající se logistikou a problematikou optimalizace dopravních tras.

V praktické části je řešen okružní dopravní problém Pekařství Frydrych. K analýze rozvozových tras bylo využito aproximačních metod, a to Vogelovy aproximační metody a metody nejbližšího souseda. V programu TSPKOSA byl proveden výpočet metody výhodnostních čísel a metody větví a mezí. V závěru byly získané trasy porovnány se stálými rozvozovými trasami pekařství.

### **3 Teoretická východiska**

#### **3.1 Logistika**

„Logistika je systémová vědecká disciplína, zabývající se řešením, koordinací a synchronizací řetězů hmotných a nehmotných (tj. informačních, peněžních) operací, jež vnikají jako důsledek dělby práce a jež jsou spojeny s výrobou a oběhem určité finální produkce“ (Získal, Havlíček, 2010).

Existuje řada dalších definic pojmu logistika. Jako další je možno uvést: „...souhrn všech technologických a organizačních činností, pomocí nichž se plánují operace související s materiálovým tokem. Zahrnuje nejen tok materiálu, ale i tok informací mezi všemi objekty a časově překlenuje nejrůznější procesy v průmyslu i v obchodě.“ „...soubor všech činností, sloužících k poskytování potřebného množství prostředků s nejmenšími náklady tam a tehdy, kde a kdy je po nich poptávka. Zabývá se všemi operacemi, určujícími pohyb zboží (alokace výroby a skladů, zásob, řízení pohybu zboží ve výrobě, balení, skladování, dodávání odběratelům)“ (Kubíčková, 2011).

##### **3.1.1 Historie logistiky**

V roce 1964 definoval Národní výbor pro řízení distribuce v USA logistiku takto: metoda řízení, zabývající se pohybem surovin od zdrojů k místu finální výroby a distribuce výrobků, a to z hlediska dopravy, zásobování, služeb spotřebitelům, skladování, manipulace, balení, ale i projektování výroby a rozmístování kapacit. Pro hospodářskou logistiku v USA byly v 60. letech podmínky vzniku takové, kde na severovýchodě území jsou koncentrovány centra výroby a rozptýlená místa spotřeby na straně druhé (Kubíčková, 2011).

Naopak v Evropě byla charakteristická prostorová omezenost národních trhů a až od 70. let byla překonávána integračními tendencemi. Vlastní logistika se začíná prosazovat až v průběhu 80. let, a to v pojetí integrujícím materiálové (zbožové) toky s toky informací, jež podmiňují jejich uskutečnění. Zároveň jsou přičleňovány i související toky peněžních prostředků mezi dodavateli a odběrateli (Kubíčková, 2011).

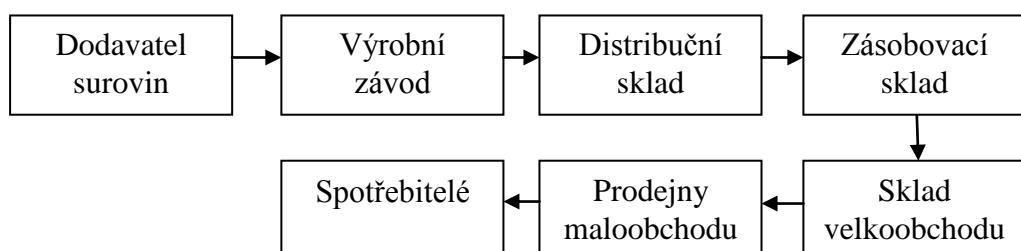
V praxi logistika zprvu sloužila jako nástroj podnikového řízení, využívaný ke zdokonalení plánování a operativního řízení, a to nejdříve na úseku distribuce, kde navazovala na marketing jako konkretizátor a realizátor jím vymezených toků zboží vedoucích přes různé zprostředkující články (velkoobchod, maloobchod) k zákazníkům. Logistika se stala zabezpečovací funkcí, stejně jako financování či personalistika. Její obrovský potenciál se může v podniku plně uplatnit jen tehdy, pokud spolupracuje s marketingem a s ostatními podnikovými složkami (Kubíčková, 2011).

### 3.1.2 Logistické řízení

Logistické řízení ve firmě zahrnuje plánování, koordinování, organizování, rozhodování, provádění a kontrolu logistických procesů a operací. Ve výrobním podniku se k logistickým procesům řadí nákup, výroba a distribuce neboli prodej. Současně se s realizací logistických procesů provádějí další logistické operace jako balení, doprava a skladovaní. Součástí integrovaného logistického systému je také logistický informační subsystém, který zahrnuje zpracování objednávek, předpovědi poptávky, logistické plánování a řízení zásob. Účelem logistického informačního systému je přijmout a zpracovat objednávky zákazníků a všechny další operace, které vedou k včasné a bezchybné dodávce (Kubíčková, 2011).

Logistický řetězec je důležitým pojmem logistického přístupu k řízení hmotných toků. Definice logistického řetězce může být jako posloupnost na sebe navazujících logistických operací, které uspokojují požadavky konečného zákazníka. V tomto řetězci mohou vystupovat jednotlivé ekonomické subjekty, jako jsou dodavatelé, výrobci, zprostředkovatelé nebo finální zákazníci (Kubíčková, 2011). Příklad logistického řetězce je znázorněn na obrázku č. 1.

Obrázek č. 1: Příklad článků hmotného logistického řetězce ve výrobě a oběhu



Zdroj: Získal, Havlíček, 2010

Mezi pasivní prvky tohoto řetězce patří suroviny, materiál, výrobky, odpad a další, které musejí překonat prostor a čas. Mezi aktivní prvky patří technické prostředky a zařízení, jejichž úkolem je realizovat posloupnost operací s pasivními prvky jako je balení, doprava, uskladnění a další manipulace s výrobky. Lidé jsou důležitými aktivními prvky pro zpracování informací (Získal, Havlíček, 2010).

Cílem logistického řízení podniku je, aby hmotný tok byl plynulý, bez zbytečných přerušení. Logistické řetězce mají za úkol to, aby průběžná doba od přijetí zakázky až po uspokojení zákazníka byla co nejkratší a celý proces vyžadoval minimální logistické náklady (Kubíčková, 2011).

### 3.1.3 Členění logistiky

Logistika se podle oblasti působení člení na:

- Makrologistiku, která se zabývá řešením ucelených souborů logistických řetězců v rámci regionů (např. státu).
- Mikrologistiku, zabývající se logistickými řetězci pouze v rámci jednotlivých podniků.
- Obchodní logistiku, která se zaměřuje na logistické řetězce důležité pro podnik v rámci obchodní činnosti.
- Dopravní a zasílatelská logistika patří mezi nejrozšířenější, neboť koordinuje, synchronizuje a optimalizuje pohyby zásilek po dopravní síti od místa vstupu až k příjemci (Získal, Havlíček, 2010).

### 3.1.4 Dopravní logistika

„Dopravní logistika se zabývá koordinací, synchronizací a celkovou optimalizací všech hmotných i nehmotných procesů při pohybu zásilek v dopravní síti. Do řešení zahrnuje též problémy manipulace, skladování, balení a servisních služeb. Klíčovým článkem celého dopravního řetězce je zákazník“ (Získal, Havlíček, 2010).

Rozvoj dopravní logistiky je vymezován úrovní dopravní infrastruktury daného státu. Poptávka po dopravě neustále stoupá, způsobeno je to změnami ve struktuře zpracovatelského průmyslu, změnami v metodách výroby, zmenšováním velikosti dodávek a zvyšováním jejich frekvence, nárůstem podílu odvětví služeb a demografickými změnami jako je vysší podíl osobních automobilů a rozvoj cestování. Je nutno počítat s dalším rozvojem silniční dopravy, a to zejména kamionové, a kombinované přepravy za podílu železnice (Získal, Havlíček, 2010).

Cílem dopravní logistiky je taková koncepce sledu úkonů a dílčích procesů, která vede k minimalizaci nákladů na logistické řetězce při požadované výkonnosti. Logistická technologie Just in Time (právě včas) spočívá ve velmi častých malých dodávkách v přesně dohodnutých termínech a jsou zde kladené vysoké požadavky na kvalitu dopravy. Logistika využívá řadu různých metod matematického a simulačního modelování, např. metody operační analýzy, metody hodnotové analýzy a další (Získal, Havlíček, 2010).

### 3.1.5 Druhy dopravy

Přepravu výrobků lze uskutečnit pomocí několika základních druhů dopravy, kterými je doprava silniční, železniční, letecká, lodní ale i různé kombinace těchto doprav kolejová-silniční apod.

- Silniční doprava je rychlá a spolehlivá služba s malou pravděpodobností poškození a ztrát během přepravy. Autodopravci mají k dispozici hustou silniční síť, která jim umožňuje nabízet přepravní služby z místa na místo. Ve srovnání s ostatními druhy dopravy silniční doprava poskytuje nejširší pokrytí trhu. Autodopravci mohou také přepravovat výrobky nejrůznějších velikostí, hmotností a na jakoukoliv vzdálenost.
- Železniční doprava se omezuje na pevně dané tratě. Poskytuje přepravu typu terminál – terminál, obdobně jako doprava letecká, lodní či potrubní. V přepočtu na hmotnost přepravovaného nákladu stojí doprava po železnici méně než doprava letecká či silniční.
- Letecká doprava, její velkou předností je rychlosť ale pouze v případě, že se jedná o dopravu z letiště na letiště. Mezi další výhody patří bezpečnost, a to z hlediska krádeží a poškození zboží což je dáno menším počtem manipulací, dále nižší

náklady na pojištění a úsporu balicího materiálu. Mezi nevýhody letecké dopravy patří vyšší cena a technické možnosti z hlediska objemu a hmotnosti nákladu.

- Lodní doprava v mezinárodní přepravě převládá. Obvykle se přepravují polozpracované materiály a suroviny, které se převáží ve velkém např. dřevo, obilí, uhlí.
- Kombinovaná doprava, smyslem této dopravy je nabízet a provádět přepravu nákladů z domu do domu v kombinaci tak, aby větší část přepravy byla uskutečněna po železnici, vodních cestách nebo po moři a aby jen počáteční úsek nebo konečná část přepravy, tedy ta nejkratší byla prováděna po silnici (Kubíčková, 2011).

### 3.2 Optimalizační dopravní modely

Cílem optimalizačních dopravních modelů je stanovení přepravního plánu, při jehož realizaci budou náklady na přepravu materiálu od primárních dodavatelů k finálním spotřebitelům minimální, respektive ujet co nejméně kilometrů. Tento přepravní plán tvoří zároveň optimální řešení dopravního modelu.

Optimalizační dopravní modely lze rozdělit podle dvou hledisek:

- 1) počet stupňů (jednostupňové, dvou a vícestupňové),
- 2) počet rozměrů (dvourozměrné, vícerozměrné).

„Počtem stupňů úlohy rozumíme počet dopravních uzelů, kterými musí materiál projít na cestě od primárního dodavatele k finálnímu spotřebiteli.“ Jednostupňová úloha je taková, kde je přeprava realizována přímo. Pokud transport vede přes jeden mezisklad, jedná se o úlohu dvoustupňovou. Dopravní modely s tranzitem se nazývají dvou a vícestupňové modely.

„Počtem rozměrů úlohy rozumíme míru složitosti přepravy.“ Sledujeme-li jen výchozí (dodavatel) a cílové body (spotřebitel), jde o úlohu dvourozměrnou, tedy odkud – kam. Je-li navíc technologie přepravy neboli použité dopravní prostředky, jedná se o úlohu třírozměrnou, odkud – kam – čím (Šubrt, Brožová, Dömeová a kol., 2005).

### 3.2.1 Jednostupňová dopravní úloha

„Jednostupňová dopravní úloha řeší problém, jak uspořádat přepravu stejnorodého produktu od dodavatelů ke spotřebitelům tak, aby náklady byly minimální. Při řešení vycházíme z předpokladu, že k přepravě produktu používáme stejný druh dopravních prostředků, mezi každým dodavatelem a spotřebitelem existuje pouze jedna dopravní cesta, po které je možné přepravovat libovolné množství produktu, a náklady na přepravu jsou přímo úměrné množství přepravovaného produktu“ (Šubrt a kol., 2011).

### 3.2.2 Obecná formulace dopravní úlohy

„Je dáno m dodavatelů  $D_1, D_2, \dots, D_m$  a každý dodavatel má určitou kapacitu produktu  $a_1, a_2, \dots, a_m$ . Od nich se má tento produkt dopravit k n spotřebitelům  $S_1, S_2, \dots, S_n$ , jejichž požadavky na množství produktu jsou  $b_1, b_2, \dots, b_n$ . Dále jsou zadány sazby  $c_{ij}$ , což jsou ceny za přepravu jednotky produktu mezi dodavatelem  $D_i$  a spotřebitelem  $S_j$ . Mohou to být náklady na přepravu jednotky produktu, častěji to bývá vzdálenost mezi dodavateli a spotřebiteli. Hledané množství produktu, které má být mezi jednotlivými dodavateli a spotřebiteli přepravováno se označuje  $x_{ij}$ “ (tabulka č. 1) (Kosková, 2006).

Tabulka č. 1: Vzorová dopravní tabulka

	Spotřebitelé				
Dodavatelé	$S_1$	$S_2$	...	$S_n$	Kapacity dodavatelů $a_i$
$D_1$	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$
$D_2$	$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$	...	$c_{2n}$ $x_{2n}$	$a_2$
...			...		...
$D_m$	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	...	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_m$
Požadavky spotřebitelů $b_j$	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$

Zdroj: Kosková, 2006

### 3.2.3 Matematický model jednostupňové dopravní úlohy (JDÚ)

Máme zjistit minimum lineární funkce,

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} = z_{MIN}$$

a to za podmínek

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

Matematický model JDÚ je složen ze tří částí:

- 1) „Soustava omezujících podmínek je zadána jako soustava rovnic. Prvních  $m$  rovnic určuje, že každý dodavatel dodává jednotlivým spotřebitelům pouze tolik produktu, kolik je jeho kapacita. Dalších  $n$  rovnic určuje, že každý spotřebitel přijme od jednotlivých dodavatelů právě tolik produktu, kolik požaduje.“
- 2) Podmínka nezápornosti všech proměnných  $x_{ij}$  (nemůžeme přepravovat záporné množství produktu).
- 3) Účelová funkce vyjadřuje závislost mezi strukturou přepravy a celkovými přepravními náklady“ (Kosková, 2006).

### **3.2.4 Algoritmus řešení JDÚ**

Postup řešení dopravní úlohy je takový, že krok za krokem postupujeme od výchozího základního řešení k jinému řešení, které má vždy lepší hodnotu účelové funkce, až nalezneme řešení optimální.

1) K nalezení výchozího základního řešení existují následující metody:

- a. Metoda severozápadního rohu
- b. Metoda indexová
- c. Vogelova aproximační metoda (VAM)
- d. Habrova frekvenční metoda.

2) Test optimality výchozího řešení

Pro test optimality se používá metoda MODI, která vychází z vlastností duálně sdružených úloh. Řešení je buďto optimální nebo je možné nalézt jiné řešení, které se dělá určením rozdílů  $z_{ij} - x_{ij}$ . Optimální řešení při minimalizaci je takové, že  $z_{ij} - c_{ij} \leq 0$ .

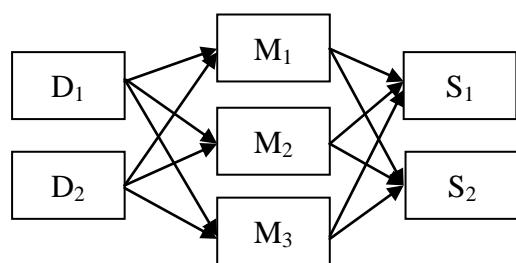
3) Přechod na lepší řešení

V dopravní tabulce se změna báze provádí pomocí Dantzigových uzavřených obvodů. Vstupující proměnnou určíme při minimalizaci podle maximálního rozdílu  $z_{ij} - c_{ij} > 0$  (Kosková, 2006).

### **3.2.5 Dvoustupňová dopravní úloha**

Dvoustupňová dopravní úloha (DDÚ) je taková, která realizuje způsob přepravy přes mezisklady. První stupeň přepravy je od dodavatelů do meziskladů a druhý stupeň přes mezisklady k finálním spotřebitelům (obrázek č. 2) (Brožová, Houška, 2002).

Obrázek č. 2: Schéma DDÚ



Zdroj: upraveno podle Brožová, Houška, 2002

DDÚ je možno řešit metodou, podobnou algoritmu úlohy jednostupňové, avšak tato metoda je ručně poměrně náročná. Proto se dvoustupňové úlohy převádí na úlohy jednostupňové. Princip převodu je představa primárních dodavatelů a meziskladů DDÚ jako dodavatelů JDÚ a meziskladů a finálních spotřebitelů DDÚ jako spotřebitelů JDÚ. Poté se do základní matice sazby jednostupňového modelu zavede submatice prohibitivních sazby a submatice sazby nevyužití meziskladů s nulovou hlavní diagonálou a ostatními prvky rovnými prohibitivní sazbě (obrázek č. 3) (Šubrt, Brožová, Dömeová a kol., 2005).

Obrázek č. 3: Řešení dvoustupňové dopravní úlohy

	Meziskladы	Spotřebitelé
Dodavatelé	<i>Reálné sazby</i>	<i>Prohibitivní sazby</i>
Meziskladы	<i>Diagonála 0, Prohibitivní sazby</i>	<i>Reálné sazby</i>

Zdroj: upraveno podle prezentace Ekonomicko-matematické metody I 9/12

### **3.3 Okružní dopravní problém**

„Okružní dopravní problém neboli problém obchodního cestujícího patří z matematického hlediska mezi tzv. NP-úplné problémy, pro které neexistuje žádný efektivní algoritmus, který by nalezl přesné matematické optimum.“ Řešení problému lze vypočítat pomocí aproximačních metod, jejichž řešení lze považovat za ekonomické optimum. Volba správné metody závisí na tom, o jaký typ okružního dopravního problému se jedná. Úlohy se člení na jednookruhové a víceokruhové (Šubrt, Brožová, Dömeová a kol., 2005).

#### **3.3.1 Jednookruhový okružní dopravní problém**

Jednookruhový okružní dopravní problém, označován také problémem obchodního cestujícího, je přeprava realizována mezi všemi obsluhovanými místy jedním okruhem. Okružní trasa je taková, že každému místu, které projízdíme, přiřadíme místo, které je na okružní trase následuje. Řešení je možné aproximačními metodami, které dávají řešení blízké optimu, a tedy v praxi použitelné (Šubrt a kol., 2011).

##### **3.3.1.1 Metoda nejbližšího souseda**

Jde o nejjednodušší aproximační metodu pro okružní dopravní problém. Princip této metody spočívá v tom, že si zvolíme výchozí místo, z něj se vydáme do místa, do něhož je nejvýhodnější spojení z výchozího místa. Odtud do dalších míst, kde jsme ještě nebyli, které má opět nejvýhodnější spojení z místa, kde se právě nacházíme a po projetí všech míst se vracíme zpět do výchozího (Šubrt a kol., 2011).

Výpočet se provádí v tabulce (matici) sazob tak, že vyškrtneme sloupec odpovídající výchozímu místu (do tohoto místa nepojedeme, vrátíme se tam nakonec). V řádku kde je výchozí místo, najdeme buňku s minimální (nejvýhodnější) sazbou, označíme ji a příslušné spojení bude součástí výsledné okružní trasy. Tímto spojením jsme se dostali do místa, jemuž odpovídá sloupec, v němž se tato buňka nachází. Sloupec vyškrtneme, do tohoto místa se nebudeme vracet. Podíváme se do řádku odpovídajícím tomuto místu a vybereme z buněk v dosud nevyškrtnutých sloupcích opět tu s nejvýhodnější sazbou a celý postup opakujeme, dokud nebudou všechny sloupce

vyškrťány. Řádek, ve kterém jsme se ocitli nakonec, obsadíme buňku ve sloupci odpovídajícím výchozímu místu. Poté krok za krokem zvolíme všechna místa jako výchozí a pro každé zjistíme okružní trasu (Šubrt a kol., 2011).

### 3.3.1.2 Vogelova aproximační metoda

Tato metoda využívá rozdílů mezi dvěma nejvýhodnějšími sazbami. Tím zajišťuje v průběhu výpočtu rovnoměrné obsazování výhodných spojů.

Postup výpočtu je následovný. Do tabulky se zapíší sazby. V každé řadě (řádku i sloupci) spočteme diferenci (rozdíl) mezi dvěma nejmenšími sazbami, pokud se jedná o minimalizaci. V řádku nebo sloupci vybereme největší diferenci a buňku označíme (zvýrazníme, sazbu dáme do rámečku). Vyškrtneme řádek i sloupec, ve kterém se obsazovaná buňka nachází, obchodní cestující jede z i do každého místa jen jednou. Dále je třeba vyškrtnout ještě jednu další buňku, která s právě obsazenou buňkou a případně ještě několika již dříve obsazenými uzavírá kruh, který neprochází všemi místy. Po tomto vyškrtnutí přepočítáme řádkové i sloupcové diference. Tento postup opakujeme, dokud nám nezůstanou jen vyznačené buňky. Výsledek konstruované trasy najdeme v těchto označených buňkách (Šubrt a kol, 2011).

### 3.3.1.3 Metoda výhodnostních čísel

Jedná se o jednu z nejstarších metod, používaných pro okružní dopravní úlohy. Algoritmus metody je takový, že se nejprve libovolně vybere jeden z uzel, který označíme indexem 0. Dále se pro každou dvojici ostatních uzelů i, j spočte pro přímou trasu se sazbou  $c_{ij}$  výhodnostní číslo, které má následující tvar:  $s_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij}$ . Následně se tyto trasy seřadí podle výhodnostních čísel od největšího po nejmenší. V tomto pořadí se zpracovávají a přidávají do okruhu. Vznikne cesta procházející všemi uzly, kromě uzlu 0, který se k řešení připojí (Kučera, 2009).

### 3.3.1.4 Metoda větví a mezí

Metoda větví a mezí patří mezi kombinatorické algoritmy. Princip této metody je natolik obecný, že po úpravě ji lze použít k řešení řady typů úloh celočíselného

programování. Jsou to například metody větví a mezí pro řešení úloh s obecnými podmínkami celočíselnosti, pro řešení okružního dopravního problému, přiřazovacího problému apod. (Jablonský, 2007).

Při řešení metody větví a mezí se množina všech přípustných cyklů dělí na stále se zmenšující podmnožiny. Pro tuto každou podmnožinu se vypočte hranice minimální dosažitelné délky cyklu. Postup končí, nalezneme-li řešení s nejmenší hodnotou spojení nejnižší určené hranici. Tato metoda je vhodná pro stanovení okružní trasy při neomezené kapacitě vozidel (Získal, Havlíček, 2010).

### **3.3.2 Víceokruhový okružní dopravní problém**

Víceokruhové okružní dopravní problémy, také nazývané trasovací problémy, se objevují v různých modifikacích s různými kapacitními, časovými a jinými omezeními, která způsobují, že přepravu nelze realizovat jedním okruhem. Z kapacitních důvodů nelze projet všechna místa jedním okruhem, a proto z centrálního místa, odkud/kam probíhá rozvoz/svoz, musí vyjet více vozidel nebo jedno vozidlo vícekrát. Řešení je opět možné approximační metodou (Šubrt a kol., 2011).

#### **3.3.2.1 Mayerova metoda**

V tabulce sazeb si seřadíme místa v řádcích i sloupcích podle vzdálenosti od místa centrálního svozu a přidáme sloupec obsahující požadavky jednotlivých míst. Vybereme první místo do první okružní trasy tím, že si označíme první sloupec této tabulky, a také požadavek v prvním řádku a vyškrtneme první řádek. Z ostatních míst sečteme pro každé jeho přepravní požadavek s označeným a u míst, kde bude tento součet větší než kapacita vozidla, vyškrtneme v prvním sloupci buňku v příslušném řádku. Ze zbylých nevyškrtnutých prvků v prvním sloupci vybereme minimální, pokud tam takový není, zvolíme prvek nejvíce nahoře. Ten označuje místo, které přiřadíme do konstruované okružní trasy. Odpovídající sloupec a požadavek v odpovídajícím řádku označíme a tento řádek vyškrtneme. Sečteme označené požadavky a pro místa, kde je překročena kapacita vozidla, opět vyškrtneme v označených sloupcích buňky v odpovídajících řádcích. Stejným způsobem vybereme minimální prvek, který bude dalším místem okružní trasy. Celý

postup opakujeme, dokud nevyškrťáme všechny sazby v označených sloupcích a nenajdeme místa pro okružní trasu (Šubrt, Brožová, Dömeová a kol., 2005).

### **3.3.3 Program TSPKOSA**

Program TSPKOSA je vytvořen pro řešení okružního dopravního problému v programovacím jazyku Microsoft Visual Basic 6.5 jako doplněk pro MS Excel. Nabízí řešení pomocí čtyř vybraných metod.

Metody approximační:

- metoda nejbližšího souseda – sekvenčně,
- Vogelova approximační metoda pro ODP,
- metoda výhodnostních čísel – paralelně.

Metody optimalizační:

- metoda větví a mezí (Krejčí, Kučera, Vydrová, 2010).

## **4 Vlastní práce**

### **4.1 Charakteristika vybrané firmy**

Majitelem Pekařství Frydrych sídlící v Říčanech je David Frydrych. V roce 1991 po ukončení studia na pedagogické fakultě UK začal pomáhat svému otci, majiteli PEKAŘSTVÍ A. FRYDRYCH a učit se pekařskému řemeslu. V témže roce absolvoval rekvalifikační kurz v oboru pekař na SPŠPT v Pardubicích. O tři roky později vystupuje již jako společník ve firmě PEKAŘSTVÍ A. FRYDRYCH. V roce 2002 po úmrtí svého otce převzal firmu s 30 zaměstnanci (Pekařství Frydrych, 2015).

„Tradice a kvalita v každém kousku“, takové je motto pekařství. Zabývá se výrobou a prodejem běžného vícezrnného a jemného pečiva, výrobky z listových a plundrových těst. Dodává kompletní sortiment pekárenského zboží. Pekařství Frydrych má dvě vlastní prodejny, sídlící v Říčanech. Dále své výrobky rozváží do blízkých obcí a některých částí Prahy (Pekařství Frydrych, 2015).

### **4.2 Charakteristika řešeného problému**

Pekařství Frydrych rozváží své výrobky do okolních obcí, a také do některých částí Prahy od pondělí do pátku. Výrobky rozváží celkem po 5 okružních trasách, které jsou ještě rozdeleny na okruhy, prostřednictvím pěti vozů značky Fiat Ducato se spotřebou 8,5 litrů nafty na 100 km. Pekařství nepoužívá žádný počítačový program pro optimalizaci svých tras. Trasy jsou sestaveny za léta osvědčené praxe, které už používal otec majitele.

Vzhledem k velkému počtu rozvozových míst, byly z důvodu rozsahu této bakalářské práce vybrány 2 rozvozové trasy, které podnik v praxi používá. Tyto trasy jsou uvedeny v tabulce č. 2 a v tabulce č. 3.

Tabulka č. 2: Rozvozová trasa č. 1

Okruh	Okružní trasa	Počet km
1.	Říčany → Kolovraty → Uhříněves → Říčany	19,1
2.	Říčany → Mukařov → Svojetice → Babice → Říčany	17,3
3.	Říčany → Hostivař → Praha, Měcholupy → Praha, Háje → Praha, Opatov → Říčany	46,2
4.	Říčany → Praha, Malešice → Praha, Strašnice → Praha, Vinohrady → Žižkov → Praha, Vysočany → Praha, Prosek → Praha, Počernice → Praha, Kbely → Říčany	80

Celková délka = 162,6 km

Tabulka č. 3: Rozvozová trasa č. 2

Okruh	Okružní trasa	Počet km
1.	Říčany → Benzina Říčany → Všechnomy → Modletice → Průhonice → Praha, Arbesovo nám. → Radotín → Dolní Břežany → Jesenice → Čestlice → Říčany	86,1
2.	Říčany → Sibřina → Újezd nad Lesy → Úvaly → Nehvizdy → Mochov → Čelákovice → Klánovice → Říčany	59,8
3.	Říčany → Praha, Chodov → Praha, Záběhlice → Praha, Zahradní Město → Praha, Barrandov → Praha, Stodůlky → Praha, Karlovo nám. → Praha, Hl. nádraží → Praha, Pankrác → Říčany	81,5

Celková délka = 227,4 km

Okružní trasa začíná vždy v Říčanech, kde je sídlo Pekařství Frydrych. Výchozí tabulky, kde jsou uvedeny vzdálenosti v km mezi jednotlivými místy, nalezneme v příloze č. 1 a v příloze č. 2. Tyto vzdálenosti byly zjištěny pomocí internetového plánování na serveru mapy.cz, kde podmínkou vyhledávání byla nejkratší trasa.

## 5 Řešení pomocí vybraných metod

Trasy budou řešeny pomocí metody nejbližšího souseda a Vogelovy approximační metody. V programu TSPKOSA nalezneme řešení metodou výhodnostních čísel a metodou větví a mezi.

### 5.1 Optimalizace rozvozové trasy č. 1

#### 5.1.1 Metoda nejbližšího souseda

Při řešení touto metodou, budeme postupovat podle postupu, který je uvedený v kapitole 3.3.1.1 Metoda nejbližšího souseda. V tabulce č. 4 je řešení pomocí metody nejbližšího souseda, kde se postupně každé místo stalo jako výchozí. V okruhu 1., 2. a 4. vyšly 2 trasy se stejným počtem kilometrů, v tomto případě můžeme vybrat jakoukoliv.

Tabulka č. 4: Řešení metody nejbližšího souseda

Okruh	Počáteční místo	Okružní trasa	Počet km
1.	<b>Říčany</b>	<b>Říčany → Kolovraty → Uhříněves → Říčany</b>	<b>19,1</b>
	Uhříněves	Uhříněves → Kolovraty → Říčany → Uhříněves	19,1
	Kolovraty	Kolovraty → Říčany → Uhříněves → Kolovraty	19,1
2.	Říčany	Říčany → Mukařov → Svojetice → Babice → Říčany	17,3
	<b>Svojetice</b>	<b>Svojetice → Mukařov → Babice → Říčany → Svojetice</b>	<b>16,7</b>
	Babice	Babice → Mukařov → Svojetice → Říčany → Babice	16,7
	Mukařov	Mukařov → Svojetice → Babice → Říčany → Mukařov	17,3
3.	Říčany	Říčany → Měcholupy → Hostivař → Háje → Opatov → Říčany	37,8
	<b>Praha, Háje</b>	<b>Háje → Opatov → Hostivař → Měcholupy → Říčany → Háje</b>	<b>36,4</b>
	Hostivař	Hostivař → Háje → Opatov → Měcholupy → Říčany → Hostivař	42,5
	Praha, Opatov	Opatov → Háje → Hostivař → Měcholupy → Říčany → Opatov	37,8
	Praha, Měcholupy	Měcholupy → Hostivař → Háje → Opatov → Říčany → Měcholupy	37,8

4.	Říčany	Říčany → Strašnice → Malešice → Žižkov → Vinohrady → Vysočany → Prosek → Kbely → Počernice → Říčany	67,4
	Žižkov	Žižkov → Vinohrady → Malešice → Strašnice → Vysočany → Prosek → Kbely → Počernice → Říčany → Žižkov	72,6
	Praha, Kbely	Kbely → Prosek → Vysočany → Malešice → Strašnice → Žižkov → Vinohrady → Počernice → Říčany → Kbely	81,5
	Praha, Malešice	Malešice → Strašnice → Žižkov → Vinohrady → Vysočany → Prosek → Kbely → Počernice → Říčany → Malešice	69,9
	Praha, Počernice	Počernice → Kbely → Prosek → Vysočany → Malešice → Strašnice → Žižkov → Vinohrady → Říčany → Počernice	71,8
	Praha, Vinohrady	Vinohrady → Žižkov → Malešice → Strašnice → Vysočany → Prosek → Kbely → Počernice → Říčany → Vinohrady	72,6
	Praha, Prosek	Prosek → Vysočany → Kbely → Počernice → Malešice → Strašnice → Žižkov → Vinohrady → Říčany → Prosek	82,2
	Praha, Strašnice	Strašnice → Malešice → Žižkov → Vinohrady → Vysočany → Prosek → Kbely → Počernice → Říčany → Strašnice	67,4
	Praha, Vysočany	Vysočany → Prosek → Kbely → Počernice → Malešice → Strašnice → Žižkov → Vinohrady → Říčany → Vysočany	80,6

Tabulka č. 5: Výsledné řešení metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech

Okruh	Okružní trasa	Počet km
1.	Říčany → Kolovraty → Uhříněves → Říčany	19,1
2.	Říčany → Svojetice → Mukařov → Babice → Říčany	16,7
3.	Říčany → Háje → Opatov → Hostivař → Měcholupy → Říčany	36,4
4.	Říčany → Strašnice → Malešice → Žižkov → Vinohrady → Vysočany → Prosek → Kbely → Počernice → Říčany	67,4

V tabulce č. 5 jsou vybrané okružní trasy, které vyšly s nejmenším počtem kilometrů a jsou upraveny tak, aby každá trasa začínala ve výchozím bodě, tj. v Říčanech. Celková délka této okružní trasy vyšla 139,6 km.

Z důvodu velkého množství tras, byl vybrán pro ilustraci výpočet 4. okruhu, kde vyšla největší úspora kilometrů oproti původní trase pekařství z 80 km na 67,4 km.

Tabulka č. 6: 1. krok metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech

4. okruh	Říčany	Žižkov	Praha, Kbely	Praha, Malešice	Praha, Počernice	Praha, Vinohrady	Praha, Prosek	Praha, Strašnice	Praha, Vysočany
<b>Říčany</b>	–	20,6	23,1	18,6	18	22,1	22,8	<b>17,6</b>	21,3
<b>Žižkov</b>	<b>20,6</b>	–	11,4	3,6	13,9	2,1	8,5	5,1	6,2
<b>Praha, Kbely</b>	<b>23,1</b>	11,4	–	10,6	7	12,6	5,5	11,5	5,6
<b>Praha, Malešice</b>	<b>18,6</b>	3,6	10,6	–	11,2	5,1	8,3	2,9	5,7
<b>Praha, Počernice</b>	<b>18</b>	13,9	7	11,2	–	15,7	10,8	12,9	9,3
<b>Praha, Vinohrady</b>	<b>22,1</b>	2,1	12,6	5,1	15,7	–	9	5,9	7,3
<b>Praha, Prosek</b>	<b>22,8</b>	8,5	5,5	8,3	10,8	9	–	10,4	3,4
<b>Praha, Strašnice</b>	<b>17,6</b>	5,1	11,5	2,9	12,9	5,9	10,4	–	8
<b>Praha, Vysočany</b>	<b>21,3</b>	6,2	5,6	5,7	9,3	7,3	3,4	8	–

V tabulce č. 6 vyškrtneme sloupec, který odpovídá výchozímu místu (v tomto případě 1. sloupec), do tohoto místa již nepojedeme, vrátíme se tam nakonec. Nyní najdeme řádek, kde je výchozí místo a v něm buňku s nejmenší sazbou (1, 8) – 17,6. Buňku označíme a toto spojení bude součástí výsledné trasy. Dostali jsme spojení z Říčan do Strašnic (17,6 km).

Tabulka č. 7: 2. krok metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech

4. okruh	Říčany	Žižkov	Praha, Kbely	Praha, Malešice	Praha, Počernice	Praha, Vinohrady	Praha, Prosek	Praha, Strašnice	Praha, Vysočany
<b>Říčany</b>	–	20,6	23,1	18,6	18	22,1	22,8	<b>17,6</b>	21,3
<b>Žižkov</b>	<b>20,6</b>	–	11,4	3,6	13,9	2,1	8,5	5,1	6,2
<b>Praha, Kbely</b>	<b>23,1</b>	11,4	–	10,6	7	12,6	5,5	<b>11,5</b>	5,6
<b>Praha, Malešice</b>	<b>18,6</b>	3,6	10,6	–	11,2	5,1	8,3	<b>2,9</b>	5,7
<b>Praha, Počernice</b>	<b>18</b>	13,9	7	11,2	–	15,7	10,8	<b>12,9</b>	9,3
<b>Praha, Vinohrady</b>	<b>22,1</b>	2,1	12,6	5,1	15,7	–	9	<b>5,9</b>	7,3
<b>Praha, Prosek</b>	<b>22,8</b>	8,5	5,5	8,3	10,8	9	–	<b>10,4</b>	3,4
<b>Praha, Strašnice</b>	<b>17,6</b>	5,1	11,5	<b>2,9</b>	12,9	5,9	10,4	–	8
<b>Praha, Vysočany</b>	<b>21,3</b>	6,2	5,6	5,7	9,3	7,3	3,4	8	–

V tabulce č. 7 vyškrtneme 8. sloupec, do Strašnic se již nebudeme vracet. V řádku odpovídajícímu tomuto místu vybereme opět buňku s nejvýhodnější sazbou. V tomto řádku má nejmenší sazbu buňka (8, 4) – 2,9. Vyšlo nám spojení ze Strašnic do Malešic (2,9 km). Celý postup opakujeme, dokud nebudou všechny sloupce vyškrtnány.

Tabulka č. 8: Výsledné řešení metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech

4. okruh	Říčany	Žižkov	Praha, Kbely	Praha, Malešice	Praha, Počernice	Praha, Vinohrady	Praha, Prosek	Praha, Strašnice	Praha, Vysočany
<b>Říčany</b>	–	20,6	23,1	18,6	18	22,1	22,8	<b>17,6</b>	21,3
<b>Žižkov</b>	20,6	–	11,4	3,6	13,9	<b>2,1</b>	8,5	5,1	6,2
<b>Praha, Kbely</b>	23,1	<b>11,4</b>	–	10,6	<b>7</b>	12,6	5,5	11,5	5,6
<b>Praha, Malešice</b>	18,6	<b>3,6</b>	10,6	–	11,2	5,1	8,3	2,9	5,7
<b>Praha, Počernice</b>	<b>18</b>	13,9	7	11,2	–	15,7	10,8	12,9	9,3
<b>Praha, Vinohrady</b>	22,1	2,1	12,6	5,1	15,7	–	9	5,9	<b>7,3</b>
<b>Praha, Prosek</b>	22,8	8,5	<b>5,5</b>	8,3	10,8	9	–	10,4	3,4
<b>Praha, Strašnice</b>	<b>17,6</b>	5,1	11,5	<b>2,9</b>	12,9	5,9	10,4	–	8
<b>Praha, Vysočany</b>	21,3	6,2	5,6	5,7	9,3	7,3	<b>3,4</b>	8	–

V tabulce č. 8 jsou již všechny sloupce vyškrtnány. Do 5. řádku jsme se dostali nakonec, obsadili jsme buňku v 1. sloupci (Říčany), které odpovídá výchozímu místu, tímto přidáme ještě spojení z Počernic do Říčan (18 km) a uzavřeme okruh.

Výsledná trasa s výchozím místem v Říčanech: Říčany → Strašnice → Malešice → Žižkov → Vinohrady → Vysočany → Prosek → Kbely → Počernice → Říčany, v celkové délce 67,4 km.

### 5.1.2 Vogelova aproximační metoda

Při řešení touto metodou budeme vycházet z postupu, který je uvedený v kapitole 3.3.1.2 Vogelova aproximační metoda. V tabulce č. 9 je řešení touto metodou. Celková délka této okružní trasy je 142,7 km. Pro ilustraci si ukážeme výpočet 3. okruhu, kde byla úspora kilometrů z původních 46,2 km na 36,4 km.

Tabulka č. 9: Řešení Vogelovou aproximační metodou

Okruh	Okružní trasa	Počet km
1.	Říčany → Kolvraty → Uhříněves → Říčany	19,1
2.	Říčany → Mukařov → Svojetice → Babice → Říčany	17,3
3.	Říčany → Měcholupy → Hostivař → Opatov → Háje → Říčany	36,4
4.	Říčany → Malešice → Strašnice → Žižkov → Vinohrady → Vysočany → Prosek → Kbely → Počernice → Říčany	69,9

Tabulka č. 10: 1. krok Vogelovy aproximační metody

3. okruh	Říčany	Praha, Háje	Hostivař	Praha, Opatov	Praha, Měcholupy	d
<b>Říčany</b>	–	14,1	47,2	15,9	12,1	2
<b>Praha, Háje</b>	14,1	–	3,2	2,2	6,5	1
<b>Hostivař</b>	17,2	3,2	–	3,6	4,4	0,4
<b>Praha, Opatov</b>	15,9	2,2	3,6	–	7,8	1,4
<b>Praha, Měcholupy</b>	42,1	6,5	4,4	7,8	–	2,1

**d**    2    1    0,4    1,4    2,1

V tabulce č. 10 jsme pro každý řádek a sloupec vypočítali rozdíl mezi dvěma nejvýhodnějšími sazbami ( $d=difference$ ). Vybereme největší diferenci, ta je v 5. řádku a v 5. sloupci. Vybereme 5. řádek, protože kdybychom vybrali 5. sloupec, projeli bychom okružní trasu opačným směrem. V řádku vybereme buňku s nejmenší sazbou, tj. buňka (5, 3) Měcholupy – Hostivař se sazbou 4,4. Vyškrtneme 5. řádek (z Měcholup už nemůžeme jet do jiného místa) a 3. sloupec (z jiného místa nemůžeme jet do Hostivaře). Dále abychom neuzavřeli předčasně okružní trasu, škrtneme buňku (3, 5). Přepočítáme diference a postup opakujeme.

Tabulka č. 11: 2. krok Vogelovy aproximační metody

3. okruh	Říčany	Praha, Háje	Hostivař	Praha, Opatov	Praha, Měcholupy	d
<b>Říčany</b>	–	14,1	17,2	15,9	12,1	2
<b>Praha, Háje</b>	14,1	–	3,2	2,2	6,5	4,3
<b>Hostivař</b>	17,2	3,2	–	3,6	4,4	0,4
<b>Praha, Opatov</b>	15,9	2,2	3,6	–	7,8	5,6
<b>Praha, Měcholupy</b>	12,1	6,5	4,4	7,8	–	–

**d** 1,8 1 – 1,4 1,3

V tabulce č. 11 je největší diference ve 4. řádku – 5,6, nejnižší sazbu má buňka (4, 2) s hodnotou 2,2. Zde je spojení z Opatova na Háje. Vyškrtneme 4. řádek a 2. sloupec, a také buňku (2, 4), protože nelze jet z Hájů zpět na Opatov. Tento postup opakujeme, dokud nenavštívíme všechna místa.

Tabulka č. 12: Výsledné řešení Vogelovy aproximační metody

3. okruh	Říčany	Praha, Háje	Hostivař	Praha, Opatov	Praha, Měcholupy	d
<b>Říčany</b>	–	14,1	17,2	15,9	12,1	–
<b>Praha, Háje</b>	14,1	–	3,2	2,2	6,5	–
<b>Hostivař</b>	17,2	3,2	–	3,6	4,4	–
<b>Praha, Opatov</b>	15,9	2,2	3,6	–	7,8	–
<b>Praha, Měcholupy</b>	12,1	6,5	4,4	7,8	–	–

**d** – – – – – –

V tabulce č. 12 jsou již všechna místa obsazena. Výsledná trasa je: Říčany → Měcholupy → Hostivař → Opatov → Háje → Říčany, v celkové délce 36,4 km.

### 5.1.3 Metoda výhodnostních čísel

Výpočet metody výhodnostních čísel byl proveden programem TSPKOSA v MS Excel. V tabulce č. 13 jsou uvedeny výsledky pro všechny 4 okruhy a byly vybrány pouze trasy s nejmenším počtem kilometrů. Celková délka této okružní trasy je 139,6 km.

Tabulka č. 13: Metoda výhodnostních čísel vypočtená programem TSPKOSA

Okruh	Okružní spojení	Počet km
1.	Říčany → Kolovraty → Uhříněves → Říčany	19,1
2.	Říčany → Babice → Mukařov → Svojetice → Říčany	16,7
3.	Říčany → Háje → Opatov → Hostivař → Měcholupy → Říčany	36,4
4.	Říčany → Počernice → Kbely → Prosek → Vysočany → Vinohrady → Žižkov → Malešice → Strašnice → Říčany	67,4

### 5.1.4 Metoda větví a mezí

Metoda větví a mezí byla vypočtena programem TSPKOSA v MS Excel. Tato metoda patří mezi optimalizační. V tabulce č. 14 jsou vyhodnoceny výsledky tras s optimálním počtem kilometrů. Celková délka této okružní trasy vyšla 139,6 km.

Tabulka č. 14: Metoda větví a mezí vypočtená programem TSPKOSA

Okruh	Okružní spojení	Počet km
1.	Říčany → Kolovraty → Uhříněves → Říčany	19,1
2.	Říčany → Babice → Mukařov → Svojetice → Říčany	16,7
3.	Říčany → Háje → Opatov → Hostivař → Měcholupy → Říčany	36,4
4.	Říčany → Strašnice → Malešice → Žižkov → Vinohrady → Vysočany → Prosek → Kbely → Počernice → Říčany	67,4

## 5.2 Optimalizace rozvozové trasy č. 2

### 5.2.1 Metoda nejbližšího souseda

V tabulce č. 15 je řešení pomocí metody nejbližšího souseda, kde se postupně každé místo stalo jako výchozí. V 1. okruhu vyšly 3 stejně dlouhé nejkratší trasy, v tomto případě můžeme vybrat jakoukoliv.

Tabulka č. 15: Řešení metody nejbližšího souseda

Okruh	Počáteční místo	Okružní trasa	Počet km
1.	Říčany	Říčany → Benzina Říčany → Všechnomy → Modletice → Čestlice → Průhonice → Jesenice → Dolní Břežany → Radotín → Arbesovo nám. → Říčany	86,1
	Jesenice	Jesenice → Dolní Břežany → Modletice → Čestlice → Průhonice → Benzina Říčany → Říčany → Všechnomy → Arbesovo nám. → Radotín → Jesenice	96,7
	Radotín	Radotín → Dolní Břežany → Jesenice → Modletice → Čestlice → Průhonice → Benzina Říčany → Říčany → Všechnomy → Arbesovo nám. → Radotín	88,3
	Modletice	<b>Modletice → Čestlice → Průhonice → Jesenice → Dolní Břežany → Radotín → Arbesovo nám. → Benzina Říčany → Říčany → Všechnomy → Modletice</b>	<b>84,3</b>
	Všechnomy	Všechnomy → Modletice → Čestlice → Průhonice → Jesenice → Dolní Břežany → Radotín → Arbesovo nám. → Benzina Říčany → Říčany → Všechnomy	84,3
	Dolní Břežany	Dolní Břežany → Jesenice → Modletice → Čestlice → Průhonice → Benzina Říčany → Říčany → Všechnomy → Arbesovo nám. → Radotín → Dolní Břežany	88,3
	Čestlice	Čestlice → Průhonice → Modletice → Jesenice → Dolní Břežany → Radotín → Arbesovo nám. → Benzina Říčany → Říčany → Všechnomy → Čestlice	85,7
	Průhonice	Průhonice → Čestlice → Modletice → Jesenice → Dolní Břežany → Radotín → Arbesovo nám. → Benzina Říčany → Říčany → Všechnomy → Průhonice	85,8
	Praha, Arbesovo nám.	Arbesovo nám. → Radotín → Dolní Břežany → Jesenice → Modletice → Čestlice → Průhonice → Benzina Říčany → Říčany → Všechnomy → Arbesovo nám.	88,3
2.	Benzina Říčany	<b>Říčany → Sibřina → Újezd nad Lesy → Klánovice → Nehvizdy → Čelákovice → Mochov → Úvaly → Říčany</b>	<b>56,3</b>
	Klánovice	Klánovice → Újezd nad Lesy → Sibřina → Úvaly → Nehvizdy → Čelákovice → Mochov → Říčany → Klánovice	66,8

3.	Čelákovice	Čelákovice → Mochov → Nehvizdy → Klánovice → Újezd nad Lesy → Sibřina → Úvaly → Říčany → Čelákovice	65,8
	Sibřina	Sibřina → Újezd nad Lesy → Klánovice → Nehvizdy → Mochov → Čelákovice → Úvaly → Říčany → Sibřina	57,3
	Mochov	Mochov → Čelákovice → Nehvizdy → Klánovice → Újezd nad Lesy → Sibřina → Úvaly → Říčany → Mochov	65,2
	Újezd nad Lesy	Újezd nad Lesy → Sibřina → Klánovice → Nehvizdy → Čelákovice → Mochov → Úvaly → Říčany → Újezd nad Lesy	61,1
	Nehvizdy	Nehvizdy → Mochov → Čelákovice → Klánovice → Újezd nad Lesy → Sibřina → Úvaly → Říčany → Nehvizdy	65,7
	Úvaly	Úvaly → Újezd nad Lesy → Sibřina → Klánovice → Nehvizdy → Čelákovice → Mochov → Říčany → Úvaly	67,2
3.	Říčany	Říčany → Chodov → Zahradní Město → Záběhlice → Pankrác → Karlovo nám. → Hl. nádraží → Barrandov → Stodůlky → Říčany	86
	Praha, Stodůlky	Stodůlky → Karlovo nám. → Hl. nádraží → Pankrác → Záběhlice → Zahradní Město → Chodov → Barrandov → Říčany → Stodůlky	100,3
	Praha, Pankrác	Pankrác → Karlovo nám. → Hl. nádraží → Záběhlice → Zahradní Město → Chodov → Barrandov → Stodůlky → Říčany → Pankrác	95,4
	Praha, Záběhlice	Záběhlice → Zahradní Město → Chodov → Pankrác → Karlovo nám. → Hl. nádraží → Barrandov → Stodůlky → Říčany → Záběhlice	88,8
	Praha, Zahradní Město	Zahradní Město → Záběhlice → Chodov → Pankrác → Karlovo nám. → Hl. nádraží → Barrandov → Stodůlky → Říčany → Zahradní Město	88,7
	Praha, Chodov	Chodov → Zahradní Město → Záběhlice → Pankrác → Karlovo nám. → Hl. nádraží → Barrandov → Stodůlky → Říčany → Chodov	86
	Praha, Hl. nádraží	Hl. nádraží → Karlovo nám. → Pankrác → Záběhlice → Zahradní Město → Chodov → Barrandov → Stodůlky → Říčany → Hl. nádraží	96,1
	Praha, Barrandov	Barrandov → Karlovo nám. → Hl. nádraží → Pankrác → Záběhlice → Zahradní Město → Chodov → Říčany → Stodůlky → Barrandov	83,5
	Praha, Karlovo nám.	Karlovo nám. → Hl. nádraží → Pankrác → Záběhlice → Zahradní Město → Chodov → Barrandov → Stodůlky → Říčany → Karlovo nám.	96,8

Tabulka č. 16: Výsledné řešení metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech

Okruh	Okružní trasa	Počet km
1.	Říčany → Všechnomy → Modletice → Čestlice → Průhonice → Jesenice → Dolní Břežany → Radotín → Arbesovo nám. → Benzina Říčany → Říčany	84,3
2.	Říčany → Sibřina → Újezd nad Lesy → Klánovice → Nehvizdy → Čelákovice → Mochov → Úvaly → Říčany	56,3
3.	Říčany → Stodůlky → Barrandov → Karlovo nám. → Hl. nádraží → Pankrác → Záběhlice → Zahradní Město → Chodov → Říčany	83,5

V tabulce č. 16 jsou vybrané okružní trasy, které vyšly s nejmenším počtem kilometrů a jsou upraveny tak, aby každá trasa začínala ve výchozím bodě, tj. v Říčanech. Celková délka této okružní trasy je 224,1 km. Pro ilustraci byl vybrán výpočet 2. okruhu, kde vyšla úspora kilometrů oproti původní trase z 59,8 km na 56,3 km.

Tabulka č. 17: 1. krok metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech

2. okruh	Říčany	Klánovice	Čelákovice	Sibřina	Mochov	Újezd nad Lesy	Nehvizdy	Úvaly
<b>Říčany</b>	–	13,4	25,1	<b>8,6</b>	24,5	11,1	20,3	13,3
<b>Klánovice</b>	<b>13,4</b>	–	11,9	5	12	2,7	7,2	7,6
<b>Čelákovice</b>	<b>25,1</b>	11,9	–	16,4	4,6	14,2	4,9	13,5
<b>Sibřina</b>	<b>8,6</b>	5	16,4	–	16	2,5	11,7	5,5
<b>Mochov</b>	<b>24,5</b>	12	4,6	16	–	14,3	4,9	12,5
<b>Újezd nad Lesy</b>	<b>11,1</b>	2,7	14,2	2,5	14,3	–	9,5	5,2
<b>Nehvizdy</b>	<b>20,3</b>	7,2	4,9	11,7	4,9	9,5	–	8,7
<b>Úvaly</b>	<b>13,3</b>	7,6	13,5	5,5	12,5	5,2	8,7	–

V tabulce č. 17 vyškrtneme sloupec, který odpovídá výchozímu místu. V tomto případě 1. sloupec, do tohoto místa již nepojedeme, vrátíme se tam nakonec. Najdeme rádek, kde je výchozí místo a v něm buňku s nejmenší sazbou (1, 4) – 8,6. Buňku označíme a toto spojení bude součástí výsledné trasy. Vyšlo nám spojení z Říčan do obce Sibřina (8,6 km).

Tabulka č. 18: 2. krok metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech

2. okruh	Říčany	Klánovice	Čelákovice	Sibřina	Mochov	Újezd nad Lesy	Nehvizdy	Úvaly
<b>Říčany</b>	–	13,4	25,1	<b>8,6</b>	24,5	11,1	20,3	13,3
<b>Klánovice</b>	<b>13,4</b>	–	11,9	5	12	2,7	7,2	7,6
<b>Čelákovice</b>	<b>25,1</b>	11,9	–	<b>16,4</b>	4,6	14,2	4,9	13,5
<b>Sibřina</b>	<b>8,6</b>	5	16,4	–	16	<b>2,5</b>	11,7	5,5
<b>Mochov</b>	<b>24,5</b>	12	4,6	<b>16</b>	–	14,3	4,9	12,5
<b>Újezd nad Lesy</b>	<b>11,1</b>	2,7	14,2	<b>2,5</b>	14,3	–	9,5	5,2
<b>Nehvizdy</b>	<b>20,3</b>	7,2	4,9	<b>11,7</b>	4,9	9,5	–	8,7
<b>Úvaly</b>	<b>13,3</b>	7,6	13,5	<b>5,5</b>	12,5	5,2	8,7	–

V tabulce č. 18 vyškrtneme 4. sloupec, do obce Sibřina se nebudeme vracet. V řádku odpovídajícímu tomuto místu vybereme opět buňku s nejvýhodnější sazbou. V tomto řádku má nejmenší sazbu buňka (4, 6) – 2,5. Dostali jsme spojení ze Sibřiny do Újezdu nad Lesy (2,5 km). Tento postup opakujeme, dokud nebudou všechny sloupce vyškrtnány.

Tabulka č. 19: Výsledné řešení metody nejbližšího souseda s výchozím místem v Říčanech

2. okruh	<b>Říčany</b>	<b>Klánovice</b>	<b>Čelákovice</b>	<b>Sibřina</b>	<b>Mochov</b>	<b>Újezd nad Lesy</b>	<b>Nehvizdy</b>	<b>Úvaly</b>
<b>Říčany</b>	—	13,4	25,1	<b>8,6</b>	24,5	11,1	20,3	13,3
<b>Klánovice</b>	13,4	—	11,9	5	12	2,7	<b>7,2</b>	7,6
<b>Čelákovice</b>	25,1	11,9	—	16,4	<b>4,6</b>	14,2	4,9	13,5
<b>Sibřina</b>	8,6	5	16,4	—	16	<b>2,5</b>	11,7	5,5
<b>Mochov</b>	24,5	12	4,6	16	—	14,3	4,9	<b>12,5</b>
<b>Újezd nad Lesy</b>	11,1	<b>2,7</b>	14,2	2,5	14,3	—	9,5	5,2
<b>Nehvizdy</b>	20,3	7,2	<b>4,9</b>	11,7	4,9	9,5	—	8,7
<b>Úvaly</b>	<b>13,3</b>	7,6	13,5	5,5	12,5	5,2	8,7	—

V tabulce č. 19 jsou v konečném řešení všechny sloupce vyškrtnuty. Do 8. řádku jsme se dostali nakonec, obsadili jsme buňku v 1. sloupci (Říčany), které odpovídá výchozímu místu, tímto přidáme ještě spojení z obce Úvaly do Říčan (13,3 km) a uzavřeme okruh.

Výsledná trasa s výchozím místem v Říčanech: Říčany → Sibřina → Újezd nad Lesy → Klánovice → Nehvizdy → Čelákovice → Mochov → Úvaly → Říčany, v celkové délce 56,3 km.

### 5.2.2 Vogelova aproximační metoda

V tabulce č. 20 je řešení touto metodou pro všechny 3 okruhy. Celková délka této okružní trasy vyšla 221 km. Provedeme pro ilustraci výpočet 1. okruhu, kde vyšla úspora kilometrů oproti původní trase z 86,1 km na 82,6 km.

Tabulka č. 20: Řešení Vogelovou aproximační metodou

Okruh	Okružní trasa	Počet km
1.	Říčany → Průhonice → Čestlice → Arbesovo nám. → Radotín → Dolní Břežany → Jesenice → Modletice → Všechnomy → Benzina Říčany → Říčany	82,6
2.	Říčany → Úvaly → Mochov → Čelákovice → Nehvizdy → Klánovice → Újezd nad Lesy → Sibřina → Říčany	56,3
3.	Říčany → Pankrác → Hl. nádraží → Karlovo nám. → Barrandov → Stodůlky → Záběhlice → Zahradní Město → Chodov → Říčany	82,1

Tabulka č. 21: 1. krok Vogelovy aproximační metody

1. okruh		Říčany	Jesenice	Radotín	Modletice	Všechnomy	Dolní Břežany	Čestlice	Průhonice	Praha, Arbesovo nám.	Benzina Říčany	<b>d</b>
Říčany	–	14,2	–	30	8,7	8	18,5	8,7	10,5	24,6	2,2	5,8
Jesenice	14,2	–	16,3	6,4	12,4	4,3	8,1	8,6	16,1	13,4	2,1	0,7
Radotín	30	16,3	–	23	28,4	12,3	23,6	21,7	13	29,4	1,5	0,6
Modletice	8,7	6,4	23	–	7	10,8	4,6	6,1	21,2	8	6,5	2,7
Všechnomy	8	12,4	28,4	7	–	16,8	9,1	10,7	25,8	7,6	4,2	3
Dolní Břežany	18,5	4,3	12,3	10,8	16,8	–	12,4	11,5	16	17,7	5,4	–
Čestlice	8,7	8,1	23,6	4,6	9,1	12,4	–	1,9	17,4	7,9	2,7	4,2
Průhonice	10,5	8,6	21,7	6,1	10,7	11,5	1,9	–	16,8	9,8	3	0,6
Praha, Arbesovo nám.	24,6	16,1	13	21,2	25,8	16	17,4	16,8	–	22,4	5,4	0,7
Benzina Říčany	2,2	13,4	29,4	8	7,6	17,7	7,9	9,8	22,4	–	–	1,5

V tabulce č. 21 jsme pro každý řádek a sloupec vypočítali rozdíl mezi dvěma nejvhodnějšími sazbami. Největší diference je v 6. řádku – 6,5. V téžém řádku vybereme buňku s nejmenší sazbou, tj. buňka (6, 2) se sazbou 4,3. Vyškrtneme 6. řádek a 2. sloupec. Dále abychom neuzavřeli předčasně okružní trasu, škrtneme buňku (2, 6). Přepočítáme diference a postup opakujeme.

Tabulka č. 22: 2. krok Vogelovy aproximační metody

1. okruh		Říčany	Jesenice	Radotín	Modletice	Všechnomy	Dolní Břežany	Čestlice	Průhonice	Praha, Arbesovo nám.	Benzina Říčany	<b>d</b>
Říčany	–	14,2	–	30	8,7	8	18,5	8,7	10,5	24,6	2,2	5,8
Jesenice	14,2	–	16,3	6,4	12,4	4,3	8,1	8,6	16,1	13,4	2,1	0,7
Radotín	30	16,3	–	23	28,4	12,3	23,6	21,7	13	29,4	1,5	0,6
Modletice	8,7	6,4	23	–	7	10,8	4,6	6,1	21,2	8	6,5	2,7
Všechnomy	8	12,4	28,4	7	–	16,8	9,1	10,7	25,8	7,6	4,2	3
Dolní Břežany	18,5	4,3	12,3	10,8	16,8	–	12,4	11,5	16	17,7	5,4	0,7
Čestlice	8,7	8,1	23,6	4,6	9,1	12,4	–	1,9	17,4	7,9	2,7	4,2
Průhonice	10,5	8,6	21,7	6,1	10,7	11,5	1,9	–	16,8	9,8	3	0,6
Praha, Arbesovo nám.	24,6	16,1	13	21,2	25,8	16	17,4	16,8	–	22,4	5,4	0,7
Benzina Říčany	2,2	13,4	29,4	8	7,6	17,7	7,9	9,8	22,4	–	–	1,5

**d** 5,8 – 3,3 1,5 0,6 0,7 2,7 4,2 3,1 5,4

V tabulce č. 22 je největší diference v 1. sloupci – 5,8, nejnižší sazbu má buňka (10, 1) s hodnotou 2,2. Zde je spojení z Benziny Říčany do Říčan (2,2 km). Vyškrtneme 10. rádek a 1. sloupec, a také buňku (1, 10) abychom předčasně neuzavřeli okružní trasu. Tento postup opakujeme, dokud neobsadíme všechna místa v okruhu.

Tabulka č. 23: Výsledné řešení Vogelovy aproximační metody

1. okruh	Říčany	Jesenice	Radotín	Modletice	Všechnomy	Dolní Břežany	Čestlice	Průhonice	Praha, Arbesovo nám.	Benzina Říčany	<b>d</b>
<b>Říčany</b>	–	14,2	30	8,7	8	18,5	8,7	<b>10,5</b>	24,6	2,2	–
<b>Jesenice</b>	14,2	–	16,3	<b>6,4</b>	12,4	4,3	8,1	8,6	16,1	13,4	–
<b>Radotín</b>	30	16,3	–	23	28,4	<b>12,3</b>	23,6	21,7	13	29,4	–
<b>Modletice</b>	8,7	6,4	23	–	7	10,8	4,6	6,1	21,2	8	–
<b>Všechnomy</b>	8	12,4	28,4	7	–	16,8	9,1	10,7	25,8	<b>7,6</b>	–
<b>Dolní Břežany</b>	18,5	<b>4,3</b>	12,3	10,8	16,8	–	12,4	11,5	16	17,7	–
<b>Čestlice</b>	8,7	8,1	23,6	4,6	9,1	<b>12,4</b>	–	1,9	<b>17,4</b>	7,9	–
<b>Průhonice</b>	10,5	8,6	21,7	6,1	10,7	<b>11,5</b>	<b>1,9</b>	–	16,8	9,8	–
<b>Praha, Arbesovo nám.</b>	24,6	16,1	<b>13</b>	21,2	25,8	16	17,4	16,8	–	22,4	–
<b>Benzina Říčany</b>	<b>2,2</b>	13,4	29,4	8	7,6	17,7	7,9	9,8	22,4	–	–
<b>d</b>	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

V tabulce č. 23 jsou již všechna místa obsazena. Výsledná trasa je: Říčany → Průhonice → Čestlice → Arbesovo nám. → Radotín → Dolní Břežany → Jesenice → Modletice → Všechnomy → Benzina Říčany → Říčany, v celkové délce 82,6 km.

### 5.2.3 Metoda výhodnostních čísel

Výpočet metody výhodnostních čísel byl proveden programem TSPKOSA v MS Excel. V tabulce č. 24 jsou uvedeny výsledky pro všechny 3 okruhy a byly vybrány pouze trasy s nejmenším počtem kilometrů. Celková délka této okružní trasy vyšla 213,7 km.

Tabulka č. 24: Metoda výhodnostních čísel vypočtená programem TSPKOSA

Okruh	Okružní spojení	Počet km
1.	Říčany → Benzina Říčany → Čestlice → Průhonice → Arbesovo nám. → Radotín → Dolní Břežany → Jesenice → Modletice → Všechnomy → Říčany	79,8
2.	Říčany → Úvaly → Mochov → Čelákovice → Nehvizdy → Klánovice → Újezd nad Lesy → Sibřina → Říčany	56,3
3.	Říčany → Zahradní Město → Záběhlice → Pankrác → Hl. nádraží → Karlovo nám. → Stodůlky → Barrandov → Chodov → Říčany	77,6

#### 5.2.4 Metoda větví a mezí

Metoda větví a mezí byla vypočtena programem TSPKOSA v MS Excel. Tato metoda patří mezi optimalizační. V tabulce č. 25 jsou vyhodnoceny výsledky tras s optimálním počtem kilometrů. Celková délka této okružní trasy je 213,7 km.

Tabulka č. 25: Metoda větví a mezí vypočtená programem TSPKOSA

Okruh	Okružní spojení	Počet km
1.	Říčany → Všechnomy → Modletice → Jesenice → Dolní Břežany → Radotín → Arbesovo nám. → Průhonice → Čestlice → Benzina Říčany → Říčany	79,8
2.	Říčany → Úvaly → Mochov → Čelákovice → Nehvizdy → Klánovice → Újezd nad Lesy → Sibřina → Říčany	56,3
3.	Říčany → Chodov → Barrandov → Stodůlky → Karlovo nám. → Hl. nádraží → Pankrác → Záběhlice → Zahradní Město → Říčany	77,6

## 6 Zhodnocení výsledků

V této části práce jsou zhodnoceny výsledky, které byly získány v praktické části. Porovnány jsou dvě rozvozové trasy pekařství, které v praxi používá, s vypočtenými trasami pomocí ekonomicko-matematických metod. Trasa č. 1 je rozdělena do 4 okruhů a trasa č. 2 do 3 okruhů. Každý okruh byl vypočten jednotlivými metodami samostatně. Výsledky jsou hodnoceny podle počtu ujetých kilometrů. V tabulce č. 26 je souhrn všech použitých metod k jednotlivým okruhům pro rozvozovou trasu č. 1.

Tabulka č. 26: Porovnání výsledků pro rozvozovou trasu č. 1

Okruh	Metoda				Pekařství Frydrych
	Metoda nejbližšího sousedu	Vogelova aproximační metoda	Metoda výhodnostních čísel	Metoda větví a mezí	
1.	19,1	19,1	19,1	19,1	19,1
2.	16,7	17,3	16,7	16,7	17,3
3.	36,4	36,4	36,4	36,4	46,2
4.	67,4	69,9	67,4	67,4	80
Celkem km	139,6	142,7	139,6	139,6	162,6

Při prvním pohledu na tabulku je zřejmé, že tři metody vyšly naprostě stejně, co se týká celkového počtu kilometrů. Metoda výhodnostních čísel se liší pouze v opačném pořadí projetých míst. V tomto případě si můžeme trasu vybrat libovolně. Vybereme metodu nejbližšího souseda, řešení je v tabulce č. 5. Tato okružní trasa je zobrazena na mapě v příloze č. 3.

Délka prvního okruhu vyšla u všech metod stejně. Je to dáno tím, že v tomto okruhu jsou pouze dvě místa rozvozu (Kolovraty a Uhříněves). Ve druhém okruhu se počet kilometrů liší pouze u Vogelovy aproximační metody, kde vyšla stejná délka, jakou jezdí pekařství, tj. 17,3 km. Třetí okruh vyšel u všech metod stejně (36,4 km), s porovnáním s původní délkou trasy pekařství je to o 9,8 km méně. Výsledek čtvrtého okruhu poskytl mnohem lepší trasu, než která je doopravdy využívána.

Celkově lze tedy říct, že rozvozová trasa č. 1 vyšla po celkovém součtu všech okruhů u každé metody k velmi dobrému výsledku, a to úsporou 23 km u tří metod ze čtyř, s porovnáním se stálou trasou pekařství. V procentuálním vyjádření je úspora 14,15 %.

Tabulka č. 27: Porovnání výsledků pro rozvozovou trasu č. 2

Okruh	Metoda				Pekařství Frydrych
	Metoda nejbližšího souseda	Vogelova aproximační metoda	Metoda výhodnostních čísel	Metoda větví a mezí	
1.	84,3	82,6	79,8	79,8	86,1
2.	56,3	56,3	56,3	56,3	59,8
3.	83,5	82,1	77,6	77,6	81,5
Celkem km	224,1	221	213,7	213,7	227,4

V tabulce č. 27 je souhrn všech použitých metod k jednotlivým okruhům pro rozvozovou trasu č. 2 z hlediska počtu ujetých kilometrů. Z tabulky je vidět, že ve třetím okruhu nám ve dvou případech approximační metody neposkytly lepší nebo stejně dlouhou trasu, ale naopak delší, než jakou používá pekařství v praxi.

Po celkovém součtu všech okruhů nám nejlépe vyšly dvě metody, a to approximační metoda výhodnostních čísel a optimalizační metoda větví a mezí. Výsledek obou těchto metod nám ukázal nejkratší dosažitelnou trasu. Vybrat můžeme jakoukoliv, obě jsou naprosto stejné, liší se pouze v opačném pořadí projetých míst. V tomto případě i metoda výhodnostních čísel poskytla optimální výsledek. V tabulce č. 24 je řešení této metody. Tato okružní trasa je zobrazena na mapě v příloze č. 4. Výsledná optimální trasa je o 13,7 km kratší než trasa pekařství. V procentuálním vyjádření je úspora 6,02 %.

Spočítáme si úsporu pohonných hmot v případě zavedení obou těchto tras místo původních. Pekařství má auta značky Fiat Ducato, kde spotřeba nafty je 8,5 litrů na 100 km. Auta tankují na čerpací stanici Shell Beno Říčany, kde cena nafty k 27. 2. 2015 byla 32,90 Kč/l. V tabulce č. 28 je znázorněna spotřeba pohonných hmot.

Tabulka č. 28: Spotřeba pohonných hmot

Trasy	Spotřeba nafty (v Kč)			
	denní	týdenní	měsíční	roční
Pekařství Frydrych	1 090,64	5 453,18	22 812,45	273 749,39
Optimalizované	988,00	4 940,02	20 665,74	247 988,87
Úspora celkem	102,64	513,16	2 146,71	25 760,52

Pozn.: Rok 2015 má 251 pracovních dnů.

Zdroj: vlastní zpracování

Z tabulky lze vyčíst, že spotřeba nafty po optimalizaci obou tras je nižší a v peněžním vyjádření je roční úspora po zaokrouhlení 25 761 Kč. V procentuálním vyjádření je úspora pohonných hmot 9,41 %. Abychom mohli porovnat spotřebu nafty, musíme brát v úvahu, že cena pohonných hmot může klesat nebo naopak stoupat.

## 7 Závěr

V teoretické části byla za pomoci odborné literatury zpracována literární rešerše zabývající se problematikou optimalizace dopravních tras. Dále zde byly popsány metody, které se používají při řešení okružního dopravního problému. Vybrané metody byly následně aplikovány na konkrétní případ Pekařství Frydrych.

Cílem této práce bylo určit nejkratší rozvozové trasy pro Pekařství Frydrych v Říčanech. Při výpočtu bylo využito approximačních a optimalizačních metod, díky nimž byly získány různé výsledky, nejlepší z nich byly vybrány a porovnány se zavedenou trasou pekařství. Celkem byly porovnány dvě trasy. Porovnáním první trasy se zavedenou trasou pekařství se okružní trasa zkrátí o 23 km, druhá trasa o 13,7 km. Zavedením těchto tras do provozu by se snížila roční spotřeba pohonných hmot o 25 761 Kč.

## **8 Seznam použitých zdrojů**

BROŽOVÁ, H., HOUŠKA, M. *Základní metody operační analýzy*. Praha: PEF ČZU, 2002. 244 s. ISBN 80-213-0951-2.

JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 3. vydání. Praha: Professional Publishing, 2007. 323 s. ISBN 978-80-86946-44-3.

KOSKOVÁ, Ivanka. *Distribuční úlohy I*. Praha: PEF ČZU, 2006. 52 s. ISBN 80-213-1156-8.

KUBÍČKOVÁ, Lea. *Obchodní logistika*. Brno: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, dotisk, 2011. 91 s. ISBN 978-80-7157-952-6.

ŠUBRT, Tomáš a kol. *Ekonomicko-matematické metody*. Vydavatelství Aleš Čeněk, 2011. 351 s. ISBN 978-80-7380-345-2.

ŠUBRT, T., BROŽOVÁ, H., DÖMEOVÁ, L., KUČERA, P. *Ekonomicko matematické metody II Aplikace a cvičení*. Praha: PEF ČZU, 2005. 152 s. ISBN 80-213-0721-8.

ZÍSKAL, J., HAVLÍČEK, J. *Ekonomicko matematické metody II – studijní texty pro distanční studium*. Praha: PEF ČZU, 2010. 204 s. ISBN 978-80-213-0664-6.

Elektronické zdroje:

KREJČÍ, I., KUČERA, P., VYDROVÁ, H. *Program TSPKOSA*. Vytvořeno s podporou Fondu rozvoje vysokých škol, projekt 2678/2010.

KUČERA, Petr. *Metodologie řešení okružního dopravního problému* [online]. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, Provozně ekonomická fakulta, Disertační práce, 2009. 122 s. (PDF). [cit. 2014-12-20]. Dostupné z: [www.pef.czu.cz/cs/?dl=1&f=13035](http://www.pef.czu.cz/cs/?dl=1&f=13035).

MOODLE 2.5 - Česká zemědělská univerzita v Praze. *Ekonomicko-matematické metody I 9/12 – Dvoustupňová dopravní úloha. Softwarové řešení dopravních úloh*. [prezentace PowerPoint]. [cit. 2015-03-02]. Dostupné z: <https://moodle.czu.cz/mod/resource/view.php?id=51560>.

Pekařství Frydrych [online]. ©2015 [cit. 2015-01-26]. Dostupné z: <http://www.pekarstvi.com/>.

Seznam.cz [online]. ©2015 [cit. 2015-02-02]. Mapy. Dostupné z: <http://www.mapy.cz/>.

## 9 Přílohy

Příloha č. 1: Výchozí tabulky pro rozvozovou trasu č. 1

Výchozí tabulka pro trasu č. 1 – 1. okruh

1. okruh	Říčany	Uhříněves	Kolovraty
<b>Říčany</b>	–	8,6	5,9
<b>Uhříněves</b>	8,6	–	4,6
<b>Kolovraty</b>	5,9	4,6	–

Zdroj: vlastní zpracování s použitím plánovače mapy.cz

Výchozí tabulka pro trasu č. 1 – 2. okruh

2. okruh	Říčany	Svojetice	Babice	Mukařov
<b>Říčany</b>	–	6,1	4,7	4,6
<b>Svojetice</b>	6,1	–	5,6	2,4
<b>Babice</b>	4,7	5,6	–	3,5
<b>Mukařov</b>	4,6	2,4	3,5	–

Zdroj: vlastní zpracování s použitím plánovače mapy.cz

Výchozí tabulka pro trasu č. 1 – 3. okruh

3. okruh	Říčany	Praha, Háje	Hostivař	Praha, Opatov	Praha, Měcholupy
<b>Říčany</b>	–	14,1	17,2	15,9	12,1
<b>Praha, Háje</b>	14,1	–	3,2	2,2	6,5
<b>Hostivař</b>	17,2	3,2	–	3,6	4,4
<b>Praha, Opatov</b>	15,9	2,2	3,6	–	7,8
<b>Praha, Měcholupy</b>	12,1	6,5	4,4	7,8	–

Zdroj: vlastní zpracování s použitím plánovače mapy.cz

Výchozí tabulka pro trasu č. 1 – 4. okruh

4. okruh	Říčany	Žižkov	Praha, Kbely	Praha, Malešice	Praha, Počernice	Praha, Vinohrady	Praha, Prosek	Praha, Strašnice	Praha, Vysočany
<b>Říčany</b>	–	20,6	23,1	18,6	18	22,1	22,8	17,6	21,3
<b>Žižkov</b>	20,6	–	11,4	3,6	13,9	2,1	8,5	5,1	6,2
<b>Praha, Kbely</b>	23,1	11,4	–	10,6	7	12,6	5,5	11,5	5,6
<b>Praha, Malešice</b>	18,6	3,6	10,6	–	11,2	5,1	8,3	2,9	5,7
<b>Praha, Počernice</b>	18	13,9	7	11,2	–	15,7	10,8	12,9	9,3
<b>Praha, Vinohrady</b>	22,1	2,1	12,6	5,1	15,7	–	9	5,9	7,3
<b>Praha, Prosek</b>	22,8	8,5	5,5	8,3	10,8	9	–	10,4	3,4
<b>Praha, Strašnice</b>	17,6	5,1	11,5	2,9	12,9	5,9	10,4	–	8
<b>Praha, Vysočany</b>	21,3	6,2	5,6	5,7	9,3	7,3	3,4	8	–

Zdroj: vlastní zpracování s použitím plánovače mapy.cz

Příloha č. 2: Výchozí tabulky pro rozvozovou trasu č. 2

Výchozí tabulka pro trasu č. 2 – 1. okruh

1. okruh	Říčany	Jesenice	Radotín	Modletice	Všechnomy	Dolní Břežany	Čestlice	Průhonice	Praha, Arbesovo nám.	Benzina Říčany
<b>Říčany</b>	–	14,2	30	8,7	8	18,5	8,7	10,5	24,6	2,2
<b>Jesenice</b>	14,2	–	16,3	6,4	12,4	4,3	8,1	8,6	16,1	13,4
<b>Radotín</b>	30	16,3	–	23	28,4	12,3	23,6	21,7	13	29,4
<b>Modletice</b>	8,7	6,4	23	–	7	10,8	4,6	6,1	21,2	8
<b>Všechnomy</b>	8	12,4	28,4	7	–	16,8	9,1	10,7	25,8	7,6
<b>Dolní Břežany</b>	18,5	4,3	12,3	10,8	16,8	–	12,4	11,5	16	17,7
<b>Čestlice</b>	8,7	8,1	23,6	4,6	9,1	12,4	–	1,9	17,4	7,9
<b>Průhonice</b>	10,5	8,6	21,7	6,1	10,7	11,5	1,9	–	16,8	9,8
<b>Praha, Arbesovo nám.</b>	24,6	16,1	13	21,2	25,8	16	17,4	16,8	–	22,4
<b>Benzina Říčany</b>	2,2	13,4	29,4	8	7,6	17,7	7,9	9,8	22,4	–

Zdroj: vlastní zpracování s použitím plánovače mapy.cz

Výchozí tabulka pro trasu č. 2 – 2. okruh

2. okruh	Říčany	Klánovice	Čelákovice	Sibřina	Mochov	Újezd nad Lesy	Nehvizdy	Úvaly
<b>Říčany</b>	–	13,4	25,1	8,6	24,5	11,1	20,3	13,3
<b>Klánovice</b>	13,4	–	11,9	5	12	2,7	7,2	7,6
<b>Čelákovice</b>	25,1	11,9	–	16,4	4,6	14,2	4,9	13,5
<b>Sibřina</b>	8,6	5	16,4	–	16	2,5	11,7	5,5
<b>Mochov</b>	24,5	12	4,6	16	–	14,3	4,9	12,5
<b>Újezd nad Lesy</b>	11,1	2,7	14,2	2,5	14,3	–	9,5	5,2
<b>Nehvizdy</b>	20,3	7,2	4,9	11,7	4,9	9,5	–	8,7
<b>Úvaly</b>	13,3	7,6	13,5	5,5	12,5	5,2	8,7	–

Zdroj: vlastní zpracování s použitím plánovače mapy.cz

Výchozí tabulka pro trasu č. 2 – 3. okruh

3. okruh	Říčany	Praha, Stodůlky	Praha, Pankrác	Praha, Záběhlice	Praha, Zahradní Město	Praha, Chodov	Praha, Hl. nádraží	Praha, Barrandov	Praha, Karlovo nám.
<b>Říčany</b>	–	32,9	21,6	16,7	16,2	15,5	22,8	27,4	23,3
<b>Praha, Stodůlky</b>	32,9	–	12,8	16,9	17,3	18,5	11,5	10,4	9,8
<b>Praha, Pankrác</b>	21,6	12,8	–	7	7,3	8,6	4,1	9,4	3,9
<b>Praha, Záběhlice</b>	16,7	16,9	7	–	0,435	4,9	7,5	12,8	7,9
<b>Praha, Zahradní Město</b>	16,2	17,3	7,3	0,435	–	4,5	7,5	12,9	7,9
<b>Praha, Chodov</b>	15,5	18,5	8,6	4,9	4,5	–	9,4	12,3	9,5
<b>Praha, Hl. nádraží</b>	22,8	11,5	4,1	7,5	7,5	9,4	–	9,5	1,9
<b>Praha, Barrandov</b>	27,4	10,4	9,4	12,8	12,9	12,3	9,5	–	6,8
<b>Praha, Karlovo nám.</b>	23,3	9,8	3,9	7,9	7,9	9,5	1,9	6,8	–

Zdroj: vlastní zpracování s použitím plánovače mapy.cz

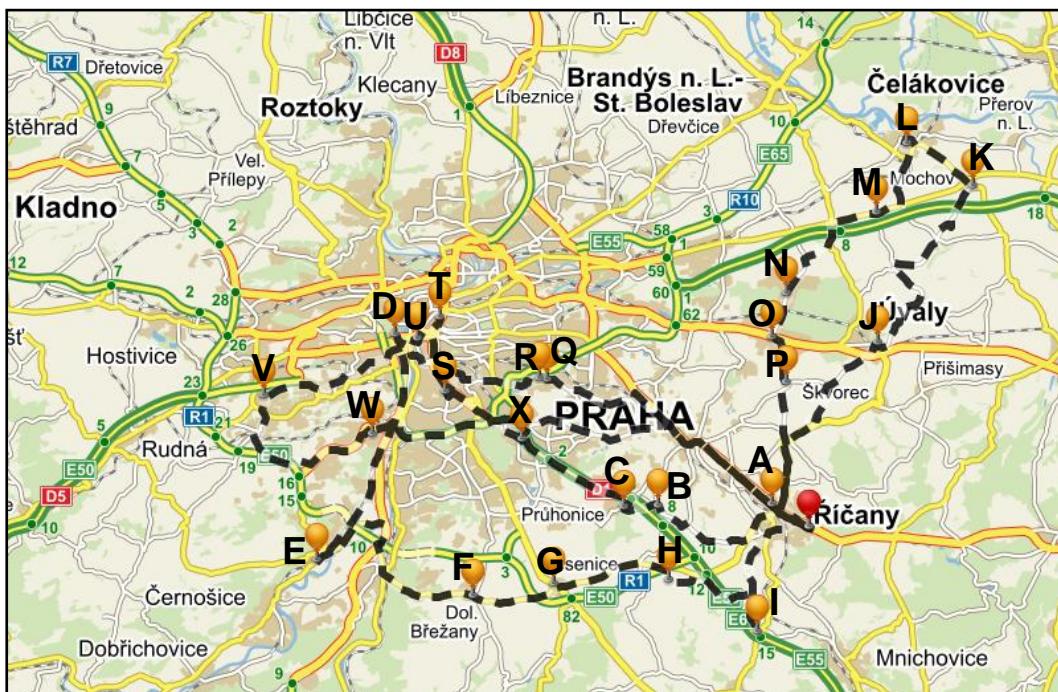
Příloha č. 3: Výsledná nejkratší rozvozová trasa č. 1



Zdroj: [www.mapy.cz](http://www.mapy.cz)

- (A) Kolovraty, (B) Uhříněves, (C) Svojetice, (D) Mukařov, (E) Babice, (F) Háje, (G) Opatov, (H) Hostivař, (I) Měcholupy, (J) Strašnice, (K) Malešice, (L) Žižkov, (M) Vinohrady, (N) Vysočany, (O) Prosek, (P) Kbely, (Q) Počernice

Příloha č. 4: Výsledná nejkratší rozvozová trasa č. 2



Zdroj: [www.mapy.cz](http://www.mapy.cz)

- (A) Benzina Říčany, (B) Čestlice, (C) Průhonice, (D) Arbesovo nám., (E) Radotín, (F) Dolní Břežany, (G) Jesenice, (H) Modletice, (I) Všechnomy, (J) Úvaly, (K) Mochov, (L) Čelákovice, (M) Nehvizdy, (N) Klánovice, (O) Újezd nad Lesy, (P) Sibřina, (Q) Zahradní Město, (R) Záběhlice, (S) Pankrác, (T) Hl. nádraží, (U) Karlovo nám., (V) Stodůlky, (W) Barrandov, (X) Chodov